



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EL USO DE LA HISTORIA EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA DE MÉXICO

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
LIC. DIANA CAROLINA PINEDA PÉREZ

DIRECTOR DE TESIS
DR. GABRIEL KANTÚN MONTIEL

CO-DIRECTOR DE TESIS
DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV

PUEBLA, PUE.

MAYO, 2022



DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que la C:

DIANA CAROLINA PINEDA PÉREZ

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 06 de diciembre de 2021, con la tesis titulada:

"EL USO DE LA HISTORIA EN LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA DE MÉXICO"

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 24 de mayo de 2022

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
COORDINADORA DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



Esta investigación se realizó gracias al financiamiento del
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)

De enero de 2020 a diciembre de 2021

No. de CVU 1038088

*Dedico este trabajo a:
Mi madre Yoli Pérez por su constante apoyo y ejemplo de fortaleza durante mi proceso de
formación.*

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradezco a Dios por permitirme conocer otra cultura, nuevas personas y nuevos lugares a lo largo de mi estadía en Puebla, México. En segundo lugar, agradezco al Dr. Gabriel Kantún Montiel por su disposición y amabilidad para asumir la dirección de esta tesis, todos sus comentarios y recomendaciones fueron de valiosa ayuda para la realización de esta. También le agradezco por motivarme a formar parte de diferentes eventos académicos que permitieron ampliar mi panorama.

En tercer lugar, agradezco al Dr. Josip Slisko Ignjatov como co-director de la tesis por todas sus ideas y sugerencias en la construcción y mejora de esta. En cuarto lugar, agradezco a la Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar y a la Dra. María Araceli Juárez Ramírez por su atenta lectura de mi tesis y por todas las sugerencias que me ayudaron a mejorarla para culminar con éxito este trabajo.

En quinto lugar, agradezco a la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) y al Posgrado en Educación Matemática de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. Para mí fue un gran honor y una bonita experiencia ser acogida como estudiante de esta prestigiosa institución. Extiendo estos agradecimientos a cada uno de los profesores a lo largo de la maestría por su rigor conceptual y metodológico en sus clases que me permitieron formar los conocimientos, habilidades y herramientas necesarias para una investigación en educación matemática de calidad.

En sexto lugar, agradezco a mi madre y hermanos por su constante apoyo, afecto y unión mientras me encontraba fuera del país. Finalmente, agradezco a mis familiares, compañeros y amigos por todo su apoyo y comprensión.

ÍNDICE

ÍNDICE	I
ÍNDICE DE TABLAS	IV
ÍNDICE DE FIGURAS	V
RESUMEN	VI
ABSTRACT	VII
INTRODUCCIÓN	VIII
Capítulo 1	1
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Justificación.....	6
1.3 Preguntas de investigación	9
1.3.1 Pregunta general.....	10
1.3.2 Preguntas específicas	10
1.4 Objetivos de la investigación.....	10
1.4.1 Objetivo general.....	10
1.4.2 Objetivos específicos	11
Capítulo 2	12
MARCO TEÓRICO	12
2.1 Categorías del uso de la historia de las matemáticas en la educación matemática	12
2.1.1 Argumentos del uso de la historia de las matemáticas	13
2.1.1.1 Argumento de historia como herramienta	14
2.1.1.2 Argumento de historia como objetivo	14
2.1.2 Enfoques del uso de la historia de las matemáticas	15
2.1.2.1 Enfoque de iluminación	16
2.1.2.2 Enfoque de módulos.....	17
2.1.2.3 Enfoque basado en la historia.....	17
2.2 Esquema de categorización propuesto por Jankvist	18
Capítulo 3	20
MÉTODO.....	20
3.1 Selección del paradigma.....	20

3.2 Tipo de investigación.....	21
3.3 Población estudiada	21
3.4 Instrumentos para la recolección de datos	21
3.4.1 Escala tipo Likert	22
3.4.2 Categorías de la historia de las matemáticas en los libros de texto	23
3.4.2.1 Introducción general al tema	23
3.4.2.2 Ilustrar un concepto	23
3.4.2.3 Problema histórico.....	23
3.4.2.4 Biografía de un matemático o matemática	24
3.4.2.5 Dato curioso	24
3.4.3 Tabla para el análisis de contenido	24
3.5 Procedimiento	26
Capítulo 4	27
ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS.....	27
4.1 Análisis de los libros de texto por grado	27
4.1.1 Primero de secundaria.....	28
4.1.1.1 Ejemplos de categorías en libros de primero	31
4.1.2 Segundo de secundaria.....	35
4.1.2.1 Ejemplos de categorías en libros de segundo.....	39
4.1.3 Tercero de secundaria	43
4.1.3.1 Ejemplos de categorías en libros de tercero	47
4.2 Análisis general de los libros de texto	52
4.2.1 Frecuencia del uso de la historia en libros de secundaria	52
4.2.2 Categorías de contenido histórico en libros de secundaria	54
4.2.3 Uso de la historia por parte de las editoriales	55
4.3 Una perspectiva del enfoque de iluminación en los libros de texto de secundaria	58
Capítulo 5	60
CONCLUSIONES	60
5.1 Conclusiones generales.....	60
5.2 Reflexiones de la investigación	61
5.3 Recomendaciones didácticas	62
5.3.1 En camino hacia un enfoque de módulos	63

5.4 Problemáticas a investigar	65
BIBLIOGRAFÍA.....	67
ANEXOS.....	72
Anexo 1: Análisis de contenido de los libros de texto de primero de secundaria	72
Anexo 2: Análisis de contenido de los libros de texto de segundo de secundaria	78
Anexo 3: Análisis de contenido de los libros de texto de tercero de secundaria.....	84

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Análisis de Contenido Histórico	25
Tabla 2. Frecuencia del Uso de la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Primero de Secundaria	28
Tabla 3. Categorías de análisis en los Libros de Texto de Primero de Secundaria	29
Tabla 4. Frecuencia del Uso de la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Segundo de Secundaria	36
Tabla 5. Categorías de análisis en los Libros de Texto de Segundo de Secundaria.....	37
Tabla 6. Frecuencia del Uso de la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Tercero de Secundaria	43
Tabla 7. Categorías de análisis en los Libros de Texto de Tercero de Secundaria	45
Tabla 8. Frecuencia del Uso de la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Secundaria	52
Tabla 9. Número de Casos en Cada Categoría en los Libros de Texto de Secundaria	54
Tabla 10. Editoriales que Usan la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Secundaria	55

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Las Seis Posibles Conexiones entre las Categorías del Por Qué y Cómo	18
Figura 2 Ejemplo de “Introducción general al tema”: Primero de secundaria.....	31
Figura 3. Ejemplo de “Ilustrar un concepto”: Primero de secundaria.....	32
Figura 4. Ejemplo de “Problema histórico”: Primero de secundaria	33
Figura 5. Ejemplo de "Biografía de un matemático o matemática": Primero de secundaria	34
Figura 6. Ejemplo de “Dato curioso”: Primero de secundaria	35
Figura 7. Ejemplo de “Introducción general al tema”: Segundo de secundaria.....	39
Figura 8. Ejemplo de “Ilustrar un Concepto”: Segundo de secundaria.....	40
Figura 9. Ejemplo de “Problema histórico”: Segundo de secundaria	41
Figura 10. Ejemplo de “Biografía de un matemático o matemática”: Segundo de secundaria.....	42
Figura 11. Ejemplo de “Dato curioso”: Segundo de secundaria	42
Figura 12. Ejemplo de “Introducción general al tema”: Tercero de secundaria	47
Figura 13. Ejemplo de “Ilustrar un concepto”: Tercero de secundaria	48
Figura 14. Ejemplo de la “Biografía de un matemático o matemática”: Tercero de secundaria ...	48
Figura 15. Ejemplo de “Problema histórico”: Tercero de secundaria (parte 1)	49
Figura 16. Ejemplo de “Problema histórico”: Tercero de secundaria (parte 2)	50
Figura 17. Ejemplo de “Dato curioso”: Tercero de secundaria.....	51

RESUMEN

En este trabajo de investigación se realiza un análisis de contenido a los libros de texto de matemáticas de nivel secundaria aprobados por la *Conaliteg*¹ para el periodo académico 2019-2020, con el fin de identificar cómo y con qué frecuencia se presenta la historia de las matemáticas en estos libros de texto. El marco teórico que se emplea son los enfoques del uso de la historia de las matemáticas en la educación matemática propuestos por Jankvist (enfoque de iluminación, enfoque de módulos, enfoque basado en historia). Además, el contenido histórico es clasificado en una de las siguientes categorías de análisis: Introducción general al tema, Ilustrar un concepto, Problema histórico, Biografía de un matemático o matemática, Dato curioso.

Se observa que la incorporación de la historia de las matemáticas en los libros de texto de secundaria presenta mucha diversidad en cuanto a la forma de presentación del contenido histórico, pero en la mayoría de los casos se presenta como un dato curioso.

Por último, en los libros de texto de secundaria de la *Conaliteg*, la historia de las matemáticas aparece desde un enfoque de iluminación porque el contenido aparece como fragmentos históricos o como epílogos, no está presente el enfoque de módulos y el enfoque basado en historia.

Palabras clave: Análisis de contenido, enfoque de iluminación, historia de las matemáticas, libros de texto.

¹ Se refiere a la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos, el cual es un organismo público de la Secretaría de Educación Pública (SEP) de México y tiene como objetivo brindar libros de manera gratuita a los estudiantes de educación básica inscritos en el Sistema Educativo Nacional.

ABSTRACT

In this research work, a content analysis is performed on the secondary level mathematics textbooks approved by Conaliteg for the 2019-2020 academic period, in order to identify how and how often the history of mathematics is presented in these textbooks. The theoretical framework used are the approaches to the use of history of mathematics in mathematics education proposed by Jankvist (illumination approach, module approach, history-based approach). In addition, the historical content is classified into one of the following categories of analysis: General introduction to the topic, Illustrating a concept, Historical problem, Biography of a mathematician or mathematician, Fun fact.

It is observed that the incorporation of the history of mathematics in secondary school textbooks presents much diversity in terms of the form of presentation of the historical content, but in most cases it is presented as a curious fact.

Finally, in the Conaliteg secondary textbooks, the history of mathematics appears from an illumination approach because the content appears as historical fragments or as epilogues, the module approach and the history-based approach are not present.

Keywords: Content analysis, illumination approach, history of mathematics, textbooks.

INTRODUCCIÓN

Al enseñar un objeto matemático existe un proceso de Transposición Didáctica² entre el saber matemático institucionalizado y el saber enseñado por el profesor, por esta razón podemos decir que “el profesor también ejerce sobre la historia de la Matemática una transposición que le permite seleccionar qué recursos históricos (en forma de biografías, anécdotas, planteamiento de problemas históricos o demás) va a utilizar con sus alumnos” (Maza, 1994, p. 18).

En este sentido, Fauvel (1991) y Maza (1994) señalan que un docente debe distinguir y diferenciar lo que es enseñar Historia de la Matemática o enseñar Matemáticas históricamente. El primero, se relaciona con que es indispensable ser un historiador para desenvolverse en este aspecto; y, la otra está ligada a la enseñanza de los objetos matemáticos recurriendo al proceso histórico por el que pasó cada uno antes de su formalización que conocemos actualmente. Esto, teniendo en cuenta la idea del uso fundamental de la historia en los procesos educativos, pues “ningún tema pierde tanto cuando se le divorcia de su historia como las Matemáticas” (Bell, 1985, citado por González, 2004, p. 18).

No obstante, González (2004) pone de manifiesto que la historia de las matemáticas trabajada como un recurso didáctico no resulta sencillo:

Ya que depende, entre otros muchos factores, del nivel educativo, de los temas y problemas concretos, de los conocimientos históricos del profesor, de su interés por la interdisciplinariedad, de su iniciativa y capacidad para realizar lo que Chevallard (1985) y Gascón (1997, pp.13, 20) llaman transposición didáctica, en este caso la adaptación, reconstrucción, recreación y transformación del saber histórico institucionalizado (como conocimiento útil) en saberes a enseñar, dentro de los recursos históricos seleccionados previamente como viables en el aula [...]. (p. 21)

En relación con esto, Ernest (1998) menciona que considerar el origen de las matemáticas va a proporcionar a los docentes de una herramienta que permite anticiparse a los errores de sus estudiantes y a la mejora de la percepción que tienen los estudiantes de las matemáticas.

² Para D'Amore (2011) es entendida como el trabajo de adaptación, de transformación del saber en objeto de enseñanza, en función del lugar, del público y de las finalidades didácticas que nos ponemos (p. 234).

Si en los procesos educativos no se tiene en cuenta la historia de este campo para la aprehensión de conocimientos en matemáticas entraríamos a lo que D'Amore (2011) nos plantea:

Se tiene también una deshistorización a causa de la cual el saber matemático se convierte en a-temporal, fuera de la historia; eso lleva a la inevitable idea que las nociones matemáticas no se pueden denegar; ellas aparecen como puestas ahí, bajo los ojos de todos, rígidas. Están en juego sólo su pertinencia y su utilidad (pero no se trata de utilidad científica, sino de utilidad intrínseca). (p. 237)

Anacona (2003) propuso que “estudiantes y profesores podrán ver las matemáticas como una actividad del hombre, con vínculos con el arte, la historia, la filosofía y otros campos del conocimiento. Una disciplina en la que también tienen lugar el error, el fracaso y, por supuesto, la creatividad” (p. 7). Esto puede permitir que cada estudiante tenga una posición analítica y crítica acerca de un objeto matemático.

Bajo este tenor, otros autores definen una relación entre la historia de las matemáticas con la filogénesis y ontogénesis de la siguiente manera:

La ontogenia tiene que ver con el individuo y la filogenia con la especie, se puede decir que “los problemas que ha tenido la humanidad para establecer los conceptos son similares a los problemas que tiene el individuo para aprenderlos [...] Por tanto, se puede observar un paralelo entre las dificultades de la humanidad y las del individuo, cosa que permite mirar históricamente los problemas que ha tenido la humanidad para acceder a los conceptos y a su vez pueda identificar las dificultades de los individuos para poder aprender. (Pineda y Ñañez, 2020, p.34)

Por otra parte, es importante resaltar la importancia que tienen los libros de texto en la educación matemática debido a su uso frecuente por parte de los estudiantes y docentes dentro del aula de clase, por lo cual algunos autores como Campanario y Otero (2000) mencionan que “el libro de texto ejerce una influencia notable sobre el aprendizaje de los alumnos, dado que orienta y dirige muchas de sus actividades así como las de los profesores” (p. 325).

A partir de esto y teniendo en cuenta la importancia que mencionan algunos autores sobre el uso de la historia en la enseñanza de las matemáticas, se decidió reflexionar en realizar un análisis del

contenido histórico que presentaban los libros de texto de matemáticas, pues “es evidente que el análisis de textos escolares en cualquiera de los niveles educativos, arroja no sólo información sobre el contenido de los conocimientos, sino que también lo hace sobre aspectos pedagógicos, curriculares o sociales” (Maz, 2009, p. 6).

Además, en la revisión de literatura se observó que son escasas las investigaciones que realizan un análisis del uso de la historia en los libros de texto, y principalmente en Latinoamérica no se encontró un estudio al respecto. Asimismo, en la mayoría de las investigaciones se concluye que la historia que aparece en los libros es mínima y se le da poca importancia. Por tal motivo, consideramos pertinente orientar nuestro trabajo de investigación en realizar un estudio de la implementación de la historia de las matemáticas en los libros de texto de matemáticas de secundaria aprobados por la *Conaliteg* en el periodo académico 2019-2020.

De modo que, se realizó un análisis de contenido que permitió la exploración y la recolección de los datos de cada uno de los libros de texto, a través del diseño de una rejilla de análisis de contenido histórico. Con ayuda de esta herramienta se logró identificar la frecuencia con la cual los libros presentan contenido relacionado con la historia de las matemáticas en sus páginas. Adicionalmente, esta herramienta permitió clasificar la categoría a la que pertenecía cada elemento encontrado.

Por consiguiente, esta recolección de los datos posibilitó tener una visión de cómo se expone la historia en los libros de texto e identificar bajo qué enfoque del uso de la historia de las matemáticas en la educación matemática se presentan este tipo de contenidos.

De esta manera, la presentación de esta investigación la hemos organizado en cinco capítulos que abordan todos los aspectos y parámetros a través de los cuales se realizó el estudio y permitieron avanzar con el trabajo. Estos capítulos presentan los antecedentes, el planteamiento del problema con sus objetivos y preguntas, el fundamento teórico, el método que se emplea para llevar a cabo el estudio, el análisis de los datos y los resultados principales, y, las conclusiones.

En el primer capítulo se presentan los antecedentes acerca de la implementación de la historia de las matemáticas en los libros de texto. En estos antecedentes se observa que son pocas las investigaciones que analizan el contenido histórico presente en los libros de texto de matemáticas. A partir de esto, es que se plantean las preguntas de investigación (pregunta general y las preguntas

específicas) con sus respectivos objetivos (objetivo general y objetivos específicos). Además, se presenta la justificación.

En el segundo capítulo se describe el marco teórico a través del cual se realizaron los análisis de la investigación. En este sentido, se presentan las categorías del uso de la historia de las matemáticas en la educación matemática propuestas por Jankvist (2009): Los argumentos (herramienta y objetivo) que tratan de responder a ¿por qué se debe usar la historia de las matemáticas en la educación?, y los enfoques (iluminación, módulos, basado en historia) que a su vez responden a ¿cómo se debe emplear la historia de las matemáticas en la educación? Por último, se presentan las seis posibles conexiones entre los *Porqué* y los *Cómo*.

En el tercer capítulo se evidencia el método empleado para la recolección de los datos de la investigación. Aquí se describe a la población estudiada, se muestra la rejilla de análisis de contenido histórico y se definen sus respectivas categorías del uso de la historia en los libros de texto como introducción general al tema, para ilustrar un concepto, como un problema histórico, como la biografía de un matemático o matemática, y como un dato curioso. De igual forma, se describe el procedimiento llevado a cabo en la investigación.

En el cuarto capítulo se presentan los resultados y análisis de los datos obtenidos en la investigación. Se expone el análisis de los libros de texto de matemáticas, describiendo la categoría que presentan los libros para cada nivel educativo de secundaria (primero, segundo y tercero), así como el enfoque que presenta el uso de la historia en cada grado. Además, se presenta un ejemplo de las categorías para cada grado. Luego, se muestra un análisis general de los libros de texto en los tres niveles educativos.

Finalmente, en el quinto capítulo se presentan las conclusiones a las que llegamos una vez finalizados los análisis de los datos obtenidos acerca del uso de la historia en los libros de texto de matemáticas de secundaria de México. También se hacen algunas reflexiones del estudio, recomendaciones didácticas y problemáticas a investigar.

Capítulo 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este capítulo se presentan de forma general las investigaciones acerca del uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto en diferentes niveles educativos. Luego, se muestra la justificación de este trabajo, y por último se plantean las preguntas de investigación y los objetivos trazados que orientaron este trabajo.

1.1 Antecedentes

En la actualidad existen numerosos trabajos relacionados con la historia de las matemáticas que dejan entrever la importancia de esta línea de investigación en la educación, entre ellas se observan publicaciones en revistas reconocidas como EMA, Números, Suma, entre otras. En este sentido, se observa la vital importancia de incorporar la historia de las matemáticas a la educación primaria y secundaria, puesto que son objetos matemáticos que han ido evolucionando a través del tiempo y que continuarán evolucionando (Sierra, 2000).

De esta manera, en los antecedentes de la historia de las matemáticas en los libros de texto encontramos estudios de diferentes países y entre ellos encontramos que Castaneda et al., (2019) presentan un estudio enfocado en identificar y describir las representaciones de matemáticos contenidas en los libros de texto mexicanos de nivel secundario inferior. Los resultados de esta investigación muestran que las representaciones que aparecen con más frecuencia en los libros de texto son matemáticos masculinos y que las representaciones de las matemáticas femeninas son casi nulas.

En esta dirección, Castaneda y Sánchez (2020) realizan un análisis foucaultiano de las representaciones de los matemáticos en los libros de texto mexicanos de matemáticas de la secundaria. El enfoque que usaron les permitió identificar la forma en que se construye la noción de “matemático” en los libros de texto y, también a delinear los posibles efectos que dicha construcción puede tener sobre las subjetividades de los estudiantes. Los resultados mostraron que

las representaciones de los matemáticos que aparecen con mayor frecuencia en estos libros de texto son hombres, principalmente europeos, que vivieron en la antigüedad.

Por otra parte, Madrid et al., (2018) realizan un estudio de la historia de las matemáticas en libros de texto de Matemáticas en la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) utilizando un análisis de contenido. Esto les permitió considerar a la historia de las matemáticas como una herramienta motivadora que tiene muchas ventajas cuando se aplican a la enseñanza de las matemáticas. Sin embargo, los resultados muestran la escasa importancia que se le da a la historia de las matemáticas en estos libros de texto y como aparece de forma breve, y como algo complementario.

También, se encontraron investigaciones que analizan la forma en que se presenta la historia de las matemáticas en los libros de texto, como el estudio de Smestad (2000), quien realizó un análisis de las secciones con contenido histórico en los libros de texto que son utilizados en Noruega que van desde primero de primaria al grado décimo. Se encontró que la principal impresión después realizar el análisis no es del todo mala, sino que hay muchas oportunidades que se pierden porque los profesores noruegos tienen poco conocimiento de la historia de las matemáticas y por lo tanto, los escritores de libros de texto no tienen en cuenta este aspecto al momento de escribir un nuevo libro de texto.

