



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**ELEMENTOS DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL
PROFESOR DE MATEMÁTICAS QUE SE UTILIZAN PARA ATENDER
SITUACIONES AFECTIVAS EN EL AULA**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA

LIC. VERÓNICA AGUILAR MENDIETA

DIRECTOR DE TESIS

DR. ERIC FLORES MEDRANO

CO-DIRECTOR DE TESIS

DR. JOSÉ GABRIEL SÁNCHEZ RUÍZ

PUEBLA, PUE.

MAYO, 2022



BUAP

DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que la C:

VERÓNICA AGUILAR MENDIETA

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 07 de diciembre de 2021, con la tesis titulada:

*"ELEMENTOS DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS
QUE SE UTILIZAN PARA ATENDER SITUACIONES AFECTIVAS EN EL AULA "*

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 19 de abril de 2022



DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAK
COORDINADORA DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

DRA LAHR/l'agm*

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 Sur, edif. FM1
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

Con amor, a mis hijos:

Lucy y Rafita, quienes son el motor de mi vida.

Este trabajo de investigación fue realizado gracias al apoyo financiero del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), mediante la Beca de Maestría Nacional otorgada durante el periodo enero 2020 a diciembre 2021.

N° de CVU: 1028421.

AGRADECIMIENTOS

*“Si he logrado ver más lejos ha sido porque
he subido a hombros de gigantes”*

Isaac Newton

En primer lugar estoy eternamente agradecida con Dios, el sustento de mi vida, quien se ha encargado de poner a mi alcance todos los medios y a las personas adecuadas para llegar hasta donde estoy.

A mi familia, mi soporte para no derrumbarme ante todas las dificultades que se presentan día a día. Especialmente a mi esposo, quien me ha dado su apoyo incondicional y siempre está presente para sostenerme, ayudarme e impulsarme a alcanzar mis metas cuando estoy por renunciar a éstas, gracias por tu tolerancia y comprensión, la ayuda que me has brindado ha superado mis expectativas. A mis hijos, que en muchas ocasiones han tenido que sentir mi ausencia, deben saber que se me rompe el corazón cuando eso sucede.

A mis padres que me siguen dando su amor y apoyo incondicional. A mi papá, que aún con sus malestares, físicos y emocionales, siempre pone su granito de arena para hacer esto posible, Pero de manera muy especial y con un nudo en la garganta, quiero agradecer a mi mamá (siempre incondicional), gracias por tanto amor, sin ti y sin tu apoyo nada de esto sería posible para mí, no tengo forma de pagarte todo lo que haces por mí y por mis hijos, gracias por amarlos y cuidarlos como si fueras su mamá, gracias por dejar tus asuntos por ayudarme con los míos, gracias por aguantar mi mal humor, por tu presencia, por tus consejos, por tu ejemplo, gracias por sacrificar todo para que yo lograra todo lo que he logrado. ¡Gracias mami!

A mis hermanas, Lupita y Ceci, gracias por confiar en mí, gracias por su paciencia y admiración. Discúlpenme por fallarles tanto y absorber tanto a mamá. Desde mucho antes ustedes tienen un gran crédito en mis logros.

A mis tíos, Soco y Eva, quienes desde hace mucho han sido un apoyo importante. Gracias por siempre animarme y creer tanto en mí.

También quiero agradecer a las personas que me han ayudado a crecer académica y profesionalmente. A mis profesores de la maestría, que con todos los conocimientos que nos han compartido, ha sido más comfortable la elaboración de este trabajo. Al Dr. José Antonio, a la Dra. Araceli, a la Dra. Estela, al Dr. José Gabriel y a la Dra. Lidia, de quien he aprendido mucho, gracias por todas las veces que me ha corregido, pues me ha mostrado un gran panorama para tener una visión más crítica de las cosas.

En particular, agradezco a la Dra. Estela Juárez Ruiz por las colaboraciones en las que amablemente ha aceptado participar, gracias por sus aportaciones, espero que la totalidad de este trabajo sea de su agrado. Al Dr. José Gabriel Sánchez Ruiz, mi codirector, le doy un agradecimiento afectuoso por su amable disposición para participar en esta investigación, gracias por sus observaciones, las cuales han sido de gran ayuda para lograr una mejor versión de ésta.

Pero en especial quiero agradecer al Dr. Eric Flores Medrano, director de esta tesis, a quien debo ser parte de este proyecto. Gracias por animarme e impulsarme a ocupar este lugar en la maestría, por aceptar nuevamente dirigir mi investigación, por compartir pacientemente sus conocimientos conmigo, pero en especial gracias por su comprensión y paciencia, gracias por confiar en mi trabajo y por apoyarme tanto, aun cuando me he retrasado en la entrega. Gracias por su profesionalismo y su gran calidad humana, tiene toda mi admiración y la de mi familia. Fue un gusto haber coincidido y trabajar con usted.

INDICE GENERAL

RESUMEN	xix
ABSTRACT	xxi
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO 1 MARCO TEÓRICO	5
1.1. Dominio afectivo.....	5
1.1.1. Creencias	6
1.1.2. Valores	6
1.1.3. Actitudes	7
1.1.4. Emociones	8
1.1.5. Componentes de dominio afectivo involucradas en el estudio.....	8
1.1.5.1. Apatía	8
1.1.5.2. Desinterés hacia las matemáticas	9
1.1.5.3. Percepción de la dificultad de las matemáticas	9
1.1.5.4. Valor subjetivo o utilidad de las matemáticas	10
1.2. Modelo MTSK	10
1.2.1. Antecedentes del MTSK	10
1.2.2. Estructura del MTSK	11
1.2.2.1. Conocimiento matemático (MK).....	13
1.2.2.2. Conocimiento didáctico del contenido (PCK).....	17
1.2.2.3. El papel de las creencias en el MTSK	22
CAPÍTULO 2 DISEÑO METODOLÓGICO	25
2.1. Enfoque metodológico	25
2.1.1. Estudio de caso	25
2.1.1.1. Estudio de caso instrumental	25
2.1.1.2. Descripción del caso	26
2.1.1.3. Informantes	26
2.2. Método y técnicas de recolección y análisis de datos	27

2.2.1. Entrevista semiestructurada	28
2.2.2. Análisis Bottom-Up	29
2.2.2.1. Descripción de los temas de dominio afectivo	30
2.2.3. Diseño de actividades	31
2.2.4. Análisis Top-Down	32
CAPÍTULO 3. ANÁLISIS Y RESULTADOS	33
3.1. Análisis de la primera informante: el caso de Gisela	34
3.1.1. Dificultad en matemáticas en el caso de Gisela	34
3.1.1.1. Información obtenida en la entrevista con Gisela respecto a la dificultad	35
3.1.1.2. Información obtenida en el diseño de actividades de Gisela respecto a la dificultad.....	39
3.1.1.3. Elementos del MTSK relacionados con la dificultad en el caso de Gisela	41
3.1.2. Falta de motivación para aprender matemáticas en el caso de Gisela	42
3.1.2.1. Información obtenida en la entrevista con Gisela respecto a la falta de motivación	42
3.1.2.2. Información obtenida en el diseño de actividades de Gisela respecto a la falta de motivación	47
3.1.2.3. Elementos del MTSK relacionados con la falta de motivación en el caso de Gisela	53
3.1.3. Valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Gisela.....	54
3.1.3.1. Información obtenida en la entrevista con Gisela respecto al valor o utilidad de las matemáticas	54
3.1.3.2. Información obtenida en el diseño de actividades de Gisela respecto al valor o utilidad de las matemáticas	56
3.1.3.3. Elementos del MTSK relacionados con el valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Gisela	58
3.2. Análisis de la segunda informante: el caso de Marcela	59
3.2.1. Dificultad en matemáticas en el caso de Marcela	62
3.2.1.1. Información obtenida en la entrevista con Marcela respecto a la dificultad	63
3.2.1.2. Información obtenida en el diseño de la actividad de Marcela respecto a la dificultad	65
3.2.1.3. Elementos del MTSK relacionados con la dificultad en el caso de Marcela	67
3.2.2. Falta de motivación para aprender matemáticas en el caso de Marcela	68
3.2.2.1. Información obtenida en la entrevista con Marcela respecto a la falta de motivación	68
3.2.2.2. Información obtenida en el diseño de la actividad de Marcela respecto a la falta de motivación	69

3.2.2.3. Elementos del MTSK relacionados con la falta de motivación en el caso de Marcela	70
3.2.3. Valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Marcela.....	71
3.2.3.1. Información obtenida en la entrevista con Marcela respecto al valor o utilidad de las matemáticas	72
3.2.3.2. Elementos del MTSK relacionados con el valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Marcela	73
3.3. Resumen de los resultados	74
CONCLUSIONES	77
Acerca de los elementos del MTSK empleados para atender los temas de dominio afectivo.....	77
Algunas relaciones entre los conocimientos empleados por las informantes	79
Reflexión final.....	81
REFERENCIAS	83
ANEXOS	87
Anexo 1. Actividad solicitada a Gisela	87
Anexo 2. Propuesta didáctica proporcionada por Gisela	88
Anexo 3. Actividad solicitada a Marcela	93
Anexo 4. Propuesta didáctica proporcionada por Marcela	94

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 <i>Categorías del MTSK</i>	23
Tabla 2 <i>Elementos del MTSK relacionados con la Dificultad en matemáticas en el caso de Gisela</i>	41
Tabla 3 <i>Elementos del MTSK relacionados con la Falta de motivación para aprender matemáticas en el caso de Gisela</i>	53
Tabla 4 <i>Elementos del MTSK relacionados con el Valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Gisela</i>	58
Tabla 5 <i>Elementos del MTSK relacionados con la Dificultad en matemáticas en el caso de Marcela</i> ..	67
Tabla 6 <i>Elementos del MTSK relacionados con la Falta de motivación para aprender matemáticas en el caso de Marcela</i>	70
Tabla 7 <i>Elementos del MTSK relacionados con el Valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Marcela</i>	73
Tabla 8 <i>Resumen de resultados</i>	74

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 <i>Esquema del modelo MTSK</i>	12
Figura 2 <i>Descripción gráfica del método de investigación</i>	27
Figura 3 <i>Actividad 1 correspondiente a la sesión 3 del diseño didáctico de Gisela</i>	40
Figura 4 <i>Actividad 1 correspondiente a la sesión 1 del diseño didáctico de Gisela</i>	47
Figura 5 <i>Actividades correspondientes a la sesión 2 del diseño didáctico de Gisela</i>	49
Figura 6 <i>Actividad 3 correspondiente a la sesión 4 del diseño didáctico de Gisela</i>	50
Figura 7 <i>Actividad 2 correspondiente a la sesión 4 del diseño didáctico de Gisela</i>	50
Figura 8 <i>Actividad 1 correspondiente a la sesión 4 del diseño didáctico de Gisela</i>	58
Figura 9 <i>Objetivo de la actividad propuesta por Marcela</i>	66
Figura 10 <i>Desarrollo de la actividad propuesta por Marcela</i>	66

RESUMEN

En este trabajo se presenta una investigación que tiene como objetivo establecer los elementos del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) que se utilizan para atender situaciones de dominio afectivo en el aula. Para su realización partimos del supuesto de que para atender este tipo de situaciones se necesita conocer la problemática y sus causas, pero también se requiere de distintos conocimientos que le permitan al profesor atender dichas situaciones de manera efectiva. Con base en esto, el marco teórico se conforma por dos partes, por un lado se definen algunos elementos de dominio afectivo en los que se enfoca este trabajo y por otro lado se describe el modelo de conocimiento MTSK, el cual es la principal herramienta de análisis en este estudio.

Se trata de una investigación de corte cualitativo que se realizó mediante un estudio de caso instrumental conformado por dos profesoras de matemáticas interesadas en aspectos del dominio afectivo en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. La obtención de datos se hizo a través de entrevistas semiestructuradas y de diseños de actividades didácticas elaboradas por las profesoras informantes, los cuales fueron analizados bajo un enfoque metodológico Bottom-Up y Top-Down, respectivamente.

En cuanto a los resultados obtenidos en este estudio, encontramos algunas relaciones entre los aspectos de dominio afectivo que se consideran en este trabajo y determinados componentes del MTSK, de las cuales destaca la relación entre el conocimiento que tiene el profesor acerca de *Recursos didácticos (físicos y virtuales)* y sobre *Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos* con la falta de motivación en el aula, dado que advertimos que estos dos conocimientos fueron empleados para elegir el tipo de actividades y tareas que se les proponen a los alumnos con la intención de generar interés y motivarlos. En general, los resultados hallados nos permiten concluir que el conocimiento que tiene el profesor acerca de aspectos de dominio afectivo que intervienen en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, influye determinantemente en el conocimiento que emplea para atender ciertos aspectos afectivos en el aula y depende de las concepciones que cada profesor tenga acerca de dichos aspectos y de su experiencia como docentes.

ABSTRACT

This work presents a research that aims to establish the elements of the Mathematics Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) that are used to attend situations of affective domain in the classroom. To carry it out, we start from the assumption that to attend this type of situation, it is necessary to know the problem and its causes, but it also requires different knowledge that allows the teacher to deal with these situations effectively. Based on this, the theoretical framework is made up of two parts, on the one hand some elements of the affective domain on which this work focuses are defined and on the other hand the MTSK knowledge model is described, which is the main tool of analysis in this study.

This is a qualitative research that was carried out through an instrumental case study made up of two mathematics teachers interested in aspects of the affective domain in the teaching-learning process of mathematics. The data collection was done through semi-structured interviews and designs of didactic activities elaborated by the informant teachers, which were analyzed under a Bottom-Up and Top-Down methodological approach, respectively.

Regarding the results obtained in this study, we found some relationships between the aspects of the affective domain that are considered in this work and certain components of the MTSK, of which stands out the relationship between the knowledge that the teacher has about teaching resources (physical and virtual) and on Strategies, techniques, tasks and examples with the lack of motivation in the classroom, given that we noticed that these two types of knowledge were used to choose the type of activities and tasks that are proposed to the students with the intention of generating interest and motivate them. In general, the results found allow us to conclude that the knowledge that the teacher has about aspects of the affective domain that intervene in the teaching and learning of mathematics, has a decisive influence on the knowledge that he uses to attend to certain affective aspects in the classroom and depends of the conceptions that each teacher has about these aspects and of their experience as teachers.

INTRODUCCIÓN

La problemática que desencadena la enseñanza y aprendizaje de la Matemática es un problema muy antiguo y de talla internacional. Por mucho tiempo se enfocó la atención en el problema de la enseñanza (qué enseñar, cómo enseñar, etc.), sin embargo, no se notó un impacto positivo en el aprendizaje de los alumnos, por lo que surgió la Didáctica de la Matemática, una disciplina que focalizó la atención en el aprendizaje de las matemáticas tratando de responderse por qué frente a una clase bien hecha, hay alumnos que siguen sin aprender matemáticas, por lo que se empezaron a estudiar las causas de este fracaso (VirtualMagisterio, 2013). Siguiendo a D'Amore (2006), alrededor de los años 70, se clarificaron mejor las relaciones entre enseñanza y aprendizaje, se comprendió que el aprender no sólo depende de la disciplina y de la metodología de enseñanza, sino también de fenómenos ligados a problemas de comunicación, sociológicos, antropológicos, entre otros. De ahí el surgimiento de la gran variedad de investigaciones orientadas a comprender y explicar el fracaso en el aprendizaje de las matemáticas

Particularmente algunos trabajos se han enfocado en estudiar aspectos cognitivos como factores que determinan el rendimiento en matemáticas, por ejemplo, Cerda et al. (2011) encontraron una fuerte relación entre el nivel de desarrollo de los esquemas de razonamiento lógico inductivo (o inteligencia lógica) y los resultados de los alumnos en evaluaciones de desempeño escolar en ciencias y matemáticas, sin embargo, aunque las variables cognitivas han sido frecuentemente señaladas como factores centrales para explicar el rendimiento en matemáticas, el panorama se ha ido ampliando poco a poco hacia un enfoque afectivo (Cerda et al., 2018) pues, a partir de la década de los setenta, un número importante de investigaciones en Didáctica de las Matemáticas comenzaron a centrarse en aspectos afectivos, externos a la disciplina y a la metodología de enseñanza para lograr el aprendizaje de las matemáticas (Gil et al., 2005). Este nuevo enfoque:

Pone de manifiesto que las cuestiones afectivas juegan un papel esencial en la enseñanza y aprendizaje de la matemática, y que algunas de ellas están fuertemente arraigadas en el sujeto y no son fácilmente desplazables por la instrucción. (Gómez-Chacón, 2000, p. 21)

En muchas de estas investigaciones (e.g. Alonso et al., 2005) se han estudiado las repercusiones de factores afectivos en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Gómez-

Chacón (2002) pone de manifiesto como las emociones y creencias negativas acerca de las matemáticas, actúan como obstáculos para un aprendizaje eficaz.

Y precisamente en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Matemática son varios los factores que determinan el afecto que se produce hacia esta área del conocimiento o hacia los procesos ligados a ella, los cuales a su vez son responsables de muchas de las acciones y comportamientos del sujeto ante la disciplina (Padrón, 2005). Al respecto, Gómez-Chacón (2000) menciona que al aprender matemáticas el estudiante recibe continuos estímulos asociados a éstas, por ejemplo problemas, actuaciones del profesor, mensajes sociales, etc., los cuales son algunos de los factores que intervienen en las reacciones afectivas (positivas o negativas) que se producen hacia las matemáticas por parte de los estudiantes.

Como se acaba de mencionar, uno de los factores que influye en el afecto que se produce hacia las matemáticas por parte de los alumnos es el profesor y, por lo tanto, todo lo involucrado con su práctica docente. No obstante, él mismo es el responsable de atender las dificultades que se les presentan a sus estudiantes causadas por cuestiones afectivas, las cuales deberían ser atendidas de manera oportuna pues, especialmente en la clase de matemáticas, es muy común encontrar alumnos que muestran reacciones negativas hacia esta área del conocimiento, las cuales evidentemente repercuten negativamente en su aprendizaje.

Partiendo del supuesto de que, para atender este tipo de situaciones relacionadas con cuestiones afectivas, se necesita conocer la problemática y sus causas, pero también se requiere de distintos conocimientos que le permitan al profesor atender dichas situaciones de manera efectiva, surge el interés de estudiar las relaciones entre los conocimientos que tiene el profesor acerca de los aspectos afectivos, que intervienen en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, y los elementos del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés) que emplea para atender situaciones de dominio afectivo en el aula. De esta manera, nos hemos planteado las siguientes preguntas de investigación:

- 1) *¿Cómo influye el conocimiento que tiene el profesor acerca de dominio afectivo sobre el conocimiento especializado que emplea para atender situaciones afectivas en el aula?*
- 2) *¿Qué elementos del MTSK utiliza el docente al diseñar actividades que atiendan situaciones afectivas en el aula?*

De esta manera, el objetivo de este trabajo es *establecer los elementos del MTSK que utiliza o requiere el profesor de matemáticas para atender situaciones afectivas en el aula, especialmente al diseñar actividades de enseñanza.*

Por este motivo recurrimos a docentes que tienen conocimientos de cuestiones afectivas en el aprendizaje de las matemáticas, pues somos conscientes de que no todos los profesores tienen conocimiento acerca de los factores afectivos que influyen en el aprendizaje de los alumnos (y por lo tanto en su desempeño académico), pero al menos de los profesionales que tienen dicho conocimiento, se espera que haya alguna repercusión en su forma de enseñar matemáticas.

Respecto al orden y contenido de este trabajo, el documento se divide en cuatro capítulos. En el Capítulo 1 se presenta el marco teórico que sustenta nuestra investigación, el cual se presenta en dos partes. En el primer apartado se definen algunos conceptos de dominio afectivo que intervienen en el estudio, y en el segundo apartado se describe el modelo de conocimiento MTSK, el cual fue nuestro principal instrumento de análisis.

El Capítulo 2 consiste en dar un panorama amplio del proceso que se siguió para el desarrollo de esta investigación, en el cual se exponen los métodos e instrumentos de recolección y análisis de datos que empleamos.

En el Capítulo 3 se presenta el análisis completo y los resultados de la información que obtuvimos a lo largo de la investigación. En éste describimos explícitamente los elementos del MTSK que emplearon nuestras informantes para atender ciertos elementos de dominio afectivo en el aula. Al final se proporciona un resumen de los resultados a través de una tabla.

Finalmente presentamos las conclusiones del estudio en dos sentidos, por un lado se habla de los elementos del MTSK que se relacionan con cada tema de dominio afectivo y por otra parte se discuten las relaciones que encontramos entre los conocimientos empleados por las informantes. Para concluir el capítulo se hace una reflexión final.

Además, en las últimas páginas se anexan los diseños de las actividades que nos proporcionaron nuestras informantes con la intención de que haya una mejor comprensión de los resultados que obtuvimos.

Capítulo 1

MARCO TEÓRICO

Tomando en cuenta que esta investigación está orientada a encontrar los elementos del MTSK que se emplean para atender cuestiones afectivas en el aprendizaje de las matemáticas, nuestro marco teórico se presenta en dos partes. En la primera parte se definen algunos conceptos de dominio afectivo que intervienen en este trabajo, y posteriormente, en la segunda parte se describe detalladamente el MTSK como un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas, el cual fue la principal herramienta de análisis en esta investigación.

1.1. Dominio afectivo

El enfoque de la dimensión afectiva fue propiciado en gran medida por el educador matemático McLeod quien publicó, ya hace más de dos décadas, un estado del arte en el que enfatizaba los estudios que iban más allá de la cognición en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, a los cuales denominó “dominio afectivo” (Flores et al., 2018).

De acuerdo con los trabajos de McLeod (1992) “El dominio afectivo se refiere a una amplia gama de creencias, sentimientos y estados de ánimo que van más allá del dominio de la cognición” (p. 576). Por su parte, Flores et al. (2018) definen el afecto o dominio afectivo como el campo de investigación en matemática educativa dedicado a estudiar algunos aspectos propios del ser humano, como las actitudes, emociones, motivación, creencias, etcétera, los cuales van formando la vida escolar y social de estudiantes y profesores.

Los estudios realizados en este campo, han mostrado que el afecto tiene una alta influencia en la motivación académica y en el aprendizaje escolar. Es así como en años recientes este enfoque ha tomado relevancia, en tanto que se ha empezado a señalar (en discursos oficiales de organismos internacionales) la importancia que tienen los factores afectivos para el aprendizaje, reconociendo

que las emociones que desarrolla el alumnado hacia las distintas asignaturas podrían estar relacionadas al aprendizaje que logra en cada una de ellas (Ursini y Sánchez, 2019).

Siguiendo a Grootenboer y Marshman (2016), consideraremos que el dominio afectivo incluye: creencias, valores, actitudes; y emociones.

1.1.1. Creencias

Según Gómez-Chacón (2000), las creencias matemáticas son una de las componentes del conocimiento subjetivo del individuo (conocimiento basado en la experiencia) sobre la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. En este caso se trata de creencias básicas, que son a menudo inconscientes y cuya componente afectiva está más enfatizada, a diferencia de las *concepciones* que se entienden como creencias conscientes.

Además es importante enfatizar que, de acuerdo a McLeod (1992), las creencias del estudiante se categorizan en términos del objeto de creencia: creencias acerca de la matemática; acerca de uno mismo; acerca de la enseñanza de la matemática; y creencias acerca del contexto en el cual la educación matemática acontece (contexto social). Este autor señala también que las dos categorías de las creencias que parecen tener influencia en los estudiantes, particularmente en matemáticas, son: las *creencias acerca de las matemáticas*, que generalmente involucran poca componente afectiva, pero constituyen una parte importante del contexto en el que el afecto se desarrolla; y la categoría de *creencias del estudiante* (y del profesor) *acerca de sí mismo* y su relación con la matemática; las cuales tienen una fuerte componente afectiva, e incluyen creencias relativas a la confianza, al autoconcepto, y a la atribución causal del éxito y fracaso escolar.

1.1.2. Valores

Philipp (2007) define los valores como "el valor de algo. Una creencia que uno mantiene profundamente, incluso hasta el punto de apreciar, y actúa sobre ella. [...] Los valores son menos específicos del contexto que las creencias" (p. 259).

Por otra parte, para Bishop et al. (1999) "los valores en la educación matemática son las cualidades afectivas profundas que la educación pretende fomentar a través de la materia escolar de matemáticas y son un componente crucial del ambiente afectivo del aula" (p. 1). Además, ellos mismos mencionan que los valores de enseñanza y aprendizaje tienden a ser implícitos a pesar de que inevitablemente suceden en todas las aulas de matemáticas, de donde surge la preocupación de

que es probable que los maestros tengan una comprensión limitada de los valores que se enseñan y fomentan.

