



# **BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

## **UN ESTUDIO DEL DESEMPEÑO Y PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES AL RESOLVER TAREAS AUTÉNTICAS Y NO AUTÉNTICAS**

**TESIS**  
PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
**MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

PRESENTA  
**LIC. DAVID NEXTICAPAN CORTES**

DIRECTOR DE TESIS  
**DRA. ESTELA DE LOURDES JUÁREZ RUIZ**

CO-DIRECTOR DE TESIS  
**DR. JOSÉ ANTONIO JUÁREZ LÓPEZ**

PUEBLA, PUE.

FEBRERO, 2022



**DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE**  
**SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y**  
**ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP**  
**P R E S E N T E:**

Por este medio le informo que el C:

**LIC. DAVID NEXTICAPAN CORTES**

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 03 de diciembre de 2021, con la tesis titulada:

**"UN ESTUDIO DEL DESEMPEÑO Y PERCEPCIÓN DE LOS ESTUDIANTES AL RESOLVER TAREAS AUTÉNTICAS Y NO AUTÉNTICAS"**

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

**A T E N T A M E N T E.**  
H. Puebla de Z. a 22 de febrero de 2022



**DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR**  
**COORDINADORA DE LA MAESTRÍA**  
**EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.**

DRA. LAHV/egm\*

Facultad  
de Ciencias  
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 Sur, edif. FMI  
Ciudad Universitaria, Col. San  
Mamé, Puebla, Pue. C.P. 72570  
01 (222) 229 53 00 Ext. 7530 y 7532

Esta Investigación se realizó gracias al financiamiento del  
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT),  
De Enero de 2020 a Diciembre de 2021  
N° de CVU: 1028326

## **AGRADECIMIENTOS**

A mi directora de tesis Dra. Estela de Lourdes Juárez Ruiz que siempre me motivó a salir adelante a pesar de las adversidades, que dedicó su valioso tiempo para retroalimentar este trabajo de investigación, por las horas que pasamos juntos realizando investigaciones que posteriormente serían publicadas en revistas de gran prestigio y con la oportunidad de presentarlas en congresos y por la bonita relación y comunicación que siempre existió.

A mis profesores de la Maestría en Educación Matemática Dra. Lida Aurora Hernandez Rebollar, Dra. María Araceli Juárez Ramírez, Dra. Olga Leticia Fuchs Gómez, Dr. José Antonio Juárez López y Dr. José Gabriel Sánchez Ruiz por sus conocimientos, su tiempo, su dedicación y motivarme a seguir adelante a través de su retroalimentación constructiva para mejorar día a día.

A mi jurado de tesis por el tiempo invertido en este trabajo de investigación ya que sus observaciones, sugerencias y comentarios permitieron la mejora de este trabajo.

A mi mamá que desde el cielo siempre me echó porras para poder terminar mis estudios, a mi padre que me motivó a estudiar esta maestría y a mi hermana por la paciencia que tuvo conmigo.

|   |    |
|---|----|
| ÍNDICE  |    |
| INTROUCCIÓN.....  | 1  |
| CAPÍTULO 1 .....  | 3  |
| PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN .....   | 3  |
| 1.1. Planteamiento del problema .....   | 3  |
| 1.2. Preguntas de investigación .....   | 6  |
| 1.2.1. Pregunta general.....  | 6  |
| 1.2.2. Preguntas específicas.....   | 6  |
| 1.3. Objetivos de investigación.....  | 7  |
| 1.3.1. Objetivo general .....   | 7  |
| 1.3.2. Objetivos específicos.....   | 7  |
| 1.4. Justificación .....  | 7  |
| CAPÍTULO 2 .....  | 9  |
| MARCO TEÓRICO.....  | 9  |
| 2.1. Diferencias entre problema, ejercicio y tarea. ....  | 9  |
| 2.2. Resolución de problemas.....   | 12 |
| 2.3. El contexto de un problema .....   | 16 |
| 2.4. La autenticidad de las tareas .....  | 17 |
| CAPÍTULO 3 .....  | 23 |
| MÉTODO.....   | 23 |
| 3.1. Método.....  | 23 |
| 3.2. Instrumento de recolección de datos .....  | 23 |
| 3.3. Análisis de los datos .....  | 36 |
| CAPÍTULO 4 .....  | 38 |
| RESULTADOS .....  | 38 |
| 4.1. Resultados de un estudio exploratorio.....   | 38 |
| 4.2. Diferencia entre los promedios de las tareas no auténticas y más auténticas. ....  | 43 |
| 4.3. Análisis cualitativo de las diferencias en los procesos de resolución de las tareas no auténticas y sus versiones auténticas. .... | 51 |
| 4.3.1. Análisis de resultados en la Tarea 1 en su versión no auténtica y su versión auténtica   | 52 |
| 4.3.2. Análisis de resultados en la Tarea 2 en su versión no auténtica y su versión auténtica   | 56 |
| 4.3.3. Análisis de resultados en la Tarea 3 en su versión no auténtica y su versión auténtica   | 63 |
| 4.3.4. Análisis de resultados en la Tarea 4 en su versión no auténtica y su versión auténtica   | 73 |
| CONCLUSIONES .....  | 85 |
| REFERENCIAS .....   | 87 |
| ANEXOS.....   | 90 |

## TABLAS

|  |    |
|--|----|
| Tabla 1. Distribución porcentual de las tareas en cada aspecto de autenticidad .....                                     | 5  |
| Tabla 2. Aspectos de las situaciones de la vida real considerados importantes en su simulación (Palm, 2006) .....        | 18 |
| Tabla 3. Descripción de las categorías de valoración para las tareas.....  | 24 |
| Tabla 4. Valores del estadístico V de Aiken en la primera valoración de autenticidad .....                               | 26 |
| Tabla 5. Valores del estadístico V de Aiken en la segunda valoración de expertos .....                                   | 35 |
| Tabla 6. Cuestionario sobre los aspectos de autenticidad .....   | 35 |
| Tabla 7. Rúbrica analítica para evaluar cada tarea.....  | 36 |
| Tabla 8. Guía de preguntas para la entrevista clínica.....   | 39 |
| Tabla 9. Comparación de los procesos de resolución de la tarea no auténtica y auténtica .....                            | 40 |
| Tabla 10. Calificaciones por estudiante en cada tarea no auténtica y su versión auténtica .....                          | 43 |
| Tabla 11. Análisis descriptivo de los promedios de las calificaciones de las tareas.....                                 | 44 |
| Tabla 12. Prueba de normalidad para promedios de tareas no auténticas y tareas más auténticas                            | 45 |
| Tabla 13. Diferencias de los promedios de las calificaciones de las tareas no auténticas y sus versiones auténticas..... | 48 |

## FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| Figura 1. Formato de presentación de la tarea para la valoración de los jueces .....                    | 24 |
| Figura 2. Tarea 1 en su versión no auténtica.....   | 27 |
| Figura 3. Tarea 1 en su versión auténtica .....   | 28 |
| Figura 4. Tarea 2 en su versión no auténtica .....  | 29 |
| Figura 5. Tarea 2 en su versión auténtica.....  | 30 |
| Figura 6. Tarea 3 en su versión no auténtica.....   | 31 |
| Figura 7. Tarea 3 en su versión auténtica.....  | 32 |
| Figura 8. Tarea 4 en su versión no auténtica.....   | 33 |
| Figura 9. Tarea 4 en su versión auténtica.....  | 33 |
| Figura 10. Tarea 5 en su versión no auténtica.....  | 34 |
| Figura 11. Gráfica cuantilar normal de los promedios de calificaciones en tareas no auténticas ..       | 46 |
| Figura 12. Gráfica cuantilar normal de los promedios de calificaciones en tareas más auténticas         | 47 |
| Figura 13. Gráfica cuantilar normal de las diferencias entre los promedios .....                        | 49 |
| Figura 14. Región de rechazo o no rechazo de la hipótesis nula .....                                    | 51 |
| Figura 15. Respuesta del E3 en la Tarea 1 en su versión no auténtica.....                               | 53 |
| Figura 16. Respuesta del E7 en la Tarea 1 en su versión no auténtica.....                               | 53 |
| Figura 17. Respuesta del E10 en la Tarea 1 en su versión auténtica.....                                 | 55 |
| Figura 18. Respuesta del E18 en la Tarea 1 en su versión auténtica.....                                 | 56 |
| Figura 19. Respuesta del E1 en la Tarea 2 en su versión auténtica.....                                  | 58 |
| Figura 20. Respuesta del E3 en la Tarea 2 en su versión auténtica.....                                  | 59 |
| Figura 21. Respuesta del E10 en la Tarea 2 en su versión auténtica.....                                 | 60 |
| Figura 22. Respuesta del E12 en la Tarea 2 en su versión no auténtica.....                              | 61 |
| Figura 23. Respuesta del E14 en la Tarea 2 en su versión no auténtica.....                              | 62 |
| Figura 24. Respuesta del E1 en la Tarea 3 en su versión no auténtica .....                              | 64 |
| Figura 25. Respuesta del E25 en la Tarea 3 en su versión no auténtica .....                             | 65 |
| Figura 26. Respuesta del E10 en la Tarea 3 primera pregunta en su versión auténtica .....               | 67 |
| Figura 27. Respuesta del E10 en la Tarea 3 primera pregunta segundo parte en su versión auténtica ..... | 67 |
| Figura 28. Respuesta del E10 en la Tarea 3 segunda pregunta en su versión auténtica .....               | 68 |
| Figura 29. Respuesta del E12 en la Tarea 3 primera pregunta en su versión auténtica .....               | 69 |
| Figura 30. Respuesta del E12 en la Tarea 3 segunda pregunta en su versión auténtica .....               | 69 |
| Figura 31. Respuesta del E20 en la Tarea 3 primera pregunta en su versión auténtica .....               | 70 |
| Figura 32. Respuesta del E20 en la Tarea 3 segunda pregunta en su versión auténtica .....               | 71 |
| Figura 33. Respuesta del E25 en la Tarea 3 en su versión auténtica.....                                 | 72 |
| Figura 34. Respuesta del E1 en la Tarea 4 en su versión auténtica .....                                 | 75 |
| Figura 35. Respuesta del E10 en la Tarea 4 en su versión auténtica.....                                 | 76 |
| Figura 36. Respuesta del E12 en la Tarea 4 en su versión auténtica.....                                 | 77 |
| Figura 37. Respuesta del E14 en la Tarea 4 en su versión auténtica.....                                 | 78 |
| Figura 38. Respuesta del E13 en la Tarea 4 en su versión no auténtica .....                             | 80 |
| Figura 39. Respuesta del E26 en la Tarea 4 en su versión no auténtica.....                              | 81 |
| Figura 40. Respuesta del E8 en la Tarea 4 en su versión no auténtica.....                               | 82 |

Figura 41. Respuesta del E8 en la Tarea 4 en su versión no auténtica .....82



## **Resumen**

El presente trabajo de investigación tiene por objetivo analizar el desempeño y la percepción de estudiantes de segundo año de bachillerato al resolver tareas no auténticas y sus versiones auténticas. Inicialmente se construyó un cuestionario con cuatro tareas cuya autenticidad fue valorada por un grupo de expertos. Con ayuda de sus comentarios y sugerencias se realizó la modificación de estas tareas para volverlas auténticas. Se aplicaron las ocho tareas a estudiantes de segundo año de bachillerato y a través de sus producciones escritas y un cuestionario con una escala tipo Likert se pudo analizar cualitativa y cuantitativamente que los estudiantes tienen un mejor desempeño cuando resuelven tareas auténticas en contraste con las no auténticas, corroborando así que un ligero cambio en la formulación de la tarea, incluso en la escritura, provoca cambios significativos en el desempeño de los estudiantes.

**Palabras clave:** Autenticidad, problemas verbales, desempeño de los estudiantes, tarea

## **Abstract**

The purpose of this research work is to analyze the performance and perception of high-school sophomores' when solving non-authentic tasks and their authentic versions. Initially, a questionnaire was constructed with four tasks whose authenticity was assessed by a group of experts. With the help of your comments and suggestions, these tasks were modified to make them authentic. The eight tasks were applied to high-school sophomores' and through their written productions and a questionnaire with a Likert-type scale, it was possible to qualitatively and quantitatively analyze that students have a better performance when they solve authentic tasks in contrast to non-authentic ones, thus corroborating that a slight change in the formulation of the task, even in the writing, causes significant changes in the performance of the students.

**Keywords:** Authenticity, word problems, students' performance, task

## INTRODUCCIÓN

Todos los profesores hemos acabado por aprender que los problemas que planteamos a nuestros alumnos en clase pueden diferir considerablemente de los que ellos mismos se plantean fuera del aula. Es más, lo que para nosotros puede ser un problema relevante y significativo, puede resultar trivial o carecer de sentido para nuestros alumnos (Pozo, 1994).

En la presente investigación se realizará un análisis del desempeño y percepción de estudiantes de nivel medio superior cuando resuelven tareas no auténticas y su modificación a tareas auténticas, para ver si existe un cambio substancial en sus procesos de resolución. Estas tareas fueron extraídas de un libro de texto de matemáticas destinado para estudiantes de bachillerato.

En el Capítulo 1 se incluye el planteamiento del problema, la pregunta de investigación y las preguntas específicas, así como el objetivo general de investigación y los objetivos específicos y la justificación de este trabajo.

En el Capítulo 2 se presenta el sustento teórico de esta investigación que lo conforman la teoría de tareas auténticas establecida por Palm (2006) y los aspectos fundamentales de la taxonomía de Palm y Nyström (2009) para tareas auténticas. Además, se señala la importancia en la resolución de problemas con contexto real.

En el Capítulo 3 se describe el método, el tipo de muestreo utilizado para la selección de los informantes, las características de estos, un conjunto de tareas validado por un grupo de expertos para valorar su autenticidad de acuerdo con la taxonomía de autenticidad, los resultados de esta valoración, la modificación de estas tareas, una segunda valoración de autenticidad para las tareas modificadas, el proceso de implementación de estas tareas para la recogida de datos y el tipo de análisis para estos.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados de un estudio exploratorio donde se planteó la necesidad de explorar los procesos de resolución que ejecuta un estudiante de bachillerato al resolver una tarea no auténtica y su versión auténtica a través de una entrevista clínica, logrando captar estos procesos claramente por medio de preguntas vinculadas a las cuatro fases del método

de Polya. También se presentan los resultados del análisis cuantitativo y cualitativo del desempeño de los estudiantes al resolver las tareas no auténticas y sus versiones auténticas.

Finalmente, se presentan las conclusiones del trabajo, donde se resaltan las diferencias encontradas en el desempeño de los estudiantes cuando resuelven tareas auténticas versus no auténticas. Además, el análisis cualitativo evidencia cambios substanciales en el desempeño de los estudiantes cuando resuelven tareas auténticas.

# CAPÍTULO 1

## PLANTEAMIENTO DE LA INVESTIGACIÓN

### 1.1. Planteamiento del problema

Actualmente, la enseñanza se encuentra dirigida de manera estricta por el profesor, donde se da prioridad a la acumulación de conocimientos y no al logro de aprendizajes profundos. Todo ello produce conocimientos fragmentados con limitada aplicabilidad, relevancia, pertinencia y vigencia en la vida cotidiana de los estudiantes (Secretaría de Educación Pública [SEP], 2017).

La mayoría de los docentes que ven su tarea como la transmisión de un conocimiento acabado y abstracto tienden a adoptar un estilo expositivo, donde sus métodos de enseñanza están impregnados de definiciones y de procedimientos algorítmicos y memorísticos. Solo al final y en contados casos, aparece un problema contextualizado como aplicación de lo que supuestamente se ha aprendido en clase (Romero, 2013).

Bajo esta problemática, como señala Romero (2013) a veces los docentes plantean un problema a sus estudiantes y luego bajo el mismo nivel de dificultad una cadena de lo mismo, lo que los conduce a un aprendizaje repetitivo y memorístico.

El estudiante produce la respuesta exacta al problema no porque lo haya entendido a partir del enunciado, no porque él haya comprendido y resuelto el problema, no porque se haya apropiado del objeto matemático en juego, sino simplemente porque ha establecido una semejanza con problemas análogos; él no ha hecho más que reproducir una solución hecha por otros para él. (D'Amore, Fandiño, Marazzani y Sarrazy, 2019, p. 88).

Otra de las problemáticas actuales es que muchos de los problemas que se proponen en el aula no son simulaciones “reales” de situaciones fuera de la escuela, sino simplemente “tareas matemáticas escolares ordinaria disfrazadas con un contexto figurativo fuera de la escuela” (Palm, 2006, p. 42). Debido a esta falta de realismo, pueden tener un impacto negativo en el aprendizaje, las actitudes y las creencias de los estudiantes. Por supuesto, no se pretende emular una situación

de la vida real al 100%, sino incluir objetos de la vida real solo como apoyo para el pensamiento de los estudiantes sobre conceptos y modelos (Palm, 2006).

Se llevó a cabo un análisis piloto exploratorio en libros de texto de matemáticas cuyo objetivo general fue analizar los cinco aspectos de autenticidad propuestos por Palm y Nyström (2009) de problemas verbales acerca de la ecuación lineal propuestos en libros de texto de matemáticas dirigidos a estudiantes de primer año de bachillerato.

A través de un muestreo por conveniencia se seleccionaron ocho libros de texto de matemáticas de diferentes editoriales. De cada uno de estos libros se identificaron y seleccionaron todos los problemas verbales del tema de ecuación lineal, resultando un total de 100 problemas, los cuales fueron categorizados en los diferentes contextos que abordaban y finalmente cada problema fue analizado bajo la teoría de tareas auténticas de Palm y Nyström (2009).

Este análisis permitió identificar que más de la mitad de los problemas del tema de ecuaciones lineales no abordaban situaciones cercanas a la realidad de los estudiantes, las preguntas planteadas no eran preguntas que realmente los estudiantes pudieran hacerse en su contexto, la información y datos carecían de realismo, no existía un propósito bien definido como lo sería en la vida real y la mayoría de los problemas tenían faltas de ortografía y eran confusos en redacción.

Respondiendo a la pregunta de investigación planteada en este trabajo ¿cuáles de los aspectos de autenticidad de la teoría de Palm y Nyström cumplen estos problemas verbales de ecuaciones lineales y si hay alguna correlación entre estos? El análisis estadístico descriptivo (ver Tabla 1) permitió identificar que sólo el 42% de las tareas cumplieron con el aspecto de evento, es decir el evento proporcionado por la tarea ha ocurrido en la vida real o tiene una alta probabilidad de ocurrir. Con respecto al 58% que no cumplieron con este aspecto, se observó que carecían de un contexto específico o su evento tenía baja probabilidad de ocurrir en la vida real. El aspecto con menor porcentaje fue Información y datos, ya que sólo el 13% de las tareas analizadas tuvieron datos reales. El aspecto mejor valorado fue el uso de lenguaje ya que el 90% de estas tareas fueron comprensibles y no incluyeron términos difíciles que pudieran impedir su resolución, aunque la tarea no fuera auténtica.

**Tabla 1***Distribución porcentual de las tareas en cada aspecto de autenticidad*

| Aspecto           | Resultados (Porcentaje) |           |
|-------------------|-------------------------|-----------|
|                   | Si cumple               | No cumple |
| Evento            | 42%                     | 58%       |
| Pregunta          | 27%                     | 73%       |
| Información/datos | 13%                     | 87%       |
| Propósito         | 37%                     | 63%       |
| Uso de lenguaje   | 90%                     | 10%       |

Con base en los resultados de esta investigación, se sugiere valorar la autenticidad de los problemas planteados en los libros de texto antes de implementarlos en el aula para así poder acercar a los estudiantes a contextos realistas. Palm y Nyström (2009) destacan que el no trabajar con problemas realistas implica que los estudiantes no realizan un análisis cuidadoso de la situación presentada en la tarea, sino que tienden a centrarse sólo en los números dados en la tarea, además de sus creencias de que toda tarea tiene una solución, que la solución es alcanzable y la respuesta es un solo número sin encontrar una relación entre las matemáticas escolares y la vida real.

Sin embargo, los autores Cáceres et al. (2015) señalaron que determinar la autenticidad de una tarea es un proceso complejo pues se deben establecer diversas dimensiones, por ejemplo la proximidad del evento planteado en relación con una alta probabilidad de encontrarlo en la vida real, la adecuación de la pregunta realizada al evento propuesto, la concordancia de la información que se ofrece con la pregunta planteada, la presencia explícita en el contexto figurativo del propósito para el que se debe dar respuesta y la especificidad en los datos de la situación propuesta.

Por ello, se realizó un estudio exploratorio a una estudiante de 16 años de nivel medio superior (ver Nexticapan y Juárez-Ruiz, 2021) donde se le planteó una tarea no auténtica y su modificación a una auténtica bajo la taxonomía de autenticidad propuesta por Palm y Nyström (2009), a través de una entrevista clínica. Los resultados obtenidos del análisis de sus procesos matemáticos de resolución indicaron que cuando la tarea no era auténtica, estos fueron muy limitados e incorrectos. Por el contrario, cuando la tarea se modificó a una más auténtica, sus

procesos mejoraron substancialmente, pues aún con errores pudo contestar las preguntas y realizar un proceso de inducción para generar un modelo matemático.

De esta manera, surge la necesidad de que el profesor pueda contar con tareas o cuestionarios de tareas que sean auténticas o lo más auténticas posibles validadas por un grupo de expertos, para poder utilizarlas como instrumentos de evaluación, reforzamiento de los conocimientos o aplicación de estos y para la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes.

Así que, como docentes debemos presentar tareas auténticas que generen una tendencia en los estudiantes a preguntarse ¿cuál es la incógnita del problema?, ¿de qué me puedo apoyar?, ¿mis procesos son correctos?, ¿puedo obtener el resultado de una manera diferente?, etc. para que ante la necesidad de responder estas preguntas los estudiantes realice procesos de resolución aplicando lo que conoce de la vida real, orientado por el docente y evitando en un primer encuentro otorgar las definiciones o metodologías establecidas.

## **1.2.Preguntas de investigación**

Considerando la problemática descrita anteriormente, se plantea la necesidad de explorar en los procesos de resolución que llevan a cabo estudiantes de nivel medio superior en una tarea no auténtica y su modificación a una auténtica, para identificar si existen cambios substanciales en estos procesos. Por lo que es pertinente plantear la siguiente pregunta general de investigación, preguntas específicas, objetivo general y objetivos específicos.

### **1.2.1. Pregunta general**

¿Cómo es el desempeño y percepción de estudiantes de segundo año de bachillerato al resolver tareas no auténticas y sus versiones auténticas?

### **1.2.2. Preguntas específicas**

- 1 . ¿Cómo determinar el grado de autenticidad de una selección de tareas extraídas de un libro de texto de primero de bachillerato?



2. ¿De qué forma modificar las tareas que resulten ser no auténticas, de tal manera que cumplan los aspectos de autenticidad?
3. ¿Qué resultados arroja la comparación en el desempeño de los estudiantes al resolver tareas auténticas y no auténticas?
4. ¿Qué percepciones tienen los estudiantes al resolver tareas auténticas y no auténticas y cómo impactaron estas en sus procesos de resolución?

### **1.3.Objetivos de investigación**

#### **1.3.1. Objetivo general**

Analizar el desempeño y la percepción de estudiantes de segundo año de bachillerato al resolver tareas no auténticas y sus versiones auténticas.

#### **1.3.2. Objetivos específicos**

1. Examinar el grado de autenticidad de una selección de tareas extraídas de un libro de texto de primero de bachillerato por medio del juicio de expertos.
2. Determinar las tareas que resulten ser no auténticas para modificarlas a auténticas por medio de las sugerencias de los jueces expertos.
3. Analizar cuantitativamente por medio de una prueba de hipótesis estadística las diferencias en el desempeño de los estudiantes al resolver las tareas no auténticas y auténticas.
4. Analizar cualitativamente las respuestas de los estudiantes a un cuestionario basado en los aspectos de autenticidad y sus producciones escritas.

### **1.4. Justificación**

Esta idea nace ante la necesidad de una mejora en el método de enseñanza que actualmente se trabaja en la escuela de donde provienen los informantes para esta investigación. Este método de enseñanza carente de un fundamento teórico procura trabajar bajo la resolución de problemas

que son considerados auténticos y posteriormente, una sección de aplicación de lo aprendido llevándolo a un aprendizaje repetitivo y memorístico.