Por otra parte, Thomaidis y Tzanakis (2007) realizaron un estudio que tiene en cuenta la idea de un paralelismo estricto entre la forma en que las matemáticas han evolucionado y la forma en que los estudiantes las aprenden según por muchos matemáticos y educadores matemáticos. En el análisis de los datos los autores sugieren la existencia de un paralelismo negativo relacionado con las dificultades que impiden el aprendizaje, y un paralelismo positivo para señalar la capacidad de los estudiantes para superar algunas de estas dificultades.

En el 2013 Baki y Bütüner realizaron un estudio para determinar cómo y porqué se utiliza la historia de las matemáticas en los libros de texto de matemáticas de grados 6, 7 y 8 a través del análisis de documentos. Los resultados de su investigación mostraron que la historia de las matemáticas se da a través de historias de vida corta e imágenes de los matemáticos y con forma de pequeñas piezas históricas.

El estudio de ERDOĞAN et al., (2015) también examina cómo se incluye la historia de las matemáticas en los libros de texto mediante un análisis de contenido. Este estudio tuvo en cuenta

un modelo de análisis ecológico que establece que un conocimiento matemático (cualquier materia, concepto o método) al ingresar al plan de estudios debe estar en armonía con el maestro. En este sentido, el análisis de los datos mostró que la mayoría de los elementos identificados tienen como objetivo motivar al estudiante para aprender matemáticas y sólo unos pocos elementos tienen como objetivo proporcionar una comprensión más profunda o pensamiento analítico.

Papadopoulos y Xenofontos (2015) analizan el uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto de Chipre y Grecia como medios alternativos y complementarios para establecer una enseñanza y un aprendizaje eficientes en el estudiante. En este análisis definen cuatro categorías: referencias biográficas sobre matemáticos o referencias históricas sobre los orígenes de un concepto matemático; referencias a la historia de un método matemático o fórmula que contiene una solución o prueba; tareas matemáticas de elementos puramente cognitivos que requieren una solución, explicación o prueba; y tareas que fomenten la discusión o la producción de un proyecto que conecte la historia de las matemáticas con la vida fuera de las matemáticas.

Con base a esto, se observa que Chipre y Grecia valoran la historia de las matemáticas, lo cual, según los autores podría atribuirse a un patrimonio histórico-cultural y al profundo papel de la matemática griega antigua en el desarrollo del pensamiento matemático contemporáneo.

Por su parte, Chang (2015) realiza un estudio sobre el uso de la historia en los libros de texto de matemáticas chinos y como marco para el análisis tuvo en cuenta nueve categorizaciones de tipos de uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto: contexto; conocimientos en la historia de las matemáticas correspondientes a la actualidad; comparación de métodos y métodos alternativos en la historia de las matemáticas; uso de problemas en la historia de las matemáticas; ejemplos de justificación en la historia de las matemáticas; la investigación de conceptos erróneos y errores en la historia de las matemáticas; los logros y anécdotas de matemáticos relacionados; la historia de los conceptos y símbolos matemáticos; la historia de las matemáticas (hechos, problemas, especulaciones e introducción de herramientas).

Como resultado de esta investigación se encontraron varios tipos de uso de la historia de las matemáticas que fueron adoptados en los libros de texto chinos excepto para las exploraciones de errores matemáticos en la historia.

Por otro lado, Yildiz et al., (2015) investigaron el uso de las biografías de matemáticos en libros de texto de matemáticas de primaria y secundaria en Turquía mediante un análisis de documentos e identificaron que en los libros de texto de todos los niveles educativos, las biografías de matemáticos se dan en detalle.

Ju et al., (2016) realizaron estudios del uso de la historia de las matemáticas en los textos matemáticos coreanos. El marco teórico fue una revisión de literatura, y con base a esto desarrollaron su propio marco teórico para hacer el análisis. Esta investigación muestra que los libros de texto coreanos introdujeron la historia de la matemática en diferentes maneras.

En el 2018 Ekawati et al., hicieron un estudio acerca de cómo los libros de texto de matemáticas de Indonesia han integrado la historia de las matemáticas como fragmentos históricos. En esta investigación, los autores identificaron como resultado que en ciertas partes del libro de texto consideran la perspectiva histórica como los recursos para reinventar conceptos específicos. Mientras que otra información histórica esta modificada como datos fácticos y aparece como pasaje de motivación en el comienzo de cada capítulo.

Mersin y Durmuş (2018) realizaron un estudio de la historia de las matemáticas en los libros de texto de la escuela media en Turquía. Analizaron seis libros de texto y encontraron diecinueve elementos de la historia de las matemáticas, los cuales fueron clasificados de acuerdo con los niveles de grado y situación de manejo en el libro de texto de matemáticas, según las áreas de aprendizaje en las que se desarrolla, y según el contenido.

En esta misma dirección Schorcht, (2018) analiza el contenido histórico en los libros de texto de matemáticas en alemán, y encontró 151 tareas relacionadas con la historia que las clasificó en cuatro dimensiones: conexión entre el presente y el pasado; evolución de las matemáticas a lo largo del tiempo; personas a lo largo de la historia de las matemáticas; y, los objetivos y propósitos de las matemáticas.

Un estudio reciente es el de Ceylan (2021), quien investigó el uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto de matemáticas de la escuela secundaria de Turquía. El estudio lo realizó mediante un análisis de contenido y categorizó el contenido histórico presente en los libros de texto como: notas históricas; notas de uso en área de matemáticas; aplicaciones con notas históricas; y, elementos históricos en actividades extracurriculares. En este sentido, identificó que la historia de

las matemáticas no se utiliza lo suficiente en los libros de texto de las matemáticas de la escuela secundaria.

A partir de esta revisión de literatura, se debe tener en cuenta que para apreciar y comprender el uso de la historia de las matemáticas como un recurso didáctico, Anacona (2003) presenta dos perspectivas cruciales en esta línea de investigación: una sociocultural y otra epistemológica.

Desde una perspectiva *sociocultural* se puede apreciar cómo el contexto en el que se desarrolló un objeto matemático pudo influir en la comprensión de este conocimiento para su formalización. La actividad del hombre y sus creencias de la cultura a la cual pertenecieron algunos matemáticos importantes en la historia, influyeron en los obstáculos y/o errores que presentaron para el desarrollo de un concepto o procedimiento.

Desde una perspectiva *epistemológica* la historia de las matemáticas puede contemplarse como la exploración del desarrollo de un conocimiento matemático, y en esta exploración pueden existir obstáculos epistemológicos y por tanto errores. En este sentido podemos indagar acerca de cómo estos obstáculos que se presentaron en la historia también se presentan actualmente en el proceso de enseñanza de algún concepto.

El estudio epistemológico de las matemáticas permite que los estudiantes adquieran una perspectiva más profunda de las matemáticas en su contexto sociocultural y no se queden con nociones vagas que no trascienden el conocimiento de esta ciencia. Asimismo, “la incorporación de elementos de la Historia de la Matemática a los procesos de enseñanza aprendizaje, permite visualizar el íntimo e innegable ligamen que existe entre esta disciplina científica y la dinámica socio-cultural humana” (Chaves y Salazar, 2003, p. 2).

Algunos investigadores resaltan “las aportaciones potenciales de la historia y filosofía de las ciencias en la enseñanza de las ciencias, y a utilizarlas explícitamente en la fundamentación de sus propuestas” (Pérez, 1993, p. 198), con el fin de desarrollar un modelo de enseñanza y aprendizaje como investigación. Este modelo permitiría que el proceso de aprendizaje pase de “la memorización, la estrategia espontánea que usan los alumnos para “aprender” la ciencia escolar, a actividades más parecidas a las de la ciencia auténtica” (Slisko, 2008, p. 17).

Otra de las aplicaciones de la historia de las matemáticas en la educación fue empleada por Filloy y Rojano (1984, citado por Sierra, 2000) para realizar secuencias didácticas que pusieron a prueba,

con el fin de analizar los resultados obtenidos por los estudiantes y buscar sus posibles relaciones con las dificultades que tuvo esta noción en su desarrollo histórico.

No obstante, se debe tener en cuenta que:

Una posibilidad obvia de usar la historia en la presentación de una asignatura matemática y/o física es para volver sobre su evolución histórica. Sin embargo, la formulación de los problemas que llevaron a su nacimiento, y se presentan hoy como parte de la ciencia moderna, sería demasiado avanzado para los alumnos o pueden parecerles completamente ajenos. (Thomaidis y Tzanalis, 2000, p. 46)

La recopilación de todo lo referente a las investigaciones que abordan en un amplio o poco sentido el uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto permite conocer la visión que exponen diferentes autores acerca de la enseñanza y/o el aprendizaje de las nociones matemáticas que involucra un acontecimiento histórico. Además de la importancia que genera la incorporación de la historia de las matemáticas en el proceso educativo y de la poca relevancia que se tienen en los libros de texto sobre esto.

1.2 Justificación

En la sección anterior se presentaron de forma general las investigaciones acerca del uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto, en las cuales queda de manifiesto el precario uso del contenido histórico en los textos en diferentes países.

En relación con esto, al considerar que la historia de las matemáticas se ha convertido en un campo amplio de investigación en la que se relacionan aspectos que pueden incidir en el proceso de enseñanza y aprendizaje, hay muchos aportes en cuánto a los sucesos históricos, pues también se habla de un *salto de pensamiento* que considera que el descubrimiento de nociones no es algo continuo y lineal, sino que realiza saltos significativos del pasado hacia adelante. Esta noción fue formulada por Perkins (2000, citado por López, 2005) y es valiosa debido a que identifica las rupturas de un camino y que es posible considerarlas en la vida de personajes o episodios históricos que no muestran una linealidad en la construcción de los objetos matemáticos.

Cabe señalar que la historia de las matemáticas puede representar en el campo de la educación un valioso recurso como lo mencionan Chaves y Salazar (2003), el cual permite que los docentes no den sus clases de esta ciencia como un producto lineal, terminado, exento a la crítica y al cuestionamiento a lo que ya están acostumbrados los estudiantes, por el contrario al presentarla con su recorrido histórico fomenta la participación de los estudiantes en cuestiones históricas, viendo las matemáticas como nunca antes las habían puesto en práctica creyendo que simplemente era una ciencia puntual sin dar opción a debatir.

Bajo estas condiciones podemos pensar que esta línea de investigación en Historia de las Matemáticas es una de las fuentes a considerar para aportar al mejoramiento del proceso educativo de esta ciencia, y a que el docente reflexione acerca del provecho que podría obtener al considerar lo histórico, además de que puede volverse más crítico al observar cómo se presentan algunos ejercicios de índole histórica en los libros de texto de matemáticas. Esto puede ampliar su visión acerca de esta ciencia y a no cerrarse a impartir una clase como algo que está puesto ahí, algo fijo que no da cabida a reflexionar ni a considerar otros aspectos.

En este sentido, no cabe duda que la incorporación de la historia de las matemáticas puede permitir a los docentes, como lo menciona González (2004), obtener una fuente inagotable de recursos didácticos, de problemas interesantes, de diversión, de enriquecimiento personal, científico y profesional para el desarrollo de una clase, con el objetivo de motivar a los estudiantes en la adquisición de un nuevo conocimiento dentro de este campo.

En el proceso de *enseñanza* de las matemáticas, Sierra (2000) planteó que esta herramienta de investigación es útil para el profesor puesto que puede ayudarlo a (1) incorporar la historia al inicio de una clase como introducción de un tema; (2) descubrir los obstáculos, dificultades, errores y falsas creencias que presentaron los matemáticos de cada época y relacionarlos con los de los propios estudiantes, con el fin de buscar estrategias y mecanismos para que el estudiante no presente dificultades en la adquisición de su aprendizaje; y (3) visualizar la actividad matemática como una actividad incorporada en el contexto de una época.

En relación con el ítem (2) Brousseau³ (1983, citado por Sierra, 2000) define al obstáculo epistemológico como un conocimiento verídico que adquiere un estudiante ante la resolución de

³ Guy Brousseau (1933 -) es un investigador, matemático, profesor francés y especialista en Didáctica de la Matemática.

un problema, y que se vuelve erróneo para él, en la solución de otros problemas; y, también explica que el error es el efecto que tiene un conocimiento anterior que tuvo éxito en la resolución de un problema, pero que después se vuelve falso para otros problemas.

Por otro lado, en el proceso de *aprendizaje* de esta ciencia podemos pensar en que los estudiantes vean la historia de las matemáticas como un recurso, que les permita (1) conocer la historia y preparar el terreno para un cambio de la visión de las matemáticas, es decir que se amplía la perspectiva de los estudiantes para que estén preparados de la posible evolución que puede tener un concepto matemático; (2) apreciar el contexto sociocultural de las matemáticas de cada época; y (3) reflexionar acerca de las dificultades que tuvieron matemáticos de cada época para la evolución de un concepto y que posiblemente ellos tienen las mismas dificultades para la aprehensión de ese mismo concepto.

Avanzando un poco más al objeto de estudio de esta investigación, consideremos las seis formas de trabajo en el aula propuestas por Maza (1994), donde la historia de las matemáticas es crucial:

- (1) Introducir anécdotas históricas en el trabajo cotidiano sobre matemáticas.
- (2) Introducción histórica ante un nuevo concepto.
- (3) Resolución de problemas históricos.
- (4) Construir “historias” entorno a problemas críticos del pasado que ilustren métodos y técnicas actuales.
- (5) Construcción de posters o trabajos sobre un tema histórico.
- (6) Análisis de textos históricos.

Cada una de estas formas permite que se dé un proceso de enseñanza y aprendizaje desde el punto de vista histórica y sus diferentes connotaciones en que puede ser trabajada escolarmente. Pero, solamente nos enfocaremos en los ítems (1), (2) y (3) que aportan un poco más a nuestro trabajo de investigación por la forma en que se presenta el contenido histórico en los libros de texto.

Al *introducir anécdotas históricas* estamos considerando las pequeñas biografías sobre un matemático que se presentan en algunos libros de texto de matemáticas específicamente en secundaria, ya sea al principio o al final del tema que se esté trabajando y que sea coherente. Aunque, es común que la mayoría de los docentes omitan esta información histórica porque están interesados en otras cuestiones y no lo consideran importante. Esto, quizás por la forma en que

algunos libros de texto lo ubican dentro de la lección, sin embargo, se espera que sean útiles en la resolución de un problema y cautive a los estudiantes a inspirarse en dar la respuesta correcta.

Presentar una *introducción histórica ante un nuevo concepto* en los libros de texto permite ubicar el contexto en el cual se llevó a cabo la formalización de un concepto matemático en particular e identificar la época y los matemáticos o matemáticas que desarrollaron y aportaron a esto.

Plantear *problemas históricos* a los estudiantes se considera como la aplicación más importante de la historia de la matemática; debido a la trascendencia que originaron en el pasado nuevos conceptos y relaciones matemáticas. Poner a los estudiantes en este tipo de resolución de problemas los puede llevar a imaginar con detalle cómo el matemático o los matemáticos en cuestión, pese a las condiciones de la época pudieron encontrar respuesta a tal problema propuesto.

Es por todo esto, que “la historia de las matemáticas es considerada como uno de los métodos que son usados en la enseñanza de las matemáticas, con el fin de que el estudiante comprenda el valor de esta ciencia y tenga una actitud positiva hacia la misma” (Ceylan, 2021, p. 321).

Bajo este tenor, esta investigación está orientada en el análisis de los libros de texto de secundaria que proporcionó la *Conaliteg* para el periodo académico 2019-2020, con la finalidad de observar la frecuencia con la que aparece la historia de las matemáticas, y las categorías de análisis que presenta cada libro de texto. Además, de examinar el uso de la historia en cada editorial. Lo que da lugar a identificar el enfoque que está presente en los libros de texto con el uso de la historia de las matemáticas.

Esto es importante porque “la implementación y utilización del libro de texto en el aula de matemáticas se ha producido de forma generalizada desde los inicios de la educación obligatoria hasta nuestros días, ejerciendo para ello diferentes papeles: como objeto de estudio, como material de consulta, como registro de las actividades del alumno, como colección de ejercicios propuestos y problemas a resolver” (González y Sierra, 2004, p. 389).

1.3 Preguntas de investigación

Considerando la problemática descrita, pretendemos dar respuesta a las siguientes preguntas de investigación:

1.3.1 Pregunta general

En la investigación se plantea la siguiente pregunta general:

- ¿Qué enfoque presenta el contenido histórico en los libros de texto de matemáticas de secundaria aprobados por la Conaliteg para el periodo académico 2019-2020, a través de un análisis de contenido?

1.3.2 Preguntas específicas

Se proponen las siguientes preguntas específicas:

- ¿Con qué frecuencia se presenta el contenido histórico en los libros de texto de matemáticas de secundaria?
- ¿Qué categorías de análisis de contenido histórico presentan los libros de texto de matemáticas de secundaria?
- ¿Cuántas editoriales presentan contenido histórico en sus libros de texto?

1.4 Objetivos de la investigación

Para responder a cada una de las preguntas de la investigación se proponen los siguientes objetivos:

1.4.1 Objetivo general

A continuación, se plantea el siguiente objetivo general:

- Analizar cómo se presenta el contenido histórico en los libros de texto de matemáticas de secundaria aprobados por la Conaliteg para identificar el enfoque del uso de la historia en

educación matemática, a través de un análisis de contenido.

1.4.2 Objetivos específicos

Para el objetivo general se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Identificar la frecuencia con la que se presenta el contenido histórico en los libros de texto de matemáticas de secundaria para determinar el número de veces que se usa la historia de las matemáticas en los libros de texto.
- Identificar las categorías de análisis de contenido histórico que aparecen en los libros de texto de matemáticas de secundaria aprobados por la Conaliteg en el periodo académico 2019-2020 para determinar la categoría que más se emplea en los libros de texto, así como la menos frecuente.
- Identificar la cantidad de editoriales que presentan contenido histórico en sus libros de texto de matemáticas de secundaria para determinar la importancia del uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto independiente de la frecuencia y la categoría.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se describe la teoría que cimienta el trabajo de investigación. Se presenta el marco teórico que nos brindó la orientación sobre cómo interpretar los resultados de esta investigación. En este sentido, nos permitió definir los términos a través de los cuales se analizaron los datos recolectados.

Para analizar el contenido histórico presente en los libros de texto de matemáticas de secundaria, se utiliza como marco teórico a los enfoques del uso de la historia en la educación matemática establecidos por Jankvist (2009), con ayuda de un análisis de contenido.

2.1 Categorías del uso de la historia de las matemáticas en la educación matemática

En el desarrollo de esta investigación se ha logrado identificar que “la investigación de libros de texto de matemáticas como campo de investigación sigue en una etapa temprana de desarrollo, y sus fundamentos filosóficos, marcos teóricos y métodos de investigación para la investigación disciplinada todavía carecen o están fundamentalmente subdesarrollados” (Fan, 2013, p. 765), es decir, que “aún no se dispone de un marco teórico unificado que especifique las herramientas disponibles” (Vargas et al., 2020, p. 88).

Sin embargo, el marco teórico que se emplea para analizar el contenido histórico presente en los libros de texto de matemáticas, son los enfoques del uso de la historia en la educación matemática de Jankvist (2009). Además, para recolectar los datos se realizó un análisis de contenido, el cuál es examinado en Fraenkel y Wallen (2009) y, en Fernández (2002), cuyas categorías de análisis exponemos en la sección del método.

Jankvist (2009) propone dos conjuntos de categorías del uso de la historia de las matemáticas en la enseñanza y el aprendizaje de esta. El primer conjunto de categorías es definido por él, como los argumentos que están a favor del uso de la historia, y el segundo conjunto se refiere a los diferentes enfoques que puede tener la historia.

El primer conjunto busca responder al “¿por qué?” se debe hacer uso de la historia en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; mientras que el segundo conjunto busca responder a “¿cómo?” se debe usar la historia en la educación matemática.

Para tratar de dar respuesta a los dos interrogantes, Jankvist distingue en el primer conjunto, el estudio la historia de las matemáticas como una herramienta y como un objetivo. Y, en el segundo conjunto identifica tres enfoques los cuales denomina como: enfoque de iluminación, enfoque de módulos, y el enfoque basado en la historia.

Cabe señalar que “estas categorizaciones no distinguen entre el uso de la historia en las aulas, en libros de texto, y en diferentes niveles de educación, incluida la formación del profesorado. Estos son todos considerados colectivamente” (Jankvist, 2009, p. 237).

2.1.1 Argumentos del uso de la historia de las matemáticas

Para tratar de responder a la pregunta de ¿por qué se debe usar la historia de las matemáticas en su enseñanza?, hay que tener en cuenta que cuando un docente enseña matemáticas en cualquier nivel educativo el contenido histórico puede tener dos propósitos.

De esta manera, la historia de las matemáticas como un argumento es considerada por un lado, como una *herramienta*, es decir como un medio que permite aumentar el aprendizaje de los estudiantes, esto significa que “los estudiantes a través de la historia obtendrán una mayor familiaridad y posiblemente comprensión de la notación matemática, conceptos matemáticos, fórmulas, teoremas y demostraciones, y quizás práctica matemática en general” (Jankvist, 2007, p. 72).

Por otro lado, la historia como argumento puede servir como un *objetivo* que puede iluminar las matemáticas, decorarlas y evidenciar su lugar en el mundo como lo menciona Jankvist (2007).

En otras palabras, los argumentos para usar la historia de las matemáticas son de dos tipos diferentes. Los que se refieren a la historia como una *herramienta* para ayudar al aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, y aquellos que se refieren a la historia como un *objetivo* en sí mismo.

