BENEMÉRITA UNIVERSIDAD

AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ESTRATEGIAS QUE USAN LOS ESTUDIANTES DE TELESECUNDARIA AL RESOLVER PROBLEMAS CON ECUACIONES LINEALES

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
LIC. CAROLINA RAMÍREZ MÉNDEZ

DIRECTOR DE TESIS
DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV

PUEBLA, PUE. JUNIO 2024

BUAP

DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que la C:

CAROLINA RAMÍREZ MÉNDEZ

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 26 de junio de 2024, con la tesis titulada:

"ESTRATEGIAS QUE USAN LOS ESTUDIANTES DE TELESECUNDARIA AL RESOLVER PROBLEMAS CON ECUACIONES LINEALES"

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 02 de julio de 2024

Lidia

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
COORDINADORA DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.

BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA · FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS · SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y ESTUDIOS DE POSGRADO · 1578

DRA´LAHR/l´agm*

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 Sur, edif. FM1
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

Agradezco al Consejo Nacional de Humanidades Ciencia y Tecnología (CONAHCYT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de Maestría en educación Matemática otorgada durante el periodo 2021-2022.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a:

Agradezco de manera especial a mi director de tesis, Dr. Josip Slisko Ignjatov, por su constante apoyo, por guiarme en mis avances durante la realización de este trabajo de investigación.

A la Dra. Honorina Ruiz Estrada por todas las aportaciones que tuvo hacia este trabajo de investigación, así como las aportaciones en clases durante mi estancia en la maestría.

Así mismo quiero agradecer al Mtro. Adrián Corona Cruz por su participación en la investigación y como miembro del jurado.

Quiero agradecer a mi familia por el apoyo incondicional que ha tenido hacia mi persona, por confiar en mí, y por estar siempre presente en cada éxito de mi vida.

ÍNDICE

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMEN

En este estudio se propone identificar y analizar las estrategias que los estudiantes utilizan al enfrentarse a la resolución de ecuaciones de primer grado utilizando una metodología de investigación centrada en el pre-álgebra y un enfoque cualitativo.

Esta investigación se enmarca en el sistema de telesecundaria, que sigue los planos y programas de estudio de 2017. De estos documentos curriculares se extrajeron siete temas cuidadosamente seleccionados, que sirvieron como base para el desarrollo y la profundización de este estudio.

Los hallazgos revelan una relevancia significativa para la educación secundaria en general y para la educación telesecundaria en particular. Por un lado, mejora nuestra comprensión de las dificultades particulares que enfrentan los estudiantes cuando comienzan a usar el pensamiento algebraico. Sin embargo, destaca la importancia del aprendizaje autorregulado en la adquisición y consolidación de conceptos algebraicos fundamentales.

Al abordar un tema poco explorado: la aplicación de estrategias de aprendizaje autorregulado en la introducción al álgebra, especialmente en la telesecundaria, esta investigación adquiere un valor adicional. La relevancia y originalidad de los hallazgos presentados se ven reforzadas por la falta de estudios previos en este campo específico.

Este trabajo no solo amplía el cuerpo de conocimientos existentes, sino que también ofrece investigaciones útiles para educadores y diseñadores de currículos al examinar la interacción entre los procesos de autorregulación y el aprendizaje algebraico. Los resultados pueden ayudar a desarrollar estrategias pedagógicas más efectivas que se adaptan a las necesidades específicas de los estudiantes de telesecundaria a medida que pasan al álgebra.

Esta investigación representa una contribución significativa al campo de la educación matemática al proporcionar una base empírica para la mejora de las prácticas de enseñanza y aprendizaje de álgebra en el nivel secundario, con un enfoque particular en el modelo de telesecundaria.

ABSTRACT

This study aims to identify and analyze the strategies that students use when dealing with the resolution of first-degree equations using a research methodology centered on pre-algebra and a qualitative approach.

This research is part of the telecondary system, which follows the 2017 study plans and programmes. Seven carefully selected topics were drawn from these curricula, which served as a basis for the development and deepening of this study.

The findings reveal significant relevance for secondary education in general and for teleconditional education in particular. On the one hand, it improves our understanding of the particular difficulties that students face when they begin to use algebraic thinking. However, it highlights the importance of self-regulated learning in the acquisition and consolidation of fundamental algebraic concepts.

By addressing a little explored topic: the application of self-regulated learning strategies in the introduction to algebra, especially in telecentre, this research gains added value. The relevance and originality of the findings presented are reinforced by the lack of prior studies in this specific field.