El interés de esta investigación se justifica en que el planteamiento de problemas con un aumento en la autenticidad, incluso cuando se logra únicamente mediante una modificación del texto de la tarea, generan en los estudiantes, según el estudio de Palm (2006), un aumento en la tendencia a usar sus conocimientos del mundo real de manera efectiva en la resolución de problemas.

Por otra parte, Kilpatrick et al. (1998) destacaron que el currículo escolar de matemáticas en la mayoría de los países enfatiza el desarrollo del razonamiento de las habilidades de resolución de problemas. Por lo que, los procesos de resolución de problemas han sido un área de investigación importante, ya que esta constituye una herramienta didáctica potente para desarrollar habilidades entre los estudiantes, además de ser una estrategia de fácil transferencia para la vida, puesto que permite al educando enfrentarse a situaciones y problemas que deberá resolver (Pérez y Ramírez, 2011).

Además, la revisión de literatura realizada permitió identificar que los trabajos bajo una perspectiva de la teoría de tareas auténticas propuesta por Palm y Nyström (2009) es basta, sin embargo, el tema de la valoración de la autenticidad de tareas por un grupo de jueces expertos es escasa. No se encontraron estudios que sometería a juicio de expertos las tareas propuestas en estos trabajos, sino que la valoración de la autenticidad era a consideración del investigador.

Un estudio de esta naturaleza se hace necesario debido a que es importante valorar la autenticidad de las tareas a través de un juicio de expertos para beneficiarse de su retroalimentación y atendiendo las sugerencias de éstos, poder hacer una modificación de las que no resulten ser auténticas y así poder implementarlas en el aula. Como mencionan los autores Bressan et al. (2016) los contextos realistas cumplen un papel esencial en el aprendizaje matemático de los alumnos, ya que son puntos de partida en el proceso de enseñanza y aprendizaje para producir matemática y dominios de aplicación de la misma.

## CAPÍTULO 2

### MARCO TEÓRICO

Un problema plantea una situación que debe ser modelada para encontrar la respuesta a una pregunta que se deriva de la misma situación (Parra, 1990). Pero también, un problema debería permitir <<derivar preguntas nuevas, pistas nuevas, ideas nuevas>> como lo señala Bouvier (1981, citado en Parra, 1990).

#### 2.1. Diferencias entre problema, ejercicio y tarea.

Para George Polya un problema “es un fin que se desea alcanzar” (Polya, 1965, p. 153). Por su parte, Lester (1983, citado en Pozo, 1994) lo define como una tarea en la cual un individuo o grupo que se confronta con ésta quiere o tiene necesidad de hallar una solución, en la cual no existe un procedimiento inmediato y accesible que garantice en modo completo las soluciones.

El autor Pozo (1994) afirmó que la definición del autor Lester, con la cual parecen estar de acuerdo la mayoría de los investigadores en educación matemática, hace referencia a que una situación sólo puede ser considerada como un problema en la medida en que existe un reconocimiento de ella como tal de problema, y en la medida en que no se dispongan de procedimientos directamente accesibles que nos permitan solucionarlo de forma más o menos inmediata.

Para los autores Díaz y Poblete (2001) un problema corresponde a una situación en donde el estudiante intenta responder a una pregunta hecha o realizar una tarea determinada, y le es realmente necesario buscar un medio para responderla, por lo que debe recurrir a la matemática o a las habilidades intelectuales frecuentemente utilizadas para lograrlo.

“Ciertamente, lo que es un problema para un individuo, puede no serlo para otro sea porque está totalmente fuera de su alcance o sea porque, para el nivel de conocimientos del individuo, el problema ha dejado de serlo” (Parra, 1990, p.24). Esta característica sería la diferencia que existe

entre un verdadero problema y los ejercicios. Expresado con otras palabras, un problema se diferencia de un ejercicio en que, en este último caso, disponemos y utilizamos mecanismos que nos llevan de forma inmediata a la solución (Pozo, 1994).

Respecto a los ejercicios, Pozo (1994) afirmó que la realización de ejercicios se basa en el uso de destrezas o técnica sobreaprendidas y que solo nos limitamos a ejercitar una técnica cuando nos enfrentamos a situaciones o tareas ya conocidas, que no suponen nada nuevo.

D'Amore (2006) hace una sensata distinción entre ejercicio y problema a través de afirmaciones, porque para él, ejercicio y problema no tratan de ser definiciones, sino sólo un intento de descripción, de clarificación; porque parecen involucrar particularmente hechos ligados a actitudes relacionales estudiante, maestro, saber enseñado y saber por enseñar, que hechos objetivos. Según este autor:

- Se tiene un *ejercicio* cuando la resolución prevé que se tengan que utilizar reglas y procedimientos ya aprendidos, aunque aún en vías de consolidación. Por lo que los ejercicios entran en la categoría de las pruebas con objetivos de verificación inmediata o de refuerzo.
- En cambio, se tiene un *problema* cuando una o más reglas o uno o más procedimientos no son todavía bagaje cognitivo del resolutor; a veces es la misma sucesión de las operaciones por utilizar la que requiere un acto creativo por parte del resolutor.

Otra forma de entender la distinción entre problema y ejercicios es “un problema surge cuando un ser viviente tiene una meta, pero no sabe cómo alcanzarla y tiene deseo o necesidad de alcanzarla” (Duncker, 1935, citado en D'Amore, 2006, pp. 298-299). Detrás de esta “definición” se halla también la distinción entre ejercicio y problema; tal distinción es relativa a ese “no sabe cómo alcanzarla”

Otro concepto importante para diferenciar entre problema y ejercicio es el concepto de tarea. Para Álvarez (1994, citado en Zaldívar y Mayo, 2005) las tareas son aquel proceso que se realiza en ciertas circunstancias pedagógicas, con el fin de alcanzar un objetivo de carácter elemental.

Doyle (1988) planteó que una tarea se puede definir en términos de los siguientes componentes generales: como un producto, operaciones para producir el producto, recursos y la importancia de la responsabilidad de los estudiantes de una clase. Además, el autor menciona que los profesores juegan un papel muy importante en el desarrollo de estas tareas y, por tanto, en el aprendizaje de los estudiantes, definiendo y estructurando el trabajo que realizan, dando especificaciones claras para el producto a entregar y explicando procesos que pueden ayudar a los estudiantes a realizar el trabajo.

Tomando como referencia el trabajo de Doyle (1988), el autor Herbst (2012) definió a una tarea como unidades de significado determinadas bajo la observación del trabajo matemático que realizan los estudiantes en el salón de clases, razonando sobre las herramientas matemáticas asociadas para resolver el problema bajo un contexto práctico.

En Margolinas (2013) se define tarea como todo aquello que el profesor utiliza para realizar demostraciones matemáticas, para el seguimiento del aprendizaje del estudiante o para solicitar que los estudiantes hagan algo. En ese sentido, el término tarea abarca, por ejemplo, la realización de ejercicios rutinarios o repetitivos, la construcción de objetivos o ejemplos que refuercen las definiciones, o la resolución de problemas.

Los autores Zaldívar y Mayo (2005) consideran que en una tarea deben destacar los siguientes aspectos esenciales:

- La tarea es la unidad de análisis de la clase, el elemento más simple de la relación maestro-alumno, del proceso de enseñanza-aprendizaje.
- La clase se constituye en una serie ordenada y planificada de tareas conectadas entre sí con determinada intencionalidad.
- Implican la presentación de ejercicios, problemas, situaciones de aprendizaje y metas cuya consecución redunde en la apropiación de conocimientos (habilidades), modelos de actuación, valores y sentimientos por los alumnos y profesores.
- Son medios con cualidad de procesos que deben generar otros procesos en el alumno, el profesor y el colectivo.

Además, Zhuikov (1983, citado en Zaldívar y Mayo, 2005) clasifica a las tareas en dos categorías:

- Tareas para fijar el material estudiado que son los ejercicios.
- Tareas características del proceso de adquisición de conocimientos y habilidades que son los problemas.

En conclusión, en este trabajo se entenderá que los problemas y ejercicios son tipos de tareas, es decir, están incluidos en las clasificaciones dadas anteriormente, siempre y cuando para el docente resulten útiles estas clasificaciones para la planificación de sus clases.

## **2.2. Resolución de problemas**

La importancia de la resolución de problemas es reconocida internacionalmente como un aspecto central del proceso de aprendizaje en matemáticas y sigue siendo la principal preocupación de educadores e investigadores en Educación Matemática (Díaz y Poblete, 2001).

Un factor esencial para que la resolución de problemas se convierta en una actividad interesante y productiva para los estudiantes es, sin duda, el maestro. Sus acciones y el ambiente que logre crear dentro de su clase darán significado a la práctica de la resolución de problemas (Parra, 1990).

Resolver un problema según Polya (1962) significa “encontrar una salida a una dificultad, una forma de sortear un obstáculo, alcanzar un objetivo que no era alcanzable de inmediato” (p. ix). Por otra parte, Chamoso et al. (2015) señalaron que resolver un problema de matemáticas es una tarea cognitivamente compleja ya que requiere tener en cuenta diversos procesos para comprender la situación en la que el problema está inmerso y proyectar esa comprensión en la estructura matemática adecuada que permita elegir, al que intenta resolverlo, entre todos los procedimientos que conoce, cuál o cuáles son los apropiados para responder la pregunta del problema.

Para Schoenfeld (2013, citado en Cáceres et al., 2015) la resolución de problemas debe ser la base de muchas tareas que se propongan en el aula de matemáticas. Por ello, es importante que los maestros deban ser buenos resolutores de problemas con una amplia capacidad estratégica, pero también deben valorar críticamente la calidad de las actividades matemáticas que implementan en el aula, y ser capaces de crearlas, modificarlas y rediseñarlas para desarrollar tareas adecuadas al objetivo que se persiga.

Los autores Díaz y Poblete (2001) puntualizaron que la resolución de problemas matemáticos involucra la idea de interacción de variados procesos cognitivos porque la tarea debe ser compleja si se va a referir a ella como un problema.

Se tiene entonces que, ante la necesidad de resolver un problema matemático, el resolutor está obligado a pensar y a razonar matemáticamente; esto viabiliza la posibilidad de establecer conexiones entre la matemática, la tarea de resolver problemas en esta disciplina y la actividad cognitiva que el sujeto despliega para llevar a cabo dicha tarea; esta actividad involucra realización de un análisis de caminos que la meta ha de seguir para llegar a la solución García (1994, citado en González, 1998). “La meta no es solamente reportar una respuesta sino identificar y contrastar diversas maneras de representar, explorar y resolver el problema” (Santos, 2008, p. 3).

Es importante que los estudiantes se planteen y discutan las siguientes preguntas durante sus procesos de resolución de problema ¿existe otro camino para resolver el problema?, ¿qué significa la solución en términos de la información o datos del problema?, ¿es posible generalizar la forma de resolver el problema?, ¿son los métodos de solución aplicables a otros problemas? (Camacho y Santos, 2004).

Actualmente existe un gran número de propuestas para la enseñanza de estrategias generales o heurísticas para la resolución de problemas. Entre estas propuestas, en Pifarré y Sanuy (2001) se destacan modelos instruccionales que han seguido de manera fiel el propuesto por Polya (1965). Además, los modelos de Schoenfeld (1985) y Lester (1985), los cuales toman como punto de partida las estrategias heurísticas de George Polya, pero incorporando la enseñanza-aprendizaje de estrategias metacognitivas de planificación, de regulación y de control de procesos de resolución.

Como se mencionó en el párrafo anterior, estas propuestas toman como punto de partida el método heurístico de Polya (1965) que nos ofrece cuatro fases que permiten llevar una secuencia ordenada de los procedimientos: *entender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva*. Según este autor:

Cada una de estas fases es importante. Puede suceder que a un alumno no se le ocurra por casualidad una idea excepcionalmente brillante y saltándose todo el trabajo preparatorio, vaya directamente a la solución. Tales golpes de suerte son deseables, naturalmente, pero puede llegarse a un resultado no deseado, desafortunado, si el alumno descuida cualquiera de las cuatro fases sin tener una buena idea. Es de temerse lo peor si el alumno se lanza a hacer cálculos o construcciones sin haber comprendido el problema. Generalmente es inútil ocuparse de los detalles si no se han visto las relaciones esenciales o sin haber trazado un plan previo. Se pueden evitar muchos errores si el alumno verifica cada paso al llevar a cabo el plan. Los mejores resultados pueden perderse si el alumno no reexamina, no reconsidera la solución obtenida (Polya, 1965, p. 28).

Pifarré y Sanuy (2001) señalan la importancia de segmentar el proceso de resolución en fases o momentos para organizar y facilitar su enseñanza ya que puede propiciar un aprendizaje significativo al ejecutar secuencias ordenadas y prefijadas de procedimientos aplicados algorítmicamente.

Por otra parte, Schoenfeld (1985) además de las heurísticas, propone tomar en cuenta otros factores tales como:

- Recursos: conocimientos previos que posee la persona, se refiere, entre otros, a conceptos, fórmulas, algoritmos, y en general todas las nociones que se considere necesario saber para enfrentar un problema.
- Control: que el alumno controle su proceso entendiendo de qué trata el problema, considere varias formas de solución, seleccione una específica, monitoree su proceso para verificar su utilidad y revise que sea la estrategia adecuada.



Es así como los autores Polya (1965), Pozo (1994) y Santos (1996, citado en Martínez, 2019) proporcionan algunas estrategias que están presentes durante el proceso de resolución de problemas, estas son:

*Descomponer un problema en casos más simples.* Consiste en simplificar el problema, recomponer o recombinar sus elementos de un modo diferente, resolverlo con cantidades pequeñas o tratar de plantearse uno relacionado, pero más sencillo o accesible.

*Dibujar alguna figura relacionada al problema y destacar en ella la incógnita y los datos.* Permite representar los datos o información que proporciona el problema, visualizar mejor la situación planteada y contribuye a que el estudiante comprenda y genera nuevas ideas de resolución.

*Nombrar elementos presentes en la figura e introducir una notación adecuada.* Una adecuada notación debe ser clara, concisa y fácil, evitar ambigüedades.

*Recordar algún problema ya resuelto que esté estrechamente relacionado con el problema actual, que tenga la misma incógnita o similar.*

*Modificar el problema de forma que nos pueda conducir a algún otro problema auxiliar apropiado.*

*Tratar de resolver primero algún problema similar*

*Verificar cada paso del razonamiento*

*Reconsiderar la solución, reexaminar el resultado y el camino que conduce a la solución*

*Identificar la existencia de otro medio para asegurarse de la exactitud del resultado*

*Utilizar el resultado o el método para resolver algún otro problema.*

Es así como la resolución de problemas aproxima la matemática a las situaciones reales vinculadas a los diferentes contextos presentes en los estudiantes, y pone de manifiesto el tipo de

control intelectual que el estudiante puede realizar sobre cada situación. Por ello, “la resolución de problemas constituye no sólo una buena estrategia metodológica, sino que supone una forma de acercamiento más real al trabajo en esta disciplina” (Díaz y Poblete, 2001, pp. 34-35).

### **2.3.El contexto de un problema**

Cuando un estudiante está resolviendo un problema, según Palm y Nyström (2009) la tendencia de los estudiantes es no hacer uso adecuado de sus conocimientos del mundo real y suspender el requisito de que sus soluciones deben tener sentido en relación con las situaciones reales.

Aravena et al. (2007, citado en Muñoz et al., 2014) afirmaron que, si en las clases de matemáticas se centran solo en el planteamiento de problemas con el objetivo de aprender y aplicar fórmulas, definiciones y propiedades, se pueden desatender los aspectos relacionados con la comprensión e interpretación de los estudiantes sobre el mundo que los rodea.

Los autores Palm y Nyström (2009) encontraron en sus estudios dos razones del porqué cuando los estudiantes están resolviendo problemas dan respuestas poco realista, estas son:

- El uso frecuente de estrategias de solución que pueden caracterizarse como superficiales. Estas estrategias de solución hacen no implicarse en un análisis cuidadoso de las situaciones de la tarea, sino que tiende a centrarse en los números dados en la tarea.
- Las creencias de los estudiantes sobre la resolución de tareas matemáticas escolares en general y la resolución de problemas verbales en particular. Estas creencias no incluyen el requisito de que las matemáticas escolares y la vida real debe ser consistente. Por el contrario, incluyen las ideas de que todas las tareas tienen una solución, que la solución es alcanzable para los estudiantes y la respuesta es un solo número.

Debido a estas razones, Cooper y Dunne (2000, citado en Palm & Nyström, 2009) se centraron en las diferencias entre tareas matemáticas contextuales y no contextuales. Estudiaron el

desempeño de estudiantes de 10-11 años y descubrieron ciertas diferencias entre el desempeño de los estudiantes en los ítems con un contexto fuera de la escuela “realista” y los ítems que involucraban solo objetos matemáticos “esotéricos”, y el gran descubrimiento de este estudio fue que estas diferencias estaban relacionadas con la clase social y el género.

Ramos y Font (2006, citado en Muñoz et al., 2014) presentaron una clasificación sobre las diferentes acepciones y usos del término contexto.

- I. Contexto real, según los autores, este contexto se refiere a la práctica real de las matemáticas, al entorno sociocultural donde esta práctica tiene lugar.
- II. Contexto Simulado, el cual tiene su origen o fuente en el contexto real, es una representación del contexto real y reproduce una parte de sus características, por ejemplo, cuando los alumnos simulan situaciones de compra-venta en un “rincón” de la clase.

#### **2.4. La autenticidad de las tareas**

Por primera vez los autores Archbald y Newmann (1988, citados en Palm, 2006) introdujeron el término *autenticidad* en el aprendizaje y la evaluación como “cualidades necesarias para muchos logros humanos importantes más allá del éxito en la escuela” (p. 42). Posteriormente, Newmann, Secada y Wehlage (1995, citados en Palm, 2006) afirmaron que una tarea “pide a los estudiantes que aborden un concepto, problema o cuestión que sea similar a uno que hayan encontrado o que puedan encontrar en la vida más allá del aula” (p. 42).

Este término de autenticidad fue usado por Wiggins (1993) para expresar su preocupación por el dominio particular de los diversos roles y situaciones que los profesionales competentes encuentran en su trabajo, él afirma que “los factores involucrados en la evaluación auténtica independientemente de la asignatura incluyen tareas que son réplicas o análogas a los tipos de problemas que enfrentan los ciudadanos adultos y consumidores o profesionales en el campo” (p. 206).

A través de diferentes interpretaciones para el término autenticidad, el interés de Palm (2006) fue desarrollar un marco para la concordancia entre tareas escolares matemáticas y situaciones del mundo real más allá del salón de clases, tomando como referencia el trabajo de Wiggins (1993) para hacer una descripción más detallada y fina de lo que constituyen problemas relacionados con el mundo, tareas auténticas o tareas en un medio con referencias de la vida real. Este marco según Palm (2006) puede ser utilizado para analizar la autenticidad de una tarea y poder hacer una modificación de esta para volverla más auténtica.

Por lo anterior, la teoría de tareas auténticas de Palm (2006) alude a la correspondencia entre problemas verbales y situaciones del mundo real. Esta correspondencia se basa en la representación simplificada (simulación) de esas situaciones. Palm (2006) propuso los siguientes aspectos de las situaciones de la vida real que se consideran importantes en su simulación: el evento, la pregunta, información y datos, la presentación, las estrategias de solución, las circunstancias, los requisitos de solución y el propósito, algunas de ellas con diversos sub-aspectos, como se puede ver en la Tabla 2.

**Tabla 2**

*Aspectos de las situaciones de la vida real considerados importantes en su simulación (Palm, 2006)*

|                            |  |
|----------------------------|--|
| A. Evento                  | F. Circunstancias  |
| B. Pregunta                | F1. Disponibilidad de herramientas externas                      |
| C. Información / datos     | F2. Orientación  |
| C1. Existencia             | F3. Consulta y colaboración                                      |
| C2. Realismo               | F4. Oportunidades de discusión                                   |
| C3. Especificidad          | F5. Tiempo   |
| D. Presentación            | F6. Consecuencias del éxito o fracaso en la resolución de tareas |
| D1. Modo                   | G. Requisitos de solución  |
| D2. Uso del lenguaje       | H. Propósito   |
| E. Estrategias de solución |  |
| E1. Disponibilidad         |  |

|                                 |  |
|---------------------------------|--|
| E2. Plausibilidad experimentada | H1. Propósito en el contexto figurativo<br>H2. Propósito en el contexto social |
|---------------------------------|--|

Según este autor:

Siempre es necesario una restricción de la amplitud de estos debido a que no es posible simular todos los aspectos involucrados en una situación en la vida real y consecuentemente no es posible simular situaciones extraescolares de tal forma que las condiciones para la resolución de la tarea sean exactamente las mismas en la situación escolar. (Palm, 2006, p. 43).

Una descripción más detallada de estos aspectos extraída del marco propuesto por Palm (2006) se presenta a continuación:

*A. Evento.* Este aspecto se refiere al evento descrito en la tarea. En una simulación de una situación de la vida real, es un requisito previo que el evento descrito en la tarea escolar haya tenido lugar o tenga alta probabilidad de ocurrir.

*B. Pregunta.* Este aspecto se refiere a la concordancia entre la asignación dada en la tarea escolar y en la situación extraescolar correspondiente. y en una situación tarea correspondiente fuera de la escuela. La pregunta en la tarea escolar es una que en realidad podría plantearse en el evento de la vida real descrito.

*C. Información / datos.* Este aspecto se refiere a la información y los datos de la tarea e incluye valores, modelos y condiciones dadas. El aspecto se divide en lo siguiente sub-aspectos:

- *C1. Existencia.* Se refiere a la coincidencia existente entre la información disponible en la tarea escolar y la información disponible en la situación simulada.
- *C2. Realismo.* El realismo de los valores dados en las tareas escolares es un aspecto de importancia en simulaciones de situaciones de la vida real, dado que las estrategias de solución de los estudiantes se basan en juicios sobre la razonabilidad de sus respuestas (Stillman, 1998, citando en Palm, 2006).

- *C3. Especificidad.* Se refiere a la coincidencia en la especificidad de la información disponible en la situación escolar y la situación simulada. Este emparejamiento es a veces importante para que las posibilidades del razonamiento de los estudiantes sean similares en la situación dentro y fuera de la escuela (Baranes, Perry y Stiegler, 1989, citados en Palm, 2006). Por ejemplo, la diferencia entre compartir una rebanada de pan y compartir un pastel puede hacer que los estudiantes razonen diferentemente Taylor (1989, citado en Palm y Nyström, 2009).

*D. Presentación.* Este aspecto se refiere a la forma en que la tarea se transmite a los estudiantes. Este aspecto se divide en dos sub-aspectos:

- *D1. Modo.* Se refiere a si el problema se comunica oralmente o por escrito a los estudiantes y si la información se presenta en diagramas o tablas.
- *D2. Uso del lenguaje.* Se refiere a la terminología, la estructura de la oración y la cantidad de texto utilizado en la presentación de la situación de la tarea. En una simulación de este aspecto, con un grado razonable de fidelidad, la tarea escolar no incluye, por ejemplo, términos difíciles que impiden a los estudiantes resolución de tareas si las dificultades correspondientes no ocurren en la situación simulada fuera de la escuela.

*E. Estrategias de solución.* Para ser simulado, una tarea incluye el rol y el propósito de que alguien la resuelva. Este aspecto se divide en dos sub-aspectos.

- *E1. Disponibilidad.* Se refiere a la coincidencia en las estrategias de solución disponibles para los estudiantes que resuelven tareas escolares y las disponibles para las personas descritas en las tareas correspondientes en la vida real.
- *E2. Plausibilidad experimentada.* Se refiere a la coincidencia en las estrategias experimentadas como plausibles para resolver la tarea escolar y las experimentadas como plausibles en la situación simulada.

*F. Circunstancias.* Son las circunstancias bajo las cuales se va a resolver la tarea, y se dividen en los siguientes sub-aspectos.

- *F1. Disponibilidad de herramientas externas.* Se refiere a herramientas fuera de la mente, como una calculadora, un mapa o una regla.
- *F2. Orientación.* Se refiere a la orientación en forma de sugerencias explícitas o implícitas.
- *F3. Consulta y colaboración.* Las tareas en la vida real se resuelven únicamente por uno mismo, mediante la colaboración en grupo o con la posibilidad de asistencia. En las tareas escolares, estas circunstancias deben tomarse en cuenta, ya que las aportaciones de otras personas pueden afectar qué habilidades y competencias se requieren para resolver esas tareas.
- *F4. Oportunidades de discusión.* Se refiere a que los estudiantes pregunten y discutan el significado y la comprensión de la tarea.
- *F5. Tiempo.* Es importante que las restricciones de tiempo sean tales que no provoquen diferencias significativas en las posibilidades de resolver las tareas escolares en comparación con las situaciones que se simulan.
- *F6. Consecuencias del éxito o fracaso en la resolución de tareas.* Las diferentes soluciones a los problemas pueden tener diferentes consecuencias para los resolutores. Las presiones sobre el resolutor y sus motivaciones para resolver la tarea pueden afectar sus procesos de resolución. Se recomienda promover la motivación para resolver el problema.