2.1.1.1 Argumento de historia como herramienta

En esta categoría de argumentos de historia como herramienta se estudian los argumentos que están relacionados en cómo los estudiantes aprenden matemáticas, y precisamente un argumento típico es que “la historia puede ser un factor de motivación para los estudiantes en su aprendizaje y estudio de las matemáticas, por ejemplo, ayudando a mantener el interés y la emoción de los estudiantes en la materia” (Jankvist, 2009, p. 237).

Considerando otros argumentos, Jankvist (2009) también menciona que el uso de un enfoque histórico puede dar a las matemáticas un aspecto más humano; la historia puede mejorar el aprendizaje y la enseñanza al proporcionar un punto de vista o modo de presentación diferente; la fenomenología histórica puede preparar el desarrollo de un aprendizaje hipotético; y, la historia como herramienta podría ser un argumento evolutivo en los que se afirma que no puede haber aprendizaje de las matemáticas sin historia.

Esto indica que el uso de la historia acerca de cómo los estudiantes aprenden matemáticas presenta diferentes argumentos que respaldan su implementación en las aulas de clase.

2.1.1.2 Argumento de historia como objetivo

La segunda categorización de este conjunto hace referencia al uso de la historia como *objetivo* cuando se refiere a la historia como un objetivo en sí mismo, lo cual no debe confundirse con el conocimiento de la historia de las matemáticas como un tema independiente.

Teniendo en cuenta esto, la historia de las matemáticas vista como un objetivo en sí misma “no se enfoca principalmente en fortalecer el aprendizaje de las matemáticas, sino más bien en la historia u otros aspectos de la asignatura de matemáticas que de otra manera no se tratan en la enseñanza” (Jankvist, 2007, p. 74).

En esta categoría se analizan los argumentos que están relacionados en cómo los docentes deben enseñar matemáticas a los estudiantes. En esta dirección, algunos de estos argumentos es mostrar a los estudiantes que la matemática existe y evoluciona en el tiempo y el espacio; que esta ciencia es una disciplina que ha sufrido una evolución y no algo que ha surgido de la nada; que las

matemáticas han evolucionado a través de muchas culturas diferentes a lo largo de historia; y que las culturas han influencia en el desarrollo histórico de las matemáticas.

De esta manera “al usar la historia como meta, el aprendizaje de los aspectos evolutivos y de desarrollo de las matemáticas sirve a un objetivo en sí mismo o sirve para ilustrar otros aspectos históricos de la disciplina” (Jankvist, 2009, p. 239).

Esto permite identificar que el uso de la historia acerca de cómo se debe enseñar matemáticas a los estudiantes tiene diferentes argumentos que ayudan a tener una orientación de cómo implementarla en las aulas de clase.

En resumen a estos dos tipos de argumentos, Jankvist (2009) menciona que:

Si el propósito es mostrar a los estudiantes algo sobre la evolución de las matemáticas dentro de diferentes contextos culturales, entonces el argumento es un argumento de historia como *objetivo*. Pero, si el propósito es intentar y promover la comprensión de los estudiantes de un concepto matemático dado, permitiéndoles abordar los problemas relacionados con esto a través de diferentes enfoques, el argumento es un argumento de historia como *herramienta*. (p. 242)

2.1.2 Enfoques del uso de la historia de las matemáticas

Para dar respuesta a la pregunta de ¿cómo se debe usar la historia de las matemáticas en la educación matemática?, se debe tener en cuenta que así mismo como la enseñanza de las matemáticas se puede dividir en dos categorías como acabamos estudiar en la sección anterior, también se reconoce que las formas en que se puede utilizar la historia de las matemáticas en la enseñanza y el aprendizaje se clasifican en tres enfoques: de iluminación, de módulos, y basado en la historia.

Cabe señalar que dentro de cada uno de los enfoques, el uso de la historia puede estar incluida en diferente medida, es decir que puede darse el caso en que se emplee muy poco la historia, y otros casos en que se dé completa.

2.1.2.1 Enfoque de iluminación

Este enfoque hace referencia a usar la historia de las matemáticas en la enseñanza y el aprendizaje como el complemento de un tema. Ya sea en el salón de clases o en los libros de textos que emplea cada estudiante.

Esta información complementaria puede darse desde dos perspectivas:

- Como **fragmentos históricos**, los cuales incluyen nombres, fechas, obras y eventos famosos, tablas de tiempo, biografías, problemas famosos y preguntas.
- También puede aparecer como **epílogos históricos**, que se presentan al final de cada bloque del libro de texto, la cual es una sección donde la historia de las matemáticas se describe con nombres, fechas, problemas de motivación, referencias a obras originales, anécdotas, discusiones sobre atribuciones de prioridad y el progreso del desarrollo.

De esta manera, los fragmentos históricos permiten definir de forma concreta las siguientes categorías de análisis:

- *Introducción general al tema*, porque en esta se incluyen nombres, fechas, obras y eventos famosos.
- *Problema histórico*, porque corresponde a los problemas famosos que ocurrieron a través de la historia.
- *Biografía de un matemático o matemática*, porque en los fragmentos se dan las biografías.
- *Dato curioso*, porque son considerados como comentarios históricos.

Se debe tener en cuenta que si se emplean fuentes originales en este enfoque, debe de usarse en los epílogos históricos, así sea en forma de pequeños extractos; por esto también se considera a la categoría de *Ilustrar un concepto* como parte de esta perspectiva. Pero, en ese aspecto Freudenthal (1981) menciona que las pequeñas biografías y anécdotas que presentan los libros de texto no siempre están completamente de acuerdo con la verdad histórica (p. 30).

No obstante, uno de los problemas que tiene el enfoque de iluminación es que la historia de las matemáticas se da como un dato extra, como por ejemplo en “forma de imágenes acompañadas de breves biografías o comentarios históricos y epílogos, y que, por lo tanto, estos se "omiten" por los propios estudiantes o profesores” (Jankvist, 2007, p. 77).

2.1.2.2 Enfoque de módulos

Este enfoque se refiere a las unidades de instrucción que están dedicadas únicamente a la historia, las cuáles pueden considerarse en tres escalas.

La primera escala se refiere a las colecciones de “**paquetes históricos**”, las cuales se definen como colecciones de materiales de un tema pequeño, que tiene vínculos con el plan de estudios y es adecuado para dos o tres períodos de clase. Y que además, están listos para ser utilizados por los profesores en el salón de clase.

La segunda escala está relacionada con “**módulos entre 10 a 20 periodos de clase**”. Sin embargo, estos no necesitan estar vinculados a los temas matemáticos del plan de estudios, por esta razón proporcionan una oportunidad de estudiar ramas de las matemáticas que generalmente no son parte del plan de estudios en un nivel escolar determinado.

Como estos módulos no tienen que estar relacionados directamente con el programa de estudios, es posible “estudiar otras ramas de las matemáticas que normalmente no se presentan en el nivel educativo dado y, por lo tanto, se abren a una mayor variación en las perspectivas históricas y sociales que se pueden estudiar” (Jankvist, 2007, p. 78).

La tercer y última escala hace referencia a “**cursos completos**” o “**libros sobre la historia de las matemáticas**” dentro de un programa de matemáticas. Estos pueden incluir datos históricos o una historia de desarrollos conceptuales, los cuales pueden ser tomados de fuentes originales, secundarias o de ambas dependiendo del nivel de estudios de historia que se pretenda que el estudiante adquiera.

Esta última escala señala los cursos reales acerca de la historia de las matemáticas, es decir que son cursos o libros que sólo están enfocados en la historia directa de las matemáticas, haciendo uso preferiblemente de recursos históricos primarios.

2.1.2.3 Enfoque basado en la historia

Este enfoque no aborda la historia de las matemáticas de manera directa, sino indirectamente, es decir que el desarrollo histórico no es discutido abiertamente. Es decir, que en este enfoque no se

da una discusión directa del desarrollo histórico y la historia no es necesariamente parte de la enseñanza o de un libro de texto.

Cabe señalar que este enfoque establece el orden y la forma en que se presentan los temas matemáticos, tratando de darle la secuencia real de la historia de las matemáticas.

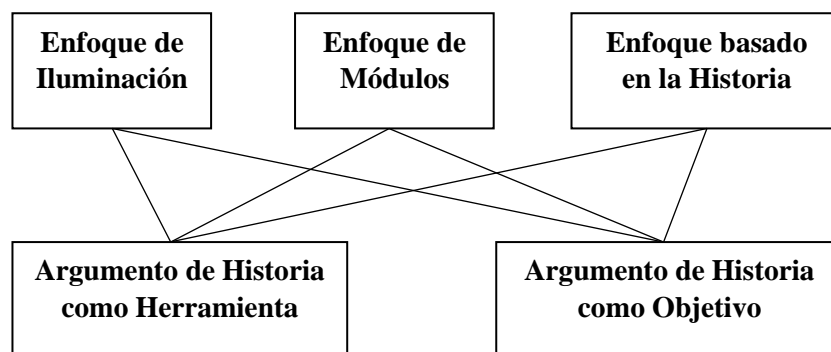
El enfoque tiene este nombre porque su enseñanza y aprendizaje está basado en el orden en que se formalizaron los conceptos matemáticos de un tema específico.

2.2 Esquema de categorización propuesto por Jankvist

Para resumir esta categorización que se le da al uso de la historia en la educación matemática a través de los “por qué” y “cómo”, Jankvist presenta el siguiente esquema a través del cual se observan todas las posibles conexiones entre todas las categorías:

Figura 1

Las Seis Posibles Conexiones entre las Categorías del Por Qué y Cómo



Fuente: Adaptado de Jankvist (2009, p. 251)

Teniendo en cuenta este esquema, se observa que en el enfoque de iluminación se puede usar la historia para mostrar la evolución de las matemáticas en los fragmentos históricos, y en este sentido se relaciona con la historia como objetivo. Además, los epílogos históricos son adecuados emplearlos cuando se trata de usar la historia como herramienta.

Por otra parte, en el enfoque de módulos la historia requiere más tiempo y espacio, lo que implica que se da un lugar exclusivo para la enseñanza del desarrollo histórico de las matemáticas, por esta razón se destacan sus argumentos como herramienta y como objetivo, pues se le da prioridad al uso de la historia.

Por último, en el enfoque basado en la historia prima el aprendizaje de las matemáticas y su historia simplemente sirve como una herramienta en este contexto, y así mismo los argumentos de la historia como objetivo sólo se vuelven parte del orden secuencial en que se desarrolló la historia.

En este sentido, conocer las diferentes interrelaciones de los porqués y los cómo puede ayudar a los diseñadores de materiales a elegir un enfoque para usar la historia que se adapte a sus objetivos.

Capítulo 3

MÉTODO

En este capítulo se aborda el método que fue empleado para llevar a cabo la realización de la investigación de este trabajo. En primer lugar, se selecciona el paradigma bajo el cual está orientada la investigación, y luego se menciona el tipo de estudio.

A partir de esto, se describe a la población a la cual se le realizó el estudio; luego se muestran los instrumentos que fueron usados para el desarrollo de la investigación y que permitieron alcanzar los objetivos propuestos; y por último, se explica el procedimiento que se llevó a cabo para la recolección y análisis de los datos.

3.1 Selección del paradigma

Un paradigma de investigación se define como “un conjunto de suposiciones que mantienen interrelación respecto a la interpretación del mundo, además, el paradigma sirve como una guía base para los profesionales dentro de su disciplina, ya que indica las diferentes problemáticas que se deben tratar” (Kuhn, 1962, citado por Ramos, 2015, p. 10).

A partir de esta definición y como la investigación se asienta en un paradigma cualitativo, el paradigma con el que se aborda este estudio es el *crítico*, pues “los paradigmas que sirven de fundamento a la investigación cualitativa son la teoría crítica y el constructivismo” (Ramos, 2015, p. 15).

En este sentido, el propósito investigativo del paradigma crítico es avanzar en una constante reflexión de acción-reflexión-acción, “implicando el compromiso del investigador/a desde la práctica para asumir el cambio y la liberación de las opresiones que generen la transformación social. Esto implica un proceso de participación y colaboración desde la autorreflexión crítica en la acción” (Ricoy, 2006, pp. 17-18).

3.2 Tipo de investigación

La investigación cualitativa tiene un potencial muy importante para el estudio de esta investigación, pues una de las “tareas cruciales de este tipo de investigación es el manejo de la información que nos permite la construcción de datos, esa tarea que llamamos el análisis” (Cortazzo y Schettini, 2015, p. 10).

De modo que esta investigación es de tipo cualitativo, orientada en identificar el enfoque del uso de la historia que presentan los libros de texto de matemáticas. Por lo tanto, se realiza un análisis descriptivo a partir de la observación de los datos obtenidos.

3.3 Población estudiada

En la investigación se incluye la revisión histórica de cada uno de los libros de texto de matemáticas de secundaria aprobados por la *Conaliteg* en el periodo académico 2019-2020 para cada nivel educativo: primero, segundo y tercero.

De esta manera, en primero de secundaria fueron analizados 17 libros; en segundo de secundaria 16 libros; y, en tercero de secundaria 31 libros. Es decir, que en total se analizó el contenido histórico de 64 libros de texto de matemáticas.

Cabe mencionar que estos libros de texto fueron tomados del catálogo virtual de la *Conaliteg*⁴.

3.4 Instrumentos para la recolección de datos

Para elaborar el instrumento utilizado en esta investigación, en un primer momento se define una escala tipo Likert para conocer la frecuencia con que se usa la historia de las matemáticas en los libros de texto. En un segundo momento, se definen las categorías de análisis acerca de cómo aparece el contenido histórico en los textos: para ilustrar un concepto, como introducción general al tema, como un problema histórico, como la biografía de un matemático o matemática; y, como

⁴ <https://libros.conaliteg.gob.mx/secundaria.html>

un dato curioso. Y, por último, con estos elementos se muestra la rejilla de análisis de contenido, a través de la cual se recolectaron todos los datos de cada uno de los libros de texto de secundaria.

Es preciso destacar que se revisó toda sección que tuviera aspectos relacionados con la historia de las matemáticas.

3.4.1 Escala tipo Likert

En un primer momento, esta revisión se centró en identificar cuáles y cuántos libros de texto presentaban contenido histórico y con qué frecuencia lo hacían; y, cuáles libros no tenían ningún referente histórico.

Esto se realizó a través de categorizaciones tipo Likert sobre la frecuencia de contenido histórico en cada libro de texto.

En este sentido, las categorizaciones de la escala tipo Likert que se usan en esta investigación son: siempre, casi siempre, algunas veces, muy pocas veces y nunca. Para clasificar un libro de texto de acuerdo con esta escala, se tuvo en cuenta el número máximo de veces en que aparecía algún tipo de contenido histórico en los libros de texto de matemáticas de secundaria, y así mismo se consideró el número mínimo de veces.

Por consiguiente, para que un libro de texto fuera clasificado como que “siempre” presentó contenido relacionado con la historia de las matemáticas, este tipo de contenido debía de aparecer de 16 veces en adelante.

De la misma manera, para que un libro fuera categorizado como “casi siempre” debía aparecer contenido histórico de 10 a 15 veces. Para que fuera clasificado en la categoría de “algunas veces” debía aparecer entre 4 y 9 veces. Así mismo, si aparecía contenido entre 1 y 3 veces, se consideró en la categoría de “muy pocas veces”.

Evidentemente, si el libro de texto no presentaba nada relacionado con la historia de las matemáticas fue categorizado como “nunca”.

3.4.2 Categorías de la historia de las matemáticas en los libros de texto

Una vez categorizado los libros de texto con contenido histórico, en un segundo momento se examinó cómo se presentaban los acontecimientos históricos a través de un análisis de contenido. Para realizar esta clasificación se diseñó un instrumento que permitió seleccionar la forma en que se introduce este referente.

Este instrumento incluye categorías de análisis de contenido histórico, las cuales definimos a continuación:

3.4.2.1 Introducción general al tema

Esta categoría se refiere al uso de la historia de las matemáticas al inicio de cualquier tema que aborde el libro de texto y, por lo tanto, actúa como esa introducción que se le da al estudiante para que conozca lo que va a trabajar en esa sección.

En esta categoría también se tiene en cuenta que la historia aparezca al inicio de un bloque porque funge como introducción general a los conceptos que serán abordados en páginas posteriores.

3.4.2.2 Ilustrar un concepto

Esta categoría hace referencia al uso de la historia para explicar la evolución y la formalización de un concepto que se está estudiando o que se estudiará en el libro de texto.

Aparece con la finalidad de que el estudiante se contextualice un poco de la historia de la aparición de cualquier concepto matemático, el cual no es algo que surgió de la nada.

3.4.2.3 Problema histórico

Esta categoría señala la aparición de problemas que se han presentado en las matemáticas en diferentes culturas y en distintas épocas. Problemas a los que algunos matemáticos se enfrentaron directamente en busca de una respuesta.

Por lo general, en los libros de texto aparecen problemas famosos con la finalidad de que el estudiante se enfrente a estos y tome la postura del o de los matemáticos que dieron con su solución.

3.4.2.4 Biografía de un matemático o matemática

Esta categoría se refiere a un apartado de cualquier libro de texto que narre la historia de la vida de un matemático o matemática de hace siglos o contemporáneo. Puede presentar o no una fotografía del matemático o matemática en cuestión.

Aquí, se hace alusión de ambos géneros por las investigaciones de las representaciones de matemáticos en libros de texto de México realizados por Castaneda et al. en el 2019 y, Castaneda y Sánchez en el 2020.

3.4.2.5 Dato curioso

Esta categoría se refiere a la información de hechos interesantes que ocurrieron en las matemáticas hace siglos pero que marcaron el rumbo de estas. Es decir, que son los hechos interesantes que aparecen en los libros de texto para asombrar, entretener o llamar la atención de los estudiantes.

Por lo general, aparecen en cápsulas llamativas cuando se está trabajando con cualquier tema en el libro.

3.4.3 Tabla para el análisis de contenido

La información recolectada a través de la escala tipo Likert y los datos clasificados en cada una de las categorías de análisis de contenido histórico fueron consolidados en una tabla (ver tabla 1).

En el encabezado de la tabla se debe escribir el nombre del libro de texto que se analiza con su respectivo nivel educativo. Luego, se debe escribir la editorial del libro y el/la autor/a o los autores de este.

Después de completar la información básica del libro, le sigue una sección llamada “contenido histórico”, en la cual se deben contabilizar todas las apariciones de la historia de las matemáticas (en caso de existir) presentes en el texto, y, posteriormente señalar con una “x” la frecuencia con la que aparece la historia de acuerdo con la escala tipo Likert.

Por último, está la sección llamada “categorías de análisis histórico”, en la cual también se debe señalar con una “x” la o las categorías presentes en ese libro de texto. Cada libro puede presentar la misma categoría varias veces, y también puede tener algunas o todas las categorías varias veces.

A continuación se presenta la tabla que fue diseñada para la recolección de los datos con cada uno de los elementos descritos anteriormente:

Tabla 1

*Análisis de Contenido Histórico*⁵

LIBRO DE TEXTO				
GRADO				
EDITORIAL				
AUTOR(ES)				
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

Fuente: Elaboración propia

Cabe señalar que para cada libro de texto se llenó una sola tabla, lo cual indica que si en total fueron 64 libros de texto que se analizaron para los tres niveles educativos, entonces se realizaron 64 tablas (ver anexos).

⁵ Para el diseño de la rejilla se tuvo en cuenta la tabla de análisis propuesta por Madrid et al. en el 2018.

3.5 Procedimiento

Para realizar la selección de los componentes históricos presentes en cada uno de los libros de texto, se realizó un estudio detallado de cada página de cada libro de texto y se tuvo en cuenta toda sección que tuviera contenido relacionado con la historia de las matemáticas y que pudiera ser clasificado en la tabla 1.

Como evidencia de la aparición de contenido histórico en los libros de texto se tomaron capturas de cada uno de los apartados que presentaron este tipo de contenido. En el siguiente capítulo se muestran sólo algunos ejemplos de cada categoría para los diferentes niveles de secundaria.

Después de recolectar la información de cada uno de los libros de texto de secundaria en la tabla de análisis de contenido histórico, se llevó a cabo un análisis por grado desde tres aspectos.

El primer aspecto consistió en analizar con ayuda de la escala tipo Likert la frecuencia en qué aparecía la historia en los libros de texto de cada grado. El segundo aspecto, fue el estudio de las categorías de análisis que más se frecuentaba, así mismo como las categorías que menos aparecían en los libros. Y, el tercer aspecto, se encargó del análisis de la implementación o no de la historia de las matemáticas de las editoriales de todos los libros de texto de cada grado.

Una vez que se analizaron estos aspectos para cada grado, se hizo un análisis que abarca la información de los tres grados de secundaria desde los tres aspectos descritos. Esto, permitió realizar comparaciones acerca del uso del contenido histórico de las matemáticas.

Todo esto, con el fin de observar la incorporación y/o la ausencia de estos referentes históricos en cada uno de los libros de texto, al mismo tiempo que se percibe la importancia que dan los autores de incorporar la historia de las matemáticas en sus libros.

En este sentido, es importante resaltar que con ayuda de este análisis se logró identificar el uso de uno de los enfoques definidos por Jankvist.

Capítulo 4

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados de cada uno de los datos obtenidos en la investigación. Los resultados que se exponen reflejan la frecuencia del uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto de secundaria.

Estos resultados también revelan las categorías de análisis presentes en los libros y el uso de la historia por parte de las editoriales. Esto permitió identificar el enfoque de la historia que presentan los textos.