This work not only expands the body of existing knowledge, but also provides useful insights for educators and curriculum designers when examining the interaction between self-regulation processes and algebraic learning. The results can help develop more effective pedagogical strategies that are tailored to the specific needs of telecentre students as they move to algebra.

This research represents a significant contribution to the field of mathematical education by providing an empirical basis for improving algebra teaching and learning practices at the secondary level, with a particular focus on the teleconditional model.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo del tema de problemas algebraicos propicia la consolidación de los objetivos establecidos en el plan y programa de matemáticas 2017 en educación secundaria, enfocados principalmente en la resolución de problemas, el cual, los estudiantes puedan usar de manera flexible para conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general.

La presente investigación basada en las estrategias que usan los estudiantes de telesecundaria al resolver ecuaciones lineales se da por el interés personal que existe hacia el contenido matemático de ecuaciones, a raíz de las frecuentes dificultades observadas en su contenido, a lo largo de la experiencia docente, se puede mencionar que dichas dificultades son causadas por el enfrentamiento de aprender un lenguaje diferente al aritmético.

Por su parte Muños y Ríos (2008) coinciden que el paso de la aritmética al algebra produce, en la mayoría de los estudiantes, dificultades de aprendizaje, las cuales se agudizan en el tema de resolución de problemas cuando aplican ecuaciones lineales, ya que interviene un mayor análisis y no solo la repetición de un proceso mecánico.

En la enseñanza escolar de la aritmética, los alumnos resuelven sin complicaciones problemas de suma, sustracción, multiplicación y división a través de un amplio conjunto de estrategias, sin embargo, al iniciar el aprendizaje del álgebra suelen presentar dificultades en las operaciones algebraicas, ya que ahora los problemas que se les presentan se resuelven utilizando algoritmos que van más allá de los que ellos conocen, surgen frases como “si está sumando ahora pasa restando” o “si está dividiendo pasa multiplicando”, que aun cuando son literariamente informales e implican propiedades de conmutatividad, para el alumno dichas frases no tienen sentido.

La transición de la aritmética al álgebra es un paso importante para llegar a ideas más complejas y abstractas dentro de las Matemáticas escolares. Se puede observar que es muy común que los estudiantes al aprender álgebra empleen sus conocimientos aritméticos, resolviendo así problemas sencillos. Sin embargo, cuando se les presenta un problema que necesita un razonamiento extra, el alumno empieza a presentar dificultades y conflictos, que más adelante se convertirán en obstáculos. Es entonces cuando el rechazo hacia las Matemáticas se intensifica, ya que esta transición es un cambio cualitativo en la forma de pensar del alumno, incluso muchos alumnos manifiestan sentimientos de tensión y miedo.

El no abordar esta problemática puede causar en los estudiantes un rezago educativo que afectaría directamente en los propósitos de la educación secundaria. Por el contrario, con esta investigación se desea contribuir al cumplimiento de éstos, así como, al pensamiento crítico en la resolución de problemas lineales.

La investigación consiste en seis capítulos que serán descritos a continuación:

Capítulo uno. Se presentan los antecedentes de la investigación enfocados a cuatro aspectos importantes para el desarrollo de esta investigación. El primero de ellos es el algebra en la educación básica, la cual nos da un panorama amplio de los enfoques que han tenido los planes y programas de estudios con respecto al aprendizaje del algebra en la educación secundaria. El segundo tema encontraremos las dificultades del algebra, este tema nos proporciona información con respecto a los principales procesos cognitivos por los cuales tienen que transcurrir el alumno para lograr un pensamiento algebraico. El tercer tema se mencionan las dificultades en el uso del lenguaje algebraico mismas que son derivadas de los procesos cognitivos. Por último, se describen los errores en la resolución de ecuaciones lineales, que, si bien se puede determinar que es un proceso que va de la mano con respecto al lenguaje algebraico, sin embargo, requiere de un pensamiento distinto en donde no solo se contemplan signos, coeficientes y literales, sino que hay que contemplar las propiedades mismas del algebra.

Capítulo dos. En él se detalla el planteamiento del problema, donde se describen la pregunta de investigación, objetivo general y objetivos específicos de la investigación, hipótesis y justificación. Cada uno de estos apartados son los que establecerán con mayor claridad el tema que se trabaja dentro de la investigación, así como, lo que se pretende lograr con la investigación y permite prevenir posible hallazgos o contribuciones que se den en el desarrollo de esta.

Capítulo tres. Se describe el marco teórico que es parte fundamental de la tesis ya que consiste en la revisión de teorías, conceptos y estudios previos que son relevantes para el tema tratado en esta investigación. Como concepto principal encontramos al Pre-algebra, mismo que nos desglosa los principales pensamientos cognitivo que sostiene la transición de la aritmética al algebra, como es la evolución gradual del pensamiento algebraico, el valor que se le da a la literal: como variable o como incógnita, expresiones algebraicas y problemas contextualizados.

