BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ÁREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS RECTILÍNEAS: DISEÑO DE TAREAS AUTÉNTICAS ASISTIDAS POR UN SOFTWARE EN 3D

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
LIC. ROMARIO MONTAÑO-RAMOS

DIRECTOR DE TESIS
DRA. HONORINA RUIZ ESTRADA

CO-DIRECTOR DE TESIS
DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV

PUEBLA, PUE. Enero de 2023

DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que el C:

ROMARIO MONTAÑO RAMOS

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 30 de noviembre de 2022, con la tesis titulada:

“ÁREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS RECTILÍNEAS: DISEÑO DE TAREAS AUTÉNTICAS ASISTIDAS POR UN SOFTWARE EN 3D”

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 05 de enero de 2023

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA · 1578 · FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS - SECRETARÍA DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS DE POSGRADO

Lidia A H R.

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
COORDINADORA DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

DRA´LAHR/l´agm*

Agradecimientos a CONACYT

Este trabajo no hubiese sido posible sin el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por tal razón, agradezco a CONACYT por permitirme realizar este trabajo de investigación, y poder aportar de manera significativa al campo de la Educación Matemática.

Agradecimientos

Primeramente, agradezco a Dios por darme vida, salud y sabiduría para realizar mis estudios de maestría y permitirme finalizar con éxito este trabajo de investigación.

Agradezco a mi familia por su apoyo incondicional, desde el momento en el que decidí realizar mis estudios en el exterior. Les agradezco infinitamente cada uno de sus granitos de arena que aportaron para que esto fuese posible.

Le agradezco a mi esposa Laura Valeria Núñez Betancur, por su motivación constante para culminar con éxito esta etapa de mi vida. Le agradezco por su comprensión en los momentos en los que la maestría y en especial este trabajo de investigación requerían de mucho tiempo.

Le agradezco a mis hijos Juan Gabriel Nuñez y Romario Montaño Nuñez por ser mi motor y mi motivo más grande para finalizar este trabajo con los mejores resultados.

Agradezco a la Doctora Honorina Ruiz Estrada por cada uno de los momentos que destino para que este trabajo fuese posible, así como también, sus consejos e ideas que son invaluables para y para esta nueva etapa como investigador.

Finalmente agradezco al Doctor Josip Slisko Ignjatov por sus ideas y aportes a este trabajo.

Índice de contenido

Índice de tablas

Índice de figuras

Resumen

La presente investigación de corte cualitativo exhibe los resultados de una propuesta de aula, cuyo objetivo fue promover el aprendizaje de las relaciones existentes entre los conceptos de área y perímetro de figuras planas rectilíneas en estudiantes de secundaria de una comunidad poblana del Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE), por medio de tres tareas auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D. Con este fin se diseñaron tres tareas auténticas (asistidas por el software Sweet Home 3D) acorde con la teoría de situaciones de tareas auténticas en la versión de Palm y Nyström de 2009. Para evaluar los alcances de la propuesta, los informantes contestaron un test y un retest de diseño propio. Los resultados muestran que los estudiantes superaron sus concepciones erróneas con respecto a la relación entre los conceptos de área y perímetro de figuras planas, identificando estos vínculos desde el campo científico. Este logro se debe a que las tareas auténticas asistidas por el software permitieron a los estudiantes ubicarse mentalmente en la situación y pensar en su solución de la misma forma en la que lo harían en la vida real.

Palabras claves: Tareas auténticas, área, perímetro, figuras planas rectilíneas, software

Introducción

La presente investigación de corte cualitativa presenta una propuesta de aula para el aprendizaje de las relaciones, desde el campo científico de los conceptos de área y perímetro de figuras planas rectilíneas. Para el desarrollo de esta propuesta de aula, se articularon aspectos teóricos y matemáticas en el diseño de tres tareas auténticas mediadas por un software en 3D. Para alcanzar el objetivo de esta investigación fue necesario de cuatro momentos divididos en capítulos.

En el Capítulo I denominado contextualización del problema de investigación, se presentan algunos referentes de orden teórico y matemático relacionados con la importancia del uso de tareas auténticas en el aula de clase, así como también algunas concepciones erróneas que presentan los estudiantes cuando trabajan con áreas y perímetros. En este apartado se exhiben los aspectos centrales de la investigación, como es el planteamiento de la pregunta de investigación, los objetivos e hipótesis de la investigación, así como también la importancia de este.

En el Capítulo II, denominado marco teórico y referencial, se describen los aspectos de orden teórico y matemático que fundamentan el diseño de las tareas auténticas. En este se presentan de manera detallada cada uno de los aspectos y sub-aspectos de autenticidad planteados por Palm y Nyström (2009), así como también algunos elementos conceptuales de relevancia para el estudio del área y perímetro de figuras planas rectilíneas. De manera paralela se presenta la concepción de área y perímetro abordada en este estudio y su relación desde el campo científico presentado por Fandiño y D'Amore (2009).

En el Capítulo 3 denominado método de la investigación, se presenta el método de investigación, se describe la población de estudio, los instrumentos de recolección de datos, las tres tareas auténticas y sus soluciones expertas y los momentos de implementación de la propuesta de aula.

En el Capítulo 4 denominado análisis de los resultado y conclusiones, se presentan los resultados obtenidos durante la implementación del test, retest, las tres tareas auténticas y las entrevistas semiestructuradas, así como su respectivo análisis a cada uno de ellos.

Teniendo en cuenta lo anterior, se presentan las Conclusiones del estudio, mostrando el cumplimiento del objetivo trazado y algunas recomendaciones finales para su implementación en el aula de clase.

CAPÍTULO I

1. CONTEXTUALIZACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Planteamiento del Problema

A lo largo de la historia, muchos investigadores, educadores matemáticos y maestros se han preocupado por estudiar diversos aspectos relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en distintos niveles educativos, un aspecto que resulta interesante en la educación matemática es el reconocer que "en el proceso de aprender matemáticas existe un componente cultural que hace que el estudiante llegue a ser miembro de una comunidad" (Trigo, 1997, p. 3). Sin embargo, Barbeau (como se citó en Trigo, 1997) menciona que, existen personas que consideran las matemáticas como una disciplina estricta que no permite la posibilidad de ser creativos, dado que las matemáticas es un conjunto de conocimientos terminados, que solo permiten utilizar fórmulas para manipular números.

De manera paralela, Araya y Alfaro (2010) mencionan que los contenidos de geometría se presentan como productos terminados, enfocándose en una mirada tradicional de la educación, donde se promueve la memorización de fórmulas carentes en general de significado. En este sentido se pueden mencionar algunos conceptos geométricos que están estrechamente vinculados con la realidad de los estudiantes y que podrían cobrar sentido si se logran trabajar de manera análoga. Un ejemplo claro son los conceptos de área y perímetro, los cuales se encuentran presentes en diversos fenómenos que rodean la vida cotidiana de los estudiantes.

Ahora bien, Schliemann et al. (2002) resaltan la importancia de los conocimientos extraescolares dentro del proceso de formación de los estudiantes, recalcando la existencia de mejores resultados cuando se logran integrar los conocimientos informales que poseen los estudiantes con los conocimientos o experiencias escolares, haciendo evidente la necesidad de plantear propuestas educativas que permitan integrar la realidad de los estudiantes a su proceso de formación académica. Por esta razón la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos OCDE (2017) por medio del Programa Internacional de Evaluación de Estudiantes (PISA) evalúa a los estudiantes en el componente matemático a través de tres aspectos interrelacionados que incluyen los procesos, los contenidos y los contextos, donde se busca que el estudiante sea capaz de desarrollar las matemáticas en diversos contextos y las utilicen para afrontar problemas que se encuentran estrechamente relacionados con aspectos personales, profesionales, sociales y científicos de su vida.

Lamentablemente, México no ha contado con buenos resultados en ninguno de los tres componentes que presentan las pruebas PISA. De manera particular, en el componente de matemáticas en el año 2018, ocupó el puesto 61 de 78 países participantes, dejando en evidencia que los estudiantes presentan dificultades al momento de enfrentarse a problemas verbales que describen contextos de la vida real donde se debe hacer uso de sus conocimientos matemáticos. Es de recordar que las pruebas PISA "enfatizan el uso de problemas del mundo real con contextos auténticos que describen entornos extraescolares y problemas que alguien en tales entornos debería abordar" (OCDE, 1999, como se cita en Verschaffel, et al., 2009), teniendo en cuenta esto y los resultados que han presentado los estudiantes en dichas pruebas, se hace evidente la necesidad de plantear y presentar en el aula de clase tareas que describan condiciones y/o fenómenos del mundo real.

Con respecto a lo mencionado hasta el momento, Palm (2009) menciona que se podrían generar grandes aportes al campo de la educación matemática si se incorporan problemas verbales auténticos al aula de clase. Sin embargo, también reconoce que en diversas investigaciones han "argumentado que muchos problemas verbales son "pseudorealistas" y como consecuencia su resolución requiere que los estudiantes piensen diferente que en situaciones fuera de la escuela" (Verschaffel et al., 2009, p. 4).

Por otro lado, es de reconocer que al implementar en el aula de clase problemas verbales auténticos, los estudiantes estarán trabajando con conceptos que se encuentran estrechamente relacionados con su vida diaria, y alrededor de estos puede que existan creencias o concepciones erróneas. Por ejemplo, D'Amore y Fandiño (2007) mencionan que los conceptos geométricos de área y perímetro de figuras planas poseen muchas relaciones desde el campo científico, pero existen muchos otros que solo son suposiciones creadas por las concepciones de los estudiantes, e incluso de los mismos maestros, por ejemplo, plantean que:

Si A y B son dos figuras planas, entonces:

- Si (perímetro de A > perímetro de B) entonces (área de A > área de B)
- ídem con <

- ídem con = (por lo cual: dos figuras iso-perimétricas son necesariamente equi-extensas);

y viceversa, cambiando el orden "perímetro-área" con "área-perímetro". (p. 44)

Desde este mismo aspecto, García-Amadeo y Yáñez (2006) abordan la relación entre los conceptos de área y perímetro en su investigación denominada “Relación entre perímetro y área: el caso de Patricia y las interacciones”. Estos autores ponen en relieve la confusión que existe entre los conceptos área y perímetro “debido al uso indebido de fórmulas, carentes, en general, de significado, y la errónea implicación entre igualdad de áreas e igualdad de perímetros” (p. 1). Para abordar esta problemática ellos plantean como objetivos distinguir el concepto de área y perímetro de una superficie y la variabilidad de figuras equivalentes utilizando como metodología de investigación el estudio de caso, donde se trabaja con una estudiante de grado 5° a quien se le proponen actividades referentes al cálculo de perímetro de figuras sin utilizar ninguna de las medidas convencionales. De esta investigación, se desprendió que la estudiante logró identificar la independencia entre el área y perímetro de superficies equivalentes.

Gómez y Reyes (2015) toman como uno de sus referentes la investigación realizada por García-Amadeo y Yáñez (2006) para trabajar de manera paralela el cálculo de área y perímetro de cuadriláteros en su estudio denominado “Área y perímetro de cuadriláteros en estudiantes colombianos de grado 5° de educación formal”. Ellos identifican que existen problemas con estos conceptos por la concepción que tienen algunos maestros, quienes asumen que el conocimiento es estático y que solo se encuentra en los libros de textos, negando la posibilidad de generar aprendizaje por parte del docente a partir del estudiante. Más específicamente, estos autores abordan las dificultades que presentan los estudiantes en la concepción de los conceptos de área y perímetro y su interrelación, con el objetivo de conocer posibles situaciones que permitan apoyar la formación de estos conceptos en futuros estudiantes. La problemática de investigación se encuentra sustentada en observaciones de clases y mencionan que, cuando los estudiantes trabajan los conceptos de área y perímetro, “la gran mayoría de ellos realizaban los ejercicios propuestos en clase desconociendo por completo el origen de los algoritmos que usaban, llevándolos a un desconocimiento de las posibles aplicaciones del área y del perímetro en la vida cotidiana” (Gómez y Reyes, 2015, p. 2).

La investigación de Gómez y Reyes se desarrolló con el método de investigación-acción. Para el diseño del plan de acción se tuvo en cuenta la información recolectada de dos actividades, donde la primera se enfocó en la noción y conceptualización de área y la segunda se centró en el perímetro de cuadriláteros. Ambas tenían como fin establecer relaciones y diferencias entre estos dos conceptos matemáticos. En los resultados obtenidos muestran la existencia de una confusión entre los conceptos de área y perímetro, pero que dicha confusión y/o dificultades que los estudiantes presentan es menor cuando hacen un uso intuitivo de estos conceptos, lo que les permite concluir que "la confusión se crea, posiblemente, en la transición entre las intuiciones de los estudiantes y los conceptos dados en el aula de clase" (p. 9).

También mencionan que estos resultados les permiten inferir que los estudiantes crean sus propios métodos a partir de situaciones concretas, posibilitando la construcción de sus propios algoritmos para dar respuesta a una situación particular. Sin embargo, en esta investigación solo abordan algunos cuadriláteros, los cuales son planteados en actividades que buscan recrear situaciones de la vida cotidiana, donde no se clarifica el proceso para el diseño de éstos, generando la posibilidad de producir problemas "pseudorealistas".

Teniendo en cuenta lo mencionado hasta el momento, es evidente que se requiere de nuevas propuestas educativas que aborden los problemas verbales presentados en el aula de clase y que a su vez tengan en cuenta el contexto actual de la educación, el cual se encuentra mediado por diversas herramientas tecnológicas, que puede llegar a posibilitar la compresión de conceptos como área y perímetro y no permitan generar concepciones erróneas en los estudiantes. Este aspecto es importante puesto que, uno de los lugares donde la tecnología ha influenciado de forma considerable es en la escuela y a su vez, en el trabajo del docente (Parra, 2012), aspecto que es ratificado por las condiciones actuales por las que atraviesa el mundo, lo que permitió que las nuevas tecnologías se conviertan en un aliado indiscutible.

Para el estudio de la geometría, actualmente existen diversos softwares que son utilizados dentro del aula de clase, como lo es el caso de Cabri, GeoGebra, Geometer's, entre otros. Sin embargo, existen softwares que no fueron diseñados con dicho fin, pero que pueden ser utilizados con propósitos educativos, como lo es el caso del software Sweet Home 3D, que trabaja de forma implícita la construcción de figuras geométricas planas y permite que la actividad sea contextualizada. Con respecto a este último, Ortiz et al. (2018) presentan una propuesta titulada:

“Diseño e implementación de un recurso educativo digital que hace uso de la aplicación Sweet Home 3D para dar cuenta de la noción de área y volumen en grado sexto de educación básica”, donde se abordan las dificultades que presentan algunos estudiantes cuando empiezan a trabajar la geometría. Asocian estas dificultades al uso inadecuado del lenguaje por parte del docente y el uso de un solo registro representacional, reconociendo que por esta problemática “se observa una alta memorización y mecanización de definiciones y algoritmos, los cuales le impiden a los estudiantes tener un pensamiento crítico y una amplia visualización de las definiciones de área y volumen en su entorno” (p. 135).

Ortiz et al. (2018) proponen trabajar dichas dificultades a través de un recurso digital, el cual busca mediar el aprendizaje que realiza el estudiante frente a los conceptos de área y volumen por medio de la construcción de un inmobiliario, “permitiéndole al estudiante aprender de una manera más dinámica encontrar una relación entre lo geométrico y el entorno que lo rodea” (p. 135). Basándose en investigaciones en el campo de la didáctica de la matemática que resaltan la necesidad de implementar mediciones de objetos tangibles para conceptualizar las nociones abstractas, ellos proponen la aplicación Sweet Home 3D, puesto que mencionan que ésta “es un apoyo en el aula y más cuando se le plantea al estudiante situaciones reales que hagan parte de su contexto”. Además, mencionan que, “a través del uso de estos artefactos se promueve en los estudiantes el desarrollo de las capacidades psicomotrices e intelectuales enlazando de manera lúdica actividades de arquitectura” (p. 135).

Ahora bien, todo lo mencionado hace pertinente plantearse la siguiente pregunta de investigación:

¿Qué diseños de tareas auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D que simulan aspectos de la vida diaria de los estudiantes bajo el enfoque teórico planteado por Palm y Nyström, promueven el aprendizaje de las relaciones existentes entre los conceptos de área y perímetro de figuras planas?

De esta interrogante se pueden derivar otras preguntas que permiten entender de manera particular y posibilitan la resolución de esta, las cuales son:

¿Qué aspectos de la teoría de situaciones de tareas auténticas y elementos de orden matemático, permiten fortalecer el trabajo con los conceptos de área y perímetro en contextos extraescolares?

¿Cómo se pueden articular los referentes de la teoría de situaciones de tareas auténticas y elementos de orden matemáticos en el diseño de situaciones de tareas auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D?

¿Qué se puede interpretar de los resultados obtenidos en la implementación de las situaciones auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D, con respecto al aprendizaje de la relación entre los conceptos de área y perímetro de figuras planas?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

- Promover el aprendizaje de las relaciones existentes entre los conceptos de área y perímetro de figuras planas rectilíneas en estudiantes de secundaria de una comunidad poblana del Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE), por medio de tareas auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D.

1.2.2 Objetivos específicos

- Caracterizar algunos referentes de la teoría de situaciones de tareas auténticas y algunos elementos de orden matemático, que fortalezcan el trabajo con los conceptos de área y perímetro en contextos extraescolares.
- Articular los referentes de la teoría de situaciones de tareas auténticas y elementos matemáticos en el diseño de tres situaciones de tareas auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D, que cumplan los aspectos planteados por Palm y Nyström.

- Analizar los datos obtenidos en la implementación de tareas auténticas y determinar si los estudiantes lograron establecer las relaciones existentes entre los conceptos de área y perímetro.

1.3 Hipótesis de la investigación.

Cuando se busca formar estudiantes matemáticamente competentes, entendiéndose este término como estudiantes con la capacidad de formular, plantear, transformar y resolver problemas de la vida cotidiana, del mundo de las ciencias y del mundo de las matemáticas mismas, además del dominio del lenguaje matemático y su relación con el lenguaje cotidiano (MEN, 2006), se hace necesario involucrar las matemáticas extraescolares dentro del proceso educativo, buscando trabajar de manera paralela las matemáticas formales y el uso de éstas en contextos externos a la escuela.

Al proponerle al estudiante tareas auténticas, es decir, tareas que son consideradas como reales por el estudiante, éste puede hacer uso de sus conocimientos extraescolares y del sentido común para buscar las posibles soluciones que pueda tener dicha situación. De manera paralela, el uso de herramientas tecnológicas como lo es Sweet Home 3D, permite al estudiante representar de manera gráfica sus conjeturas en cuanto a las posibles soluciones y visualizar de manera dinámica los cambios que éstas pueden tener. En términos de Guy Brousseau, el medio le genera unas retroacciones que posibilitan reevaluar sus acciones dentro del medio, permitiéndole llegar a una solución satisfactoria.

De una forma más concreta, se puede afirmar que entre más cercano a la realidad esté la simulación planteada al estudiante mediante un problema verbal, éste tendrá más posibilidades de hacer uso de sus conocimientos extraescolares dentro del aula de clase, así como también reconocerá la importancia y relevancia de los objetos matemáticos puestos en juego en ambientes diferentes al del aula de clase.

1.4 Justificación

Como se ha mencionado anteriormente, resulta importante considerar los conocimientos informales o extraescolares que tienen los estudiantes cuando se desea desarrollar habilidades matemáticas que serían de utilidad en su desarrollo como persona y en su futuro profesional, es por ello, que se busca incluir los conocimientos extraescolares de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de la relación entre los conceptos de área y perímetro, destacando que los conceptos de área y perímetro se encuentran presentes en distintos aspectos de la vida cotidiana de los estudiantes, y a su vez, estos conceptos hacen parte de todo su proceso de formación académica. Según Jimeno (2012):

> En las aulas de matemáticas se establece una comunidad de aprendizaje, con unas normas, un discurso y unas prácticas que separa drásticamente las matemáticas escolares de las experiencias cotidianas de los estudiantes, sintiéndose algunos de ellos como extranjeros en un mundo que no comprenden, que no les gusta y en el que es difícil estar o sentirse incluidos. (p. 8)

Esto deja en evidencia la necesidad de nuevas propuestas educativas que tengan en cuenta la realidad de los estudiantes y todos los aspectos que esta implica, donde se busca la participación de los estudiantes en la construcción de sus conocimientos. Además, se debe tener en cuenta que todas las culturas han construido un conocimiento informal de las matemáticas y que el entorno no se encarga de moldear a los niños, sino que estos son participes activos dentro de la construcción de los conceptos, estrategias y modelos de pensamiento (Jimeno, 2012).

Ahora bien, teniendo en cuenta que existen problemas relacionados con el aprendizaje de las relaciones de área y perímetro, y las formas en las que abordan estos problemas en muchos de los casos es de manera aislada de un contexto o el contexto que se presenta está alejado de la realidad del estudiante (Araya y Alfaro (2010), García-Amadeo y Yáñez (2006), Gómez y Reyes (2015), Ortiz et al. (2018)), y a su vez, algunos libros de texto presentan problemas con enunciados artificiales creados como recursos pedagógicos (Nesher 2000). Todo esto fundamenta la necesidad de investigaciones que incorporen problemas auténticos, es decir, problemas que simulen aspectos de la vida diaria de los estudiantes y trabajen con los conocimientos extraescolares que ellos han logrado desarrollar.

Entendiendo la pertinencia de esta investigación, se hace necesario aclarar el cómo se pretende dar respuesta a nuestro problema de investigación, el cual incorpora el diseño de tareas auténticas, el trabajo con Sweet Home 3D como recurso tecnológico y los conceptos de área y perímetro.

En un primer lugar, se busca reconocer el cómo se deben realizar los diseños de tareas auténticas de tal forma que permitan visualizar la situación que se presenta en el enunciado de la tarea como real por parte de los estudiantes, para esto, se hace ineludible realizar una descripción de la teoría de situaciones de tareas auténticas planteada por Palm y Nyström (2009), donde se clarifica lo que se entiende por el termino auténtico y a su vez, los aspectos que se deben considerar para que las situaciones simulen con cierto grado de fidelidad la realidad de los estudiantes.

En un segundo lugar, se hace necesario realizar una descripción matemática de los conceptos de área y perímetro y establecer el tipo de relaciones que existen entre dichos conceptos desde el marco científico y no las construcciones creadas por suposiciones de los estudiantes.

En un tercer momento, se busca presentar las características del software Sweet Home 3D que las hace pertinente para este estudio como herramienta tecnológica, además contrastar el uso del software con la teoría de Palm y Nyström, destacando su pertinencia para el diseño de las tareas auténticas.