4.1 Análisis de los libros de texto por grado

Para realizar el análisis de los libros de texto de matemáticas se recolectaron los datos de cada uno de los libros: primero, segundo y tercero.

Estos datos fueron consolidados en tres tablas de frecuencia del uso de la historia de las matemáticas y en tres tablas de categorías de análisis en los libros de texto para cada grado. Es decir, una tabla por grado que permite observar la frecuencia en cada libro de texto, al igual que una tabla por grado que permite identificar las categorías de análisis.

Con base en esto, se realiza la interpretación de las tablas para primero de secundaria. Luego, se muestran algunos ejemplos correspondientes a cada una de las categorías presentes en algunos libros de texto de primero. También, se hace un análisis similar para segundo y tercero de secundaria con sus respectivos ejemplos.

Esto ayudó a determinar el enfoque del uso de la historia en la educación matemática que emplean los libros de texto de primero de secundaria. Así mismo, contribuyó a definir el enfoque de los libros de segundo; y por último, el enfoque de los libros de tercero de secundaria.

4.1.1 Primero de secundaria

Con la información recolectada en cada uno de los libros de texto de primero de secundaria (ver anexo 1) se realizó la siguiente tabla, en la cual se puede apreciar la frecuencia en que aparece contenido relacionado con la historia de las matemáticas en todos los libros de este grado con su respectiva editorial.

Tabla 2

Frecuencia del Uso de la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Primero de Secundaria

LIBRO DE TEXTO	EDITORIAL	FRECUENCIA
Interacciones Matemáticas 1	Pearson Educación	Muy pocas veces (1)
Matemáticas 1. Serie INNOVAT	Innova Ediciones	Muy pocas veces (2)
Matemáticas 1. Infinita Secundaria	Ediciones Castillo	Siempre (26)
Matemáticas 1. Travesías.	Ediciones Castillo	Muy pocas veces (1)
Matemática 1.	Santillana	Muy pocas veces (3)
Matemáticas 1.	Trillas	Muy pocas veces (1)
Matemáticas 1. Secundaria. Conecta Más.	Ediciones SM	Nunca
Matemáticas 1. Secundaria. Soy Protagonista	Ediciones SM	Nunca
Matemáticas 1. Secundaria. Serie Aprender a ser.	Ek Editores	Muy pocas veces (3)
Matemáticas 1. Aprendizajes Clave para la Educación Integral.	Santillana	Nunca
Matemáticas 1. Espacios Creativos.	Santillana	Nunca
Matemáticas 1. Selva Matemáticas.	Editorial Esfinge	Nunca
Matemáticas 1.	Ediciones Impresas y Digitales Del Río	Nunca
Matemáticas, Primer grado de secundaria	Editorial Progreso Grupo Edelvives	Muy pocas veces (3)
Matemáticas 1.	Correo del Maestro	Nunca

Matemáticas 1.	Patria Educación	Nunca
Matemáticas 1.	Larousse	Nunca

Fuente: Elaboración propia

A partir de esta tabla se puede observar que de acuerdo con la escala tipo Likert, de los 17 libros de texto de primero de secundaria:

- Sólo uno (1) fue categorizado como que “siempre” presentó contenido histórico, puesto que se encontró veintiséis veces.
- Ninguno fue categorizado como “casi siempre” y como “algunas veces”.
- Siete (7) fueron categorizados con que “muy pocas veces” presentaron contenido histórico, puesto que oscilaban entre una y tres veces.
- Nueve (9) libros de texto fueron categorizados como que “nunca” presentaron ningún contenido relacionado con la historia de las matemáticas.

Independiente de la frecuencia de aparición de contenido histórico, se observa que ocho libros presentan algo de historia, y nueve libros no. Por lo tanto, la cantidad de libros de texto que tienen contenido histórico es casi la mitad. Sin embargo, si tenemos en cuenta la frecuencia de aparición, son escasas las veces que aparece este tipo de contenido en los libros.

Por otra parte, en la siguiente tabla se puede analizar el número de casos para cada categoría de análisis de contenido histórico presente en los libros de texto de primero de secundaria:

Tabla 3

Categorías de análisis en los Libros de Texto de Primero de Secundaria

CATEGORÍAS	LIBROS DE PRIMERO DE SECUNDARIA
Introducción general al tema	12
Ilustrar un concepto	2
Problema histórico	2
Biografía de un matemático o matemática	9

Dato curioso	15
--------------	----

Fuente: Elaboración propia

Al considerar las categorías de análisis de contenido, se tienen 15 casos en que la historia aparece como un “dato curioso”; 12 casos en que aparece como “introducción general al tema”; 9 como la “biografía de un matemático o matemática”; 2 para “ilustrar un concepto”; y, 2 como un “problema histórico”.

De esta manera, se identifica que la historia de las matemáticas en los libros de texto de primero de secundaria aparece 40 veces distribuida en las categorías de análisis.

Con esto se observa que en la mayoría de las situaciones, la historia aparece simplemente como un dato curioso, es decir que los libros de este grado sólo muestran hechos interesantes que ocurrieron en la historia de las matemáticas para asombrar, entretener o llamar la atención del estudiante.

En varias ocasiones también se identifica que la historia se utiliza para dar la introducción general a un tema. Además, son pocas las veces que se usa para ilustrar un concepto y como un problema histórico. También aparecen algunas biografías.

Bajo este tenor, se identifica que de acuerdo con los enfoques definidos por Jankvist en el 2009, la presentación de contenido histórico en los libros de texto de primero de secundaria se da a través de fragmentos históricos y por esto es clasificado en el *enfoque de iluminación*.

Por otro lado, se identifica que las editoriales que presentan este tipo de contenido en las diferentes categorizaciones son: Pearson Educación, innova Ediciones, Ediciones castillo, Trillas, Ek Editores, y la Editorial Progreso Grupo Edelvives. Mientras que las editoriales que no tienen este tipo de contenido son Ediciones SM, Editorial Esfinge, Ediciones Impresas y Digitales Del Río, Correo del Maestro, Patria Educación y Larousse.

Seis editoriales incluyen este tipo de contenido, y asimismo seis editoriales no lo incluyen. Pero, se da una excepción con la editorial Santillana, puesto que de los tres libros que son de esta editorial, sólo uno tiene contenido histórico.

4.1.1.1 Ejemplos de categorías en libros de primero

A continuación, se presentan algunos ejemplos del contenido histórico que presentan algunos libros de texto de primero de secundaria:

Figura 2

Ejemplo de “Introducción general al tema”: Primero de secundaria

Los números negativos

Los números negativos turbaron a muchos matemáticos, quizá porque en su tiempo no tuvieron a su disposición una interpretación geométrica y, además, las reglas para operar con ellos eran más extrañas.

Los números negativos se representan con puntos, en una línea recta, situados a la izquierda del 0 (o abajo del 0 si la línea es vertical). Su utilidad era incuestionable y fueron usados con bastante libertad a partir de 1650. Pero como su fundamentación lógica no estaba clara, algunos matemáticos propusieron justificaciones para no utilizarlos y otros protestaron por su uso.

Entre los estudiosos que aceptaron los números negativos está Leonhard Euler, el matemático más prominente del siglo XVIII, que escribió uno de los principales textos de álgebra de todos los tiempos. Euler justificaba la operación de restar $-b$ como equivalente a la de sumar b porque “cancelar una deuda es lo mismo que dar un obsequio”.

Jean Le Rond D’Alembert, uno de los grandes intelectuales de la Ilustración, criticó severamente el uso de los números negativos. En un trabajo sobre estos, manifestó: “Si un problema conduce a una solución negativa, quiere decir que una parte de la hipótesis era falsa, pero se tomó como verdadera”.

Otra tendencia fue tratar de evitarlos. Un matemático inglés, el barón Francis Masères, que desarrolló un tratado importante sobre la teoría de los seguros de vida, publicó el trabajo *Sobre el uso del signo negativo en álgebra*. En esa obra, trataba de mostrar que no es necesario usar los números negativos, excepto para indicar la sustracción de una cantidad mayor de otra menor, sin desarrollar la operación.



Leonhard Euler

Fuente: Tomado de Martínez y Carrasco (2018, p. 99)

En este apartado se presenta una introducción histórica del surgimiento de los números negativos en las matemáticas y de toda la polémica que se generó cuando trataron de aceptarlos como números. Algunos matemáticos no admitieron el uso de los números negativos y evitaban usarlos para el desarrollo de una operación. El libro relata que Euler fue uno de los pocos matemáticos en aceptar estos números, y por esto se observa un retrato de él, dada a la importancia que tuvo dentro del campo de las matemáticas.

La introducción compromete al estudiante a analizar que, así como muchos matemáticos no concebían al número negativo y que fue difícil su incorporación dentro de los números, es algo completamente normal que los estudiantes tarden en asimilar su existencia.

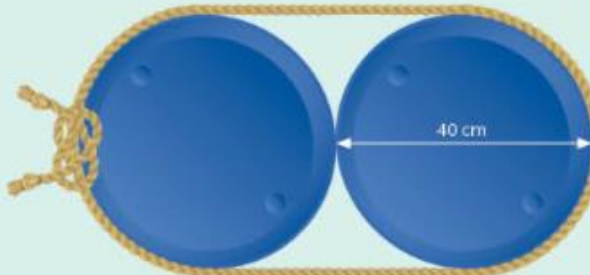
Figura 3

Ejemplo de "Ilustrar un concepto": Primero de secundaria

El perímetro del círculo

El círculo ha sido una figura que ha llamado la atención de la humanidad desde hace siglos, pues muchos objetos y fenómenos de la naturaleza tienen forma circular. Nuestros antepasados buscaron construir círculos para representar lo que veían, investigaron sus propiedades y descubrieron sus ventajas. Esto les sirvió para inventar la rueda, crear obras de arte y construir máquinas, entre otras muchas cosas. En esta secuencia estudiarás algunas de sus propiedades.

1. En parejas lean la situación y contesten.
Para transportar unos tambos con agua es necesario asegurarlos con una cuerda que los rodee, como se muestra en la figura, de modo que no puedan moverse y así evitar que se caigan y derramen el líquido. La representación en el dibujo es a escala, ya que los tambos tienen un diámetro de 40 cm.



Fuente: Tomado de Canché, Domínguez y Peña (2018, p. 84)

En este apartado los autores muestran una breve ilustración histórica del círculo manifestando su importancia desde tiempos remotos, así como sus propiedades y ventajas.

Esto se hace debido a que muchos objetos de nuestro entorno tienen forma circular y si los estudiantes reflexionan sobre esto, pueden llegar a concebir la importancia del círculo en la humanidad y por ende el cálculo del perímetro de diferentes circunferencias.

Este ejercicio propuesto motiva al estudiante a una situación problema de la vida cotidiana como lo es conocer qué fenómenos intervienen en conocer la longitud de la cuerda que sostiene ambos


tambos, además de que la imagen que presenta la actividad da una idea de cómo deben ir amarrados ambos tambos. Aunque, aquí no se observa el uso directo de la historia en la actividad, si da una breve ilustración histórica de la importancia del círculo.

Figura 4

Ejemplo de “Problema histórico”: Primero de secundaria

1.1 Volumen de prismas rectos rectangulares

Inicio



1. Alrededor del siglo III a. n. e. el rey Hieron II, gobernante de Siracusa (antigua Grecia), dio un lingote de oro a un orfebre para que le elaborara una corona. Al recibir la corona, el rey pidió verificar que en ella se hubiera empleado todo el lingote de oro. Arquímedes, uno de los más grandes matemáticos, explicó al rey que en la elaboración de la corona se había sustituido parte del oro por otro material.

- ¿Cómo supo Arquímedes que la corona no era de oro puro?
- ¿Qué medidas conserva un lingote de oro, ya sea perímetro, área o volumen, aun después de ser deformado? Explica.
- Si el lingote y la corona se guardan en cajas, ¿cuál de las dos cajas tendrá mayor capacidad? Explica.

Fuente: Tomado de Bosch, Meda y Gómez (2018, p. 226)

Esta actividad se presenta como un problema histórico porque expone un acontecimiento relevante en la historia de las matemáticas, pues uno de los episodios famosos en la ciencia es el relato de la corona de Arquímedes, el cual es uno de los matemáticos que marcó el desarrollo histórico de la ciencia. Fue él quien resolvió el problema del rey Hierón, quien había mandado a realizar una corona de oro puro a un orfebre y tenía sus dudas acerca de que el material con que él realizó la corona no estuviera compuesta toda de oro.

En este sentido, se pide al estudiante responder un cuestionario que consiste en devolverse en el tiempo y ponerse en el lugar de Arquímedes para comprender porque la corona no era de oro puro, y reflexionar que pese a las condiciones de la época fue muy brillante en poder resolver este problema.

Figura 5

Ejemplo de "Biografía de un matemático o matemática": Primero de secundaria

Infomáticas ⓘ

6. Resuelvan en equipos lo que se pide con base en el siguiente rectángulo.

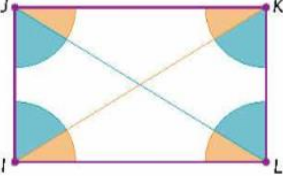


Figura 3.61

a) Subrayen las afirmaciones correctas.

- Los lados opuestos de un paralelogramo son iguales.
- En un paralelogramo los ángulos opuestos son iguales.
- Los ángulos alternos internos entre paralelas que se cortan por una línea transversal son iguales.
- Un paralelogramo es un cuadrilátero en el que cada par de lados opuestos son paralelos.
- Un rectángulo es un paralelogramo con ángulos rectos.
- Los triángulos $\triangle JIL$ y $\triangle KLI$ son congruentes.
- Son congruentes por el criterio ALA.

Fuente: Tomado de Bosch, Meda y Gómez (2018, p. 224)

Como la actividad propuesta consiste en analizar una figura geométrica y a partir de ésta establecer afirmaciones verdaderas, los autores del libro muestran una breve biografía de Euclides, quien es considerado como el padre de la Geometría y autor de una obra fundamental dentro de esta ciencia que recibe el nombre de los *Elementos*.

Esta información permite al estudiante a reflexionar acerca de la geometría que se emplea actualmente y observe la importancia de Euclides en esta área.

Además, puede servir de base para que el estudiante investigue acerca de la importancia de la geometría y de todas sus características que la hacen tan exacta a pesar de la cantidad de conceptos que existen en esta ciencia.

Figura 6

Ejemplo de "Dato curioso": Primero de secundaria

Para escribir $\frac{1}{6}$ en forma decimal, se divide $1 \div 6 = 0.1666666666 = 0.1\bar{6}$.

Entre dos números enteros consecutivos no hay ningún número entero; en cambio, entre dos fraccionarios siempre encontrarás otro número fraccionario. ¿Cómo hallarlos? Es fácil encontrar un número fraccionario entre dos fraccionarios con el mismo denominador.

Por ejemplo, entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{2}$ está $\frac{2}{2}$. Es decir:

$$\frac{1}{2} < \frac{2}{2} < \frac{3}{2}$$

Para encontrar una fracción entre $\frac{2}{2}$ y $\frac{3}{2}$, como entre 2 y 3 no hay otro número entero, se obtienen otras fracciones equivalentes con el mismo denominador para cada fracción:



Figura 1.2 El sistema de numeración egipcio es uno de los más antiguos, y se utilizaba en la escritura de jeroglíficos.

Fuente: Tomado de Cetina y Jiménez (2018, p. 15)

En este apartado se espera que el estudiante determine que entre dos números fraccionarios consecutivos siempre encontrará otra fracción. Por lo cual, los autores del libro de texto deciden presentar un pequeño aporte histórico en forma de cápsula en el que se explica que el sistema de numeración egipcio fue uno de los más antiguos.

Esta información se usa para asombrar, entretener o llamar la atención de los estudiantes, razón por la cual es considerado como un dato curioso.

4.1.2 Segundo de secundaria

Con los datos recolectados en cada uno de los libros de texto de segundo de secundaria (ver anexo 2), de igual forma se realizó la siguiente tabla para apreciar la frecuencia en que aparece contenido relacionado con la historia de las matemáticas en todos los libros de este grado con su respectiva editorial.

Tabla 4

Frecuencia del Uso de la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Segundo de Secundaria

LIBRO DE TEXTO	EDITORIAL	FRECUENCIA
Matemáticas 2. Travesías.	Ediciones Castillo	Muy pocas veces (2)
Matemáticas 2. Infinita Secundaria	Ediciones Castillo	Casi siempre (12)
Matemáticas 2. Espacios Creativos	Santillana	Nunca
Matemáticas 2. Fortaleza Académica	Santillana	Nunca
Matemáticas 2. Espiral del Saber	Santillana	Muy pocas veces (3)
Matemáticas 2. Secundaria. Conecta Más	Ediciones SM	Muy pocas veces (1)
Matemáticas 2. Secundaria. Soy Protagonista.	Ediciones SM	Casi siempre (10)
Matemáticas 2	Correo del Maestro	Algunas veces (6)
Matemáticas, Segundo Grado	Editorial Progreso Grupo Edelvives	Muy pocas veces (3)
Matemáticas 2. Serie ser mejor.	Editorial Esfinge	Algunas veces (8)
Matemáticas 2. Serie INNOVAT	Innova Ediciones	Nunca
Matemáticas 2. A través de las matemáticas.	Fernández Editores	Muy pocas veces (1)
Matemáticas 2	Patria Educación	Nunca
Matemáticas 2	Larousse	Nunca
Matemáticas 2	Ediciones Impresas y Digitales del Río	Muy pocas veces (1)
Interacciones. Matemáticas 2	Pearson Educación	Muy pocas veces (3)

Fuente: Elaboración propia

A partir de esta información, se puede apreciar que con base a la escala tipo Likert, de un total de 16 libros de texto para segundo de secundaria:

- Ninguno fue categorizado con que “siempre” presentó contenido histórico.

- Dos (2) libros aparecen como que “casi siempre” tienen contenido relacionado con la historia de las matemáticas porque aparecen diez y doce veces respectivamente.
- Dos (2) libros de texto fueron categorizados con que “algunas veces” presentaron historia, puesto que aparecen seis y ocho veces.
- Siete (7) libros como que “muy pocas veces” presentaron contenido histórico puesto que oscilan entre una y tres veces.
- Cinco (5) libros de texto fueron categorizados con que “nunca” presentaron ningún contenido relacionado con la historia de las matemáticas.

Sin considerar la frecuencia de aparición de contenido histórico, se identifica que once libros de texto usan la historia de las matemáticas en sus libros de texto, y cinco libros no lo hacen. Así pues, la cantidad de libros de texto que usa algo de historia es más de la mitad. Pero, si tenemos en cuenta la frecuencia de aparición, son muy pocas las veces que aparece este tipo de contenido en los libros de texto.

Por otra parte, en la siguiente tabla se puede analizar el número de casos para cada categoría de análisis de contenido histórico presente en los libros de texto de segundo de secundaria:

Tabla 5

Categorías de análisis en los Libros de Texto de Segundo de Secundaria

CATEGORÍAS	LIBROS DE SEGUNDO DE SECUNDARIA
Introducción general al tema	13
Ilustrar un concepto	4
Problema histórico	2
Biografía de un matemático o matemática	1
Dato curioso	30

Fuente: Elaboración propia

Al considerar las categorías de análisis de contenido, se tienen 30 casos en que la historia aparece como un “dato curioso”; 13 casos en que aparece como “introducción general al tema”; 4 para “ilustrar un concepto”; 2 como un “problema histórico”; y, 1 como la “biografía de un matemático o matemática”.

Se identifica que la historia de las matemáticas en los libros de texto de segundo de secundaria aparece 50 veces distribuida en las categorías de análisis.

Con esto se observa que en la mayoría de los casos, la historia aparece en los libros de segundo de secundaria como un dato curioso, es decir que los libros de este grado presentan hechos importantes que ocurrieron hace siglos, únicamente para asombrar, entretener o llamar la atención de los estudiantes.

En varias ocasiones se identifica que aparece para dar la introducción general a un tema. Son pocas las veces que se usa para ilustrar un concepto y como un problema histórico.

De hecho, aparece una única vez para dar una biografía, es decir que a los libros de segundo no les resulta importante narrar la historia de la vida de un matemático o matemática de hace siglos o quizás contemporáneo.

En este sentido, se identifica que de acuerdo con los enfoques definidos por Jankvist en el 2009 acerca del uso de la historia en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, la presentación de contenido histórico en los libros de texto de segundo de secundaria se expone como fragmentos históricos. Por esta razón, también se clasifica en el *enfoque de iluminación*.

Por otro lado, se identifica que las editoriales que presentan este tipo de contenido en los libros de texto de segundo de secundaria en las diferentes categorizaciones son: Ediciones castillo, Ediciones SM, Correo del Maestro, Editorial Progreso Grupo Edelvives, Editorial Esfinge, Fernández Editores, Ediciones Impresas y Digitales del Río, y Pearson Educación. Mientras que las editoriales que no tienen este tipo de contenido son Innova Ediciones, Patria Educación, y Larousse.

Ocho editoriales incluyen este tipo de contenido, y tres editoriales no lo incluyen. Sin embargo, hay una excepción con la editorial Santillana porque de los tres libros que pertenecen a esta editorial, sólo uno tiene contenido histórico.