*G. Requisitos de solución.* La noción de solución debe interpretarse de manera amplia, es decir, tanto el método de solución como la respuesta final a una tarea. Los juicios sobre la validez de las respuestas y la discusión de los métodos de solución pueden ser requisitos para la solución de la tarea escolar.

*H. Propósito.* Este aspecto se divide en dos.

- *H1. Propósito en el contexto figurativo.* Se refiere a que en las simulaciones es esencial que el propósito de la tarea en el contexto figurativo sea tan claro para los estudiantes como lo es para el solucionador en la situación simulada.
- *H2. Propósito en el contexto social.* Se refiere a que la tarea escolar se puede interpretar como la descripción de una situación de la vida real, que para su solución se incluyen todas

las propiedades que posee en la vida real. Esto requiere un razonamiento diferente y la inclusión de otras competencias en la resolución de la tarea.

Palm (2006) mostró que un aumento en la autenticidad de la tarea, incluso cuando se logra únicamente mediante una modificación del texto de la tarea, aumentó la tendencia a usar su conocimiento del mundo real de manera efectiva en las soluciones a problemas verbales.

En trabajos posteriores, Palm y Nyström (2009) utilizaron el término *autenticidad* para referirse a tareas contextualizadas, donde estas tareas emulan en un grado razonable una situación de la vida real. Además, señalaron que una tarea escolar nunca puede simular completamente una situación extraescolar. Sin embargo, a veces la tarea escolar puede organizarse y formularse de tal forma que en muchos de los aspectos de una situación de la vida real se simulen bastante bien, permitiendo a los estudiantes resolver la tarea en condiciones bastante cercanas a la realidad.

Para los autores Cáceres et al. (2015) determinar la autenticidad de las tareas es complejo pues se deben establecer diversas dimensiones, por ejemplo la proximidad del evento planteado con relación a la posibilidad de encontrarlo en la vida cotidiana, la adecuación de la pregunta realizada al evento propuesto, la concordancia de la información que se ofrece con la pregunta planteada, la presencia explícita en el contexto figurativo del propósito para el que se debe dar respuesta y la especificidad en los datos de la situación propuesta.

Palm y Nyström (2009) proponen una descripción breve y sintetizada de sólo cinco aspectos del marco expuesto en Palm (2006) como los más importantes que debe cumplir una tarea para considerarse más auténtica: evento, pregunta, información/datos, propósito en el contexto de la tarea y uso del lenguaje, cuyas definiciones se explicitaron líneas arriba.

En este trabajo se entenderá como tarea auténtica aquellas que cumplan con los cinco aspectos propuestos por Palm y Nyström (2009).



## **CAPÍTULO 3**

### **MÉTODO**

En este capítulo se describe el método, el tipo de muestreo utilizado para la selección de los informantes, un conjunto de tareas que fueron extraídas de un libro de texto de matemáticas para valorar su autenticidad a través del juicio de cinco expertos, su modificación a tareas auténticas, la forma en la que se implementaron las tareas y los instrumentos que se utilizaron para revisar cada tarea.

#### **3.1. Método**

El tipo de investigación que se llevó a cabo en este trabajo fue de tipo mixto. Los informantes de interés fueron un grupo de 26 estudiantes entre 15 y 17 años que cursaban el nivel medio superior en el ciclo escolar 2020-2021 en una escuela privada de la ciudad de Puebla, México. Se realizó un muestreo aleatorio simple que Cohen et al. (2012) definen como aquellos miembros de la población en estudio que tienen la misma probabilidad de ser seleccionados y la probabilidad de que un miembro de la población sea seleccionado no se ve afectada por la selección de los otros miembros de la población, es decir, cada selección es completamente independiente del siguiente. Este método implicó seleccionar al azar de una lista de la población el número requerido de sujetos para la muestra.

#### **3.2. Instrumento de recolección de datos**

Para el desarrollo de esta investigación, se construyó inicialmente un conjunto conformado por cinco tareas tomadas del libro de texto Matemáticas 1 “Álgebra en acción” del autor Joaquín Ruiz Basto, destinado para estudiantes de nivel medio superior. Para la validación de contenido se invitó a un grupo de cinco expertos para valorar la autenticidad de cada tarea (ver Nexticapan y Juárez-Ruiz, 2021). Los expertos invitados cumplieron con los siguientes criterios: poseen un conocimiento especializado de la teoría de situaciones auténticas, han realizado investigación sobre

ella, son docentes recomendados por sus pares y realizan una actualización continua en contenidos tanto de matemática como de educación matemática.

Para la valoración de autenticidad de cada tarea se utilizó el formato presentado en la Figura 1. Este formato contiene la tarea a evaluar y las categorías a evaluar: evento, pregunta, propósito en el contexto de la tarea, uso del lenguaje e información y datos. La calificación otorgada por cada juez fue un número en una escala ordinal de 1 a 4, siendo 1 *no cumple con el criterio*, 2 *bajo nivel*, 3 *moderado nivel* y 4 *alto nivel*.

**Figura 1**

*Formato de presentación de la tarea para la valoración de los jueces*

| Tarea Escolar   | EVENTO | PREGUNTAS | PROPÓSITO | USO DEL LENGUAJE | INFORMACIÓN Y DATOS |
|---|--------|-----------|-----------|------------------|---------------------|
| <p><b>TU COMPUTADORA PERSONAL</b></p> <p>Un almacén informa que a partir de la siguiente semana aumentará 10% el precio de una computadora portátil, al tiempo que anuncia una rebaja de 10% en todos los artículos para esos días.</p> <p>¿Me conviene comprar el equipo antes de que aumente de precio, o cuando aplique la rebaja?</p> <p>¿Cómo podría predecir cuál será el nuevo precio para cualquier computadora, bajo estas condiciones?</p> <p><i>Observaciones:</i></p> |        |           |           |                  |                     |

Las definiciones de cada categoría fueron extraídas de Palm y Nyström (2009) como se muestran en la Tabla 3.

**Tabla 3**

*Descripción de las categorías de valoración para las tareas*

| Categoría | Definición  |
|-----------|---|
| Evento    | El evento ha ocurrido o tiene una ocasión de ocurrir en la vida real. |

|                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| Pregunta                             | Las preguntas se pueden presentar realmente en el acontecimiento del mundo real descrito.  |
| Propósito en el contexto de la tarea | El propósito de la tarea es claro en la situación escolar como lo sería en la situación de la vida real correspondiente.                                   |
| Uso del lenguaje                     | El lenguaje usado en la tarea escolar es comprensible y tiene total grado de fidelidad como el que se usa en la situación de la vida real correspondiente. |
| Información y datos                  | El realismo de la información y datos dados en la tarea escolar es idéntico a los de la situación de la vida real correspondiente.                         |

---

En cada tarea se evaluó la concordancia entre los jueces en sus valoraciones a través del estadístico  $V$  de Aiken (Aiken, 1985), que es un estadístico diseñado para realizar validez de contenido por medio del juicio de expertos, aplicable a pequeñas o grandes muestras de jueces y categorías de calificación en la escala ordinal. El rango de valores que toma este estadístico es de 0 a 1, un valor de  $V = 0$  se obtiene cuando todos los jueces seleccionan la calificación mínima, y un valor de  $V = 1$  cuando todos los jueces seleccionan la calificación más alta posible.

El procedimiento para determinar el coeficiente  $V$  de Aiken comienza con las calificaciones de una sola tarea por  $n$  evaluadores (jueces). Las calificaciones de validez se pueden hacer en cualquier escala conveniente de  $c$  números enteros sucesivos, en este instrumento se utilizó 1, 2, 3 y 4, siendo 1 la calificación más baja y 4 la calificación más alta.

Se designa como  $hi$  al número entero más alto asignado a una categoría, como  $lo$  al número entero más bajo asignado a una categoría y  $r$  como la calificación de validez de la tarea que recibió por parte del evaluador, los valores  $r$  se transforman en  $s = r - lo$  si  $lo < hi$  y  $s = lo - r$  si  $hi < lo$ . Los valores de  $s$  para todos los jueces se suman para obtener  $S$ . Cuando las calificaciones de una tarea las realizan  $n$  evaluadores, el coeficiente  $V$  para esta tarea se calcula por medio de la siguiente fórmula

$$V = \frac{S}{n(c - 1)}$$

25

En (Aiken, 1985) se proporciona una tabla con medidas probabilísticas del valor desconocido poblacional  $V$ , denotado por  $V_p$ , para un rango de categorías de calificación de 2 a 7, un rango de evaluadores de 2 a 25 y niveles de significancia del 1% y 5%, con la prueba de hipótesis siguiente (ver Penfield y Giacobbi, 2004).

$$H_0: V_p = 0.5, H_a: V_p > 0.5$$

Para la primera valoración de autenticidad se consideró un nivel de confianza al 95%, 5 jueces expertos y 4 niveles de evaluación, por lo que el valor de  $V_p$  es de 0.87 (Aiken, 1985).

En esta primera valoración, los jueces otorgaron su calificación para cada aspecto, realizando observaciones, comentarios y sugerencias para la modificación de las tareas. Se puede observar en la Tabla 4 los valores del estadístico  $V$  de Aiken para cada aspecto de la taxonomía. Para aquellos valores de  $V < 0.87$  no fue posible rechazar la hipótesis nula de que no existe concordancia entre los jueces.

**Tabla 4**

*Valores del estadístico  $V$  de Aiken en la primera valoración de autenticidad*

| Tarea   | Evento      | Pregunta | Propósito<br>en el<br>contexto<br>de la tarea | Uso del<br>lenguaje | Información<br>y datos |
|---------|-------------|----------|---|---------------------|------------------------|
| Tarea 1 | 0.73        | 0.80     | <b>0.93</b>                                   | <b>0.93</b>         | 0.73                   |
| Tarea 2 | 0.47        | 0.67     | 0.73  | 0.80                | 0.73                   |
| Tarea 3 | <b>0.93</b> | 0.73     | 0.73  | 0.60                | 0.60                   |
| Tarea 4 | 0.80        | 0.53     | <b>0.87</b>                                   | <b>0.93</b>         | <b>1</b>               |
| Tarea 5 | 0.53        | 0.40     | 0.33  | 0.73                | 0.13                   |

*Nota:* Las ponderaciones de factores  $\geq 0.87$  están en negritas.

Se puede observar que las tareas 1, 3 y 4 cumplieron al menos uno de los aspectos de autenticidad, sin embargo, las tareas 2 y 5 no cumplieron con ningún aspecto. Atendiendo las sugerencias y observaciones de los jueces expertos, se pudieron modificar las tareas 1, 2, 3 y 4 ya que los valores del estadístico  $V$  de Aiken para los aspectos que no se cumplieron, no estaban muy

alejados de  $V_p = 0.87$ , sin embargo, la Tarea 5 no pudo ser modificada debido a los valores tan bajos del estadístico  $V$  de Aiken.

En la Tarea 1 (ver Figura 2) los jueces expertos coincidieron en que el aspecto de Evento no se cumple debido a que es poco probable que las tiendas departamentales anuncien su alza de precios en sus artículos. También, el aspecto de Pregunta no se cumple ya que los estudiantes pueden dar una respuesta intuitiva por la forma en la que están redactadas. Por último, los jueces resaltaron que es necesario el precio de la computadora portátil para que el aspecto de Información y datos se cumpla.

## **Figura 2**

### *Tarea 1 en su versión no auténtica*

|  |
|--|
| <p style="text-align: center;"><b>TU COMPUTADORA PERSONAL</b></p> <p>Un almacén informa que a partir de la siguiente semana aumentará 10% el precio de una computadora portátil, al tiempo que anuncia una rebaja de 10% en todos los artículos para esos días.</p> <p>¿Me conviene comprar el equipo antes de que aumente de precio, o cuando aplique la rebaja?</p> <p>¿Cómo podría predecir cuál será el nuevo precio para cualquier computadora, bajo estas condiciones?</p> |
|--|

Gracias a la retroalimentación de los jueces expertos, se realizó la modificación de la Tarea 1 de tal manera que en esta nueva versión los aspectos de Evento, Pregunta e Información y datos (ver Figura 3) se cumplieran, tratando de conservar el cumplimiento de los otros dos aspectos. Para el aspecto de Evento se omitió la parte en donde la tienda departamental informa a sus clientes que subirá el precio de sus artículos, además de que se establece un contexto inmediato al de los estudiantes. Para los aspectos de Pregunta e Información y datos, se estableció un precio fijo para la computadora portátil de tal manera que al existir este precio las preguntas estarían mejor redactadas y tendrían sentido para el estudiante.

### Figura 3

#### *Tarea 1 en su versión auténtica*

|  |
|--|
| <p style="text-align: center;"><b>VENTA NOCTURNA</b></p> <p>Una tienda departamental aumentará 10% el precio de todas las computadoras portátiles en el mes de agosto por el regreso a clases, pero para la primera semana del mes de septiembre está programada su venta nocturna donde se anuncia una rebaja del 10% en todos los artículos de la tienda.</p> <p>¿Me conviene comprar un equipo de cómputo con valor de \$12,999 antes de iniciar el mes de agosto o durante la venta nocturna?</p> <p>¿Cuál será el precio para cualquier computadora portátil en la semana de la venta nocturna?</p> |
|--|

Al mismo tiempo en que se modificaba la Tarea 1, se realizó una entrevista clínica exploratoria a una estudiante que cursaba el segundo año de nivel medio superior en el ciclo escolar 2020-2021 (ver Nexticapan y Juárez, 2021), proponiéndole la Tarea 1 en su versión no auténtica con el objetivo de observar los procesos de resolución que llevaba a cabo al resolver esta tarea y posteriormente, resolver la misma tarea ya modificada a una auténtica, y así contrastar estos procesos para identificar si resuelve mejor la auténtica que la no auténtica.

En la Tarea 2 (ver Figura 4) los jueces expertos coincidieron en que ninguno de los aspectos de autenticidad se cumple. Su retroalimentación indicó que el aspecto de Evento no se cumple debido a que no hay un suceso de una situación real que se esté simulando, los aspectos de Pregunta y Propósito en el contexto de la tarea no se cumplen debido a que no es claro cuál es el propósito de responder las preguntas ¿para qué un estudiante se preguntaría la hora de un país si no hay algún acontecimiento que esté sucediendo ahí? y el aspecto de Información y datos no se cumple debido a que hace falta una explicación más detallada de cómo utilizar los husos horarios, además de considerar el cambio de horario de verano.


## Figura 4

### Tarea 2 en su versión no auténtica

**HUSOS HORARIOS**

Existen veinticuatro zonas horarias (husos) en el mundo, que se enumeran a partir del Meridiano de Greenwich (0). De una a otra, difieren en una hora.

| País      | Hora Local |
|-----------|------------|
| Perú      | -5         |
| Italia    | 1          |
| India     | 5          |
| Brasil    | -3         |
| México    | -6         |
| EUA       | -8         |
| Japón     | 9          |
| Australia | 10         |



1 ¿Cuántas horas de diferencias hay entre México y Greenwich? ¿Y entre México y Japón? ¿Y entre Perú y EUA?  
2 ¿Cuál es la hora en nuestro país, cuando en Londres son las 10:00 a.m.?  
3 ¿Y en los demás países que aparecen en la tabla?  
4 ¿Qué hora es en Los Mochis y en Mérida, cuando en Ensenada son las 9:45 a.m.?

Gracias a la retroalimentación de los jueces expertos, se realizó la modificación de la Tarea 2 de tal manera que en esta nueva versión se cumplieran todos los aspectos de autenticidad (ver Figura 5). Para el aspecto de Evento se incluyó una situación real que es el hecho de viajar de un país a otro por motivo de las fiestas decembrinas. Para los aspectos de Pregunta y Propósito en el contexto de la tarea se deja en claro que lo que se desea es conocer la hora de arribo a un país, para el aspecto de Información y datos se incluyó una descripción breve de la utilización de los husos horarios, además se agregó en el contexto de la tarea el horario de verano e información de algunos países que cuentan con más de un huso horario. Finalmente, para el uso del lenguaje se utilizaron palabras acordes al lenguaje de los estudiantes.

## Figura 5

### Tarea 2 en su versión auténtica

**Viaje a Paris, Francia**

En el horario de invierno hay una diferencia de +8 horas entre la Ciudad de México y Paris, Francia. En el mundo existen veinticuatro zonas horarias (husos), que se enumeran a partir del Meridiano de Greenwich (0). Los países que se encuentran a la izquierda del meridiano de Greenwich se le asocia un número entero negativo y a los países que se encuentran a la derecha se les asocia un número entero positivo, como se muestra a en la Figura 1.



Figura 1. Husos horarios internacionales

En México se utilizan tres husos horarios denominados Tiempo del centro (-6), Tiempo del Noroeste (-7) y Tiempo del Pacífico (-8), mientras que Francia presenta un huso horario de (+1).

Planeas hacer un viaje con destino a Paris, Francia con motivo de las fiestas decembrinas y consultas a una aerolínea que registra los siguientes tiempos:

| Tiempo de vuelo Ciudad de México-Dallas, Texas | Escala en el aeropuerto de Dallas, Texas | Tiempo de vuelo Dallas, Texas – Paris, Francia |
|--|--|--|
| 2 horas y 50 minutos                           | 6 horas y 20 minutos                     | 9 horas 15 minutos                             |

Si el aeropuerto de la Ciudad de México marca una salida a las 8:00 horas, ¿Cuál será la hora local de arribo en Paris, Francia, considerando los tiempos de vuelo y escala mostrados en la tabla?

En la Tarea 3 (ver Figura 6) los jueces expertos coincidieron en que el aspecto de Evento si se cumple, sin embargo, el aspecto de Pregunta no porque son preguntas relacionadas con el quehacer de los gerentes y administradores de hoteles que les interesa conocer los ingresos, egresos, inventario, además de proyecciones para años venideros, y no son preguntas que un estudiante pudiera hacerse en algún momento. El aspecto de Propósito en el contexto de la tarea no se cumple ya que para qué serviría que los estudiantes conocieran los gastos promedios para cada rubro, esto serviría si los estudiantes estuvieran trabajando en un hotel. El aspecto de Uso del lenguaje no se cumple debido a que, aunque es correcto y tiene alto grado de fidelidad con el que se usa en la vida



real puede mejorarse para fines escolares, dado que existen términos que podrían causar conflicto en los estudiantes: “erogación” y “rubro”. Finalmente, para el aspecto de Información y datos se sugiere hacer una investigación en hoteles de lugares turísticos, más minuciosa, para poder hacer una comparación con la realidad en relación con el hospedaje, comida y propinas.

### Figura 6

#### *Tarea 3 en su versión no auténtica*

**AFLUENCIA TURÍSTICA**

Entre 3 y 4 millones de turistas visitaron una zona de playa durante los siete días de Semana Santa.

La erogación económica que realizaron fue la siguiente:

| Hospedaje        | Comida           | Propinas        |
|------------------|------------------|-----------------|
| \$11,204,105,000 | \$13,130,102,000 | \$5,030,000,000 |

1. ¿Cuál fue la erogación diaria promedio de los turistas en cada uno de estos rubros durante una semana? ¿Y por persona? ¿Cuánto, en promedio, gastó diariamente un turista en comida?
2. Un hotel, por otra parte, previó alimentos en esa semana para 1,200 huéspedes, pero la ocupación fue 7% menor de lo previsto. ¿Cuántos días más duró la despensa del hotel?
3. Si fueras el gerente, ¿Cómo anticiparías la duración de la despensa para cualquier cantidad de huéspedes?

Atendiendo las sugerencias de los jueces expertos, se realizó la modificación de la Tarea 3 de tal manera que en esta nueva versión se cumplieran todos los aspectos de autenticidad (ver Figura 7). Para el aspecto de Evento se incluyó una simulación de un contexto inmediato al estudiante que es un viaje de graduación. Para los aspectos de Pregunta y Propósito en el contexto de la tarea se deja en claro que lo que se desea es conocer es el ahorro para poder realizar un viaje. Para el aspecto de Uso de lenguaje se ha omitido la palabra “erogación” y se ha cambiado la palabra “rubro” por “ámbito”. Finalmente, para el aspecto de Información y datos se realizó una investigación minuciosa de los gastos promedio en hospedaje, comida y otros que los turistas hacen cuando viajan a Cancún en semana Santa.

## Figura 7

### Tarea 3 en su versión auténtica

**Viaje de Graduación**

Como viaje de graduación, la escuela planea hacer un viaje a Cancún durante los siete días de Semana Santa y quieres saber cuánto dinero debes ahorrar con tu familia para poder asistir.

Investigaste en internet que el año pasado entre 2 y 3 millones de turistas visitaron Cancún durante Semana Santa y que los gastos registrados por todos los turistas fueron los siguientes:

| Hospedaje        | Comidas         | Otros           |
|------------------|-----------------|-----------------|
| \$11,204,105,000 | \$9,600,585,000 | \$1,750,000,000 |

¿Cuánto, en promedio, gastó un turista en cada uno de estos ámbitos durante una semana? ¿Y por día?

Si la escuela consiguió el viaje redondo en avión de Ciudad de México a Cancún a un costo de \$1,596 por persona, ¿cuánto dinero consideras que deberías ahorrar con tu familia para poder ir al viaje?

La Tarea 4 (ver Figura 8) fue la mejor valorada por los jueces expertos, sin embargo, coincidieron en que el aspecto de Evento no se cumple en su totalidad por lo que sugieren que el estudiante en lugar de ser el gerente de la dulcería fuera un ayudante o trabajador, debido a que muy difícilmente por la edad de los estudiantes pudieran tener una gerencia. Finalmente, el aspecto de Pregunta no se cumple ya que las preguntas se mantienen alejadas del acontecimiento del mundo real, dado que nadie se interrogaría sobre los cálculos que hizo alguien más, al contrario, le pediría explicarlo.

## Figura 8

### *Tarea 4 en su versión no auténtica*

**MEZCLA DE DULCES**

Eres el gerente de la dulcería Sweet Candy que, entre otros productos, ofrece bolsitas de 100 g con dulces de chocolate a \$12.00, y otras, con dulces de mejor calidad. a \$35.00.

Algunos clientes de la dulcería te sugieren que también ofrezcan estas bolsitas con combinaciones de las dos cantidades de dulces de chocolate, a un precio intermedio.

Consideras que \$24.00 podría ser un buen precio y que podrías disponer de 3 kg del dulce de chocolate más caro, para experimentar. Unos minutos después de haberlo comentado con tu ayudante, éste te informa que, para tal propósito, deberás agregar 2 kg del dulce de chocolate más barato.

- ¿Cómo sabes que es correcto el dato que te dio tu ayudante?
- ¿Qué cálculos consideras que hizo para obtener ese resultado?
- Resuelve esta situación utilizando un modelo algebraico.

Atendiendo las sugerencias de los jueces expertos, se realizó la modificación de la Tarea 4 de tal manera que en esta nueva versión se cumplieran todos los aspectos de autenticidad (ver Figura 9). Para el aspecto de Evento el estudiante funge el papel de trabajador de la dulcería y para el aspecto de Pregunta se establece que el gerente de la tienda comprenda el procedimiento que realizó su trabajador.

## Figura 9

### *Tarea 4 en su versión auténtica*

**Bolsitas de chocolate**

Trabajas en la dulcería “La Gran Fama” que, entre una variedad de productos, ofrece bolsitas de 100 g con dulces de chocolate a \$12.00, y otras, con dulces de chocolate de mejor calidad a \$35.00 los 100 g.

Algunos clientes de la dulcería te sugieren que también ofrezcan estas bolsitas con combinaciones de las dos cantidades de dulces de chocolate, a un precio intermedio.

Consideras que \$24.00 podría ser un buen precio y que podrías hacer el experimento utilizando 3 kg del dulce de chocolate más caro y 2 kg del dulce de chocolate más barato. Comentando con el gerente de la tienda esta idea, éste te informa que, para tal propósito, deberías utilizar 2.75 kg del dulce de chocolate más barato.