De acuerdo con Grootenboer y Marshman (2016), concebimos un valor como una creencia, duradera y profunda, de que un modo específico de conducta es preferible a un modo opuesto de conducta, el cual se demuestra en las acciones llevadas a cabo por una persona, a diferencia de las creencias que pueden afirmarse verbalmente, pero no necesariamente conducen a un comportamiento observable para los demás.

1.1.3. Actitudes

Siguiendo a Hart (1989) entendemos la actitud como una predisposición a responder de manera favorable o desfavorable con respecto a un objeto dado (es decir, persona, actividad, idea, etc.). Además, el autor distingue tres componentes en una actitud, las cuales Gómez-Chacón (2000) describe como sigue: una componente afectiva que se manifiesta en los sentimientos de aceptación o de rechazo a la tarea o a la materia, una componente intencional o de tendencia a un cierto tipo de comportamiento y una cognitiva que se manifiesta en las creencias subyacentes a dicha actitud.

Así, Hart (1989) afirma que una actitud positiva o negativa hacia las matemáticas podría inferirse de la reacción emocional de uno hacia las matemáticas, del comportamiento de uno para acercarse o evitar las matemáticas y de las creencias de uno sobre qué son las matemáticas y cómo se pueden usar.

Cabe destacar que Gómez-Chacón (2000) hace una distinción entre *actitudes hacia las matemáticas* y *actitudes matemáticas*. Ella menciona que las actitudes hacia la Matemática se refieren a la valoración y el aprecio hacia esta disciplina y al interés por esta materia y por su aprendizaje, además, subrayan más la componente afectiva que la cognitiva y se manifiestan en términos de interés, satisfacción, curiosidad, valoración, etc., a diferencia de las *actitudes matemáticas* que tienen un carácter cognitivo y se refieren al modo de utilizar capacidades generales como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, etc. Esto obedece al hecho de que la actitud matemática no es sólo una afición por las matemáticas, ya que a pesar de que a un alumno pudieran gustarle las matemáticas, podría no tener flexibilidad de pensamiento o apertura mental, por ejemplo. Entonces para marcar esta diferencia es importante distinguir entre lo que un sujeto es capaz de hacer (capacidad) y lo que prefiere hacer (actitud).

1.1.4. Emociones

Con base en Grootenboer y Marshman (2016), las emociones o sentimientos son conceptualizadas como respuestas afectivas a una situación particular, las cuales son temporales e inestables, a diferencia de las actitudes, que se consideran versiones más permanentes y consistentes de los sentimientos repetidos ante un evento u objeto en particular (McLeod, 1992).

Entonces, siguiendo a Gómez-Chacón (2000), las emociones son respuestas organizadas que van más allá de los sistemas psicológicos (incluyendo lo fisiológico, cognitivo, motivacional y el sistema experiencial) y surgen en respuesta a un suceso interno o externo que tiene una carga de significado positiva o negativa para el individuo. El acto emocional está en función de alguna percepción o discrepancia cognitiva en la que las expectativas del sujeto se infringen. Tales expectativas son expresiones de las creencias de los estudiantes acerca de la naturaleza de la actividad matemática, de sí mismos, y acerca de su rol como estudiantes en la interacción durante la clase. Así, las creencias de los estudiantes hacen derivar el significado de los actos emocionales.

En particular, las respuestas emocionales a las matemáticas pueden incluir alegría y emoción, pero los sentimientos más comúnmente expresados son pánico, aburrimiento y frustración (Grootenboer y Marshman, 2016).

1.1.5. Componentes de dominio afectivo involucradas en el estudio

A partir de la recolección de datos que se describe ampliamente en el Capítulo 2, se determinaron las componentes de dominio afectivo que se abordan en este trabajo. A continuación presentamos brevemente los conceptos de dichas componentes, que son relevantes para esta investigación.

1.1.5.1. Apatía

Una actitud que se encuentra comúnmente entre los estudiantes, particularmente en la materia de matemáticas, es la apatía. Para Valdez y Aguilar (2014, citado en Santos, 2019), la apatía es la falta de interés producida por la convicción de que no se conseguirá nada favorable para la sobrevivencia o para tratar de llegar a ser más o mejor que otros y que uno mismo.

Por su parte, Zea et al. (2017) indican que la apatía hace referencia a la desidia, el desgano, la indiferencia, la desmotivación y la falta de fuerza, es decir, es el estado de ánimo impasible que

se refleja en la ausencia de ganas o entusiasmo. Además afirman que la apatía lleva al desinterés y el desinterés engendra al aburrimiento.

1.1.5.2. Desinterés hacia las matemáticas

González (2005) define el desinterés hacia las matemáticas como la falta de motivación que manifiesta el alumnado en forma de aburrimiento o rechazo por la materia pues, de acuerdo con Huertas (1997), la motivación tiene un papel importante en la enseñanza, ya que es una condición necesaria para conseguir el interés de los alumnos por el aprendizaje.

Debido a que el desinterés hacia las matemáticas es un elemento de dominio afectivo que se encuentra comúnmente en los estudiantes, ya se ha creado un modelo teórico que busca explicar el desinterés por las matemáticas a partir de la identificación de algunos factores que influyen en éste. Tal modelo está denominado como Modelo de Desinterés hacia las Matemáticas (MDM), en el cual, siguiendo a González (2005) los factores que integran el MDM son seis: aprovechamiento, la percepción de la actuación del (de la) profesor(a), la percepción de la dificultad de las matemáticas, el valor subjetivo o utilidad de las matemáticas, los estereotipos de género de las matemáticas, como dominio masculino, y el desinterés.

1.1.5.3. Percepción de la dificultad de las matemáticas

Con respecto a la percepción de la dificultad de las matemáticas, González (2005) afirma que “la estimación que hacen las personas acerca de la dificultad de una tarea tiene que ver con la experiencia previa acerca de sus éxitos o fracasos” (p. 113). Además menciona que hay tres aspectos que se han estudiado para comprender las creencias de los alumnos acerca de la dificultad en matemáticas, los cuales son la comprensión que alcanza el alumno, la calidad de la enseñanza y el rendimiento previo.

Por su parte Alonso et al. (2005) mencionan que las matemáticas tienen características propias como lo son la abstracción, reflexión, jerarquización, globalización, orden y rigor, las cuales hacen de las matemáticas una disciplina que requiere cierto esfuerzo y el uso de estrategias cognitivas de orden superior para su asimilación; y a ello, se suma el hecho de que los aprendizajes matemáticos son acumulativos, como lo son también las dificultades. Así es como la dificultad que perciben, y más aún, que experimentan los estudiantes en las matemáticas, tiene que ver con la dificultad intrínseca que caracteriza a esta disciplina.

1.1.5.4. Valor subjetivo o utilidad de las matemáticas

El valor es una idea, por lo que no parte de la razón sino depende de las ideas del individuo, y por lo tanto los valores no son concretos, es decir, su estimación depende de las personas, y por lo tanto del deseo, agrado o interés del individuo, en este caso, hacia las matemáticas (Sequera y Nahir, 2014).

Siguiendo a Miñano et al. (2008), el valor que un individuo le asigna a una tarea académica influye en la conducta de elección, como la persistencia y el logro escolar.

Así, de acuerdo con Santos (2019), el valor subjetivo de las matemáticas se refiere a la idea que se tiene acerca de éstas, la cual se forma a partir de las emociones, los sentimientos o los conceptos que el alumno tiene acerca de las matemáticas, de forma que esto incluye en la percepción de utilidad de las matemáticas.

1.2. Modelo MTSK

1.2.1. Antecedentes del MTSK

El modelo *Mathematics Teachers' Specialized Knowledge* (MTSK) está basado en gran medida en los trabajos de Lee Shulman sobre el conocimiento del profesor, pues de entre variados intentos por acercarse al plano del conocimiento profesional de los docentes, el trabajo de Shulman ha sido el de mayor influencia, pues él fue quien identificó tres principales dominios de conocimiento: *conocimiento de la materia* (SMK), *conocimiento del contenido pedagógico* (PCK) y *conocimiento curricular* (CK), siendo el PCK y el énfasis en la materia que se va a enseñar, la mayor aportación del autor. Posteriormente al trabajo de Shulman, surgieron diversas propuestas para conceptualizar el conocimiento profesional del docente, entre las que destaca el modelo *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), de la Universidad de Michigan, el cual ha tenido también una gran influencia en el desarrollo del MTSK. Entre los aspectos más importantes del MKT, se encuentra el reconocimiento que se le da al *Conocimiento exclusivo de los profesores* (SCK), el cual se sustenta en la idea de que la enseñanza requiere conocimientos especializados que otras profesiones no necesitan (Carrillo-Yáñez et al., 2018).

De acuerdo con Flores-Medrano et al. (2014), la idea del modelo MTSK surge como respuesta a las dificultades encontradas en el MKT, el cual fue utilizado por varios años por el grupo de investigación del MTSK, a lo largo de los cuales se originaron algunos problemas

prácticos, por lo que se ve la necesidad de crear el MTSK tomando como base las potencialidades de MKT y también de otros modelos que caracterizan el conocimiento del profesor de matemáticas. Entre las dificultades encontradas en este modelo, Carrillo-Yáñez et al. (2018) mencionan el cuestionamiento acerca de si los elementos que lo conforman son o no exclusivos de los profesores de matemáticas y el hecho de que los subdominios que lo conforman tienden a superponerse cuando el modelo se utiliza con un fin analítico

Entonces, para el desarrollo del MTSK se partió de dos ideas fundamentales y del acuerdo de que una parte esencial del conocimiento del profesor de matemáticas es el que se refiere a la propia disciplina, ya que no es coherente que alguien sea capaz de enseñar algo que no conoce con profundidad. La primera idea se trata de que la especialización del conocimiento de un profesor deriva de su profesión (profesor de matemáticas) y la segunda se refiere a la especificidad del modelo a la enseñanza de matemáticas. Así, si se quisiera usar para comprender el conocimiento de un profesor que impartiera clase de otra disciplina, sería necesario un análisis profundo de la materia para reconceptualizar (Muñoz-Catalán et al., 2015). De esta forma, el modelo considera el carácter *especializado* del conocimiento del profesor de manera integral y evita hacer alusión a referentes externos, es decir, a conocimientos alusivos a otras profesiones.

En concreto, el MTSK es una propuesta teórica que modela el conocimiento especializado del profesor de matemáticas y, a su vez, es también una herramienta metodológica que permite obtener información sobre el conocimiento que el profesor de matemáticas muestra, declara o posee en su quehacer profesional, pero además nos permite analizarlo a través de sus categorías (Flores-Medrano et al., 2014).

1.2.2. Estructura del MTSK

Siguiendo a Carrillo-Yáñez et al. (2018), para que el profesor lleve a cabo su función, la cual incluye dar clases, planificarlas y tomarse el tiempo para reflexionar sobre éstas, necesita conocimientos específicos asociados a la enseñanza de las matemáticas. A partir de esto, proponen la siguiente estructura del MTSK.

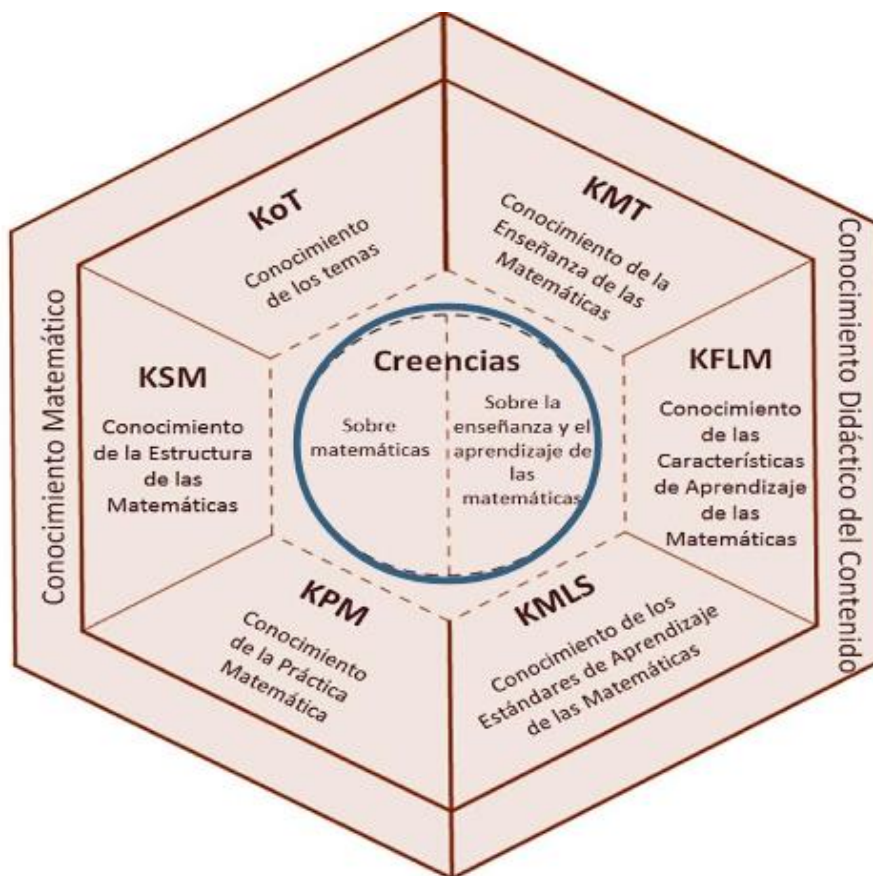
En primer lugar, el modelo está conformado por dos grandes grupos de conocimiento llamados dominios, los cuales se dividen en tres subdominios cada uno y categorías internas a dichos subdominios. El primer dominio es el *Conocimiento Matemático* (Mathematical

Knowledge, MK), el cual incluye el conocimiento que tiene el profesor de las matemáticas en un contexto escolar. El otro dominio es el *Conocimiento Didáctico del Contenido* (Pedagogical Content Knowledge, PCK), y se refiere al conocimiento que tiene el profesor acerca del contenido matemático como objeto de enseñanza-aprendizaje (Flores-Medrano et al., 2014).

En la Figura 1 podemos ver cómo en el MTSK se concretan seis subdominios, tres para el dominio del Conocimiento Matemático (MK): *Conocimiento de los Temas*, *Conocimiento de la Estructura de la Matemática* y *Conocimiento de la Práctica Matemática*; y tres para el Conocimiento Didáctico del Contenido: *Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas*, *Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas* y *Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas*.

Figura 1

Esquema del modelo MTSK.



Ahora, pasaremos a realizar una descripción más detallada del contenido de cada uno de los subdominios.

1.2.2.1. Conocimiento matemático (MK)

De acuerdo con Carrillo-Yáñez et al. (2018), el conocimiento que tiene el profesor de la disciplina que enseña, es un elemento fundamental que le permite enseñar el contenido de forma coherente y secuenciada, además de que le da la posibilidad de validar sus conjeturas y las de sus alumnos. Así, en el MTSK se consideran tres subdominios que componen al conocimiento matemático: *Conocimiento de los temas, conocimiento de la estructura matemática y Conocimiento de la práctica matemática.*

Conocimiento de los Temas (KoT)

El KoT tiene la finalidad de describir el qué y cómo el profesor de matemáticas conoce los temas que va a enseñar, por lo que en este subdominio se considera el conocimiento que tiene el profesor de matemáticas de los contenidos, sus significados y fundamentos. De esta forma, se está considerando tanto el conocimiento del contenido que el alumno debe aprender, como un conocimiento más riguroso que le permite al profesor tener una comprensión más profunda de dichos contenidos. Este subdominio se compone de las categorías: *Procedimientos, Definiciones, propiedades y sus fundamentos, Registros de representación y Fenomenología y aplicaciones*

Procedimientos

En esta categoría se considera el conocimiento de los procedimientos relacionados con un tema en particular, y éste incluye el conocimiento de algoritmos convencionales y alternativos, de las condiciones suficientes y necesarias para aplicarlo y de los fundamentos de dichos algoritmos, además del conocimiento que tiene el profesor acerca de las características que tendría el objeto resultante asociadas al tema de interés (Flores-Medrano et al., 2014). Por ejemplo, para el tema de sistemas de ecuaciones lineales, conocer los diferentes procedimientos que se pueden utilizar para resolverlos, como lo son el método por sustitución, por igualación, suma y resta, y la forma gráfica, además de saber cuándo es más factible utilizar alguno de estos procedimientos y por qué.

Definiciones, propiedades y sus fundamentos

Con base en la consideración de que comúnmente los objetos matemáticos se definen bajo un conjunto de características que cumple tal objeto, Esta categoría incluye el conocimiento del conjunto de propiedades que hacen definible a un objeto matemático

determinado (Flores-Medrano et al., 2014). Por ejemplo, se dice que un número real x es primo si cumple que sea divisible únicamente por $\pm x$ y ± 1 . Además, en esta categoría se considera también el conocimiento sobre formas alternativas para definir un objeto. Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor para definir formalmente una función biyectiva, lo cual implica saber que si f es una función real, para que ésta sea biyectiva debe cumplir que $\forall a, b \in \text{Dom}f$, si $f(a) = f(b) \Rightarrow a = b$ (inyectividad) y que $\forall y \in \text{Cod}f, \exists x \in \text{Dom}f : f(x) = y$ (sobreyectividad). Además de las formas alternativas para definirla informalmente, como puede ser a través de la representación de conjuntos, o en el caso de la inyectividad, a través de la gráfica de la función.

Esta categoría también abarca el conocimiento de las propiedades y sus fundamentos atribuibles a un tema o procedimiento en particular. Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor de que todos los triángulos cumplen la propiedad de que la suma de cualesquiera dos de sus lados es mayor a la medida del lado restante, además de saber en qué principio se fundamenta dicha propiedad.

Registros de Representación

El conocimiento que incorpora esta categoría se refiere al conocimiento que tiene el profesor acerca de las diversas formas en que se puede representar un tema o un objeto matemático (tales como la forma gráfica, algebraica, aritmético o a través del lenguaje natural). Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor de que una función lineal se puede representar de forma algebraica, gráfica o a través de una tabla; así como el conocimiento de la notación y vocabulario adecuado asociado a dichas representaciones. Pero más aún, esta categoría abarca el conocimiento que debe tener el profesor para transitar de una forma de representación a otra.

Fenomenología y aplicaciones

Esta categoría engloba tanto el conocimiento que tiene el profesor acerca de modelos atribuibles a un tema (vistos como fenómenos que pueden servir para generar conocimiento matemático) como su conocimiento sobre distintas situaciones o contextos asociados al objeto matemático en cuestión. Por ejemplo el conocimiento que puede tener el profesor para proporcionar a un niño de preescolar situaciones genéricas que le

conduzcan al conteo, quizá a través de actividades donde asocie conjuntos de objetos y los haga corresponder uno a uno en lugar de recitar la numeración de forma automatizada.

Además esta categoría también incluye el conocimiento que tiene el profesor acerca de usos y aplicaciones de un tema, por ejemplo que el profesor conozca que las funciones exponenciales sirven para modelar fenómenos como expansión de un virus, evolución de poblaciones o problemas relacionados con el interés compuesto.

Conocimiento de la estructura matemática (KSM)

El KSM contempla el conocimiento que le permite al profesor establecer relaciones entre distintos elementos matemáticos, los cuales pueden ser propios del curso que se esté impartiendo, de cursos anteriores, posteriores o de otros niveles educativos. Así, las categorías que lo conforman son: *Conexiones basadas en la simplificación*, *Conexiones basadas en una mayor complejidad*, *Conexiones auxiliares* y *Conexiones transversales*.

Conexiones basadas en la simplificación

En esta categoría se considera el conocimiento que permite al profesor relacionar los contenidos enseñados con contenidos anteriores. Esto bajo el supuesto de que la matemática avanzada desde un punto de vista elemental se refleja en la retrospección de los contenidos enseñados potenciados por los previos (Flores-Medrano et al., 2014). Por ejemplo, cuando los alumnos tienen complicaciones al despejar expresiones como $\frac{\sqrt{v-t^2}}{m^3} = x - w$ (donde se quiere despejar t) y el profesor simplifica el tratamiento de esta expresión al tratamiento de una expresión como $\frac{\sqrt{3-t^2}}{2} = 7$, ya que el alumno al ver varias literales en una expresión algebraica, muchas veces no sabe cómo proceder y al cambiar dichas literales por números enteros, les es más fácil saber qué hacer.

Conexiones basadas en una mayor complejidad

De manera similar que en la categoría anterior y bajo la visión mencionada en Flores-Medrano et al. (2014), de que la matemática elemental desde un punto de vista avanzado se refleja en la proyección de los contenidos enseñados como potenciadores para futuros, en esta categoría se hace alusión al conocimiento que le permite al profesor hacer conexiones que implican un aumento de complejidad entre contenidos enseñados y

contenidos posteriores. Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor para definir la integral a través de sumas de Riemann como una complejización de la noción de la integral como área bajo una curva.

Conexiones Auxiliares

En cuanto a las conexiones auxiliares, se refiere a la participación necesaria de un elemento en procesos más amplios (Carrillo-Yáñez et al., 2018). Por ejemplo, el conocimiento que permite al profesor utilizar ecuaciones lineales como auxiliar para resolver problemas de áreas y perímetros (o cálculo de ángulos) que contengan variables.

Conexiones Transversales

Con respecto a las conexiones transversales, estas se dan cuando diferentes elementos de un contenido tienen características en común que les relaciona. Por ejemplo, el concepto de variable dependiente e independiente está relacionado transversalmente con las relaciones de proporción y el concepto de función.

Conocimiento de la práctica matemática (KPM)

En este subdominio se toma en cuenta el conocimiento que tiene el profesor acerca de cómo se generan las matemáticas (por ejemplo qué tipo de pruebas o procedimientos se pueden realizar o cuales son más efectivos para llegar a ciertos resultados). Esto se puede ver con una visión de la Matemática en general o a partir de un caso específico tomando en cuenta las particularidades de un tema, de donde surgen las dos categorías que caracterizan a este subdominio: *Prácticas ligadas a la Matemática en General* y *Prácticas ligadas a una Temática en Matemática*.

Prácticas ligadas a la Matemática en General

Aquí se considera el conocimiento acerca de cómo se desarrollan las matemáticas independientemente del concepto abordado. La necesidad de que el profesor posea este conocimiento es porque lo provee de estructuras lógicas de pensamiento que ayudan a entender el funcionamiento de diversos procesos matemáticos (Flores-Medrano et al., 2014). Entre otras cosas, esta categoría engloba el conocimiento del profesor de matemáticas sobre cómo demostrar, justificar, definir, hacer deducciones e inducciones y dar ejemplos en matemáticas, además abarca también la comprensión del papel de los

contraejemplos (Carrillo-Yáñez et al., 2018). Por ejemplo, saber que cuando se quiere probar la unicidad de algún objeto matemático, la forma de proceder es suponiendo que existe otro y llegar a una contradicción.

Prácticas ligadas a una Temática en Matemáticas

El conocimiento considerado en esta categoría se refiere a los casos particulares del conocimiento considerado en la categoría anterior. Un ejemplo de esta categoría aparece cuando, por ejemplo, un profesor, al trabajar con problemas matemáticos verbales que incluyan valores desconocidos, suele utilizar ecuaciones para modelarlo y resolverlo (mientras eso sea posible) aunque haya otras formas de abordarlo, pero lo hace porque sabe que al modelarlo con una ecuación, el resultado será preciso a pesar de que a veces implique un procedimiento largo.

En conclusión, de acuerdo con Flores-Medrano et al. (2014), la importancia de este subdominio radica en que el profesor debe tener conciencia de cómo se razona y produce en matemáticas, para dar solidez a su propio conocimiento y para poder gestionar los razonamientos matemáticos puestos en juego por sus alumnos, a la hora de aceptarlos, refutarlos, o refinarlos, cuando sea necesario.

1.2.2.2. Conocimiento didáctico del contenido (PCK)

Este dominio de conocimiento considera el contenido matemático, pero ya no como un conocimiento formal, sino como conocimiento a enseñar-aprender, es decir, que sea accesible y adecuado para los estudiantes de acuerdo al nivel educativo en el que se encuentren. Este conocimiento marca la diferencia entre una persona que sabe matemáticas y un profesor de matemáticas, pues está estrechamente relacionado con la práctica en el aula. De esta manera, este dominio está constituido por tres subdominios: *conocimiento de la enseñanza de las matemáticas*, *conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas* y *conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas*.

Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)

El subdominio KFLM engloba los conocimientos sobre las características propias del aprendizaje de las matemáticas, el cual incluye saber cómo piensan los alumnos y cómo van construyendo sus conocimientos, lo que le permite al profesor comprender los procesos de

aprendizaje de los alumnos y, por lo tanto, las fortalezas y dificultades que tiene al aprender matemáticas. De acuerdo con Carrillo-Yáñez et al. (2018), las principales fuentes de conocimiento de los docentes, para este subdominio, son su propia experiencia y los resultados de las investigaciones en educación matemática. Así, las categorías que componen este subdominio son: *Teorías del aprendizaje matemático, Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas, Maneras en que los alumnos interactúan con el contenido matemático y Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas.*

Teorías del aprendizaje matemático

De acuerdo con Carrillo-Yáñez et al. (2018), en esta categoría se reconoce el conocimiento que tiene el profesor acerca de cómo se va construyendo el conocimiento a partir de las actividades que se proponen para abordar los contenidos matemáticos, por lo que aquí se incorpora el conocimiento que debe tener el docente para comprender el proceso que deben atravesar los alumnos para familiarizarse con los diferentes conceptos. De esta manera aquí se incluye el conocimiento de estructuras o teorías personales o institucionalizadas sobre el desarrollo cognitivo del estudiante, tanto para la matemática en general como para contenidos particulares. Por ejemplo, el profesor puede conocer la propuesta de los niveles de razonamiento de Van Hiele para comprender cómo se va desarrollando el razonamiento geométrico de los estudiantes.

Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas

Esta categoría engloba conocimientos sobre dónde los estudiantes tienen errores, obstáculos y dificultades asociados a la matemática en general y a temas concretos, pero también dónde muestran fortalezas. Por ejemplo el conocimiento que tiene el profesor sobre las posibles dificultades que puede tener un estudiante en la solución de problemas donde tenga que manipular fracciones, como en el caso de las ecuaciones con coeficientes fraccionarios o donde la variable aparezca como denominador.

Maneras en que los alumnos interactúan con el contenido matemático

Aquí se considera el conocimiento que tiene el profesor acerca de los procedimientos y estrategias que los estudiantes utilizan para hacer matemáticas, tanto los típicos como los no habituales. También abarca los conocimientos sobre el posible lenguaje

o vocabulario usado comúnmente al abordar un determinado contenido (Flores-Medrano et al., 2014). Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor de que la mayoría de los estudiantes al enfrentarse a un problema de proporcionalidad proceden a través de una regla de tres, desestimando en muchas ocasiones si se trata de una proporción directa o inversa.

Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas

Finalmente, esta categoría se refiere a los aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas, pues aquí se engloba el conocimiento que tiene el profesor sobre las expectativas e intereses que tienen los estudiantes con respecto a las matemáticas, y sobre qué los motiva. También se considera el conocimiento que tiene el docente sobre las concepciones que tienen los alumnos acerca de éstas (Flores-Medrano et al., 2014). Cabe mencionar que siguiendo a Carrillo-Yáñez et al. (2018), este conocimiento se manifiesta a través de la elección de los registros de representación que se eligen al abordar un tema en particular, y consideramos que también en la elección del tipo de actividades y recursos didácticos para la enseñanza de los contenidos. Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor acerca de la creencia que tienen los alumnos sobre la utilidad de las matemáticas, pues en general, es común escuchar a los alumnos decir que lo que se aborda en matemáticas no lo volverán a usar en el futuro o que no es aplicable a la vida real.

Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)

Este subdominio incluye el conocimiento de aspectos inherentes al contenido matemático, pero ahora, como contenido a enseñar, es decir, el conocimiento acerca de las formas o recursos que se pueden emplear para enseñar ciertos contenidos matemáticos. Aquí se considera el conocimiento acerca de las ventajas y desventajas de los métodos empleados al trabajar matemáticas con los alumnos. Cabe destacar que este conocimiento puede basarse en teorías extraídas de la literatura de investigación en educación matemática, o en la experiencia personal de los profesores y la reflexión sobre su práctica docente (Carrillo-Yáñez et al., 2018). Este subdominio comparte fuentes de conocimiento con el KFLM y sus categorías son: *Teorías de la enseñanza de las matemáticas, Recursos didácticos (físicos y digitales) y Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos.*

Teorías de la enseñanza de las matemáticas

Aquí se hace referencia al conocimiento que tiene el docente acerca de teorías personales o institucionalizadas de enseñanza, por lo que incluye los conocimientos sobre la potencialidad que pueden tener ciertas actividades, tareas o estrategias didácticas asociadas a un contenido matemático, así como los alcances que éstas pueden llegar a tener en el aprendizaje de los temas. Por ejemplo, el conocimiento de la Teoría de las Situaciones Didácticas de Brousseau y su utilidad para diseñar actividades didácticas y ambientes de trabajo que favorezcan la participación activa del alumno en la construcción de su aprendizaje.

En esta misma categoría se considera el conocimiento de las analogías, ejemplos típicos, metáforas, explicaciones, entre otros recursos, que los docentes pueden emplear como elementos auxiliares para la enseñanza de las matemáticas o para un tema en particular, y que ellos consideren potentes para abordar dicho contenido matemático (Flores-Medrano et al., 2014).

Recursos didácticos (físicos y digitales)

En esta otra categoría se incluye el conocimiento de recursos materiales y virtuales que pueden emplearse para enseñar un contenido específico. Como señala Carrillo-Yáñez et al. (2018), este conocimiento va más allá de ubicar estos recursos y saber cómo emplearlos, pues abarca el tener una evaluación crítica de cómo pueden mejorar la enseñanza de un tema en particular y de las limitaciones involucradas en la utilización de tal recurso. Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor para utilizar GeoGebra en el tema de funciones y sus transformaciones y conocer las dificultades o limitaciones que puede tener para la enseñanza del tema.

Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos

Finalmente, a diferencia de la categoría anterior en la que se habla el conocimiento del objeto físico o digital en sí, en esta categoría se alude a aquellos elementos que denotan la intencionalidad de enseñanza del profesor en un tema determinado. El conocimiento acerca de qué tipo de tareas o actividades son más adecuadas para abordar un tema en particular, es un conocimiento incluido en esta categoría, pues implica la conciencia que debe tener el docente sobre el potencial o cualquier posible limitación u obstáculo que pueda

surgir de las actividades, estrategias y técnicas que elige para enseñar contenido matemático específico.

Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)

Este subdominio se trata del conocimiento que tiene el profesor acerca de lo que debe aprender el estudiante de acuerdo al nivel educativo al que pertenezca. Este conocimiento orienta el trabajo del docente ya que, por lo general, los niveles de conocimiento que deben alcanzar los alumnos son especificaciones curriculares. Para este subdominio se consideran tres categorías: *Resultados de aprendizaje esperados*, *Nivel esperado de desarrollo conceptual o procedimental* y *Secuencia de temas*.

Resultados de aprendizaje esperados

Esta primera categoría se refiere al conocimiento que debe tener el docente acerca de qué contenidos matemáticos se deben enseñar en el grado escolar en el que esté impartiendo clases. La principal fuente de conocimiento en este caso es el documento curricular que indica cuáles son esos contenidos o las capacidades matemáticas específicas que requiere desarrollar en sus estudiantes en un determinado nivel escolar. Por ejemplo, en el caso de nuestro país, el conocimiento que tiene el profesor acerca de los contenidos y los aprendizajes esperados para cada nivel educativo, establecidos en el libro de Aprendizajes clave.

Nivel esperado de desarrollo conceptual o procedimental

En esta categoría se considera el conocimiento del nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado para un tema en un determinado nivel escolar. Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor acerca del tipo de respuestas que se esperan de un niño de precolar al comparar la cantidad de materia en recipientes de diferentes formas y tamaños, está dentro de esta categoría.

Este conocimiento se puede extraer de diversas fuentes, pero principalmente del documento curricular oficial de cada país, sin embargo otras fuentes de las que se puede adquirir este conocimiento pueden ser documentos curriculares no oficiales (por ejemplo especificaciones curriculares de otros países) y la literatura de investigación (Carrillo-Yáñez et al., 2018).

Secuencia de Temas

La tercera y última categoría del KMLS hace referencia al conocimiento que debe tener el profesor acerca de la secuenciación de los diversos contenidos matemáticos, ya sea dentro del mismo curso o pensando en cursos anteriores. Por lo que esto incluye tener conciencia de los conocimientos y capacidades previas que debe tener un estudiante para enfrentar ciertas tareas y conocer las potencialidades que debe desarrollar para comprender un determinado tema o concepto al que se enfrentará posteriormente (Flores-Medrano et al., 2014). Por ejemplo, el conocimiento que tiene el profesor acerca de los temas y conceptos previos que debe dominar el estudiante para comprender el concepto de derivada, como lo son el concepto de variación, función, límites, entre otros.

Después de la sección 1.2.2.3. se presenta una tabla donde se desglosan los dominios de conocimiento del MTSK con cada uno de los subdominios y categorías que los conforman.

1.2.2.3. El papel de las creencias en el MTSK

Como se observó en la Figura 1, las concepciones y creencias del profesor acerca de las matemáticas son colocadas en el MTSK al centro del esquema y con líneas punteadas. Esta representación indica que en este modelo se considera que las concepciones que tiene el profesor acerca de las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje, permea al conocimiento que tiene en cada uno de los subdominios (Flores-Medrano et al., 2014).

De esta manera, dichas concepciones y creencias del profesor también son un elemento que permite interpretar la práctica docente del profesor, sin embargo se tiene conciencia de que las creencias son una de las componentes del conocimiento subjetivo del individuo por lo que no pueden ser directamente observadas o medidas, solamente inferidas.

A continuación se presenta la Tabla 1 donde se pueden observar, de manera más clara, los subdominios de conocimiento con cada una de las categorías que los definen. Para fines prácticos en la última columna aparece un código asignado para cada categoría de conocimiento. Con estos códigos nos referiremos a las categorías a lo largo del análisis.

Tabla 1*Categorías del MTSK*

Dominio	Subdominio	Categoría	Código	
Conocimiento matemático (MK)	Conocimiento de los temas matemáticos (KoT)	Procedimientos	<i>KoT 1</i>	
		Definiciones, propiedades y sus fundamentos	<i>KoT 2</i>	
		Registros de representación	<i>KoT 3</i>	
		Fenomenología y aplicaciones	<i>KoT 4</i>	
	Conocimiento de la estructura matemática (KSM)	Conexiones basadas en la simplificación	<i>KSM 1</i>	
		Conexiones basadas en una mayor complejidad	<i>KSM 2</i>	
		Conexiones auxiliares	<i>KSM 3</i>	
		Conexiones transversales	<i>KSM 4</i>	
	Conocimiento de la práctica matemática (KPM)	Prácticas ligadas a la Matemática en General	<i>KPM 1</i>	
		Prácticas ligadas a una Temática en Matemáticas	<i>KPM 2</i>	
	Conocimiento didáctico del contenido (PCK)	Conocimiento de las características de aprendizaje de las matemáticas (KFLM)	Teorías del aprendizaje matemático	<i>KFLM 1</i>
			Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas	<i>KFLM 2</i>
Maneras en que los alumnos interactúan con el contenido matemático			<i>KFLM 3</i>	
Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas			<i>KFLM 4</i>	
Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT)		Teorías de la enseñanza de las matemáticas	<i>KMT 1</i>	
		Recursos didácticos (físicos y digitales)	<i>KMT 2</i>	
		Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	<i>KMT 3</i>	
Conocimiento de los estándares de aprendizaje de las matemáticas (KMLS)		Resultados de aprendizaje esperados	<i>KMLS 1</i>	
		Nivel esperado de desarrollo conceptual o procedimental	<i>KMLS 2</i>	
		Secuencia de Temas	<i>KMLS 3</i>	

Capítulo 2

DISEÑO METODOLÓGICO

En este apartado exponemos las bases metodológicas de esta investigación y hacemos una descripción detallada del proceso a través del cual se llevó a cabo la recolección y análisis de datos para la realización del trabajo, así como las técnicas que fueron empleadas.

2.1. Enfoque metodológico

El tipo de investigación que realizamos es de corte cualitativo, la cual abordamos a través de un estudio de caso instrumental. Esto fue con el fin de responder a las necesidades de la misma, pues no podríamos lograr nuestros objetivos por medio de procedimientos estadísticos u otros medios de cuantificación, ya que la naturaleza de los datos que requerimos es subjetiva.

2.1.1. Estudio de caso

Siguiendo a Gómez y Roquet (2009) el estudio de caso puede ser abordado desde diferentes perspectivas, no es necesariamente de naturaleza cualitativa, pues su rasgo distintivo no son los métodos de investigación utilizados sino el interés en un caso particular.

Gómez et al. (1999) consideran que "el estudio de casos implica un proceso de indagación que se caracteriza por el examen detallado, comprehensivo, sistemático y en profundidad del caso objeto de interés" (p. 92). Además, afirman que un caso puede ser una persona, una organización, un programa de enseñanza, un alumno, un profesor, una clase, la práctica de un profesor, etc., y que la única exigencia es que posea algún límite físico o social que le confiera valor o importancia.

Sin embargo, en esta investigación haremos uso de un estudio de caso desde una perspectiva cualitativa, y específicamente usaremos un estudio de caso instrumental.

2.1.1.1. Estudio de caso instrumental

Particularmente, el estudio de caso instrumental se emplea cuando se examina un caso particular para proporcionar más información sobre un tema o fenómeno. Así el caso se convierte en un instrumento para comprender dicho fenómeno y su utilidad radica en la aportación de datos para comprenderlo (Gómez et al., 1999).

Como se mencionó en la introducción, en este trabajo nuestro interés está puesto en estudiar las relaciones entre los conocimientos que tiene el profesor acerca de aspectos afectivos y los elementos del MTSK que emplea para atender situaciones de dominio afectivo en el aula. Por tal motivo nuestro caso está conformado por docentes que tienen conocimientos de cuestiones afectivas en el aprendizaje de las matemáticas, lo cual nos da la posibilidad de comprender cómo influyen estos conocimientos en los conocimientos especializados que ponen en juego a la hora de diseñar actividades que atiendan intencionalmente tales situaciones afectivas.

2.1.1.2. Descripción del caso

En esta investigación el caso es un grupo de dos profesoras de matemáticas que estudiaron una maestría profesionalizante en Educación Matemática, ambas egresadas de la misma institución y con la particularidad de que sus trabajos de tesis estuvieron enfocados en el dominio afectivo, por lo que podrían tener cierta sensibilidad hacia ese tipo de temas, sin embargo, no hay garantía de que empleen esos conocimientos en su práctica profesional.

De esta manera, nuestro caso se convierte en un instrumento para saber qué elementos del MTSK se emplean al diseñar actividades de aprendizaje que atiendan intencionalmente situaciones relacionadas con cuestiones de dominio afectivo.

2.1.1.3. Informantes

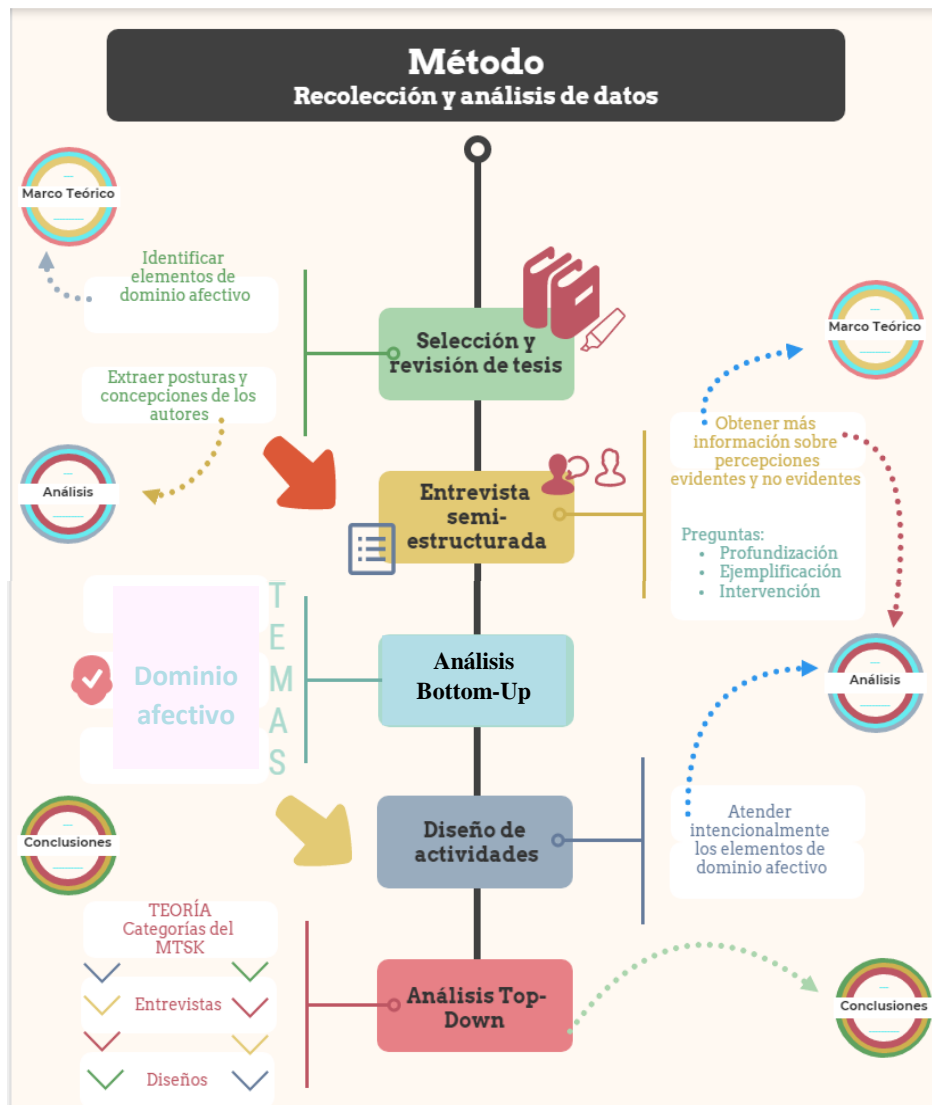
Nuestra primera informante, bajo el seudónimo de Gisela, es maestra de matemáticas con 5 años de experiencia en la docencia (3 años en secundaria y 2 en nivel medio superior), imparte clases de estadística y álgebra. Es licenciada en Matemáticas Aplicadas y maestra en Educación Matemática. Su tesis de maestría estuvo enfocada en evaluar el interés hacia las matemáticas en estudiantes de carreras afines, para lo cual construyó un instrumento que le permitió hacer dicho estudio.

La segunda informante, bajo el seudónimo de Marcela, es maestra de matemáticas en nivel medio superior con 4 años de experiencia como docente, ha impartido todas las materias de matemáticas, tales como álgebra, geometría, estadística, etc. Respecto a su formación, Marcela es licenciada en Matemáticas y maestra en Educación Matemática, en su tesis de maestría se estudió qué tipo de emociones experimentan más los estudiantes al resolver problemas matemáticos y la relación entre el rendimiento académico y los estados emocionales de los alumnos en matemáticas.

2.2. Método y técnicas de recolección y análisis de datos

Figura 2

Descripción gráfica del método de investigación.



En la Figura 2 se muestra un esbozo del proceso que se llevó a cabo para la realización de esta investigación, el cual se volverá más claro con la descripción detallada que se presenta a continuación.

En la primera etapa de esta investigación, comenzamos por seleccionar algunas tesis de maestría realizadas por estudiantes de la Maestría en Educación Matemática (MEM) en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP). Dicha selección se hizo tomando en cuenta la relación que tenía cada trabajo de tesis con algún aspecto afectivo, esto con la intención de asegurarnos que los informantes que eligiéramos tuvieran algún conocimiento y/o sensibilidad hacia factores de dominio afectivo que intervienen en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Adicionalmente, la posibilidad de establecer contacto con los autores, también fue un factor determinante para elegir los trabajos, ya que en una etapa posterior sería necesario establecer un diálogo con ellos.

Una vez seleccionadas las tesis de nuestro interés, procedimos a revisarlas detalladamente con la finalidad de identificar los elementos de dominio afectivo involucrados en dichas investigaciones y la postura de los autores respecto a dichos elementos. Algunas de las posturas de las profesoras informantes, encontradas en su tesis, son relevantes para esta investigación y se retoman en el análisis, sin embargo, no se coloca la referencia para mantener su anonimidad.

El siguiente momento fue la recolección de datos, a lo cual procedimos primero a través de una entrevista semiestructurada para obtener información acerca de la perspectiva de las informantes sobre los elementos de dominio afectivo involucrados en sus trabajos de investigación (obtenidos de sus tesis) y sobre otros de los que tuvieran interés y /o conocimiento.

2.2.1. Entrevista semiestructurada

Sampieri et al. (2010) afirman que las entrevistas semiestructuradas se basan en una guía de asuntos o preguntas, pero no se sujeta exclusivamente a ésta, pues el entrevistador tiene la libertad de introducir preguntas adicionales para precisar conceptos u obtener mayor información sobre los temas deseados (es decir, no todas las preguntas están predeterminadas).

Las preguntas de cada una de nuestras guías de entrevista se realizaron en base a los elementos de dominio afectivo que se encontraron en las tesis de Gisela y Marcela

(respectivamente), a partir de las cuales, se estableció un diálogo personal con las informantes para propiciar una discusión acerca de los elementos de dominio afectivo que conocían. Específicamente nos interesaba saber cómo conciben dichos elementos, cómo los identifican y cómo sugieren atenderlos en el aula, por lo que se hicieron preguntas de profundización, de ejemplificación y de intervención. Cabe mencionar que el diseño de nuestra guía de entrevista se hizo en base a la revisión de las tesis de cada una de nuestras informantes y se adaptó de acuerdo a los elementos de dominio afectivo que cada una trabajó.

Una vez entrevistadas las dos informantes se tuvo la necesidad de hacer un primer análisis, en este caso se analizó la información obtenida en las entrevistas, con un enfoque metodológico *Bottom-Up*.

2.2.2. Análisis Bottom-Up

La realización de este trabajo requería concretar los aspectos de dominio afectivo a estudiar, por lo que fue necesario generar una lista de categorías de análisis para identificar qué elementos del modelo MTSK se emplean para atender dichos aspectos de dominio afectivo. Tales categorías fueron determinadas con base en las declaraciones de las profesoras, las cuales se sustentan en su experiencia como docentes y en el conocimiento que adquirieron a partir de la realización de sus trabajos de tesis, pues consideramos que al tratarse de temas que las profesoras conocen o han experimentado en su labor docente podrían proporcionarnos información más profunda y significativa que si nos centráramos en temas predeterminados, probablemente, desconocidos para ellas. Por esta razón decidimos construir dichas categorías identificando los rasgos comunes entre los elementos de dominio afectivo que mencionaron las informantes durante las entrevistas y no basarnos en la investigación existente respecto a los afectos que se encuentran frecuentemente o que más influyen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

De esta manera, la técnica de análisis que adoptamos tiene concordancia con la perspectiva metodológica *Bottom-Up* (de abajo hacia arriba), la cual se caracteriza por partir de los datos a la teoría (Medrano, 2015). En este caso analizamos las declaraciones de las profesoras entrevistadas para extraer información acerca de sus conocimientos sobre aspectos afectivos y categorizarlos con base en los componentes del dominio afectivo (creencias, actitudes, valores y emociones).

Cabe mencionar que para evitar confusión con las categorías del modelo de conocimiento MTSK, decidimos llamar *temas* a las categorías de dominio afectivo.

Entonces, a partir de este acercamiento Bottom-Up, determinamos tres temas de dominio afectivo en los que las profesoras hicieron mayor énfasis y los cuales guiaron el resto de la investigación. Los temas de estudio en este trabajo son los siguientes:

- Dificultad en matemáticas
- Falta de motivación para aprender matemáticas
- Valor o utilidad de las matemáticas

Cabe destacar que aunque los temas determinados aplican para los dos casos, caso Gisela y caso Marcela, cada informante le da un significado diferente a cada uno de estos elementos de dominio afectivo.

2.2.2.1. Descripción de los temas de dominio afectivo

En el primer tema, al cual llamamos *Dificultad en matemáticas*, nos referimos a la dificultad en dos sentidos: por un lado, a partir de las declaraciones de Gisela, consideramos la dificultad que perciben y experimentan los alumnos al aprender contenidos matemáticos específicos, y por otro lado, de acuerdo con las afirmaciones de Marcela, concebimos la dificultad como una creencia de los alumnos acerca de las matemáticas. En ambos casos se trata de aspectos afectivos, pues como afirma Gómez-Chacón (2022), la experiencia que tiene el estudiante al aprender matemáticas le provoca distintas reacciones e influye en la formación de sus creencias, las cuales (como se mencionó en el Capítulo 1) constituyen una parte importante en el afecto que se desarrolla hacia éstas, ya que tienen una consecuencia directa en el comportamiento de los estudiantes ante situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender.