4.1.2.1 Ejemplos de categorías en libros de segundo

A continuación, se presentan ejemplos del contenido histórico que presentan algunos libros de texto de segundo de secundaria:

Figura 7

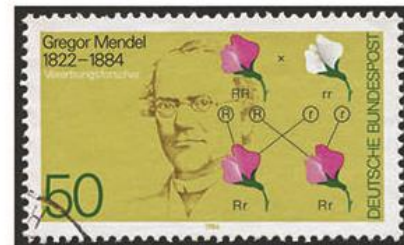
Ejemplo de “Introducción general al tema”: Segundo de secundaria

La probabilidad, los juegos de azar y los chícharos

La historia de la probabilidad está llena de situaciones desafiantes en las que participaron grandes científicos. En 1654, el Caballero de Méré, un hombre culto e influyente en la corte de Luis XIV, planteó al matemático Pierre de Fermat una serie de problemas relacionados con juegos de azar.

Entre 1654 y 1657, los científicos Blaise Pascal, Pierre de Fermat y Christiaan Huygens encontraron soluciones a estos problemas, las cuales se comunicaron por carta. Los métodos utilizados por Fermat y Pascal sirvieron de base para que más tarde se construyeran los métodos generales de la probabilidad. Uno de los problemas resueltos por Fermat y Pascal es el famoso problema de la repartición de la apuesta, que es del siguiente tipo: “A y B lanzan ‘volados’ sucesivos. Cada uno de ellos pone \$18 y acuerdan que el primero que gane tres volados se lleva los \$36. Cuando A lleva dos volados ganados y B solamente uno, tienen que suspender el juego. ¿Cómo deben repartirse la apuesta?”.

Pero la probabilidad no solo se aplica a los juegos de azar. En el siglo XIX, Gregor Mendel, un fraile austriaco, comenzó a estudiar problemas relacionados con la genética, en particular la herencia. Mendel experimentó haciendo cruces entre plantas con diferentes características, entre otras con chícharos, logrando predecir cuáles serían los caracteres físicos (fenotipo) de los descendientes, si se conocen los caracteres de los progenitores. Las reglas que predicen este comportamiento son conocidas como leyes de Mendel. Su obra *La matemática de la herencia* fue una de las primeras aplicaciones de la teoría de la probabilidad en las ciencias naturales. Fue hasta principios del siglo XX que el matemático soviético Andréi Kolmogórov definió la teoría de la probabilidad de forma rigurosa.



Timbre conmemorativo en honor de Gregor Mendel de los servicios postales alemanes.

Fuente: Tomado de Contreras y Martínez (2019, p. 201)

Este apartado es una introducción general al tema porque además de que aparece al inicio de un bloque, los autores muestran el recorrido histórico de la probabilidad desde 1654 hasta el siglo XX nombrando a los matemáticos más importantes dentro de esta área y evidenciando que la probabilidad no sólo se observa en los juegos de azar sino que también es posible estudiarlo en la genética.

Incluso, también se menciona un problema que marco el rumbo de la historia de la probabilidad, el cual es conocido como “el problema del reparto”.

Figura 8

Ejemplo de “Ilustrar un Concepto”: Segundo de secundaria

COMENZAMOS | **Reflexiona y discute**

Comportamiento de los signos en la multiplicación

Lee la siguiente información. Después, resuelve lo que se pide.

En matemáticas los conceptos y procedimientos suelen tardar en volverse universales o de uso común. Un caso de esta índole son los números negativos, mismos que muchos matemáticos de renombre de muchas épocas rechazaron porque no se ajustaban a las reglas o propiedades que en ese entonces se conocían sobre los números.

Entonces, matemáticos de otras épocas decidieron incorporarlos, respetando las reglas ya establecidas para otro tipo de números. La siguiente cita pertenecen a Hernan Hankel (1839-1873), matemático alemán, donde expresa sus ideas sobre éstos:

"Ampliar las ideas de números positivos a negativos, respetando la estructura ya conocida de los números (positivos) para conservar 'buenas propiedades'".

Hay algunas situaciones que implican el uso de números negativos y se puede conjeturar el tipo de comportamiento que deben tener. Modelos como el de ganancias y pérdidas sólo explican satisfactoriamente la estructura aditiva de los enteros, pero son ineficientes para lograr una comprensión de la estructura de la multiplicación.

MACLAURIN (1698-1748) | **RENE DESCARTES** (1596-1650) | **SIMÓN STEVIN** (1548-1620) | **DIOFANTO** (200?14-284/298?)

3 - 5 TIENE SENTIDO, PERO NO ES UN NÚMERO.
2 - 9 ES UN DEFECTO DEL ENUNCIADO DEL PROBLEMA.
NO PUEDE HABER ALGO MENOS QUE CERO.
¿CERO ES AUSENCIA DE CANTIDAD O EQUILIBRIO ENTRE NEGATIVOS Y POSITIVOS?

LOUIS CAUCHY (1798-1857) | **LAZARE CARNOT** (1753-1822) | **PIERRE LAPLACE** (1749-1827) | **D'ALEMBERT** (1717-1783) | **LEONHARD EULER** (1707-1783)

Fuente: Tomado de Basurto y Mancera (2019, p. 26)

El libro de texto presenta al inicio del tema de “*comportamiento de los signos en la multiplicación*” un breve recorrido histórico de la aceptación de los números negativos en las matemáticas, y hace mención de los aportes de diferentes matemáticos de otras épocas para la aceptación de estos números.

Para complementar esta historia, el libro pone las fotografías de algunos matemáticos que jugaron un papel importante en el desarrollo de estos números.

De esta manera, podría pensarse que este apartado funge como una introducción general al tema, pero se está haciendo una breve reseña histórica específicamente de la incorporación de los números negativos, por esto se considera que ilustra un concepto.


Figura 9

Ejemplo de “Problema histórico”: Segundo de secundaria

1.1 Soluciones de sistemas de ecuaciones

Inicio

1. Analiza la situación y responde.
Los babilonios escribieron más de 400 tablillas de arcilla referentes a teorías matemáticas. En una de ellas, escrita entre los años 600 y 300 a.n.e., aparece el siguiente problema:


$$\frac{1}{4} \text{ anchura} + \text{longitud} = 7 \text{ manos}$$
$$\text{longitud} + \text{anchura} = 10 \text{ manos}$$

a) ¿Cuáles son las gráficas que describen las ecuaciones? ¿Cuál es la solución del problema?

b) Si se asigna el valor de 5 a una mano, ¿cuál será la solución del problema?

c) ¿Cuáles datos son necesarios para responder al problema, y cuáles no?

d) Describe el procedimiento que usaste para resolver los problemas.

2. Reúnanse en equipo. Razonen sobre las maneras de solucionar este tipo de problemas al verificar sus resultados.

Fuente: Tomado de Bosch y Meda (2019, p. 160)

Los autores del libro proponen este problema con la finalidad de introducir a los estudiantes al tema de los diferentes métodos algebraicos de solución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Es un problema propuesto por los Babilonios entre los años 600 y 300 a.n.e, además de que lo encontraron escrito en una de las tablillas de arcilla que pertenecían a ellos.

El problema consiste en que los estudiantes resuelvan un sistema de ecuaciones lineales que tiene dos incógnitas que corresponden a la *anchura* y a la *longitud*, y proporcionan como resultado una cierta cantidad de *manos*.

Por todo esto, el apartado fue seleccionado en la categoría de problema histórico.

Figura 10

Ejemplo de “Biografía de un matemático o matemática”: Segundo de secundaria

Para leer

¿Quién fue Fibonacci?

Leonardo de Pisa, también conocido como Fibonacci (1170–1250) es un famoso matemático italiano famoso por difundir en Europa el sistema de numeración actualmente utilizado, esto es, un sistema de numeración posicional en base decimal y un dígito de valor nulo (cero), y por idear la siguiente sucesión:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, ...

¿Qué regularidad identificas en la sucesión?

La sucesión de Fibonacci es una sucesión de números que se obtiene por adición de los dos números anteriores, por ejemplo, el número 8 se obtiene sumando 3 y 5.

A los elementos de esta sucesión se les llama números de Fibonacci. Esta sucesión no tendría nada de particular sino fuera porque aparece repetidamente en la naturaleza y, además, tiene numerosas aplicaciones en ciencias de la computación, matemáticas y teoría de juegos, entre otras.

Fuente: Tomado de García, Hernández y Villaseñor (2019, p. 113)

En este apartado se presenta la biografía de un matemático, en este caso de Fibonacci, quién fue un matemático brillante que difundió el sistema de numeración indo-arábigo.

Aquí se menciona la importancia de los aportes de este matemático al sistema de numeración actual. Además, se expone la sucesión numérica que lleva su nombre junto con una breve explicación.

Figura 11

Ejemplo de “Dato curioso”: Segundo de secundaria

» $(-3)(-1) =$

» $(5)(-2) =$

» $(3)(-1) =$

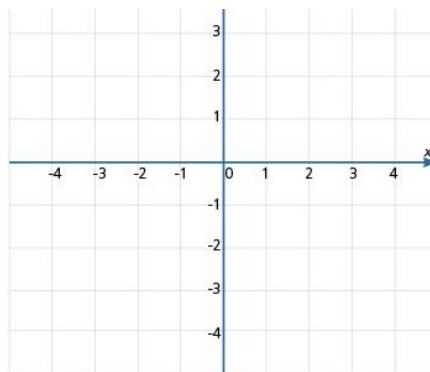
» $(-1)(4) =$

» $(-1\frac{1}{2})(2) =$

» $(-0.5)(3) =$

» $(-2)(-2\frac{1}{2}) =$

» $(0.5)(-4.5) =$



De manera grupal, elaboren una tabla abreviada que indique el signo del resultado para cada uno de los cuatro casos de multiplicación de números con signo.

#CONTEXTO

En el códice de Dresde está el registro de que los mayas utilizaban un sistema de numeración vigesimal y desarrollaron el concepto del cero, alrededor del año 36 a. n. e. Investiga la historia de este número y elabora su línea de tiempo.

Fuente: Tomado de Castañeda y Gonzáles (2019, p. 45)

En este apartado se presenta una cápsula llamativa que informa acerca del sistema de numeración de los mayas y de su incorporación del concepto del cero en el año 36 a. n. e. Esto se incluye con la finalidad de asombrar, entretener o llamar la atención de los estudiantes, razón por la cual es considerado como un dato curioso.

Lo relevante de este apartado es que invita a los estudiantes a investigar más acerca de la historia del número cero y se le pide que elabore una línea de tiempo. Esto resulta interesante porque de alguna manera motiva a los estudiantes a conocer una parte fundamental de la historia de las matemáticas que remonta desde hace muchos siglos.

4.1.3 Tercero de secundaria

A partir de la información recolectada para cada uno de los libros de texto de tercero de secundaria (ver anexo 3), se realizó la siguiente tabla para apreciar la frecuencia en que aparece contenido relacionado con la historia de las matemáticas en todos los libros de este grado con su respectiva editorial.

Tabla 6

Frecuencia del Uso de la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Tercero de Secundaria

LIBRO DE TEXTO	EDITORIAL	FRECUENCIA
Matemáticas 3. Habilidades y Competencias 3	Ángeles Editores	Muy pocas veces (3)
Trabajo en proceso 3. Matemáticas	Oxford University Press	Algunas veces (9)
Matemáticas 3, Serie Explora	Ediciones Castillo	Muy pocas veces (2)
Conecta Estrategias. Matemáticas 3	Ediciones SM	Muy pocas veces (3)
Matemáticas 3	EPSA/McGraw-Hill	Algunas veces (9)
Matemáticas 3. Santillana Todos Juntos	Santillana	Algunas veces (5)
Matemáticas 3	Trillas	Algunas veces (4)
Matemáticas 3. Serie Aqua	Editorial Esfinge	Muy pocas veces (2)
Convive con las Matemáticas 3	Méndez Cortés Editores	Casi siempre (13)

Matemáticas 3. Serie Terra	Editorial Esfinge	Casi siempre (13)
Matemáticas 3	Norma Ediciones	Siempre (16)
Matemáticas 3. Estrategias del pensamiento	Grupo Editorial Patria	Algunas veces (7)
Fortalezco mis competencias. Matemáticas 3.	Ediciones SM	Casi siempre (14)
Retos matemáticos 3	Ediciones SM	Muy pocas veces (3)
Matemáticas 3	Editorial Terracota	Nunca
Contexto Matemático 3	Norma Ediciones	Casi Siempre (15)
Matemáticas 3	Correo del Maestro	Algunas veces (9)
Matemáticas 3. Desafíos Matemáticos	Fernández Editores	Algunas veces (5)
Matemáticas 3	Editorial Terracota	Muy pocas veces (3)
Matemáticas 3, Serie Fundamental	Ediciones Castillo	Muy pocas veces (2)
Matemáticas 3, Serie Enlaces	Ediciones Castillo	Algunas veces (5)
Matemáticas 3	Grupo Editorial Patria	Muy pocas veces (3)
Matemáticas 3. Santillana Horizontes.	Santillana	Algunas veces (7)
Jaque Mate 3	Larousse	Muy pocas veces (2)
Construyo y aprendo Matemáticas	Ediciones de Excelencia	Casi siempre (10)
Comunidad Matemáticas 3	Ediciones SM	Algunas veces (5)
Matemáticas 3. Serie Ignis	Editorial Esfinge	Algunas veces (9)
Matemáticas 3. Construcción del Pensamiento	Fernández Editores	Muy pocas veces (2)
Matemáticas 3. Serie Aprendamos	Macmillan Publishers	Algunas veces (9)
Matemáticas 3	Editorial Nuevo México	Algunas veces (5)
Matemáticas 3. Secundaria	Ríos de Tinta	Siempre (31)

Fuente: Elaboración propia

Con la tabla anterior se puede analizar que de acuerdo con la escala tipo Likert, de los 31 libros de texto de tercero de secundaria:

- Dos (2) fueron categorizado como que “siempre” presentaron contenido histórico puesto que se encontró dieciséis, y treinta y una veces respectivamente este tipo de contenido.
- Cinco (5) fueron categorizados como “casi siempre” porque oscilan entre diez y quince veces.
- Trece (13) libros fueron categorizados como que “algunas veces” puesto que oscilaban entre cuatro y nueve veces.
- Diez (10) libros de texto fueron categorizados como que “muy pocas veces” presentaron contenido histórico porque oscilaban entre una y tres veces.
- Un (1) sólo libro de texto fue categorizado como que “nunca” presentó contenido relacionado con la historia de las matemáticas.

Independiente de la frecuencia de aparición de contenido histórico, se observa que treinta libros presentan algo de historia, y un sólo libro no lo hace. Por lo tanto, la cantidad de libros de texto que tienen contenido histórico son casi todos. Sin embargo, si tenemos en cuenta la frecuencia de aparición, en diez libros son muy pocas las veces que aparece este tipo de contenido en sus páginas.

Por otra parte, en la siguiente tabla se puede analizar el número de casos para cada categoría de análisis de contenido histórico presente en los libros de texto de tercero de secundaria:

Tabla 7

Categorías de análisis en los Libros de Texto de Tercero de Secundaria

CATEGORÍAS	LIBROS DE TERCERO DE SECUNDARIA
Introducción general al tema	32
Ilustrar un concepto	45
Problema histórico	14
Biografía de un matemático o matemática	48
Dato curioso	86

Fuente: Elaboración propia

Al considerar las categorías de análisis de contenido, se tienen 86 casos en que la historia aparece como un “dato curioso”; 48 casos en que aparece como la “biografía de un matemático o matemática”; 45 para “ilustrar un concepto”; 32 casos en que aparece como “introducción general al tema”; y, 14 casos como un “problema histórico”.

Por consiguiente, se identifica que la historia de las matemáticas en los libros de texto de tercero de secundaria aparece 225 veces distribuida en las categorías de análisis.

Con esto se observa que en la mayoría de las situaciones, la historia aparece en los libros como un dato curioso, y en varias ocasiones también se identifica para ilustrar un concepto y como la biografía de un matemático o matemática. Además, aparece catorce veces para mostrar un problema histórico, lo cual es poco comparado con las otras categorías.

Esto significa que los libros de texto de tercero le dan prioridad a presentar la historia en cápsulas llamativas cuando se está trabajando con cualquier tema en el libro, únicamente para asombrar, entretener o llamar la atención de los estudiantes. Así mismo, esto indica que en los libros de este grado no está en sus prioridades exponer problemas históricos famosos para que el estudiante se enfrente a estos.

En esta dirección, se puede percibir que la presentación de la historia de las matemáticas en los libros de texto de tercero de secundaria se expone en fragmentos históricos y, además, sólo en un libro de texto se presenta como un epílogo histórico. Por lo tanto, los libros de texto de este nivel educativo también corresponden al *enfoque de iluminación*.

Por otro lado, se identifica que las editoriales que presentan este tipo de contenido en las diferentes categorizaciones son: Ángeles Editores, Oxford University Press, Ediciones Castillo, Ediciones SM, EPSA/McGraw-Hill, Santillana, Trillas, Editorial Esfinge, Méndez Cortés Editores, Norma Ediciones, Grupo Editorial Patria, Correo del Maestro, Fernández Editores, Larousse, Ediciones de Excelencia, Macmillan Publishers, Editorial Nuevo México, y Ríos de Tinta.

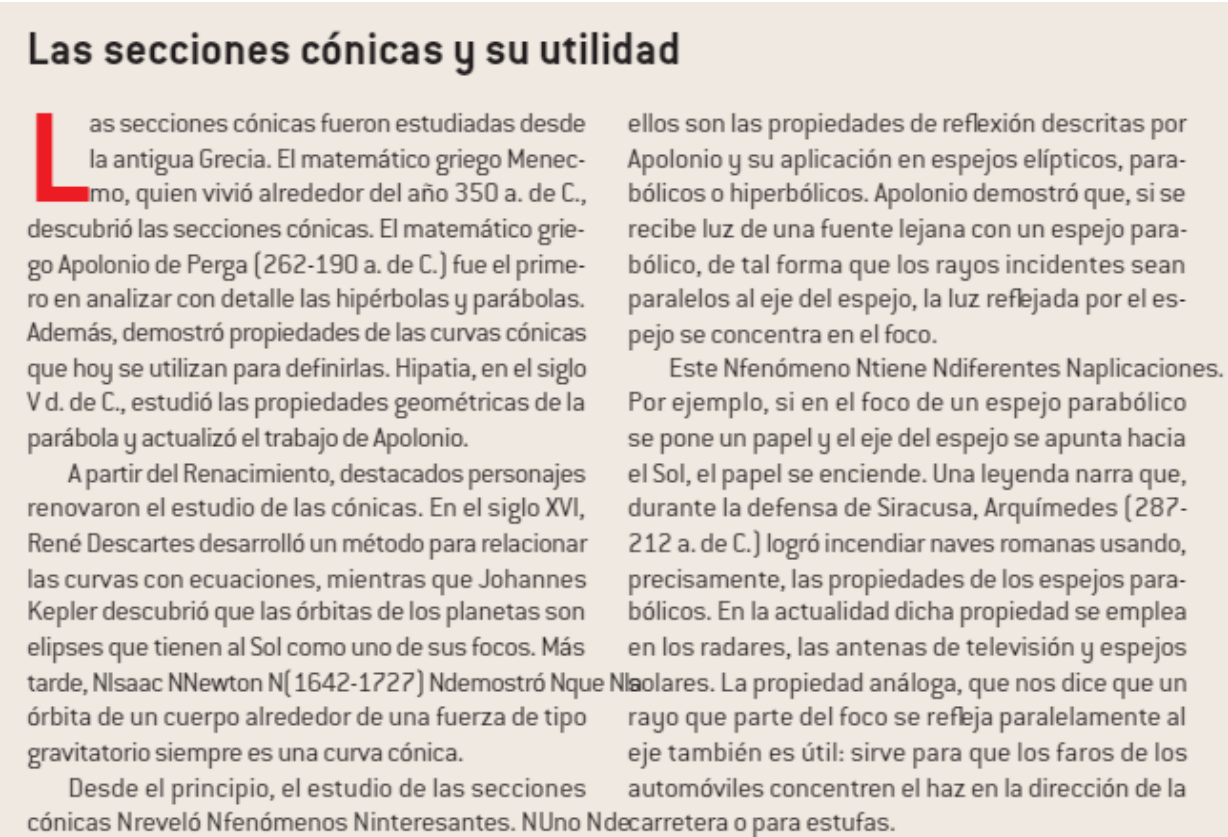
Diecinueve editoriales incluyen este tipo de contenido. Sin embargo, existe una excepción con la editorial Terracota, puesto que de los dos libros que son de esta editorial, sólo uno tiene contenido histórico.

4.1.3.1 Ejemplos de categorías en libros de tercero

A continuación, se muestran algunos ejemplos del contenido histórico que presentan algunos libros de texto de tercero de secundaria:

Figura 12

Ejemplo de “Introducción general al tema”: Tercero de secundaria



Las secciones cónicas y su utilidad

Las secciones cónicas fueron estudiadas desde la antigua Grecia. El matemático griego Menecmo, quien vivió alrededor del año 350 a. de C., descubrió las secciones cónicas. El matemático griego Apolonio de Perga (262-190 a. de C.) fue el primero en analizar con detalle las hipérbolas y parábolas. Además, demostró propiedades de las curvas cónicas que hoy se utilizan para definir las. Hipatia, en el siglo V d. de C., estudió las propiedades geométricas de la parábola y actualizó el trabajo de Apolonio.

A partir del Renacimiento, destacados personajes renovaron el estudio de las cónicas. En el siglo XVI, René Descartes desarrolló un método para relacionar las curvas con ecuaciones, mientras que Johannes Kepler descubrió que las órbitas de los planetas son elipses que tienen al Sol como uno de sus focos. Más tarde, Isaac Newton (1642-1727) demostró que la órbita de un cuerpo alrededor de una fuerza de tipo gravitatorio siempre es una curva cónica.