Finalmente, con todos estos elementos descriptos y resaltando sus características más relevantes, se puede establecer qué tipo de tareas se deben considerar en el diseño, las cuales promuevan el aprendizaje de las relaciones de los conceptos de área y perímetro. Una vez establecidos dichos aspectos para considerar dentro de los diseños, se pueden implementar para verificar su efectividad en el aula de clase, buscando evidenciar el aprendizaje de los estudiantes en cuanto a las relaciones de los conceptos de área y perímetro y si dentro de su proceso de aprendizaje hicieron uso de sus conocimientos extraescolares.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO Y REFERENCIAL

2.1 Teoría de Situaciones De Tareas Auténticas

La teoría de situaciones de tareas auténticas es una teoría local diseñada por Torulf Palm en el año 2002 y eventualmente desarrollada en los años 2006 y 2009, en este último se contó con la colaboración de Nyström para su descripción. Esta teoría se utiliza el término “*auténtico*” para establecer una concordancia entre los problemas verbales y las situaciones de la vida real, entendiendo por problema verbal como descripciones verbales de las situaciones del mundo real, más específicamente como "descripciones textuales de situaciones que se supone que son comprensibles para el lector, dentro de las cuales se pueden contextualizar preguntas matemáticas" (Verschaffel et al., 2000).

Es decir que se consideran los problemas verbales como situaciones que resultan reales para un conjunto de personas, que están inmersos dentro del contexto descrito. Además, se menciona que éstos permiten establecer una conexión entre las matemáticas abstractas y las matemáticas que se encuentran inmersas o pueden ser aplicadas en la vida real, permitiendo manipularlas y plantearlas en el aula de clase como *tareas auténticas*, donde los estudiantes deben participar en el proceso de modelado para poder trabajar con los objetos matemáticos.

En esta teoría se busca vincular las matemáticas utilizadas por los estudiantes en ambientes extraescolares con las matemáticas que aprenden en la escuela. Para esto se hace imprescindible plantear situaciones de la vida real en el aula de clase, donde se simulan los distintos fenómenos que rodean la situación para que ésta sea considerada como real para los estudiantes. También, se debe considerar la integralidad, fidelidad y representatividad en la simulación de la situación.

Ahora bien, la integralidad o exhaustividad es entendida como el conjunto de aspectos del fenómeno que deben considerarse en la simulación. La fidelidad se refiere al grado de concordancia que tiene un fenómeno simulado con respecto al mismo en la situación real, y la representatividad es entendida como la unión de la integralidad y la fidelidad (Fitzpatrick y Morrison, 1971).

Todos los aspectos que rodean una situación problema de la vida real son de relevancia para que esta sea considerada como real, pero es de reconocer que hay aspectos que resultan imposibles simular dentro de un problema verbal, y a su vez se hace imposible considerar y simular todas las condiciones que conllevan las soluciones de dicha situación en la vida real, es por esta razón que se deben restringir ciertas características de la exhaustividad. Sin embargo, se proponen algunos aspectos que le dan una gran fidelidad a la situación que se desea simular, y a su vez impactan de forma significativa los métodos heurísticos utilizados en su resolución, de tal forma que el estudiante puede trabajar las matemáticas extraescolares cuando se ocupan de las tareas propuestas en el aula de clases.

Palm inicialmente propone ocho aspectos que se deben considerar cuando se desea simular una situación de la vida real, estos aspectos son: el evento, la pregunta, la información y datos, la presentación, las estrategias de solución, las circunstancias, los requisitos de solución y el propósito en el contexto figurativo; dentro de algunos aspectos existen sub-aspectos que permiten consolidar el aspecto en general, Palm los propone en la siguiente tabla, que busca sintetizar cada uno de los aspectos y les permite dar un orden jerárquico.

Tabla 1

Los aspectos de las situaciones del mundo real considerados importantes en su simulación.

A. Evento	*F. Circunstancias*
B. Pregunta	*F1. Disponibilidad de herramientas externas*
C. Información/datos *C1. Existencia* *C2. Realismo* *C3. Especialidad*	*F2. Orientación* *F3. Consulta y colaboración*
D. Presentación *D1. Modo* *D2. Idioma*	*F4. Oportunidades de discusión* *F5. Tiempo* *F6. Consecuencias.*
E. Estrategias de solución *E1. Disponibilidad* *E2. Plausibilidad experimentada*	*G. Requisitos de Solución* *H. Propósito en el contexto figurativo*

Nota. Tomada de Verschaffel, Greer, Van Dooren, & Mukhopadhyay, 2009, p. 37.

Debe señalarse que posteriormente Palm y Nyström (2009) destacaron tres aspectos fundamentales que debe poseer un problema verbal para que sea reconocido como autentico, los cuales se describen a continuación:

Evento: El enunciado propuesto en la tarea debe ser un fenómeno, acontecimiento o suceso que haya existido en la vida real o en su defecto pueda llegar a pasar, de tal forma que el estudiante reconozca la situación como un ambiente extraescolar y le permita ubicarse mentalmente en dicha situación.

Pregunta: Las cuestiones que se plantean dentro de la tarea escolar deben tener una estrecha relación con la vida real, dado que dentro de la simulación se hace indispensable establecer una concordancia entre las preguntas planteadas en la tarea escolar y el contexto del fenómeno o suceso propuesto en el ***evento*** de la tarea para que los estudiantes identifiquen las preguntas como cuestiones que podrían surgir en estos espacios.

Información y datos. Cuando se plantean problemas verbales, estos no solo describen el ***evento,*** sino que también proporciona información de relevancia que permitirá la solución de este, también poseen de manera explícita e/o implícita las condiciones del problema, los posibles modelos a construir e incluso el propósito de la situación.

Asociado a los aspectos mencionados anteriormente Palm y Nyström plantean dos sub-aspectos que resultan transcendentales para la construcción de problemas verbales que están enfocados en la simulación de situaciones de la vida real:

Especificidad de los datos. En el ***evento*** propuesto en la tarea no se habla en términos generales, sino más bien, busca dar todas las características en específicas de la situación simulada, describiendo con nombres propios a las personas, objetos y lugares que se encuentran vinculadas a la situación, es decir, se busca que la situación sea descrita de manera detallada, especificando cada uno de los elementos que intervienen en la situación, dado que estos elementos pueden modificar o permear las respuestas de los estudiantes, además, esto se hace con el fin de generar en el estudiante la posibilidad de pensar la situación propuesta en la tarea en términos de la situación real.

Propósito en el contexto figurativo: El propósito de la tarea debe ser claro para el estudiante dentro de la situación simulada como lo seria dentro de la situación de la vida real, puesto que las consideraciones que el estudiante tenga en cuenta para la solución de esta, estará enmarcada con la finalidad de la tarea.

2.2 Referente Matemático

Dentro del estudio de la geometría, existen muchos conceptos y objetos que se relacionan entre sí, y resultan ser de relevancia para la compresión de los mismos, como caso particular podemos encontrar los conceptos de área y perímetro los cuales son los objetos de estudio de la presente investigación y que presentan una estrecha relación con diversos conceptos que resultan indispensables para su conceptualización.

En este apartado se pretende clarificar lo que se entiende por área y perímetro en esta investigación y los distintos conceptos que se relacionan con estos, dado que no es posible dar por sentado la definición de un objeto matemático si se desconoce los elementos precedentes que permiten entender su inicio (Fandiño y D'Amore, 2009). Para la descripción de cada uno de los conceptos se utilizarán algunas definiciones y nociones proporcionadas por Fandiño y D'Amore (2009).

2.2.1 Concepción de Perímetro

Se le llama *perímetro* a la medida del contorno de una figura, este se mide en unidades lineales el cual representa una longitud (por ejemplo: m, cm), entendiendo que el perímetro es diferente a lo que se entiende por contorno o frontera de una figura plana, puesto que el contorno es una línea cerrada y el perímetro es la medida del mismo, es decir, el número real que representa dicha longitud, sin embargo, se clarifica que en el idioma común se asocia el perímetro como sinónimo de contorno.

2.2.2 Concepción de Área

El área es una medida bidimensional acompañada de una medida convencional (por ejemplo: m^2, cm^2), entendido que el área es diferente a la superficie, puesto que la superficie es una parte del plano y el área es la medida de dicha superficie, entendiendo que de manera paralela al perímetro se suele definir el área como sinónimo de superficie.

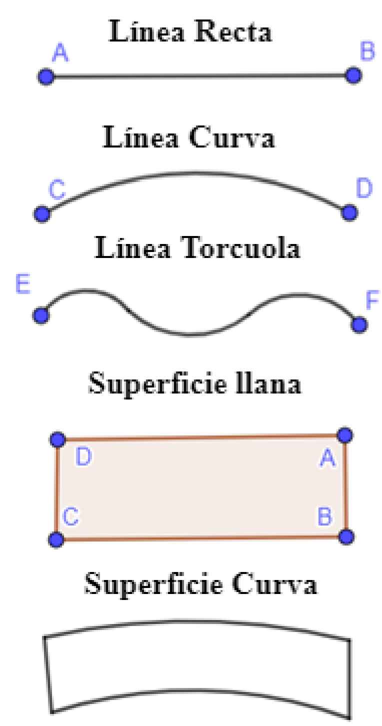
Ahora bien, se hace necesario considerar los elementos base para la construcción de polígonos para su respectivo cálculo de área y perímetro, para ello se tiene en cuenta los elementos de Euclides (recuperado de Zamorano, 1999), quien en su primer libro proporciona las siguientes definiciones:

2.2.3 Definiciones Iniciales

Figura 1

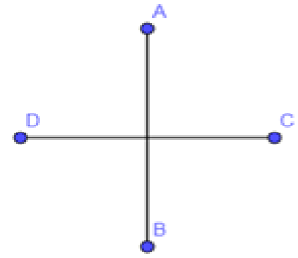
Elementos iniciales para la construcción de polígonos

1. Punto no tiene partes.
2. Línea es una longitud que no presenta anchura.
3. Los extremos de las rectas son puntos.
4. Línea recta está comprendida por puntos.
5. La Superficie solamente tiene longitud y anchura.
6. Los extremos de la superficie son líneas.
7. Una superficie plana es la que está igualmente entre sus líneas.
8. Un ángulo plano es la inclinación de dos líneas que toca un plano y no están en línea recta.
9. Se llama ángulo rectilíneo cuando las líneas que contienen el ángulo son rectas.



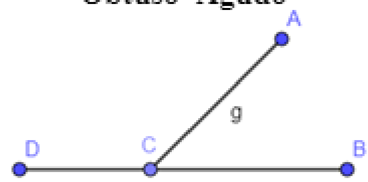
Ángulo Recto

10. Una recta es perpendicular a otra cuando al superponerlas generan ángulos rectos entre sí en todas sus partes.



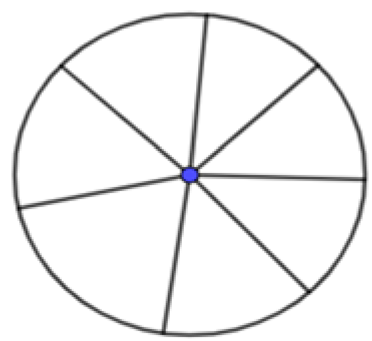
11. El ángulo obtuso es mayor al ángulo recto.

Obtuso Agudo



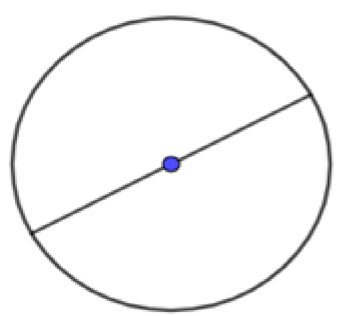
12. El ángulo agudo es menor al ángulo recto.
13. El extremo es el fin de cada cosa.
14. Una figura está contenida por ángulos o por algunos extremos.
15. El círculo es una figura plana formada por una línea llamada circunferencia, donde todas las líneas que salen del punto central de ella y tocan la circunferencia son de igual medida.
16. El punto se llama centro.

Círculo



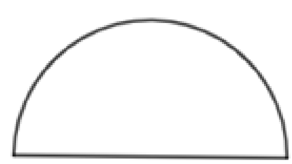
17. El diámetro del círculo es una línea recta que pasa por el centro y toca dos extremos de la circunferencia. El Diámetro divide al círculo por la mitad.

Diámetro



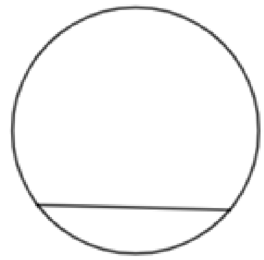
18. El semicírculo es una figura que está comprendida por el diámetro y la circunferencia cortada.

Medio Círculo



19. Segmento de círculo es la figura contenida de una circunferencia que es mayor o menor que el semicírculo.

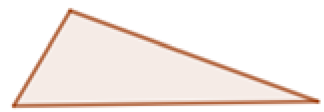
Segmento de Círculo



20. Las figuras rectilíneas están formadas por líneas rectas.

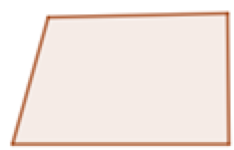
21. Las figuras de tres lados están contenidas por tres líneas rectas.

Trilátera



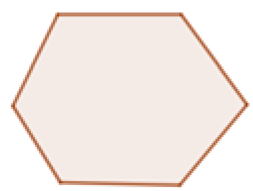
22. Las figuras cuadriláteras están contendidas por cuatro líneas rectas.

Cuadrilátero



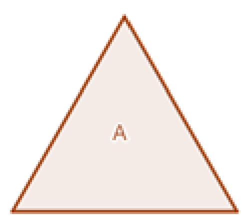
23. Las figuras de muchos lados son las que están comprendidas por más de cuatro líneas rectas (pentágono, hexágono, heptágono, octágono…), Los polígonos están formados por tres o más lados.

Muchos Lados



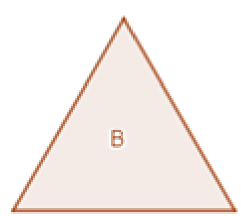
24. Otras figuras de tres lados. El triángulo equilátero es el que está formado por tres líneas rectas con la misma medida.

Equilátero

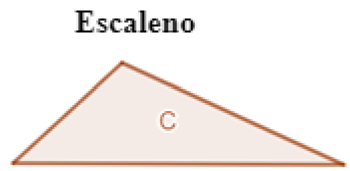


25. El triángulo isósceles es que es que está formado por tres líneas rectas, las cuales dos de ellas tienen la misma medida.

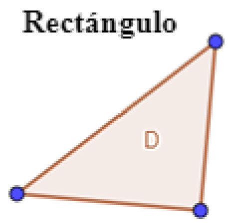
Isósceles



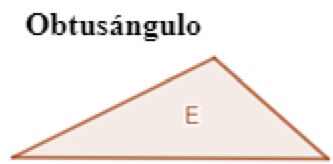
26. El triángulo escaleno es el que está formado por tres líneas rectas con diferentes medidas.



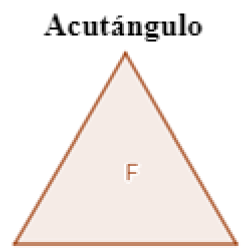
27. Más de estas figuras de tres lados. El triángulo rectángulo es el que tiene ángulo recto.



28. El triángulo ambligonio u obtusángulo es el que tiene ángulo obtuso.

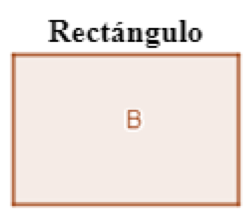


29. El triángulo oxigonio o acutángulo es el que tiene tres ángulos agudos.

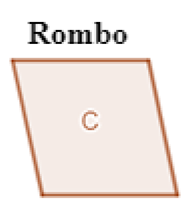


30. Pero de las figuras cuadriláteras. El cuadrado es equilátero y rectángulo.

31. El cuadrángulo o rectángulo es la figura que es rectángulo, pero no es equilátero.

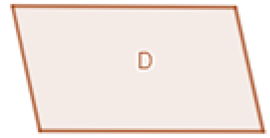


32. El rombo es la figura que es equilátera, pero no es rectángula.



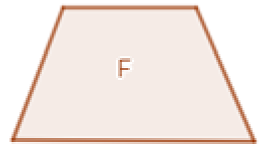
33. El romboide es la figura que tiene los lados y ángulos contrarios iguales, pero ni es quilatera ni rectángula.

Romboide



34. Los demás cuadriláteros fuera de estos se llaman trapecios.

Trapecio



35. Líneas rectas paralelas son las que están en un mismo plano, y extendidas de ambas partes al infinito, en ninguna parte se cortan.

Paralelas

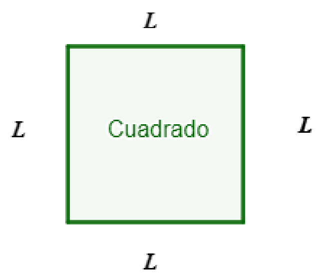
Nota. Las definiciones y figuras son adaptaciones de lo presentado en el primer libro de los elementos de Euclides de 1576. Fuente: Zamorano (1999)

2.2.4 Calculando el perímetro de un polígono

Para determinar el perímetro de un polígono se hace necesario realizar la suma de las medidas de la longitud de todos sus lados. Sin embargo, existen casos especiales como el del cuadrado.

En el cuadrado todos los lados son iguales (equiláteros), donde el perímetro se puede expresar como $P = 4 \times L$ donde L es una medida de longitud del lado (medida de lado) más no es vista como el lado de la figura.

Figura 2
Cálculo de perímetro del cuadrado

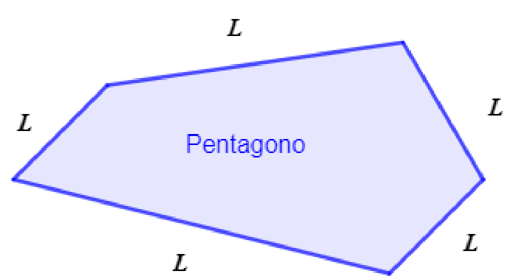


$$P = 4 \times \boldsymbol{L}$$

Nota. Adaptación de figura presentada en Fandiño y D'Amore (2009).

Sin embargo, este tipo de analogías solo es posible aplicarlas en figuras geométricas regulares, entendiendo que L significa medida del lado, puesto que se pueden llegar a implicaciones erróneas como la siguiente:

Figura 3
Cálculo del perímetro de pentágono irregular



$$P = 5 \times L$$

Nota. Adaptación de figura presentada en D'Amore y Fandiño (2009).

En este caso no se puede hacer la analogía anterior porque las medidas de los lados de este pentágono son diferentes ($P \neq 5 \times L$), por ende, para el cálculo del perímetro se cualquier figura se limitará a $P =$ "$Suma\ de\ la\ medida\ de\ todos\ los\ lados$".

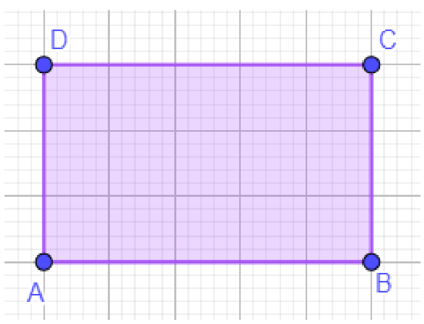
En esta investigación no se tomarán en cuenta figuras no rectilíneas para el diseño de las tareas, pero si se detallara la relación de área y perímetro en dichas figuras.

2.2.5 Cálculo del área de algunas figuras elementales

2.2.5.1 Área del Rectángulo

Al tener un rectángulo cuyos lados consecutivos miden a y b, entonces la medida del área es $A = a \times b$, este aspecto puede ser visualizado si se toman b cuadritos a veces, oportunamente dispuestos, si a y b son números naturales.

Figura 4
Cálculo del área del rectángulo



$$\overline{AB} = a$$
$$\overline{AD} = b$$
En este caso $a = 5 \quad y \quad b = 3$

Nota. Adaptación de figura presentada en Fandiño y D'Amore (2009).

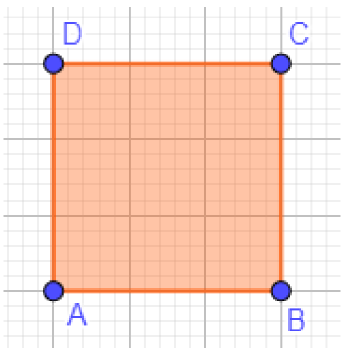
El área del rectángulo ($ab \ o \ a \times b$) es expresado en una unidad donde cada una es una medida unitaria del cuadrito entendido como superficie. Con esta analogía es posible extender el caso de números naturales a números racionales y reales, donde por analogía, para el cálculo de la medida del área de un rectángulo se tendría $A = a \times b \ \ o \ A = ab$, donde a y b pertenecen a cualquier campo numérico establecido de los números reales.

2.2.5.2 Área de otros polígonos

Si se parte del caso anterior, para el cálculo de la medida de área del rectángulo se tiene que es $A = ab$, sin embargo, para el caso del ***cuadrado*** la medida de a es igual a la medida de b, entonces el área del cuadrado estaría dada por a^2.

Figura 5

Cálculo de área del cuadrado



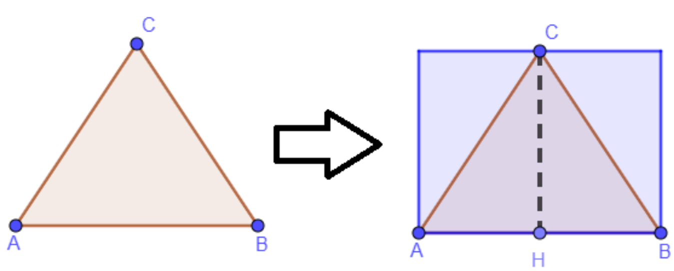
$$\overline{AB} = a\,, \quad \overline{AD} = a$$
$$a = a$$
$$A_{cuadrado} = a \times a = a^2$$

Nota: Diseño propio

En el caso del ***Triángulo*** ABC, se logra evidenciar que la superficie de este es la mitad de la superficie del rectángulo que tiene como medida los segmentos $\overline{AB}\ y\ \overline{CH}$, donde la altura ($\overline{CH}$) es relativo al lado $\overline{AB}$, si consideramos el rectángulo tenemos:

Figura 6

Calcula del área del triángulo



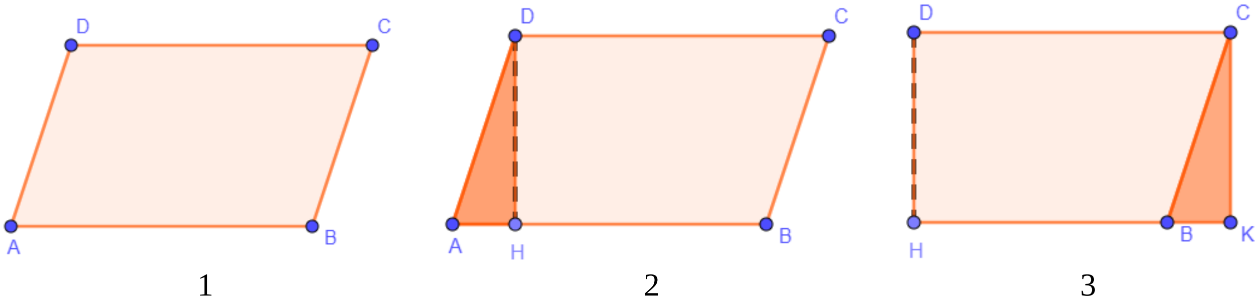
$$Área_{triángulo} = (longitud\ del\ lado\ \times\ medida\ de\ altura\ relativa) \div 2$$

Nota. Adaptación de figura presentada en Fandiño y D'Amore (2009).