En el segundo tema denominado *Falta de motivación para aprender matemáticas*, se incluye la acepción de Gisela, quien nos habló de la falta de motivación en términos de desinterés y apatía, y la de Marcela, quien se refirió a ésta en términos de aburrimiento, pues considera que el aburrimiento y la creencia de que las matemáticas son aburridas son indicadores de la falta de motivación que tienen los estudiantes para aprender matemáticas. Evidentemente en ambos sentidos se hace referencia a elementos de dominio afectivo, pues por un lado, el desinterés y la

apatía (que podrían considerarse sinónimos de acuerdo a la definición propuesta por Valdez y Aguilar (2014)) aluden a las actitudes, las cuales se definen en el apartado 1.1.3. como predisposiciones a responder de manera favorable o desfavorable ante una actividad, en este caso, la de aprender matemáticas. Por otro lado, el aburrimiento es comúnmente una respuesta emocional a las matemáticas, el cual puede ser temporal e inestable (Grootenboer y Marshman, 2016), pues retomando a Gómez-Chacón (2000), el acto emocional depende de alguna percepción en la que las expectativas del alumno (acerca de la actividad matemática, de sí mismos y de su rol como estudiantes durante la clase) no se alcanzan.

Respecto al tercer tema llamado *Valor o utilidad de las matemáticas*, con base en las aportaciones de Gisela y Marcela, se consideran las creencias que tienen los alumnos acerca de la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana, pero además Marcela hace una distinción entre el valor de tener conocimientos matemáticos y la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana. En este caso, por un lado, se alude las creencias (un componente del dominio afectivo) y por otro lado a los valores, los cuales concebimos como creencias duraderas y profundas que no solo se expresan verbalmente, sino que conllevan una acción, pues conducen a adoptar un comportamiento observable (Grootenboer y Marshman, 2016).

2.2.3. Diseño de actividades

Una vez definidos los elementos de dominio afectivo que guiarían esta investigación, el siguiente paso fue solicitar a Gisela y Marcela un diseño de actividades de aprendizaje que atendieran de manera intencional situaciones afectivas específicas que ellas mismas rescataron y en las que pusieron mayor interés durante la entrevista, por lo que las indicaciones de dicha solicitud fueron personalizadas para cada informante (esto puede verificarse en los Anexos 1 y 3). Dichos diseños también fueron analizados.

Ya teniendo los diseños de las actividades elaborados por las profesoras informantes, procedimos a analizarlos a través de un enfoque metodológico *Top-Down* «de la teoría a los datos» (Medrano, 2015), dando lugar a un segundo momento de análisis. Esta vez nos interesaba establecer, con base en los diseños, los elementos del MTSK que se utilizan o se requieren para atender situaciones afectivas en el aula.

2.2.4. Análisis Top-Down

Como sugiere Leal (2020), la estrategia de análisis *Top-Down* (de arriba hacia abajo) se caracteriza por recurrir a la teoría sobre el objeto a estudiar y emplearla para analizar la información.

En este caso el objeto a estudiar es el conocimiento especializado que emplearon las profesoras para atender cuestiones afectivas en el aula. Y precisamente en esta investigación, miramos los datos obtenidos en las entrevistas y en los diseños didácticos de las informantes, a través de las categorías del MTSK, para establecer los elementos de MTSK que utilizaron.

Es importante aclarar que, para darle mayor veracidad a los resultados, y por lo tanto, a las conclusiones de esta investigación, los datos obtenidos tanto en las entrevistas como en los diseños de nuestras informantes fueron identificados como indicios o evidencias de conocimiento, según la profundidad de sus aportaciones. Por lo tanto, en este trabajo concebimos los conceptos de evidencia e indicio de conocimiento como Escudero-Ávila et al. (2016), quienes afirman que las evidencias de conocimiento son “aquellos elementos que permiten afirmar que un profesor posee, o no, un determinado conocimiento” (p. 63), mientras que los indicios de conocimiento “son sospechas (propiciadas por alguna declaración o acción del profesor) de la existencia o inexistencia de un determinado conocimiento, son también una aceptación de que se requiere más información para convertirse en evidencias” (p. 64).

Finalmente, cabe mencionar que el propósito de este análisis no es determinar si los diseños que nos proporcionan las informantes favorecen o no el aprendizaje de los temas que abordan, sino más bien a partir de sus diseños vamos a determinar qué elementos del MTSK ponen en evidencia para atender los aspectos de dominio afectivo involucrados y establecer relaciones entre estos dos conocimientos.

Capítulo 3

ANÁLISIS Y RESULTADOS

En este apartado presentamos el análisis de la información obtenida en las entrevistas realizadas a cada una de las informantes de esta investigación y en las actividades que diseñaron para atender los temas de dominio afectivo que se determinaron, y al final, se destina un subapartado para presentar un resumen de los resultados obtenidos, a través de una tabla, con la finalidad de que se tenga un acceso práctico a dicha información.

El análisis está enfocado a identificar los componentes del MTSK que las profesoras emplearon para atender los aspectos de dominio afectivo tanto en su práctica docente (basada en sus declaraciones durante la entrevista) como en los diseños de actividades que nos proporcionaron, lo cual da respuesta a una de las preguntas de investigación que nos planteamos: ¿qué elementos del MTSK utiliza el docente al diseñar actividades que atiendan situaciones afectivas en el aula?

El análisis está organizado por informante y cada caso se aborda a partir de los tres elementos de dominio afectivo que guiaron esta investigación, a los cuales llamamos temas. Cabe recordar que, como se menciona en Capítulo 2, estos temas fueron determinados de acuerdo al interés que mostraron las profesoras durante la entrevista para atender dichos aspectos de dominio afectivo en el aula. También es importante recordar que aunque los temas afectivos fueron determinados a partir de los rasgos comunes que Gisela y Marcela mencionaron de éstos, cada una de las profesoras le da un sentido diferente, rescatando distintas situaciones afectivas con base en su experiencia docente.

Los temas que consideramos para el análisis, tal como aparecen en el Capítulo 2, son los siguientes:

- Dificultad en matemáticas
- Falta de motivación para aprender matemáticas
- Valor o utilidad de las matemáticas

Ahora bien, siguiendo las definiciones adoptadas para *indicio* y *evidencia de conocimiento* expuestas en el diseño metodológico de esta tesis, a continuación comenzamos con el análisis,

donde catalogamos los datos que obtuvimos como indicio o evidencia de conocimiento según la información que nos aportaron las profesoras tanto en la entrevista como en el diseño.

3.1. Análisis de la primera informante: el caso de Gisela

Recordemos que, como se mencionó en el Capítulo 2, Gisela es profesora de matemáticas en el nivel medio superior e imparte materias como estadística y álgebra. Nuestro primer acercamiento con ella fue por medio de una entrevista semiestructurada acerca de sus concepciones respecto a factores afectivos que influyen en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

A partir de la información obtenida, se le pidió diseñar una actividad o secuencia de actividades que atendiera intencionalmente las situaciones afectivas que rescató durante su entrevista, respecto a los temas de dominio afectivo determinados para esta investigación. La propuesta didáctica que nos proporcionó la profesora, está diseñada para abordar el Teorema de Pitágoras (tema que ella misma eligió). Cabe mencionar, que con la serie de actividades que conforman la secuencia diseñada por Gisela, busca promover el interés de los estudiantes y el sentido de utilidad de las matemáticas (lo cual hace explícito en el desarrollo de su propuesta). La secuencia abarca 5 sesiones de clase en las que se plantean diferentes actividades, las cuales se pueden encontrar en el Anexo 1.

A continuación mostramos los extractos de entrevista o los fragmentos de las actividades propuestas por Gisela que respaldan los indicios y evidencias de conocimiento que encontramos en este caso, los cuales se describen en términos del conocimiento considerado en las categorías del MTSK. La nomenclatura empleada en los extractos es E para la entrevistadora (primera autora de este trabajo) y G para Gisela.

3.1.1. Dificultad en matemáticas en el caso de Gisela

A partir de las respuestas obtenidas en la entrevista que se realizó a Gisela, encontramos que uno de los elementos de dominio afectivo en los que muestra mayor interés es la dificultad que perciben y experimentan los alumnos al aprender matemáticas. Pues entre las actitudes que Gisela concibe como negativas por parte de los estudiantes se encuentra dicha dificultad, lo cual se puede observar en el Extracto 1 que se muestra a continuación.

Entrevistadora (E): ¿Qué actitudes hacia las matemáticas consideras que son negativas por parte de los estudiantes?

Gisela (G): Podría ser la dificultad que ellos tienen en matemáticas.

Extracto 1

Cabe mencionar que la dificultad que experimentan los estudiantes en matemáticas, fue el elemento de dominio afectivo que más resaltó Gisela durante la entrevista. Podemos decir que esto se debe a que ella considera que dicha dificultad es el principal factor que causa actitudes negativas hacia las matemáticas por parte de los estudiantes, pues como afirma literalmente en su trabajo de tesis, “la dificultad de las matemáticas y la vivencia con dicha dificultad son la piedra angular del rechazo hacia dicha asignatura”, lo cual confirma ella misma con ejemplos específicos en el Extracto 4.

3.1.1.1. Información obtenida en la entrevista con Gisela respecto a la dificultad

Una fuente de dificultad que reconoce Gisela es aquella que proviene del no establecimiento de conceptos previos. Al respecto ella señala que la dificultad que perciben los alumnos en las matemáticas se debe principalmente a los conceptos o conocimientos previos no aprendidos (a los cuales se refiere como *lagunas*), que al no ser solventados, provocan que a los estudiantes se les dificulte más aprender nuevos conceptos matemáticos (véase Extracto 2). Dichas consideraciones de Gisela van de acuerdo con el trabajo de González (2005), quien menciona que dos de los aspectos que se han estudiado para comprender las creencias de los alumnos acerca de la dificultad en matemáticas son la comprensión que alcanza el alumno y el rendimiento previo.

G: Puede que los alumnos tengan mucha dificultad en los conceptos matemáticos en general y que al llevar lagunas de no entender los conceptos y no solventar esas lagunas, entonces se les va complicando más a medida que se les van presentando nuevos conceptos.

Extracto 2

En el Extracto 2 podemos ver que Gisela considera que la existencia de *lagunas* en el conocimiento de los alumnos, es determinante en la dificultad que experimentan en matemáticas, pues como afirma Alonso et al. (2005), las dificultades en matemáticas son acumulativas, por lo

que “las lagunas de primaria se heredan en secundaria y se hacen insuperables a partir de la enseñanza superior” (p. 90).

Posteriormente, la profesora manifiesta su postura de manera concreta para el tema de fracciones algebraicas, pues reconoce que la dificultad que los alumnos tienen para operar fracciones aritméticas, se convierte en un obstáculo para aprender a operar fracciones algebraicas cuando dicha dificultad no es atendida. Esto se puede observar en el Extracto 3.

G: Por ejemplo, los alumnos a los que se les complica bastante la suma de fracciones, si ellos no solventan este problema desde la secundaria, cuando llegamos a álgebra y vemos suma de fracciones algebraicas, obviamente se les complica demasiado, pero me doy cuenta que es porque no han comprendido la suma de fracciones aritméticas.

Extracto 3

Con las declaraciones mostradas en el Extracto 3, Gisela da evidencia del conocimiento que tiene acerca de cuáles son los conocimientos y capacidades previas que debería tener un estudiante para resolver operaciones entre fracciones algebraicas, pues ella considera que para esto es necesario que los alumnos sepan operar fracciones aritméticas correctamente. Dicho conocimiento corresponde al que se considera en la categoría *Secuencia de temas (KMLS 3)* del MTSK.

Además, a partir de lo anterior y con el Extracto 4, inferimos que Gisela reconoce que el tema de fracciones algebraicas es un tema complicado para los alumnos, y que la vivencia con dicha dificultad los puede conducir a tener actitudes negativas, tales como rechazo y desinterés.

G: Fracciones algebraicas es un tema en el cual los alumnos llegan a tener dificultades. Entonces yo presiento que este tema les estaría provocando una actitud negativa, porque como no le entienden muy bien y se les complica, hacen comentarios como “no le entiendo”, “mejor no hacemos ejercicios de ese estilo porque no se entiende”, “mejor vamos con otro tema”. Además de que, por otra parte, se les complica mucho pasar del lenguaje común al lenguaje algebraico, este es un tema que no entienden mucho los alumnos y yo podría decir que eso podría llegar a generales estas conductas negativas, especialmente cuando no pueden pasar del lenguaje común al algebraico. Esto podría generarles desinterés [el dialogo continuó con aspectos no relevantes para el análisis]. Por ejemplo, ahora que estoy viendo sistemas de ecuaciones por cualquier método, siento que

los alumnos sí lo están entendiendo, saben el procedimiento, pero donde se les complica bastante es cuando les pongo un problema verbal y deben formular una ecuación o sistema de ecuaciones para resolverlo. Ese es el único paso donde a ellos se les dificulta demasiado.

Extracto 4

Adicionalmente, en el Extracto 4 se puede observar que Gisela reconoce que otra dificultad, que experimentan comúnmente los estudiantes en matemáticas, es el tránsito del lenguaje común al algebraico, pues menciona que particularmente en el tema de sistemas de ecuaciones, los alumnos lo entienden y conocen el procedimiento para resolver sistemas de ecuaciones por cualquier método, el problema comienza cuando se les plantea un problema verbal a partir del cual deben formular una ecuación o un sistema de ecuaciones. Esto nos da evidencia de que Gisela tiene conocimiento acerca de algunos obstáculos y dificultades comunes de los estudiantes al trabajar con fracciones algebraicas y con problemas verbales (donde deben pasar del lenguaje común al algebraico), y reconoce que cuando se trata de hacer procedimientos algorítmicos, los alumnos muestran mayor dominio. Este conocimiento está incluido en la categoría de *Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas (KFLM 2)* del MTSK.

No obstante, la profesora no solo muestra sus conocimientos sobre las categorías KFLM 2y, KMLS 3 sino que nos comenta cómo los emplea para atender la dificultad que experimentan sus alumnos. En el Extracto 5 podemos percatarnos de que Gisela considera importante tomar en cuenta las dificultades que tienen los alumnos desde la planeación de la clase. Por ejemplo, ella propone que una forma de atender dicha dificultad es resolver, al inicio de cada clase, ejercicios sencillos que sirvan al alumno para repasar y no olvidar el concepto que se les dificulta, o bien, retomar temas que se hayan visto en clases anteriores y que se vayan a utilizar en temas posteriores.

- G: En esta parte es muy importante tener la planeación para llevar el ritmo de la clase [...]. Por ejemplo, si al alumno se le complican las fracciones algebraicas, puedes dar ejemplos sencillos, y si ellos siguen sin entender, obviamente uno va a regresar para solventar ese problema que tienen, partiendo de ejercicios sencillos y ya ir subiéndoles de nivel.
- E: ¿Tú qué consideras en tus planeaciones?
- G: Al inicio unos minutos para dar un repaso de lo que vimos anteriormente y se va a utilizar, entonces realizo un ejercicio de ese estilo para que los alumnos

recuerden el tema previo y después vamos con la explicación del nuevo tema para que el alumno vea que efectivamente se está utilizando el tema que recordamos. Al final siempre pregunto si tienen dudas. Los ejercicios que dejo en clase los resuelvo para que ellos verifiquen su solución y siempre trato de hacerlo de diferentes maneras.

Extracto 5

En el Extracto 5 podemos ver que la profesora muestra la importancia que le da al conocimiento sobre las fortalezas y debilidades asociadas al aprendizaje de las matemáticas en la atención de este aspecto afectivo. En particular, ella emplea este conocimiento para retomar en sus clases los temas que sabe que se les dificultan a los estudiantes, partiendo siempre de ejemplos sencillos, con lo que pretende atender la dificultad que tienen los alumnos en dichos temas.

Además, en los Extractos 5 y 6 la profesora muestra cómo emplea el conocimiento que tiene acerca de la secuencia de los temas para atender la dificultad que experimentan los alumnos en matemáticas, pues menciona que al inicio de sus clases toma unos minutos para repasar los conocimientos previos que considera necesarios para abordar un nuevo tema. De esta manera, Gisela usa dicho conocimiento para ayudar a los alumnos a recordar los contenidos matemáticos que les serán de utilidad para entender el nuevo tema, con lo que espera contribuir a la atención de este aspecto de dominio afectivo.

- E: ¿De qué forma atenderías esta dificultad para evitar que se siga generando más en los alumnos a la hora de llegar a operaciones con fracciones algebraicas?
- G: Lo que yo hago es siempre en los primeros diez minutos, resolver una fracción aritmética, o sea de las sencillas, de distintas maneras, con el mínimo común múltiplo o utilizando las fracciones equivalentes, para que ellos noten que tienes varias formas en las que puedes resolver ese problema y adopten el que mejor entiendan o el que dominen mejor. Pero siempre partir de algo sencillo.

Extracto 6

Notemos que, tanto en el Extracto 5 como en el 6, la profesora hace énfasis en que los problemas o ejercicios que presenta a los alumnos para atender ciertas dificultades deben ir de lo más sencillo a lo más complicado. Por ejemplo, en el caso de las dificultades que tienen para operar fracciones algebraicas, ella empieza por recordar aspectos para resolver ejercicios con fracciones

aritméticas y va aumentando el grado de complejidad hasta llegar a fracciones algebraicas (véase Extracto 6). Con esto, consideramos que la profesora da evidencia del conocimiento que tiene para relacionar los contenidos a enseñar con contenidos anteriores (respecto a las operaciones entre fracciones), haciendo una retrospección de los contenidos enseñados potenciados por los contenidos previos, el cual emplea en la atención de la dificultad experimentada en matemáticas. Dicho conocimiento está categorizado en el MTSK como *Conexiones basadas en la simplificación (KSM 1)*.

Más aún, consideramos que con el Extracto 6, Gisela pone en evidencia del conocimiento que tiene acerca de diferentes procedimientos asociados al tema de operaciones entre fracciones y cómo lo emplea para atender la dificultad que tienen los alumnos en este tema. La profesora declara que para abordar las operaciones entre fracciones, muestra a sus alumnos varias maneras de resolver los ejercicios (específicamente menciona el método por fracciones equivalentes y utilizando el mínimo común múltiplo) para darles la libertad de utilizar el que más se les facilite. Con esto pretende mostrar a los alumnos que no hay una sola forma de solucionar los problemas, para que ellos adopten la que más se les facilite y no tengan la limitación de resolverlos de una forma que les parezca complicada. Este conocimiento corresponde a la categoría *Procedimientos (KoT 1)* del MTSK.

3.1.1.2. Información obtenida en el diseño de actividades de Gisela respecto a la dificultad

Recordemos que, como se mencionó anteriormente, la propuesta didáctica que nos proporcionó Gisela está diseñada para abordar el Teorema de Pitágoras. A continuación mostramos los elementos del MTSK que empleó la profesora en su diseño para darle atención a la dificultad que perciben los alumnos en matemáticas.

En el apartado anterior, se pudo ver cómo la profesora puso mucho énfasis en la percepción de la dificultad que tienen los alumnos de las matemáticas como factor determinante en sus actitudes, además de que dio algunas sugerencias para atender dicha dificultad en el aula empleando algunos elementos del MTSK. Sin embargo, en el diseño de las actividades que nos proporcionó, no observamos el mismo énfasis que mostró en la entrevista para atender este aspecto de dominio afectivo. No obstante, consideramos que con la actividad 1 de la sesión 3 propuesta por

Gisela (la cual se muestra en la Figura 3), donde sugiere presentar a los alumnos el Teorema de Pitágoras de manera geométrica y algebraica, la profesora pretende atender dicha dificultad.

Figura 3

Actividad 1 correspondiente a la sesión 3 del diseño didáctico de Gisela

<p>Sesión 3</p> <p><u>Actividad 1</u></p> <p>El profesor presentará el teorema de Pitágoras de manera geométrica y algebraica; así como algunos problemas teóricos que puedan ser solucionados con dicho teorema, como, por ejemplo:</p> <p>Problema 1</p> <p>Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados 3cm y 4cm.</p>
--

En primera instancia, con esta parte del diseño, nos podemos percatar de que Gisela da indicio de que conoce el Teorema de Pitágoras, es decir que conoce el contenido a enseñar y su significado, lo cual le permite proponer que se presente a los alumnos el teorema de forma geométrica y algebraica, además de problemas teóricos que se resuelvan con dicho teorema. Sin embargo, a lo largo de la secuencia de actividades, la profesora exhibe el conocimiento que tiene acerca del tema a enseñar, ya que en diferentes actividades va mostrando su conocimiento acerca de diferentes elementos considerados en las categorías que conforman el subdominio *Conocimiento de los temas matemáticos (KoT)*, por ejemplo, para su diseño emplea el conocimiento que tiene acerca de los usos y aplicaciones del teorema, utiliza las distintas formas en que se puede representar, evoca las propiedades implícitas en cada registro de representación, y da indicios de que sabe cómo se utiliza, cuándo se puede utilizar y por qué se utiliza así. Al respecto, a lo largo del análisis del diseño de Gisela se irán mostrando las evidencias e indicios de los conocimientos mencionados y la relación que tienen con cada uno de los temas de dominio afectivo que se consideran en este trabajo. Cabe recordar que la propuesta completa de Gisela se puede visualizar en el Anexo 2.

En particular, la Figura 3 da indicio de que la profesora tiene conocimiento sobre las formas en que se puede representar el Teorema de Pitágoras, la notación y vocabulario asociado a dichas representaciones, pero sobre todo, acerca de cómo hacer el tránsito de un sistema de representación a otro del Teorema de Pitágoras (en este caso pasando de la forma geométrica a la forma algebraica y/o viceversa). Tal conocimiento correspondiente a la categoría *Registros de representación (KoT)*

3) del MTSK y consideramos que Gisela lo utiliza para atender las dificultades que podrían llegar a tener los estudiantes para comprender este tema, pues de acuerdo con Pérez (2017), la comprensión de los objetos matemáticos requiere como mínimo la coordinación entre dos registros de representación diferentes, y uno de estos registros es precisamente el registro figural ya que este le permite al alumno generar procesos de visualización en el desarrollo de actividades matemáticas, y más aún, porque la utilización de la figura genera inmediatez de aprehensión de una situación matemática, pero en particular para abordar el Teorema de Pitágoras. Pérez concluye que el empleo del registro figural aporta importantes beneficios en la comprensión de la relación pitagórica. De esta manera, concluimos que hay un vínculo entre el conocimiento que emplea la profesora referente a los diferentes registros de representación de Teorema de Pitágoras y la dificultad que podrían percibir los estudiantes al aprender este contenido matemático, pues recordemos que Gisela atribuye la dificultad en matemáticas a las posibles *lagunas* que pueden llegar a tener los alumnos en los conocimientos que van adquiriendo, causadas por la no comprensión de los temas.

3.1.1.3. Elementos del MTSK relacionados con la dificultad en el caso de Gisela

A continuación mostramos una tabla que resume la información que hemos encontrado acerca de los elementos del MTSK relacionados con la dificultad en matemáticas, en la cual especificamos a qué categoría del modelo se hace referencia, el tipo de datos que nos proporcionó nuestra informante para llegar a esta determinación y la ubicación de dichos datos.

Tabla 2

Elementos del MTSK relacionados con la Dificultad en matemáticas en el caso de Gisela

<i>Tema de dominio afectivo</i>	Categoría del MTSK	Tipo de dato	Ubicación
<i>Dificultad en Matemáticas</i>	Secuencia de temas	Evidencia	Extractos 3, 5 y 6
	Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas	Evidencia	Extractos 3, 4 y 5
	Conexiones basadas en la simplificación	Evidencia	Extracto 6
	Procedimientos	Evidencia	Extracto 6
	Registros de representación	Indicio	Figura 3

3.1.2. Falta de motivación para aprender matemáticas en el caso Gisela

Otro elemento de dominio afectivo, del que habló Gisela durante la entrevista, es la falta de motivación para aprender matemáticas por parte de los estudiantes, a la cual hace referencia en términos de desinterés y apatía (como se mencionó al inicio de este capítulo). Al respecto, en su trabajo de tesis afirma que la apatía hacia las matemáticas (que se define como la falta de interés) es un factor que influye significativamente en las actitudes que muestra el alumno hacia las matemáticas (tales como rechazo, desgano y aburrimiento) y por lo tanto en su aprendizaje.