1. ¿Quién de los dos tiene la razón, tú o el gerente?
2. ¿Qué cálculos realizaste para determinar tu respuesta a la pregunta anterior?

Finalmente, la Tarea 5 (ver Figura 10) fue la menos valorada por los jueces expertos al no cumplir ninguno de los aspectos de autenticidad, además de tener un valor  $V$  de Aiken muy por debajo de 0.87 en todos los aspectos. En consecuencia, se tomó la decisión de no hacer su modificación para volverla auténtica.

### Figura 10

#### *Tarea 5 en su versión no auténtica*

**DISTRIBUCIÓN Y VENTA DE QUESOS**

Una granja produce y distribuye, en tres tiendas diferentes, queso panela, queso asadero y queso manchego.

La cantidad que semanalmente surte de cada tipo de queso es la misma en todas las tiendas.

|          | Panela | Asadero | Manchego | Total |
|----------|--------|---------|----------|-------|
| Tienda 1 | 50%    | 80%     | 60%      | 74 kg |
| Tienda 2 | 20%    | 60%     | 10%      | 38 kg |
| Tienda 3 | 30%    | 40%     | 20%      | 36 kg |

En la última semana, las tiendas reportaron los porcentajes y montos de venta señalados en la tabla.

¿Qué cantidad de cada tipo de queso surtió la granja a cada tienda?

¿Cuánto vendió cada tienda de los distintos tipos de queso?

Una vez que las tareas fueron modificadas, se obtuvo como resultado un nuevo conjunto de cuatro tareas y se invitó a los mismos cinco jueces expertos a colaborar en una segunda valoración de autenticidad. Para esta nueva valoración, se consideró un nivel de confianza al 95%, 5 jueces expertos y 4 niveles de evaluación, por lo que el valor de  $V_p$  es de 0.87 (Aiken, 1985).

En la Tabla 5 se presentan los resultados de esta segunda valoración a través del estadístico  $V$  de Aiken. En todas las evaluaciones a excepción del aspecto Información y datos de la Tarea 3 en su versión modificada, es posible rechazar la hipótesis nula en favor de la alternativa que establece una concordancia entre los jueces.

**Tabla 5***Valores del estadístico V de Aiken en la segunda valoración de expertos*

| <b>Tarea</b> | <b>Evento</b> | <b>Pregunta</b> | <b>Propósito<br/>en el<br/>contexto<br/>de la tarea</b> | <b>Uso del<br/>lenguaje</b> | <b>Información<br/>y datos</b> |
|--------------|---------------|-----------------|---|-----------------------------|--------------------------------|
| Tarea 1      | 1             | 0.87            | 1   | 1                           | 1                              |
| Tarea 2      | 0.93          | 0.93            | 0.93  | 1                           | 0.93                           |
| Tarea 3      | 0.87          | 0.93            | 0.93  | 1                           | 0.80                           |
| Tarea 4      | 1             | 0.93            | 1   | 1                           | 1                              |

Para la recolección de datos, las cuatro tareas no auténticas y su modificación a tareas auténticas se implementaron a los 26 estudiantes en ocho sesiones de 40 minutos. El orden en el que se presentaron las tareas fue diferente, en algunas sesiones se presentó primero la tarea no auténtica y luego la auténtica, y en otras sesiones primero la auténtica y luego la no auténtica.

Al finalizar cada sesión los estudiantes respondieron un cuestionario de seis preguntas presentado digitalmente siguiendo el formato de la Tabla 6. Este formato contiene *preguntas de escala* que en Corral (2010) se definen como preguntas cuyas respuestas se dan a través de una escala preestablecida y la calificación otorgada por cada estudiante en una escala tipo Likert de 1 a 5, siendo 1 *definitivamente no*, 2 *probablemente no*, 3 *no sé*, 4 *probablemente sí* y 5 *definitivamente sí*.

**Tabla 6***Cuestionario sobre los aspectos de autenticidad*

| Afirmación   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|--|---|---|---|---|---|
| La situación planteada en el problema tiene una ocasión de suceder en la vida real                       |   |   |   |   |   |
| Si estuviera viviendo la situación del problema, me haría las mismas preguntas planteadas en el problema |   |   |   |   |   |

El realismo de la información y datos que presenta el problema es idéntico a los de la misma situación que ocurre en la vida cotidiana

Los datos proporcionados en el problema son suficientes para responder las preguntas

El propósito del problema es claro como lo sería en la vida real.

El problema está escrito en un lenguaje comprensible

---

Además de las preguntas anteriores del tipo escala de Likert los estudiantes respondieron la pregunta abierta: *¿cómo fue tu experiencia al resolver esta tarea?* con la intención de identificar cualitativamente las respuestas más frecuentes y asociarlas a los aspectos de autenticidad.

Al finalizar las ocho sesiones de implementación de las tareas, se utilizó una sesión más de aproximadamente 30 minutos para realizar una reflexión metacognitiva grupal de las ocho sesiones de la resolución de estas tareas.

### 3.3. Análisis de los datos

Las producciones escritas de cada estudiante en la resolución de las cuatro tareas no auténticas y sus versiones auténticas se evaluaron con ayuda de una rúbrica analítica presentada en la Tabla 7, que evalúa la resolución de problemas, donde las calificaciones varían en un rango de 50 a 100 puntos posibles.

**Tabla 7**

*Rúbrica analítica para evaluar cada tarea*

| Indicadores                   | Excelente   | Puntos | Elemental  | Puntos | Insuficiente   | Puntos |
|-------------------------------|---|--------|--|--------|--|--------|
| Manejo de Lenguaje matemático | Utiliza adecuadamente un lenguaje matemático claro en todo el procedimiento del | 30%    | Utiliza parcialmente un lenguaje matemático en todo el procedimiento | 23%    | Utiliza un lenguaje matemático muy pobre en todo el procedimiento del problema | 15%    |

|                                   |   |     |   |     |  |     |
|-----------------------------------|---|-----|---|-----|--|-----|
|                                   | problema, para obtener un resultado.  |     | del problema para obtener un resultado.   |     | para obtener un resultado.   |     |
| Manejo de fórmulas                | Utiliza en todos los procedimientos, para la solución del problema, las fórmulas / expresiones matemáticas adecuadas. | 30% | Utiliza parcialmente el uso de las fórmulas/ expresiones matemáticas adecuadas, en el procedimiento, para la solución del problema. | 23% | Sin utilizar el uso de fórmulas/expresiones matemáticas en el procedimiento, para la solución del problema | 15% |
| Adecuado <i>Proceso-Solución.</i> | Obtiene el resultado correcto, con su adecuado proceso, para dar solución al problema.                                | 40% | Llega de manera parcial al resultado correcto con su adecuado proceso, para obtener la solución del problema.                       | 30% | Sin llegar al resultado correcto en la solución del problema.  | 20% |

*Nota:* Adaptada de Alsina et al. (2020).

Para evaluar la confiabilidad de esta rúbrica, se utilizó el coeficiente Alfa de Cronbach con las calificaciones obtenidas de los estudiantes en las cuatro tareas no auténticas y sus versiones más auténticas. El valor de este coeficiente fue de 0.802 el cual es un valor aceptable para la confiabilidad de la rúbrica.

Para el análisis de los datos cuantitativos obtenidos se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk que es una prueba estadística para comprobar la normalidad de la distribución de los datos. Esta prueba según los autores Arcones y Wang (2006) es una de las más consolidadas y con mayor potencia estadística entre las existentes actualmente y con un tamaño muestral inferior a 50.

## **CAPÍTULO 4**

### **RESULTADOS**

#### **4.1. Resultados de un estudio exploratorio**

En esta sección se presentan los resultados de un estudio exploratorio donde se planteó la necesidad de explorar los procesos de resolución que ejecuta un estudiante de bachillerato al resolver una tarea no auténtica y su versión auténtica a través de una entrevista clínica, logrando captar estos procesos claramente por medio de preguntas vinculadas a las cuatro fases del método de Polya (ver Nexticapan y Juárez-Ruiz, 2021).

El objetivo general de este trabajo consistió en describir los procesos de resolución de una tarea no auténtica y una auténtica que realiza una estudiante de nivel medio superior. La pregunta de investigación que se planteó fue: ¿Cómo resuelve una estudiante de nivel medio superior una tarea no auténtica y una auténtica?

El tipo de investigación utilizado para este trabajo fue de corte cualitativo a través de un estudio de caso. La informante fue seleccionada a través de un muestreo de participantes voluntarios, tenía 16 años y cursaba segundo año de nivel medio superior en el ciclo escolar 2019-2020, en una escuela privada ubicada en la Ciudad de Puebla, México. Tenía conocimientos previos en el área de aritmética y álgebra, un desempeño promedio en matemáticas y un gusto por la resolución de problemas.

Para la recolección de datos se llevó a cabo una entrevista clínica a la estudiante. Esta se realizó en dos partes en dos días diferentes separados por un lapso de tres días, la primera tuvo una duración de 27 minutos donde la informante se le planteó la Tarea 1 en su versión no auténtica (ver Figura 2) y la segunda de 23 minutos donde resolvió la tarea auténtica proporcionando ella misma un precio para la computadora portátil.

La guía de preguntas utilizada para cada una de las dos partes de la entrevista se basó en las cuatro fases del método de Polya (1965), las cuales se describen en la Tabla 8.



**Tabla 8***Guía de preguntas para la entrevista clínica*

| <b>Fase</b>                   | <b>Pregunta</b>   |
|-------------------------------|---|
| <b>Comprender el problema</b> | ¿Cuál es la incógnita del problema?<br>¿Cuáles son los datos?<br>¿Hay información insuficiente, redundante o contradictoria?                              |
| <b>Concebir un plan</b>       | ¿Podría plantear el problema en forma diferente?<br>¿Se ha encontrado con un problema semejante?<br>¿Conoce algún método que le pueda ser útil?           |
| <b>Ejecución del plan</b>     | ¿Puede ver claramente que el paso es correcto?<br>¿Puede usted demostrarlo?   |
| <b>Visión retrospectiva</b>   | ¿Puede usted verificar el resultado?<br>¿Puede obtener el resultado en forma diferente?<br>¿Puede emplear usted emplear el método en algún otro problema? |

*Nota:* Nexticapan y Juárez-Ruiz (2021, p. 6)

Para analizar los datos de la entrevista clínica se utilizó la metodología de análisis tipológico propuesta por Hatch (2002). Se establecieron las siguientes tipologías o categorías basadas en las cuatro fases del método de Polya (1965):

- Incógnita del problema
- Información y datos del problema
- Plan de resolución
- Planteamiento del problema de forma diferente
- Proceso de resolución
- Verificación del resultado
- Transferencia del problema o proceso de resolución a otros contextos

En todo el proceso de resolución de las tareas realizado por la estudiante, estas categorías emergieron naturalmente del análisis de la entrevista, dejándola libremente realizar sus procesos de resolución para llegar a una respuesta.

En la Tabla 9 se presenta una síntesis de los procesos llevados a cabo por Rubí tanto en la tarea no auténtica y su comparativo con la tarea auténtica, según las categorías de análisis establecidas y los resultados obtenidos durante la entrevista clínica.

**Tabla 9**

*Comparación de los procesos de resolución de la tarea no auténtica y auténtica*

| <b>Categorías</b>                                    | <b>Procesos tarea no auténtica</b>  | <b>Procesos tarea auténtica</b>  |
|--|---|--|
| <b>Incógnita del problema</b>                        | Lo realiza de manera errónea al considerar que la incógnita del problema era obtener el precio de la computadora portátil para después aplicarle el 10% de aumento y 10% de descuento.  | Lo realiza correctamente al considerar que la incógnita del problema era determinar el momento conveniente para comprar la computadora portátil.   |
| <b>Información y datos del problema</b>              | Le resultó contradictorio el hecho de que el precio de una computadora aumente un 10% y disminuya un 10%.   | Prevaleció la confusión con el aumento del 10% y descuento del 10% sobre el precio de la computadora portátil.   |
| <b>Plan de resolución</b>                            | Concibió realizar una regla de tres para responder a la primera pregunta, pero se dio cuenta de que no podría hacerla porque el problema no le proporcionaba un precio fijo de la computadora portátil.<br>Tuvo en mente plantearse una ecuación para responder a la segunda. | Tuvo claro que el plan para dar solución a la primera pregunta era hacer una regla de tres como lo había planteado cuando la tarea era no auténtica.<br>Relacionó el plan de la primera pregunta para responder la segunda, es decir, lleva a cabo un razonamiento inductivo declarando la variable $x$ como el precio de la computadora y con la variable $y$ como el 10% del precio de la computadora. |
| <b>Planteamiento del problema de forma diferente</b> | Tuvo dificultad para establecerlo con sus propias palabras mencionando en su planteamiento únicamente el aumento del 10%.   | Pudo explicar el problema con sus propias palabras estableciendo una conexión con el plan que tenía.   |

|   |   |  |
|---|---|--|
| <b>Proceso de resolución</b>  | <p>En la primera pregunta, se dio cuenta de que su plan no la conducía a una respuesta porque el problema no le proporcionó el precio de la computadora para que pudiera calcular los porcentajes.</p> <p>En la segunda pregunta, planteó una ecuación errónea mezclando precios con porcentajes que la condujo a que el precio para cualquier computadora portátil bajo las condiciones del problema es de 90.</p> | <p>En la primera pregunta, no se percató desde el inicio de la entrevista que debía sacar el 10% al nuevo precio de la computadora para luego restárselo, por lo que su procedimiento la regresó al precio inicial.</p> <p>En la segunda pregunta, obtuvo correctamente una expresión para determinar el precio de cualquier computadora portátil con su aumento del 10%, pero no contempló el 10% de descuento.</p> |
| <b>Verificación del resultado</b>   | <p>Justificó que sus respuestas satisfacen las condiciones del problema porque afirmó: “está explícito un valor desconocido que representa el precio de la computadora y además porque tiene la rebaja aplicada del 10%”.</p>   | <p>Aunque el proceso de resolución fue incompleto, Rubí consideró que era correcto porque en la primera pregunta utilizó los porcentajes de aumento y descuento, mientras que en la segunda utilizó variables que representaron el precio y el aumento.</p>  |
| <b>Transferencia del problema o proceso de resolución a otros contextos</b> | <p>No pudo llevarlo a cabo por las dificultades que presentó en todo el proceso.</p>  | <p>Concluyó que la expresión algebraica obtenida para dar respuesta a la segunda pregunta se puede utilizar en otros problemas similares. Además, fue capaz de trasladar el contexto del problema a otro sin gran dificultad omitiendo el aumento de porcentaje.</p>   |

---

*Nota:* Nexticapan y Juárez-Ruiz (2021, pp. 18-19)

Uno de los principales hallazgos de la investigación fue que la autenticidad de la tarea jugó un papel fundamental para su comprensión, ya que la informante ante la tarea no auténtica proporcionó una respuesta intuitiva, después identificó erróneamente que la incógnita era encontrar el precio de la computadora portátil para poder aplicar los porcentajes, pero como mencionó en la

entrevista, si hubiera contado con ese dato, el problema estaría mejor planteado y sería más fácil de resolver. Esta observación que hizo la informante coincidió con la retroalimentación de los expertos, pues al no tener un precio fijo para la computadora portátil, esta tarea no era auténtica al no cumplir con el aspecto de *información y datos*. Ante esta coincidencia, se le pidió a la informante que proporcionara un precio fijo y gracias a ello, hubo un cambio significativo en la comprensión de la tarea considerando como incógnita el valor del porcentaje que se le aplicará para determinar el momento conveniente para comprarla.

Una vez que la estudiante configuró su plan cuando la tarea no era auténtica, tuvo muchas dificultades para la primera pregunta pues su intención era hacer una regla de tres que no pudo ejecutar por la falta de un precio, pero cuando fijó ese precio le resultó sencillo ejecutarlo pues disponía de toda la información necesaria para llevarla a cabo.

Para la segunda pregunta, antes trató de plantearse una ecuación que ejecutó de manera errónea y después, en la tarea auténtica, llevó a cabo un razonamiento inductivo correcto en el cual relacionó el plan de la primera pregunta para responder la segunda. Este proceso realizado por Rubí coincide con la observación de las autoras Castro et al. (2010) quienes afirman que el razonamiento inductivo es un proceso cognitivo que permite obtener reglas a partir de un comportamiento común observado en algunos casos particulares y concretos. De esta manera, otro de los principales hallazgos fue el razonamiento inductivo que realizó Rubí, porque partió de un caso particular a uno general involucrando variables. Esto las autoras Castro et al. (2010) lo consideran pertinente, ya que si los estudiantes trabajan el razonamiento inductivo a través de problemas en el aula van desarrollando progresivamente sus habilidades que con la resolución de este se potencian, ya que permite el descubrimiento y la adquisición de conocimiento para avanzar hacia la obtención de generalizaciones.

El modelo 3UV establece tres usos de la variable: como número general, como incógnita y como relación funcional (Ursini et al., 2005). De estos usos, se puede interpretar que Rubí manejó adecuadamente dos de ellos, la variable como número general específicamente en el punto: “manipular el símbolo para simplificar o desarrollar expresiones algebraicas” (Juárez, 2011, p. 89) porque identificó el precio de la computadora con la variable  $x$  y el 10% del precio de la computadora por  $y$ . También como relación funcional, en el punto: “expresar una relación

funcional de manera tabular, gráfica y/o analítica, a partir de los datos de un problema” (Juárez, 2011, p. 89) porque hizo explícita en una expresión la relación de las variables x e y.

Finalmente, los resultados de esta investigación sugieren que en el aula se trabaje bajo la resolución de problemas auténticos para una mejor comprensión del problema y así los estudiantes puedan concebir un plan de un amplio catálogo de estrategias sin encuadrarlos en metodologías o procedimientos algorítmicos para que puedan ejecutarlo sin dificultad permitiendo desarrollar su razonamiento inductivo. Asimismo, que las tareas se propongan en grados escalonados de dificultad, permitiendo que los estudiantes desarrollen esquemas conceptuales que les permitan no tener una carga cognitiva excesiva que les impida realizar sus procesos de resolución adecuadamente.

#### 4.2. Diferencia entre los promedios de las tareas no auténticas y más auténticas.

Una vez evaluada cada tarea con ayuda de la rúbrica analítica, se realizó un concentrado en Excel de todas las calificaciones por estudiante y así obtener el promedio de esas calificaciones al resolver las tareas no auténticas y el promedio de las calificaciones al resolver las tareas auténticas (ver Tabla 10)

**Tabla 10**

*Calificaciones por estudiante en cada tarea no auténtica y su versión auténtica*

| Estudiante | Tarea 1 |    | Tarea 2 |     | Tarea 3 |     | Tarea 4 |     | Promedio |       |
|------------|---------|----|---------|-----|---------|-----|---------|-----|----------|-------|
|            | NA      | MA | NA      | MA  | NA      | MA  | NA      | MA  | NA       | MA    |
| E1         | 50      | 83 | 60      | 100 | 76      | 100 | 83      | 100 | 67.25    | 95.75 |
| E2         | 73      | 80 | 60      | 66  | 66      | 76  | 76      | 90  | 68.75    | 78.00 |
| E3         | 66      | 73 | 68      | 100 | 60      | 50  | 66      | 50  | 65.00    | 68.25 |
| E4         | 50      | 66 | 78      | 50  | 60      | 100 | 100     | 50  | 72.00    | 66.50 |
| E5         | 66      | 80 | 100     | 83  | 90      | 100 | 90      | 90  | 86.50    | 88.25 |
| E6         | 50      | 83 | 60      | 93  | 50      | 50  | 58      | 50  | 54.50    | 69.00 |
| E7         | 50      | 66 | 50      | 58  | 50      | 50  | 50      | 50  | 50.00    | 56.00 |
| E8         | 58      | 83 | 70      | 90  | 90      | 90  | 50      | 66  | 67.00    | 82.25 |
| E9         | 50      | 66 | 50      | 58  | 50      | 50  | 50      | 50  | 50.00    | 56.00 |

|          |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| E10      | 100   | 100   | 50    | 100   | 100   | 100   | 90    | 58    | 85.00 | 89.50 |
| E11      | 58    | 76    | 50    | 76    | 60    | 60    | 90    | 100   | 64.50 | 78.00 |
| E12      | 58    | 58    | 60    | 90    | 58    | 58    | 58    | 66    | 58.50 | 68.00 |
| E13      | 76    | 76    | 60    | 50    | 50    | 58    | 50    | 76    | 59.00 | 65.00 |
| E14      | 50    | 60    | 70    | 100   | 60    | 78    | 90    | 100   | 67.50 | 84.50 |
| E15      | 73    | 83    | 60    | 100   | 50    | 50    | 58    | 50    | 60.25 | 70.75 |
| E16      | 50    | 50    | 60    | 93    | 68    | 83    | 50    | 50    | 57.00 | 69.00 |
| E17      | 58    | 50    | 60    | 50    | 68    | 68    | 50    | 50    | 59.00 | 54.50 |
| E18      | 50    | 66    | 60    | 50    | 50    | 66    | 50    | 50    | 52.50 | 58.00 |
| E19      | 66    | 50    | 60    | 50    | 50    | 50    | 66    | 50    | 60.50 | 50.00 |
| E20      | 90    | 90    | 60    | 90    | 76    | 66    | 83    | 83    | 77.25 | 82.25 |
| E21      | 76    | 76    | 70    | 100   | 90    | 100   | 100   | 100   | 84.00 | 94.00 |
| E22      | 83    | 50    | 60    | 50    | 60    | 66    | 50    | 50    | 63.25 | 54.00 |
| E23      | 66    | 76    | 60    | 50    | 50    | 60    | 50    | 68    | 56.50 | 63.50 |
| E24      | 76    | 83    | 60    | 100   | 83    | 100   | 50    | 76    | 67.25 | 89.75 |
| E25      | 60    | 83    | 60    | 50    | 68    | 68    | 83    | 45    | 67.75 | 61.50 |
| E26      | 76    | 76    | 68    | 66    | 83    | 83    | 50    | 58    | 69.25 | 70.75 |
| Promedio | 64.58 | 72.42 | 62.46 | 75.50 | 66.00 | 72.31 | 66.96 | 66.38 | 65.00 | 71.65 |

*Nota:* NA = Tarea en su versión no auténtica. MA = Tarea modificada a su versión auténtica

A continuación, en la Tabla 11 se presenta un resumen descriptivo de estos resultados, donde estos datos nos indican que las tareas modificadas a sus versiones auténticas obtuvieron una calificación mayor respecto a las no auténticas, aunque con una desviación estándar mayor.

**Tabla 11**

*Análisis descriptivo de los promedios de las calificaciones de las tareas*

|                     | PromNA | PromMA |
|---------------------|--------|--------|
| Media               | 65.00  | 71.65  |
| Mediana             | 64.75  | 69.00  |
| Moda                | 67.25  | 78.00  |
| Desviación estándar | 9.99   | 13.42  |
| Varianza            | 99.82  | 180.15 |

*Nota:* PromNA = Promedio obtenido por los estudiantes en las tareas no auténticas.

PromMA = Promedio obtenido por los estudiantes en las tareas auténticas.

El conjunto de datos de los promedios de las calificaciones de las tareas no auténticas y el promedio de las calificaciones de las tareas auténticas por estudiante, se sometieron a pruebas de normalidad principalmente a la prueba de Shapiro-Wilk, que es una prueba que considera muestras de tamaño  $n \leq 50$ . Esta prueba plantea las siguientes hipótesis:

$H_0$ : Los datos siguen una distribución normal

$H_a$ : Los datos no siguen una distribución normal

El criterio de decisión para rechazar o no rechazar la hipótesis nula puede realizarse a través del método tradicional de prueba de hipótesis, el método del valor  $p$ , o bien, la decisión puede basarse en intervalos de confianza (Triola, 2009).

Para esta prueba de normalidad se utilizó el método del valor  $p$  que consiste en rechazar la hipótesis nula en favor de la hipótesis alternativa si  $p < \alpha$  (donde  $\alpha$  es el nivel de significancia). En caso contrario, si  $p \geq \alpha$  no se rechaza la hipótesis nula en favor de la hipótesis alternativa.

Para verificar si los promedios de las calificaciones obtenidas por cada estudiante en las tareas no auténticas y las tareas modificadas a su versión auténtica siguen una distribución normal, se utilizó la prueba de Shapiro-Wilk debido a que el tamaño de muestra es  $n = 26$ . Para este análisis se consideró un nivel de confianza al 95% y un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ . Los resultados se muestran en la Tabla 12.