Para calcular el área del ***paralelogramo*** se considera el siguiente caso:

1. Se presenta el paralelogramo ABCD
2. Se corta oportunamente el triángulo ADH
3. Se transporta al lado BCK
4. Se forma el rectángulo HKCD

Figura 7
Cálculo del área del paralelogramo



Nota. Adaptación de figura presentada en Fandiño y D'Amore (2009).

El rectángulo que obtenido HKCD tiene la mimas superficie que el paralelogramo inicial ABCD, por ende, el rectángulo HKCD tiene la misma área que el rectángulo ABCD, teniendo en cuenta esto, se puede plantear que el cálculo del área del paralelogramo es igual a la del rectángulo, donde se multiplica la medida del lado (base) por la medida de la altura relativa $Área_{paralelogramo} = base \times altura$.

2.2.5.3 Área de polígonos regulares.

En el caso de los polígonos regulares, podemos notar que la superficie de un polígono regular de ***n*** lados (n ϵ R) está formada por ***n*** triángulos con igual superficie, por ende, basta encontrar el área de uno de los triángulos y multiplicarlo por ***n***.

Figura 8
Cálculo de área del pentágono regular

Nota. Adaptación de figura presentada en Fandiño y D'Amore (2009).

2.2.5.4 Área de polígonos en general.

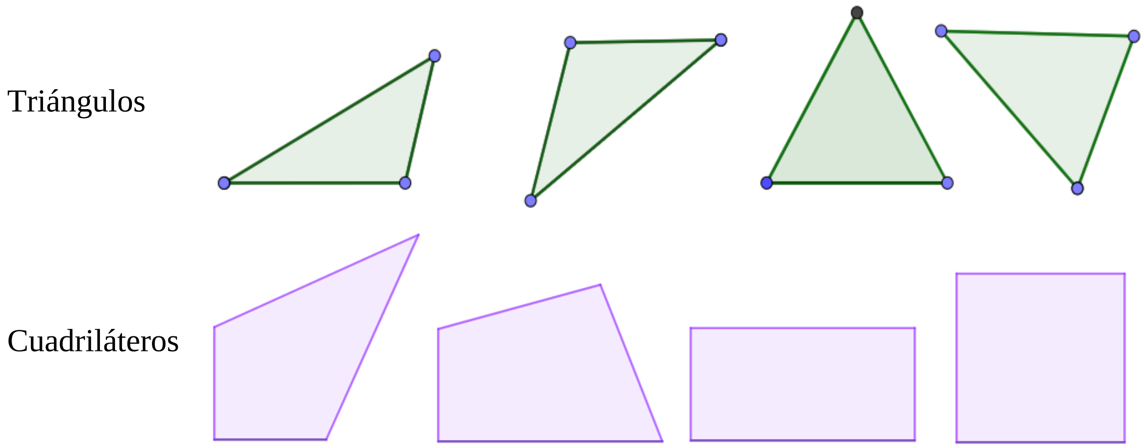
Si se habla de polígonos en general, entonces no existe un caso de generalidad para su cálculo de área, solo existirían casos específicos, para ello se requiere descomponer el polígono en partes conocidas y se mide la superficie de cada una de ellas, luego se suman todas las medidas.

Se resalta la existencia de diversos teoremas y métodos para el cálculo del área (por ejemplo: el teorema de Pick), pero no se especificarán en esta investigación puesto que este no es el objetivo del estudio.

2.2.6 Relaciones entre el área y el perímetro

Supongamos que tenemos los siguientes conjuntos de diferentes figuras isoperimétricas, es decir, figuras con igualdad de perímetro:

Figura 9
Polígonos isoperimétricos



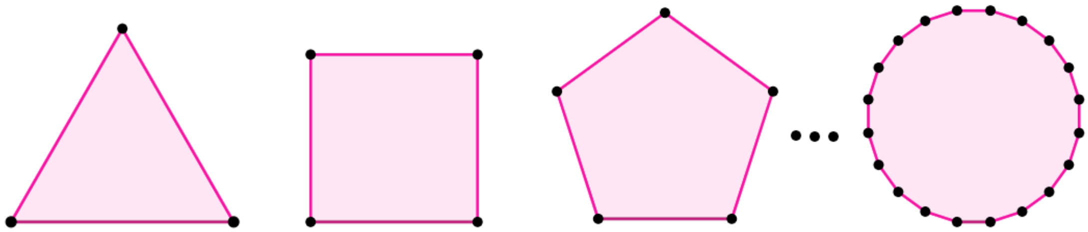
Nota. Adaptación de figura presentada en Fandiño y D'Amore (2009).

De la misma forma se puede pensar en pentágonos, hexágonos, heptágonos, octágonos, etc. isoperimétricos.

Ahora bien, del conjunto de triángulos isoperimétricos el triángulo equilátero es el que tiene mayor área, del conjunto de cuadriláteros isoperimétricos el cuadrado es el que tiene mayor área, del conjunto de pentágonos isoperimétricos el pentágono regular es el que tiene mayor área, así sucesivamente, estableciendo que, de un conjunto de polígonos isoperimétricos con la misma cantidad de lados, el polígono regular es el que tiene mayor área.

Por otra parte, cálculos algo sofisticados muestran que, entre varios polígonos regulares isoperimétricos con un número diverso de lados, el polígono que tiene mayor número de lados es el polígono que posee mayor superficie, es decir, si se comparan figuras isoperimétricas regulares, basta considerar la figura que tiene mayores números de lados para obtener la mayor área.

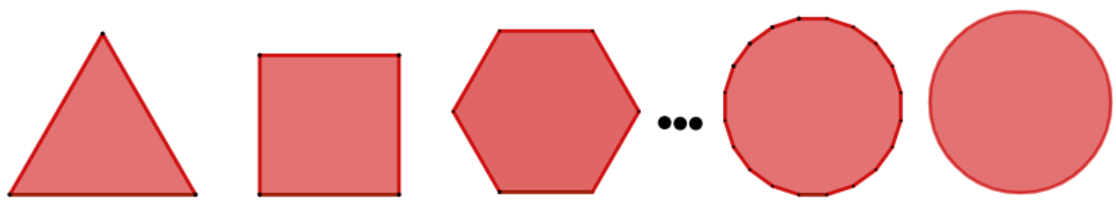
Figura 10
Polígonos regulares isoperimétricos



Nota. Adaptación de figura presentada en Fandiño y D'Amore (2009).

Teniendo en cuenta lo comentado hasta el momento, si se dejan los polígonos de lado y se habla de figuras geométricas en general, cuando se tiene figuras isoperimétricas la que mayor área tendrá será el círculo.

Figura 11
Figuras regulares isoperimétricas



Nota. Adaptación de figura presentada en Fandiño y D'Amore (2009).

Cada uno de los casos tomados nos permiten establecer tres relaciones entre el área y el perímetro de figuras planas los cuales son:

1. *A paridad de lados y de perímetro, el que tiene mayor área es el polígono regular*
2. *Entre varios polígonos isoperimétricos, el que tiene mayor área es el polígono que más lados tiene.*
3. *Entre todas las figuras isoperimétricas (figuras en general), el círculo es la figura que tiene mayor área.*

Durante este capítulo, se describieron algunos aspectos y sub-aspectos de relevancia para el diseño de tareas auténticas. De manera paralela, se exhiben los elementos iniciales necesarios para el trabajo con área y perímetro de figuras planas. Por esta razón, en este capítulo se definen los conceptos centrales de la investigación, y se clarifican cada uno de los términos utilizados para la misma.

Los elementos presentados permiten caracterizar y articular las características fundamentales para el diseño de tareas auténticas, que garanticen la simulación de un fenómeno o suceso que resulte ser real para los estudiantes. Entendiendo que cada uno de los aspectos y sub-aspectos proporcionan información relevante que hace que la situación descrita en la tarea resulte real.

Teniendo en cuenta la existencia de misconcepciones alrededor de las relaciones de estos conceptos matemáticos, se plantea la necesidad de conocer y articular los aspectos y sub-aspectos de la teoría de situaciones de tareas auténticas y las relaciones desde el campo científico de los conceptos de área y perímetro.

Teniendo en cuenta estos fundamentos teóricos y referenciales, se hace posible un estudio preliminar que permita conocer a la población de estudio (contexto, características, situaciones, hechos o acontecimientos de relevancia). Con esta toda esta información se garantizaría el diseño de tareas auténticas que aborden las relaciones entre los conceptos de área y perímetro, sin llegar a incurrir en la construcción de problemas pseudorealistas.

CAPÍTULO III

3. MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN

3.1 El paradigma de la investigación.

Para esta investigación se han tenido en cuenta distintos aportes científicos e investigativos relacionados al trabajo con tareas auténticas y su importancia dentro del proceso educativo, así como también los distintos elementos que rodean a los conceptos de área y perímetro de figuras planas y su relación desde el campo científico. Para este estudio es de vital importancia conocer y comprender los efectos de todos estos aportes condensados en una propuesta de aula, como lo es el diseño de tareas auténticas mediadas por un software.

En tal sentido, se busca establecer un paradigma que le permita al estudio comprender los datos que se obtengan de la implementación, así como conocer los instrumentos que resultarían relevantes para cumplir con el objetivo de la investigación. Entendiendo por paradigma a la forma en la que el investigador entiende y le da sentido a la realidad en el análisis, dándole claridad al conocimiento que se busca crear y al mundo el cual se intenta observar e interpretar (Escudero, 2015).

De manera más puntual, para este estudio se establece un paradigma interpretativo, el cual Pérez (1994) menciona que tiene dentro de sus características el comprender la realidad, considerando el conocimiento como no neutral y relativo a los sujetos de investigación, teniendo en cuenta la influencia de la cultura y la cotidianidad del fenómeno educativo, además, permite describir el hecho en el que se desarrolla el acontecimiento por medio de una recogida de datos sistemáticos.

3.2 Método

La presente investigación tiene como objetivo promover el aprendizaje de las relaciones existentes entre los conceptos de área y perímetro de figuras planas rectilíneas en estudiantes de secundaria de una comunidad poblana del CONAFE, por medio de tareas auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D. Por esta razón, esta investigación es de corte cualitativa, dado que permite el estudio a profundidad de los datos, contextualización del entorno o contexto de los datos y posibilita detalles y experiencias únicas (Hernández-Sampieri y Torres, 2018).

Teniendo en cuenta las características de esta investigación, se hace pertinente implementar un estudio de caso como método de investigación, puesto que "este tipo de investigaciones es apropiado en situaciones en las que se desea estudiar intensivamente características básicas, la situación actual, e interacciones con el medio de una o unas pocas unidades tales como individuos, grupos, instituciones o comunidades" (Tamayo, 2004, p. 51).

Por su lado, Morra y Friedlander (2001) definen el estudio de caso como un método de aprendizaje acerca de una situación compleja y mencionan que existen tres tipos o categorías principales de estudio de caso: *explicativos*, *descriptivos* y de *metodología combinada.* Teniendo en cuenta esto, se toma el estudio de caso descriptivo como método de investigación, pues este posibilita probar la veracidad o falsedad de la hipótesis de investigación, además permite conocer el contexto de la población de estudio y tener en cuenta sus características para el diseño de las tareas auténticas, dado que los términos utilizados en las tareas deben coincidir con los del contexto de los estudiantes.

3.2.1 Población de Estudio

La población de estudio se encuentra conformada por seis (6) estudiantes entre los 11 a los 14 años, pertenecientes al Consejo Nacional de Fomento Educativo (CONAFE) de la comunidad de Santa Cruz el Calvario en el municipio de Tzicatlacoyan del Estado de Puebla. El CONAFE es un organismo que tiene como objetivo prestar servicios de educación comunitaria con equidad educativa e inclusión social a menores de cero a tres años, niños, niñas y adolescentes.

La comunidad en la que se desarrolla la investigación cuenta con 98 habitantes, de los cuales 7 son bebes menores de 5 años, 18 son jóvenes entre 8 a 15 años, 58 adultos entre los 15 a 59 años y 15 de 60 años en adelante. Teniendo en cuenta las características de la población, permite entender que se cuenta con grupos pequeños de estudiantes, de los cuales se toman a los 6 estudiantes del primer año de secundaria como población de estudio.

La población de Santa Cruz el Calvario está ubicada en una zona rural, siendo la ganadería y el cultivo sus principales fuentes de ingreso. Los estudiantes en su mayor parte del tiempo libre apoyan a sus padres en sus labores ganaderas. Por tratarse de una zona rural, no se cuenta con una amplia cobertura de internet, donde se destaca que la única zona que cuenta con el servicio de internet en la comunidad es en uno de los salones de la Institución Educativa.

Los informantes no cuentan con dispositivos de cómputo en sus viviendas, solo tienen acceso a dos computadoras que se encuentran disponibles en la institución educativa, de las cuales han hecho uso en repetidas oportunidades, además la mitad de la población de estudio cuenta con dispositivos Smartphone.

Como es normal dentro de una sociedad, la comunidad del Calvario se encuentra en proceso de expansión, por tal razón, algunas viviendas están en fase de construcción y otras tienen únicamente los cimientos construidos. En la vivienda de algunos de los estudiantes se han realizado o se encuentra en proceso de remodelación y/o ampliación, y dicho trabajo es realizado por las mismas familias. Los estudiantes han manifestado haber ayudado en dichas construcciones, aspecto que resulta significativo para el diseño de las tareas auténticas, puesto que, en la simulación, el evento debe ser un fenómeno o acontecimiento que haya existido o pueda existir en la vida real, y la construcción o reconstrucción de una vivienda es un fenómeno real que se encuentra estrechamente vinculado con la realidad de la población de estudio.

Ahora bien, desde la parte educativa, la institución de la comunidad del Calvario funciona bajo el Modelo ABCD del CONAFE (2016), con el cual se busca promover el aprendizaje basado en la colaboración, el diálogo y la conformación de comunidades de aprendizaje (esta última está configurada por padres, niños, adolescentes y educadores).

De manera específica, ABCD del CONAFE presenta las Unidades de Aprendizaje Autónomo (UAA) como herramientas de apoyo para los procesos mentales de los estudiantes, favoreciéndoles en la resolución de problemas, el dialogo cara a cara y la producción de textos. Esto se debe a que las UAA contienen desafíos, que son enunciados con proposiciones a resolver. Estos enunciados están establecidos de manera de instrucción con una contextualización que permite intencionar el tema (CONAFE, 2019).

En la figura 12 se puede visualizar la estructura de la UAA y las etapas del ciclo de tutoría.

Figura 12
Esquema de etapas de tutoría CONAFE

Nota. Este esquema fue tomado de las Unidades de Aprendizaje Autónomo, Pensamiento Matemático (CONAFE, 2009, p. 8).

En la Unidad de aprendizaje autónomo de pensamiento matemático, se presentan los conceptos de área y perímetro en situaciones contextualizada donde se necesita del cálculo de estos.

3.2.2 Instrumentos de recolección de datos

El método de estudio de casos descriptivo permite la utilización de ciertos instrumentos de recolección de la información, los cuales posibilitan conocer y analizar los fenómenos que inciden en la conceptualización de las relaciones existentes entre los conceptos de área y perímetro cuando se implementan tareas auténticas. Entre los instrumentos de recolección de datos que se utilizaron están: el test y retest, producciones escritas, grabaciones de video, los diseños de los estudiantes en el recurso digital y la entrevista semiestructurada.

- El ***Test y Retest*** es un "método que consiste en aplicar la misma prueba dos veces al mismo grupo, después de que haya transcurrido un cierto intervalo de tiempo" (Fraenkel, Wallen y Hyun, 2012, p.155). Es decir, a la población de estudio se le aplica dos veces la misma prueba, la primera al inicio del estudio y la otra al final de este, dejando un intervalo de tiempo entre ambas, en este intervalo de tiempo se aplicarán las tres tareas auténticas. El test permitirá conocer los conocimientos previos de los estudiantes y el retest permitirá conocer si existieron cambios en sus conocimientos luego de la implementación de las tareas auténticas.
- Las ***producciones escritas*** se entienden como las respuestas que los estudiantes proporcionan con respecto a las consignas planteadas en las tres tareas auténticas diseñadas (*ver el apartado 3.4*). Estas tareas y consignas se le presentan a los estudiantes de forma digital y éstas cuentan con espacios para las producciones estudiantiles.
- Las ***grabaciones de video*** se realizan con el fin de conocer las interacciones de los estudiantes con el medio (software) e incluso las interacciones entre los mismos estudiantes y el investigador cuando buscan dar solución a cada una de las tres tareas auténticas. Las grabaciones de video capturan la pantalla del monitor, registrando todas las acciones y diseños creados por los estudiantes en el software Sweet Home 3D cuando se enfrentan a las tareas auténticas.
- Cuando los estudiantes den respuesta a las distintas tareas auténticas podrán guardar sus producciones o ***diseños realizados en el software Sweet Home 3D***, elemento que permitirá conocer y contextualizar la forma en la que piensa el estudiante.

- Con la ***entrevista semiestructurada*** se busca conocer toda la información que no se logra apreciar en la implementación de las tareas auténticas, además posibilita conocer sus creencias e ideas posteriores a la implementación de las tareas auténticas.

3.2.3 Momentos de la implementación

La investigación se llevó a cabo en seis momentos.

En el primer momento, se le dedica una sesión de dos horas en la aplicación del test a los seis informantes. El test consta de nueve preguntas abiertas, que fueron suministradas de manera física y recolectadas una vez finalizadas para su eventual análisis.

En el segundo momento, en una sesión de dos horas se le presentan a los estudiantes el software Sweet Home 3D, permitiéndoles interactuar con el medio y con las herramientas disponibles. Además, en este espacio se les clarifican las dudas que puedan surgir con respecto al uso de éste.

En el tercer momento, se le presentan a los estudiantes las tres tareas auténticas en cuatro sesiones de dos horas cada una.

a. En la primera y segunda sesión se le presentó a cada estudiante, en un archivo PDF, la tarea denominada ***La casa de Laura***. En el mismo archivo los estudiantes proporcionan sus respuestas a cada una de las cuatro consignas de la tarea.
b. En la tercera sesión se les presentó, en un archivo PDF, la tarea denominada ***La casa ideal***. Esta tarea cuenta con dos puntos, cada uno con dos consignas. Los estudiantes dan respuesta a cada consigna en el mismo archivo PDF.
c. En la cuarta sesión se le presentó a los estudiantes, en un archivo PDF, la tarea denominada ***Construyendo la nueva escuela***. Esta tarea consta de 5 consignas divididas en 3 partes, los estudiantes al igual que en las tareas anteriores, proporcionaron sus respuestas en el archivo PDF.

Todas las sesiones dedicadas a la implementación de las tareas fueron grabadas en video, donde se registraron las respuestas de los estudiantes y sus acciones cuando buscaban darle respuesta a las preguntas plasmadas en cada una de las tareas. Además, se tomaron como evidencia los diseños de los planos realizados por los estudiantes en el software Sweet Home 3D.

Luego de la implementación y recolección de datos de las tres tareas, en un cuarto momento, en una sesión de dos horas se le aplica nuevamente el test en forma de retest, este también es suministrado de forma física y retirado una vez los estudiantes lo han constatado en su totalidad. El retest fue presentado cuatro semanas después de la implementación del test.

En el quinto y último momento se realizó una entrevista semiestructurada a los seis estudiantes participantes en el estudio. La entrevista semiestructurada contó con seis preguntas, cinco relacionadas con la autenticidad de las tareas y la última asociada a las relaciones entre los conceptos de área y perímetro.

3.3 Test y Retest

Para la construcción del test se tuvieron en cuenta tres elementos fundamentales dentro de esta investigación en relación con los conceptos de área y perímetro: las concepciones erróneas que puedan presentar los estudiantes, las relaciones entre los conceptos área y perímetro desde el campo científico y la forma en la que la población de estudio trabaja con estos.

Para las concepciones erróneas que pueden presentar los estudiantes, de cualquier grado escolar, respecto a las relaciones existentes entre los conceptos de área y perímetro, se toma como base la investigación realizada por D´Amore y Fandiño (2007), la cual fue abordada en el primer capítulo de esta investigación. Para las relaciones de estos dos conceptos desde el campo científico, se toma la investigación de estos mismos autores del año 2009, donde abordan cada uno de los elementos que rodean la conceptualización del área y perímetro de figuras planas, el cual fue trabajado en el segundo capítulo del presente trabajo de tesis. Por último, para conocer la forma en la que la población de estudio trabaja con estos conceptos, se hace un proceso de exploración no riguroso para comprender sus costumbres y las formas en las que se expresan entre ellos, y por medio del diálogo conocer los aspectos relevantes para la construcción de preguntas acordes a su realidad.

Teniendo en cuenta las relaciones establecidas desde el campo científico, las posibles concepciones erróneas y las formas en las que los estudiantes expresan los conceptos de área y perímetro, se plantean nueve problemas, cada uno vinculado una pregunta. Los seis primeros problemas están asociados a las concepciones erróneas que pueden presentar los estudiantes y los tres últimos están asociados a las relaciones desde el campo científico. Todas las preguntas expresan el área como "el terreno disponible", y el perímetro como "el contorno del terreno", siendo estas las formas en las que se refieren los informantes a estos conceptos.

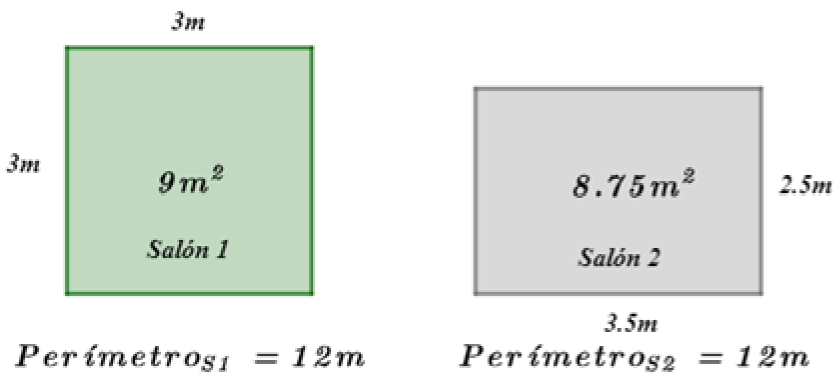
3.3.1 test de conocimientos

1. *Si la medida del contorno del salón 1 es igual a la medida del contorno del salón 2, entonces, ¿los dos salones tienen el mismo terreno?*

El propósito es identificar si los estudiantes tienen la siguiente concepción errónea: Dadas dos figuras planas isoperimétricas A y B, entonces, ellas son necesariamente equi-extensas.

Solución Experta 1 (SE1): La implicación es falsa, puesto que pueden existir salones con igual medida en su contorno (isoperimétricas) pero la medida de su terreno (área) ser diferentes. Por ejemplo, *Ver figura 12*.