3.1.2.1. Información obtenida en la entrevista con Gisela respecto a la falta de motivación

En la entrevista con Gisela pudimos percatarnos de que la profesora considera que el desinterés hacia las matemáticas, es un aspecto afectivo en el que interviene la práctica docente del profesor.

- E: ¿Cómo crees que influye el profesor en estas actitudes que los estudiantes tienen hacia las matemáticas?
- G: Yo considero que es una de las variables importantes, ya que, si por ejemplo, el profesor es muy cerrado o riguroso, obviamente el alumno va a tener miedo hasta de preguntarle el porqué de algunas cosas. Pero si el docente es más flexible, los orienta y los motiva, hasta el alumno que tiene menos interés en las matemáticas se puede motivar para intentar hacer las cosas.

Extracto 7

Como podemos ver en el Extracto 7, Gisela considera que el docente, y en particular su actuar en la clase, es una variable importante que influye en las actitudes negativas de los estudiantes hacia las matemáticas, por lo que es tarea del docente motivar a los alumnos para promover actitudes positivas en ellos. Por ejemplo, ella menciona que si el profesor se muestra imponente y poco flexible, puede generar miedo en sus alumnos para participar en clase o para preguntar sobre sus dudas, pero si de lo contrario el profesor los motiva, esto puede ayudar a los alumnos a cambiar sus actitudes.

Posteriormente en el Extracto 8, la profesora menciona que las actividades que incluyen juego son útiles para motivar a los estudiantes, sin embargo considera que en la situación actual de la educación a distancia, es muy difícil realizar este tipo de actividades con los estudiantes.

- E: ¿Has pensado en alguna forma de motivar a los alumnos?
- G: Sí, aunque, de hecho ahorita [se refiere a la situación de confinamiento que se vive en la actualidad] definitivamente no se puede realizar ese tipo de actividades, pero por ejemplo antes, en el tema de fracciones jugaba con los alumnos al dominó de fracciones [...] y les agradaba mucho, pero ahorita no se puede, no puedo hacer ese tipo de dinámicas, pero sí ayudaba un poquito a los alumnos.
- E: ¿Haces uso de alguna otra herramienta de la que te apoyes? Por ejemplo uso de alguna herramienta digital o algún juego de manera virtual.
- G: En la parte de álgebra es muy complicado, pero lo que utilizo mucho es GeoGebra para las gráficas, que ellos exploren esa parte con GeoGebra, aunque tendríamos que dar cierto tiempo para que ellos aprendan a usar esa herramienta, pero con lo poquito que tenemos apenas y nos da tiempo que yo les vaya dando las instrucciones [...] Pero sí he utilizado GeoGebra que es el que más se adapta para las gráficas o para solucionar sistemas de ecuaciones.

Extracto 8

A partir de las afirmaciones de Gisela en el Extracto 8, se puede observar que para contribuir a la motivación de los estudiantes, la profesora evoca al conocimiento que tiene acerca de algunas actividades que atienden intencionalmente la falta de motivación de los estudiantes en la clase de matemáticas como lo es el domino de fracciones (conocimiento correspondiente a la categoría *Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos - KMT 3*). Además, también hace alusión a cómo emplea su conocimiento sobre determinados recursos materiales y virtuales asociados al contenido a enseñar (conocimiento incluido en la categoría *Recursos didácticos físicos y digitales - KMT 2*). En concreto, para el tema de fracciones, hace referencia al juego del domino de fracciones, la cual es una actividad que lleva implícita la intencionalidad de motivar a los estudiantes a través del juego y que a su vez es un recurso material que sirve como apoyo para la enseñanza de las fracciones. Y, en este mismo extracto, Gisela menciona que GeoGebra le es útil como recurso digital para la enseñanza de las gráficas en álgebra y reconoce las dificultades asociadas al uso de esta herramienta, específicamente se refiere al tiempo que se requiere para que los alumnos aprendan a utilizar dicho software, del cual no siempre se dispone (conocimiento sobre *KMT 2*). Por lo tanto, consideramos que con este extracto, la profesora proporciona evidencia de cómo

emplea sus conocimientos incluidos en las categorías KMT 2 y KMT 3 para motivar a sus alumnos en el aprendizaje de las matemáticas.

Cabe destacar que en el Extracto 8, la profesora reconoce que las actividades que involucran juego son útiles para motivar a los estudiantes, lo cual va de acuerdo con Farias y Velásquez (2010), quienes mencionan que el juego es recomendado en diversas propuestas educativas debido que se le atribuyen muchas bondades, entre las que se encuentran: favorecer la motivación, impulsar la participación activa de los estudiantes, permitir el desarrollo del pensamiento lógico y la creatividad, estimular la cooperación, entre otras. Sin embargo, deja ver que su conocimiento sobre herramientas digitales que le permitan hacer este tipo de actividades a distancia, es limitado, por lo que esto representa puede representar un obstáculo para poder motivar a sus alumnos a través de este tipo de herramientas. Además, también menciona que es complicado utilizar herramientas digitales para el tratamiento de temas específicos, como en el caso de la enseñanza del álgebra, por lo que nuevamente muestra la necesidad de desarrollar su conocimiento sobre recursos digitales aptos para la enseñanza del álgebra que le permitan explotar las potencialidades de ese tipo de herramientas y a su vez atender la falta de motivación por parte de los alumnos, pues siguiendo a Pabón-Gómez (2014), aprender matemáticas de manera divertida y apoyado en la implementación de software, permite al estudiante apropiarse de los contenidos de una forma novedosa y motivadora. De esta forma, consideramos que tenemos indicio de que el conocimiento sobre recursos digitales es un conocimiento que se requiere para atender la falta de motivación de los estudiantes al aprender matemáticas pues, aunque por el momento Gisela no de evidencia de emplearlo, reconoce que es útil para la atención de dicho aspecto afectivo.

En general, las declaraciones de Gisela durante la entrevista muestran que la profesora considera que el tipo de actividades que se eligen para realizar con los estudiantes, influye en la motivación que sienten para aprender matemáticas (Extractos 8 y 9). Por ejemplo, en el Extracto 9 observamos que Gisela menciona que la utilización de actividades en las que los alumnos se interesen y que a su vez favorezcan el aprendizaje, puede contribuir a la disminución de las actitudes negativas hacia las matemáticas por parte de los estudiantes.

E: ¿Qué características crees que deberían tener las actividades didácticas para que las actitudes negativas disminuyan?

- G: No lo he considerado, no me he planteado qué actividades podría poner para motivar o generar actitudes positivas en mis alumnos, en sí lo que quiero es que entiendan el concepto, entonces no me estoy yendo más a este tipo de temas.
- E: Por ejemplo, si tuvieras que hacer alguna, ¿qué considerarías tú para hacerlo? Tomando en cuenta las características de tus estudiantes.
- G: Partir de algo sencillo e ir subiéndole de nivel poco a poco, realizar a lo mejor un juego o una actividad en lo que ellos se interesen pero que además genere conocimiento.

Extracto 9

Sin embargo, cabe mencionar que, las afirmaciones de Gisela en su primera declaración de este mismo extracto podrían dar la impresión de que la profesora no está interesada en atender este aspecto de dominio afectivo en sus alumnos, lo cual podría parecer una contradicción con sus ideas mostradas anteriormente sobre la importancia de la motivación, como tarea del maestro, para promover actitudes positivas en los alumnos (véase Extracto 7). Siguiendo la propuesta de Leatham (2006), denominada “Sensible System Framework”, en este trabajo consideramos que cuando un maestro actúa de una manera que parece inconsistente con las creencias que hemos inferido, debemos mirar más a fondo, ya que pudimos haber entendido mal las implicaciones de esa creencia, o alguna otra creencia tuvo prioridad en esa situación particular. Con respecto a esto, Gisela menciona que a ella le interesa que los alumnos entiendan los conceptos, situación que pudo haber tenido prioridad sobre la importancia que le da a motivar o generar actitudes positivas en sus alumnos.

El *Sensible System Framework* es un marco alternativo para conceptualizar las creencias de los maestros, el cual considera a los maestros como seres intrínsecamente sensibles en lugar de inconsistentes. Este marco asume que lo que uno cree influye en lo que uno hace, es decir, que las creencias son predisposiciones a la acción, pero a su vez, esta propuesta intenta minimizar estos supuestos. En esencia, asume que “cuando las estructuras de creencias se consideran sistemas sensibles, las observaciones de aparentes contradicciones son, en el lenguaje del constructivismo, perturbaciones y, por lo tanto, una oportunidad para aprender” (Leatham, 2006, p. 95).

En conclusión, podemos decir que aunque Gisela no parezca mostrar interés por motivar a sus alumnos, sigue siendo un buen caso de estudio, pues lo que se le pide ahora es una oportunidad

para que realice algo distinto de lo habitual, en donde pueda potenciar y emplear los conocimientos que tiene sobre la importancia del afecto en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Finalmente, dentro de las propuestas de Gisela para atender el desinterés en aprender matemáticas, considera que las actividades que se les proponen a los alumnos deben ser actividades en las que se sientan cómodos (refiriéndose a un nivel de complejidad que se adapte a las necesidades de los alumnos). Esto se observa en el Extracto 10.

- E: Y finalmente, ¿qué adaptaciones harías a las actividades que les propones habitualmente a los estudiantes para lograr que sus características no causen desinterés en ellos?
- G: Yo considero que realizar actividades en las que ellos se sientan más cómodos, es decir, algo más sencillo, luego subirle un poquito de nivel, luego otro poquito y así hasta lograr que todos ya estén en un mismo nivel.

Extracto 10

Con el Extracto 10, la profesora nuevamente hace alusión al conocimiento incluido en la categoría KMT 3, pues en esta ocasión da indicio de que se requiere conocimiento acerca del tipo de actividades o tareas más adecuadas para abordar un tema en particular, pero ahora con la intención de que estas actividades tengan un nivel de complejidad correspondiente con el nivel que hayan desarrollado los estudiantes y de esta forma ellos se sientan cómodos para trabajarlas, tomando en cuenta que la secuenciación entre dichas tareas debe ir de lo más sencillo a lo más difícil.

Notemos que en esta propuesta de la profesora, no sólo está implícito el conocimiento sobre el tipo de actividades que se les proponen a los estudiantes de acuerdo a la dificultad que implican, sino que también, para la elección o diseño de dichas actividades que vayan de un nivel de complejidad a otro más alto, está implícito del conocimiento del profesor acerca de algunas conexiones basadas en la simplificación (KSM 1). Esto es porque el profesor debe ir adaptando el nivel de las actividades correspondientes al tema enseñado a un nivel menor en el que los alumnos muestren mayor dominio, hasta llegar al nivel deseado. Por ejemplo, retomando el tema de fracciones algebraicas del que habla Gisela en el Extracto 6, ella propone simplificar el tratamiento de operaciones entre fracciones algebraicas al tratamiento de dichas operaciones con fracciones aritméticas.

Por lo tanto, consideramos que en el Extracto 10, la profesora da indicio de que para evitar causar desinterés en los estudiantes al aprender matemáticas se requiere tanto del conocimiento que tiene el profesor acerca del tipo de actividades adecuadas para la enseñanza de un tema, como su conocimiento sobre algunas conexiones de simplificación que le permita adaptar dichas actividades a un nivel de complejidad correspondiente a las necesidades de los alumnos, conocimientos considerados en las categorías KMT 3 y KSM 1 respectivamente.

3.1.2.2. Información obtenida en el diseño de actividades de Gisela respecto a la falta de motivación

En el diseño de actividades que nos proporcionó Gisela, pudimos notar que emplea algunos elementos del MTSK para atender la falta de motivación de los alumnos en la clase de matemáticas. En la Figura 4 podemos observar el problema inicial y la actividad 1 que plantea la profesora para la primera sesión de su diseño de actividades.

Como podemos observar, el problema inicial que propone Gisela, consiste en pedir a los alumnos que con los medios que dispongan, verifiquen si los muros de las esquinas del salón de clases forman un ángulo recto, con lo que espera que los estudiantes propongan varias estrategias, que puedan o no, llevar a la solución. A partir de esto, consideramos que hay dos componentes del MTSK que evoca la profesora al pensar en esta actividad, uno que tiene que ver con el trasfondo matemático y otra con el tipo de actividad que propone.

Figura 4

Actividad 1 correspondiente a la sesión 1 del diseño didáctico de Gisela

<p>Sesión 1</p> <p>Problema inicial</p> <p>Se les pide a los estudiantes que con los medios que dispongan verifiquen que los muros que forman las esquinas del salón de clases forman un ángulo recto.</p> <p>Se espera que los estudiantes propongan varias estrategias, las cuales puedan o no, llevar a la solución del problema inicial.</p> <p>Actividad 1</p> <p>Se les pide que por equipo acudan a una construcción y entrevisten algún maestro albañil; para ello se sugieren las siguientes preguntas (los equipos pueden proponer otras preguntas según lo consideren).</p> <p>Me podría decir ¿cuál es su nombre?</p> <p>¿Cuál es su oficio?</p> <p>¿Cuántos años tiene en este oficio?</p> <p>¿Cuál es su último grado de estudios?</p> <p>¿Conoce el teorema de Pitágoras?</p> <p>En caso de conocerlo me podría decir, ¿Qué dice dicho teorema?</p> <p>¿En donde utiliza las matemáticas?</p> <p>¿Cuál es el procedimiento para trazar una casa?</p> <p>En la construcción, ¿Qué es una escuadra?</p> <p>¿Para que utiliza una escuadra?</p> <p>¿Me puede explicar cómo traza las esquinas de una casa?</p> <p>¿Cómo logra que una habitación sea rectangular?</p> <p>Una vez que hayan diseñado su cuestionario se procede al trabajo de campo.</p>
--

Por una parte, Gisela, al esperar que los estudiantes propongan varias estrategias para verificar la medida del ángulo solicitado, da indicio de que ella conoce diferentes maneras de hacerlo, lo cual corresponde al conocimiento que tiene sobre diferentes procedimientos o técnicas para corroborar si un ángulo es recto o no (*KoT 1*). Y por otro lado, la profesora da evidencia de que emplea su conocimiento sobre el tipo de actividades o tareas adecuadas para introducir el tema del Teorema de Pitágoras con el enfoque que desea darle y que a la vez sirva para motivar a los estudiantes (*KMT 3*), pues cabe mencionar que a lo largo de la secuencia, Gisela le da cierto énfasis a la utilidad del Teorema de Pitágoras para construir ángulos rectos o para verificar si un ángulo es recto o no. Al respecto de la actividad inicial, se trata de una situación problemática (que podría presentarse en la vida cotidiana) donde los alumnos tienen una participación activa y cierta libertad para realizarla, con lo cual da la impresión de que la profesora espera que los alumnos desarrollen sus propias estrategias y no sólo se limiten a proponer las ya preestablecidas. Esto está en concordancia con el trabajo de Alsina y Domingo (2007), quienes se remiten a estudios que destacan la importancia del contexto para aprender matemáticas y el uso de situaciones problemáticas de la vida cotidiana como elemento motivador para introducir nuevos contenidos matemáticos. Por su parte, Fernández et al. (2010) aseguran que las matemáticas tienen también la finalidad de involucrar volares y desarrollar actitudes en el alumno (como el interés) y que para esto se requiere el uso de estrategias que permitan a los estudiantes desarrollar capacidades donde empleen los conocimientos adquiridos para enfrentar su entorno, las cuales permitan a los estudiantes experimentar y construir por sí mismos sus conocimientos, por lo que es importante el uso de recursos que involucren a los estudiantes de forma activa en el aprendizaje. En consecuencia, consideramos que al proponer esta actividad inicial, la profesora está empleando conjuntamente el conocimiento considerado en las categorías *KoT 1* y *KMT 3* para atender la falta de motivación para aprender matemáticas.

Además, en la parte inferior de la Figura 4, podemos percatarnos que como primera actividad, Gisela propone que los alumnos realicen una entrevista a un trabajador de la construcción para averiguar cómo emplea las matemáticas en su trabajo, pero especialmente cómo emplean el Teorema de Pitágoras, en caso de conocerlo. Con esta actividad la profesora vuelve a dar evidencia de cómo utiliza su conocimiento de la categoría *KMT 3* para atender la falta de motivación, pues de acuerdo con la postura de Alsina y Domingo (2007), para aumentar la motivación de los alumnos ante el aprendizaje de las matemáticas, hay que tomar en cuenta que el aprendizaje requiere

implicar a los estudiantes en actividades significativas y no solo enseñar de forma expositiva, sino que debe darse a los estudiantes la oportunidad de vivir experiencias concretas a las que estas explicaciones puedan dar sentido.

Ahora bien, en la Figura 5, podemos observar que la profesora recurre a la utilización de un video para la actividad 2 de la sesión 2 de su diseño, con el cual muestra a los alumnos la forma en que los trabajadores de la construcción emplean intuitivamente el teorema de Pitágoras.

Figura 5

Actividades correspondientes a la sesión 2 del diseño didáctico de Gisela

<p>Sesión 2</p> <p>Actividad 1.</p> <p>Se les pedirá que un integrante del equipo exponga las respuestas que obtuvieron al resto de sus compañeros.</p> <p>Actividad 2.</p> <p>El profesor les proyectará el siguiente video:</p> <p>https://www.youtube.com/watch?v=K4xmY9NJwbk</p> <p>(consultado el 8 de noviembre de 2020)</p> <p>Actividad 3.</p> <p>En una plenaria se discutirá si hay respuestas similares tanto de los albañiles entrevistados como el que aparece en el video. ¿Cuáles son esa(s) similitud(es)?</p>

Con esto, la profesora da evidencia de cómo emplea su conocimiento sobre recursos virtuales (*KMT 2*) para mostrar la utilidad del Teorema de Pitágoras en la vida real y el cual también favorece la motivación de los estudiantes, pues de acuerdo con el estudio realizado por Licea, Frías y Gutiérrez (2017), los alumnos muestran un alto grado de motivación y satisfacción hacia la modalidad apoyada en el uso del video como Recurso Educativo Abierto.

Luego, a partir de la actividad que se muestra en la Figura 6, donde la profesora pide a los estudiantes que documenten el proceso que siguen para comprobar si en las esquinas de su casa se forma un ángulo recto (empleando el Teorema de Pitágoras), la profesora vuelve emplear el conocimiento que tiene acerca del tipo de actividades adecuadas para la enseñanza del tema, con la intención de que los estudiantes apliquen el conocimiento aprendido y a su vez sirvan de motivación para ellos (*KMT 3*), pues se trata de una actividad donde utilizan herramientas digitales

y les proporciona una situación cotidiana que implica un ejemplo concreto en donde se emplea el conocimiento adquirido.

Figura 6

Actividad 3 correspondiente a la sesión 4 del diseño didáctico de Gisela

Actividad 3

Se les pedirá a los estudiantes que documenten mediante un video, si las esquinas de los muros de su casa están completamente a escuadra empleando el teorema de Pitágoras.

Asimismo, en la Figura 6, Gisela muestra indicio de su conocimiento acerca de la relación recíproca que existe entre el Teorema de Pitágoras y los triángulos rectángulos, pues para esta actividad asume la propiedad de que si un triángulo cumple el Teorema de Pitágoras entonces es rectángulo, y viceversa, si un triángulo es rectángulo, entonces cumple el Teorema de Pitágoras (conocimiento considerado en la categoría *Definiciones, propiedades y fundamentos – KoT 2*). De esta forma, tenemos evidencia de cómo la profesora emplea su conocimiento incluido en las categorías *KMT 3* y *KoT 2* de manera conjunta para favorecer la motivación de los estudiantes.

En la Figura 7, podemos observar que la profesora pide a los estudiantes construir un modelo que verifique que la suma de los volúmenes de los prismas cuadrangulares formados a partir de los catetos de un triángulo rectángulo, es igual al volumen del prisma que se forma a partir de la hipotenusa (bajo la restricción de que la altura de los tres prismas es la misma).

Figura 7

Actividad 2 correspondiente a la sesión 4 del diseño didáctico de Gisela

Actividad 2

Se les pedirá que para la siguiente sesión construyan lo siguiente:



Con los materiales que se tengan a la mano, pueden sustituir el agua por granos e incluso arena, haciendo énfasis que las alturas deben ser los mismos para cada cuerpo geométrico.

Además, las dimensiones de cada cuadrado pueden ser múltiplos de la triada 3,4 y 5.

Es decir, $3k$, $4k$ y $5k$, donde $k \in \mathbb{N}$; con esta actividad se desea comprobar que la suma de los volúmenes de los catetos es igual al volumen de la hipotenusa.

Con esta actividad, la profesora da indicio del conocimiento que tiene sobre el Teorema de Pitágoras respecto a las propiedades implícitas en este tema (*KoT 2*), por una parte muestra que sabe que el Teorema de Pitágoras involucra un triángulo rectángulo cuyos lados cumplen que el cuadrado de la hipotenusa, es igual a la suma de los cuadrados de los catetos, y por otra parte es evidente que Gisela conoce la terna pitagórica primitiva (3,4,5) y sabe que a partir de ésta puede generar nuevas ternas construyendo triángulos rectángulos cuyos lados sean directamente proporcionales a dichas medidas. Adicionalmente, podemos notar que con esta actividad la profesora espera que los alumnos comprueben que el volumen del prisma cuadrangular generado a partir de la hipotenusa, del triángulo rectángulo que elijan, es igual a la suma de los volúmenes de los prismas cuadrangulares generados con los catetos del triángulo (siempre que la altura de los tres prismas sea la misma). Por lo tanto, está implícito el conocimiento acerca de las propiedades que se cumplen en la relación de igualdad del Teorema de Pitágoras y su fundamento, pues ocupa que:

$$c^2 = a^2 + b^2 \Leftrightarrow kc^2 = ka^2 + kb^2 \text{ para cualquier } k \in \mathbb{Z}$$

Donde hay que tener en cuenta que a, b y $c \in \mathbb{R}^+$ y que al recurrir a las propiedades de los números reales (en particular la consistencia del producto respecto a la relación de igualdad y la ley distributiva), se puede verificar tal afirmación. Además de que la profesora debe ser consciente de que kc^2, ka^2 y kb^2 son los volúmenes de los prismas cuadrangulares formados a partir de la hipotenusa y los catetos del triángulo rectángulo (respectivamente), lo cual permite que se cumpla la propiedad que quiere que comprueben los alumnos como consecuencia del Teorema de Pitágoras.

Asimismo, con esta misma actividad (mostrada en la Figura 7) se hace latente que la profesora emplea su conocimiento acerca de los recursos materiales que puede emplear y el tipo de actividades adecuadas para la enseñanza del tema con la expectativa de motivar a los estudiantes, pues con base en el trabajo de Arrieta (1998), el uso de material manipulable en la enseñanza de las matemáticas, favorece la motivación y la actitud positiva hacia la Matemática. Por lo tanto, se hace evidente cómo la profesora emplea simultáneamente sus conocimientos de las categorías *KoT 2*, *KMT 2* y *KMT 3* en el diseño esta actividad para atender la falta de motivación que pueden tener los alumnos al aprender matemáticas.

Cabe destacar que, en general, al analizar cada una de las actividades que nos proporcionó Gisela, pudimos percatarnos de que para atender la falta de motivación para aprender matemáticas, la profesora empleó en varias ocasiones el conocimiento incluido en las categorías KMT 2 y KMT 3 al diseñar su secuencia pues, como podemos observar a lo largo de esta sección, varias de las actividades implican una participación activa de los alumnos, el trabajo colaborativo, la utilización de material manipulable y recursos digitales (video), contextos donde se emplean los conocimientos adquiridos, etc., las cuales rompen con el esquema de la enseñanza tradicional. De esta forma, consideramos que la elección de dichas actividades está fuertemente influenciada por las concepciones que manifestó la profesora durante su entrevista, pues en el Extracto 9, donde le preguntamos qué característica creía que deben tener las actividades propuestas a los alumnos para disminuir las actitudes negativas, ella nos respondió que deberían ser actividades en las que ellos se interesen pero que además generen conocimiento. Y precisamente, varias investigaciones apuntan a que el tipo de actividades que Gisela eligió son útiles para motivar a los estudiantes y a su vez para generar *aprendizajes significativos* en los estudiantes, por ejemplo Fernández et al. (2010) mencionan que las necesidades de la enseñanza han cambiado por lo que se necesita de un cambio en los métodos, técnicas y actividades, de tal forma que estos despierten el interés de los alumnos y ellos dejen de ser receptores de conocimiento y pasen a ser constructores del nuevo, llegando así a tener un aprendizaje significativo. Por otra parte, Quintero et al. (2014) aseguran que para favorecer los procesos de abstracción en el aprendizaje matemático, es importante emplear actividades que consoliden progresivamente el aprendizaje desde lo concreto, recurriendo a situaciones cotidianas que ofrezcan ejemplos o situaciones reales que se relacionen con los contenidos matemáticos, hasta llegar a sus representaciones gráficas y simbólicas, tal como lo manifiesta Gisela a través de su propuesta. Y agregan que las causas principales del cambio de actitud de los estudiantes tienen que ver con la incorporación de actividades de enseñanza y estrategias de aprendizaje como lo son el uso de situaciones cotidianas de nuestro entorno relacionadas con los temas matemáticos tratados; trabajo en pequeños grupos; exposiciones y proyección de vídeos ilustrativos sobre la importancia de las matemáticas para el desarrollo científico, tecnológico y humanístico de la sociedad; etc., pues con su trabajo comprobaron que a través de estos procedimientos y recursos, los alumnos logran mejorar la comprensión de conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos.