**Tabla 12**

*Prueba de normalidad para promedios de tareas no auténticas y tareas más auténticas*

|        | Estadístico | gl | p     |
|--------|-------------|----|-------|
| PromNA | 0.938       | 26 | 0.118 |
| PromMa | 0.952       | 26 | 0.262 |

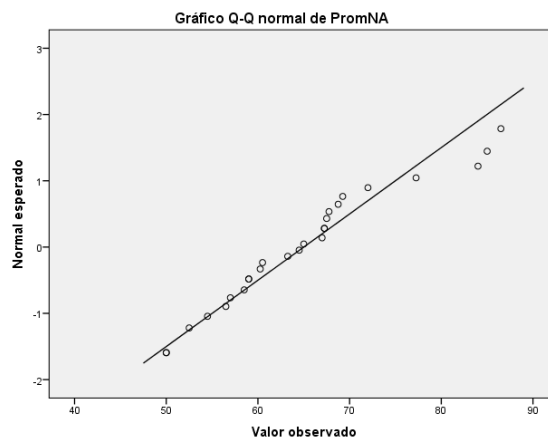
*Nota:* PromNA = Promedio obtenido por los estudiantes en las tareas no auténticas.  
PromMA = Promedio obtenido por los estudiantes en las tareas auténticas.

Para la variable PromNA el valor  $p = 0.188$  es mayor que  $\alpha = 0.05$  por lo que no rechazamos  $H_0$  en favor de  $H_a$ , es decir, los promedios de las calificaciones obtenidas por cada estudiante en las tareas no auténticas siguen una distribución normal.

Además, en la Figura 11 se observa la gráfica cuantilar normal de los promedios de las calificaciones de estas tareas, por lo que se puede concluir que provienen de una población distribuida normalmente, porque los puntos se acercan razonablemente al patrón de una línea recta, sin presentar otro patrón sistemático.

### Figura 11

*Gráfica cuantilar normal de los promedios de calificaciones en tareas no auténticas*

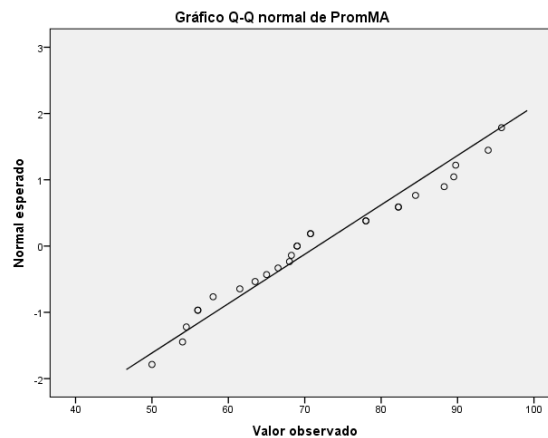


Así mismo, para la variable PromMA el valor  $p = 0.262$  es mayor a  $\alpha = 0.05$  por lo que no rechazamos  $H_0$  en favor de  $H_a$ , es decir, los promedios de las calificaciones obtenidas por cada estudiante en las tareas auténticas siguen una distribución normal. En la Figura 12 se presenta la gráfica cuantilar normal de los promedios de las calificaciones de estas tareas.



## Figura 12

*Gráfica cuantilar normal de los promedios de calificaciones en tareas más auténticas*



Los promedios obtenidos por cada estudiante en las tareas no auténticas y sus versiones auténticas se tratan de datos apareados, puesto que cada par de valores representa al mismo estudiante. Para verificar si existe suficiente evidencia estadística para concluir que la diferencia media de los promedios no es cero, utilizaremos inferencias a partir de datos apareados con un nivel de significancia de  $\alpha = 0.05$  para probar la aseveración de que existe una diferencia entre el promedio de las calificaciones de las tareas no auténticas y el promedio de las calificaciones de las tareas auténticas.

En Triola (2009) se señala que para realizar inferencia estadística con datos apareados, se deben cumplir los siguientes requisitos:

1. Los datos muestrales consistan en datos apareados.
2. Las muestras sean aleatorias simples.
3. Cualquiera o ambas de estas condiciones se cumplan: el número de datos apareados de datos muestrales sea grande ( $n > 30$ ) o los pares de valores tienen diferencias que se toman de una población con una distribución aproximadamente normal.

Para nuestros datos, se cumple cada uno de los tres requisitos. **1.** Los datos muestrales consisten en datos apareados referentes al mismo estudiante. Por una parte, se obtiene el promedio

de las calificaciones al resolver las cuatro tareas no auténticas, y el otro valor es el promedio de las calificaciones al resolver las cuatro tareas auténticas. **2.** La muestra se obtuvo a través de un muestreo aleatorio simple. **3.** El número de datos apareados ( $n = 26$ ) no es grande, por lo que se debe verificar la normalidad de las diferencias. Es por ello, que nos planteamos las siguientes hipótesis:

$H_0$ : Las diferencias siguen una distribución normal

$H_a$ : Las diferencias no siguen una distribución normal

A continuación, en la Tabla 13 se presenta el promedio de las calificaciones que obtuvieron los estudiantes al resolver las cuatro tareas no auténticas, el promedio de las calificaciones al resolver las cuatro tareas auténticas y las diferencias entre estos valores.

**Tabla 13**

*Diferencias de los promedios de las calificaciones de las tareas no auténticas y sus versiones auténticas*

| Estudiante | PromNA | PromMA | Diferencias |
|------------|--------|--------|-------------|
| E1         | 67.25  | 95.75  | -28.50      |
| E2         | 68.75  | 78.00  | -9.25       |
| E3         | 65.00  | 68.25  | -3.25       |
| E4         | 72.00  | 66.50  | 5.50        |
| E5         | 86.50  | 88.25  | -1.75       |
| E6         | 54.50  | 69.00  | -14.50      |
| E7         | 50.00  | 56.00  | -6.00       |
| E8         | 67.00  | 82.25  | -15.25      |
| E9         | 50.00  | 56.00  | -6.00       |
| E10        | 85.00  | 89.50  | -4.50       |
| E11        | 64.50  | 78.00  | -13.50      |
| E12        | 58.50  | 68.00  | -9.50       |
| E13        | 59.00  | 65.00  | -6.00       |
| E14        | 67.50  | 84.50  | -17.00      |
| E15        | 60.25  | 70.75  | -10.50      |
| E16        | 57.00  | 69.00  | -12.00      |
| E17        | 59.00  | 54.50  | 4.50        |
| E18        | 52.50  | 58.00  | -5.50       |

|     |       |       |        |
|-----|-------|-------|--------|
| E19 | 60.50 | 50.00 | 10.50  |
| E20 | 77.25 | 82.25 | -5.00  |
| E21 | 84.00 | 94.00 | -10.00 |
| E22 | 63.25 | 54.00 | 9.25   |
| E23 | 56.50 | 63.50 | -7.00  |
| E24 | 67.25 | 89.75 | -22.50 |
| E25 | 67.75 | 61.50 | 6.25   |
| E26 | 69.25 | 70.75 | -1.50  |

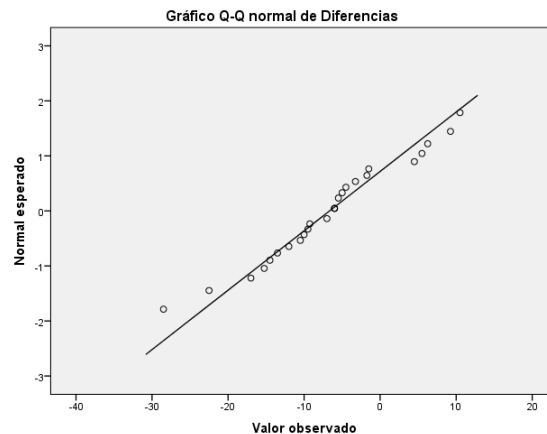
*Nota:* PromNA = Promedio obtenido por los estudiantes en las tareas no auténticas.  
 PromMA = Promedio obtenido por los estudiantes en las tareas auténticas.

Para determinar si las diferencias siguen una distribución normal, se aplica la prueba de Shapiro-Wilk considerando un nivel de confianza al 95% y un nivel de significancia  $\alpha = 0.05$ . Los resultados al aplicar esta prueba indican que  $p = 0.735 \geq 0.05$  por lo que no se rechaza  $H_0$  en favor de  $H_a$ , es decir, las diferencias entre los pares de valores siguen una distribución normal.

Además, en la Figura 13 se observa la gráfica cuantilar normal de las diferencias, por lo que se puede concluir que provienen de una población distribuida normalmente, porque los puntos se acercan razonablemente al patrón de una línea recta, sin presentar otro patrón sistemático.

**Figura 13**

*Gráfica cuantilar normal de las diferencias entre los promedios*



Al satisfacer los tres requisitos, procedemos con la prueba de hipótesis.

Paso 1: La aseveración de que existe una diferencia entre el promedio de las calificaciones de las tareas no auténticas y el promedio de las calificaciones de las tareas auténticas puede expresarse como  $\mu_d \neq 0$ . Donde  $\mu_d$  es el valor medio de las diferencias  $d$  para la población de todos los datos apareados.

Paso 2: La hipótesis nula debe expresar igualdad y la hipótesis alternativa no puede incluir la igualdad, por lo tanto, nos planteamos las siguientes hipótesis:

$$H_0: \mu_d = 0$$

$$H_a: \mu_d \neq 0$$

Paso 3: El nivel de significancia es  $\alpha = 0.05$

Paso 4: Se utilizará la distribución  $t$  de Student

Paso 5: El valor medio de las diferencias es  $\bar{d} = -6.65$  y la desviación estándar de las diferencias  $s_d = 9.26$  de la muestra de datos apareados.

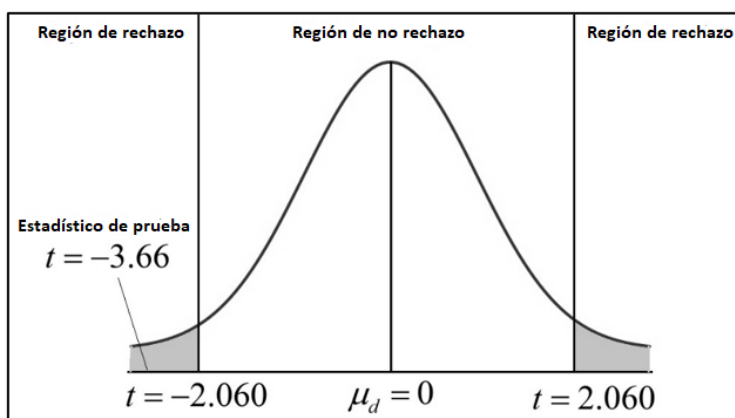
Paso 6: Se calcula el valor del estadístico de prueba.

$$t = \frac{\bar{d} - \mu_d}{\frac{s_d}{\sqrt{n}}} = \frac{-6.65 - 0}{\frac{9.26}{\sqrt{26}}} = -3.66$$

Paso 7: Los valores críticos son  $t = \pm 2.060$  (ver Triola, 2009, p.774). La Figura 14 muestra el estadístico de prueba, los valores críticos y la región de rechazo y no rechazo de la hipótesis nula.

**Figura 14**

*Región de rechazo o no rechazo de la hipótesis nula*



Paso 8: Como el estadístico de prueba cae en la región crítica, se rechaza la hipótesis nula en favor de la hipótesis alternativa.

Los datos muestrales de la Tabla 13 nos ofrecen suficiente evidencia estadística para sustentar la aseveración de que el promedio de calificaciones de los estudiantes al resolver las tareas no auténticas y el promedio de calificaciones al resolver las tareas auténticas son diferentes.

Con lo anterior se acepta la hipótesis de Palm (2006) quien afirma que el planteamiento de problemas con un aumento en la autenticidad, incluso cuando se logra únicamente mediante una modificación del texto de la tarea, generan en los estudiantes un aumento en la tendencia a usar sus conocimientos del mundo real de manera efectiva en la resolución de problemas.

#### **4.3. Análisis cualitativo de las diferencias en los procesos de resolución de las tareas no auténticas y sus versiones auténticas.**

Una vez que los estudiantes respondieron el cuestionario presentando en la Tabla 5, se realizó un concentrado de estos resultados (para más detalle ver Anexo A), donde estos indicaron que en las tareas 1, 2 y 3 hay un consenso en evaluaciones altas en los niveles *probablemente sí* y

*definitivamente sí* con una ligera tendencia de un nivel más alto en las tareas auténticas que en las no auténticas. En la Tarea 4 en su versión no auténtica se vio una marcada diferencia en las preguntas 4 y 5 que fueron evaluadas en el nivel *probablemente no* con porcentajes 34.6% y 46.2% respectivamente, mientras que en la versión auténtica para esas mismas preguntas las preferencias estuvieron en los niveles *definitivamente sí* y *probablemente sí* con porcentajes 38.5% y 30.8%, respectivamente.

En esta sección se presenta el análisis de los aspectos de autenticidad que resultaron relevantes en cada tarea, a través de las respuestas obtenidas en la pregunta abierta *¿cómo fue tu experiencia al resolver esta tarea?* del cuestionario y las producciones escritas de los estudiantes.

#### **4.3.1. Análisis de resultados en la Tarea 1 en su versión no auténtica y su versión auténtica**

El aspecto de autenticidad que sobresale en este análisis es el aspecto de Información y datos, dado que al no contar con un precio fijo para la computadora portátil causó confusión entre los estudiantes. Por el contrario, cuando la Tarea 1 en su versión auténtica presentó un precio fijo, los estudiantes tuvieron claro el proceso a seguir para dar respuesta a las dos preguntas de la tarea.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 1 en su versión no auténtica se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 3 y Estudiante 7 quienes en lo sucesivo se identificarán como E3 y E7 respectivamente.

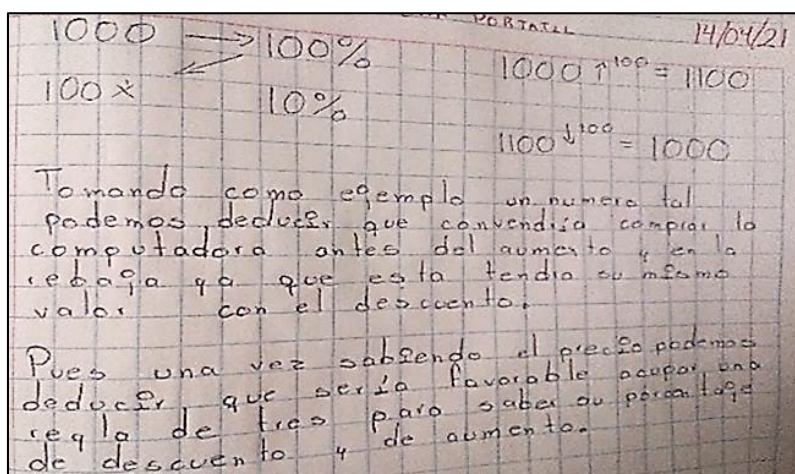
A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E3.

E3: *Pues fue graciosa, porque al no haber datos (Precios \$), me quedé en blanco ya hasta que leí los problemas entendí.*

Se puede observar en la Figura 15 que E3 fija un precio de \$1,000 a la computadora portátil para poder realizar una regla de tres. Sin embargo, al igual que Rubí (ver Nexticapán y Juárez, 2021) no se percató que las cantidades base a las que se les aplicarán el aumento y el descuento son diferentes. Por este hecho, E3 regresa al precio inicial de la computadora portátil y determina que el momento conveniente para comprarla es antes del aumento de precio.

**Figura 15**

*Respuesta del E3 en la Tarea 1 en su versión no auténtica*



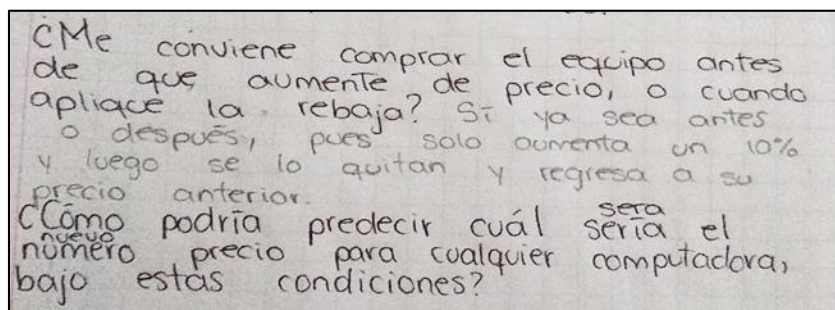
A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E7.

*E7: Más o menos, pues no tenía el dato del precio de la computadora, entonces no supe cómo aumentarle el 10% al precio para predecir el precio y responder la última pregunta.*

Se puede observar en la Figura 16 que E7 no fija un precio para la computadora portátil ni plantea una regla de tres, sino que se percata que al tener un 10% de aumento y un 10% de descuento regresaría al precio inicial de la computadora al igual que sucedió con E3 y Rubí, por lo que en su respuesta detalla que es irrelevante el momento en cual pueda comprarse.

**Figura 16**

*Respuesta del E7 en la Tarea 1 en su versión no auténtica*



La retroalimentación de los expertos en su primera valoración indicó que esta tarea no era auténtica al no cumplir varios aspectos entre ellos el de Información y datos, pero que al asignarle un precio a la computadora portátil ya cumpliría este aspecto.

Durante la entrevista clínica que se realizó a Rubí se le hizo la sugerencia de que ella proporcionara un precio para la computadora. Por otro lado, E3 tomó la iniciativa de proponer un precio para poder ejecutar su plan de la regla de tres, mientras que E5 no tuvo necesidad de proponer un precio pues ya tenía en mente que iba a regresar al precio inicial.

Existe una concordancia entre los jueces expertos, los estudiantes de esta investigación y Rubí en que al contar con un precio fijo para la computadora portátil la Tarea 1 en su versión no auténtica, estaría mejor planteada y sería más fácil de resolver.

Finalmente, se aprecia una tendencia de los estudiantes de que si un artículo aumenta de porcentaje y tiene una rebaja del mismo porcentaje regresaría al precio inicial.

Posteriormente, cuando los estudiantes resolvieron la Tarea 1 en su versión auténtica expresaron sentirse más cómodos y seguros de sus procesos y respuestas ya que esta tarea proporcionaba un precio fijo de la computadora portátil, además de que para algunos representó una situación que experimentaron o podrían experimentar en algún momento de su vida.

A continuación, se presenta el análisis del aspecto de Evento en la Tarea 1 en su versión auténtica tomando las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 10 y Estudiante 18 quien en lo sucesivo se identificarán como E10 y E18 respectivamente.

Se presenta lo expuesto y producido por E10.

*E10: Me sentí un poco más tranquila porque era familiar a algo que me pasó, los datos eran más concretos, pero no afectó el problema, no estoy segura de que esté bien, pero de cualquier modo no lo sentí tan intenso como el de la primera vez, creo que el que nos dieran un precio en específico nos ayudó más a concentrarnos en él.*



Como menciona E10 al tener un precio específico de la computadora portátil ayudó a resolver de mejor manera esta tarea. En la Figura 17 se puede observar que E10 plantea de manera correcta sus dos reglas de tres correspondientes al aumento y el descuento del 10% respectivamente para dar solución a la primera pregunta. Para responder a la segunda representa al aumento y el descuento de porcentaje como función y ejecuta de manera correcta una composición entre estas dos funciones, obteniendo así un modelo matemático que permite predecir el precio para cualquier computadora portátil bajo estas condiciones.

**Figura 17**

*Respuesta del E10 en la Tarea 1 en su versión auténtica*

$$\begin{array}{ccc} 12,999 & 100 & 110 = 1.1 \\ 14298.9 & 110 & 12,999 \times 1.1 = 14298.9 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 14298.9 & 100\% & \\ 12869.01 & 90\% & \end{array} \qquad 14298.9 \times 0.9 = 12,869.01$$

Conviene comprar el equipo en el mes de septiembre durante la venta mexicana.

Para cualquier computadora:

- $A(x) = 1.1x$
- $B(x) = x - 0.1x$

Composición:

$$B(A(x)) = 1.1x - (0.1)(1.1x)$$

$$B(1.1(12999.9)) = 1.1(12,999) - (0.1)(1.1(12,999))$$

$$B(1.1(12999.9)) = 14,298.9 - (0.1)(14,298.9)$$

$$= 14,298.9 - 1,429.89$$

$$= 12,869.01$$

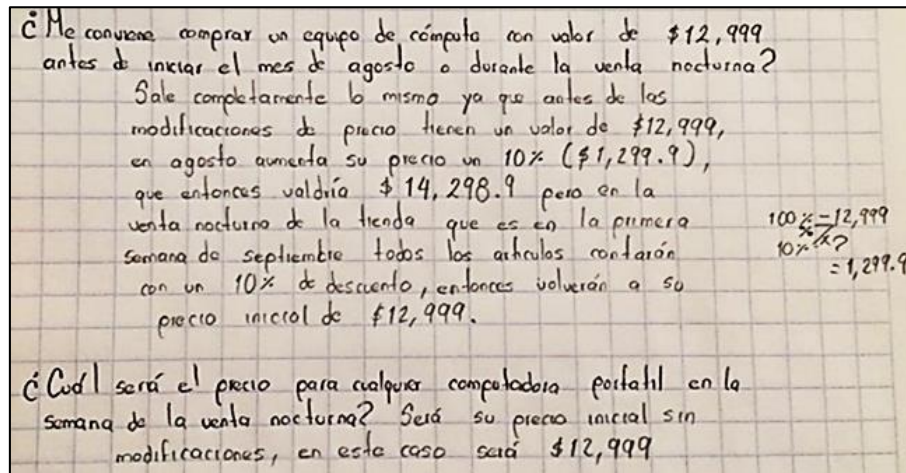
A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E18.

E18: *Me gustó porque es un problema que se nos puede presentar en la vida real.*

Se puede observar en la Figura 18 que a pesar de contar con un precio fijo E18 presentó la misma confusión del aumento del 10% y el descuento del 10% al igual que E5, E7 y Rubí, pues su proceso de resolución lo condujo al precio inicial de la computadora portátil. Además, en la segunda pregunta afirma que el precio para cualquier computadora portátil con estas características será su precio inicial sin modificaciones.

## Figura 18

*Respuesta del E18 en la Tarea 1 en su versión auténtica*



En conclusión, el contar con un precio fijo para la computadora portátil hizo que los estudiantes comprendieran mejor la tarea y así pudieran configurar un plan para responder a la primera pregunta a través de una regla de tres. Además, algunos estudiantes coincidieron que la situación planteada en la tarea les ha ocurrido o tendría ocasión de ocurrir, lo que implica que indirectamente pudieron identificar el aspecto de Evento de la taxonomía de autenticidad.

Además, los datos estadísticos (ver Anexo C) muestran que el 60.7% de los estudiantes afirman que las situaciones planteadas en ambas tareas definitivamente sí tienen ocasión de ocurrir en la vida real, también el 28.6% afirmó que los datos proporcionados en la Tarea 1 en su versión no auténtica son suficientes para responderla, mientras que en su versión auténtica este porcentaje se incrementó a 53.6%.

### 4.3.2. Análisis de resultados en la Tarea 2 en su versión no auténtica y su versión auténtica

Durante la sesión 3 los estudiantes resolvieron la Tarea 2 en su versión auténtica. El aspecto de autenticidad que sobresale en este análisis es el aspecto de Evento, dado que aquellos estudiantes que no han tenido la oportunidad de viajar a otro país presentaron una confusión por los diferentes husos horarios del mundo ya que para ellos resultó enredado el manejo de estos. Por el contrario,

aquellos estudiantes que han viajado fuera del país resolvieron de mejor manera esta tarea. Para ellos resultó significativa esta tarea porque han experimentado el uso de los diferentes husos horarios.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 2 en su versión auténtica se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 1, Estudiante 3 y Estudiante 10 quien en lo sucesivo se identificarán como E1, E3 y E10 respectivamente.

A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E1.

*E1: Mi experiencia fue buena, personalmente me apasiona viajar y veo esto como gran ayuda. Siento que podría tener una experiencia similar a este problema que al anterior de la computadora portátil, es más fácil responder un problema cuando se puede enfocar en ti o en una situación que podrías vivir, me gustó y la información no me enredó excepto en mi comprensión de la última pregunta en fin, lo disfruté.*

Se puede observar en la Figura 19 que el proceso de resolución que llevó a cabo E1 es correcto, pues utilizó como base el horario de la Ciudad de México para su salida, su llegada a Dallas, Texas, su escala y finalmente su llegada a Paris, Francia y finalmente sumó las 8 horas de diferencia entre México y Francia que hay en el horario de invierno.