Figura 13
Salones isoperímetros no equi-extensos

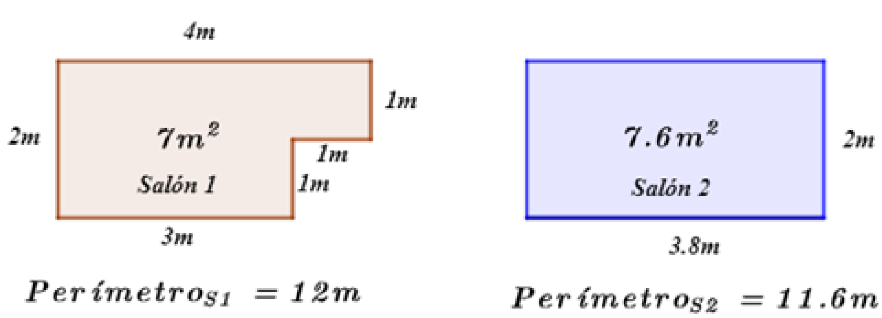


2. *Si la medida del contorno del salón 1 es más grande que la del salón 2, entonces, ¿el terreno disponible del salón 1 es mayor que el terreno disponible del salón 2?*

El propósito es identificar si los estudiantes tienen la siguiente concepción errónea: Dadas dos figuras planas A y B, donde A tiene mayor área disponible que B, entonces, necesariamente A tiene mayor perímetro que B.

Solución Experta 2 (SE2): La implicación es falsa, el terreno disponible del salón 1 puede ser igual o menor que el terreno disponible del salón 2, depende de la forma en la que estos sean construidos. Por ejemplo, *ver figura 13.*

Figura 14
Salones con diferente área y diferente perímetro



3. *Si la medida del contorno del salón 1 es menor que la medida del contorno del salón 2, entonces, ¿el salón 1 tiene menos terreno disponible que el salón 2?*

El propósito es identificar si los estudiantes tienen la siguiente concepción errónea: Dadas dos figuras planas A y B, donde A tiene menor perímetro que B, entonces, necesariamente A tiene menor área que B.

Solución Experta 3 (SE3): La implicación es falsa, el salón 1 puede tener más o igual terreno disponible que el salón 2, todo depende de la forma en la que se delimite el terreno de cada uno de ellos. Por ejemplo, si en la figura anterior (*ver figura 13*) se intercambia el término "salón 1" por "salón 2", se puede visualizar que la implicación es falsa.

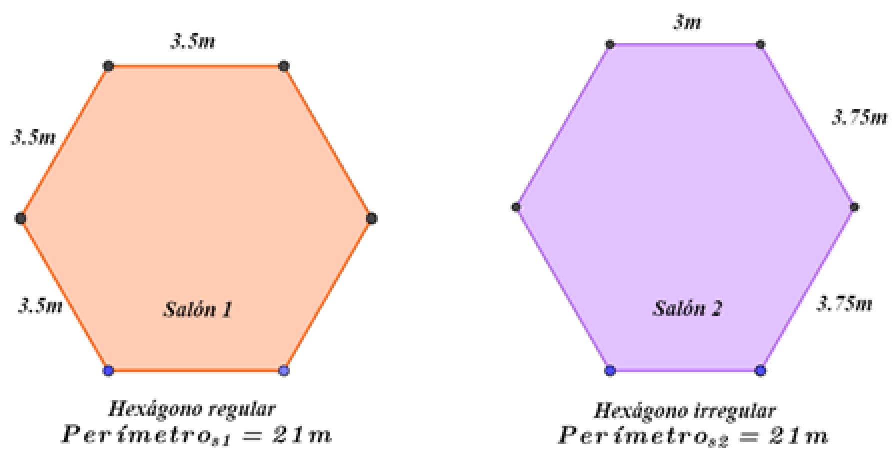
4. *Si el salón 1 tiene el mismo terreno disponible que el salón 2, entonces, ¿el salón 1 y 2 tienen la misma forma?*

El propósito es identificar si los estudiantes tienen la siguiente concepción errónea: Dadas dos figuras planas A y B, donde A y B son equi-extensas, entonces, necesariamente éstas deben tener la misma forma.

Solución Experta 4 (SE4)**:** La implicación es falsa, no necesariamente todas las figuras isoperimétricas tienen la misma forma, sin embargo, esta implicación es verdadera si al menos una de las figuras es irregular (*ver figura 14*)**.**

Figura 15

Salones en forma de hexágonos isoperimétricos



5. *Si el terreno disponible del salón 1 es menor que el terreno disponible del salón 2, entonces, ¿la medida del contorno del salón 1 es menor a la medida del contorno del salón 2?*

El propósito es identificar si los estudiantes tienen la siguiente concepción errónea: Dadas dos figuras planas A y B, donde A tiene mayor área que B, entonces, necesariamente A tiene menos perímetro que B.

Solución Experta 5 (SE5): La implicación es falsa, porque la medida del contorno del salón 1 puede ser igual o más grande que la medida del contorno del salón 2, todo depende de la forma en la que se delimite el terreno de cada uno de ellos. Por ejemplo, en la *figura 13* la medida del terreno disponible del salón 1 es menor a la medida del terreno del salón 2 y, aun así, el salón 1 tiene mayor medida en su contorno.

6. *Si el salón 1 tiene mayor terreno disponible que el salón 2, entonces, ¿la medida del contorno del salón 1 es mayor a la del salón 2?*

El propósito es identificar si los estudiantes tienen la siguiente concepción errónea: Dadas dos figuras planas A y B, donde A tiene mayor área que B, entonces, necesariamente A tiene mayor perímetro que B.

Solución Experta 6 (SE6)**:** La implicación en falsa, porque la medida del contorno del salón 1 puede ser igual o más pequeña que la medida del contorno del salón 2, todo depende de la forma en la que se delimite el terreno de cada uno de ellos. Por ejemplo, si intercambiamos en la *figura 13* el salón 1 por el salón 2, entonces el salón 1 tendría un área mayor a la del salón 2, pero su perímetro sería menor.

7. *Si se construyen tres salones, el primero de cuatro lados, el segundo de 5 lados y el tercero de 6 lados ¿cuál de los salones tendría mayor terreno disponible si todos tienen la misma medida de contorno?*

El propósito es identificar si el estudiante reconoce que, entre varios polígonos isoperimétricos, el que tiene mayor área es el polígono que tiene más lados.

Solución Experta 7 (SE7): El salón con 6 lados es el que tendría mayor terreno disponible. Puesto que, entre varios polígonos isoperimétricos, el que tiene mayor área es el polígono que más lados tiene (*ver el apartado 2.2.6*).

8. *Si se desea construir salones con forma de cuadriláteros y que todos tengan la misma medida en su contorno, entonces, ¿de qué forma se debe construir el salón para que tenga mayor terreno disponible?*

El propósito es identificar si el estudiante reconoce que a paridad de lados y de perímetro, el que tiene mayor área es el polígono regular. En esta consigna únicamente se abordan los polígonos de cuatro lados.

Solución Experta 8 (SE8): Para que el salón tenga mayor terreno disponible debe construirse de forma de un cuadrado. Puesto que, del conjunto de cuadriláteros isoperimétricos el cuadrado es el que tiene mayor área (*ver el apartado 2.2.6*).

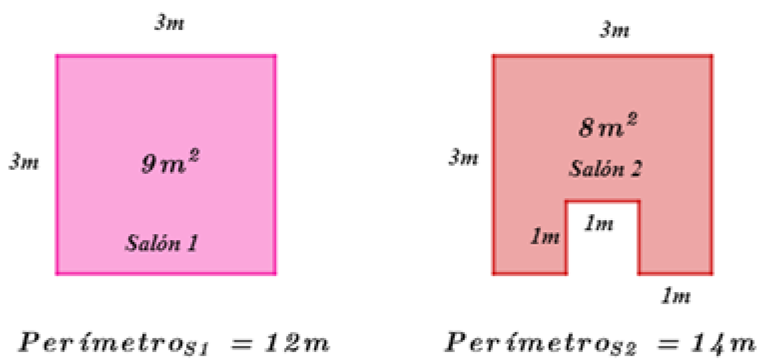
9. *¿Se puede construir un salón que tenga mayor terreno disponible que otro, pero con dimensiones menores?*

El propósito es identificar si el estudiante reconoce que se pueden construir polígonos tal que uno tenga más área que otro, pero con menos perímetro.

Solución Experta 9 (SE9): Sí, se pueden construir salones que tengan mayor terreno disponible que otros, teniendo en cuenta las dimensiones de cada uno de ellos. Por ejemplo, en la *figura 15* el diseño del salón 1 tiene mayor terreno disponibles (área) que el diseño del salón 2 y su perímetro es menor.

Figura 16

Diseño de salón con mayor área que otro, pero con menos perímetro



3.4 Diseño de situaciones de tareas auténticas

Para el diseño de cada una de estas tareas se tuvo en cuenta los referentes de orden teórico y matemático expuestos en el capítulo 2 y las características de la población de estudio.

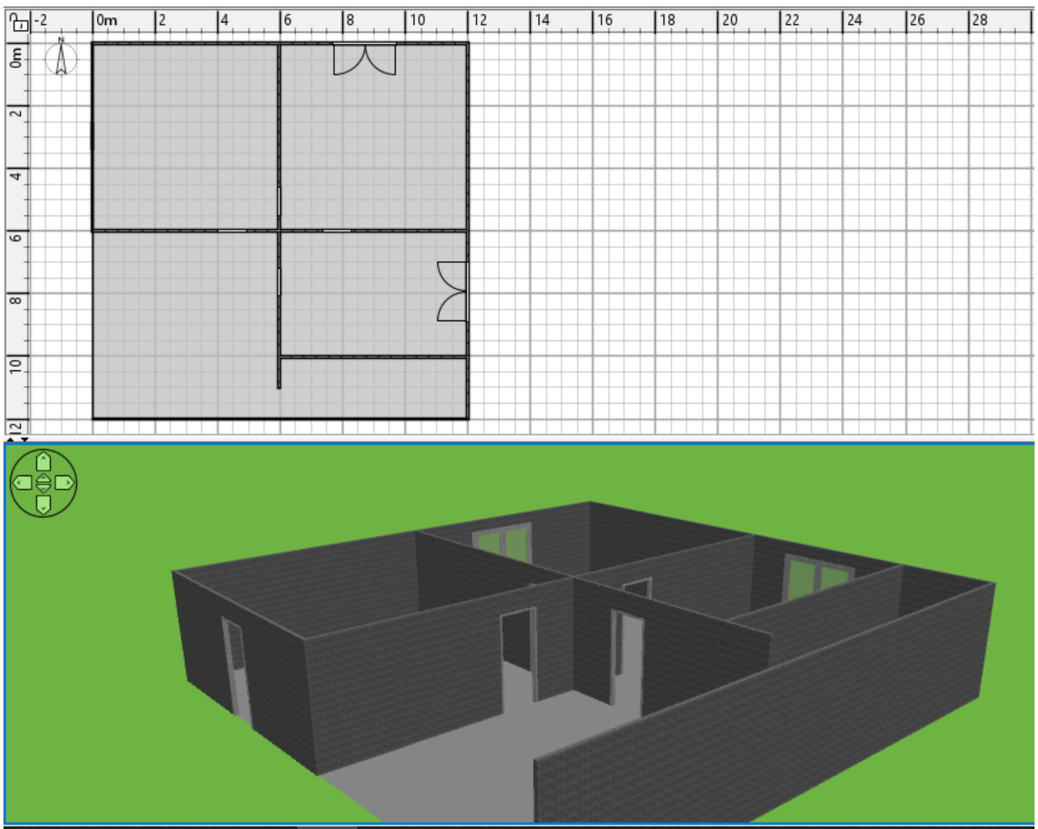
Se toma como referente teórico la teoría de situaciones de tareas auténticas en la versión de Palm y Nyström (2009). El concepto central de la teoría es la simulación y cada uno de los aspectos y sub- aspectos propuestos por estos autores les brinda autenticidad a las simulaciones plasmadas en forma de tareas. Las tareas diseñadas para este trabajo de tesis siguen los aspectos de autenticidad de esta teoría, buscando que los estudiantes puedan involucrarse de manera activa y logren explotar su creatividad en la búsqueda de soluciones.

3.4.1 Tarea 1 - La casa de Laura

La señora Laura está construyendo una casa en la comunidad del Calvario, sin embargo, ha dejado la obra sin terminar. Todas las personas que pasan por el lugar pueden ver la estructura que tiene la casa (ver figura 16).

Figura 17

Plano virtual de la "casa de la señora Laura" obtenida a partir de la construcción original



A la señora Laura (antes de terminar su casa) le gustaría hacer una modificación en el plano virtual

En la habitación principal quiere construir un baño que ocupe cuatro metros cuadrados, pero desea ver las dimensiones del diseño en el plano virtual.

a. ¿Existen distintas formas de diseñar el baño que quiere la señara Laura? ¿Por qué?

b. ¿Cuáles podrían ser esos diseños? – planéalos en el plano virtual.

c. *¿Existe alguna diferencia en los diseños en cuanto a sus dimensiones?*
d. *Si la señora Laura quisiera saber en cuál diseño gastaría más material, ¿qué le podrías decir?*

Para el diseño de esta tarea se buscó simular una situación cercana a los estudiantes, para potencializar las habilidades que han desarrollado en ambientes extraescolares, como es el caso de la construcción de viviendas. Esta tarea se puede considerar auténtica porque cumple con los siguientes aspectos y sub- aspectos:

Evento: Describe el deseo de una persona por realizar modificaciones al plano de una casa, antes de que se construya en su totalidad. La situación que se describe en esta tarea es común para los estudiantes objeto de estudio, puesto que, estos han sido participes en la construcción y/o modificación de sus propias viviendas. Además, en el evento se presenta el plano de una casa, que coincide con una vivienda que se encuentra en proceso de construcción dentro de la comunidad del Calvario y es conocida por todos los miembros de la comunidad, por ubicarse al frente de la institución educativa, siendo esa la vía principal de ingreso a la comunidad.

La tarea brinda información suficiente para proporcionar un contexto completo (descripción textual y gráfica). Para esto fue necesario contar con el permiso de los habitantes de la comunidad para tomar fotos de la vivienda (*ver figura 17*) y poder ser simulada en el software Sweet Home 3D *(ver figura 16*), esto con el fin de que los estudiantes puedan realizar modificaciones al plano de la vivienda haciendo uso de las herramientas disponibles en el software.

Figura 18

Casa de la señora Laura

Fuente: Fotos de vivienda en construcción en la comunidad del calvario.

Pregunta: Las cuatro preguntas planteadas en la tarea están en concordancia con el *Evento* presentado. Estas preguntas que podrían llegar a plantearse en dicha situación y no se les pide a los estudiantes pensar de forma diferente de como lo harían en la vida real. Ninguna de las preguntas fue construida con el fin que el estudiante aplicara un cálculo matemático específico, sino que se le permite utilizar los métodos y operaciones que sienta necesarios para poder llegar a la solución de cada uno de los interrogantes.

Información y datos: La tarea presenta de forma explícita la magnitud del baño que se sea construir, el cual sería de $4m^2$. Además, se presenta el plano de la casa de manera virtual (*ver figura 16*), este plano está construido a escala de la estructura de la vivienda real, conservando los mismos espacios y delimitaciones *(ver figura 17*). Esta información es suficiente para que los estudiantes puedan construir diseños de este en el software, a su vez, en una de las consignas se le pide que especifique con que medidas el baño gastaría menos materiales. En la información proporcionada en la tarea es suficiente para que los estudiantes puedan llegar a la solución de la tarea y no requiere de conocimientos alejados de su nivel educativo.

Especificidad de los datos: La tarea busca ser escueta con toda la información que se presenta en la misma, por tal razón, se nombra el lugar donde se encuentra ubicada la vivienda, se menciona a la propietaria de la vivienda y se expresa que es ella la interesada en realizarle modificaciones a la vivienda, de manera adicional, se describe de forma implícita el papel que desempeñara el estudiante dentro de la tarea.

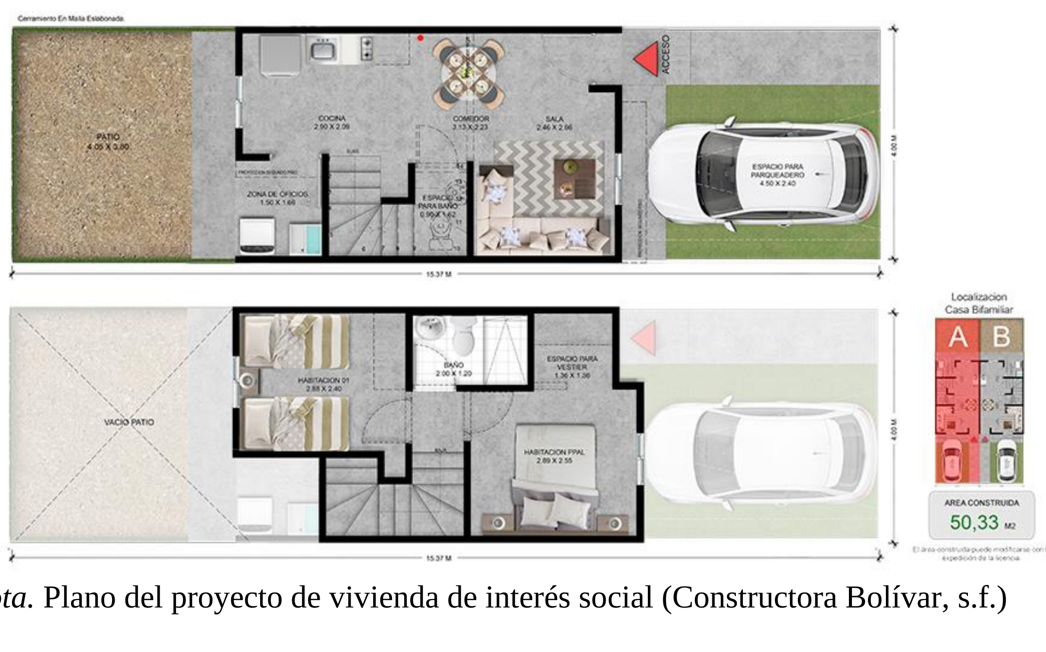
Propósito en el contexto figurativo: El propósito se presenta de manera clara, el cual es la construcción de una habitación con una magnitud de superficie en específico ($4m^2$). Además, se pide que se muestren los diseños considerados con dicho fin y especificar en cuál de ellos se requiere de menos materiales.

3.4.2 Tarea 2 - La casa ideal.

La señora Alejandra ha decidido comprar una vivienda (ver figura 18), pero necesita realizarle unas cuantas modificaciones al plano de la casa para que se adecue a las necesidades de su familia.

Figura 19

Plano de la vivienda nueva de la señora Alejandra



Nota. Plano del proyecto de vivienda de interés social (Constructora Bolívar, s.f.)

*Alejandra busca mejorar los espacios y poco a poco, poder plasmar las modificaciones del plano a la vivienda. Su hijo Simón de 14 años quiere ayudar en las modificaciones de la casa, puesto que en su clase de tecnología estuvo trabajando con Sweet Home 3D en el diseño de casas y cree que***,** *éste es útil para las modificaciones que desea hacer.*

1. ***Alejandra considera que es necesario un espacio en la parte posterior del primer piso de la casa para la construcción de una habitación, y ha pensado que esta debe tener 2 m de ancho y 3 m de largo. Pero Simón considera que puede realizar otros modelos que tenga la misma área y su diseño ser diferente.***

   a. *¿Es verdad la afirmación de Simón? ¿Por qué?*
   b. *Alejandra quiere ver los diseños y sus medidas específicas. ¿Cuáles serían estos?*

2. ***Alejandra quiere construir en el segundo piso, sobre el parqueadero, un balcón y una sala de estudio. A ella le interesa que las dimensiones del balcón sean más pequeñas que las dimensiones del estudio, porque quiere que el espacio disponible del estudio sea mayor que el del balcón.***

   Simón después de pensar le dice a su mamá que no importa que las dimensiones del balcón sean mayores a la de la sala de estudio y aun así la sala de estudio tendría más espacio disponible.

   a. *¿Es cierta la afirmación de Simón? ¿Por qué?*
   b. *Alejandra se encuentra incrédula y le pide que le muestre los diseños donde las dimensiones del balcón sean mayores y que aun así la sala tenga más espacio disponible. ¿Es posible?, sí es posible, entonces, ¿cuáles serían esos diseños?*

Esta tarea fue diseñada y planteada a un estudiante de un contexto totalmente distinto al de la población del presente estudio. Se construyó siguiendo los aspectos y sub- aspectos planteados en Palm y Nyström (2009) y se obtuvieron resultados positivos, llegando a ser reconocida como una situación de la vida real por parte del estudiante al cual fue aplicado. Esta tarea permitió el estudio a profundidad de cada una de las relaciones entre los conceptos de área y perímetro de figuras planas y se logró realizar su eventual publicación de resultados (Montaño-Ramos y Juárez-Ruiz, 2021).

Esta tarea fue adaptada para este estudio debido a que resalta una situación que actualmente se encuentra presente en algunas de las familias de la comunidad. Se logra identificar esta situación gracias a las visitas que se hacen permanente a las viviendas de los estudiantes. Cabe aclarar que en la comunidad se les brinda los alimentos a los docentes de la institución, y se les permite desplazarse hacia la casa de una de las madres de los estudiantes debido a que los docentes deben permanecer dentro de la comunidad para poder impartir sus clases.

A continuación, se describen los aspectos y sub- aspectos que cumple la tarea:

Evento: El evento que se describe es real, puesto que muchas de las familias han adquirido una vivienda nueva y muchas otras están en el proceso de compra o construcción. Dentro de la tarea se describe una situación que pasa dentro de la comunidad y es la necesidad de algunas mejoras para que su vivienda se adecue a las necesidades que se presentan dentro de la familia. Algunas de las viviendas de los estudiantes de la institución educativa están en proceso de expansión y/o adecuación, aspecto que se resalta dentro de la tarea. El plano presentado en esta tarea presenta características en común a la casa de uno de los estudiantes perteneciente a la población de estudio.

Pregunta: Las preguntas que se plantean en cada uno de los puntos de la tarea se encuentran en relación con la situación que se describe, además, estas preguntan están encaminadas a aclarar las dudas que puedan llegar a surgir en el momento del diseño de un plano para una vivienda, destacando que cada una de ellas permanece anclado a la realidad y no propicia un espacio para que el estudiante piense de forma diferente a como lo haría en dicho contexto.

Información y datos: En la tarea se describe de manera explícita el propósito de la tarea, y se brindan las características y elementos suficientes para que el estudiante pueda darle solución a la misma. En esta tarea se le presenta la necesidad de algunas modificaciones a la casa y se especifica dónde y cómo se pretenden realizar las modificaciones, incluso se presentan a modo de sugerencias algunas posibles soluciones, sin embargo, se le permite que el estudiante pueda plantear algunas otras soluciones que se ajusten a las indicaciones establecidas previamente.