Desde el principio, el estudio de las secciones cónicas reveló fenómenos interesantes. Uno de los más interesantes es el fenómeno de reflexión que ocurre en espejos cónicos. Apolonio demostró que, si se recibe luz de una fuente lejana con un espejo parabólico, de tal forma que los rayos incidentes sean paralelos al eje del espejo, la luz reflejada por el espejo se concentra en el foco.

Este fenómeno tiene diferentes aplicaciones. Por ejemplo, si en el foco de un espejo parabólico se pone un papel y el eje del espejo se apunta hacia el Sol, el papel se enciende. Una leyenda narra que, durante la defensa de Siracusa, Arquímedes (287-212 a. de C.) logró incendiar naves romanas usando, precisamente, las propiedades de los espejos parabólicos. En la actualidad dicha propiedad se emplea en los radares, las antenas de televisión y espejos solares. La propiedad análoga, que nos dice que un rayo que parte del foco se refleja paralelamente al eje también es útil: sirve para que los faros de los automóviles concentren el haz en la dirección de la carretera o para estufas.

Fuente: Tomado de Icaza (2016, p. 226)

En este apartado se observa que al inicio de un bloque el libro muestra la historia de las secciones cónicas desde la antigüedad griega con Menecmo, Apolonio de Perga, Descartes, Kepler, Newton, entre otros matemáticos que estudiaron a las cónicas.

Adicionalmente, el autor muestra la utilidad de estas secciones en diferentes aspectos, debido a los fenómenos ocurridos en espejos elípticos, parabólicos o hiperbólicos, lo que permite relacionar al estudiante con el contexto. Por todo esto, es considerado como una introducción general al tema.

Figura 13

Ejemplo de “Ilustrar un concepto”: Tercero de secundaria

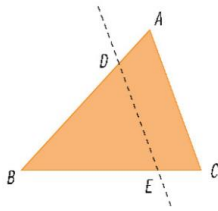


Fig. 3.21

El teorema de Tales recibe su nombre en honor a *Tales de Mileto*, filósofo griego de la Antigüedad que vivió en el siglo VI a. n. e. Tales enunció el teorema al analizar las propiedades de las rectas paralelas y su relación con los triángulos semejantes. Observó que al trazar una recta paralela a uno de los lados de un triángulo, se obtiene un nuevo triángulo semejante al primero y, por tanto, sus lados son proporcionales al original.

$$\triangle ABC \approx \triangle DBE$$

De ahí se obtiene el teorema de Tales, tal como lo has estudiado en esta secuencia.

Fuente: Tomado de Baltazar, Flores y Ojeda (2019, p. 128)

Este apartado habla un poco de Tales de Mileto, pero hace énfasis en que él enunció el teorema que tiene su nombre.

Cabe señalar que esta sección aparece al final de una secuencia didáctica para formalizar el tema del Teorema de Tales. Por esto, es considerado que está ilustrando un concepto, en este caso, un concepto que ya se ha trabajado.

Figura 14

Ejemplo de la “Biografía de un matemático o matemática”: Tercero de secundaria

Apolonio de Perga

Nació alrededor del 262 a.n.e. en Perga, Grecia Ionia (hoy Turquía). cursó estudios en Alejandría y luego visitó Pérgamo. Fue conocido como “El gran geómetra”. Su famoso libro *Secciones Cónicas* introdujo los términos: parábola, elipse e hipérbola espiral. Inventó el tornillo en el año 200 a.n.e. El invento se generó a partir del desarrollo de la geometría de la hélice espiral. Creó los cimientos de la geometría a través de un compendio de 8 libros titulados *Tratado de las cónicas*. Los libros del 1 al 4 no contienen material original, pero introducen las propiedades básicas de cónicas que fueron conocidas por Euclides, Aristóteles y otros. Los libros del 5 al 7 son originales; en estos discute y muestra cómo muchas de las cónicas pueden ser dibujadas desde un punto. Da proposiciones determinando el centro de curvatura, lo cual conduce inmediatamente a la ecuación cartesiana del desarrollo de la evolución. El libro número 8 de *Secciones Cónicas* está perdido, mientras que de los libros del 5 al 7 sólo existen en traducción árabe. Sabemos que obtuvo una aproximación de π entre $\frac{22}{7}$. Consideró un solo cono y hace variar la oblicuidad del plano que lo corta. De esta manera, obtuvo como curva fundamental la parábola cuya ecuación es $y^2 = 2pix$. Las otras dos curvas las caracteriza por: $y^2 < 2pix$, que equivale a la hipérbola (“exceso”). En *Sobre el espejo ardiente* mostró que rayos de luz paralelos no caen a un foco en un espejo esférico (como había sido previamente pensado) y discutió las propiedades focales de un espejo parabólico. También fue fundador de la astronomía matemática griega, en la cual usó modelos geométricos para explicar la teoría planetaria. Además, se le atribuye la invención del reloj solar. Falleció alrededor del 190 a.n.e., en Alejandría, Egipto.

Fuente: Tomado de Jiménez, Hernández y Solano (2017, p. 241)

Esta sección del libro de texto presenta la biografía de un matemático, en este caso expone la biografía de Apolio de Perga, quién fue un matemático griego que realizó importantes aportes a la geometría y por eso se le apodó “el Gran Geómetra”.

Además, se menciona que realizó trabajos extesos acerca de las secciones cónicas y fue él quién le atribuyó los nombres de elipse, hipérbola y parábola.

Dado lo anterior, el apartado se clasificó en la categoría de biografía.

Figura 15

Ejemplo de “Problema histórico”: Tercero de secundaria (parte 1)

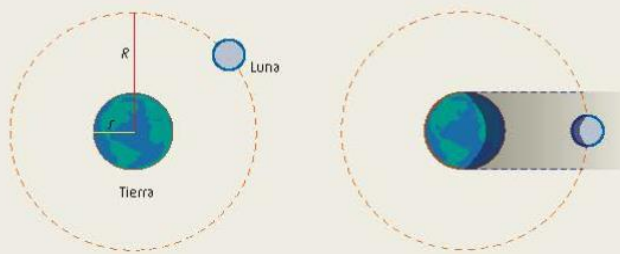
Aristarco y el diámetro de la Luna

Hace unos 2300 años, con el uso de rudimentarios instrumentos, pero con un asombroso ingenio, el astrónomo griego Aristarco de Samos calculó la distancia que hay entre la Tierra y la Luna, así como el diámetro lunar. Para realizar su cálculo requirió que se presentara un eclipse lunar.

Su razonamiento fue como sigue:

Sabemos que la Luna gira en una órbita circular de radio desconocido con respecto a la Tierra; llamemos R a ese radio. Cada mes lunar (27 días) completa una revolución sobre esta órbita.

Durante un eclipse lunar, la Tierra proyecta una sombra que supondremos tiene longitud R también, que es la sombra que oscurece a la Luna. Para ese entonces, Eratóstenes ya había calculado el radio aproximado de la Tierra: 6 300 km, por lo que en los eclipses lunares de mayor duración la Luna recorre 12 600 km de sombra, suponiendo que la sombra proyectada por la Tierra sobre la Luna es cilíndrica.



Si durante un eclipse largo el periodo de sombra de la Luna es de unas 2.5 horas, y si suponemos que la Luna viaja a velocidad constante, entonces obtenemos la siguiente relación:

$$\frac{\text{Circunferencia de órbita lunar}}{\text{Sombra terrestre}} = \frac{\text{Mes lunar}}{\text{Periodo de sombra}}$$

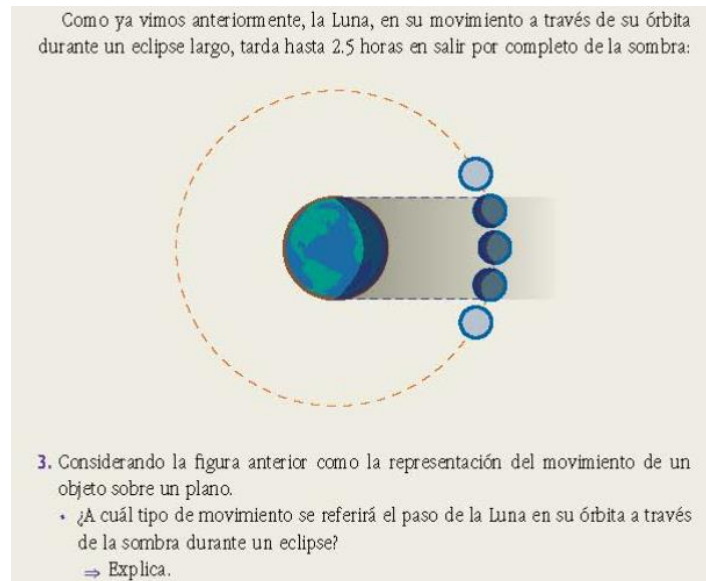
Donde la circunferencia de la órbita lunar esta dada por $2\pi R$, la sombra terrestre por $2r$, y los valores de un mes lunar y periodo de sombra ya han sido dados; con base en esta información:

1. Estima, de forma similar a como lo hiciera Aristarco, el valor de la distancia que separa a la Tierra y la Luna (radio de la órbita lunar) a partir de la relación antes dada.
2. Investiga el valor actual establecido como la distancia entre la Tierra y la Luna.
 - ¿Es una buena aproximación la obtenida anteriormente?
 - ¿A qué se debe?

Fuente: Tomado de Balderas y Palmas (2018, p. 111)

Figura 16

Ejemplo de “Problema histórico”: Tercero de secundaria (parte 2)



Fuente: Tomado de Balderas y Palmas (2018, p. 112)

En este apartado se presenta el problema histórico de Aristarco y el diámetro de la luna. Se evidencia que Aristarco de Samos fue un astrónomo griego que calculó la distancia que existía entre la luna y el planeta tierra, así mismo como el diámetro de la luna.

Adicionalmente se describe el proceso que realizó Aristarco para llevar a cabo estos cálculos. Él se basó en el eclipse lunar por el movimiento que tiene la tierra y obtuvo una relación.

Posterior a la historia, el libro de texto presenta al estudiante una serie de actividades relacionadas con este problema histórico que lo hacen ubicarse en el lugar de este matemático. Es decir, que la historia no sólo aparece para mostrar algún dato curioso sino que funge como un problema histórico que el estudiante debe tratar de responder.

Figura 17

Ejemplo de “Dato curioso”: Tercero de secundaria

¡Qué curioso!

Historias matemáticas

Se cuenta que en 1784, en la ciudad de Brunswick (en Baja Sajonia, Alemania), cierta profesora, de nombre Büttner, dictaba clase de matemáticas a un grupo de niños inquietos. Para mantenerlos ocupados un buen rato, les propuso el problema de sumar los primeros 100 números naturales; es decir: $1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$.

La profesora se disponía a tomar un descanso mientras los chicos intentaban resolver tan ardua tarea; sin embargo, no se había terminado de acomodar en la silla cuando un niño, de sólo 10 años (o 7, según algunos historiadores), levantó la mano y dijo: ¡El resultado es 5 050!

Ese chico, Carl Friedrich Gauss, es hoy considerado *el príncipe de las matemáticas* por sus insuperables aportaciones a este campo de la ciencia.

Resolvió el problema con el análisis mostrado en la figura 21.2:

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + 4 + 5\dots + 98 + 99 + 100 \\ + \\ 100 + 99 + 98 + 97 + 98\dots + 3 + 2 + 1 \\ \hline 101 + 101 + 101 + 101 + 101\dots + 101 + 101 + 101 \end{array}$$

Figura 21.2

Descubrió que la suma del último número con el primero daba como resultado 101. Lo mismo sucedía con el penúltimo y el segundo, el antepenúltimo y el tercero...

Gauss decidió entonces averiguar cuántas veces se repetía el resultado de 101, y concluyó que 100; por ello calculó: $101 * 100 = 10\ 100$. Pero, como la serie se duplicaba, dividió entre 2 y obtuvo 5 050: ¡la suma de los primeros 100 números naturales!

Fuente: Tomado de García, Villegas y López (2020, p. 151)

En esta sección del libro de texto se evidencia un acontecimiento histórico del matemático Gauss cuando era sólo un niño de 10 años. A esta edad Gauss fue capaz de resolver un problema que planteó su profesora de matemáticas el cual consistía en sumar los primeros 100 números naturales; para esto, Gauss realizó un análisis que le permitió llegar a la respuesta rápidamente.

Dada la información que brinda el apartado, fue considerado como un dato curioso, además de que la capsula recibe el nombre de “¡Qué curioso!”.

Esta información puede motivar a los estudiantes a resolver problemas matemáticos y pensar que si Gauss siendo un niño pudo resolver este tipo de problemas, entonces también pueden hacerlo y aún más que en la actualidad hay diferentes medios tecnológicos que no existían cuando el matemático resolvió este problema.

4.2 Análisis general de los libros de texto

Después de realizar el análisis individual para cada uno de los libros de texto en los tres niveles de secundaria, en esta sección se presenta un análisis general en el que se estudia la frecuencia del uso de la historia de los tres grados en conjunto.

Posteriormente, se analizan las categorías de análisis presentes en los tres grados. Y finalmente, se realiza una comparación de todas las editoriales de los libros de secundaria acerca del uso de la historia.

Esto ayudó a determinar el enfoque del uso de la historia en la educación matemática que utilizan los libros de texto de secundaria de la *Conaliteg*.

4.2.1 Frecuencia del uso de la historia en libros de secundaria

A partir de todos los datos recolectados en los libros de texto para cada grado de secundaria, se decidió consolidar la información de los tres grados en la siguiente tabla que recolecta la frecuencia de los libros de texto de acuerdo con la escala tipo Likert:

Tabla 8

Frecuencia del Uso de la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Secundaria

	LIBROS DE TEXTO		
FRECUENCIA	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO
Siempre	1	0	2
Casi Siempre	0	2	5

Algunas Veces	0	2	13
Muy Pocas Veces	7	7	10
Nunca	9	5	1

Fuente: Elaboración propia

Con estos datos podemos identificar que en los libros de texto de primero y tercero de secundaria se presentan pocos casos en la categoría de “siempre”, mientras que para segundo de secundaria no hay ningún libro en esta escala.

También se observa que en los libros de segundo y tercero se presentan un poco más de libros en la escala “casi siempre”, pero para primero de secundaria no se considera ningún libro. De la misma forma ocurre con la escala “algunas veces”.

Además, se identifica que los tres grados se encuentran en la escala de “muy pocas veces”. Al igual que en la escala de “nunca”, con la diferencia que de los 31 libros de texto que tiene tercero de secundaria, en un solo libro no se encontró ningún contenido relacionado con la historia de las matemáticas.

Bajo este tenor, y de acuerdo con la escala tipo Likert, en esta tabla se identifica que independiente del número de libros de texto de cada grado, la frecuencia que tiene más casos es la de “muy pocas veces”. De la misma forma, las frecuencias que tienen menos casos son las de “siempre” y “casi siempre” en los libros de texto de los tres grados.

Esto indica que es común que el contenido histórico presente en los libros de texto de matemáticas en los tres grados aparezca entre 1 y 3 veces en cada libro. Lo que indica que es muy poco el uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto.

4.2.2 Categorías de contenido histórico en libros de secundaria

Si se considera el número de casos en que aparece la historia en los libros de texto de acuerdo con las categorías de análisis, podemos consolidar la información de los tres grados (primero, segundo y tercero) en la siguiente tabla:

Tabla 9

Número de Casos en Cada Categoría en los Libros de Texto de Secundaria

CATEGORÍAS	NÚMERO DE CASOS EN LOS LIBROS DE TEXTO		
	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO
Introducción general al tema	12	13	32
Ilustrar un concepto	2	4	45
Problema histórico	2	2	14
Biografía de un matemático o matemática	9	1	48
Dato curioso	15	30	86

Fuente: Elaboración propia

Teniendo en cuenta estos datos, si sumamos el número de casos en cada categoría para todos los libros de texto de los tres grados, se distingue que para un “dato curioso” se dan 131 casos, para “ilustrar un concepto”, como “introducción general al tema” y la “biografía de un matemático o matemática” existen 51, 57 y 58 respectivamente.

Mientras que para un “problema histórico” sólo hay 18 casos. Esto permite identificar que el número total de casos para todos los libros de texto de los tres niveles educativos es de 315 distribuidos en las diferentes categorías de análisis.

A partir de esta información recolectada, se puede identificar que indistintamente del número de libros de texto por cada grado, la categoría que se presenta más veces es la de “dato curioso”. En efecto, si se revisa un libro de texto de cualquiera de los tres grados es posible que se encuentre con un dato curioso de la historia de las matemáticas.

En esta dirección, la categoría en la que se da un número menor de casos en que se presenta un contenido relacionado con la historia es en un “problema histórico”. Lo cual indica, que al revisar un libro de texto de cualquiera de los tres grados, difícilmente ese libro va a contener un problema histórico para los estudiantes.

Adicionalmente, se identifica que en las otras categorías de análisis (introducción general al tema, ilustrar un concepto, y biografía de un matemático o matemática) hay un número cercano entre los casos que aparecen en los libros de texto de los tres grados, a pesar de que sólo se da un caso de la biografía de un matemático o matemática en un libro de segundo de secundaria.

4.2.3 Uso de la historia por parte de las editoriales

Teniendo en cuenta la importancia de una editorial, en la siguiente tabla se pueden identificar todas las editoriales que hacen uso de la historia de las matemáticas en sus libros de texto para cada grado.

La notación “X” indica las editoriales en las que aparece contenido histórico para los libros de texto de cada grado; la notación “NA” significa que no hay ningún libro de texto de esa editorial para el respectivo grado y por lo tanto no aplica; y, la notación “-” indica que no se encontró ningún contenido relacionado con la historia de las matemáticas en esa editorial.

Tabla 10

Editoriales que Usan la Historia de las Matemáticas en los Libros de Texto de Secundaria

EDITORIALES	LIBROS DE TEXTO		
	PRIMERO	SEGUNDO	TERCERO
Ángeles Editores	NA	NA	X
Correo del Maestro	-	X	X
Ediciones Castillo	X	X	X
Ediciones de Excelencia	NA	NA	X
Ediciones Impresas y Digitales Del Río	-	X	NA

Ediciones SM	-	X	X
Editorial Esfinge	-	X	X
Editorial Nuevo México	NA	NA	X
Editorial Progreso Grupo Edelvives	X	X	NA
Ek Editores	X	NA	NA
EPSA/McGraw-Hill	NA	NA	X
Fernández Editores	NA	X	X
Grupo Editorial Patria	NA	NA	X
Innova Ediciones	X	-	NA
Larousse	-	-	X
Macmillan Publishers	NA	NA	X
Méndez Cortés Editores	NA	NA	X
Norma Ediciones	NA	NA	X
Oxford University Press	NA	NA	X
Patria Educación	-	-	NA
Pearson Educación	X	X	NA
Ríos de Tinta	NA	NA	X
Santillana	X	X	X
Terracota	NA	NA	X
Trillas	X	NA	X

Fuente: Elaboración propia

Para la recolección de datos en esta tabla, se consideró que a pesar de que la editorial Santillana tiene tres libros de texto para primero de secundaria y tres libros de texto para segundo de secundaria, se observó que en cada uno de estos dos grados sólo un libro de texto tenía contenido relacionado con la historia de las matemáticas. Por este único caso para cada grado, se cuenta que la editorial si incluye contenido histórico.

Del mismo modo ocurre con la editorial Terracota, la cual tiene dos libros de texto para tercero de secundaria, pero sólo uno incluye historia de las matemáticas, por lo tanto, fue incluida esta editorial.

De esta manera, en los datos recolectados se logra identificar que las editoriales que siempre presentaron algún contenido relacionado con la historia de las matemáticas en los tres grados fueron la Editorial Castillo y Santillana. Pero al comparar el número de casos en que se presentó este contenido en las dos editoriales, se destaca la Editorial Castillo.

Análogamente, al tener en cuenta las editoriales que estaban presentes en todos los grados, se observó que las editoriales Correo del Maestro, Ediciones SM y Editorial Esfinge, presentaron contenido histórico en los libros de texto sólo para dos grados. También, la editorial Larousse presentó en un sólo grado este tipo de contenido.

Aunque la Editorial Patria tiene libros en primero y segundo de secundaria, en ningún grado se identificó contenido histórico.

En esta dirección, se percibe que las editoriales de libros de texto que se encuentran en un sólo grado tienen contenido relacionado con la historia de las matemáticas. Estas son Ángeles Editores, Ediciones de Excelencia, Nuevo México, Ek Editores, EPSA/McGraw-Hill, Grupo Editorial Patria, Macmillan Publishers, Méndez Cortés Editores, Norma Ediciones, Oxford University Press, Ríos de Tinta, y Terracota.

Las editoriales Progreso Grupo Edelvives, Fernández Editores, Pearson Educación, y Trillas tienen contenido histórico en los libros de texto de dos grados, y en el otro grado no aplica. Así mismo, las editoriales Ediciones Impresas y Digitales del Río, e Innova Ediciones están presentes en dos grados, pero sólo en un grado presenta historia.

Por otra parte, se identifica de forma general que de las 25 editoriales de libros de texto que hay entre los tres grados, sólo la editorial Patria Educación no presenta contenido histórico. Esto, independiente del grado o grados en que aparezcan y de la frecuencia. Es decir que, desde un panorama general casi todas las editoriales presentan historia de las matemáticas en sus libros de texto, indistintamente de que no exista la editorial en algunos grados y/o se dé con muy poca frecuencia.

Este panorama resulta interesante porque nos da a conocer que de alguna manera todas las editoriales de la *Conaliteg* a excepción de una, tratan de presentar algo de contenido relacionado con la historia de las matemáticas.