Finalmente, con el diseño de estas actividades, podemos ver que la reflexión que se hizo acerca de las declaraciones de Gisela mostradas en el Extracto 9 fue certera, pues aunque Gisela dio la impresión de no mostrar interés por motivar a sus alumnos en su práctica docente, a pesar de reconocer la importancia de este aspecto afectivo en el aprendizaje de la matemáticas, demostró que es un buen caso de estudio, pues tuvo la oportunidad de realizar algo distinto a lo habitual, en donde empleó y potenció los conocimientos que tiene sobre la importancia del afecto en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y su conocimiento especializado para atender la falta de motivación para aprender matemáticas.

3.1.2.3. Elementos del MTSK relacionados con la falta de motivación en el caso de Gisela

En seguida se observa una tabla similar a la del tema anterior en donde se resume la información que hemos encontrado acerca de los elementos del MTSK relacionados ahora con la falta de motivación para aprender matemáticas. Recordemos que en ésta se aclara a qué categoría del modelo se hace referencia, el tipo de datos que nos proporcionó nuestra informante para llegar a esta determinación y la ubicación de dichos datos.

Tabla 3

Elementos del MTSK relacionados con la Falta de motivación para aprender matemáticas en el caso de Gisela

<i>Elemento de dominio afectivo</i>	Categoría del MTSK	Tipo de dato	Ubicación
<i>Falta de motivación para aprender matemáticas</i>	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Evidencia	Extractos 8 y 10, Figuras 4, 6 y 7
	Recursos didácticos (físicos y digitales)	Evidencia	Extracto 8, Figuras 5 y 7
	Conexiones basadas en la simplificación	Indicio	Extracto 10
	Procedimientos	Indicio	Figura 4

Definiciones, propiedades y fundamentos	Indicio	Figuras 6 y 7
--	---------	---------------

3.1.3. Valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Gisela

De acuerdo con los resultados del trabajo de tesis de Gisela, el valor o utilidad que le atribuye el alumno a las matemáticas es un factor que influye en el desinterés hacia éstas. Además, reporta que el valor subjetivo de las matemáticas presenta una correlación significativa con el rendimiento académico, lo cual significa que si los alumnos no encuentran utilidad a las matemáticas en la vida cotidiana o en el mundo laboral, esto influye negativamente en su rendimiento académico. Como veremos a continuación, esta idea se ha encontrado también en las respuestas que dio Gisela durante la entrevista.

3.1.3.1. Información obtenida en la entrevista con Gisela respecto al valor o utilidad de las matemáticas

En el Extracto 11 Gisela afirma que cuando los alumnos no saben dónde van a utilizar ciertos contenidos matemáticos, pierden interés en estudiarlos, lo cual es una actitud negativa por parte de los estudiantes hacia las matemáticas

E: ¿Por qué crees que el valor o utilidad que le atribuye el alumno a las matemáticas puede influir en las actitudes que muestran los estudiantes hacia éstas?

G: Considero que los alumnos del nivel superior son quienes ya ven realmente una aplicación de las matemáticas. Por ejemplo si ellos ya le encuentran cierta utilidad [...] entonces notan la importancia de aprenderlo, y esto repercute en su interés. Si por otro lado los alumnos no encuentran utilidad a lo que ven en sus carreras, pierden el interés de seguir estudiando [...]. Si uno no le encuentra la utilidad, simplemente va a generar cierto desinterés.

- E: ¿Crees que esto de que no le vean utilidad a las matemáticas (por ejemplo alumnos de secundaria o de bachiller) afecta también en su disposición para aprenderlas?
- G: Yo creo que sí, sí afecta. Por ejemplo en los anteriores cursos que tuve de álgebra, ¡es álgebra! Y ahí no hay muchas aplicaciones, entonces los alumnos me decían “¿Y eso para qué me sirve? ¿No voy a ir a pedir $x - 3$ kilos de tortillas?”. Mencionaban que eso no lo iban a volver a utilizar. Entonces yo siento que sí llegaba a generar desinterés, no le daban ese valor o no sabían para que lo iban a utilizar, entonces no le veían caso a seguir estudiando esta materia.

Extracto 11

Para atender este factor, que evidentemente influye en las actitudes de los estudiantes hacia las matemáticas, y por lo tanto en su aprendizaje, Gisela considera que es importante concientizar a los estudiantes sobre la presencia y la importancia de las matemáticas en nuestro entorno (véase Extracto 12). Sin embargo, la profesora comenta que es difícil encontrar problemas que muestren situaciones reales en donde se vean las aplicaciones de ciertos temas y que a su vez aporten al aprendizaje de los contenidos, especialmente, en el Extracto 11 manifiesta que en álgebra no hay muchas aplicaciones.

- E: ¿Cómo atenderías estas situaciones en el aula para evitar que repercutan negativamente en el aprendizaje de los estudiantes?
- G: Indicando a los estudiantes que las matemáticas son muy importantes en la vida para que ellos vayan generando ese sentido de utilidad de las matemáticas.
- E: ¿Solamente se los indicarías a manera de discurso o utilizarías ejercicios donde se vea esa aplicación?
- G: Buscaría ejercicios obviamente, pero hay situaciones en las que no hay ese tipo de ejercicios en donde puedan aplicarse y lograr que ellos entiendan el concepto. [...] Entonces, en algunas cosas sí podríamos decir que podría generar un problema o podríamos tener un problema que podría solucionarse, pero en algunos conceptos no se puede.
- E: ¿Tú has utilizado en tus clases ese tipo de problemas?
- G: Sí, en algún momento sí.
- E: ¿Y tú generas esos ejercicios o los buscas?

G: Los busco, más que nada, porque es muy difícil estarlos planteando y que sean realmente de su contexto y además que sean reales. Es muy complicado fabricar ese tipo de ejercicios, pero tratamos de buscar de diferentes fuentes, para que podamos elegir un problema que se adapte más o menos al contexto del alumno y tenga algo de aplicado en algún tema.

Extracto 12

A partir de los Extractos 11 y 12, inferimos que para contribuir positivamente en la utilidad que perciben los alumnos de las matemáticas, la profesora reconoce la necesidad de incorporar actividades o estrategias de enseñanza que ofrezcan ejemplos o situaciones reales (de acuerdo al contexto de los estudiantes) que se relacionen con los contenidos a enseñar y en donde éstos se puedan aplicar. Así, tenemos indicio de que este conocimiento, incluido en la categoría *Fenomenología y aplicaciones (KoT 4)*, se requiere para atender la idea equivocada que tienen los alumnos acerca del valor o utilidad de las matemáticas en nuestro entorno.

No obstante, la profesora manifiesta que para ella es complicado encontrar o diseñar situaciones donde se puedan emplear ciertos contenidos matemáticos y que a la vez se adapten a los contextos de los estudiantes, en especial en la enseñanza de álgebra. Por esto, consideramos que el conocimiento que tiene Gisela acerca de los usos y aplicaciones de los temas matemáticos que se abordan en el nivel medio superior, podría estar siendo afectado por algunas creencias que ha externado. Por ejemplo, en el Extracto 12 se puede notar la creencia de que es difícil encontrar problemas realistas en donde se puedan aplicar ciertos contenidos matemáticos, y en el Extracto 11 se observa que la profesora piensa que las aplicaciones de las matemáticas se pueden ver claramente hasta que se está en una carrera profesional. De esta manera y con la convicción de que las creencias del profesor permean el conocimiento que tiene en cada uno de los subdominios (como se describió en el apartado 1.2.2.3.), consideramos que estas creencias expresadas por la profesora son de suma importancia porque podrían estar obstaculizando el desarrollo del conocimiento que tiene la profesora acerca de los usos y aplicaciones de algunos temas que se abordan en el nivel en el que ella labora.

3.1.3.2. Información obtenida en el diseño de actividades de Gisela respecto al valor o utilidad de las matemáticas

En general, la mayor parte de la propuesta de Gisela gira en torno a la importancia de hacer notar a los estudiantes algunos usos y aplicaciones del teorema de Pitágoras en la vida real, para lo cual, en principio, ella decidió centrarse particularmente en la utilidad de este teorema en el trabajo de construcción.

Específicamente, en las Figuras 4 y 5, donde se propone realizar una entrevista a un albañil y mostrar el video donde un trabajador de la construcción explica cómo emplea las matemáticas en su trabajo (respectivamente), la profesora pretende mostrar a los alumnos un ejemplo de la utilidad del teorema de Pitágoras en la construcción. Cabe destacar que el hecho de que este teorema sea empleado en el trabajado de construcción, no garantiza que los trabajadores que lo utilizan lo conozcan de manera formal, en ocasiones podrían utilizarlo de manera inconsciente, pues como se observa en el video que propone Gisela (véase Figura 5), el albañil menciona que para trazar una esquina con un ángulo recto, él traza un triángulo cuyos lados midan 30, 40 y 50 unidades, y al lograrlo tiene la seguridad de que en ese triángulo uno de sus ángulos es recto, lo cual es consecuencia del teorema de Pitágoras, aunque él no sea consciente de esto.

De lo anterior concluimos que la profesora da evidencia de emplear su conocimiento sobre los usos y aplicaciones del Teorema de Pitágoras para atender la falta de utilidad que comúnmente le atribuyen los alumnos a las matemáticas, el cual está incluido en la categoría *KoT 4*. Con esto, el indicio que encontramos en la entrevista con Gisela acerca de que este conocimiento especializado se requiere para atender el valor o utilidad de las matemáticas (véase apartado 3.1.3.1.), se convierte en evidencia con la propuesta didáctica que nos proporcionó.

Además, consideramos que con la actividad 1 de la sesión 4 (la cual se muestra en la Figura 8), donde la profesora pide a los estudiantes que verifiquen si el ángulo formado por una esquina del salón de clases es recto, da evidencia de cómo emplea su conocimiento acerca de actividades o tareas adecuadas para aplicar el teorema de Pitágoras (pues al llegar a esta actividad ya se les ha presentado de manera formal este conocimiento), conocimiento correspondiente a la categoría *KMT 3*.

Figura 8

Actividad 1 correspondiente a la sesión 4 del diseño didáctico de Gisela

<p>Sesión 4</p> <p>Para esta sesión se les pedirá una cinta métrica o un flexómetro.</p> <p>Actividad 1</p> <p>Se reunirán en equipos como se formaron en la primera sesión, se les pedirá que elijan alguna de las esquinas del salón o de la barda de la escuela, posteriormente se les pedirá que determinen si es de 90 grados.</p> <p>Para ello podrá hacer marcas sobre el muro, con tinta que sea fácil de borrar. Además, harán las operaciones matemáticas en su cuaderno.</p> <p>Finalmente expondrán sus resultados con el resto de sus compañeros, argumentando del por qué si o por qué no, los muros forman ángulos de 90 grados.</p>

Esto es porque consideramos que con este tipo de actividades, la profesora promueve la participación activa de los estudiantes poniéndolos en una situación donde deben buscar soluciones con la libertad de emplear o no los conocimientos que han adquirido, y de esta forma, intenta hacer que los alumnos valoren la utilidad del teorema en situaciones que se les pueden presentar en su día a día. Es importante hacer notar que esta reflexión sobre el valor y utilidad de teorema de Pitágoras en nuestra vida cotidiana se puede lograr o concretar con la última parte de la actividad donde los estudiantes exponen y argumentan sus resultados, esperando una variedad en los métodos empleados por cada equipo.

3.1.3.3. Elementos del MTSK Relacionados con el Valor o Utilidad de las Matemáticas en el caso de Gisela.

A continuación se presenta la tabla que contiene la información resumida de lo que hemos encontrado acerca de los elementos del MTSK relacionados con el valor o utilidad que los alumnos les atribuyen a las matemáticas. Como en los temas anteriores, recordemos que en la tabla se especifica a qué categoría del modelo se hace referencia, el tipo de datos que nos proporcionó nuestra informante para llegar a esta determinación y la ubicación de dichos datos.

Tabla 4

Elementos del MTSK relacionados con el Valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Gisela

<i>Elemento de dominio afectivo</i>	Categoría del MTSK	Tipo de dato	Ubicación
<i>Valor o Utilidad de las Matemáticas</i>	Fenomenología y aplicaciones	Evidencia	Extracto 12 Figuras 4 y 5
	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Evidencia	Figura 8

3.2. Análisis de la segunda informante: el caso de Marcela

Como se mencionó en el Capítulo 2, Marcela (nuestra segunda informante) es profesora de matemáticas en el nivel medio superior y ha impartido todas las materias de matemáticas, tales como álgebra, geometría, estadística, etc. El primer acercamiento que tuvimos con ella, al igual que con Gisela, fue a partir de una entrevista semiestructurada a través de la cual buscamos conocer sus concepciones acerca de algunos aspectos afectivos que intervienen en el aula a la hora de enseñar y aprender matemáticas.

Con dicha entrevista, encontramos datos sobre los tres elementos de dominio afectivo que evidencio nuestra primera informante en su entrevista, sin embargo, Marcela abordó los temas de forma distinta a la que lo hizo Gisela, lo cual se explicó al inicio de este capítulo. Por esta razón, definimos las categorías de manera general para que se adaptarán a ambos casos.

A partir de las respuestas de Marcela en la entrevista, también se le pidió diseñar una actividad o secuencia de actividades que atendiera los aspectos de dominio afectivo que resaltó en su entrevista. La actividad que nos proporcionó está diseñada para abordar el tema de *términos semejantes* (elegido por ella), con la cual busca desarrollar en el alumno actitudes positivas.

Con la información recabada en la entrevista de Marcela y en su diseño de actividad, encontramos indicios y evidencias de algunos elementos del MTSK que la profesora empleó para atender los aspectos de dominio afectivo que abordamos en la entrevista, los cuales se describen en lo que sigue de este apartado.

La nomenclatura empleada en los extractos es E para la entrevistadora (primera autora de este trabajo) y M para Marcela.

Antes de continuar con el análisis, cabe mencionar que, en el trabajo de investigación de Marcela, se informó que las emociones negativas por parte de los estudiantes son las más intensas *durante la resolución de problemas matemáticos* y que pocos alumnos tienen una regulación emocional adecuada. Esto lo confirma durante la entrevista, como se observa en el Extracto 13.

- Entrevistadora (E): ¿Cuál es tu concepción sobre emociones y actitudes hacia las matemáticas? ¿Cuál es la diferencia?
- Marcela (M): Emoción es algo que siente el estudiante de manera instantánea, la actitud está formada de emociones. La emoción es lo que sienten los alumnos al momento de escuchar algo relacionado con matemáticas. Actitud está asociada con sus desprecios, cuando dicen “¡Ay no! Viene la clase de matemáticas”, “es aburrido”, “no me gusta”.
- E: Respecto a tu experiencia ¿Cuáles son las emociones que experimentan los estudiantes durante la resolución de problemas?
- M: Primero, si hablamos de emociones negativas son frustración, enojo, miedo. Y bueno en cuanto a las positivas, en este caso en alumnos que le entienden, son emoción positiva, gusto por querer hacer más problemas.
- M: Son más comunes las negativas.

Extracto 13

A partir de lo anterior, podemos observar, que tal como aparece en su trabajo de tesis, Marcela identifica la diferencia entre emoción y actitud, y menciona que, respecto a su experiencia como docente, las emociones más comunes que presentan los alumnos al resolver problemas son las negativas, tales como frustración, enojo y miedo.

Nótese que cuando la profesora habla sobre actitudes, hace alusión a las actitudes negativas de los estudiantes hacia la clase de matemáticas en general, no específicamente hacia la resolución de problemas. Esto nos dio pauta a pensar que ella considera que las actitudes negativas de los estudiantes pueden dirigirse hacia todo lo involucrado en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (no sólo a la resolución de problemas), no obstante, más adelante ella misma confirma esta suposición (véase Extracto 14).

Por otra parte, Marcela afirma en su trabajo de tesis que los factores emocionales son un elemento explicativo para interpretar el éxito o fracaso en la resolución de problemas, sin embargo, el interés de nuestro estudio no está centrado en los aspectos afectivos que intervienen específicamente a la hora de que el alumno resuelve problemas matemáticos, sino en todo el proceso de enseñanza-aprendizaje que se da en el aula. Por esta razón, surgió el interés de conocer qué concepciones tiene la profesora acerca de las actitudes y emociones que experimentan los alumnos a la hora de aprender matemáticas (en general) y ya no sólo en la resolución de problemas. Respecto a esto, en el Extracto 14, Marcela expresó que considera que los factores de dominio afectivo no sólo influyen en el éxito o fracaso en la resolución de problemas, sino que esto sucede en general, cuando los alumnos aprenden matemáticas.

E: ¿Consideras que los factores de dominio afectivo también influyen en el éxito o fracaso del aprendizaje de las matemáticas en general o sólo en la resolución de problemas?

M: Por lo que veo, yo pienso que es en general.

Extracto 14

Con esto, confirmamos que las afirmaciones que encontramos en el trabajo de Marcela, también cobran sentido para ella cuando se trata de los aspectos afectivos presentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas. Como pudimos observar en el Extracto 13, la profesora hace énfasis en las actitudes de los alumnos hacia la clase de matemáticas, lo cual relaciona principalmente con las creencias que tienen los estudiantes sobre la clase de matemáticas en el Extracto 15.

E: ¿Qué emociones y actitudes hacia las matemáticas crees que son las más comunes durante la clase por parte de los alumnos?

M: Rechazo, en principio no quieren la clase. Dicen “¡Ahí viene el maestro!” [La profesora lo expresa de manera despectiva]. Por el simple hecho de saber que tienen clase de matemáticas muestran rechazo sin tomar en cuenta lo que el profesor piense hacer. Toman actitudes negativas antes de tener la experiencia en la clase. Esto tiene que ver con sus creencias.

Extracto 15

De esta manera, en el Extracto 15, Marcela muestra el conocimiento que tiene acerca de las expectativas que tienen los estudiantes con respecto a las matemáticas pues, considera que las creencias que tienen sobre éstas, influyen en las actitudes que adoptan ante la disciplina. En este

caso menciona que una actitud muy común es el rechazo hacia la clase de matemáticas y lo relaciona con dichas creencias, las cuales menciona en el Extracto 18 donde comenta que los alumnos piensan que las matemáticas son aburridas, difíciles y tediosas. Este conocimiento está considerado en el MTSK en la categoría *Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas* (KFLM 4).

3.2.1. Dificultad en matemáticas en el caso de Marcela

Como se puede observar en el Extracto 16, al inicio de la entrevista, Marcela expresó gusto por su profesión, pero más aún, mostró interés por atender la dificultad que tienen algunos alumnos para aprender matemáticas.

M: A mí me gusta ser maestra de matemáticas, especialmente me gusta tomar casos donde los alumnos tienen dificultad para aprender matemáticas.

Extracto 16

A raíz de esto, la dificultad para aprender matemáticas, fue uno de los elementos de dominio afectivo que sobresalió durante la entrevista con la profesora. Cabe aclarar que, en su mayoría, Marcela se refirió a dicha dificultad como una creencia (véase Extracto 17).

E: ¿Qué piensan los alumnos acerca de las matemáticas? Responde completando la siguiente frase:

Los alumnos piensan que las matemáticas son ...

M: Aburridas, difíciles, tediosas. Principalmente aburridas.

Extracto 17

Con respecto a la creencia de que las matemáticas son difíciles, la profesora considera que una de las causas de esta creencia es la experiencia de los alumnos en clases anteriores y lo asocia con la frustración que en ocasiones experimentan al no entender los contenidos matemáticos (Extracto 18). Esta idea va de acuerdo con las afirmaciones de González (2005), pues como se mencionó en el capítulo 1, la apreciación que se hace sobre la dificultad que tiene una tarea, se ve afectada por los éxitos o fracasos que se hayan experimentado anteriormente.

E: ¿Qué efectos tienen estas creencias en los estudiantes?

M: En principio efectos negativos, por ejemplo, en Álgebra, los conceptos básicos les van a ser difíciles porque ya traen esa frustración de que no entienden de clases anteriores.

Extracto 18

Además, en el Extracto 19, encontramos que Marcela piensa que otra causa de tal creencia es que los mismos profesores transmiten a sus alumnos la idea de que las matemáticas son difíciles a través de algunos comentarios que hacen en sus clases, con lo cual predisponen a sus alumnos.

E: ¿A qué cree que se deba que los alumnos piensen que las matemáticas son difíciles?

M: En mi experiencia, desde que llegan los maestros les dicen “a ver chicos pongan atención porque este tema es bien difícil”.

Otro caso sería que el tiempo que nos dan para la clase de matemáticas es una hora, y el número de ejercicios en esa hora excede la capacidad del maestro para explicar, porque a veces queremos explicar un tema con muchos ejercicios, le entiendan o no, sin tener en cuenta que la dificultad que ellos perciben es mucha. Pero si fuéramos detallados para que todos entendieran, yo creo con dos o un ejercicio sería suficiente para causar satisfacción en los alumnos [se refiere a la satisfacción por entender el ejercicio con detalle], y perciban menos dificultad.

Extracto 19

Adicionalmente, como pudimos observar, la profesora considera que cuando el profesor tiene la pretensión de abarcar mucho contenido matemático en poco tiempo, sin importar si el alumno le entiende o no, puede provocar que la dificultad que percibe en las matemáticas sea mayor. De esta manera, Marcela identifica el mismo patrón que González (2005) acerca de que el profesor es un factor determinante en la dificultad que los alumnos le atribuyen a las matemáticas.

3.2.1.1. Información obtenida en la entrevista con Marcela respecto a la dificultad

Para ilustrar la forma en la que la Marcela atiende este elemento de dominio afectivo, ella hizo referencia a una experiencia que tuvo con una alumna que presentaba dificultad para aprender matemáticas, el cual se muestra en el Extracto 20.

M: Me voy a ir a un caso en específico. En algún momento tuve alumnos con mucha dificultad de aprendizaje. Pero especialmente atendí el caso de una chica, a quien le tenía que enseñar las operaciones básicas. Le ponía el siguiente ejemplo: “Si tú vas a tomar la ruta, y llevas un billete de cincuenta pesos, tú se lo vas a dar al chofer. ¿Cuánto te cobra de ida? ‘No pues 12 pesos’ Ok, ¿cuánto te va a dar de cambio?”

Y me sorprendió al principio porque supo hacer la resta. Y entonces me empecé a dar cuenta desde ahí, la frustración que tenía en la materia, porque cuando yo le decía, haz una resta, sólo se me quedaba viendo sin saber plantearla, toda dudosa, entonces yo dije “bueno, ¿qué es lo que está pasando?”

Y lo pudimos hacer así, con problemas de la vida real.

Extracto 20

En el Extracto 20 podemos darnos cuenta de que la profesora percibe cierta influencia del contexto de los problemas que se les presentan a los alumnos sobre el éxito o fracaso que tienen al aprender los contenidos matemáticos involucrados. Específicamente, en el ejemplo que nos compartió, notó que cuando le presentaba a su alumna problemas con un contexto familiar para ella, la estudiante mostraba mayor facilidad para resolverlos que cuando se le presentaban problemas similares pero en un contexto escolar o sin contexto.

Estos efectos que identifica Marcela en el caso que nos compartió, concuerdan con los resultados del trabajo de Carraher (1982) titulado *En la vida 10 en la escuela 0*, en el cual se encontró una fuerte influencia del contexto en el éxito o fracaso obtenido al solucionar problemas matemáticos. En dicho trabajo se aplicaron dos pruebas, una prueba informal y una formal, a personas de entre 9 y 15 años de edad. En la prueba informal, los participantes fueron evaluados en el contexto en el que naturalmente resuelven problemas matemáticos, por ejemplo, en la feria, en el puesto de cocos, junto al carrito de palomitas, etc., y en ésta, el entrevistador propuso sucesivas preguntas sobre transacciones de efectivo, obteniendo respuestas verbales a los problemas, de las cuales algunas fueron formuladas para obtener una descripción verbal de los procedimientos. En la prueba formal, se propusieron problemas similares a los de la prueba informal pero representados matemáticamente de dos formas diferentes, en forma de operaciones aritméticas y en forma de problemas tipo escuela. En los resultados, el desempeño de los niños fue claramente superior en la prueba informal, donde las operaciones se plantean a partir de situaciones

reales o cuando se les plantean problemas con situaciones imaginarias. Y justamente, esto sucedió en el ejemplo que nos menciona Marcela, donde la alumna mostró mejor desempeño al resolver el problema planteado en una situación familiar para ella que al plantearle una operación aritmética sin contexto.