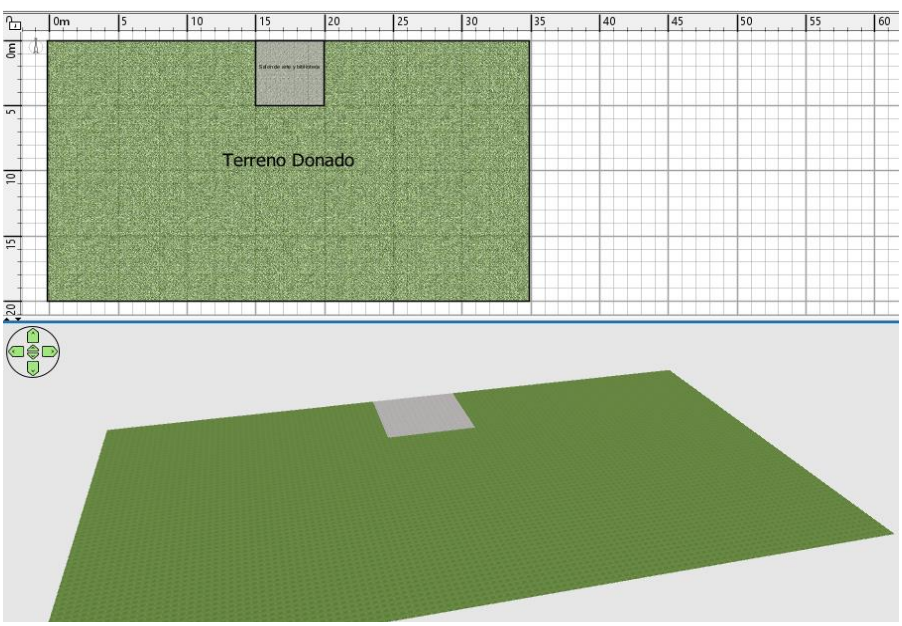
Especificidad de los datos: Para esta tarea se tuvo en cuenta cada uno de los elementos necesarios para que el estudiante identificara como real la situación simulada. Se habla con nombres propios y se especifica que función cumple cada uno de los elementos y o personas descritas, además, se presenta un plano de la vivienda adquirida por la madre, lo cual le permitirá al estudiante identificar fácilmente el lugar donde se pretender realizar las modificaciones y este puede interactuar con el mismo de manera rápida.

Propósito en el contexto figurativo: Las condiciones que plantea la tarea permite que el estudiante se ubique mentalmente en la situación y haga parte de esta, además, con el enunciado del evento y la especificidad de los datos le permite evidenciar el propósito de la tarea y le posibilita poder plantear posibles soluciones a los interrogantes que se formulan en la misma.

3.4.3 Tarea 3 - Construyendo la nueva escuela

El señor Leónides ha decidido donar un terreno (ver figura 19) para la construcción de una escuela en la comunidad del Calvario.

Figura 20
Plano virtual del terreno de escuela de la Comunidad del Calvario



1. *Si se le diera la oportunidad de aportar ideas para la construcción de la escuela*

a. *¿Qué te gustaría que la escuela tuviera?*

2. *Leónides piensa que todos los niños son diferentes, pero que todos tienen los mismos derechos. Por eso, le gustaría que todos los salones de clases fueran distintos pero que las medidas de su contorno sean iguales.*

b. *¿Puedes plantear una propuesta de diseño de la escuela? ¿Por qué?*

c. *¿Cuál sería tu diseño?*

3. *Si las maestras de la escuela delimitan un terreno para la construcción de un salón de arte y una biblioteca, donde la biblioteca cuente con un espacio para un baño. Sin embargo, ellas quieren que el terreno de la biblioteca debe sea igual al terreno del salón de arte.*

d. *Si al momento de realizar tu diseño, se acerca uno de los compañeros y te dice que no es posible construir el salón de arte y la biblioteca con el mismo terreno, porque en la biblioteca debe haber un baño el cual le quita espacio ¿Qué le respondería a tu compañero?*

e. *Construye tu diseño.*

Una vez se logró conocer la realidad, las costumbres y los sucesos ocurridos en la comunidad donde se desenvuelven los estudiantes se pudo identificar la situación que se describe en la tarea para poder proponerla como tarea auténtica, llevando a cumplir los aspectos y sub-aspectos de la teoría de situaciones de tareas auténticas.

Evento: El evento que se describe de forma breve dentro de la tarea ya ocurrió dentro de la comunidad, puesto que el terreno donde hoy funciona la institución educativa fue un terreno donado por el abuelo de uno de los estudiantes, y los ellos son conscientes del hecho porque ese suceso no paso hace muchos años.

Pregunta: Las preguntas planteadas en esta tarea se encuentran estrechamente vinculadas al evento descrito, y conllevan a que los estudiantes identifiquen los posibles proyectos que se puedan implementar dentro de la institución educativa y ellos sean participes en la evaluación de ésta. En las preguntas se busca incluir a los estudiantes debido a que las decisiones que afectan a la comunidad se toman entre todos sus habitantes, y se busca llevar a los estudiantes hacia esa inclusión y más si están desarrollando competencia en el manejo de softwares para el diseño de planos.

Información y datos: A pesar de plantear un enunciado muy corto en esta tarea, se logra brindar la información suficiente para que los estudiantes puedan darles solución a los interrogantes que en ella se plantean, porque ellos deben utilizar su imaginación y creatividad para cumplir las especificaciones que en ella se plantean.

Especificidad de los datos: El evento que se describe en la tarea es especifico, se brinda las características e información suficientes para que los estudiantes puedan identificar la situación como real. En este caso se nombra a la persona quien realizó la donación del terreno puesto, el cual es un suceso verdadero y conocido por los estudiantes, buscando así que la tarea tenga mucho más realismo.

Propósito en el contexto figurativo: El propósito de la tarea y el papel que desempeña el estudiante en la misma esta expresado de forma explícita. Se le plantean algunas consideraciones que debe tener en cuenta al momento de pensar en las posibles soluciones de la tarea, sin embargo, estas están sujetas a consideraciones a tener en la vida real.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS Y CONCLUSIONES

En el presente capítulo se exhibe el análisis de los resultados obtenidos durante la implementación del test y retest, las tareas auténticas diseñadas y la entrevista semiestructurada. Para este análisis, se tuvo en cuenta los aspectos y sub- aspectos propuestos en la teoría de situaciones de tareas auténticas y a su vez, las relaciones desde el campo científico entre los conceptos de área y perímetro planteados en Fandiño y D'Amore (2009).

Este análisis se divide en cuatro momentos. En el primero se realiza el análisis de los resultados obtenidos en la aplicación del Test, buscando identificar y reconocer los conocimientos previos de los estudiantes con respecto a las relaciones entre los conceptos de área y perímetro de figuras planas. Para este caso se tendrá en cuenta las relaciones creadas por las concepciones erróneas de los estudiantes y las establecidas desde el campo científico.

Posteriormente, en el segundo momento se analizan los resultados obtenidos en el retest. Se realiza un contraste entre los resultados del test y el retest, con el objetivo de identificar posibles cambios en las respuestas de los estudiantes. A su vez, determinar si dichos cambios se encuentran vinculados a la resolución de las tres tareas auténticas.

En un tercer momento se analizan las tres tareas auténticas diseñadas, focalizando el análisis en sus producciones escritas y digitales obtenidas durante su implementación. En este caso, se visualizarán las estrategias empleadas por los estudiantes y el uso de los conocimientos extraescolares.

En el cuarto y último momento, se analizan las respuestas que los estudiantes proporcionaron durante la entrevista semiestructurada. Las cuales permitirán conocer a detalle sus soluciones y concepciones con respeto a los conceptos de área y perímetro. A su vez se identificará que tan auténticas fueron las tres tareas para los estudiantes.

Para la protección de la identidad de cada uno de los informantes en este estudio, se utilizará la siguiente nomenclatura para identificarlos: Estudiante 1 (E1), Estudiante 2 (E2), y así sucesivamente hasta el Estudiante 6 (E6). Para referirnos a los momentos donde interviene el investigador se utilizará la nomenclatura (I).

4.1 Categorías de análisis

Con el fin de estructurar el análisis del test y retest, es pertinente englobar las posibles respuestas de los estudiantes en categorías, asignándole un valor a cada una de ellas, lo cual posibilita el análisis por estudiante, por Ítem y de manera general.

Tipos de repuestas	**Puntuación**
Correcta con argumento correcto	1.0
Correcta con argumento incorrecto o sin argumento	0.5
Incorrecta o No se entiende	0

4.2 Análisis de los resultados de los informantes en el test

Tabla 2
Resultados del Test

Estudiante	***Ítem 1***	***Ítem 2***	***Ítem 3***	***Ítem 4***	***Ítem 5***	***Ítem 6***	***Ítem 7***	***Ítem 8***	***Ítem 9***	***Total***
E1	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0.5*	***1.5***
E2	*0*	*0*	*0*	*0*	*0.5*	*0.5*	*0.5*	*1*	*0.5*	***3***
E3	*0.5*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*	*1*	*0*	*0.5*	***2***
E4	*0*	*0*	*0*	*0.5*	*0*	*0*	*0.5*	*0*	*0.5*	***1.5***
E5	*0.5*	*0.5*	*0*	*0.5*	*0*	*0.5*	*0*	*0*	*0*	***2***
E6	*0.5*	*0.5*	*0*	*0.5*	*0*	*0*	*0*	*0*	*0.5*	***2***
Total	***1.5***	***1***	***0***	***1.5***	***0.5***	***1***	***3***	***1***	***2.5***	***12***

En la Tabla 2 se presenta de manera trasversal los resultados de los informantes, donde se muestran las puntuaciones obtenidas en los diferentes ítems y una puntuación global para cada caso. Los resultados exhiben que el grupo de informantes es homogéneo, donde la puntuación más alta es de 3 y la mínima es de 1.5.

Los resultados del test muestran que los estudiantes presentan una concepción errónea con respecto a las relaciones entre los conceptos de área y perímetro. En el caso de E2 quien obtuvo la puntuación más alta, con 3 puntos de 9 posibles, solo logro argumentar de manera correcta el ítem 8. De manera puntual, el grupo mantiene una homogeneidad en cuanto a sus resultados. Sin embargo, existen grandes diferencias en los resultados por ítem, mostrando que los estudiantes tienen diferentes concepciones.

Ahora bien, con respecto a los resultados por ítem, se puede apreciar que solo tres de los estudiantes pudieron argumentar uno de los nueve ítems. De manera general, de las 54 respuestas obtenidas, 21 de ellas fueron correctas y solo 3 de estas están argumentadas. Da Ponte et al. (2007) mencionan que se suele dejar de lado la argumentación cuando en la clase de matemática solo se limita a que los estudiantes aprendan y repitan los conceptos y algoritmos presentados en el aula.

Estos resultados dejan en evidencia el desconocimiento de las relaciones de los conceptos de área y perímetro desde el campo científico por parte de los estudiantes. Se puede establecer esto, debido a que en los ítems de busca reconocer si los estudiantes dan como verdaderas implicaciones que desde el sentido común pudieran tomarse de esa forma, pero desde el campo científico de las matemáticas no son necesariamente correctas. Por ejemplo, en el ítem 3 en el cual no se obtuvo ninguna respuesta correcta, se establece la falsa implicación directa donde a menor perímetro hay menor área. Los estudiantes por medio del sentido común no fundamentado desde el campo científico dieron como afirmativa dicha implicación.

En este sentido, los resultados muestran que los estudiantes asumen como verdadera todas las implicaciones directas planteadas en los ítems, puesto que estas tienen algún sentido para ellos. Esto se fundamenta teniendo en cuenta el resultado positivo del ítem 7, puesto que en los ítems del 1 al 8 se proponen implicaciones directas, donde la única implicación correcta es la presentada en el ítem 7.

Estos casos donde los estudiantes asumen como verdaderas todas las implicaciones directas son abordadas por Azhari (1998). Esta autora explica que los estudiantes establecen que, si una cosa crece, entonces otra cosa que se encuentre relacionada con ella también lo hará, estableciendo una ley de conservación de proporcionalidad (Como se cita en D'Amore y Fandiño, 2007). De manera paralela, estos casos también son conocidos como reglas intuitivas (Stavy & Tirosh, 1996; Stavy et al., 1998), donde los estudiantes suelen tener concepciones que no se encuentran en línea con las nociones científicas aceptadas, por ejemplo, “Cuanto más A, más B”.

Ahora bien, estos resultados muestran que el grupo de informantes no reconoce las relaciones desde el campo científico entre los conceptos de área y perímetro, dejando en evidencia que ellos buscan establecer relaciones de conservación cuando se comparan y/o relacionan dichos conceptos. Todo esto debido a que los estudiantes pueden llegar a conceptualizar los objetos matemáticas basados en sus propias convicciones de las matemáticas (Shoenfeld, 2016).

4.3 Análisis de los resultados de los informantes en el Retest

Posterior a la implementación del test y las tres tareas auténticas, la cual duro alrededor de un mes en su implementación, se les presenta finalmente al grupo de informantes el retest. En este los estudiantes contestaron las nueve preguntas en el mismo orden en que se les presentó en el test, esto con el fin de contrastar los resultados obtenidos al inicio y al final de la investigación. Los resultados del retest se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 3
Resultados del Retest

Estudiante	***Ítem 1***	***Ítem 2***	***Ítem 3***	***Ítem 4***	***Ítem 5***	***Ítem 6***	***Ítem 7***	***Ítem 8***	***Ítem 9***	***Total***
E1	*0.5*	*0.5*	*1*	*1*	*1*	*1*	*0.5*	*1*	*1*	***7.5***
E2	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*0.5*	*1*	*1*	*1*	***8.5***
E3	*1*	*1*	*0.5*	*0.5*	*1*	*0.5*	*1*	*1*	*1*	***7.5***
E4	*1*	*0.5*	*1*	*1*	*0.5*	*1*	*1*	*1*	*0.5*	***7.5***
E5	*0.5*	*0.5*	*0.5*	*0.5*	*0*	*0*	*1*	*1*	*1*	***5***
E6	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*1*	*0*	*1*	***8***
Total	***5***	***4.5***	***5***	***5***	***4.5***	***4***	***5.5***	***5***	***5.5***	***44***

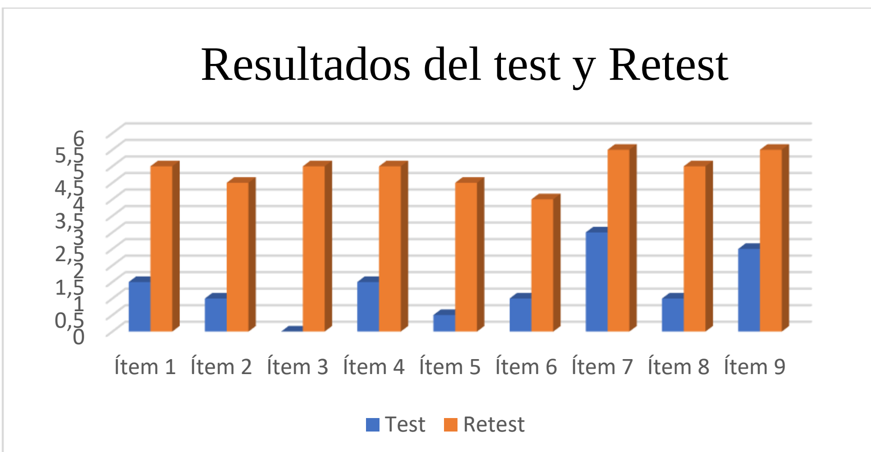
En la *tabla 3* se muestran resultados positivos, donde 7.5 es la puntuación más baja obtenida por los informantes, y 8.5 la puntuación más alta de un total de nueve puntos. Esto quiere decir que un 94% los estudiantes pudieron establecer de manera correcta las relaciones entre los conceptos de área y perímetro, reconociendo las falsas relaciones establecidas desde sus concepciones, así como también las establecidas desde el campo científico.

Al analizar los resultados por cada uno de los ítems, se puede visualizar que los ítems con mayor puntuación son los ítems 7 y 9, manteniendo su resultado positivo con respecto a los resultados presentados en el test. Un aspecto que resulta interesante es ver como el ítem 3 obtuvo una puntuación de 5 en el retes, cuando inicialmente fue el ítem que represento más dificultad para los estudiantes, y de forma paralela, el ítem 1 obtuvo la misma puntuación.

Para visualizar estos resultados de manera general, en la *figura 20* se presenta los resultados por ítem del test y retest.

Figura 21

Gráfico de barras de los resultados del test y retest



En este gráfico de barras se puede apreciar que todos los ítems tuvieron un crecimiento significativo en el retest en comparación a los resultados obtenidos inicialmente en el test, siendo los ítems 3 y 5 los más notables.

Estos resultados exhiben la existencia de un factor que permeo el grupo de informantes de manera positiva, pudiendo establecer como factor principal el trabajo con las tres tareas auténticas. Sin embargo, a raíz de los resultados se podría pensar que las tareas auténticas fueron diseñadas para trabajar estas dificultades puntualmente, reconociendo que esta problemática ya se encontraba presente en el grupo de informantes mucho antes de la implementación del test.

Es de aclarar que, estas dificultades para establecer las relaciones entre los conceptos de área y perímetro fueron expuestas por D'Amore y Fandiño (2007), donde mencionan que dichas dificultades están presentes en estudiantes de todos los niveles educativos. Bajo esta premisa y los casos expuestos por estos autores se diseñaron una parte del test y retest, así como también el diseño de cada una de las tres tareas auténticas, es decir, que las tareas auténticas fueron diseñadas para trabajar en dichas dificultades de manera puntual.

Muestra de esto se puede apreciar en la respuesta de los estudiantes, por ejemplo, en el ítem 3. El estudiante E2 inicialmente en el test menciona que la implicación de "a menor perímetro menor área" es correcta, pero en el retest este estudiante menciona que dicha implicación es falsa y argumenta su respuesta con un ejemplo (*ver figura 21).*

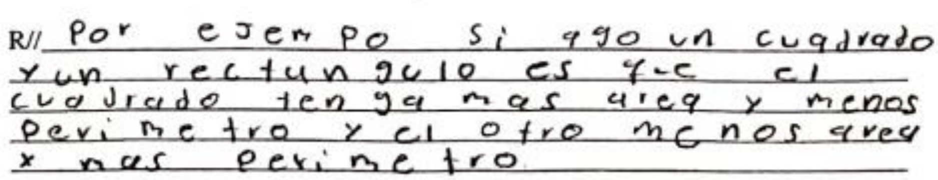
Figura 22

Respuestas de E2 al ítem 3 en el test y retest

test


R// Si. Por qve es nas pequeño qve la del salón 2

Retest


R// Por ejenpo si ago un cuadrado y un rectungulo es que el cuadrado tenga mas area y menos perimetro y el otro menos area y mas perimetro

En la respuesta del retest el estudiante recurre a un ejemplo puntual, donde el área de un cuadrado es mayor al área de un rectángulo, y a su vez, el perímetro del cuadro sea menor al perímetro del rectángulo. Un caso similar se expone en la *SE1*, donde los dos salones tienen igualdad de perímetro, pero diferencia en su área, siendo el cuadrado la figura con mayor área.

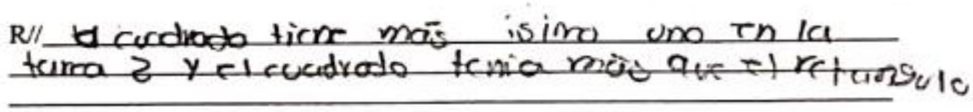
El caso particular del cuadrado y el rectángulo fue considerado por los estudiantes para argumentar algunas de sus respuestas en distintos ítems, por ejemplo, E1 proporciona una respuesta paralela a la que plantea E2 para el mismo ítem, en la cual destaca la importancia de la forma de la figura que se desea construir y puntualiza que “sí el salón 1 es un cuadrado, podría tener más área sí el salón 2 es un rectángulo”.

Se identifica una tendencia en las respuestas de los estudiantes en el retest, donde buscan argumentarlas con estos tipos de casos, pero al analizar sus respuestas se puede identificar que los estudiantes recurrieron a sus experiencias desarrolladas durante la realización de las tres tareas auténticas. De manera puntual, en la *figura 22* se muestran las respuestas de E4 y E5, donde los estudiantes recurren a justificar su respuesta haciendo alusión a una tarea en específico.

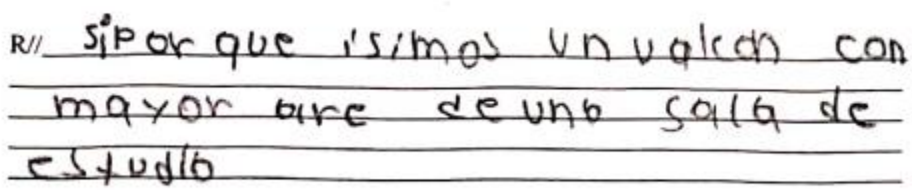
Figura 23

Respuestas de estudiantes justificadas con puntos de las tareas

Respuesta de E4 al ítem 8


R// el cuadrado tiene más isimo uno en la tarea 2 y el cuadrado tenia más que el retangulo

Respuesta de E5 al ítem 9


R// si porque isimos un valcon con mayor are de uno sala de estudio

E4 menciona en su respuesta que ya realizó un caso en la segunda tarea donde identifico que, entre cuadriláteros isoperímetros, el cuadrado es el que tiene mayor área. En el caso de E5, responde de manera afirmativa al interrogante del ítem 9, que plantea la posibilidad de construir un salón que tenga menor perímetro, pero mayor área que otro, en su respuesta, el estudiante busca argumentarla con un caso puntual que previamente realizó la segunda tarea auténtica, donde el estudiante debía construir un balcón y una sala de estudio con las características planteadas en la consigna del ítem 9.

Ahora bien, los resultados que se exhiben dentro de este análisis permiten establecer una relación entre las tareas auténticas y los cambios significativos entre el test y el retest, mostrando que las tres tareas auténticas jugaron un papel fundamental para que los estudiantes pudieran reconocer las falsas relaciones entre los conceptos de área y perímetro, y a su vez, identificarán como verdaderas las relaciones establecidas desde el campo científico.

Como se puede apreciar en la *figura 20***,** los resultados fueron verdaderamente favorables para este grupo de informantes. Cada uno de los ítems logro tener un crecimiento significativo en el retest con respecto al obtenido en el test, logrando identificar como causa principal el trabajo con las tres tareas auténticas. Ahora bien, se hace necesario analizar de manera de tallada el trabajo de cada uno de los estudiantes en las diferentes tareas. Buscando identificar los momentos en los que los estudiantes pudieron reconocer sus falsas concepciones, y aún más importante, los momentos en los que los estudiantes pudieron establecer verdaderas relaciones entre los conceptos de área y perímetro fundamentadas desde el campo científico.