**Figura 19**

*Respuesta del E1 en la Tarea 2 en su versión auténtica*

Mexico → Dallas  
2h 50 min.

Una escala de  
6h 20 min

Dallas → París  
9h 15 min.

$= 18:25$  h  
Tiempo total del ~~total~~ viaje.

②

Salida de México 8:00 AM  
¿A que hora llegarás a París?

① Llegamos a Dallas  
a las 10:50 AM en  
horario de CDMX

Termina la escala  
a las 5:10 pm en horario  
de CDMX

Llegada a París \*  
a las 2:25 AM hora México

10:25 AM hora París  
(del siguiente día)

②

Sale a las 8:00 AM hora CDMX  
~~8:00~~ 10:00 pm hora París + 18:25 hrs.  
 $= 10:25$  AM ✓

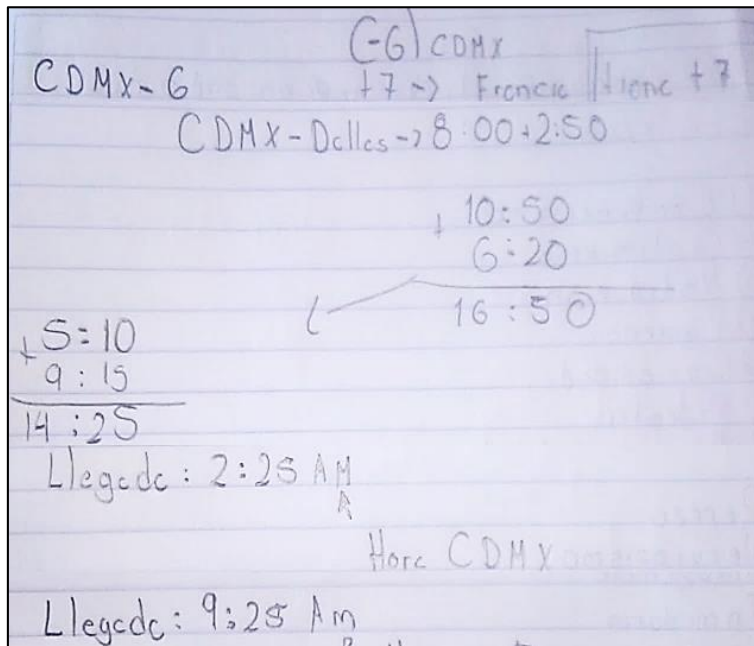
A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E3.

E3: *Mi experiencia fue muy buena porque aquí tuve que relacionar las matemáticas con la geografía, también estuvo súper porque yo he tenido la oportunidad de viajar y medio conocía los diferentes horarios de verano, pero no sé si en invierno cambian.*

Se puede observar en la Figura 20 que el proceso de resolución que llevó a cabo E3 al igual que E1 es correcto, pues también utilizó como base el horario de la Ciudad de México, sin embargo, sumó 7 horas de diferencia sin considerar que en el horario de invierno la diferencia de horas entre México y Francia es de 8 horas. Esta confusión que presentó E3 en su proceso de resolución se debe a que desconocía si en el horario de invierno los husos horarios cambiaban.

**Figura 20**

*Respuesta del E3 en la Tarea 2 en su versión auténtica*



Así como para algunos estudiantes el hecho de haber viajado fuera del país los ayudó a responder de mejor manera las preguntas de esta tarea, para otros el nunca haber viajado fuera del país resultó una limitante para responderlas.

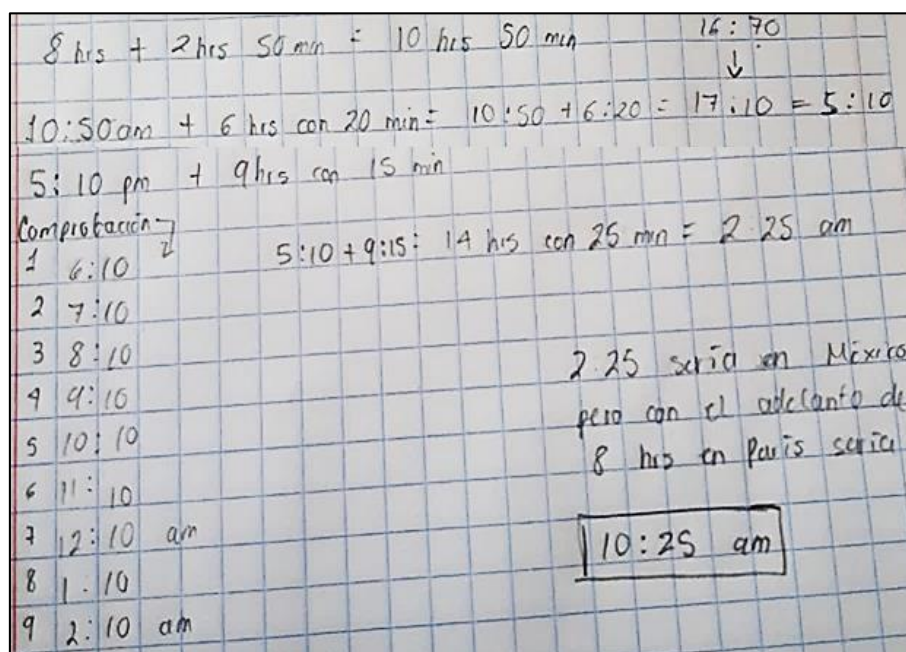
A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E10.

*E10: Me sentí muy confundida al principio, no sabía de qué se hablaba realmente ya que nunca he viajado de ese modo, tal vez solo a lugares de la región por lo que me costó un poco comprender el problema. No sabía eso de los husos horarios, aunque tenía una noción de que en otros lugares el tiempo cambiaba no me imaginaba como establecían ese cambio de horario, es decir, no sabía que ya había husos horarios denominados en determinados lugares. Creo que fue muy interesante y a la vez un poco confuso por mi inexperiencia, pero creo que en sí el problema no solicitaba algo tan complejo, sin embargo, no puedo decir con exactitud que mi solución y respuesta fueron las adecuadas porque no lo sé realmente.*

Aunque E10 no sabía el uso de los husos horarios por su inexperiencia, se puede observar en la Figura 21 que su proceso de resolución es correcto, pues de la misma manera que E1 y E3 utilizó como base el horario de la Ciudad de México y sumó las 8 horas de diferencia que hay entre México y Francia.

**Figura 21**

*Respuesta del E10 en la Tarea 2 en su versión auténtica*



Durante la sesión 4 los estudiantes resolvieron la Tarea 2 en su versión *no auténtica*. El aspecto de autenticidad que sobresale en este análisis es el aspecto de Información y datos pues los estudiantes expresaron que era difícil de comprender porque hacía falta información o por lo menos explicar cómo funcionan los husos horarios. Estas observaciones que hicieron los estudiantes coinciden con la retroalimentación de los jueces expertos quienes sugirieron para su modificación de esta tarea que se detallara cómo funcionan los husos horarios y especificar si se está trabajando con el horario de verano o de invierno.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 2 en su versión *no auténtica* se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 12 y Estudiante 14 quien en lo sucesivo se identificarán como E12 y E14.



A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E12.

E12: *Me costó más que el anterior, no sabía si los datos que me aportaban eran suficientes o si tenía que investigar o dejarlo así, lo que me causó un poco de conflicto, pero fue interesante también.*

Se puede observar en la Figura 22 que las respuestas de E3 en la primera ronda de preguntas todas son correctas, aunque carecen de un proceso de resolución. Para la segunda ronda de preguntas todas sus respuestas también son correctas a excepción de la diferencia de horas que hay entre Londres y Perú. Finalmente, sus respuestas a la tercera ronda de preguntas resultaron ser incorrectas debido a la falta de conocimiento de que México posee cuatro husos horarios diferentes, ante esta situación, E12 asume que México posee un solo huso horario y por ello responde que en estas ciudades es la misma hora que en Ensenada.

### Figura 22

*Respuesta del E12 en la Tarea 2 en su versión no auténtica*

Mexico y Greenwich : 6 horas  
Mexico y Japon : 15 horas  
Peru y EUA : 3 horas  
Londres 10:00 am

| País      | hora     |
|-----------|----------|
| Mexico    | 04:00 PM |
| Peru      | 03:00 PM |
| Italia    | 11:00 AM |
| India     | 05:00 AM |
| Brazil    | 07:00 AM |
| EUA       | 02:00 PM |
| Japon     | 07:00 PM |
| Australia | 08:00 PM |

Los Mochis - Ensenada : Misma hora 9:45 am  
Merida - Ensenada : Misma hora 9:45 am.

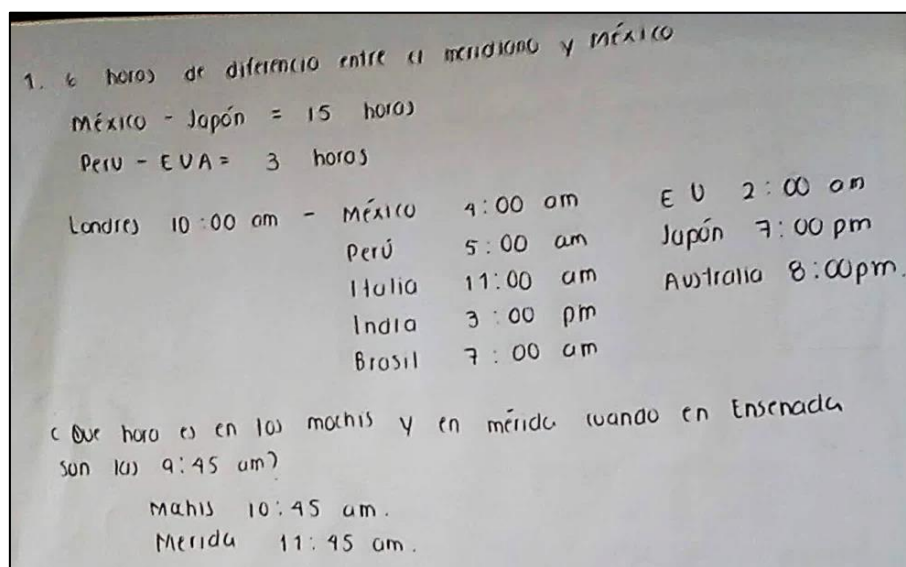
A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E14.

E14: *Mi experiencia fue buena, aunque es un poco confuso el tema de husos horarios. La tabla presentada me ayudó a resolverla, aunque creo que fue necesario un poco más de información para responder ciertas preguntas como por ejemplo la última porque tuve que investigar si eran horas diferentes en México.*

Se puede observar en la Figura 23 que E14 responde de manera correcta todas las preguntas que conforman a esta tarea, resaltando que tuvo que investigar los diferentes husos horarios que hay en México para responder la tercera ronda de preguntas.

### Figura 23

*Respuesta del E14 en la Tarea 2 en su versión no auténtica*



Al resolver esta tarea en ambas versiones, los estudiantes expresaron sentirse confundidos por el cómo se ocupan los diferentes husos horarios del mundo. Un factor importante que ayudó a algunos estudiantes a resolver esta tarea fue el gusto que tienen por viajar. Los jueces expertos en su primera valoración indicaron que era importante incluir un suceso de una situación real para que se cumpliera el aspecto de Evento y así los estudiantes pudieran resolver de mejor manera la tarea.



Algunos estudiantes consideraron que la tarea en su versión auténtica resultó ser más sencilla que la no auténtica debido a la claridad de los datos que se proporcionaban y la explicación del uso de los husos horarios, además de que la resolvieron en un menor tiempo que la tarea no auténtica. Esto fue posible gracias a las sugerencias de los jueces expertos quienes indicaron que el aspecto de Información y datos no se cumplía debido a la falta de explicación del uso de los husos horarios y porque no se mencionaba a aquellos países que tenían más de un huso horario. Además, algunos estudiantes con previa experiencia en los viajes consideraron que en la tarea no auténtica hizo falta mencionar o hacer explícito los diferentes husos horarios de México, pues estos datos faltantes los limitó para responder la última pregunta.

Finalmente, los datos estadísticos (ver Anexo A) muestran que el 42.3% de los estudiantes afirman que la situación planteada en la Tarea 2 en su versión no auténtica tiene ocasión de ocurrir en la vida real, mientras que en su versión auténtica este porcentaje aumentó al 60.7%. Por otra parte, a pesar de que los estudiantes expresaron que hacía falta una mayor explicación y claridad en los datos en la tarea en su versión no auténtica, fue el 34.6% de ellos que afirmaron que definitivamente sí fue suficiente y este porcentaje aumentó al 39.3% en su versión auténtica.

#### **4.3.3. Análisis de resultados en la Tarea 3 en su versión no auténtica y su versión auténtica**

Durante la sesión 5 los estudiantes resolvieron la Tarea 3 en su versión *no auténtica*. El aspecto de autenticidad que sobresale en este análisis es el aspecto de Información y Datos. Los jueces expertos señalaron que se debía investigar acerca de algunos hoteles turísticos y presentar a los estudiantes información más real acerca de los gastos. Sin embargo, los estudiantes se fijaron más en la cantidad exacta de turistas que de los gastos en cada rubro ya que expresaron que la tarea sería más fácil de resolver si dieran un número exacto de turistas.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 3 en su versión no auténtica se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 1, Estudiante 25 quien en lo sucesivo se identificarán como E1 y E25 respectivamente.

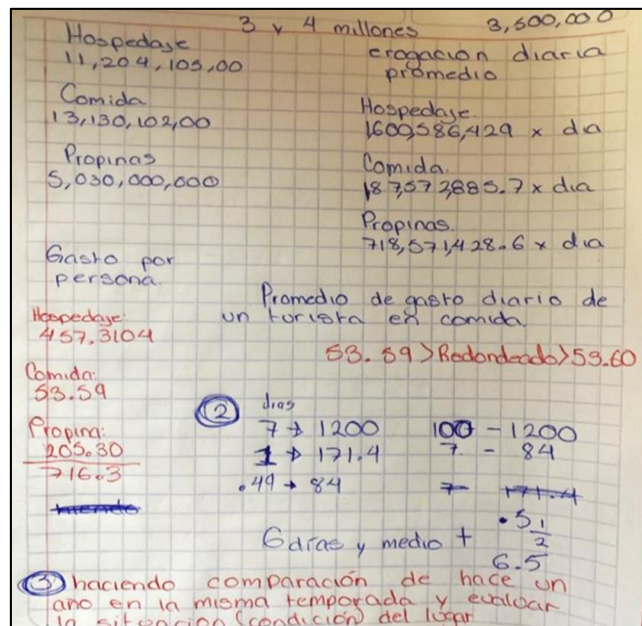
A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E1.

E1: *Mi experiencia fue buena, sin embargo, me hubiese gustado el numero específico de turistas porque no sé cuántos eran así que tomé la mitad.*

Se puede observar en la Figura 24 que las respuestas de E1 en la primera ronda de preguntas en su mayoría son correctas. Sin hacer explícitos sus procesos de resolución, obtiene correctamente la erogación diaria promedio de los gastos de los turistas en cada rubro, sin embargo, para obtener la erogación promedio por persona dividió los resultados anteriores entre 3,500,000 obteniendo así la erogación diaria promedio por persona lo que le condujo a una respuesta incorrecta; y sobre el gasto promedio diario por turista en comida tiene el resultado correcto, pero hay un error en la posición del punto decimal. Para la segunda pregunta plantea dos reglas de tres, una para obtener el 7% de huéspedes que ya no asistieron y otra para calcular los días que durará de más la comida por la ausencia de los 84 huéspedes. Los resultados que obtiene con estas dos reglas de tres son correctos, sin embargo, en lugar de sumar el medio día de más que durará la comida a los 7 días iniciales, se los sumó a 6 días. Finalmente, para responder a la última pregunta no realiza ninguna operación matemática, sino que sugiere hacer una revisión del número de huéspedes que acudieron el año pasado para prever lo que sucederá este año.

**Figura 24**

*Respuesta del E1 en la Tarea 3 en su versión no auténtica*



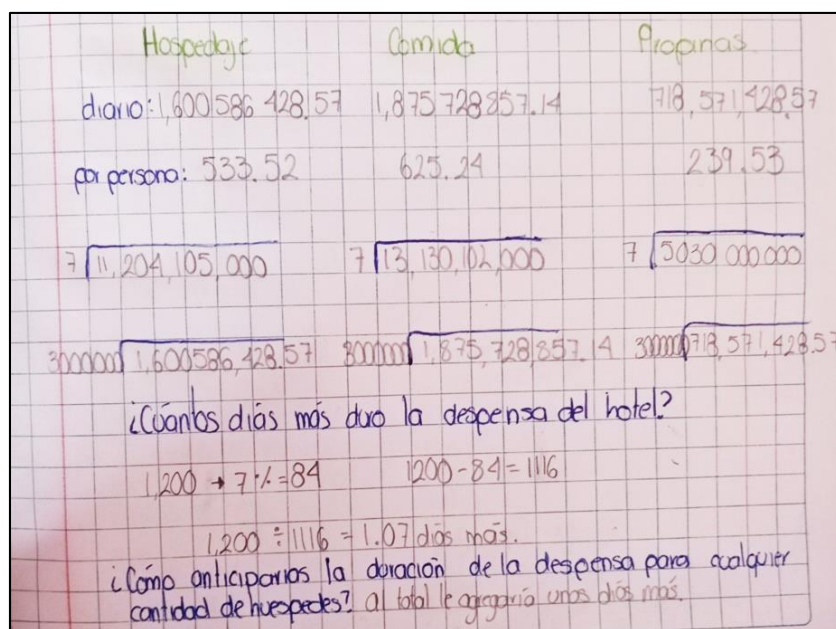
A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E25.

E25: *Fue complicado ya que no hay alguna cantidad específica de turistas, entonces no sabes entre cuánto vas a dividir para saber cuánto gasta cada uno, y otros datos que faltaron.*

Se puede observar en la Figura 25 que E25 a través de las divisiones planteadas, obtiene la erogación diaria promedio de los gastos de los turistas en cada rubro y la erogación promedio por persona. Sin embargo, como mencionó en su respuesta a la pregunta abierta del cuestionario que, al no contar con el número de turistas exactos, no sabía en cuanto debía dividir los gastos para obtener la erogación promedio por persona, así que consideró a 3,000,000 como el número de turistas. Para responder la segunda pregunta, obtiene correctamente el número de huéspedes que asistieron al hotel y posteriormente a través de una división obtuvo el número de días de más que alcanzaría la despensa para esa cantidad de huéspedes, sin embargo, su respuesta fue incorrecta ya que esa razón que obtuvo se debió multiplicar por 7. Finalmente, respondió en la última pregunta que para garantizar la duración de la comida deberían considerarse unos días más a la cantidad inicial.

**Figura 25**

*Respuesta del E25 en la Tarea 3 en su versión no auténtica*



Durante la sesión 6 los estudiantes resolvieron la Tarea 3 en su versión *auténtica*. Los aspectos de autenticidad que sobresalen en este análisis son los aspectos de Evento e Información y Datos. El aspecto de Evento según la valoración de los jueces expertos sí se cumplía, sin embargo, sugerían que fuera algo más cercano al contexto inmediato de los estudiantes. Por otra parte, para el aspecto de Información y Datos se investigaron datos reales y se mantuvo el número de turistas promedio sin especificar el número de turistas exactos, para ver si esto resulta nuevamente una dificultad para responder la tarea en su versión auténtica.

En relación con el aspecto de Evento, algunos estudiantes mencionaron que la situación planteada en esta tarea es una que se puede presentar en la vida real, incluso algunos de ellos mencionaron haber tenido una experiencia similar lo que les permitió resolverla de una manera más sencilla.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 3 en su versión auténtica se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 10 y Estudiante 12 quien en lo sucesivo se identificarán como E10 y E12 respectivamente.

A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E10.

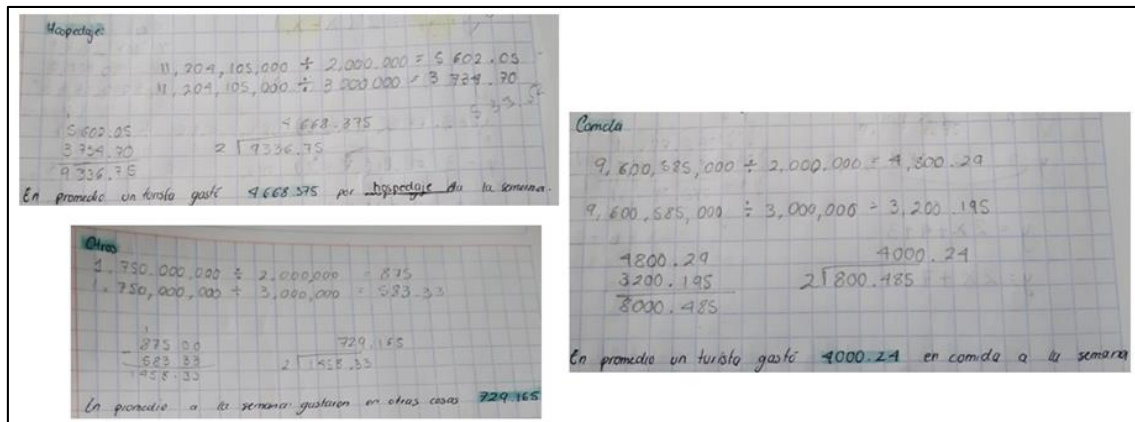
*E10: Lo sentí un poco menos confuso, en el anterior me costó un poco más, era más texto y más detalles que podían desviar la atención, creo que este era más probable a la realidad y fue más entendible, aunque la verdad tuve dificultades porque leí mal la pregunta y terminé sacando un resultado que ni si quiera me pidieron, pero fue por parte de mi falta de atención, por otra parte me pareció muy parecido al anterior, pero la última parte cambió muchísimo, y aunque haya tenido mal la respuesta de ambos, siento que fue mucho más sencillo la última parte de este problema.*

Se puede observar en la Figura 26 el proceso de resolución que llevó a cabo E10. Para responder la primera pregunta utilizó los valores de 2 y 3 millones de turistas para calcular el gasto semanal por cada uno en los diferentes ámbitos, esto debido a que no contó con el número exacto

de turistas. Posteriormente, obtiene correctamente un promedio de los resultados para determinar el gasto promedio por turista en cada ámbito.

**Figura 26**

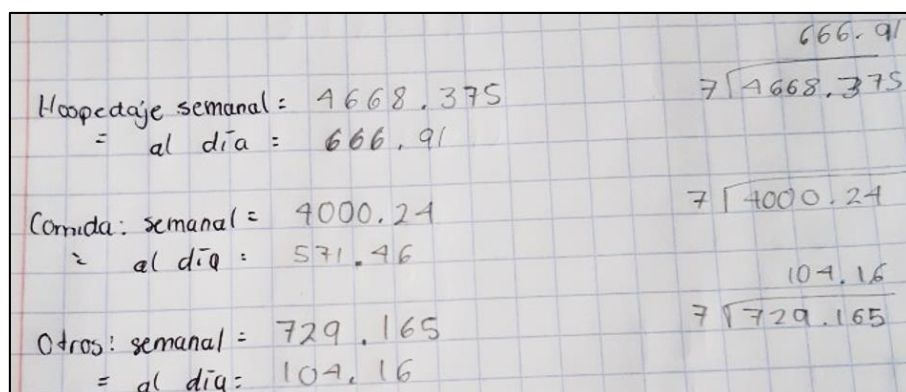
*Respuesta del E10 en la Tarea 3 primera pregunta en su versión auténtica*



Para responder la segunda parte de la primera pregunta, se puede observar en la Figura 27 que E10 toma los valores obtenidos anteriormente y los divide por los siete días de la semana para así obtener el gasto promedio diario por turista en cada ámbito.