A partir de esto, consideramos que la profesora da indicio de poseer conocimiento sobre *Teorías de la enseñanza de las matemáticas* (KMT 1) y, a través del relato de su experiencia, muestra puede emplearse para atender la dificultad en el aprendizaje de las operaciones básicas. Esto es porque de acuerdo con Flores-Medrano et al. (2014), la categoría KMT 1 del MTSK incluye el conocimiento que tiene el profesor sobre la potencialidad y alcances que pueden llegar a tener ciertas estrategias didácticas asociadas a un contenido matemático. En este caso, la profesora debía enseñar las operaciones básicas a una persona con dificultad para aprender matemáticas y decide hacerlo a través de problemas que simulen situaciones cotidianas en las que se utilicen dichas operaciones, y a partir su experiencia se da cuenta de los alcances positivos que tiene esta estrategia, por lo que se trata de una teoría de enseñanza, ya que si bien Marcela no da evidencia de tener algún respaldo teórico que sustente sus observaciones, puede tratarse de una teoría personal que se haya formado en base a su experiencia o a la literatura que conozca respecto a este tema. Esto es porque como se menciona en Carrillo-Yáñez (2018), las principales fuentes de este conocimiento son las teorías extraídas de la literatura de investigación en educación matemática o la experiencia personal de los profesores y la reflexión sobre su práctica.

De esta manera encontramos una relación entre la dificultad que presentan los alumnos al aprender matemáticas y el conocimiento considerado en la categoría KMT 1, pues con base en las declaraciones de Marcela vemos cómo este tipo de conocimiento puede ser empleado para elegir las estrategias y técnicas didácticas adecuadas para abordar contenidos que se les dificulten a los estudiantes.

3.2.1.2. Información obtenida en el diseño de la actividad de Marcela respecto a la dificultad

Como se mencionó anteriormente, la actividad que nos proporcionó Marcela está pensada para abordar el tema de términos semejantes, con la cual tiene intención de atender la creencia de que las matemáticas son difíciles (véase Figura 9).

Figura 9

Objetivo de la actividad propuesta por Marcela

Tema: Términos semejantes

Material necesario: Celulares de los estudiantes

Objetivo: Desarrollar en el alumno actitudes positivas y atacar la creencia de que las matemáticas son difíciles, aburridas e innecesarias para la vida real

En la Figura 10 (que se muestra a continuación) podemos observar cómo la profesora recurre al uso de la analogía, entre el concepto de términos semejantes y la clasificación de teléfonos celulares según sus características comunes, como estrategia de enseñanza para introducir la noción de término semejante. De esta manera la profesora pretende dar una explicación que a los alumnos les parezca interesante y que a su vez sea clara para ellos, ya que intenta hacerlo a partir de un contexto que sea familiar y de interés para los estudiantes (como es la tecnología). A partir de esto, y retomando que la categoría KMT 1 incluye el conocimiento de las analogías que los profesores consideran potentes para enseñar un tema, encontramos que Marcela nos da indicio de cómo podría emplearse este conocimiento para clarificar el concepto nuevo y así combatir la creencia de que las matemáticas son difíciles.

A continuación se muestra el desarrollo completo de la actividad propuesta por la profesora.

Figura 10

Desarrollo de la actividad propuesta por Marcela

Actividad: Al iniciar la clase se les pedirá a los alumnos entregar sus celulares sin funda alguna, se les aclarará que se necesitan para una actividad y que al término de esta se les devolverá (se utilizarán los dispositivos móviles ya que los alumnos tienen cierta afectividad, mas dominio del tema y mayor interés en la tecnología).

Una vez entregados los celulares el docente les especificará a los alumnos que los dispositivos se van a clasificar según los modelos y las características de los celulares (Se espera que los alumnos muestren una actitud positiva ya que están muy familiarizados con la tecnología), el docente les permitirá que ellos hagan las clasificaciones y todos los alumnos se incluyan en la clase y muestren más participación, es ahí donde entra el rol docente y empiece a introducir el termino de semejanza.

Una vez captada la atención de los alumnos se les dirá la definición de término semejante:

Dos o más términos son semejantes cuando tienen las mismas bases afectadas por los mismos exponentes

El docente dará algunos ejemplos:

$3b^2$ con $5b^2$, $-8x^2y^3$ con $7x^2y^3$ etc.

El docente tendrá que utilizar los modelos y las características de los celulares para hacer una relación con las variables, exponentes y sus coeficientes; para que los alumnos noten que la matemática la podemos relacionar con cualquier cosa para hacer una explicación más clara e interesante.

Además, a partir de la entrevista que se le realizó a Marcela, pudimos percatarnos del conocimiento que tiene acerca de las creencias o concepciones de los estudiantes sobre las matemáticas, pues desde el Extracto 17 ella advierte de las ideas que tienen los alumnos acerca de que las matemáticas son difíciles, y más aún, en el Extracto 18 explica cuáles son algunas causas que le atribuye a tal creencia. A partir de esto y del objetivo de su propuesta didáctica (mostrado en la Figura 9), es evidente que la profesora emplea este conocimiento para diseñar su actividad, ya que básicamente está inspirada en atender dichas concepciones. Con base en la descripción dada en el Capítulo 1, este conocimiento es parte de la categoría *Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas* (KFLM 4).

Finalmente, es importante no pasar por alto que a partir de la actividad presentada en la Figura 10, Marcela da evidencia del conocimiento que tiene acerca de la definición de términos semejantes, que es el concepto que se pretende trabajar con tal actividad. Este conocimiento está incluido en la categoría *Definiciones* (KoT 2) y es empleado para el diseño de la actividad, independientemente del aspecto de dominio afectivo que se pretenda atender.

3.2.1.3. Elementos del MTSK relacionados con la dificultad en el caso de Marcela

A continuación, mostramos la tabla que resumen de la información que hemos encontrado, en el caso de Marcela, acerca de los elementos del MTSK relacionados con la dificultad en matemáticas, en la cual nuevamente especificamos a qué categoría del modelo se hace referencia, el tipo de datos que nos proporcionó nuestra informante para llegar a esta determinación y la ubicación de dichos datos.

Tabla 5

Elementos del MTSK relacionados con la Dificultad en matemáticas en el caso de Marcela

<i>Elemento de dominio afectivo</i>	Categoría del MTSK	Tipo de dato	Ubicación
	Teorías personales o institucionalizadas de enseñanza	Indicio	Extracto 20

<i>Dificultad en Matemáticas</i>	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	Evidencia	Extracto 17 y 18 Figura 9
----------------------------------	---	-----------	------------------------------

3.2.2. Falta de motivación para aprender Matemáticas en el caso de Marcela

La falta de motivación para aprender matemáticas fue el elemento de dominio afectivo en el que Marcela puso mayor énfasis y, al respecto, mencionó que la tarea de motivar a los estudiantes es precisamente del docente (Extracto 23). Sin embargo, a diferencia de Gisela, la profesora habló sobre esta falta de motivación en términos de aburrimiento, pues como pudimos observar en el Extracto 17, según Marcela, una de las creencias que tienen los alumnos sobre las matemáticas, es que son aburridas.

3.2.2.1. Información obtenida en la entrevista con Marcela respecto a la falta de motivación

Durante la entrevista con Marcela, nos percatamos de que ella asocia la creencia de que las matemáticas son aburridas con las experiencias previas que los alumnos han tenido en la clase de matemáticas con otros maestros (véase Extracto 21).

E: ¿A qué se debe que los alumnos creen que son aburridas?

M: Siento que es la dinámica de sus anteriores maestros. En este caso, secundaria, que es donde un maestro particularmente es el que se dedicaba a dar todas las materias, tal vez no planean bien sus clases. O los mismos maestros de matemáticas dan una matemática tediosa. Siento que esa idea la traen de secundaria.

Extracto 21

En particular, la profesora considera que esta creencia surge a partir de la dinámica del profesor para dar su clase, ya que si es poco atractiva para los estudiantes, ellos suelen generalizar asumiendo que las matemáticas en general son aburridas. Además, en el Extracto 22, podemos ver cómo Marcela considera que esta creencia provoca que los alumnos se formen ideas adelantadas de los nuevos maestros que van conociendo, lo cual influye en las actitudes que toman para aprender matemáticas (Extracto 15).

- E: ¿Consideras que las creencias que tienen los alumnos sobre las matemáticas influyen en su aprendizaje?
- M: Sí, claro. Con el simple hecho de conocer a un nuevo profesor de matemáticas, ellos piensan que vas a ser igual de enojona y aburrida que sus anteriores maestros. Entonces para empezar a modificar esas creencias es muy difícil. Generar en ellos ese gusto por la matemática es muy complicado.

Extracto 22

Finalmente, en el Extracto 23, la profesora menciona que la motivación que los alumnos experimentan hacia las matemáticas depende directamente del maestro y de las herramientas de enseñanza que utiliza.

- E: ¿Qué piensas sobre la motivación de los alumnos para aprender matemáticas?
- M: Principalmente depende del maestro y de las herramientas que utiliza para dar un tema en específico. Es importante hacer lo necesario para generar emociones positivas en los alumnos. A mí me funcionaba bien para enseñar las secciones cónicas utilizar una piña para hacer los cortes que las generaran (resulta motivador e innovador para los alumnos). El docente debe buscar este tipo de buenas herramientas para lograr actitudes positivas hacia lo que van a aprender.

Extracto 23

En este mismo extracto, Marcela muestra la importancia que ella le da a la atención de este aspecto afectivo para generar actitudes positivas en los estudiantes y nos da evidencia del conocimiento que tiene acerca de los recursos didácticos (físicos) que se pueden utilizar para la enseñanza de secciones cónicas, y cómo emplea dicho conocimiento para motivar a sus alumnos en el aula. Tal conocimiento corresponde a la categoría KMT 2, pues la profesora nos menciona que el utilizar una piña como elemento de enseñanza, para simular en ésta los cortes que generan las secciones cónicas, le ha traído beneficios tanto para la enseñanza del tema como para motivar a los estudiantes.

3.2.2.2. Información obtenida en el diseño de la actividad de Marcela respecto a la falta de motivación

Para el análisis presentado en esta sección retomaremos el desarrollo de la actividad que nos proporcionó Marcela, el cual se mostró en la Figura 10.

En primera instancia, recordemos que en el objetivo de la actividad (mostrado en la Figura 9), Marcela menciona que su diseño está enfocado en combatir la idea que tienen los alumnos acerca de que las matemáticas son aburridas. Y de manera similar a lo que ocurrió respecto a la creencia de que las matemáticas son difíciles, Marcela da cuenta de esta creencia en el Extracto 17 y, en los Extractos 21 y 22 (respectivamente), pues menciona algunos factores que promueven tal idea y algunos efectos que puede causar en la conducta de los alumnos. Así, consideramos que la profesora da evidencia de tener conocimiento sobre la creencia de que las matemáticas son aburridas (KFML 4) y emplearlo como base en el diseño de su propuesta didáctica.

Además, la elección de la analogía (utilizando los teléfonos celulares) como estrategia de enseñanza en la actividad de Marcela, también pone de manifiesto el conocimiento que tiene la profesora respecto a los intereses de los alumnos (en este caso, la tecnología) y cómo lo utiliza para intentar motivarlos. Tal conocimiento también está incluido en la categoría KFLM 4 (Carrillo-Yañez et al., 2018).

Por otro lado, consideramos que con el mismo uso de la analogía entre el concepto de términos semejantes y la clasificación de los celulares, la profesora da indicio de tener conocimiento respecto a las estrategias de enseñanza que puede emplear para enseñar este tema matemático y cómo lo utiliza para motivar a los alumnos eligiendo contextos interesantes para ellos (KMT 3).

Finalmente, resta decir que Marcela usa los teléfonos celulares de los alumnos, como recurso didáctico para la clasificación que les pide realizar de acuerdo a determinadas características comunes. De esta manera, ella nos muestra la utilidad que tiene el conocimiento que posee el docente sobre recursos didácticos (KMT 2) para la enseñanza de un tema matemático, pero que a su vez puede contribuir a contrarrestar el aburrimiento que suelen experimentar los estudiantes durante la clase, y más aún si se trata de un recurso atractivo para ellos.

3.2.2.3. Elementos del MTSK relacionados con la falta de motivación en el caso de Marcela

Tabla 6

Elementos del MTSK relacionados con la Falta de motivación para aprender matemáticas en el caso de Marcela

<i>Elemento de dominio afectivo</i>	Categoría del MTSK	Tipo de dato	Ubicación
<i>Falta de motivación para aprender matemáticas</i>	Recursos didácticos (físicos y digitales)	Evidencia	Extracto 23
		Indicio	Figura 9
	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	Evidencia	Extracto 17, 21 y 22 Figura 9
		Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Indicio

3.2.3. Valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Marcela

Respecto a este tema de dominio afectivo, Marcela hizo una diferencia entre el valor y la utilidad que le atribuyen los estudiantes a las matemáticas. Con los Extractos 24 y 25 (respectivamente) podemos ver que, por una parte la profesora piensa en el valor que tiene adquirir habilidades matemáticas para enfrentarse con éxito a situaciones futuras (como presentar un examen de admisión para ingresar a la universidad), y por otra parte considera que la utilidad de las matemáticas hace referencia a lo útiles que son los conocimientos matemáticos para resolver situaciones que se nos presentan en la vida cotidiana (como trabajar en una tienda o dedicarse a cocinar con cantidades exactas), de manera efectiva. En el siguiente subapartado se presentan los extractos, de la entrevista con Marcela, que permiten hacer estas afirmaciones.

Antes de continuar, es importante aclarar que, aunque la profesora abordó este tema de dominio afectivo durante la entrevista, no encontramos evidencia o indicio de que lo haya retomado para la elaboración de su actividad a pesar de que se le solicitó en las indicaciones que se le dieron (tales indicaciones pueden verse en el Anexo 3). Por esta razón, no aparece la sección 3.2.3.2. que correspondería a la información obtenida en la actividad de Marcela respecto al valor o utilidad de las matemáticas.

3.2.3.1. Información obtenida en la entrevista con Marcela respecto al valor o utilidad de las matemáticas

En el Extracto 24, podemos observar que la profesora menciona la importancia que tiene para ella el valor que le dan los alumnos a la adquisición de habilidades matemáticas, pues ella considera que si los alumnos supieran cuánto les servirían dichas habilidades para aprobar un examen de admisión a la universidad, por ejemplo, ellos mejorarían su disposición para aprender.

E: ¿Qué tanto influye el valor o utilidad que le atribuyen los alumnos a las matemáticas en su aprendizaje?

M: Influye mucho porque si ellos desde un principio supieran que entender los problemas los ayudaría a resolver el examen de ingreso a la universidad, sería bueno. O sea, si desde el principio supieran el valor que tiene adquirir una habilidad para resolver problemas, yo creo que ellos mostrarían disposición para intentar resolverlos. ¿Para qué? En principio, para ingresar a la universidad, ya después depende de la elección que ellos hagan [se refiere al área a la carrera universitaria que elijan].

Extracto 24

Por otro lado, en el Extracto 25, la profesora habla de la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana. Ella considera que si los alumnos se dieran cuenta de esta utilidad, la situación de aprendizaje de los estudiantes sería distinta, ya que esto los motivaría para aprender con mejores actitudes.

E: Con respecto a la utilidad que tienen en la vida real o en la vida cotidiana, ¿qué concepciones cree que tienen los alumnos?

M: Pues en principio creen que no van a servir para nada, pero las matemáticas sirven para todo (para trabajar en una tienda, para manejar porciones en la cocina). Si entendieran que la matemática se va a utilizar para toda la vida, yo creo que la situación sería diferente.

Extracto 25

Finalmente, para atender este problema, la profesora considera que el plantear a los alumnos problemas de la vida real a través situaciones familiares para ellos, puede ser útil para mostrar a los estudiantes la utilidad de las matemáticas en la vida cotidiana (véase Extracto 26).

E: ¿Usted ha trabajado con sus alumnos este factor en las clases? ¿Qué tipo de problemas les presenta?

M: Con problemas de la vida real. Planteando situaciones familiares para los alumnos se evidencia la utilidad de las matemáticas. [Aquí retomó el ejemplo que relató en el Extracto 20]

Extracto 26

Recordemos que, en el Extracto 20, Marcela narró una experiencia que tuvo al enseñar las operaciones básicas a una alumna que tenía dificultad para aprender matemáticas. Es este ejemplo, la profesora menciona que logró buenos resultados planteando a la estudiante problemas que implicaran dar solución a una situación cotidiana en la que fuese necesario resolver una operación matemática básica (como saber cuánto dinero te dará de cambio el chofer de un camión que abordaste). A partir de estas declaraciones, consideramos que para atender la falta de utilidad que le atribuyen los alumnos a las matemáticas, ella emplea el conocimiento que tiene sobre situaciones o contextos asociados al concepto o tema a enseñar. Este conocimiento está comprendido en la categoría *Fenomenología y aplicaciones* (KoT 4).

3.2.3.2. Elementos del MTSK relacionados con el valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Marcela

Tabla 7

Elementos del MTSK relacionados con el Valor o utilidad de las matemáticas en el caso de Marcela

<i>Elemento de dominio afectivo</i>	Categoría del MTSK	Tipo de dato	Ubicación
Valor o utilidad de las matemáticas	Fenomenología y aplicaciones	Evidencia	Extracto 26

3.3. Resumen de los resultados

En la siguiente tabla, se muestran de manera sistemática los resultados obtenidos en esta investigación respecto a los elementos del MTSK que emplearon las profesoras informantes para atender los aspectos de dominio afectivo que se incluyeron en este estudio.

En la tabla se puede observar claramente qué elementos del modelo MTSK emplearon cada una de las informantes para atender cuestiones afectivas que se pueden presentar en el aula respecto a los temas de dominio afectivo determinados. Además, la tabla está organizada de forma que sea claro cuándo las profesoras usaron los mismos conocimientos y cuándo discreparon en el conocimiento especializado que utilizan.

Tabla 8

Resumen de resultados

Tema de dominio afectivo	Conocimiento empleado por Gisela	Conocimiento empleado por Marcela
Dificultad en matemáticas	Secuencia de temas	Teorías personales o institucionalizadas de enseñanza
	Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas
	Conexiones basadas en la simplificación	
	Procedimientos	
	Registros de representación	

Falta de motivación para aprender matemáticas	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	
	Recursos didácticos (físicos y digitales)	
	Conexiones basadas en la simplificación	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas
	Procedimientos	
	Definiciones, propiedades y fundamentos	
Valor o utilidad de las matemáticas	Fenomenología y aplicaciones	
	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	

CONCLUSIONES

En este último apartado, presentamos las conclusiones que surgieron del análisis presentado en el Capítulo 3. Por un lado presentamos las conclusiones referentes a los elementos del MTSK que emplearon nuestras informantes para atender cada uno de los elementos de dominio afectivo que se abordan en este trabajo. Y por otro lado, se hace referencia a ciertos resultados que nos permiten plantear conclusiones acerca de algunas relaciones entre los conocimientos especializados que emplearon las profesoras.

Acerca de los elementos del MTSK empleados para atender los temas de dominio afectivo

El análisis y los resultados presentados anteriormente permiten plantear que el conocimiento que tiene el profesor acerca de los aspectos de dominio afectivo que intervienen en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, influye determinadamente en el conocimiento que emplea para atender ciertos aspectos afectivos en el aula y depende de las concepciones que cada profesor tenga acerca de dichos aspectos, derivadas en gran medida de su experiencia como docentes. Esto se puede concluir a partir de que, aunque los temas de dominio afectivo fueron los mismos para ambas profesoras, las concepciones de cada una fueron distintas y sus declaraciones se enfocaron en el tema al que le atribuyen mayor importancia, por lo que en varias ocasiones utilizaron diferentes conocimientos del modelo MTSK para atender un mismo aspecto afectivo. Un ejemplo claro, es lo que se encontró respecto al tema *Dificultad de las matemáticas*, donde por un lado, en el caso de Gisela, se halló que los elementos del MTSK que intervienen en la atención de la dificultad que los alumnos perciben y experimentan cuando aprenden matemáticas, son el conocimiento que tiene el profesor acerca de la *Secuencia de temas*, las *Fortalezas y debilidades asociadas al aprendizaje* y los *Procedimientos* que se pueden emplear para abordar el tema de interés. De acuerdo a las declaraciones de Gisela, estos conocimientos van trazando la forma y el orden en que se va avanzando en la enseñanza de los temas que a los alumnos se les dificulta. Por otra parte, con Marcela, hallamos que el conocimiento, que tiene el profesor, considerado en la categoría *Teorías de Enseñanza de las matemáticas* también está relacionado con este factor

afectivo, ya que éste puede orientar las estrategias, ejemplos o técnicas que el profesor considera más potentes para la enseñanza de un tema según a las necesidades del alumno y la dificultad que esté experimentando.

En cuanto al tema *Falta de motivación para aprender matemáticas*, encontramos que las profesoras utilizaron algunos conocimientos en común para dar atención a este aspecto afectivo. En primera instancia ambas profesoras emplearon el conocimiento que tienen acerca de los *Recursos didácticos (físicos y virtuales)* como herramientas para la enseñanza, con lo cual de acuerdo a los estudios citados en el análisis, es posible promover la motivación de los estudiantes. Además, el conocimiento que tienen ambas profesoras sobre el tipo de tareas o actividades que son más adecuadas para abordar un tema en particular, fue otro conocimiento común que emplearon para atender este aspecto de dominio afectivo, el cual corresponde a la categoría de *Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos*. Por lo tanto, concluimos que estos dos componentes del MTSK, están estrechamente relacionados con la falta de motivación en el aula, dado que advertimos que fue empleado para elegir el tipo de actividades y tareas que se les proponen a los alumnos, las cuales están dotadas de la intencionalidad de mantener el interés de los alumnos para participar activamente y aprender los contenidos matemáticos a enseñar. Aunado a que las profesoras emplearon estos dos conocimientos de manera similar, cabe mencionar que también emplearon algunos otros totalmente diferentes, que no por eso son menos relevantes. Por ejemplo, Gisela hizo ver la utilidad que tiene el conocimiento sobre algunas conexiones de simplificación (KSM 1) para adaptar las actividades, que se proponen en clase, a un nivel de complejidad correspondiente a las necesidades de los alumnos, y de esta forma evitar causar desinterés en ellos. Por su parte, Marcela evidenció la influencia que tiene el conocimiento que tiene el profesor acerca de las creencias o concepciones que tienen los estudiantes (KFLM 4) sobre la idea de que las matemáticas son aburridas para diseñar una actividad motivada en combatir dicha creencia.

Finalmente, respecto al valor o utilidad que le atribuye al alumno a las matemáticas, los conocimientos con los que encontramos una fuerte relación fueron los conocimientos incluidos en la categoría *Aplicaciones y fenomenología*, pues ambas profesoras recurrieron a este elemento del MTSK para atender este tema de dominio afectivo. Sin embargo, lo emplearon de forma distinta, por un lado Gisela recurrió al conocimiento que tiene acerca de los diferentes usos y aplicaciones del tema que decidió abordar con su secuencia de actividades, y Marcela utilizó su conocimiento

acerca de situaciones y contextos atribuibles al contenido matemático al que hizo referencia. Adicionalmente, cabe resaltar que Gisela mostró la forma en que puede emplearse el conocimiento que se tiene acerca de actividades y tareas adecuadas para enseñar un tema y a su vez mostrar la utilidad de éste en nuestro entorno (KMT 3).

En general, consideramos que los conocimientos de las profesoras acerca de dominio afectivo influyeron significativamente en la elección del tipo de actividades, estrategias y recursos didácticos que utilizaron para diseñar las actividades que nos proporcionaron.

Algunas relaciones entre los conocimientos empleados por las informantes

En el análisis del caso Gisela, tanto para el tema *Dificultad en matemáticas* y *Falta de motivación para aprender matemáticas*, podemos percatarnos de que la profesora empleó diversos conocimientos incluidos en diferentes categorías que forman parte del dominio *Conocimiento didáctico del contenido* (tales como KMLS 3, KFLM 2, KMT 2 y KMT 3). Sin embargo, es importante destacar que en la mayoría de las ocasiones que utilizó estos conocimientos, también recurrió de manera simultánea a otros conocimientos pertenecientes al dominio *Conocimiento Matemático*.