Ahora bien, se hace necesario destacar que durante el análisis de los resultados se tuvo en cuenta las diferencias de edades de los estudiantes, por la posible influencia de esta en la forma de argumentar. Sin embargo, según los resultados obtenidos, no se puede establecer relación directa entre estos y la edad. Esto se debe a que E1, E3 y E4 tienen igual puntuación en el retest, con la misma cantidad de preguntas sin argumento o argumento incorrecto, pero con edades diferentes. De manera paralela, se descarta este hecho, debido a que E2 alcanzo mejores resultados que sus compañeros que lo exceden en edad (*ver tabla 4*).

Tabla 4
La no relación entre la edad y las respuestas argumentadas

Estudiante	**Edad**	**Puntuación en el retest**	**Preguntas sin argumento o argumento incorrecto**
E1	11 años	7.5	3
E2	12 años	8.5	1
E3	14 años	7.5	3
E4	12 años	7.5	3
E5	13 años	5	6
E6	13 años	8	1

4.4 Análisis de las tareas y las entrevistas semiestructuradas

En el presente apartado se abordarán los resultados obtenidos en la implementación de las tres tareas auténticas y se establece un paralelismo con las respuestas de los estudiantes en las entrevistas semiestructuradas. El análisis gira en torno a comprender el trabajo de los estudiantes en la identificación de las relaciones entre los conceptos de área y perímetro, y establecer si las tareas fueron concebidas como auténticas por ellos.

4.4.1 Análisis de la tarea 1. La casa de Laura

Para el desarrollo de esta tarea, se conformaron dos grupos de informantes con tres miembros respectivamente, donde cada grupo contó con dos secciones de dos horas para realización de la tarea. Estos grupos son considerados por la cantidad de dispositivos de cómputo con los que se contaba en la institución educativa, de tal manera que cada estudiante pudiera tener las herramientas necesarias para el trabajo individual. Para que esto fuera posible, fue necesario contar con el dispositivo de cómputo del investigador.

Ahora bien, la tarea moviliza de manera implícita la construcción de figuras equi-extensas, las cual está asociada al ítem 4 del test. Los estudiantes respondieron cuatro literales (a, b, c y d) durante el desarrollo de la tarea, los cuales están encaminados a la construcción y comparación de figuras equi-extensas.

Al inicio de la tarea, todos los estudiantes sintieron una sensación de intranquilidad. esto debido a su poca interacción de manera individual con los dispositivos de cómputo, así como su poca habitualidad al teclado y la ubicación de cada una de las teclas. Sin embargo, los estudiantes pudieron superar sus falencias en el uso de herramientas de cómputo y lograron desarrollar la tarea con normalidad.

Ahora bien, en el literal "a" se buscaba poner en evidencia las concepciones de los estudiantes con respecto a las figuras equi-extensas, en relación con su forma. En este literal se les interroga a los estudiantes sobre la posible existencia de distintas formas de diseñar un baño de $4m^2$. Solo los estudiantes E4 y E5 responde de forma afirmativa a la existencia de dicha posibilidad, donde el resto de los estudiantes afirmaban que no era posible, incluso, algunos asegurando que solo era posible construirlo en forma de cuadrado.

En la *figura 23* se puede apreciar las respuestas de los estudiantes E4 y E5. El estudiante E4 menciona que esto es posible puesto que “hay baños chicos y grandes”, haciendo alusión que se podrían construir baños con diferentes medidas en su contorno conservando su área, pero, el estudiante agrega en su respuesta que se “pude agregar más cuadros” y posterior mente menciona que “no lo puedo hacer de otra forma, solo cuadrados”. Esto último que menciona deja en evidencia que el estudiante concibe como única respuesta un cuadrado, destacando que se podrían construir cuadrados grandes y pequeños con la misma magnitud de superficie en metros cuadrados. Sin embargo, la respuesta del estudiante es errónea, puesto que no se pueden construir dos cuadrados con diferente perímetro que tenga la misma área, esto teniendo en cuenta la definición de cuadrado expuesta en el apartado 2.2.3.

Figura 24

Respuestas de E4 y E5 al literal “a” de la tarea 1

E4

si por que hay baños mas chicos y grandes
pudes agergar mas cuadros

no lo puedo aser de otra forma solo cudrados

E5

si porque tiene que tener un baño la casa
y la casasubaño puede ser triangulo o
cuadrado

Por otro lado, E5 menciona que si es posible construir baños equi-extensos y los limita a solo dos posibles diseños, uno en forma de cuadrado y otro en forma de triángulo.

Al comparar las respuestas de E4 y E5 con las presentadas en el ítem 4 del test, se pueden visualizar similitudes en sus respuestas. Por ejemplo, E4 en el test menciona que si se pueden construir figuras equi-extensas con diferente forma, puntualizando su diferencia en el ancho. Esta repuesta está en concordancia con la respuesta dada por el estudiante en el literal “a”. Por otro lado, la respuesta de E5 en el test también se ajusta a la presentada en este literal. El estudiante en el test menciona que, sí es posible, pero “a lo mejor como cuadrado”, reiterando su respuesta en el literal “a”.

Las respuestas de los informantes a este literal están en concordancia a las presentadas en el test. Esto deja en evidencia la falsa concepción de los estudiantes al asumir que figuras equi-extensas tienen necesariamente la misma forma.

A diferencia del literal “a”, en el literal “b” se busca que los estudiantes pongan a prueba sus concepciones con respecto a las figuras equi- extensas. En este literal los estudiantes hacen uso de sus conocimientos formales e informales en el diseño de modelos de baños que cumplan con la condición de tener $4m^2$. Para este diseño, los estudiantes hacen uso del Software Sweet Home 3D.

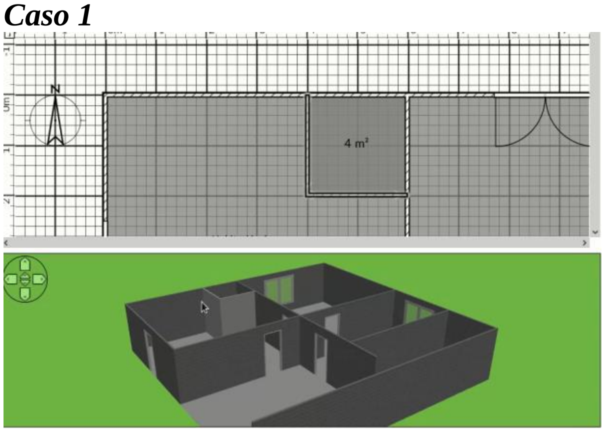
Los estudiantes en este punto tuvieron diferentes complicaciones por la poca interacción con las herramientas del software. Una vez los estudiantes lograron adaptarse a las opciones y herramientas del software, estos plantearon e implementaron diversas estrategias para la construcción de diseños de baños equi- extensos.

Los estudiantes inicialmente construyeron diseños de baños con forma cuadrada (*ver caso 1 de la figura 24)* y mencionaban que no era posible construirlo de otra forma. Luego de interactuar con el medio por un tiempo prolongado, se percataron que existían figuras con un área cercana a los $4m^2$ (*ver caso 2 de la figura 24*). Es decir, los estudiantes se dieron cuenta que podrían construir otros modelos diferentes al cuadrado que tuvieran la misma área, sin embargo, no fue una tarea sencilla llevarla a cabo.

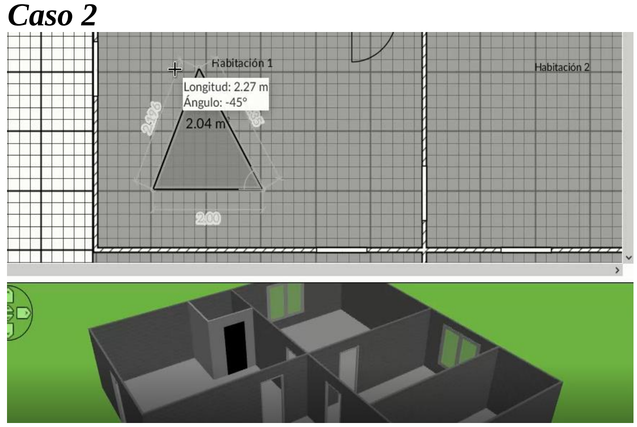
Figura 25

Diseños con un área de 4m2 concebidos por los estudiantes

Caso 1



Caso 2

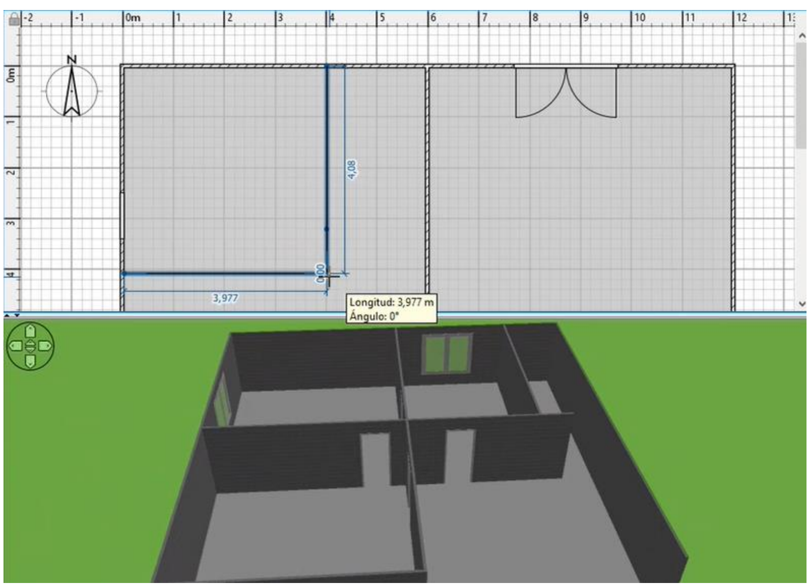


Estos diseños fueron considerados por los estudiantes gracias a que el software permite visualizar de manera inmediata el área del terreno que está en proceso de construcción. Mientras los estudiantes interactúan con el medio, pueden visualizar los efectos que tienen sus decisiones de forma inmediata, permitiéndoles cambiar de plan de acción cuando este no se ajusta a sus objetivos.

Durante el desarrollo de este literal, se evidenció que algunos de los estudiantes tenían una confusión entre los conceptos de área y perímetro. Esto se hizo visible cuando algunos estudiantes inicialmente buscaban construir una figura con $4m^2$, interpretando este como el contorno de la figura (*ver figura 25*). Sin embargo, en la interacción con el software se percataron que esto no era correcto. Esto hizo que los estudiantes cambiaran su plan de diseño, entendiendo que el contorno de la figura no se mede en metros cuadrados.

Figura 26

Diseño confuso entre área y perímetro



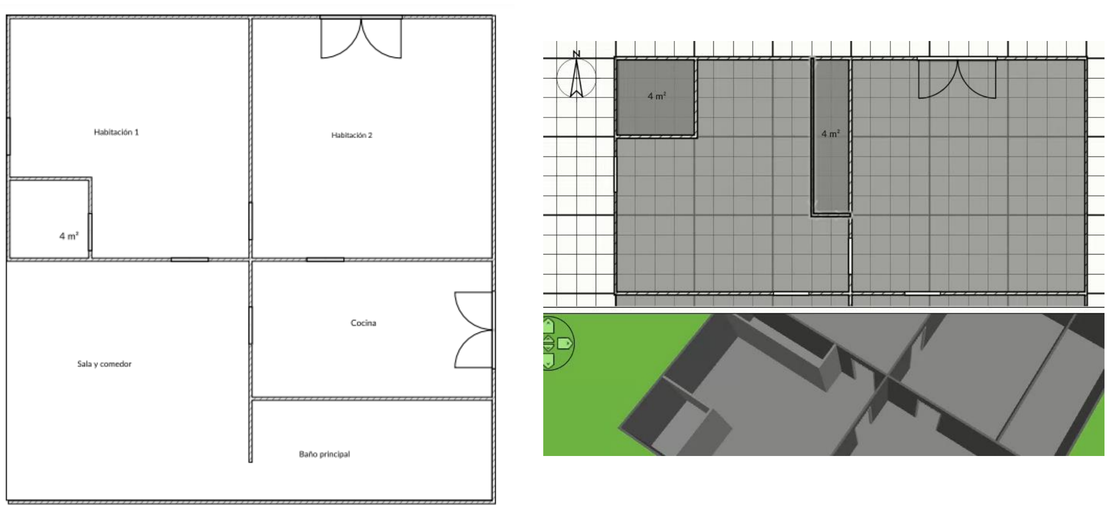
Ahora bien, los estudiantes antes de iniciar con la tarea hacían alusión todo el tiempo al área y perímetro como terreno y su contorno respectivamente, pero el software, presenta estos conceptos como área y longitudes. Esta situación conllevo al estudiante adoptar este lenguaje. Sin embargo, para esta adopción de lenguaje, en muchos de los casos fue necesario que el investigador realizará una intervención, con fin de poder interactuar con el estudiante y asociar de manera correcta estos nuevos términos para ellos.

Después de muchos intentos, los estudiantes lograron proponer dos formas de diseñar el baño con igualdad de área, sintiendo en algunos momentos frustración por lo complejo que resultaba la tarea para ellos. Los estudiantes consideraron el cuadrado y el rectángulo como los dos únicos modelos que satisfacían la condición de ser equi- extensos (*ver figura 26*).

Figura 27

Diseños de baños concebidos por los estudiantes para la casa de la señora Laura

Diseño en 2D de E5 *Diseños de E6*



Una vez los estudiantes lograron diseñar sus modelos de baños, buscaron modificar o eliminar sus respuestas dadas en el literal “a”, mencionando que se habían equivocado. Sin embargo, no se les permitió borrar sus respuestas previas, pero sí podrían agregar las consideraciones nuevas, como se puede apreciar en la *figura 7*.

Figura 28

Cambio de respuestas de algunos de los estudiantes al literal "a" luego de desarrollar el literal b

Cambio de respuesta de E2

si porque en matematicas existen varias formas de planos

no porque no saca las mismas medidas que piden

si sepuede por que ai barias formas de medidas

Cambio de respuesta de E3

no porque no ay mas formas de aserlo.

si porque ya vi mas formas de aserlos porque prrimero ise un cuadrado y des
pues ise un retagulo

Cambio de respuesta de E6

yo crei que no se podia pero si sepuede por
que no es afuersa que sea un cuadrado
puede ser un rectangulo

Los cambios en de las respuestas de los estudiantes luego de interactuar con el medio y buscar una solución para el literal "b" de la segunda tarea, no solo se limita al cambio de respuesta, sino también al cambio de concepciones. A partir del desarrollo de este punto de la tarea, los estudiantes pudieron confrontar sus creencias, logrando identificar que estaban cometiendo un error al concebir figuras equi- extensas como figuras con igualdad de forma.

El cambio de concepción del estudiante en este punto de la tarea 1, permite entender el cambio significativo que tuvo el ítem 4 en el retest, y posiblemente, esto también repercutió en los otros ítems. A su vez, los literales "c" y "d" les permitieron ampliar y consolidar los resultados encontrados en el literal "b". Los literales "c" y "d" permitieron que los estudiantes visualizaran los cambios en el perímetro de los diseños construidos, permitiéndoles reconocer que figuras equi- extensas no necesariamente son iso-perimétricas.

En el literal "c" se les pregunta a los estudiantes sobre la existencia de alguna diferencia en los diseños con relación a sus dimensiones. Con este literal ya no solo se lleva al estudiante a pesar en la forma de los diseños, sino también en sus medidas, involucrado de manera directa el perímetro.

De manera paralela, con el interrogante del literal “d”, los estudiantes podrían comparar los perímetros de las figuras y dentro de esta comparación establecer que no necesariamente figuras equi-extensas necesariamente son isoperimétricas, abordando así, de manera implícita el ítem 1 del test.

Para este punto, todos los estudiantes pudieron comprar los dos modelos construidos en el literal “b”, algunos contestaron de manera aterrizada a la pregunta y pudieron establecer de manera correcta cuál de los dos diseños tenía mayor perímetro y a su vez, en cual se requería más material para su elaboración (*ver figura 28*).

Figura 29

Respuestas de algunos estudiantes a los literales “c” y “d”

Respuesta de E1

le recomendaria el cuadrado por por que ocupa menos materiales que el rectangulo el rectangulo ocupa mas que el cuadrado

Respuesta de E2

si porque uno es cuadrado y el otro rectanguloy no tienen las mismas medidas el baño que tiene forma de cuadrado tiene 8 metros y el baño que tiene forma de rectangulo tiene 10 metros

que ocuparia mas material en el rectangulo por que es mas largo

Respuesta de E4

el primer baño es chico y el segundo mas grande

el cuadrado por que es mas chico que el segundo

Dentro de estas respuestas se puede apreciar que los estudiantes ya inician a comparar el perímetro de figuras, llevando implícito el hecho de ser equi-extensas. Estos literales, marcan el camino para el desarrollo de la segunda tarea que busca abundar más en este punto y llevar nuevamente al estudiante a confrontarse a sus concepciones.

Estas respuestas permiten identificar que los estudiantes tienen en cuenta aspectos de la realidad para poder dar su respuesta, puesto que, dentro de las explicaciones verbales, los estudiantes mencionaban que, haciendo uso de las paredes de la habitación solo hacía falta construir dos paredes para realizar el baño. Aspecto que fue posible gracias a la autenticidad de la tarea y a que el software permitía visualizar sus construcciones en un plano 3D, dándole más realismo a la misma.

4.4.2 Análisis de la tarea 2. La casa ideal

Para el desarrollo de la segunda tarea fue necesario el trabajo en parejas, debido algunas fallas técnicas con los dispositivos de la institución educativa. Teniendo en cuenta la importancia de los dispositivos de cómputo para el desarrollo de las tareas, se conformaron de manera aleatoria los siguientes equipos de trabajo.

Tabla 5
Conformación de equipos de trabajo

EQUIPOS	***ESTUDIANTES***
EQUIPO 1	E1 y E4
EQUIPO 2	E2 y E5
EQUIPO 3	E3 y E6

Ahora bien, la tarea se encuentra dividida en dos partes. La primera le da continuidad a lo realizado durante la primera tarea auténtica, propiciando la construcción de diseños equi-extensos. En la segunda parte los estudiantes trabajaron en la construcción de diseños con diferente área y perímetro, donde el diseño con menor perímetro tiene mayor área que el otro.

La tarea presenta dentro del evento la necesidad de modificaciones al plano de una casa. En la primera parte se expone la necesidad de construir una nueva habitación en la parte posterior de la casa y se brindan las especificaciones necesarias para que el estudiante realice su diseño en el plano.

En el literal "a" se cuestiona al estudiante sobre la existencia de diversos modelos para el diseño de la habitación, sabiendo de dichos diseños deben ser equi- extensos. Los estudiantes respondieron de manera afirmativa (*ver figura 29)*, mostrando que lo aprendido durante la primera tarea se ha consolidado.

Figura 30

Respuestas de los estudiantes al literal "a" de la tarea 2

Equipo 1	si por que se puede hacer de diferente forma pero con la misma area
Equipo 2	si porque sepuede aser diferentes modelos megor echos
Equipo 3	por que no importa que mida la misma medida si se puede construir mas diseños con la misma medida de area

Estas respuestas dejan en evidencia que los estudiantes han logrado superar su falsa concepción donde a igualdad de área hay igualdad de perímetro o viceversa. Este cambio de concepción se pudo ver reflejado en los resultados positivos de los ítems 1 y 4 del retest.

Partiendo sus respuestas, en el literal "b" los estudiantes construyeron algunos diseños para la habitación. Inicialmente, la construcción de estos diseños representó un reto enorme para los estudiantes. Los equipos primero debían determinaron el área de la habitación que se deseaba construir. El equipo 2 opto por utilizar un método matemático para calcular el área de la habitación, pero los equipos 1 y 3 optaron por realizar el diseño en el software y así verificar el área de esta, teniendo en cuenta que solo se presentaba una propuesta con su ancho y largo.

Los equipos determinaron que el área de sus diseños debía ser de $6m^2$. Como era de esperase, los estudiantes buscaron que su diseño tuviera forma de cuadrado. Sin embargo, los estudiantes no tuvieron éxito, debido a que no podrían obtener un cuadrado con dicha área porque la $\sqrt{6m^2} = 2.44948974278 \ldots m$, es decir $\sqrt{6m^2} \in I$. Los estudiantes en su nivel educativo no manejan números irracionales, aunque sí existen diferentes formas de construir un cuadrado con $6m^2$ los estudiantes, aun no tienen las herramientas suficientes para ello.

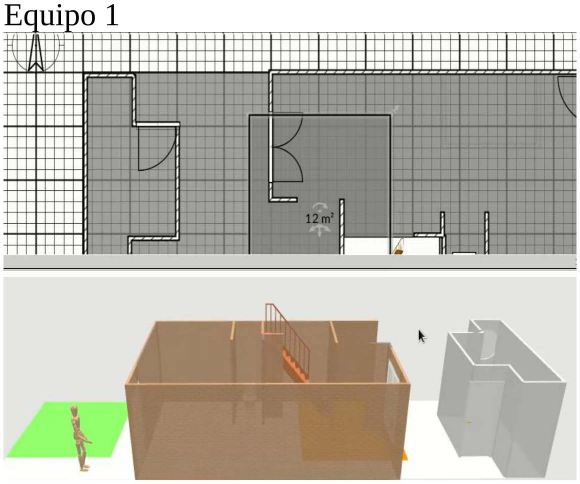
El equipo 2 se acercó a esta respuesta, proponiendo un cuadrado con 2.5m de largo y ancho, pero al trazarlo se percataron que su respuesta se pasaba por $0.25m^2$ y optaron por descartarla como posible solución. Otro diseño que los estudiantes descartaron fue el rectángulo, en el caso del equipo 1 no lograban diferenciar el ancho del largo, asumiendo que sería el mismo diseño que se había propuesto inicialmente, y los equipos 2 y 3 afirmaban que era el mismo diseño, pero "volteado". Por estas razones dentro de las soluciones de los estudiantes no se visualizan diseños en forma de cuadrado o rectángulo.

Finalmente, los equipos lograron plantear como mínimo dos diseños (*ver figura 30*). Estos diseños fueron propuestos luego de muchos intentos, donde la paciencia y perseverancia jugaron un papel fundamental para llegar a la solución.