**Figura 27**

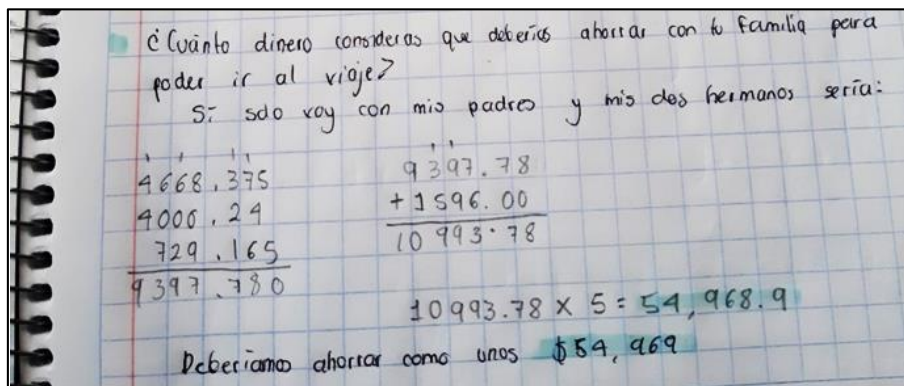
*Respuesta del E10 en la Tarea 3 primera pregunta segundo parte en su versión auténtica*



Finalmente, para responder la última pregunta E10 suma los gastos promedio diarios por turista en cada ámbito y el costo del boleto de avión para así multiplicar este resultado por los cinco miembros que conforman a la familia y determinar el dinero que deben ahorrar para ir al viaje (ver Figura 28).

**Figura 28**

*Respuesta del E10 en la Tarea 3 segunda pregunta en su versión auténtica*



A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E12.

E12: *Yo pienso que se podría dar más en la vida real este problema que el anterior, debido a que las preguntas son más claras y parecidas a la vida real, la verdad este problema se me hizo más fácil de responder ya que el anterior fue un poco más difícil y enredado. Me agradó bastante este ejercicio y en lo personal se comparó a algún viaje que realicé en algún momento ya que casi nos hicimos las mismas preguntas que preguntó este problema.*

E12 expresa que esta tarea en su versión auténtica fue más fácil de responder que en su versión no auténtica debido a que las preguntas fueron más claras y sobre todo porque lo relacionó con una experiencia de viaje lo que permitió resolverla de una manera más sencilla.

Para responder la primera pregunta de esta tarea, se puede observar en la Figura 29 que E12 obtiene el gasto promedio diario en cada ámbito y no los gastos promedio por turista en una semana,

además no hay proceso de resolución que indique cómo obtuvo los gastos diarios por turista en cada ámbito por lo que sus respuestas son incorrectas.

**Figura 29**

*Respuesta del E12 en la Tarea 3 primera pregunta en su versión auténtica*

¿Cuanto en promedio gasta un turista en cada uno de estos ambitos durante una semana? ¿y por día?

| Hospedaje     | Comidas       | Otros       | (semana) |
|---------------|---------------|-------------|----------|
| 1.600,586,429 | 1.371,317,143 | 250,000,000 |          |
| Día           | Día           | Día         | (día)    |
| 1.87431303    | 2.187366707   | 12          |          |

Para responder la segunda pregunta de esta tarea, se puede observar en la Figura 30 que E12 multiplica el precio del costo de avión por los cinco integrantes de su familia para saber cuánto deben ahorrar por la compra de los boletos. Por otra parte, el resultado anterior lo multiplica por 7 para obtener según E10 el dinero necesario para cubrir los gastos de siete días, dejando de lado los gastos promedio diarios por persona en cada ámbito, lo que lo conduce a una respuesta equivocada.

**Figura 30**

*Respuesta del E12 en la Tarea 3 segunda pregunta en su versión auténtica*

Si la escuela consiguió el viaje redondo en avión de Ciudad de México a Cancún a un costo de \$1,596 por persona, ¿Cuanto dinero consideras que debemos ahorrar con tu familia para poder ir al viaje?

$1,596 \times 5 = 7,980$  pesos por ahorrar para ir los 5 de mi familia.

$7,980 \times 7 = 55,860$  si es que nos quedamos 7 días y con los gastos necesarios de 5 personas



En relación con el aspecto de Información y Datos, algunos estudiantes mencionaron que fue más sencillo resolver esta tarea debido a que la información proporcionada fue más clara que la tarea anterior (en su versión no auténtica) aunque no especificara el número exacto de turistas.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 3 en su versión auténtica se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 20 y Estudiante 25 quienes en lo sucesivo se identificarán como E20 y E25 respectivamente.

A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E20.

E20: *Me fue mejor que en el problema pasado y se me facilitó más contestar porque los datos eran más claros y sabía lo que tenía que hacer.*

E20 expresa que fue más sencillo resolver esta tarea que la pasada ya que los datos eran más claros. Se puede observar en la Figura 31 que E20 obtiene el gasto por turista en cada ámbito por semana, sin embargo, no obtuvo los gastos promedio debido a que en sus operaciones consideró que el número de turistas fue de 2 millones y no 2.5 millones. Posteriormente, tomando los resultados anteriores, pudo obtener los gastos diarios por turista en cada ámbito. Aunque el proceso de resolución de E10 es correcto, la respuesta es incorrecta al no considerar que el número de turistas promedio era de 2.5 millones.

**Figura 31**

*Respuesta del E20 en la Tarea 3 primera pregunta en su versión auténtica*

¿Cuánto, en promedio, gastó un turista en cada uno de estos ámbitos durante una semana? ¿Por un día?

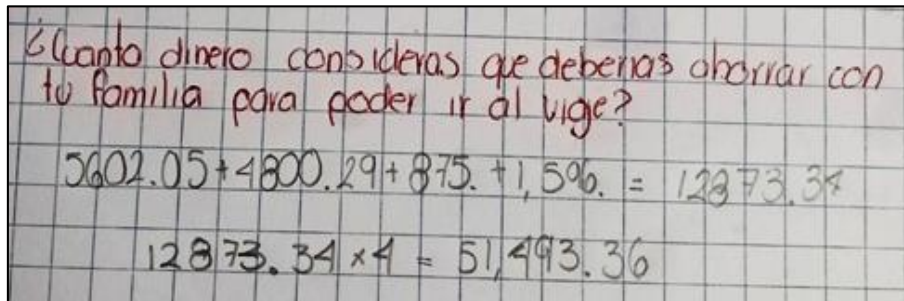
| al semana | Hospedaje      | Comidas.     | Otros.        |
|-----------|----------------|--------------|---------------|
|           | 11,204,105,000 | 9600,585,000 | 1,750,000,000 |
|           | 5602.05        | 4800.29      | 875           |
| por día → | 800.29         | 685.75       | 125           |



Finalmente, para responder la segunda pregunta de esta tarea, se puede observar en la Figura 32 que E20 suma los gastos diarios por turista en cada ámbito agregando también el costo de avión y el resultado de esta operación lo multiplica por la cantidad de integrantes de su familia para así obtener el dinero necesario para poder realizar este viaje.

### Figura 32

*Respuesta del E20 en la Tarea 3 segunda pregunta en su versión auténtica*



Handwritten calculation on grid paper:

¿Cuanto dinero consideras que deberias ahorrar con tu familia para poder ir al viaje?

$$5602.05 + 4800.29 + 875. + 1,5\% = 12873.34$$
$$12873.34 \times 4 = 51,493.36$$

A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E25.

E25: *Fue un poco más fácil ya que proporciona mayores datos que el anterior problema, eso lo hizo más sencillo de resolver.*

E25 menciona que esta tarea fue más sencilla de resolver debido a que la cantidad de datos proporcionados a comparación de la anterior fueron suficientes.

En la Figura 33 se puede observar que E25 plantea y realiza correctamente las operaciones necesarias para obtener los gastos promedio semanales por turista en cada ámbito, y posteriormente obtener los gastos promedio diario por turista. Sin embargo, para responder la segunda pregunta solo consideró que el único gasto que debe hacer es comprar su boleto, dejando de lado lo que gastaría durante su estancia en su viaje de graduación.

### Figura 33

Respuesta del E25 en la Tarea 3 en su versión auténtica

| ¿Cuánto en promedio, gasto un turista en cada uno de estos ámbitos durante una semana? |             |       |
|--|-------------|-------|
| Hospedaje  | Comidas     | Otros |
| \$4 481,642  | \$3,840.234 | \$700 |

| ¿Y por día?  |            |       |
|--------------|------------|-------|
| Hospedaje    | Comidas    | Otros |
| \$640.234571 | \$548.6048 | \$100 |

|           |                |                   |
|-----------|----------------|-------------------|
| 2 500 000 | 11 204 105 000 | = 4,481.642 ÷ 7 = |
| 2 500 000 | 19 600 585 000 | = 3,840.234 ÷ 7 = |
| 2 500 000 | 1 750 000 000  | = 700 ÷ 7 =       |

¿Cuánto dinero consideras que debes ahorrar con tu familia para poder ir al viaje.  
Pues \$1596.

Como se comentó anteriormente, el aspecto de autenticidad Información y Datos fue relevante en esta tarea en ambas versiones. Por una parte, los jueces expertos hacían la sugerencia de investigar datos reales y presentarlos en la tarea y por otra, los estudiantes expresaban que hacía falta el número exacto de turistas, algo que los jueces expertos no creyeron necesario en su valoración, ya que se trabajaba con el número promedio. Ante la dificultad de no tener un número exacto de turistas, algunos estudiantes consideraron alguno de los valores extremos como la cantidad de turistas para llevar a cabo sus procesos de resolución, fueron pocos los estudiantes que sí obtuvieron el número promedio.

También, en ambas versiones de la tarea se pudo observar que los estudiantes tienen dificultades para diferenciar y comprender los gastos promedio semanales por turista en cada ámbito con los gastos promedio diarios por turista por lo que la mayoría obtuvo respuestas incorrectas.

Por otra parte, el aspecto de Evento también jugó un papel importante en la resolución de esta tarea, pues cuando la tarea se presentó en su versión auténtica fue de mayor interés que en su versión no auténtica, pues varios estudiantes expresaron que ha sido una situación que han vivido

o que tiene una alta probabilidad de ocurrir. Además, resultó más sencilla de resolver que su versión no auténtica, pues los procesos de resolución que plantearon y llevaron a cabo los estudiantes fueron correctos, aunque con datos erróneos por el número de turistas promedio.

Finalmente, los datos estadísticos (ver Anexo A) muestran cambios significativos ya que el 46.2% de los estudiantes afirman que la situación planteada en la Tarea 3 en su versión no auténtica tiene ocasión de ocurrir en la vida real, mientras que en su versión auténtica este porcentaje disminuyó a 38.5%. Estos datos contradicen a los resultados obtenidos del análisis realizado ya que la mayoría de los estudiantes consideró que la situación planteada en la tarea auténtica tiene una alta probabilidad de ocurrir en la vida real o incluso habían tenido una experiencia similar. Este hecho también es compartido con los jueces expertos, debido a que en su primera valoración cuando la tarea no era auténtica el valor del estadístico  $V$  de Aiken para el aspecto de Evento resultó ser de 0.93, mientras que cuando la tarea se modificó a una auténtica se obtuvo un valor de  $V = 0.87$  (ver Tabla 4). Los jueces hacían la observación de que es poco probable que un viaje de graduación dure siete días o que los estudiantes se cuestionen sobre gastos pasados pues centrarían su atención en el costo de los servicios al momento de organizar el viaje.

#### **4.3.4. Análisis de resultados en la Tarea 4 en su versión no auténtica y su versión auténtica**

Durante la sesión 7 los estudiantes resolvieron la Tarea 4 en su versión auténtica. Los aspectos de autenticidad que sobresalen en este análisis es el aspecto de Información y Datos porque los estudiantes intuían que hacía falta un dato para concebir un plan de resolución, sin embargo, el aspecto de Uso de lenguaje fue el mejor valorado por los estudiantes ya que la claridad en la redacción les permitió comprender mejor la tarea.

En relación con el aspecto de Información y datos, algunos estudiantes mencionaron que la tarea en sí era compleja y que les hubiera gustado un poco más de información o alguna palabra clave que los ayudara a resolverla porque intuían que lo presentando en la tarea no era suficiente para llevar a cabo un proceso matemático.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 4 en su versión auténtica se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 1 y Estudiante 10 quien en lo sucesivo se identificarán como E1 y E10 respectivamente.

A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E1.

*E1: Personalmente lo veo como un problema complejo y sinceramente se me complicó, sin embargo, tengo cierto miedo de que mi respuesta sea errónea, me hubiese gustado que diera una palabra clave para saber en general que procedimiento seguir o bueno igual y no preste la atención suficiente.*

E1 expresó tener cierto miedo de que su respuesta fuera errónea, algo que en ninguna otra tarea y ningún otro estudiante había expresado, esto debido a que sintió que fue la tarea más compleja de todas y que le hubiera gustado una palabra clave que lo orientara a planificar y ejecutar un procedimiento correcto para darle solución.

En la Figura 34 se puede observar que E1 plantea correctamente una ecuación donde la incógnita representa la cantidad de chocolate barato que debe agregar para poder vender las bolsitas de chocolate a un precio de \$24.00. E1 expresó que la razón por la cual decidió que la incógnita fuera la cantidad de chocolate barato fue porque tanto el gerente como el trabajador tenía resultados diferentes y que con resolver la ecuación podría obtener la cantidad exacta que debía agregar. Existen algunos errores de ejecución en su proceso al resolver la ecuación, pero llega a la respuesta correcta, por lo que la cantidad necesaria de chocolate barato que debe agregar es de 2.75 kg por lo cual el gerente tenía razón, sin embargo, olvidó poner la respuesta en la primera pregunta.

**Figura 34**

*Respuesta del E1 en la Tarea 4 en su versión auténtica*

1- ¿Quién tiene la razón?

2- PROCESAMIENTO

$$\frac{360}{3000} + \frac{x}{120 \cdot x} \rightarrow 240(3+x)$$
$$1050 + 120 = 720 + 240x$$
$$120x - 240 = 720 - 1050$$
$$x = \frac{-330}{-20}$$
$$x = 2.75$$

sería el peso adecuado de la cantidad de dulce barato.

A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E10.

E10: *De todas las tareas que hicimos sinceramente esta no pude resolverla, lo siento, los datos eran claros y tenía idea de la respuesta, pero no pude defender a base de operaciones, aparte de que sentía que me faltaba saber algo más, aunque era un problema comprensible no sabía cómo resolver y argumentar mis respuestas.*

E10 expresó que de todas las tareas que se había realizado esta fue la única que no pudo resolver, pues tenía una idea a la respuesta a la que deseaba llegar, pero no encontraba un proceso matemático que la justificara, además que se sentía que hacía falta conocer algo más para poder argumentar mejor su respuesta.

En la Figura 35 se puede observar que E10 calcula el precio de los 3kg del chocolate caro que va a utilizar y los 2kg del chocolate barato, posteriormente para elaborar una bolsita con 100gr de la combinación de ambos chocolates asume que serán 50gr del chocolate caro y 50gr del barato con sus respectivos precios de \$17.50 y \$6.00, suma ambos precios dando un total de \$23.50 lo

cual es cercano al precio sugerido de \$24.00 y por lo tanto concluye en su respuesta que serán 50gr del chocolate caro y 50gr del barato que se deben utilizar.

### Figura 35

*Respuesta del E10 en la Tarea 4 en su versión auténtica*

Handwritten work on grid paper showing calculations for chocolate bags:

$$3 \text{ Kg} = 3000 \text{ g} = 30 \text{ bolsitas de } 100 \text{ g} =$$
$$2 \text{ Kg} = 2000 \text{ g} = 20 \text{ bolsitas de } 100 \text{ g} =$$
$$30 \times 35 = \$ 1050$$
$$20 \times 12 = \$ 240$$

Para una bolsa =

$$100 \text{ g} = 35 \quad 50 \text{ g} = 17.5$$
$$100 \text{ g} = 12 \quad 50 \text{ g} = 6$$
$$17.5 + 6 = 23.5 \rightarrow 23.5$$

Una bolsa con chocolate caro y barato 50g y 50g

En relación con el aspecto de Uso del lenguaje, algunos estudiantes comentaron que la tarea estaba bien planteada y los datos eran claros para su resolución, lo que les permitió resolver de mejor manera esta tarea.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 4 en su versión auténtica se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 12 y Estudiante 14 quien en lo sucesivo se identificarán como E12 y E14 respectivamente.

A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E12.

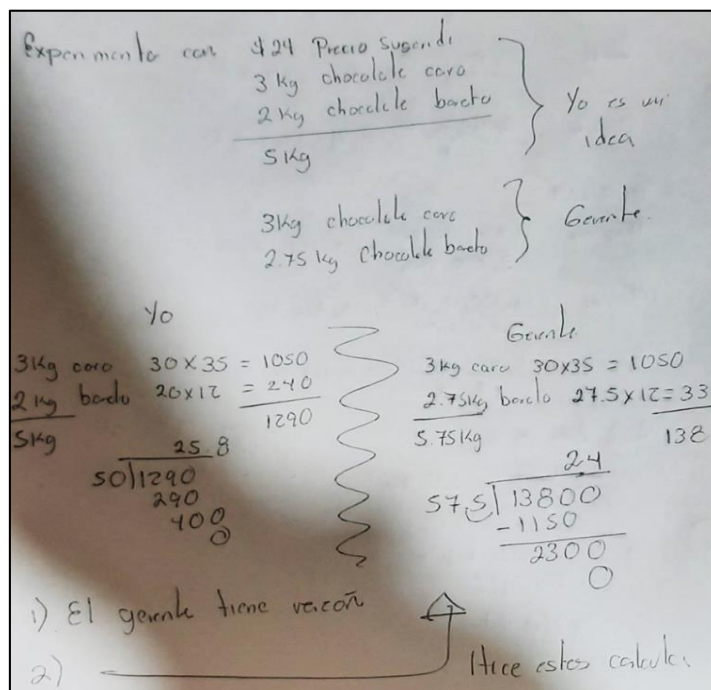
E12: *Este fue un problema diferente a todos los demás en su complejidad y en lo personal fue un poco más fácil, aunque creo que fue más de razón y de pensar por la forma en que está redactado lo cual lo hace sencillo de comprender. Fue bastante agradable ya que te plantea preguntas más acordes a lo que es la vida real. Mi experiencia fue bastante buena.*

E12 expresa al igual que los demás estudiantes que fue la tarea más compleja que se había realizado al momento pero que la forma en la cual estaba redactada le ayudó a comprender mejor lo que tenía que hacer, además de que señala que las preguntas son más acordes a lo que es la vida real por lo que bajo la perspectiva del estudiante el aspecto de Pregunta se cumple.

En la Figura 36 se puede observar que E12 lleva a cabo un proceso correcto haciendo un contraste de ambas ideas para determinar quién de los dos tenía razón. En ambos casos suma los kilogramos necesarios a utilizar en ambas preparaciones y obtiene el precio total, posteriormente divide este precio entre la cantidad de bolsitas de 100gr que se obtienen de cada preparación para obtener el precio por bolsita, llegando así a la conclusión de que el gerente de la tienda tenía razón.

**Figura 36**

*Respuesta del E12 en la Tarea 4 en su versión auténtica*





A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E14.

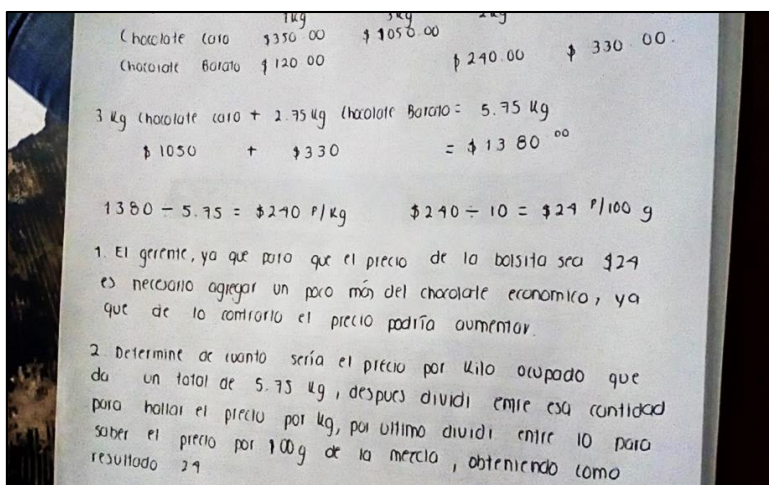
E14: *Mi experiencia fue buena ya que la información y la redacción fue muy clara y me ayudó a llegar al resultado del problema, sin embargo, no pude resolverlo bien creo yo, los datos eran claros y tenía idea de la respuesta, pero no pude defender a base de operaciones, aparte de que sentía que me faltaba saber algo más, creo que pese a que era un problema comprensible no sabía cómo resolver y argumentar mis respuestas.*

E14 expresa también que la información y la redacción de la tarea fue clara, pero que al igual que E10 tenía idea de la respuesta, pero no podía defenderla a través de un proceso matemático, además de que también intuía que faltaba saber algo más, pero a pesar de estas dificultades la tarea era comprensible.

En la Figura 37 se puede observar que E14 también lleva a cabo un proceso correcto obteniendo el precio de 1kg y 3kg del chocolate caro y el precio de 1kg, 2kg y 2.75kg del barato. Posteriormente, suma los kilogramos necesarios en la afirmación que dio el gerente que resultaron ser 5.75kg que se utilizarán en la mezcla y obtiene el precio total de \$1,380.00, luego divide este precio para obtener el precio por kilogramo y finalmente divide el precio por kilogramo entre 10 para obtener el precio por cada 100gr llegando así a la conclusión de que el gerente de la tienda tenía razón.

**Figura 37**

*Respuesta del E14 en la Tarea 4 en su versión auténtica*





Durante la sesión 8 los estudiantes resolvieron la Tarea 4 en su versión no auténtica. Los aspectos de autenticidad que sobresalen en este análisis es el aspecto de Propósito en el contexto de la tarea y Uso de lenguaje. Desde la perspectiva de los estudiantes los aspectos de autenticidad que no se cumplían en esta tarea fueron el Propósito en el contexto de la tarea y el Uso de lenguaje. Según la valoración de los jueces expertos esta fue la tarea mejor valorada al cumplir tres de los cinco aspectos de autenticidad, los dos aspectos que no se cumplían según los jueces fueron Evento y Pregunta (ver Tabla 3) por lo que no existe concordancia entre los estudiantes y los jueces expertos.

En relación con el aspecto de Propósito en el contexto de la tarea, algunos estudiantes mencionaron que no había un propósito bien definido porque no sabían en sí qué debía calcular, si determinar las bolsitas de chocolate, un precio o la cantidad de kilogramos que necesitarían por lo que les resultó ambiguo.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 4 en su versión no auténtica se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 13 y Estudiante 26 quien en lo sucesivo se identificarán como E13 y E26 respectivamente.

A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E13.

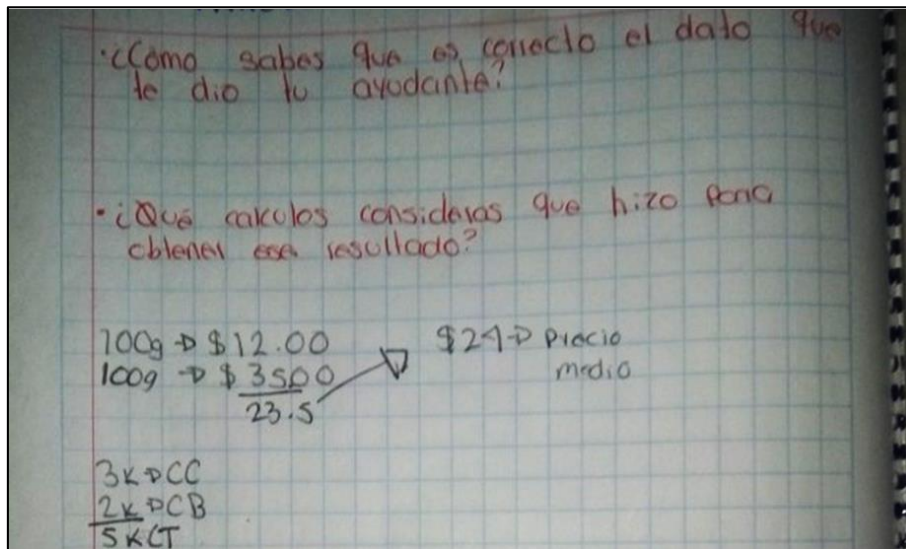
*E13: Mi experiencia fue mala porque no entendí mucho, creo que me surgieron muchas dudas, al final no entendí qué me pedía realmente ni el modo en que el dueño quería formar sus bolsas, tal vez sentí que fue ambiguo y con pocos detalles.*

E13 expresa que le surgieron muchas dudas porque no sabía realmente cuál era el propósito de esta tarea, además que no entendía el modo en que el dueño quería formar sus bolsitas lo que fue una limitante para responderla.

En la Figura 38 se puede observar que E13 realiza un proceso poco coherente, suma los precios de cada dulce por cada 100gr, pero la suma que obtiene es incorrecta, el valor de \$23.50 representa la mitad de la suma de los precios de los dulces por cada 100gr y lo toma como una aproximación a los \$24.00. Tras este proceso no da respuesta a las demás preguntas de la tarea.