Por ejemplo, para atender la dificultad que los estudiantes perciben en las matemáticas, Gisela empleó su conocimiento acerca de las dificultades más comunes que tienen al aprender el tema de fracciones algebraicas (KFLM 2), entre las que destaca la dificultad que arrastran para operar fracciones aritméticas, por lo cual utiliza el conocimiento que tiene acerca de diferentes procedimientos asociados al tema de operaciones entre fracciones (KoT 1) para mostrar varias maneras de resolver los ejercicios, y así dar a los alumnos la libertad de utilizar el que más se les facilite, y de esta manera contribuir a que las dificultades que se les presentan a los alumnos sean menores. Otro ejemplo es que para evitar causar desinterés en aprender matemáticas, la profesora hace alusión a utilizar tanto del conocimiento que se tiene acerca del tipo de actividades adecuadas para la enseñanza de un tema (KMT 3), como su conocimiento sobre algunas conexiones de simplificación que le permita adaptar dichas actividades a un nivel de complejidad correspondiente a las necesidades de los alumnos (KSM 1).

A partir de esto, llegamos a la conclusión de que para atender situaciones de dominio afectivo en el aula, es común recurrir al conocimiento didáctico del contenido, sin embargo, para lograr buenos resultados en el aprendizaje de los contenidos matemáticos, es indispensable

utilizarlo en conjunto con el conocimiento matemático referente al contenido en cuestión. Por esta razón consideramos que existe un vínculo importante, y recíproco, entre el MK y el PCK cuando se quiere atender algún aspecto de dominio afectivo, pues el MK sin el PCK no contribuiría a subsanar los problemas provocados por cuestiones afectivas, y el PCK sin el MK no aportaría al aprendizaje efectivo de los temas matemáticos. De esta forma consideramos que es importante cuidar el conocimiento matemático que está en el trasfondo de las actividades, estrategias, tareas o recursos didácticos que utilizamos, el cual no debe reemplazarse por la intención única de motivar a los estudiantes, por ejemplo.

Por otro lado, en el caso de Marcela, encontramos una relación estrecha entre el conocimiento de la profesora sobre de las creencias o concepciones de los alumnos acerca de que las matemáticas son difíciles y aburridas (KFLM 4) y el conocimiento de las estrategias y tareas adecuadas para la enseñanza de determinado tema matemático (KMT 3). Esto es porque en el análisis se hizo latente que para combatir tales creencias, primero es necesario tener conocimiento sobre la categoría KFLM 4, para así poder elegir adecuadamente el tipo de actividades y estrategias que se pueden utilizar para la enseñanza del tema en juego y que a su vez ayuden a resolver los aspectos afectivos que se pretendan atender. De esta manera, encontramos que el conocimiento KMT 3 está fuertemente influenciado por el conocimiento KFLM 4 cuando se pretende atender este tipo de cuestiones. Esta observación obedece a la forma en describimos el conocimiento correspondiente a la categoría KFLM 4 en el Capítulo 1, pues como se mencionó, este conocimiento se manifiesta a través de la elección de los registros de representación que se eligen y del tipo de actividades y recursos didácticos retomados para la enseñanza de los contenidos.

Finalmente, consideramos importante retomar que en el análisis del caso Gisela, cuando se aborda el tema *Valor o utilidad de las matemáticas*, encontramos que el conocimiento que tiene Gisela acerca de los usos y aplicaciones de los temas matemáticos que se abordan en el nivel medio superior, podría estar siendo afectado por algunas creencias que ha externado, por ejemplo, la creencia de que es difícil encontrar problemas realistas en donde se puedan aplicar ciertos contenidos matemáticos y que las aplicaciones de las matemáticas se pueden ver claramente hasta que se está en una carrera profesional. De esta manera, encontramos un ejemplo de cómo las creencias del profesor permean el conocimiento que tiene en cada uno de los subdominios (tal como se describió en el apartado 1.2.2.3.). Así, creemos que las concepciones los profesores son

de suma importancia ya que en ocasiones podrían estar obstaculizando el desarrollo del conocimiento que se tiene en los diferentes subdominios de MTSK.

Reflexión final

Después de toda la información desarrollada en este trabajo, uno podría percatarse de que se trata de una investigación interesante, sin embargo todo esto cobra sentido hasta que se vuelve útil en situaciones concretas, por esta razón vale la pena preguntarse ¿cómo impacta este estudio en la práctica docente? En principio, el trabajo incluye un apartado donde se desarrollan algunos conceptos de dominio afectivo, pero más aún, se hace referencia a varios resultados de investigación sobre el impacto que tienen dichos aspectos afectivos en el aprendizaje de las matemáticas, los cuales en muchos casos son negativos. De esta manera, a través de este documento, se invita al profesorado a reflexionar sobre la influencia de la dimensión afectiva en el aprendizaje de las matemáticas y sobre la importancia que tiene darle una atención oportuna y efectiva, pues como se ha mencionado antes, es tarea del docente ayudar a los alumnos a superar los obstáculos que se puedan encontrar a causa de este tipo de factores en su proceso de aprendizaje.

Pero, ¿cómo pueden emplearse estos resultados en el aula? Al respecto, cabe recordar que los aspectos afectivos que se incluyen en este estudio fueron determinados a partir de la experiencia de las profesoras informantes, por lo que son un reflejo de la realidad a la muchos profesores de matemáticas, si no es que la mayoría, se enfrentan en su día a día. Por esta razón, los resultados presentados pueden ser de utilidad para centrar la atención en qué conocimientos especializados de pueden emplear o desarrollar para atender de manera efectiva este tipo de situaciones afectivas en el aula, sin dejar de lado la posibilidad de que se encuentren otros elementos del MTSK que se puedan emplear para darle una atención oportuna a dichos aspectos de la dimensión afectiva.

REFERENCIAS

- Alonso, S. H., Saéz, A. M, y Picos, A. P. (2005). El perfil emocional matemático como predictor de rechazo escolar: relación con las destrezas y los conocimientos desde una perspectiva evolutiva. *Educación Matemática*, 17 (2), 89-116.
- Alsina, À., y Domingo, M. (2007). Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas. *Suma*, (56), 23-31.
- Arrieta, M. (1998). Medios materiales en la enseñanza de la matemática. *Revista de psicodidáctica*, (5), 107-114.
- Bishop, A., FitzSimons, G., Seah, W. T., y Clarkson, P. (1999). Values in Mathematics Education: Making Values Teaching Explicit in the Mathematics Classroom.
- Carraher, T. N., Carraher, D. W. y Schliemann, A. D. (1982). Na vida dez; na escola zero: os contextos culturais da aprendizagem da matemática. *Cadernos de pesquisa*, (42), 79-86.
- Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, LC, Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar González, A., Riveiro, M., y Muñoz-Catalán, MC (2018). The Mathematics Teacher's Specialised Knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20 (3), 236-253.
- Cerda, G., Ortega, R., Pérez, C., Flores, C. y Malipillán, R. (2011). Inteligencia lógica y rendimiento académico en matemáticas: un estudio con estudiantes de Educación Básica y Secundaria de Chile. *Anales de Psicología*, 27(2), 389-398.
- Cerda, G., Pérez, C., Aguilar, M., y Aragón, E. (2018). Algunos factores asociados al desempeño académico en matemáticas y sus proyecciones en la formación docente. *Revista da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo*, 44(1), 1-19.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática* (C. Laborde, L. R. Romero y B. D'Amore, eds.; A. B. Puga, trad.). Magisterio. (Original publicado en 1999).
- Escudero-Ávila, D., Gomes, J., Muñoz-Catalán, M. C., Flores-Medrano, E., Flores, P., Rojas, N., y Aguilar, A. (2016). Aportaciones metodológicas de investigaciones con MTSK.

Reflexionando sobre el conocimiento del profesor. Actas de las II Jornadas del Seminario de Investigación de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad de Huelva, 60-69.

Farias, D. y Velásquez, F. R. (2010). Estrategias lúdicas para la enseñanza de la matemática en estudiantes que inician estudios superiores. *Paradigma*, 31(2), 53-64.

Fernández, E. N. P., Navarro, M. J. G. y C (2010). *Recursos didácticos en el aprendizaje significativo de las matemáticas*. (Proyecto de grado previo a la obtención de título de licenciatura). Universidad Estatal de Milagro.

Flores, C. F., Sierra, G. M., González, M. S. G., López, J. A. J., y Cruz, J. C. R. (2018). *Investigaciones en dominio afectivo en matemática educativa* (C. F. Flores, G. M. Sierra, M. S. G. González, J. A. J. López, y J. C. R. Cruz, eds.). Ediciones y Gráficos Eón; Universidad Autónoma de Guerrero. <https://url2.cl/JzbDS>

Flores-Medrano, E., Escudero-Avila, D., Montes, M., Aguilar, A., y Carrillo, J. (2014). Nuestra modelación del conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK. En J. Carrillo, L.C. Contreras, N. Climent, D. Escudero-Avila, E. Flores-Medrano, y M. Montes (Eds.). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (57-72). Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.

Gómez, D. R., y Roquet, J. V. (2009). *Metodología de la investigación*. Universitat Oberta de Catalunya

Gómez, G. R., Flores, J. G. y Jiménez, E. G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Málaga: aljibe.

Gómez-Chacón, I. M. (2000). *Matemática emocional: los afectos en el aprendizaje matemático*. Narcea Ediciones.

Gómez Chacón, I. M. (2002). Afecto y aprendizaje matemático: causas y consecuencias de la interacción emocional. En J. Carrillo (ed.). *Reflexiones sobre el pasado, presente y futuro de las Matemáticas* (197-227). Huelva: Universidad de Huelva.

González, R. M. (2005). Un modelo explicativo del interés hacia las matemáticas de las y los estudiantes de secundaria. *Educación Matemática*, 17 (1), 107-128.

Grootenboer, P., y Marshman, M. (2016). The affective domain, mathematics, and mathematics

- education. En *Mathematics, affect and learning* (13-33). Springer.
- Hart, L. E. (1989) Describing the affective domain: saying what we mean. En D. B. McLeod y V. M. Adams (Eds.), *Affect and mathematics: problemsolving: A new perspective* (37-48). Springer-Verlag.
- Huertas, J. A. (1997), *Motivación. Querer aprender*. AIQUE.
- Leal, C. C. F., (2020). Uso del Modelo MTSK para la Caracterización del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas en Secundaria: El caso de la Proporcionalidad. *Revista Iberoamericana de educación Matemática*, (59), 33-63.
- Leatham, K. R. (2006). Viewing mathematics teachers' beliefs as sensible systems. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 91-102.
- Licea, R. A. R., Frías, B. S. L. y Gutiérrez, F. J. M. (2017). El video como Recurso Educativo Abierto y la enseñanza de Matemáticas. *Revista electrónica de investigación educativa*, 19(3), 92-100.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. En G. A. Douglas (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (575-596).
- Medrano, E. F. (2015). *Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK)* (Tesis de doctorado). Universidad de Huelva, España.
- Miñano, P., Castejón, J. L., y Cantero, M. P. (2008). Predicción del rendimiento académico desde las variables cognitivo-motivacionales de un modelo de expectativa-valor. *International Journal of Developmental and Educational Psychology*, 4 (1), 483-492.
- Muñoz-Catalán, M. C., Contreras, L. C., Carrillo, J., Rojas, N., Montes, M. Á., y Climent, N. (2015). Conocimiento especializado del profesor de matemáticas (MTSK): un modelo analítico para el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas. *La Gaceta de La Real Sociedad Matemática Española*, 18(3), 1801–1817. <https://n9.cl/ej2k>
- Pabón-Gómez, J. A. (2014). Las TICs y la lúdica como herramientas facilitadoras en el aprendizaje de la matemática. *Eco matemático*, 5(1), 37-48.
- Padrón, O. J. M. (2005). Dominio afectivo en educación matemática. *Paradigma*, 26(2), 7–34.

- Pérez, J. F. G. (2017) *Identificación de las formas de aprehensión, desde la visualización de los registros figurales, el caso teorema de Pitágoras. Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales* (Informe final de indagación presentado como requisito parcial para optar al título de: Magíster en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales). Universidad Nacional de Colombia.
- Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. En F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (257-315).
- Quintero, J. C., Hawrylak, F. M., y Villagrà, J. M. (2014). Propuesta didáctica con enfoque constructivista para mejorar el aprendizaje significativo de las matemáticas. *UNIÓN. Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, (38), 33-49.
- Sampieri, R. H., Collado, C. F., y Lucio, P. B. (2010). *Metodología de la investigación* (Quinta Ed). Mc Graw Hill.
- Santos, S. G. (2019). *El desinterés hacia las matemáticas en alumnos universitarios de ingeniería y matemáticas: construcción y validación de un instrumento* (Tesis de maestría). Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
- Sequera, T., Nahir, J. (2014). Subjetividad y Objetividad del Valor. *Comunidad y Salud*, 12 (1), 64-68.
- Ursini, S., y Sánchez, R. J. G. (2019). *Actitudes hacia las matemáticas. Qué son. Cómo se miden. Cómo se evalúan. Cómo se modifican*. Universidad Autónoma de México; Facultad de Estudios Superiores Zaragoza.
- VirtualMagisterio. (4 de diciembre de 2013). *Martha Fandiño y Bruno D'Amore* [Video]. Youtube. <https://www.youtube.com/watch?v=49TialQLeUE&t=66s>
- Zea, T., Edith, D., y Pérez, D. M. (2017). *La apatía hacia la matemática y las aplicaciones de los métodos de enseñanza utilizados por los docentes de matemática en los estudiantes del tercer grado de secundaria de la IEP Joule Cayma–Arequipa, 2017*. (Tesis de licenciatura), Universidad Nacional de San Agustín, Arequipa, Perú.

ANEXOS

Anexo 1. Actividad solicitada a Gisela

ACTIVIDAD

Imagina que has realizado una investigación acerca de los factores que influyen en el desinterés hacia las matemáticas por parte de tus alumnos, para lo cual has utilizado un instrumento (con evidencia de validez y confiabilidad) que evalúa el desinterés hacia las matemáticas en estudiantes de nivel medio superior y te ayuda a determinar cuáles de los factores que se evalúan en dicho instrumento influyen significativamente en el desinterés hacia las matemáticas.

Los resultados de tal investigación han arrojado los siguientes elementos:

- Los factores que más influyen en el desinterés hacia las matemáticas por parte de tus estudiantes son la percepción de dificultad de las matemáticas, los estereotipos de dominio masculino, la utilidad que le atribuye el alumno a las matemáticas y la falta de motivación por parte de los estudiantes para aprender contenidos matemáticas.

Y en particular:

- En el tema *X* hay dificultad por parte de la mayoría de los estudiantes.
- Algunas alumnas tienen la sensación de que no son buenas para las matemáticas por su género.
- La totalidad de los estudiantes dejaron de encontrar sentido de uso a las matemáticas.
- La mayoría de los estudiantes se muestran desmotivados para aprender contenidos matemáticos debido a que se encuentran aburridos.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores:

1. Elige el tema *X*.
2. Diseña una actividad para abordar el tema *X* y a su vez atender los elementos que ocasionan el desinterés en tus estudiantes según los resultados de la investigación.
3. Desarrolla un escrito donde desarrolles cada una de las partes de la actividad que propones (se tan explícita como te sea posible).

Anexo 2. Propuesta didáctica proporcionada por Gisela

Tema: Teorema de Pitágoras

Con motivo a incentivar el interés y en encontrar sentido al uso a las matemáticas, se propone la siguiente actividad:

Los alumnos identificarán el uso del teorema de Pitágoras en la construcción.

Para ello se forman equipos de n integrantes, con la condición de que estén integrados cada uno de ellos por hombres o mujeres.

Sesión 1

Problema inicial

Se les pide a los estudiantes que con los medios que dispongan verifiquen que los muros que forman las esquinas del salón de clases forman un ángulo recto.

Se espera que los estudiantes propongan varias estrategias, las cuales puedan o no, llevar a la solución del problema inicial.

Actividad 1

Se les pide que por equipo acudan a una construcción y entrevisten algún maestro albañil; para ello se sugieren las siguientes preguntas (los equipos pueden proponer otras preguntas según lo consideren):

Me podría decir ¿cuál es su nombre?

¿Cuál es su oficio?

¿Cuántos años tiene en este oficio?

¿Cuál es su último grado de estudios?

¿Conoce el teorema de Pitágoras?

En caso de conocerlo me podría decir, ¿Qué dice dicho teorema?

¿En donde utiliza las matemáticas?

¿Cuál es el procedimiento para trazar una casa?

En la construcción, ¿Qué es una escuadra?

¿Para que utiliza una escuadra?

¿Me puede explicar cómo traza las esquinas de una casa?

¿Cómo logra que una habitación sea rectangular?

Una vez que hayan diseñado su cuestionario se procede al trabajo de campo.

Actividad 2.

Realizar la entrevista para que en la próxima sesión presenten sus respuestas por equipo.

Sesión 2

Actividad 1.

Se les pedirá que un integrante del equipo exponga las respuestas que obtuvieron al resto de sus compañeros.

Actividad 2.

El profesor les proyectará el siguiente vídeo:

<https://www.youtube.com/watch?v=K4xmY9NJwbk>

(Consultado el 8 de noviembre de 2020)

Actividad 3.

En una plenaria se discutirá si hay respuestas similares tanto de los albañiles entrevistados como el que aparece en el vídeo. ¿Cuáles son esa(s) similitud(es)?

Sesión 3

Actividad 1

El profesor presentará el teorema de Pitágoras de manera geométrica y algebraica; así como algunos problemas teóricos que puedan ser solucionados con dicho teorema, como, por ejemplo:

Problema 1

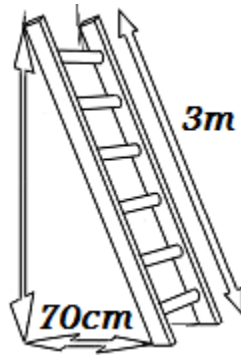
Calcular la hipotenusa del triángulo rectángulo de lados 3cm y 4cm.

Problema 2

Si la hipotenusa de un triángulo rectángulo mide 2cm y uno de sus lados mide 1cm, ¿cuánto mide el otro lado?

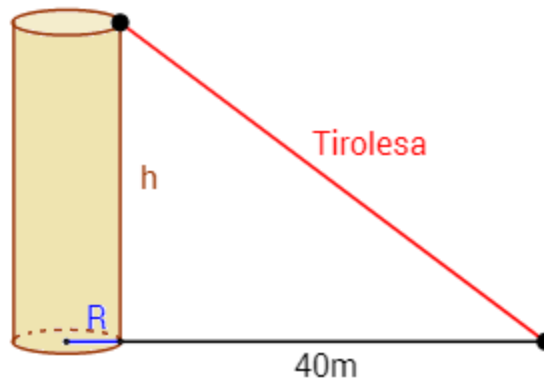
Problema 3

Calcular la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a 70 centímetros de ésta.



Problema 11

Un parque de diversiones quiere construir una nueva atracción que consiste en una tirolesa que parte desde la base superior de una columna con forma cilíndrica. Si el radio de la columna es $R=2m$ y el área de su lateral es de 120 metros cuadrados, calcular la longitud del cable de la tirolesa para que alcance el suelo a 40 metros de distancia de la columna.



Sesión 4

Para esta sesión se les pedirá una cinta métrica o un flexómetro.

Actividad 1

Se reunirán en equipos como se formaron en la primera sesión, se les pedirá que elijan alguna de las esquinas del salón o de la barda de la escuela, posteriormente se les pedirá que determinen si es de 90 grados.

Para ello podrá hacer marcas sobre el muro, con tinta que sea fácil de borrar. Además, harán las operaciones matemáticas en su cuaderno.

Finalmente expondrán sus resultados con el resto de sus compañeros, argumentando del por qué si o por qué no, los muros forman ángulos de 90 grados.

Actividad 2

Se les pedirá que para la siguiente sesión construyan lo siguiente:



Con los materiales que se tengan a la mano, pueden sustituir el agua por granos e incluso arena, haciendo énfasis que las alturas deben ser los mismos para cada cuerpo geométrico.

Además, las dimensiones de cada cuadrado pueden ser múltiplos de la triada 3,4 y 5.

Es decir, $3k$, $4k$ y $5k$, donde $k \in \mathbb{N}$; con esta actividad se desea comprobar que la suma de los volúmenes de los catetos es igual al volumen de la hipotenusa.

Actividad 3

Se les pedirá a los estudiantes que documenten mediante un video, si las esquinas de los muros de su casa están completamente a escuadra empleando el teorema de Pitágoras.

Sesión 5 (Cierre)

Actividad 1

Se les pedirá a los alumnos que presenten los cuerpos geométricos que construyeron en relación al teorema de Pitágoras, y expliquen lo que se observa.

Actividad 2.

Se empleará el proyector para que los alumnos muestren los resultados de su investigación, si los muros de su casa forman ángulos de 90 grados.

Actividad 4.

Se les pedirá que de manera individual respondan la siguiente lista de cotejo para autoevaluación.

	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
La actividad propuesta me pareció interesante.			

Comprendí la importancia que tiene el teorema de Pitágoras en la vida diaria.			
Con esta actividad, encuentro utilidad a las matemáticas.			
Me siento motivado con este tipo de actividades.			
Me sentí estresado al realizar la actividad			
Durante la actividad me sentí aburrido			
Considero que en esta actividad los hombres tuvieron mejor desempeño que las mujeres.			

Anexo 3. Actividad solicitada a Marcela

ACTIVIDAD

Imagina que has comenzado a trabajar con un nuevo grupo al que le impartirás una materia de matemáticas, en el cual la mayoría de los estudiantes traen algunas creencias negativas sobre las matemáticas y tienen dificultad para aprenderlas, por lo que su disposición en la clase no es favorable.

Considera que, en el corto tiempo que llevas trabajando con este grupo, has puesto atención a los alumnos para conocerlos y has notado que:

- Muchos de tus alumnos se muestran frustrados y con miedo durante la clase debido a la dificultad que experimentan cuando aprenden matemáticas
- Otros más creen que las matemáticas son aburridas debido a su experiencia previa en la clase de matemáticas, por lo que se muestran enojados.
- Y finalmente la mayoría de los alumnos no le encuentran valor y utilidad a las matemáticas que ven en la vida real, por lo que se encuentran desmotivados para aprender.

Entonces, en base a lo que has observado en tus alumnos quieres diseñar una actividad o secuencia de actividades con la que empieces a atender estos factores en el aula y así comenzar a generar actitudes positivas ellos.

Luego, teniendo en cuenta las consideraciones anteriores:

4. Elige el tema que vas a trabajar con estas actividades.
5. Diseña una actividad para abordar el tema que has elegido y a su vez atender los aspectos afectivos que se enlistaron anteriormente.
6. Desarrolla un escrito donde describas cada una de las partes de la actividad que propones y el aspecto que deseas atender (se tan explícita como te sea posible).

Anexo 4. Propuesta didáctica proporcionada por Marcela

Tema: Términos semejantes

Material necesario: Celulares de los estudiantes

Objetivo: Desarrollar en el alumno actitudes positivas y atacar la creencia de que las matemáticas son difíciles, aburridas e innecesarias para la vida real

Actividad: Al iniciar la clase se les pedirá a los alumnos entregar sus celulares sin funda alguna, se les aclarará que se necesitan para una actividad y que al término de esta se les devolverá (se utilizarán los dispositivos móviles ya que los alumnos tienen cierta afectividad, mas dominio del tema y mayor interés en la tecnología).

Una vez entregados los celulares el docente les especificará a los alumnos que los dispositivos se van a clasificar según los modelos y las características de los celulares (Se espera que los alumnos muestren una actitud positiva ya que están muy familiarizados con la tecnología), el docente les permitirá que ellos hagan las clasificaciones y todos los alumnos se incluyan en la clase y muestren más participación, es ahí donde entra el rol docente y empiece a introducir el termino de semejanza.

Una vez captada la atención de los alumnos se les dirá la definición de término semejante:

Dos o más términos son semejantes cuando tienen las mismas bases afectadas por los mismos exponentes

El docente dará algunos ejemplos:

$3b^2$ con $5b^2$, $-8x^2y^3$ con $7x^2y^3$ etc.

El docente tendrá que utilizar los modelos y las características de los celulares para hacer una relación con las variables, exponentes y sus coeficientes; para que los alumnos noten que la matemática la podemos relacionar con cualquier cosa para hacer una explicación más clara e interesante.