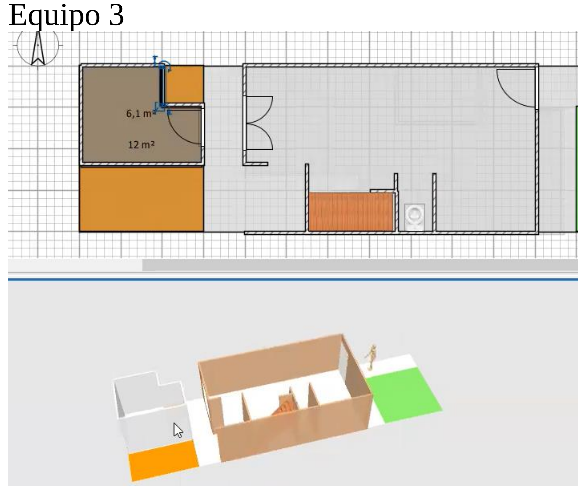
Figura 31

Diseños de habitaciones equi-extensas

Equipo 1



Equipo 3

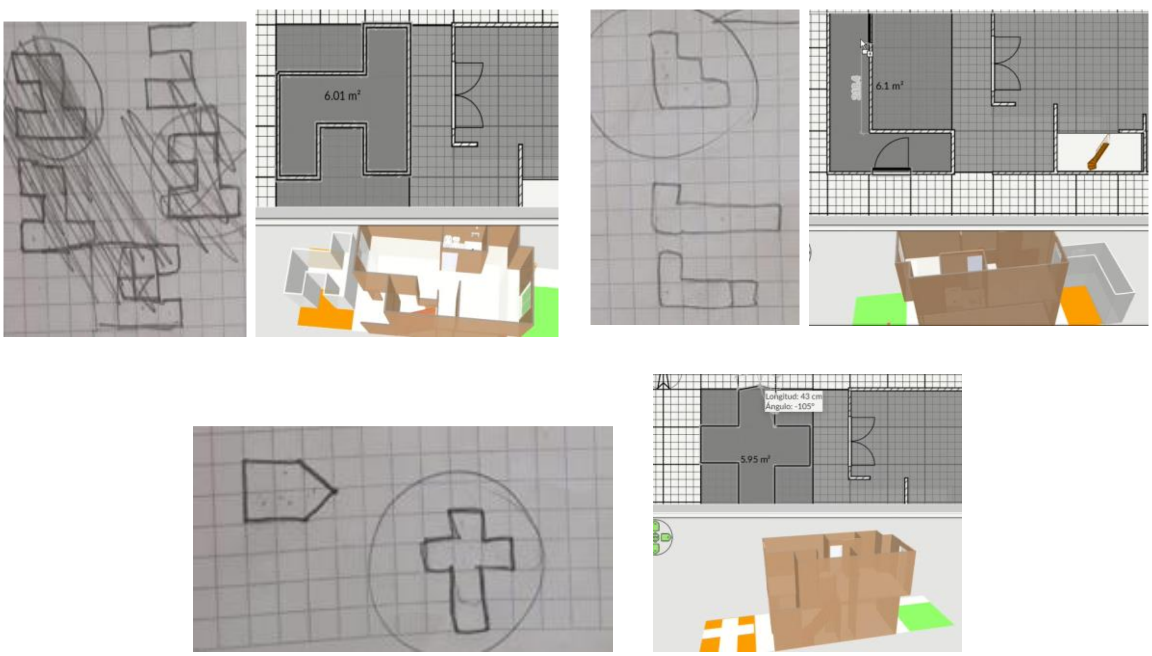


Los diseños realizados por los equipos 1 y 3 no poseen exactamente 6m^2, a pesar de que los estudiantes logran plantear las condiciones para que estas construcciones tuvieran dicha área. Se pudo apreciar que los estudiantes tuvieron dificultades para delimitar en el software el terreno, porque siempre había un margen de error. Sin embargo, sus diseños son considerados correctos para este estudio.

Para este punto, el equipo 2 pudo establecer que cada cuadrado que se presenta en el plano 2D del software representa 1m^2, con esta información los estudiantes decidieron dejar de lado el software por un momento y plasmar en papel los posibles diseños que cumplieran con la condición de tener 6m^2. Los estudiantes realizaron modelos dibujando 6 cuadrados, los cuales representarían los 6m^2 que desean construir (*ver figura 31*), posterior a sus trazos en papel los estudiantes verificaban sus respuestas en el software y las proponían como posibles diseños para la habitación.

Figura 32

Diseños de habitaciones equi-extensas concebidos por el equipo 2



Al analizar estos diseños realizados por el equipo 2 se puede concluir que, a pesar de ser correctos y cumplir con la condición de tener la misma área que se solicita en la tarea, al llevar estos diseños a un ambiente de la vida real no tendría el espacio necesario para ser habitados. Este aspecto solo fue reconocido por el E2, puesto que cuando realizaba el diseño en forma de cruz menciona que “pero aquí no cabe nadie”, haciendo alusión al espacio de la habitación y decide no terminar su construcción.

De manera general, esta primera parte de la tarea logra consolidar los conocimientos de los estudiantes, evitando la creación de concepciones erróneas por parte de los estudiantes y posibilitando su creatividad, dejando de lado como el cuadrado y el rectángulo como únicos modelos posibles para la delimitación de terreno para la construcción de habitaciones, aspecto que puede ampliarse al diseño de casa enteras, situación que se evidenciara más adelante.

En la segunda parte de la tarea 2, se contextualiza a los estudiantes sobre el interés por diseñar un balcón y una sala de estudio en la parte posterior del segundo piso de la casa, donde el balcón tenga mayor perímetro y menos área que la sala estudio. Esta parte de la tarea está encaminada a trabajar de manera directa los ítems 2, 3, 5, 6 y 9, los cuales abordan la falsa implicación de que a mayor perímetro mayor área o viceversa.

En el literal "a" se les pregunta a los estudiantes sobre la posibilidad de construir dos diseños que cumplan estas características, esto con el fin de conocer sus concepciones en este punto de la tarea. Los equipos 1 y 3 contestaron que, si era posible, pero el equipo 2 menciona que esto no es posible "porque el balcón debe ser más grande", estableciendo la falsa relación que a mayor perímetro mayor área.

A pesar de que los equipos 1 y 3 contestaron de manera afirmativa a la pregunta del literal "a", pasados 30 minutos de haber iniciado el literal "b" el cual les pide que realicen el diseño del balcón y la salda de estudio, los estudiantes mencionan que no es posible. Estos argumentan que lo han intentado muchas veces sin ningún éxito, recurriendo a palabras similares a las expuestas por los estudiantes del equipo 2. El cambio de pensamiento se debe posiblemente a que la construcción de dos figuras con estas características no es tan evidente como lo es la construcción de figuras isoperimétricas con diferente área.

El equipo 2 buscó replicar el trabajo realizado en la primera parte de la tarea apoyándose en diseños en lápiz y papel, pero esto no fue una tarea fácil de realizar, puesto que la unidad de medida que habían establecido ya no les permitía construir los diseños, optando por hacer uso únicamente del software.

Luego de que los estudiantes buscaran replicar algunos diseños conocidos decidieron intentar con diseños nuevos, ajustando el diseño del balcón y la sala de estudio a sus gustos, argumentando que ellos podían hacerlos "algo diferentes", y justo esta toma de decisión les permitió diseñarlos de manera correcta.

Figura 33

Diseño del balcón y sala de estudio concebido por el equipo 3

El equipo 3 en su diseño (*ver figura 32*) delimitan los terrenos e incluso hacen una conexión entre los mismos. Justifican su diseño resaltando que es importante para ellos que no se deba salir de la sala de estudio para poder ingresar al balcón, y a su vez que no se tenga que entrar a la sala de estudio para ingresar al balcón. Por esa razón crean dos puertas de acceso. En este punto se puede visualizar como los estudiantes piensan en el contexto, y buscan que sus construcciones se ajusten a las posibles necesidades de las personas que habitaran la casa. Esta forma de visualizar sus construcciones es posible gracias a que la tarea logra involucrarlos en la situación y los hace pensar de esa manera, sin limitar sus construcciones.

Teniendo en cuenta las respuestas dadas por el equipo 3, se les pregunta a los sobre la parte del balcón que se sale del terreno de la casa. Estos mencionan que eso es posible “porque no hay más casas alrededor”. En este punto de la tarea se visualiza que los estudiantes buscaban dar una respuesta que tuviera sentido en el contexto donde se desenvuelven, puesto que dentro de su contexto las casas no son aledañas, es decir, no hay dos casas continuas. Las respuestas de los estudiantes están permeadas por el contexto donde estos se desenvuelven y sus respuestas tienen sentido para ellos.

Las construcciones de los estudiantes son creativas, son poco usuales en el diseño de una casa, pero cumplían con las condiciones propuestas, además resultaban acordes para ellos porque estaban basados en su contexto. Esto explica porque los estudiantes en el retest buscaban argumentar sus respuestas diciendo que “todo depende de la forma en la que se construya”, haciendo alusión a que se pueden construir figuras con diferencias en su medida con respecto al área y perímetro, pero están sujetas a la forma que tome el diseño.

4.4.3 Análisis de la tarea 3. Construyendo la nueva escuela

En la tercera tarea los estudiantes pusieron en juego los conocimientos adquiridos durante el desarrollo de las dos primeras tareas. Esta fue desarrollada por los mismos equipos conformados en la tarea 2.

La tarea se divide en dos puntos. En el primer punto se busca involucrar los estudiantes al contexto descrito en el evento. Se les pide que aporten ideas para la construcción de la nueva escuela, específicamente, los espacios que debería tener la escuela. Los estudiantes en este punto propusieron diversas cosas con las que no se contaba en su actual escuela (*ver figura 33).*

Figura 34

Respuestas de los estudiantes al literal "a" de la tarea 3

a. ¿Qué te gustaría que la escuela tuviera?

Equipo 1 puertas que abran para a fuera comedor mas espacio para jugar y juegos

Equipo 2 ase falta un comedor,para los niños y un salon de computacion un salon de artes

Equipo 3 un desayunador una cancha de futbol un punto de en cuentro una biblioteca un salon de tegnologia

Los estudiantes en sus respectivos equipos pensaron en las cosas que debe tener la escuela, pero estos rápidamente visualizaron las cosas que les hacían falta para resaltarlas como importante. Sus respuestas muestran como los estudiantes se sientes incluidos dentro de la tarea y pueden sugerir cosas que posiblemente no se consideraron relevantes dentro de su contexto pero que resultan ser impórtate para ellos.

Para el segundo punto de la tarea se contextualiza al estudiante sobre la necesidad de construir salones isoperímetros con el fin de fomentar la equidad, sin importar la forma que estos tengan. En el literal "b" se interroga a los estudiantes sobre la posibilidad de construir salones con esta condición, a lo que los estudiantes contestan de manera afirmativa.

Los estudiantes en este punto no se cuestionaron sobre la posibilidad de construir salones con igual perímetro, sino más bien, pensaron si tenían las herramientas necesarias para la construcción de estos, o en su efecto, en las características que debería tener cada salón.

En el literal "c" se les pide a los estudiantes que muestren los posibles diseños que pueden tener los salones de la nueva escuela. Los estudiantes sin dudar se fueron al software y empezaron a construirlos (*ver figura 33)*. Se pudo observar que los estudiantes ya tenían un manejo amplio del software y no les causaba dificultad corregir sus errores en el trazo del plano.

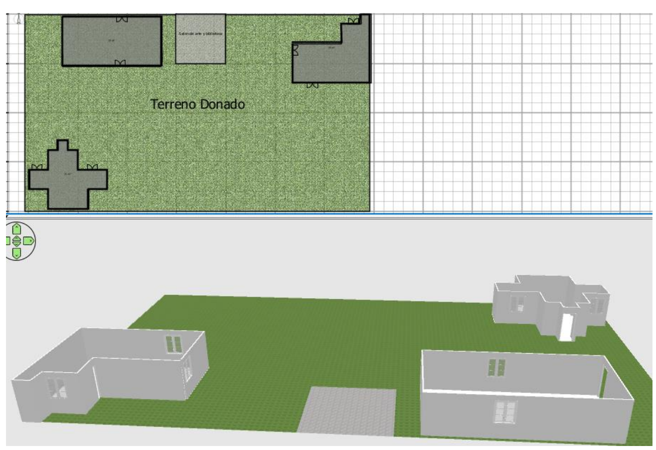
Figura 35

Diseño de salones isoperimétricos concebidos por los equipos

Equipo 1

Equipo 2

Equipo 3

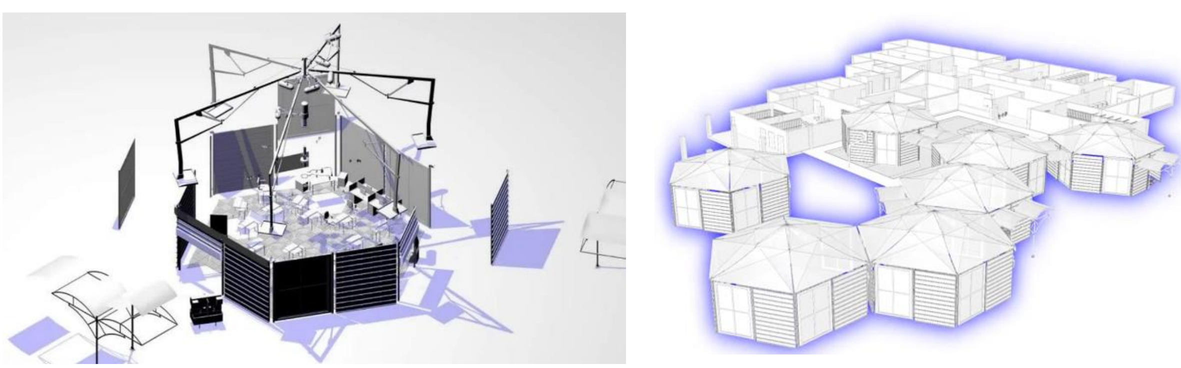


En los diferentes diseños se puede apreciar la creatividad de los estudiantes, y estos justifican sus construcciones mencionando que "la escuela se vería mucho mejor así". Un aspecto que ya llama la atención es que los equipos solo construyeron tres diseños de salones, cuando la tarea no los limitaba en la cantidad de salones que se podían construir. Esto se debe a que los estudiantes construyeron la cantidad de salones que consideran necesarios para ellos, como lo es el caso de su actual escuela, la cual cuenta con tres salones de clases.

Los estudiantes en la construcción de sus diseños no se alejan de su realidad, es decir, la tarea permite que los estudiantes piensen en su ambiente y no los conlleva a pensar de manera diferente a como lo harían en la realidad.

Se podría decir que algunos de los diseños presentados por los estudiantes no tendrían sentido en la vida real, pero, existen proyectos y maquetas de arquitectos donde se proponen casos similares. Por ejemplo, Cilleruelo en el año 2020 propuso la construcción de salones en forma hexagonal con estructura metálica (*ver figura 35*), esto con el fin de poder trasladarlos y adaptarlos a las condiciones de la comunidad educativa y mantener la distancia entre estudiantes y profesores, como alternativa a la educación pos-pandemia. Un diseño similar es presentado por el equipo 1, donde uno de sus diseños es de forma hexagonal (*ver figura 34*).

Figura 36
Diseño de aulas con estructura metálica



Nota. Fotos del proyecto ganador del concurso "escuelas pospandemia" presentadas en el diario electrónico NUIS (Niusdiario, 2016).

Ahora bien, una vez plasmados los diseños de los salones de clase, se les pregunta a los estudiantes sobre el perímetro que tienen sus diseños y se les cuestiona sobre el área de cada uno de ellos. El equipo 1 construyo salones isoperímetros de 32m y visualizando sus construcciones en el software identifican que todos sus diseños tienen diferente área, señalando que el diseño con mayor área es el hexagonal. por tal razón el investigador decide cuestionar a los estudiantes con respecto a sus hallazgos.

I: *¿Todos los salones tienen igual perímetro?*
E1: *Sí, … pero este tiene más...*
I: *¿Cuál tiene más?*
E4: *Este tiene más área, porque tiene* $71m^2$ *(señala el diseño hexagonal)*
I: *¿Por qué creen que esté tiene más área? (se señala el diseño de forma hexagonal).*
E1: *Porque tiene 71…*
I: *Sí, pero ¿Por qué tiene más área?*
E4: *Porque se ve más ancho.*
E1: *Porque es más grande.*
I: *¿Por qué es más grande si tiene la misma medida de contorno que las otras? (Se hace alusión a los otros diseños).*
E1: *Porque tiene diferente figura. (lo dice en tono de pregunta buscando la aprobación del investigador).*
I: *¿Y por qué tiene diferente figura?*
E4: *Porque este es cuadrado, este es rectángulo y este es un hexa …. hexágono.*
I: *¿En otras palabras es…?*
E1 y **E4**: *¡Más grande!*
I: *¿Por qué?*
E4: *Porque tiene ehh… bueno, porque en matemáticas tiene seis lados.*
I: *aaah, en matemáticas tiene seis lados. Entonces, porque tiene seis lados ¿es más grande que los otros?*
E1: *Sí.*
I: *Si yo construyo otro diseño con 8 lados que se llamaría octágono, pero que tenga los mismo 32m de contorno, ¿Quién tendría más área?*
E4: *El que tiene ocho lados.*
I: *Si hago uno que tiene quince lados con los mismo 32m ¿Cuál tendría más área?*
E4: *¿Apoco hay de más? (lo dice en tono de sorpresa)*
I: *Sí hay más.*
E1: *Entonces el que tiene quince lados, porque tiene más lados.*

En este apartado se puede visualizar como el equipo uno llego a concluir que, entre figuras isoperimétricas, la figura con mayor área es la que más lados tiene. De igual manera se realiza el trabajo con los equipos 2 y 3. Estas preguntas no solo permitieron que los estudiantes reconocieran la relación entre los conceptos, sino también consolidaran el conocimiento, haciéndolo evidente en su resultado positivo en el ítem 7 del retest.

4.4.4 Análisis de las respuestas en la entrevista semiestructurada.

En el presente apartado se analizan algunas de las respuestas de los estudiantes con respecto a las preguntas realizadas durante la entrevista.

Tabla 6
Extractos de la entrevista semiestructurada

Preguntas	***Fragmento de entrevista***	***Análisis***
***Pregunta 1**:* *¿Las situaciones presentadas en las tareas han pasado alguna vez o puede llegar a pasar?*	**E1**: *siii* **I**: *¿Por qué?* **E1**: *Pos sí* **I**: *jajaja, pero dime ¿por qué pos sí?* **E1**: *Porque uno de mis hermanos quiso hacer eso.* **I**: *¿Qué cosa? ¿Construir el balcón y el estudio?* **E1**: *Las dos, quiso hacer un balcón y un estudio, pero no le salió. (hace alusión a la segunda tarea presentada)* **I**: *¿No le salió?* **E1**: *No, no midió bien las medidas.* **E2**: *¿Aquí?* **I**: *Sí, o en cualquier otro lado.* **E2**: *Sí* **I**: *¿Por qué? Cuéntame.* **E2**: *Pues si a lo mejor le enseñamos los planos a la señora Laura se anima hacer su casa así. (Hace alusión a la primera tarea, donde la casa de la señora Laura esta sin terminar).* *…………………….* **I**: *la segunda tarea que realizaste, ¿puede llegar a pasar?* **E2**: *Sí, pues porque compran una casa, y un tío mío compro una casa y pues, le hizo unas remodelaciones.*	Los estudiantes vinculan las tareas con sus experiencias. En caso de E1, vincula la segunda tarea a una situación cercana, donde su hermano quiso construir un balcón y una sala de estudio, sin embargo, no tuvo éxito. En el caso de E2, argumenta que las tareas presentadas pueden llegar a suceder en la vida real, específicamente dentro de su comunidad. Este estudiante menciona que los diseños que realizo dentro de la primera tarea podrían ayudarle a la señora Laura a finalizar su casa. Esto se debe a que el reconoce la casa de la señora Laura como una de su comunidad. También plantea que la segunda tarea puede pasar, y la asocia a una situación cercana a su familia. En este caso menciona que el deseo de remodelación pasa con frecuencia y un caso puntual es el de su tío. Estas respuestas muestran que el *evento* de la situación es cercano a los estudiantes y lo reconocen como real. Es decir, el aspecto de *evento* se cumple en las tareas.

Pregunta 2: *Según lo que te pide las tareas ¿Es muy complejo de realizarlo en una situación de la vida real?*	**E3**: *Sí, pues si se pueden hacer* **I**: *¿Pero es muy complejo o es fácil?* **E3**: *Es algo… este, complejo.* **I**: *¿Por qué?* **E3**: *Pues porque es complicado hacer una casa ¿no?* **I**: *Es complicado hacer una casa (Repite en voz susurrante lo mencionado por el estudiante).* **E3**: *Pues sí, las medidas… y todo eso.* **E4**: *Sí* **I**: *¿Por qué?* **E4**: *Ehhh, porque tengo… bueno primero tengo que hacerlo en 3D para ver cómo queda, pues sino va a salir todo mal.*	Los estudiantes reconocen como complejas cada una de las tareas. No se hacen evidentes sus soluciones, llevándolos a pensar en diferentes estrategias. En el caso de E3, reconoce que no es tan evidente construir una casa porque se necesita tener en cuenta las medidas y otros aspectos. De manera paralela, el estudiante E4 menciona que tampoco se le es fácil realizar las tareas y que sus repuestas están condicionadas a su diseño en 3D. A pesar de que los estudiantes reconocen como difíciles las tareas, se evidencia que los datos suministrados le permitieron llegar a una solución. Estas repuestas no surgieron de manera inmediata, puesto que los estudiantes tuvieron que cuestionarse en repetidas ocasiones sobre las estrategias implementadas. A su vez, se cuestionaron si sus respuestas cumplían con las necesidades planteadas dentro de las tareas. En este sentido, se puede establecer que se cumple el aspecto de *información y datos.*
Pregunta 3: *¿la información que proporcionan las tareas es clara y suficiente para poder darles solución?*	**E5**: *Sí.* **I**: *¿Por qué?* **E5**: *Porque pues se explicaban bien.* **I**: *Explicaban bien (repite la respuesta del estudiante). ¿Qué explicaba bien?* **E5**: *Pues como quería la casa.* **I**: *¿y ya con esa información podías resolver las tareas?* **E5**: *Sí.*	La información proporcionada en las tareas fue clara para los estudiantes, permitiéndoles entender su propósito. En general, los estudiantes presentaron dificultades cuando se incorporaban en las tareas palabras como perímetro y área. No obstante, lograron vincularlas a la terminología con la que se expresan dentro de su comunidad (contorno y terreno).