Evidentemente, si se analiza cada editorial de forma individual por cada grado como se ha hecho hasta el momento, no todas las editoriales tienen libros de texto para los tres grados de secundaria y, en caso de que exista algún libro con cualquier editorial para un grado, esto no es garantía de que incluya contenido histórico.

4.3 Una perspectiva del enfoque de iluminación en los libros de texto de secundaria

En las secciones anteriores se mostraron los análisis de los resultados obtenidos en la frecuencia del uso de la historia en los textos y de las categorías de contenido histórico. Además de que se estudió el uso de la historia por parte de las diferentes editoriales de estos libros.

A partir de esta información recolectada y de acuerdo con los enfoques definidos acerca del uso de la historia en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, los libros de texto de los tres niveles educativos (primero, segundo y tercero) hacen uso de la historia de las matemáticas desde un *enfoque de iluminación* porque en todos los casos este tipo de contenido aparece simplemente como el complemento de un tema.

Es decir, que en estos libros de texto aparece la historia como fragmentos históricos que incluyen nombres, fechas, obras y eventos famosos, tablas de tiempo, biografías y problemas famosos.

Esto indica que los autores de los libros de texto al igual que las editoriales no le prestan importancia a emplear contenido histórico en los libros. Algunas de las suposiciones que se podrían pensar es porque les parezca irrelevante; no es interesante incluirlo; consideran que esta información puede desviar la atención del estudiante; quizás están enfocados en que los estudiantes aprendan un concepto netamente con algoritmos; o simplemente consideran que la historia puede quitarles tiempo para darle prioridad a otros aspectos. Pueden ser muchas las razones por las cuáles sólo se usa la historia en los libros para complementar un tema.

En esta dirección existe un problema, y es que al emplearse la historia en los libros de texto como una información extra y considerando que en todos los libros de texto la categoría que más estuvo

presente fue la de “dato curioso”, entonces la historia aparece en capsulas como breves biografías de matemáticos o simplemente como comentarios históricos.

El problema radica en que estos aspectos tienden a ser omitidos por los estudiantes y por los mismos profesores cuando están trabajando con los libros de texto en un aula de clase.

Además, tampoco ayuda la ubicación del contenido histórico en los libros porque en caso de aparecer se muestra al inicio o al final de un bloque, y si aparece en el desarrollo del libro y/o en las secuencias de actividades es en forma de una cápsula llamativa que suele aparecer a un lado con letra pequeña, que también suele ignorarse.

Por todo esto, no cabe duda de que en los libros de texto de matemáticas de la *Conaliteg* aprobados para el periodo académico 2019-2020 se da un *enfoque de iluminación* y no otro enfoque.

No se observa un enfoque de módulos porque la historia no aparece como unidades de instrucción que estén dedicadas únicamente a esto y a las que se les puedan dedicar varias clases. Es decir, que en los libros no existe un espacio exclusivo en el que se pueda desarrollar la historia de las matemáticas, por esta razón los libros no presentan este enfoque.

Tampoco se analiza un enfoque basado en la historia porque no se observa que los libros aborden la historia de las matemáticas indirectamente en el desarrollo de sus páginas. Esto significa que no hay una relación entre el orden en que se presentan los temas matemáticos en los libros de texto con el orden en que fueron formalizados históricamente.

Capítulo 5

CONCLUSIONES

En este capítulo se presentan las conclusiones de la investigación. Considerando los resultados obtenidos, se discuten conclusiones generales, reflexiones de la investigación, recomendaciones didácticas, y algunas problemáticas a investigar que podrían desprenderse de este estudio.

5.1 Conclusiones generales

De acuerdo con los objetivos propuestos en esta investigación se puede decir que todos fueron logrados. Uno de los objetivos consistía en identificar la frecuencia con la que se presentaba la historia en los libros de texto para determinar el número de veces en que era usada, en este sentido se ha encontrado que la historia en los textos aparece muy pocas veces.

De esta manera, aunque la historia de las matemáticas es una línea de investigación importante que tiene en cuenta el recorrido histórico de la formalización de una noción matemática en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta ciencia, con esta investigación se concluye que la historia presente en los libros de texto de matemáticas en los tres grados aparece al menos una vez en algún libro.

Otro objetivo consistía en identificar las categorías de análisis de contenido histórico en los libros para determinar cuál se empleaba más, así como la menos frecuente. De esta manera, la incorporación de la historia de las matemáticas en los libros de texto de secundaria presentó mucha diversidad en cuanto a la forma de presentación del contenido histórico, pues como se observó en el análisis de todos los libros de texto de secundaria de la *Conaliteg* puede presentarse como un dato curioso, como la biografía de un matemático o matemática, para ilustrar un concepto, como introducción general al tema y/o como un problema histórico. Sin embargo, en el trabajo se identificó que en la mayoría de los casos se presenta como un dato curioso, y la categoría menos frecuente es la de un problema histórico.

Con esto se puede concluir que el uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto de secundaria se presenta de forma muy general, porque en la mayoría de los libros aparece simplemente como un dato curioso del tema que se está abordando.

El último objetivo consistía en identificar la cantidad de editoriales que usaban la historia de las matemáticas en sus libros independiente de la frecuencia y la categoría; por consiguiente, se encontró que de las 25 editoriales que existen entre los tres niveles educativos, todas tienen contenido histórico pero en poca medida. Se identifica que por parte de las editoriales, al menos en una ocasión se pone algo relacionado con la historia de las matemáticas en alguna de las categorías definidas.

Por tanto, se puede concluir que los autores y las editoriales de los libros de texto de secundaria no tienen interés en hacer uso de la historia de las matemáticas para abordar algún tema.

Por otro lado, todo esto permitió que se logrará el objetivo general de la investigación, pues de acuerdo con la frecuencia de aparición de la historia en los libros de texto; con las categorías de clasificación del contenido histórico; y, con el análisis de las editoriales, se puede inferir que la herramienta para la recolección de datos que corresponde a la tabla de categoría de análisis de contenido histórico, permitió identificar que en los libros de texto de secundaria de la *Conaliteg* la historia de las matemáticas aparece desde un enfoque de iluminación.

En consecuencia, este estudio permite concluir que la historia en los libros de texto aparece como el complemento de un tema en forma de fragmentos históricos, que sólo buscan entretener y llamar la atención de los estudiantes sin ninguna finalidad educativa.

Teniendo en cuenta lo anterior, el contenido histórico analizado en los libros de texto no aparece como colecciones históricas, es decir, como libros únicamente dedicados a la historia de las matemáticas. Tampoco se presenta siguiendo la misma secuencia histórica sobre un tema específico de matemáticas, en otras palabras, no se expone en los libros de texto en el mismo orden en que se dieron los hechos históricos hace siglos.

5.2 Reflexiones de la investigación

La historia de las matemáticas en el proceso de enseñanza y aprendizaje ha sido un aspecto que muchos docentes ignoran al momento de impartir una clase debido a diferentes circunstancias, sin considerar que cada acontecimiento histórico de esta ciencia puede brindar una herramienta útil en la medida que se establezca una relación entre el proceso de construcción formal por la que pasó

una noción matemática y el proceso de aprendizaje de los estudiantes acerca de esta; pues se encuentran similitudes en las dificultades y/o obstáculos de cada aspecto.

Este tipo de investigaciones permiten que exista una reflexión didáctica en los docentes de matemáticas al abordar estas cuestiones en sus clases y en los libros de texto que utilizan en el proceso de enseñanza y aprendizaje de un saber matemático.

Sin embargo, se debe mencionar que no sólo basta con que los libros de texto tengan mucho contenido histórico, sino que, además, es importante la categoría en que aparezca e identificar cuál va a ser su rol en el libro. Igualmente, los docentes deben de tener una preparación en los conocimientos de la historia de las matemáticas para poder abordar estos contenidos y obtener mejores resultados al tratar estos temas.

Finalmente, se puede decir que la incorporación de esta línea de investigación, como lo es la Historia de las Matemáticas puede permitir dar un giro y trascender en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta ciencia, haciéndola más amena y apreciada por los demás; especialmente por los estudiantes que se quedan con la idea impartida por el ambiente sociocultural que la describe como una ciencia difícil de entender y sólo apta para unos pocos.

5.3 Recomendaciones didácticas

Con este tipo de investigaciones se pretende cambiar poco a poco la visión complicada que se tiene acerca de las matemáticas, y que la historia empiece a ser vista desde los mismos profesores hasta los estudiantes como una herramienta clave para apropiarse de los objetos matemáticos con mayor rigor.

En este sentido, resulta adecuado considerar las siguientes recomendaciones didácticas:

- Se recomienda que en el diseño de los libros de texto de matemáticas de secundaria se incluyan más aspectos relacionados con la historia de las matemáticas, pero de una manera que se pueda aprovechar. En este caso podría pensarse que los libros pasen de tener un enfoque de iluminación a tener un enfoque de módulos.

- Se recomienda que para el diseño de los libros de texto los autores reciban una enseñanza del uso de la historia de las matemáticas de acuerdo con el nivel educativo al que corresponde el diseño de su libro. Esto, con la finalidad de que puedan incorporar en los textos cada una de las categorías de análisis (dato curioso-biografía de un matemático o matemática-ilustrar un concepto-introducción general al tema-un problema histórico) de forma completa para que los estudiantes y docentes puedan identificar el rol de la historia en las matemáticas y puedan hacer uso de esta en el desarrollo de las actividades.
- Se recomienda que no se considere la historia simplemente como un dato curioso sólo para aquellos que puedan interesarse, sino que exista una profundización.
- En cuanto a la categoría de biografías, es pertinente recomendar que también se destaque el aporte de las mujeres matemáticas en los libros de texto, pues todos los libros presentaron biografías únicamente de matemáticos hombres, omitiendo contar la vida de alguna mujer brillante que marcará el rumbo de la historia de las matemáticas.

5.3.1 En camino hacia un enfoque de módulos

En los resultados de esta investigación se observó, como ya se ha mencionado antes, que los libros de texto de matemáticas de secundaria presentan un enfoque de iluminación. Sin embargo, podría pensarse en forma de recomendación que resultaría adecuado cambiar la perspectiva de los libros de un enfoque de iluminación a un enfoque de módulos.

Considerando que este enfoque tiene en cuenta tres escalas, para que exista este camino hacia un enfoque de módulos se realizan las siguientes sugerencias:

- Los libros de texto deberían de tener espacios que estén dedicados únicamente a la historia de las matemáticas, ya sea al inicio, en la mitad o al final de cada bloque.
- Las páginas de los libros que estén dedicadas a la historia deben de tener vínculos con el plan de estudios y estar adecuadas para dos o tres clases. Además, deben de estar listas para ser utilizadas por los profesores en el aula de clases.

- En los libros de texto se podrían estudiar otras ramas de las matemáticas que normalmente no están vinculados con el plan de estudios, con el fin de que exista variación en las perspectivas históricas y sociales.
- Los programas de matemáticas podrían incluir cursos completos o libros sobre la historia de las matemáticas, los cuales sean tomados directamente de fuentes primarias o secundarias de acuerdo con el nivel de conocimiento en historia que se espera que el estudiante adquiera.

Con todo esto, al comprender las dificultades históricas por las que pasó un objeto matemático para su formalización, el profesor puede comprender las dificultades de los estudiantes al enfrentarse a un nuevo conocimiento; y, se puede pensar en que los profesores se propongan elaborar actividades históricas para el aprendizaje de un objeto matemático, para que pueda llegar a ser el centro de atención de los estudiantes en la medida que se empleen las herramientas que utilizaron algunos matemáticos para la resolución de un problema. Esto podría tener algún impacto en los estudiantes.

De esta manera, se pretende dar un paso para mejorar el proceso cognitivo de los estudiantes e identificar las dificultades y/o fortalezas que presentan en la apropiación de un saber y que se pueden generar a partir del desarrollo histórico. Esto, en pro de una mejora que trascienda el proceso evolutivo de las matemáticas y lo relacione con el desarrollo que emplea un estudiante en la adquisición de una noción.

Finalmente, todo esto nos lleva a concluir que para que exista un buen proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas con ayuda de los libros de texto que presentan contenido histórico a través de las actividades, es fundamental que en el contenido de la historia se evidencie el relato que va a permitir al estudiante conocer y apropiarse de la historia para acercarse a la respuesta correcta según la formulación de la pregunta, pues no tiene sentido esperar que cada estudiante dé respuestas bien fundamentadas si no existe una buena historia. Aunque, se puede pensar en que el docente podría complementar el contenido histórico para que se dé una buena respuesta.

5.4 Problemáticas a investigar

En este trabajo de investigación nos centramos en identificar cómo se da el uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto de secundaria. Sin embargo, existen algunas problemáticas de investigación que podrían desprenderse de este estudio y que merecen realizarse en investigaciones futuras.

Profesores o investigadores en educación matemática que estén interesados en la implementación de la historia de las matemáticas en la enseñanza y aprendizaje de esta, pueden enriquecer este tipo de estudios, pues esta investigación no termina con este trabajo, es tan solo una aproximación de analizar el uso que se le da a la historia de las matemáticas en los libros de texto de nivel secundaria en México.

En este sentido, existen aún varias cuestiones que en este terreno de investigación valdrían la pena ser estudiadas. Algunas de ellas se proponen a continuación:

- Hace falta investigar el uso de la historia de las matemáticas en los libros de texto de primaria y bachillerato, incluso de universidad. Si bien, se ha realizado un estudio de los libros de texto de secundaria, hace falta analizar los libros de otros niveles educativos para obtener una interpretación más global acerca de la implementación de la historia en la educación.
- Habría que investigar qué otras categorías de análisis de contenido histórico podrían presentarse en los libros de texto de diferentes niveles educativos. Puede darse el caso que otros libros implementen la historia desde otra perspectiva que involucre la necesidad de agregar otra categoría a las desarrolladas en este trabajo.
- Considerando la categoría de “biografías”, resulta interesante enfocarse en investigar qué biografías de matemáticos o matemáticas están presentes en los libros de texto de secundaria, con el fin de identificar cuáles son los matemáticos más comunes y a los que se les da prioridad en los libros de texto. En este sentido, también se podría analizar la importancia que tienen los libros de texto en mostrar la biografía de mujeres matemáticas.

- Conviene estructurar y realizar entrevistas a profesores de matemáticas de los diferentes niveles educativos, acerca de la importancia o no, que le dan a la implementación de la historia de las matemáticas en las aulas de clase y en sus planeaciones.
- Conviene diseñar una secuencia didáctica de algún tema en particular que involucre el uso de la historia de las matemáticas en el desarrollo de las actividades. Luego, será necesario implementar esta secuencia a estudiantes del nivel educativo al cual vaya dirigido.
- Considerando la categoría de “problemas históricos”, es necesario pensar en algunos problemas que marcaron el rumbo de la historia de las matemáticas e implementarlos con los estudiantes para analizar sus propuestas de solución. Estos problemas deben coincidir con el nivel educativo de los estudiantes, debido a la formalidad que pueda requerir.

Todas estas cuestiones que se acaban de describir señalan la pauta de futuras investigaciones en la educación matemática que involucra aspectos relacionados con la historia.

Con relación a la última cuestión, cabe mencionar que durante el desarrollo de esta investigación fue seleccionado el problema de la corona de oro de Arquímedes de uno de los libros de texto, y posteriormente se aplicó a algunos estudiantes de México y Colombia a través de entrevistas clínicas. Se realizó un estudio de caso⁶ acerca de las soluciones proporcionadas por los estudiantes, y se concluyó que presentar un ejercicio de índole histórico propuesto en los libros de texto depende de la estructura de la actividad y, de la coherencia entre las preguntas y la historia que expone el libro.

Para concluir se realiza una invitación especial a los investigadores de los países latinoamericanos a realizar este tipo de investigaciones, porque prácticamente son nulos los trabajos que hay acerca del uso de la historia en los libros de texto de matemáticas en estos países.

⁶ Sobre esta investigación se escribió el artículo titulado “El problema de la corona de oro de Arquímedes: Un estudio de caso de las soluciones estudiantiles en México y Colombia”, publicado en la Revista Sigma, 17 (2). <https://revistas.udenar.edu.co/index.php/rsigma/issue/archive>

BIBLIOGRAFÍA

- Anacona, M. (2003). La Historia de las Matemáticas en la Educación Matemática. *Revista EMA*, 8 (1), 30–46.
- Baki, A., & Bütüner, S. (2013). 6-7 ve 8. Sınıf Matematik Ders Kitaplarında Matematik Tarihinin Kullanım Şekilleri. *Elementary Education Online*, 12(3), 849–872.
- Balderas R. & Palmas S. (2018). *Matemáticas 3*. Estado de México, México: Correo del Maestro.
- Baltazar C., Flores E., & Ojeda L. (2019). *Matemáticas 3, Explora*. Ciudad de México, México: Ediciones Castillo.
- Basurto E. & Mancera E. (2019). *Interacciones. Matemáticas 2*. Ciudad de México, México: Pearson Educación.
- Bosch C. & Meda A. (2019). *Matemáticas 2. Infinita Secundaria*. Ciudad de México, México: Ediciones Castillo.
- Bosch C., Meda A., & Gómez C. (2018). *Matemáticas 1. Infinita Secundaria*. Ciudad de México, México: Ediciones Castillo.
- Campanario, J., & Otero, J. (2000). La comprensión de los libros de texto. In *Didáctica de las Ciencias Experimentales* (Vol. 18, pp. 323–338).
- Canché E., Domínguez E., & Peña, M. (2018). *Matemáticas 1. Travesías*. Ciudad de México, México: Ediciones Castillo.
- Castaneda, A., & Sánchez, M. (2020). A Foucauldian Analysis of Representations of Mathematicians in Lower Secondary Mexican Mathematics Textbooks. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(4), 753–770. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09986-z>
- Castaneda, Apolo, Aguilar, M. S., Gómez-Blancarte, A. L., Romo-Vázquez, A., Lezama-Andalón, J., & Miranda-Viramontes, I. (2019). Representations of mathematicians in lower secondary mathematics textbooks. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(7). <https://doi.org/10.29333/ejmste/106056>

- Castaneda A. & Gonzáles R. (2019). *Matemáticas 2. Secundaria. Soy Protagonista*. Ciudad de México, México: Ediciones SM.
- Cetina D. & Jiménez E. (2018). *Matemáticas 1. Secundaria. Serie Aprender a ser*. Ciudad de México, México: Ek Editores.
- Ceylan, S. (2021). Investigation of the elements of the history of mathematics in secondary school mathematics coursebooks. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 12(1), 320–348. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.701479>
- Chang, H. (2015). Analysis on Using the History of Mathematics in Chinese Mathematics Textbooks. (중국 수학 교과서의 수학사 활용 분석). *Journal for History of Mathematics*, 28(1), 15–29. <https://doi.org/10.14477/jhm.2015.28.1.015>
- Chaves, E., & Salazar, J. (2003). La historia de la matemática como recurso metodológico en los procesos de enseñanza aprendizaje: Una experiencia a nivel de secundaria. *Uniciencia*, 20(2), 1–15.
- Contreras L., & Martínez P. (2019). *Matemáticas 2. Espiral del Saber*. Ciudad de México, México: Santillana.
- Cortazzo, I., & Schettini, P. (2015). Tipos de Análisis de Datos Cualitativos. In *Análisis de datos cualitativos en la investigación social: : procedimientos y herramientas para la interpretación de información cualitativa* (Primera, p. 120). Editorial de la Universidad de La Plata. <https://doi.org/10.35537/10915/49017>
- D'Amore, B. (2011). Transposición Didáctica. In *Didáctica de la Matemática* (Segunda Ed, pp. 234–242). Cooperativa Editorial Magisterio.
- Ekawati, R., Fiangga, S., & Siswono, T. Y. E. (2018). Historical aspect of mathematics on Indonesian mathematics textbook. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 434(1), 1–6. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/434/1/012001>
- ERDOĞAN, A., EŞMEN, E., & FINDIK, S. (2015). Ortaokul Matematik Ders Kitaplarında Matematik Tarihinin Yeri: Ekolojik Bir Analiz. *Journal of Educational Sciences*, 42(42), 239–259. <https://doi.org/10.15285/ebd.67242>

- Ernest, P. (1998). The history of mathematics in the classroom. *Mathematics in School*, 4(27), 25–31.
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM - International Journal on Mathematics Education*, 45(5), 765–777. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0530-6>
- Fauvel, J. (1991). Using history in mathematics education. In *For the learning of mathematics* (Vol. 11, Issue 2, pp. 3–6). <http://www.jstor.org/stable/40248010>
- Fernández, F. (2002). El análisis de contenido como ayuda metodológica para la investigación. *Revista de Ciencias Sociales (San José)*, II(96), 35–53.
- Fraenkel, J., & Wallen, N. (2009). Content Analysis. *International Encyclopedia of Human Geography*, 275–280. <https://doi.org/10.1016/B978-008044910-4.00415-6>
- Freudenthal, H. (1981). Should a mathematics teacher know something about the history of mathematics? *For the Learning of Mathematics*, 2(1972), 30–33.
- García V., Hernández J. & Villaseñor R. (2019). *Matemáticas 2. Serie ser mejor*. Estado de México, México: Esfinge.
- García E., Villegas C., & López E. (2020). *Matemáticas 3*. Ciudad de México, México: Norma Ediciones.
- González, M., & Sierra, M. (2004). Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 22(3), 389-408–408.
- González, P. (2004). La historia de las matemáticas como recurso didáctico e instrumento para enriquecer culturalmente su enseñanza. *Suma*, 45, 17–28.
- Icaza A. (2016). *Matemáticas 3. Santillana Todos Juntos*. Ciudad de México, México: Santillana.
- Jankvist, U. (2007). Den matematikhistoriske dimension i undervisning – gymnasialt set. *MONA-Matematik-Og*, 3(3), 70–90.
- Jankvist, U. (2009). A categorization of the “whys” and “hows” of using history in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 71(3), 235–261.