### Figura 38

Respuesta del E13 en la Tarea 4 en su versión no auténtica



A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E26.

E26: *No le entiendo al problema porque no sabía que hacer, no sabía a qué quería llegar el problema como que no había un objetivo claro, me confundió y no pude contestarlo.*

E26 expresa que le surgieron muchas dudas y no pudo resolverlo ya que no había un objetivo claro de lo que solicitaba la tarea.

En la Figura 39 se puede observar que E23 utiliza variables para designar el precio de los dulces y el precio sugerido, posteriormente plantea una ecuación igualando la mitad de la suma de los precios de los dulces por cada 100gr con el precio sugerido y al igual que E13 utiliza su resultado de \$23.50 como una aproximación a los \$24.00. Tras este proceso tampoco da respuesta a las demás preguntas de la tarea.

### Figura 39

Respuesta del E26 en la Tarea 4 en su versión no auténtica

The image shows handwritten mathematical work on a grid background. On the left side, the following is written:  
 $c = \$12.00$   
 $d = \$35.00$   
 $m = \$24.$   
On the right side, the following is written:  
 $.5c + .5d =$   
 $.5(12) + .5(35) = 24$   
 $6 + 17.5 = 24$   
 $23.5 = 24$   
Below these calculations, there is a downward-pointing arrow and the text "Precio redondeado a este". A bracket on the right side of the work connects the final result "23.5 = 24" to the text "Precio redondeado a este".

En relación con el aspecto de Uso del lenguaje, algunos estudiantes comentaron que la tarea no estaba planteada en un lenguaje comprensible lo que dificultó su resolución.

Para el análisis de este aspecto de autenticidad en la Tarea 4 en su versión no auténtica se tomaron las respuestas a la pregunta abierta del cuestionario y las producciones escritas del Estudiante 8 y Estudiante 9 quien en lo sucesivo se identificarán como E8 y E9 respectivamente.

A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E8.

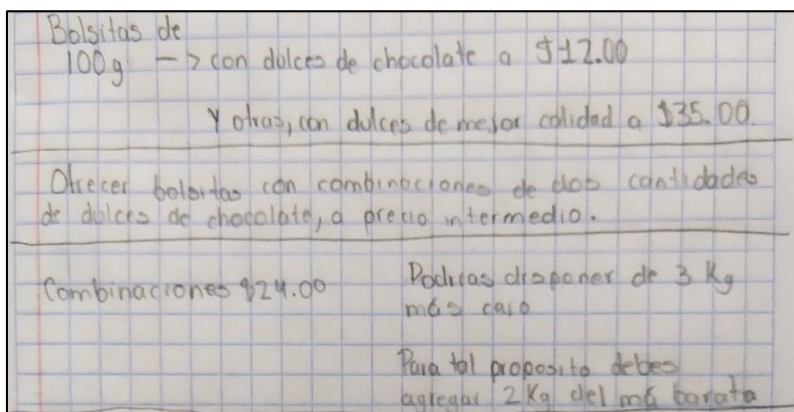
E8: *De todos los problemas fue el que más se me complicó, no entendí muy bien lo que se quería dar a entender, para mí no estaba en un lenguaje tan comprensible y no supe cómo saber si el dato que daba el ayudante era correcto.*

E8 expresó que esta tarea fue la más complicada de todas y que no entendió qué quería dar a entender ya que no estaba redactada en un lenguaje comprensible que lo ayudara a concebir un plan para su resolución y saber si el dato que da el ayudante es correcto o no.

En la Figura 40 se puede observar que E8 acomoda la información y los datos del problema de una forma que pueda entender la tarea, sin embargo, la dificultad de su redacción le impidió concebir un plan y llevarlo a cabo para dar respuesta a las preguntas de la tarea.

### Figura 40

*Respuesta del E8 en la Tarea 4 en su versión no auténtica*



A continuación, se presenta lo expuesto y producido por E9.

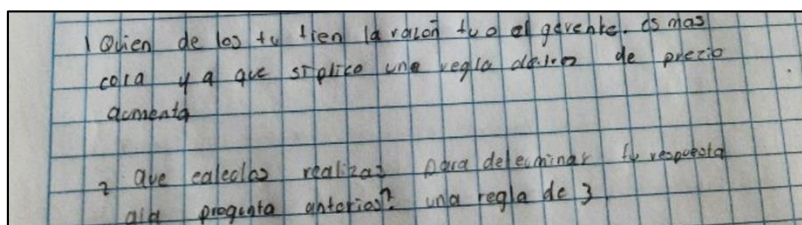
E9: *El problema no me deja ver qué procedimientos tengo que hacer, no lo tengo muy claro porque la redacción me confunde mucho.*

E8 expresó que en esta tarea se le dificultó mucho la redacción en la cual se presentó, en consecuencia, no pudo concebir un plan para poder realizar sus procesos de resolución y responder las preguntas de la tarea.

En la Figura 41 se puede observar que E9 escribe como respuesta que a través de una regla de tres se puede llegar a la solución, sin embargo, no ejecuta este plan porque no tiene los datos claros para plantearla, además no especifica quién de los dos tuvo la razón.

### Figura 41

*Respuesta del E8 en la Tarea 4 en su versión no auténtica*



Como se comentó anteriormente, el aspecto de autenticidad Uso de lenguaje fue relevante en esta tarea en ambas versiones. Por una parte, los jueces expertos no hicieron ninguna sugerencia de este aspecto, al contrario, fue uno de los aspectos mejor valorado con un valor  $V$  de Aiken de 0.93 en su versión no auténtica (ver Tabla 3). Por otra parte, desde la perspectiva de los estudiantes, si tuvieron dificultades con este aspecto de autenticidad cuando la tarea era no auténtica, sin embargo, en la versión auténtica este aspecto fue el mejor valorado por los estudiantes ya que la claridad de la redacción les permitió comprender mejor la tarea y así poder concebir un plan y ejecutarlo para dar solución a las preguntas de la tarea. En los resultados del análisis anterior se pudo observar el cambio sustancial de los procesos de resolución cuando la tarea era auténtica y cuando no lo era.

Respecto al aspecto de Información y datos en la tarea en su versión auténtica, los estudiantes expresaron que hizo falta un dato o una palabra clave que los orientara para poder concebir y llevar a cabo un plan que implicara un proceso matemático, pero a pesar de esta dificultad la mayoría de los estudiantes respondieron correctamente las preguntas de la tarea, en donde sus procesos de resolución fueron correctos.

Por otra parte, el aspecto de Propósito en el contexto de la tarea en su versión no auténtica de la mano con el aspecto de Uso de lenguaje jugaron un papel importante en la resolución de esta tarea ya que la mayoría de los estudiantes no la respondieron debido a que no sabían cuál era el propósito, si llenar bolsitas de chocolate, calcular un precio, calcular la cantidad en kilogramos de cada chocolate o decir quién tenía la razón, por lo que fue una de las tareas con una calificación promedio menor que las demás.

Finalmente, los datos estadísticos (ver Anexo a) muestran cambios significativos ya que el 15.4% de los estudiantes afirman que la Tarea 4 en su versión no auténtica presentaba un lenguaje acorde para resolverla, mientras que en su versión auténtica este porcentaje aumentó 57.7% lo que permitió resolverla de mejor manera. Por otro lado, de acuerdo con el aspecto de Información y datos, el 34.6% de los estudiantes señaló que la tarea en su versión no auténtica carecía de información suficiente para resolverla, mientras que su versión auténtica este porcentaje disminuyó a 11.5%. Además, un cambio significativo sucedió con el aspecto de Propósito en el contexto de la tarea debido a que en su versión no auténtica el 46.2% de los estudiantes afirmó que no existía un

propósito bien definido, sin embargo, en su versión auténtica este porcentaje disminuyó a 7.7%, siendo que al final el 23.1% dijo que definitivamente la tarea auténtica tenía un propósito bien definido.

## CONCLUSIONES

Con base en la pregunta general de investigación que orientó este trabajo ¿Cómo es el desempeño y percepción de estudiantes de segundo año de bachillerato al resolver tareas no auténticas y sus versiones auténticas? se puede concluir lo siguiente.

Respecto de la parte cuantitativa se obtuvieron resultados que favorecen el trabajo con tareas auténticas frente a las no auténticas. Esto significa que la prueba de hipótesis estadística t-Student aplicada a los datos apareados demostró cambios estadísticamente significativos en el desempeño de los estudiantes al resolver tareas auténticas en contraste con las no auténticas.

Por otra parte, en lo cualitativo se pudo observar que los estudiantes mejoraron sus procesos de resolución al resolver las tareas auténticas que sus versiones no auténticas, además, sin tener conocimiento de los aspectos de autenticidad, al responder la pregunta *¿cómo fue tu experiencia al resolver esta tarea?* hacían comentarios y sugerencias acerca de la falta de información y datos, uso de lenguaje poco comprensible en las tareas no auténticas. Sin embargo, en las tareas auténticas resaltaron que la mayoría de los eventos planteados les han sucedido o tienen ocasión de ocurrir en la vida real.

Estos resultados concuerdan con los obtenidos por Nexticapán y Juárez-Ruiz (2021) quienes también analizaron los procesos de resolución de una estudiante de segundo año de bachillerato a través de una entrevista clínica, en un estudio cualitativo. Sus resultados indicaron que cuando la tarea era no auténtica su desempeño fue limitado e incorrecto. Por el contrario, cuando la tarea fue auténtica su desempeño mejoró sustancialmente realizando un proceso inductivo de modelación algebraica. De esta forma, se infiere que los estudiantes mejoran sus procesos de resolución cuando resuelven tareas auténticas que tareas no auténticas.

De la misma forma, el resultado de que los estudiantes resuelvan mejor las tareas auténticas que las no auténticas coincide con lo reportado por Téllez et al. (2021) quienes también reportaron las experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea no auténtica y una tarea auténtica en un estudio cualitativo. Descubrieron que, al resolver la tarea no auténtica, los estudiantes no recordaban cómo hacer las operaciones o usar las fórmulas y teoremas. Por el

contrario, la tarea auténtica tuvo un mayor interés por parte de los estudiantes ya que tenía elementos reales y esto les ayudó a mejorar sus procesos de resolución.

Este trabajo de investigación logró un primer acercamiento al desempeño de los estudiantes a la hora de resolver tareas auténticas. Asimismo, los resultados encontrados en este estudio indican que es necesario realizar más investigaciones para mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes al trabajar con tareas auténticas.

Un aspecto relevante que se pudo identificar en este estudio es que los aspectos considerados en la teoría propuesta por Palm y Nyström (2009) resultaron ser útiles para la conversión de tareas no auténticas en tareas auténticas, y esto se logró gracias a las sugerencias de un grupo de expertos.

A partir de los resultados obtenidos, se observó que el desempeño del estudiante mejora cuando resuelve tareas auténticas en contraste con las no auténticas, corroborando así que un ligero cambio en la formulación de la tarea, incluso en la escritura, provoca cambios significativos en el desempeño de los estudiantes.

Con esta investigación se sugiere realizar un análisis de contenido en los libros de texto para determinar la autenticidad de las tareas planteadas y así poder llevarlos al aula para acercar a los estudiantes a contextos realistas y poder atender las dificultades que presentan los estudiantes para este concepto de ecuación lineal. Como bien mencionan los autores Serradó et al., (2006) el análisis de libros de texto es vital para una buena elección del material didáctico además de ser significativo por el conocimiento de la disciplina y estrategias que aportan para facilitar la planificación y el desarrollo de la enseñanza al profesor, además de que los autores Palm y Nyström (2009) mencionan que el no trabajar con problemas realistas implica que los estudiantes no realizan un análisis cuidadoso de la situación presentada en la tarea, sino que tienden a centrarse sólo en los números dados en la tarea, además de sus creencias de que toda tarea tiene una solución, que la solución es alcanzable para los estudiantes y la respuesta es un solo número sin encontrar una relación entre las matemáticas escolares y la vida real.



## REFERENCIAS

- Aiken, L. R. (1985). Three Coefficients For Analyzing The Reliability And Validity Of Ratings. *Educational and Psychological Measurement*, 45, 131–141.
- Alsina, Á., Abarca, M., & Grabulosa, I. (2020). Evaluando la competencia matemática: construcción y validación de una rúbrica. *Números: Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 105, 119-139.
- Arcones, M. A., & Wang, Y. (2006). Some new tests for normality based on U-processes. *Statistics and Probability Letters*, 76(1), 69–82. <https://doi.org/10.1016/j.spl.2005.07.003>
- Bressan, A., Gallego, M., Pérez, S., & Zolkower, B. (2016). Educación Matemática Realista Bases teóricas. *EDUCACIÓN*, 63, 1–11.
- Cáceres, M. J., Chamoso, J. M., & Cárdenas, J. A. (2015). Situaciones problemáticas auténticas propuestas por estudiantes para maestro. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 201–210). Alicante:SEIEM.
- Camacho, M., & Santos, M. (2004). La relevancia de los problemas en el aprendizaje de las Matemáticas a través de la resolución de problemas. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 58, 45–60.
- Carrillo, M. E. Z. & Parra, I. M. (2005). Apuntes necesarios acerca de la relación entre ejercicios, problemas y tareas. *Revista Iberoamericana de Educación*, 36(5), 1-8.
- Castro, E., Cañadas, M. C., & Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, 54, 55–67.
- Chamoso Sánchez, J., Vicente, S., Manchado, E., & Muñoz, D. (2015). Los Problemas de Matemáticas Escolares de Primaria, ¿son solo Problemas para el aula? *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 12, 261–279.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2012). *Research methods in education*. Routledge.
- Corral, Y. (2010). Diseño de cuestionarios para recolección de datos. *Revista ciencias de la educación*, 36, 152–168.
- D'Amore, B. (2006). *Didáctica de la Matemática*. Magisterio.
- D'Amore, B., Fandiño, M., Marazzani, I., & Sarrazy, B. (2019). *El contrato didáctico en educación matemática* (Primera). Magisterio.
- Díaz, M. V., & Poblete, Á. (2001). Contextualizando tipos de problemas matemáticos en el aula. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 33–41.
- Doyle, W. (1988). Work in math classes the context of student thinking during instruction. En *Educational Psychologist* (Vol. 23, Número 2, pp. 167–180).
- González, F. (1998). El caso de la resolución de problemas matemáticos. En F. González (Ed.), *Metacognicion Y Tareas Intelectuales Exigentes* (pp. 59–73). <https://doi.org/https://doi.org/10.20396/zet.v6i9.8646807>
- Hatch, J. (2002). *Doing qualitative research in education settings*. New York: State University of New York Press.

- Herbst, P. (2012). Las tareas matemáticas como instrumentos en la investigación de los fenómenos de gestión de la instrucción: un ejemplo en geometría. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 1, 5–22. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i1.2>
- Juárez, J. A. (2011). Dificultades en la interpretación del concepto de variable en profesores de matemáticas de secundaria: un análisis mediante el modelo 3UV. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 76, 83-103.
- Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). *Errores y dificultades de los estudiantes Resolución de problemas Evaluación Historia*. Iberoamericana.
- Margolinas, C. (2013). *Task design in mathematics education. Proceedings of ICMI study 22*. Oxford:ICMI
- Martínez, G. (2019). *La cubicación de madera como un problema geométrico del contexto real diseñado e impementado en un bachillerato comunitario* [tesis de maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla]. Repositorio Institucional.
- Muñoz, L., Londoño, S., Jaramillo, C., & Villa-Ochoa, J. (2014). Contextos auténticos y la producción de modelos matemáticos escolares. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 2(42), 48–67.
- Nexticapan, D. & Juárez-Ruiz, E. (2021). Análisis de los procesos de resolución de una tarea auténtica y una no auténtica: El caso de Rubí. *Números. Revista de didáctica de las matemáticas*, 108, 27-47.
- Nexticapan, D. & Juárez-Ruiz, E. (2021). Validación de un conjunto de tareas para nivel medio superior a través de la taxonomía de tareas auténticas. En L.A. Hernández, E. Juárez.Ruiz, H. Ruiz. *Tendencias en la educación matemática 2021*. Comunicación Científica
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: a proposed framework. *For the Learningn of Mathematics*, 26(1), 42–47.
- Palm, T., & Nyström, P. (2009). Gender Aspects of Sense Making In Word Problem Solving. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 59–76.
- Parra, B. (1990). Dos concepciones de resolución de problemas de matemáticas. *Educación Matemática*, 02(03), 22–31.
- Penfield, R. D., & Giacobbi, P. R. (2004). Applying a score condidence interval to Aiken’s item content-relevance index. *Measurement in Physical Education and Exercise Science*, 8, 213–225. [https://doi.org/doi: 10.1207/s15327841mpee0804\\_3](https://doi.org/doi: 10.1207/s15327841mpee0804_3)
- Pérez, Y., & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. *Revista de Investigación*, 35(73), 169–193.
- Pifarré, M., & Sanuy, J. (2001). La enseñanza de estrategias de resolución de problemas matemáticos en la ESO: un ejemplo concreto. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 19(2), 297–308.
- Polya, G. (1962). *Mathematical discovery*. John Wiley & Sons.
- Polya, G. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. Trillas.

- Pozo, J. I. (1994). Aprender a resolver problemas y resolver problemas para aprender. En J. I. Pozo & M. del P. Pérez (Eds.), *La solución de problemas* (pp. 14–50). Santillana.
- Romero, E. (2013). La ejercitación en el aprendizaje y resolver problemas para aprender. En J. I. Pozo & M. del P. Pérez (Eds.) *La solución de problemas* (pp. 14-50). Madrid: Santillana
- Santos, M. (2008). La Resolución de Problemas Matemáticos: Avances y Perspectivas en la Construcción de una Agenda de Investigación y Práctica. *Investigación en educación matemática XII, 1985*, 1–27.
- Schoenfeld, A. H. (2014). *Mathematical problem solving*. Elsevier.
- SEP. (2017). *Planes De Estudio De Referencia Del Marco Curricular Común de la Educación Media Superior*. <http://sems.gob.mx/work/models/sems/Resource/12491/4/images/libro.pdf>
- Serradó Bayés, A., & Azcaráte Goded, M. (2006). Tendencias didácticas en los libros de texto de matemáticas para la ESO. *Revista de educación*, 340, 341–378.
- Soler, S. (2009). Coeficientes de confiabilidad de instrumentos escritos en el marco de la teoría clásica de los tests. *Revista Cubana de Educacion Medica Superior*, 22(2), 1–14.
- Téllez, G. I., Nolasco, G. D., Juárez, J. A., & Juárez, E. (2021). Experiencias de estudiantes de bachillerato al resolver una tarea de libro de texto y una tarea auténtica de trigonometría. *Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 108, 7-25.
- Triola, M. F. (2009). *Estadística* (Décima). Pearson.
- Ursini, S., Escareño, F., Montes, D., & Trigueros, M. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental: una propuesta alternativa*. México: Trillas.
- Wiggins, G. (1993). Assessment: authenticity, context and validity. *Phi Delta Kappan*, 75, 200–214.
- Zaldívar, M., & Mayo, I. (2005). Apuntes necesarios acerca de la relación entre ejercicios, problemas y tareas. *Revista Iberoamericana de Educación*.

## ANEXOS

### ANEXO A. RESULTADOS DE LOS FORMULARIOS DE GOOGLE

Porcentaje de estudiantes que seleccionó un nivel a cada afirmación para las tareas auténticas (tareas no auténticas entre paréntesis)

| Afirmación  | Def no          | Prob no             | No sé                | Prob si               | Def si                |
|---|-----------------|---------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| Tarea 1   |                 |                     |                      |                       |                       |
| 1. La situación planteada en el problema tiene una ocasión de suceder en la vida real   | <u>0</u><br>(0) | <u>3.6</u><br>(3.6) | <u>0</u><br>(3.6)    | <u>35.7</u><br>(32.1) | <u>60.7</u><br>(60.7) |
| 2. Si estuviera viviendo la situación del problema, me haría las mismas preguntas planteadas en el problema                               | 0<br>(0)        | 7.1<br>(0)          | 21.4<br>(10.7)       | <u>35.7</u><br>(53.6) | 35.7<br>(35.7)        |
| 3. El realismo de la información y datos que presenta el problema es idéntico a los de la misma situación que ocurre en la vida cotidiana | 0<br>(3.6)      | 0<br>(7.1)          | <u>3.6</u><br>(14.3) | <u>53.6</u><br>(39.3) | 42.9<br>(35.7)        |
| 4. Los datos proporcionados en el problema son suficientes para responder las preguntas   | 0<br>(10.7)     | 7.1<br>(18.9)       | 7.1<br>(14.3)        | 32.1<br>(28.6)        | 53.6<br>(28.6)        |
| 5. El propósito del problema es claro como lo sería en la vida real   | 0<br>(3.6)      | 7.1<br>(7.1)        | 14.3<br>(14.3)       | 28.6<br>(39.3)        | 50<br>(35.7)          |
| 6. El problema está escrito en un lenguaje comprensible   | 0<br>(0)        | 0<br>(3.6)          | 0<br>(3.6)           | 21.4<br>(25)          | 78.6<br>(67.9)        |
| Tarea 2   |                 |                     |                      |                       |                       |
| 1   | 0<br>(0)        | 0<br>(11.5)         | 7.1<br>(15.4)        | 32.1<br>(30.8)        | 60.7<br>(42.3)        |
| 2   | 3.6<br>(3.8)    | 14.3<br>(15.4)      | 10.7<br>(23.1)       | 39.3<br>(30.8)        | 32.1<br>(26.9)        |
| 3   | 0<br>(0)        | 0<br>(3.8)          | 14.3<br>(11.5)       | 39.3<br>(46.2)        | 46.4<br>(38.5)        |
| 4   | 0<br>(0)        | 14.3<br>(19.2)      | 10.7<br>(15.4)       | 35.7<br>(30.8)        | 39.3<br>(34.6)        |
| 5   | 0<br>(0)        | 7.1<br>(19.2)       | 7.1<br>(15.4)        | 42.9<br>(30.8)        | 42.9<br>(34.6)        |
| 6   | 0<br>(0)        | 3.6<br>(7.7)        | 7.1<br>(7.7)         | 35.7<br>(38.5)        | 53.6<br>(46.2)        |
| Tarea 3   |                 |                     |                      |                       |                       |
| 1   | 0<br>(0)        | 0<br>(0)            | 3.8<br>(3.8)         | 57.7<br>(50)          | 38.5<br>(46.2)        |
| 2   | 3.8             | 11.5                | 11.5                 | 46.2                  | 26.9                  |

|   |               |                |                |                |                |
|---|---------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
|   | (0)           | (19.2)         | (15.4)         | (42.3)         | (23.1)         |
| 3 | 3.8<br>(0)    | 3.8<br>(11.5)  | 7.7<br>(15.4)  | 46.2<br>(57.7) | 38.5<br>(11.5) |
| 4 | 7.7<br>(7.7)  | 3.8<br>(3.8)   | 0<br>(23.1)    | 34.6<br>(38.5) | 53.8<br>(26.9) |
| 5 | 0<br>(3.8)    | 3.8<br>(11.5)  | 11.5<br>(19.2) | 30.8<br>(34.6) | 53.8<br>(30.8) |
| 6 | 0<br>(3.8)    | 3.8<br>(7.7)   | 0<br>(3.8)     | 23.1<br>(34.6) | 73.1<br>(50)   |
|   | Tarea 4       |                |                |                |                |
| 1 | 0<br>(0)      | 3.8<br>(3.8)   | 11.5<br>(23.1) | 65.4<br>(42.3) | 19.2<br>(30.8) |
| 2 | 7.7<br>(11.5) | 15.4<br>(15.4) | 7.7<br>(7.7)   | 34.6<br>(50)   | 34.6<br>(15.4) |
| 3 | 0<br>(11.5)   | 11.5<br>(7.7)  | 15.4<br>(30.8) | 42.3<br>(30.8) | 30.8<br>(19.2) |
| 4 | 3.8<br>(15.4) | 11.5<br>(34.6) | 26.9<br>(11.5) | 19.2<br>(11.5) | 38.5<br>(26.9) |
| 5 | 7.7<br>(15.4) | 7.7<br>(46.2)  | 30.8<br>(3.8)  | 30.8<br>(26.9) | 23.1<br>(7.7)  |
| 6 | 3.8<br>(19.2) | 15.4<br>(15.4) | 3.8<br>(11.5)  | 19.2<br>(38.5) | 57.7<br>(15.4) |