	E6*: Sí, a veces en unas... En unas decía que el perímetro y el área, bueno, al principio no entendíamos, pero después ya sí.* **I***: Ok, entonces era complejo entender que era perímetro y área.* **E6***: Ujum.* **I***: ¿Pero ya sabes que son?* **E6***: Sí.* **I***: ¿Lo aprendiste dentro de las actividades o…? (El estudiante no deja terminar la pregunta).* **E6***: Sí.*	A pesar de utilizar terminología del campo de las matemáticas (área y perímetro), los estudiantes pudieron dar respuesta a las tareas. En las tareas se brindan características específicas de la situación, que le permite al estudiante ubicarse en esta, y lo lleva a pensar de la forma en la que lo haría en la vida real. En este sentido, se cumplen los sub-aspectos de *Especificidad de los datos* y *Propósito en el contexto figurativo.*
Pregunta 4: *En un caso de la vida real, ¿Usarías Sweet Home 3D u otro software para para solucionar tareas como estas?*	**E1***: Esta aplicación es mejor. (señala la aplicación de Sweet Home 3D).* **I***: ¿Por qué dices que esta aplicación es mejor?* **E1***: Porque así con esta, para darme cuenta …, tienes la oportunidad de verlo y saber cómo hace.* **I***: Ahhh ok. Es decir, vas a ver cómo va quedando en el plano. Ok perfecto. Ose ¿lo usarías?* **E1***: Sí*	Los estudiantes reconocen que el software les permite visualizar de forma diferente sus construcciones a como lo visualizarían si solo lo realizaran en lápiz y papel. Reconocen las potencialidades de la aplicación y las aprovechan para organizar sus ideas al miento de trabajar. De manera específica, los estudiantes pudieron dar soluciones más cercanas a la vida real gracias a la simulación en 3D del software.
	E6*: Sí* **I***: ¿Por qué?* **E6***: Pues para sacar el diseño de cómo va a quedar y así.*	

Pregunta 5: *El proceso matemático que empleaste para la solución de las tareas, ¿lo utilizarías en la vida real?*	**E2**: *¡Sssi! (Lo dice en un tono inseguro)* **I**: *¿Por qué?* **E2**: *Pues porque sí.* **I**: *Jajajaja. ¿Por qué porque sí? ¿Qué operaciones matemáticas utilizaste?* **E2**: *Sumas* **I**: *y ¿Qué más?* **E2**: *Sumas y… (se queda pensando). Sumas y nada más.* **I**: *sumas y nada más* **E2**: *Sí, sumas y calculándole las medidas.*	En estos casos, los estudiantes mencionan que los cálculos matemáticos empleados para la resolución de las tareas las utilizarían en una situación de la vida real. Los estudiantes reconocen como operaciones la suma y en algunos casos la multiplicación. Sin embargo, los estudiantes en la mayor parte del tiempo emplearon sumas, debido a que el software calculaba de manera directa el área de las superficies creadas. En este sentido, el software les permitió trabajar manera eficaz, enfocándose en la comparación de áreas y perímetros y no en la parte procedimental.
	E4: *Siii* **I**: *¿Qué operaciones usaste?* **E4**: *Multiplicaciones, amm, sumas.* **I**: *¿Esas únicamente?* **E4**: *Sí* **I**: *¿Esas operaciones las utilizarías en una situación de la vida real?* **E4**: *Sí.* **I**: *¿fueron fáciles?* **E4**: *No. (hace un gesto de desaprobación).*	
Pregunta 6: *¿Con esta actividad lograste establecer la existencia de alguna relación entre el perímetro y el área?*	**E3**: *Que el área es el terreno y el perímetro son los lados.* **I**: *Pero, por ejemplo, Si tengo dos construcciones de 30m cada uno, pero uno tiene 4 lados y otro tiene 5 lados. ¿Cuál tendría más área?* **E3**: *tienen igual, porque los dos miden 30.* **I**: *Pero yo hablo del área.* **E3**: *Ah el área. Mediría más el de 5, porque tiene más lados, más espacio.* **I**: *Si yo construyo dos de 4 lados y que los dos tengan de a 20m de perímetro. ¿yo podría decir que uno es más grande que el otro?* **E3**: *No porque los dos tiene los mismo 20m.* **I**: *No, pero yo me refiero es al área,*	Los estudiantes al finalizar lograron establecer correctamente las relaciones entre los conceptos de área y perímetro. Aunque la pregunta no fue muy clara para los estudiantes, estos pudieron dar cuenta de algunas relaciones desde el campo científico. Los estudiantes, lograron superar sus concepciones erróneas con respecto a sus relaciones y de manera paralela, pudieron asociar su concepción de terreno al concepto de área y a su vez su concepción de lados del terreno o contorno al perímetro.

	es decir, ¿Uno tiene más área que el otro? **E3***: Pos No, pues uno puede tener los 4 lados y puede ser más pequeño y el otro puede tener los 4 partes y puede ser más grande.*	
	E5*: Sí* **I***: ¿Cuál?* **E5***: Pues como las figuras geométricas.* **I***: ¿Qué pasa con las figuras geométricas?* **E5***: Pues son cuadradas y así puedes ver cuál es el perímetro y cuál es el área.* **I***: Ah ok, tú puedes determinar el área y el perímetro. pero ¿hay alguna relación?* **E5***: … (Se queda pensado)* **I***: Por ejemplo, si yo tengo un cuadrado y tengo un octágono, es decir una figura de ocho lados, pero las dos tienen el mismo perímetro ¿Cuál tendría mayor área?* *…* **E5***: El de 8.* **I***: ¿Por qué el de 8?* **E5***: Porque está más grande.* **I***: Pero ¿los dos podrían tener el mismo perímetro?* **E5***: Sí*	

Las respuestas de los estudiantes en la entrevista semiestructurada, permite identificar un cambio de concepción de los estudiantes y la relevancia de las tareas auténticas dentro de eso proceso. Con estas respuestas se consolidan los resultados obtenidos en el retest y dan claridad del porqué del gran cambio en sus repuestas.

De manera puntual, de las preguntas 1 a la 3, las respuestas de los estudiantes permiten identificar que las tareas fueron auténticas para ellos, satisfaciendo los aspectos y sub- aspectos presentados en Palm y Nyström (2009).

En la pregunta 3 se pudo visualizar que los estudiantes presentan dificultades para entender de que se trata cuando se les habla de área y perímetro, esto debido al uso de otras palabras las cuales han adoptado dentro de su comunidad. Sin embargo, es de reconocer que dentro de su comunidad no se harían preguntas donde se hable explícitamente con terminología matemática (área y perímetro), pero para este trabajo se hizo pertinente incorporar estas terminologías que resultarían relevantes para su desarrollo profesional.

Ahora bien, en la pregunta 5 se cuestiona a los estudiantes sobre las operaciones matemáticas empleadas, donde ellos reconocen la suma como única operación necesaria, en algunos casos también se reconoce la multiplicación como necesaria. Sin embargo, La operación que predomina en las tareas es la suma, debido a que desean calcular el perímetro de algunas construcciones. En el caso de la multiplicación, los estudiantes hacían uso de ella de manera esporádica, puesto que le software le permite visualizar de manera directa el área de las superficies creadas.

La intención con este trabajo no se centró en identificar y trabajar los posibles errores y/o dificultades que presentan los estudiantes al momento de calcular áreas y perímetros. Este trabajo abordó las concepciones erróneas en cuanto a la relación de estos conceptos, por esta razón, el software potencializó el objetivo del trabajo, puesto que les permitió a los estudiantes realizar comparaciones de áreas y perímetros de manera directa, sin enfocarse en los cálculos.

La pregunta 6 permitió poner en evidencia los conocimientos de los estudiantes posterior a la implementación de las tareas auténticas. Sin embargo, la pregunta no fue muy clara para los estudiantes y se debió explicar para que estos pudieran contestarla. Las respuestas de los estudiantes dejan en evidencia que lograron establecer las relaciones entre los conceptos de área y perímetro, explicando así el porqué de los buenos resultados obtenidos en el retest.

4.5 Conclusiones

Los resultados de la implementación de las tres tareas auténticas y las respuestas de los estudiantes en la entrevista semiestructurada permiten concluir que el objetivo de esta investigación fue alcanzado. El uso del software Sweet Home 3D fue fundamental dentro de este estudio, debido a que los estudiantes hicieron uso de esta herramienta tecnológica para poder analizar y establecer conjeturas con el objetivo de dar respuestas concretas y verdaderas a las tareas propuestas. Con relación a lo mencionado por Parra (2012), la tecnología juega un papel importante dentro de la sociedad, la cual ha permeado la educación y el trabajo del docente en el aula. Los estudiantes pudieron dar respuestas cercanas a la vida real gracias a que el software les brindaba una vista en 3D, permitiéndole a los estudiantes cuestionarse si sus soluciones tenían algún sentido en la vida real.

El software le brindó más realismo a cada una de las tareas auténticas, esto debido a que en ellas se pudieron evocar gráficamente lo que se planteaba en la tarea. La vista 2D y 3D, posibilitaron que el estudiante reconociera el contexto descrito en la tarea como real, puesto que el estudiante podía ubicarse mentalmente en las situaciones, además, porque les permitió reconocer las simulaciones de las tareas en su contexto real.

El uso del software dentro de esta investigación tuvo efectos positivos. Una de las opciones incorporadas en el software permitió que los estudiantes visualizaran las medidas de sus planos de manera inmediata (Superficies y longitudes), permitiéndoles concentrarse en el trabajo de relaciones entre los conceptos de área y el perímetro y no en su cálculo. Con esto no se pretende decir que el aprendizaje de los métodos para el cálculo de áreas y perímetros no son importantes, todo lo contrario, con este estudio se busca fortalecer su aprendizaje buscando eliminar las concepciones erróneas que puedan tener los estudiantes en cuanto a sus relaciones.

Ahora bien, las tres tareas presentadas fueron reconocidas por los estudiantes como auténticas. El evento presentado, las preguntas, la información, la especificidad de los datos y el propósito de las tareas, les permitió trabajar de la misma manera en la que lo harían en un contexto de vida real. Los estudiantes pudieron ubicarse en las situaciones y pensar en soluciones para las mismas teniendo en cuenta su realidad. Se logro evidenciar que las repuestas de los estudiantes siempre estaban en caminadas a satisfacer las condiciones de la vida real y que estas no estuvieran sujetas a la fantasía.

Para el diseño de las tres tareas auténticas se hizo necesario pensar en los aspectos y sub-aspectos planteados en Palm y Nyström (2009) desde el contexto de los estudiantes. Con el fin de conocer el contexto de los estudiantes, se visitó la comunidad, se dialogando de manera informar con los estudiantes y con las personas que habitan dentro de la comunidad. Conociendo el lugar mediante el dialogo, fue posible identificar algunos eventos ocurridos dentro de la comunidad y los que posiblemente pudieran llegar a pasar. Así mismo, se pudieron establecer las preguntas que se podrían realizar en cada uno de ellos y los datos que trabajarían de manera implícita las relaciones de los conceptos de área y perímetro.

Estos aspectos fueron importantes para que los estudiantes reconocieran las tareas presentadas como auténticas. De manera paralela, el trabajo con tareas auténticas permitió que los estudiantes hicieran uso de sus conocimientos matemáticos extraescolares y los vincularan a sus conocimientos matemáticos escolares. A pesar de que los estudiantes no tenían incorporado en su vocabulario las palabras “área” y “perímetro”, estos pudieron asociarlos a las palabras “terreno” y “contorno del terreno” respectivamente, como sus sinónimos, permitiéndoles trabajar con ellas con facilidad.

Por otro lado, el trabajo con los conceptos matemáticos durante la investigación tuvo resultados positivos. Inicialmente los estudiantes tenían concepciones erróneas con respecto a las relaciones entre los conceptos de área y perímetro, las cuales se hicieron evidentes en los resultados del test. Estos resultados están en concordancia con lo planteado por D’amore y Fandiño (2007). Estas concepciones erróneas eran las que encaminaban las respuestas de los estudiantes al momento de iniciar a resolver cada una de las tres tareas.

Gracias a las simulaciones de situaciones cercanas a los estudiantes, estos pudieron hacer uso de sus conocimientos (escolares y extraescolares). Sin embargo, a medida en que desarrollaban cada una de las tareas, estos se pudieron percatar que algunos de sus conocimientos no estaban correctos del todo. Por ejemplo, el pensar que a mayor área hay mayor perímetro. Los estudiantes, al tratar de dar respuesta a las preguntas planteadas en las tareas, tuvieron conflictos con respecto a sus conocimientos previos y tuvieron que reestructurarlos.

La reestructuración de sus conocimientos no se dio de manera inmediata, esta restructuración estuvo guiada por cada uno de los puntos de las tareas. Los estudiantes mediante ensayo y error probaban sus conjeturas y constantemente hacían modificaciones si sus respuestas no se ajustaban a lo esperado. Durante el proceso de reestructuración de sus conocimientos, presentaron sentimientos como frustración, desespero e incluso algunos se sentían impotentes porque no podía dar una solución.

Finalmente, los estudiantes pudieron contestar cada una de las preguntas de las tareas, mostrando un cambio a las concepciones de las relaciones entre los conceptos de área y perímetro, los cuales se pueden evidenciar de manera clara en los resultados del retest. Sin embargo, es de reconocer que estos conceptos presentan muchas relaciones a partir de las suposiciones de los estudiantes, imposibles de abordarlas con solo tres tareas auténticas, debido a que estos deben ser abordados de menara continua, durante su formación académica.

Otro aspecto matemático para tener en cuenta con respecto a los resultados de este estudio, es el hecho de se trabaja sobre las concepciones erróneas de los estudiantes con respecto a las relaciones de los conceptos de área y perímetro. No obstante, a pesar de que este trabajo no pretendía abordar los problemas y/o dificultades relacionadas con la confusión de estos conceptos, se pudo evidenciar que los estudiantes lograron superar sus dificultades para diferenciar dichos conceptos, una vez estos hacen uso de la terminología matemática.

4.6 Presentaciones y aportes de la investigación.

La presente investigación fue presentada en cuatro congresos de educación matemática, en momentos diferentes de su desarrollo. En cada uno de estos congresos se presentó y profundizo en la fase que estaba en proceso de construcción. En estos, se recibieron comentarios de expertos, permitiendo ir ajustando cada uno de los capítulos presentados anteriormente.

En el *Eighth International Conference on Mathematics and Its Applications* se presentó los aspectos iniciales de esta investigación. En esta conferencia se recibieron aportes en el desarrollo y planteamiento de la problemática abordada, los objetivos de la investigación y la justificación de la misma. Para este congreso se presentó la idea central de la investigación, destacando la necesidad de un de estudio centrado en las relaciones entre los conceptos de área y perímetro teniendo en cuenta la autenticidad de las tareas (Montaño-Ramos y Ruiz-Estrada, 2021).

Posteriormente, para el diseño de las tareas auténticas, se diseño una tarea y una entrevista semiestructurada como prueba piloto, la cual fue aplicada a un estudiante colombiano. Se tuvieron en cuenta los aspectos y sub-aspectos de autenticidad plateados por Palm y Nyström (2009) y la identificación de las misconcepciones sobre las relaciones con los conceptos de área y perímetro (D'Amore y Fandiño, 2007). Los resultados fueron positivos y dicha tarea y entrevista semiestructurada fueron adaptadas al contexto de la población de estudio de esta investigación (Montaño-Ramos y Juarez-Ruiz, 2021).

Una vez diseñadas las tareas auténticas, la entrevista semiestructurada, el test y retest, estos fueron presentados en forma de cartel en la *XXIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa*. En esta se recibieron algunos comentarios y sugerencias para la implementación de las tareas (Montaño-Ramos y Ruiz-Estrada, 2021).

Luego de la implementación de las tres tareas auténticas, los resultados preliminares fueron presentados en la *Trigésima Quinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME35).* En un informe breve de investigación, se expusieron los resultados más relevantes hasta ese momento, como lo es el hecho de que los estudiantes presentan misconcepciones con respecto a las relaciones entre los conceptos de área y perímetro (Montaño-Ramos y Ruiz-Estrada, 2022).

Finalmente, los resultados de la investigación y conclusiones fueron presentados en el *Forty-Fourth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME-NA44). Este trabajo de investigación fue resaltado por el comité organizador del evento por incorporar y abordar a la perfección la *Critical Dissonance and Resonant Harmony* (Montaño-Ramos, Ruiz-Estrada y Slisko, 2022).

5. REFERENCIAS

Araya, R. G., & Alfaro, E. B. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista electrónica educare*, 14(2), 125-142.

Consejo Nacional de Fomento Educativo [CONAFE]. (2016, 3 de mayo). *Educación Básica del CONAFE.* Gobierno de México. https://www.gob.mx/conafe/acciones-y-programas/educacion-basica-del-conafe

Consejo Nacional de Fomento Educativo [CONAFE]. (2019). *Unidades de Aprendizaje Autónomo, Pensamiento matemático*. Gobierno de México.

Constructora Bolívar (s.f.). *Folleto publicitario del proyecto manzanares*. Colombia.

Da Ponte, J. P., Guerreiro, A. Cunha, H., Duarte, J. Martinho, H., Martins, C., Menezes, L. Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J. M., Veia, L. y Viseu, F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de Matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 39-74.

D'Amore, B. y Fandiño, M. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y de estudiantes. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemática Educativa*, 10(1), p. 39-68. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362007000100003&lng=es&tlng=es

Escudero, D. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* [Tesis de doctorado, Universidad de Huelva] Arias montano. http://hdl.handle.net/10272/11456

Fandiño, M. y D'Amore, B. (2009). *Área y perímetro: aspectos conceptuales y didácticos*. Magisterio.

Fitzpatrick, R., & Morrison, E. J. (1971). Performance and product evaluation. *Educational measurement*, 2 (1), 237–270.

Fraenkel, J. R., Wallen N. E y Hyun H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (8th ed.). McGraw-Hill.

García-Amadeo, G. G., y Yañez, J. C. (2006, del 6 al 9 de septiembre). Relación entre perímetro y área: el caso de Patricia y las interacciones [Comunicación]. *X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática*, Huesca, España. http://hdl.handle.net/11162/48281

Gómez, S. T. G., y Reyes, K. J. V. (2015, del 3 al 7 de mayo). Área y perímetro de cuadriláteros en estudiantes colombianos de grado 5° de educación formal [Comunicación]. *XIV Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, Chiapas, México. http://ciaem-redumate.org/memorias-ciaem/xiv/pdf/Vol11Primaria.pdf

Hernández-Sampieri, R. y Torres, C. M. (2018). Metodología de la investigación: las rutas cuantitativa, cualitativa y mixta (4ta ed.). McGraw-Hill Interamericana.

Jimeno, M. (2012). *Las Dificultades en el aprendizaje matemático de los niños y niñas de Primaria: causas, dificultades, casos concretos*. https://pdfslide.net/documents/dificultadesmatematicas-primaria-manuela-jimeno.html?page=8

Ministerio de Educación Nacional (2006). *Estándares Básicos de Competencias*. Magisterio.

Montaño-Ramos, R y Ruiz-Estrada, H (2021, del 31 de agosto al 3 de septiembre). Diseño de tareas auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D en el proceso de aprendizaje de las relaciones existentes entre área y perímetro de figuras planas [Comunicación]. *Eighth International Conference on Mathematics and Its Applications*, Puebla, México. https://www.fcfm.buap.mx/cima/public/docs/programas/Programa-8CIMA.pdf

Montaño-Ramos, R y Ruiz-Estrada, H (2021, del 9 al 11 de diciembre). Diseño de tareas auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D en el proceso de aprendizaje de las relaciones existentes entre área y perímetro de figuras planas [Poster]. *XXIV Escuela de Invierno en Matemática Educativa*, México.

Montaño-Ramos, R y Ruiz-Estrada, H (2022, del 3 al 8 de Julio). Diseño de tareas auténticas asistidas por el software Sweet Home 3D en el proceso de aprendizaje de las relaciones existentes entre área y perímetro de figuras planas [Comunicación]. *Trigésima Quinta Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME3 5),* Santo Domingo, República Dominicana.

Montaño-Ramos, R., Ruiz-Estrada, H., Ignjatov, J. (2022, from 17 to 20 July). Area and perimeter: design of authentic tasks assisted by 3D software [Communication]. *Forty-Fourth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (PME-NA 44). Nashville, TN USA.

Montaño-Ramos, R., y Juárez, E. (2021). Diseño de una tarea auténtica asistida por un software de diseño de interiores en 3D para el trabajo con área y perímetro. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa*, *6*(1), 1-22. https://doi.org/10.46618/iime.103

Morra, L. G. y Friedlander, A. C. (2001). *Evaluaciones mediante estudios de caso*. Washington: Banco Mundial.

Nesher, P. (2000). Posibles relaciones entre lenguaje natural y lenguaje matemático. En M. N. Gorgorió y J. P. Deulofeu. *Matemáticas y educación: retos y cambios desde una perspectiva internacional* (pp. 109-123). Graó

Nuisdiario (2020, 23 de julio). Aulas hexagonales para mantener la distancia en las 'escuelas pospandemia'. *Diario NUIS*.

OCDE (2017). *Marco de Evaluación y de Análisis de PISA para el Desarrollo: Lectura, matemáticas y ciencias*, Versión preliminar, OECD Publishing, Paris.

Ortiz, D., Moreno, L., Meléndez, J., Leguizamo, D. (2018, del 25 al 26 de octubre). Diseño e implementación de un recurso educativo digital que hace uso de la aplicación Sweet Home 3D para dar cuenta de la noción de área y volumen en grado sexto de educación básica [Comunicación]. *4to Encuentro Internacional de Investigación en Educación Matemática*, Puerto Colombia, Colombia. http://funes.uniandes.edu.co/14332/1/Ortiz2018DisenoE.pdf

Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. In B. Greer, L. Verschaffel, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Eds.), *Word and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 3-19). Sense Publishers.

Palm, T. y Nyström, P. (2009). Gender aspects of sense making in word problem solving. *Journal of Mathematical Modelling and Applications*, 1(1), 59-76.

Parra, C. A. (2012). TIC, conocimiento, educación y competencias tecnológicas en la formación de maestros. *Nómadas* (36), 145-159. http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-75502012000100010&lng=en&tlng=es.

Pérez, G. S. (1994). *Investigación Cualitativa. Retos e Interrogantes*. La Muralla

Schliemann, A. L., Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. (2002). La comprensión del análisis combinatorio: desarrollo, aprendizaje escolar y experiencia diaria. En T. Carraher, D. Carraher y A. Schliemann. (Eds). *En la vida diez, en la escuela cero* (pp. 90-105). Siglo veintiuno editores.

Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1–38. https://doi.org/10.1177/002205741619600202

Stavy, R. & Tirosh, D. (1996). Intuitive rules in science and mathematics: the case of 'more of A -- more of B'. *International Journal of Science Education*, 18(6), 653-667. https://doi.org/10.1080/0950069960180602

Tamayo, M. (2004). *El proceso de la investigación científica*. Limusa.

Tirosh, D., Stavy, R. & Cohen, S. (1998) Cognitive conflict and intuitive rules. *International Journal of Science Education*, 20(10), 1257-1269. https://doi.org/10.1080/0950069980201006

Trigo, L. M. S. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas* (2nd ed.). Grupo editorial Iberoamérica.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). *Making Sense of Word Problems*. Lisse, Hollande: Swets & Zeitlinger.

Verschaffel, L., Greer, B., Van Dooren, W., & Mukhopadhyay, S. (2009). *Words and worlds: Modeling verbal descriptions of situations*. Sense Publishers.

Zamorano, R. (1999). *Los seis libros primeros de la geometría de Euclides*. Idus. https://hdl.handle.net/11441/113169

6. ANEXOS

- Tarea 1. La casa de Laura
- https://drive.google.com/file/d/1l1aGDGQk15hg8jGtWsaVcI0ZTLAk8EXn/view?usp=sharing

- Tarea 2. La casa ideal
- https://drive.google.com/file/d/10JPMecL_3XjwilT3DjqTXqG_4V5JCZ8M/view?usp=sharing

- Tarea 3. Construyendo la nueva escuela
- https://drive.google.com/file/d/1i-e4k4vq857Ktcq5y0kSk_TBK_vWRtOn/view?usp=sharing

- Test y Retest
- https://drive.google.com/file/d/14LjNhxQdM2Bim0RLLT_obCSCGllirsCC/view