<https://doi.org/10.1007/s10649-008-9174-9>

Jiménez L., Hernández J., & Solano H. (2017). *Matemáticas 3. Estrategias de Pensamiento*. Ciudad de México, México: Grupo Editorial Patria.

Ju, M.-K., Moon, J.-E., & Song, R.-J. (2016). History of Mathematics in Korean Mathematics Textbooks: Implication for Using Ethnomathematics in Culturally Diverse School. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 14(7), 1321–1338. <https://doi.org/10.1007/s10763-015-9647-0>

López, R. (2005). La bañera de Arquímedes y otras historias del descubrimiento científico: el arte del pensamiento creativo. In *Anales de la Universidad de Chile* (Paidós, Issue 17, pp. 296–299). Perkins, David. <https://doi.org/10.5354/0365-7779.2005.898>

Madrid, M., Maz-Machado, A., León-Mantero, C., & López-Esteban, C. (2018). La historia de las matemáticas en libros de texto de matemáticas de los primeros cursos de la ESO. *Funes*, 3(1997), 310–319. <http://funes.uniandes.edu.co/13865/1/Madrid2018La.pdf>

Martínez P., & Carrasco, G. (2018). *Matemáticas I*. Ciudad de México, México: Santillana.

Maz, A. (2009). Investigación histórica de conceptos en los libros de matemáticas. *Investigación En Educación Matemática XIII*, 2009, 5–20. <http://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=3628622>

Maza, C. (1994). Historia de las Matemáticas y su enseñanza: Un análisis. *Suma*, 17, 17–26.

Mersin, N., & Durmuş, S. (2018). Matematik Tarihinin Ortaokul Matematik Ders Kitaplarındaki Yeri. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 18(2), 997–1019. <https://doi.org/10.17240/aibuefd.2018.-400746>

Papadopoulos, C., & Xenofontos, C. (2015). Opportunities of learning through the history of mathematics : the example of national textbooks in Cyprus and Greece. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1–18.

Pérez, G. (1993). Contribución de la historia y de la filosofía de las ciencias al desarrollo de un modelo de enseñanza/aprendizaje como investigación. *Enseñanza de Las Ciencias: Revista de Investigación y Experiencias Didácticas*, 11(2), 197–212.

- Pineda, D., & Ñañez, Y. (2020). Desarrollo histórico-epistemológico de los números irracionales. *Revista Sigma*, 1(16), 33–49.
- Ramos, C. A. (2015). Los paradigmas de la investigación científica. *Avances En Psicología*, 23(1), 9–17. <https://doi.org/10.33539/avpsicol.2015.v23n1.167>
- Ricoy, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación. *Educação. Revista Do Centro de Educação*, 31(1), 11–22.
- Schorcht, S. (2018). *Mathematics, education and history* (pp. 143–162). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-73924-3_8
- Sierra, M. (2000). El papel de la historia de las matemáticas en la enseñanza. In *Números* (Issue 43, pp. 93–96).
- Slisko, J. (2008). La historia de la física en la enseñanza. *El Cronopio*, 10, 16–21.
- Smestad, B. (2000). History of mathematics in Norwegian textbooks. *History and Culture in Mathematics Education (ICME 9)*, 1–4.
- Thomaidis, Y., & Tzanakis, C. (2007). The notion of historical “parallelism” revisited: Historical evolution and students’ conception of the order relation on the number line. *Educational Studies in Mathematics*, 66(2), 165–183. <https://doi.org/10.1007/s10649-006-9077-6>
- Thomaidis, Y., & Tzanalís, C. (2000). Integrating the Close Historical Development of Mathematics and Physics in Mathematics Education: Some Methodological and Epistemological Remarks. *For the Learning of Mathematics*, 20(1), 44–55.
- Vargas, M., Fernández, J., & Ruiz, J. (2020). La derivada en los libros de texto de 1º de Bachillerato: Un análisis a las tareas propuestas. *Avances de Investigación En Educación Matemática*, 18, 87–102. <https://doi.org/10.35763/aiem.v0i18.288>
- Yildiz, C., Hacısalıhoğlu, M., & Göl, R. (2015). The usage of the Biographies of Mathematicians in Elementary and Secondary Mathematics Textbooks. *European Conference on Social and Behavioral Sciences*, 1–14. <https://doi.org/10.3726/978-3-653-05968-7/26>

ANEXOS

Anexo 1: Análisis de contenido de los libros de texto de primero de secundaria

LIBRO DE TEXTO		Interacciones. Matemáticas 1		
GRADO		1°		
EDITORIAL		Pearson Educación		
AUTOR(ES)		Eduardo Mancera Martinez - Eduardo Basurto Hidalgo		
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (1)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X	
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO		Matemáticas 1		
GRADO		1°		
EDITORIAL		Innova Ediciones		
AUTOR(ES)				
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (2)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto			X	
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso			X	

LIBRO DE TEXTO		Matemáticas 1. Infinita Secundaria.		
GRADO		1°		
EDITORIAL		Ediciones Castillo		
AUTOR(ES)		Carlos Bosch Giral-Ana Meda Guardiola-Claudia Guadalupe Gomez		
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
X (26)				
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X (4)	

Ilustrar un concepto	
Problema histórico	X (2)
Biografía de un matemático o matemática	X (9)
Dato curioso	X (11)

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1. Travesías.			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Ediciones Castillo			
AUTOR(ES)	Erika Canché Góngora - Emilio Dominguez Bravo -María José Peña			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (1)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Santillana			
AUTOR(ES)	Pilar Martínez Tellez – Guadalupe Carrasco Licea			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (3)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Trillas			
AUTOR(ES)	Fortino Escareño – Olga Leticia López			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (1)	

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO	
Introducción general al tema	X
Ilustrar un concepto	
Problema histórico	
Biografía de un matemático o matemática	
Dato curioso	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1. Secundaria. Conecta Más.
GRADO	1°
EDITORIAL	Ediciones Sm
AUTOR(ES)	David Block Sevilla – Silvia García Peña – Balbuena Corro Hugo

CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1. Secundaria. Soy Protagonista.
GRADO	1°
EDITORIAL	Ediciones Sm
AUTOR(ES)	Apolo Castañeda Alonso – Rosa Isela Gonzalez Polo

CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1. Secundaria. Serie Aprender a ser.
GRADO	1°
EDITORIAL	Ek Editores
AUTOR(ES)	Doris Guadalupe del Carmen Cetina Vadillo – Elisa Verónica Jiménez Gutiérrez

CONTENIDO HISTÓRICO				
----------------------------	--	--	--	--

Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (3)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso		X (3)		
LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1. Aprendizajes Clave para la Educación Integral.			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Santillana			
AUTOR(ES)	María Trigueros Gaisman – Maria Dolores Lozano Suárez – Mónica Inés Schulmaister – Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres – Emanuel Jinich Charney – Mercedes Cortés Lascurain.			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1. Espacios Creativos.			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Santillana			
AUTOR(ES)	Marco Aurelio Riva Palacio y Santana			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1. Selva Matemáticas.			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Esfinge			
AUTOR(ES)	Rubén Octavio López Haro			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Ediciones Impresas y Digitales Del Río			
AUTOR(ES)	Jorge Aurelio Díaz Mori			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas, Primer grado de Secundaria			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Progreso Grupo Edelvives			
AUTOR(ES)	Vanesa Jiménez García			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (3)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X (3)	
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1.			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Correo del Maestro			
AUTOR(ES)	Anne Alberro Semerena – Rubén García Madero			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1. Primer grado. Secundaria.			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Patria Educación			
AUTOR(ES)	Ernesto Alonso Sánchez Sánchez – Verónica Hoyos Aguilar – Mariana Luisa Sáiz Roldán			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 1. Primer grado. Secundaria.			
GRADO	1°			
EDITORIAL	Larousse			
AUTOR(ES)	Jesús Manuel Hernández Soto – Leopoldo Jiménez Malagón			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

Anexo 2: Análisis de contenido de los libros de texto de segundo de secundaria

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. Travesías.			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Ediciones Castillo			
AUTOR(ES)	Anne Marie Pierre Alberro Semerena			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (2)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X	
Ilustrar un concepto			X	
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. Infinita Secundaria			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Ediciones Castillo			
AUTOR(ES)	Carlos Bosch Gira – Ana Meda Guardiola			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
	X (12)			
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X (3)	
Ilustrar un concepto				
Problema histórico			X (1)	
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso			X (8)	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. Espacios Creativos.			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Santillana			
AUTOR(ES)	Marco Aurelio Riva Palacio y Santana			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				

Dato curioso	
--------------	--

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. Fortaleza Académica			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Santillana			
AUTOR(ES)	María Trigueros Gaisma – Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres – María Dolores Lozano Suárez – Mercedes Cortés Lascurain – Emanuel Jinich Charney – Mónica Inés Schulmaister.			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. Espiral del Saber.			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Santillana			
AUTOR(ES)	Pilar Martínez Téllez – Leticia Contreras Sandoval			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (3)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema		X (3)		
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. Secundaria. Conecta Más.			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Ediciones SM			
AUTOR(ES)	David Block Sevilla – Silvia García Peña – Hugo Balbuena Corro			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (1)	

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO	
Introducción general al tema	
Ilustrar un concepto	
Problema histórico	
Biografía de un matemático o matemática	
Dato curioso	X

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. Secundaria. Soy Protagonista.			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Ediciones SM			
AUTOR(ES)	Rosa Isela Gonzáles Polo – Apolo Castañeda Alonso			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
	X (10)			
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema	X (1)			
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso	X (9)			

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2.			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Correo del Maestro			
AUTOR(ES)	Rubén García Madero – María Antonieta Molina Garza Galindo			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (6)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto	X (2)			
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso	X (4)			

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas, Segundo Grado			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Editorial Progreso Grupo Edelvives			
AUTOR(ES)	Davy Alejandro Pérez Chan			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca

			X (3)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X (3)	
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. Serie ser mejor			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Editorial Esfinge			
AUTOR(ES)	Roberto Villaseñor Spreitzer – Víctor Manuel García Montes – José Luis Hernández Palomino			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (8)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico			X (1)	
Biografía de un matemático o matemática			X (1)	
Dato curioso			X (6)	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. Serie INNOVAT			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Innova Ediciones			
AUTOR(ES)	Hilda Elizabeth García Martínez			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2. A través de las matemáticas.			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Fernández Editores			
AUTOR(ES)	P C Manrique			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (1)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso			X	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Patria Educación			
AUTOR(ES)	Ernesto Alonso Sánchez Sánchez – Verónica Hoyos Aguilar – Mariana Luisa Sáiz Roldán			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Ediciones Larousse			
AUTOR(ES)	Juan Carlos Xique Anaya			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 2			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Ediciones Impresas y Digitales del Río			
AUTOR(ES)	Eduardo García Vargas – Margarita Sánchez Nava			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (1)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X	
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Interacciones. Matemáticas 2			
GRADO	2°			
EDITORIAL	Pearson Educación			
AUTOR(ES)	Eduardo Mancera Martínez – Eduardo Basurto Hidalgo			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (3)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X	
Ilustrar un concepto			X	
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso			X	

Anexo 3: Análisis de contenido de los libros de texto de tercero de secundaria

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Habilidades y Competencias 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Ángeles Editores			
AUTOR(ES)	Javier Ángeles Ángeles – Ramón Guerrero Leyva – Elías Loyola Campos			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (3)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X (1)	
Ilustrar un concepto			X (2)	
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Trabajo en proceso 3. Matemáticas			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Oxford University Press			
AUTOR(ES)	Rubén Arteaga García – Andrea Sánchez Marmolejo			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (9)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X (1)	
Ilustrar un concepto				
Problema histórico			X (1)	
Biografía de un matemático o matemática			X (3)	
Dato curioso			X (4)	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3, Serie Explora			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Ediciones Castillo			
AUTOR(ES)	Carlos Baltazar Vicencio - Eric Ruiz Flores González – Luis Fernando Ojeda Ánimas			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (2)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X	
Ilustrar un concepto			X	

Problema histórico	
Biografía de un matemático o matemática	
Dato curioso	

LIBRO DE TEXTO	Conecta Estrategias. Matemáticas 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Ediciones SM			
AUTOR(ES)	Silvia García Peña – Tatiana Mendoza von der Borch – José Cruz García Zagal – David Block Sevilla			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (3)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
			X (1)	
Dato curioso				
			X (2)	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	EPSA/McGraw-Hill			
AUTOR(ES)	Rosa María Farfán Márquez – Ricardo Arnoldo Cantoral Uriza – María Guadalupe Cabañas Sánchez – Marcela Ferrari Escolá – Francisco Javier Lezama Andalón			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (9)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
			X (1)	
Dato curioso				
			X (7)	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Santillana Todos Juntos			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Santillana			
AUTOR(ES)	Alejandro de Icaza Peña			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (5)		

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO	
Introducción general al tema	X (5)
Ilustrar un concepto	
Problema histórico	
Biografía de un matemático o matemática	
Dato curioso	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Trillas			
AUTOR(ES)	Fortino Escareño – Olga Leticia López			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (4)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto	X (1)			
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso	X (3)			

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Serie Aqua			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Editorial Esfinge			
AUTOR(ES)	Eugenio Filloy Yagüe – Olimpia Figueras Mourut de Montpellier – Ana María Ojeda Salazar – María Teresa Rojano Ceballos – Gonzalo Zubieta Badillo			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (2)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto	X (2)			
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Convive con las Matemáticas 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Méndez Cortés Editores			
AUTOR(ES)	Flores Samaniego – Ángel Homero – Adriana Gómez Reyes – Alex Emmanuel Hernández Torres – José María Sánchez García			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
	X (13)			
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto		X (3)		
Problema histórico		X (2)		
Biografía de un matemático o matemática		X (6)		
Dato curioso		X (2)		

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Serie Terra			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Editorial Esfinge			
AUTOR(ES)	Víctor García Montes – Roberto Viseñor Spreitzer – María Delia Montes Heredia			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
	X (13)			
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto		X (1)		
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática		X (5)		
Dato curioso		X (7)		

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3.			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Norma Ediciones			
AUTOR(ES)	Elena Emilia García Solana – Citli Salvador Villegas Durán – Erica López Espíndola			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
X (16)				
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema		X (5)		
Ilustrar un concepto		X (4)		
Problema histórico		X (1)		

Biografía de un matemático o matemática	X (1)
Dato curioso	X (5)

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Estrategias del Pensamiento				
GRADO	3°				
EDITORIAL	Grupo Editorial Patria				
AUTOR(ES)	Jesús Manuel Hernández Soto – Homero Solano Gómez – Leopoldo Jiménez Malagón				
CONTENIDO HISTÓRICO					
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca	
		X (7)			
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO					
Introducción general al tema					
Ilustrar un concepto					X (2)
Problema histórico					
Biografía de un matemático o matemática					X (3)
Dato curioso					X (2)

LIBRO DE TEXTO	Fortalezco mis competencias. Matemáticas 3.				
GRADO	3°				
EDITORIAL	Ediciones SM				
AUTOR(ES)	David Mata Ríos – Claudio Francisco Nebbia Rubio				
CONTENIDO HISTÓRICO					
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca	
	X (14)				
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO					
Introducción general al tema					
Ilustrar un concepto					X (1)
Problema histórico					X (1)
Biografía de un matemático o matemática					X (1)
Dato curioso					X (11)

LIBRO DE TEXTO	Retos Matemáticos 3				
GRADO	3°				
EDITORIAL	Ediciones SM				
AUTOR(ES)	Jesús Adrián Moreno Barrera				
CONTENIDO HISTÓRICO					
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca	
			X (3)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO					
Introducción general al tema					
Ilustrar un concepto					X (2)

Problema histórico	
Biografía de un matemático o matemática	X (1)
Dato curioso	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Editorial Terracota			
AUTOR(ES)	Nelson Eduardo Núñez Aguilar – Daisy García García – Rodrigo Castillo González – Ana Irene Tovar Ehiers			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
				X
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Contexto Matemático 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Norma Ediciones			
AUTOR(ES)	Alejandro Olea Díaz – Eduardo Basurto Sánchez – Marco Antonio Rivera Paredes			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
	X (15)			
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Correo del Maestro			
AUTOR(ES)	Santiago Alonso Palmas Pérez – Rocio Guadalupe Balderas Robledo			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (9)		

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO	
Introducción general al tema	X (4)
Ilustrar un concepto	
Problema histórico	X (2)
Biografía de un matemático o matemática	X (2)
Dato curioso	X (1)

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Desafíos Matemáticos
GRADO	3°
EDITORIAL	Fernández Editores
AUTOR(ES)	Mariana Ramírez Cantú – Ramón Castillo Carrillo – David Vergara Rivera – María Eugenia Flores Olvera – Julieta Guadalupe Azpeitia Valadez

CONTENIDO HISTÓRICO

Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (5)		

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO

Introducción general al tema	X (1)
Ilustrar un concepto	
Problema histórico	X (1)
Biografía de un matemático o matemática	X (2)
Dato curioso	X (1)

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3
GRADO	3°
EDITORIAL	Editorial Terracota
AUTOR(ES)	Lidia Reyes García

CONTENIDO HISTÓRICO

Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (3)	

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO

Introducción general al tema	X (1)
Ilustrar un concepto	
Problema histórico	
Biografía de un matemático o matemática	
Dato curioso	X (2)

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3, Serie Fundamental			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Ediciones Castillo			
AUTOR(ES)	Silvia Patricia Romero Hidalgo – Silvia Piña Romero – Sharon Magali Valverde Esparza – María del Pilar Piñones Contreras			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (2)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto			X (1)	
Problema histórico			X (1)	
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3, Serie Enlaces			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Ediciones Castillo			
AUTOR(ES)	Olga Saiz Maregatti – Viktor Ignatius Blumenthal Gottlieb			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (5)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática			X (5)	
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Grupo Editorial Patria			
AUTOR(ES)	Ernesto Alonso Sánchez Sánchez – Verónica Hoyos Aguilar – Mariana Luisa Sáiz Roldán			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (3)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto			X (3)	
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				

Dato curioso	
--------------	--

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Santillana Horizontes.			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Editorial Santillana			
AUTOR(ES)	Maria Trigueros Gaisman – Mercedes Cortés Lascurain – Emanuel Jinich Charney – Mónica Inés Schulmaister – María Dolores Lozano Suárez – Ivonne Twiggy sandoval Cáceres			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (7)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto		X (1)		
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática		X (2)		
Dato curioso		X (4)		

LIBRO DE TEXTO	Jaque Mate 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Larousse			
AUTOR(ES)	Juan Carlos Xique Anaya – Ana Laura Barriendos Rodríguez – José Lorenzo Sánchez Alavez			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (2)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema		X (1)		
Ilustrar un concepto				
Problema histórico		X (1)		
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Construyo y aprendo Matemáticas			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Ediciones de Excelencia			
AUTOR(ES)	Máximo Pérez Rivas – Sergio A. Pérez Ruiz			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
	X (10)			

CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO	
Introducción general al tema	X (1)
Ilustrar un concepto	X (3)
Problema histórico	
Biografía de un matemático o matemática	X (1)
Dato curioso	X (5)

LIBRO DE TEXTO	Comunidad Matemáticas 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Ediciones SM			
AUTOR(ES)	Apolo Castrejón Villar – Alicia Vicuña Guante – Martha Lilia Reyes Salgado – Ortos Soyus Castrejón Torres			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (5)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema	X (2)			
Ilustrar un concepto				
Problema histórico	X (2)			
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso	X (1)			

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Serie Ignis			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Editorial Esfinge			
AUTOR(ES)	Lilia Raull Ariza – Juan Antonio González Macías – Julio Arnoldo Prado Saavedra			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (9)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto	X (2)			
Problema histórico	X (1)			
Biografía de un matemático o matemática	X (2)			
Dato curioso	X (4)			

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Construcción del Pensamiento			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Fernández Editores			
AUTOR(ES)	Fidel Sánchez Sandoval			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
			X (2)	
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X (1)	
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso			X (1)	

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Serie Aprendamos			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Macmillan Publishers			
AUTOR(ES)	Oscar Viguera Herrera – Elhoim Llorente I Sumano y Ramírez – René Bañuelos Bañuelos – René Jara Rodríguez			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (9)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X (4)	
Ilustrar un concepto			X (5)	
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática				
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Editorial Nuevo México			
AUTOR(ES)	Emilio Covián Rué			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
		X (5)		
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema				
Ilustrar un concepto				
Problema histórico				
Biografía de un matemático o matemática			X (5)	
Dato curioso				

LIBRO DE TEXTO	Matemáticas 3. Secundaria			
GRADO	3°			
EDITORIAL	Ríos de Tinta			
AUTOR(ES)	Carlos Armando Cuevas Vallejo – Óscar González Ortiz – Carolina Rubí Real Ortega – Arturo Rodríguez Espinosa			
CONTENIDO HISTÓRICO				
Siempre	Casi Siempre	Algunas veces	Muy pocas Veces	Nunca
X (31)				
CATEGORÍAS DE ANÁLISIS HISTÓRICO				
Introducción general al tema			X (3)	
Ilustrar un concepto			X (9)	
Problema histórico			X (1)	
Biografía de un matemático o matemática			X (5)	
Dato curioso			X (13)	