Para esta investigación de igual forma se consideró el área de estudio “Desarrollo del pensamiento algebraico” donde se describen los diferentes razonamientos algebraicos, así como ciertas competencias que se necesitan para el desarrollo de un pensamiento algebraico. Así mismo, se consideró dentro de este apartado al aprendizaje autorregulado el cual es un método de aprendizaje que se ha utilizado dentro de la educación matemática, sin embargo, poco se ha utilizado en contexto del algebra. En él se describe la importancia de sus usos y las aportaciones positivas que este puede tener.

Capítulo Cuatro. Dentro de este capítulo se encuentra descrito la metodología con la que se llevó a cabo esta investigación, especificando en ella las características de los estudiantes a los que fue aplicada, los instrumentos que se utilizaron y los procedimientos de recolección de información.

Capítulo cinco. Se pretenden mostrar los resultados obtenidos con la implementación de los instrumentos, en los que se destacan los resúmenes recolectados de los mismo, explicando detalladamente cada patrón encontrado. Con base a la información recabada se identificó el uso de la aritmética en la solución de problemas y el comienzo del uso del algebra.

Capítulo seis. Por último, se muestran las conclusiones a las que se llegaron con base a la información recabada en el capítulo anterior. En este capítulo se analizó la información obtenida y se relacionó con los objetivos de la investigación para identificar la congruencia que existe entre ellas y el aporte de la investigación.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

Se han realizado investigación sobre la resolución de problemas matemáticos, especialmente aquellos que involucran ecuaciones lineales. Estos estudios han analizado los desafíos que enfrentan los estudiantes, las tácticas que utilizan y las técnicas de enseñanza más efectivas. La investigación sobre este tema cobra especial relevancia en el contexto de la telesecundaria, modalidad educativa que presenta desafíos únicos debido a su naturaleza a distancia.

1.1El algebra en la educación secundaria obligatoria en México

Si bien en cierto que uno de los estándares principales de matemáticas en México en educación básica es Sentido Numérico y Pensamiento Algebraico, que a partir de los planes y programas de 2006 se da un énfasis en el lenguaje algebraico en sus tres usos de la literal, como número, incógnita y relación funcional, Sep. (2006) Por otra parte, en el plan y programa 2011 especifica los estándares en cuatro puntos principales:

- Resuelve problemas aditivos que impliquen efectuar cálculos con expresiones algebraicas
- Resuelve problemas multiplicativos con expresiones algebraicas a excepción de la división entre polinomios.
- Resuelve problemas que implican expresar y utilizar la regla general lineal o cuadrática de una sucesión
- Resuelve problemas que involucran el uso de ecuaciones lineales o cuadráticas. Sep. (2011)

Actualmente se encentra vigente el plan y programa 2017, en él se establen las herramientas algebraicas, por un lado, para generalizar y expresar simbólicamente las propiedades de los números y sus operaciones; y por otro, para representar situaciones y resolver problemas que requieren de la comprensión de conceptos y dominio de técnicas y métodos propios del álgebra. Se busca que los estudiantes aprendan álgebra a través del uso flexible de sus elementos fundamentales, a saber, números generales, incógnitas y variables en expresiones algebraicas, ecuaciones y situaciones de variación; en estas últimas, tanto en su expresión simbólica como en su representación por medio de tablas y gráficas cartesianas. Sep. (2017). Se concibe a la aritmética y al álgebra como herramientas para modelar situaciones problemáticas y para resolver problemas en los que hay que reconocer variables, simbolizarlas y manipularlas.

Dentro del plan vigente existen sugerencias para el desarrollo de contenido de Ecuaciones, enfatizando en conocimientos previos, conceptos, propiedades y procedimientos, sin bien al enfrentarse en el aula de clase pueden existir diversos factores que intervengan en la apropiación de dicho tema.

1.2 Dificultades en el algebra

Los adolescentes, al comenzar el estudio del álgebra, traen consigo las nociones y los enfoques que usaban en aritmética. Sin embargo, el álgebra no es simplemente una generalización de la aritmética. El álgebra requiere un cambio en el pensamiento del estudiante de las situaciones numéricas concretas a proposiciones más generales sobre números y operaciones (Kieran, & Filloy, 1989)

El propósito del álgebra escolar es desarrollar la mente o el pensamiento algebraico. Qué el pensamiento algebraico implica un proceso general, expresiones o símbolos algebraicos, ecuaciones y operaciones utilizadas en el lenguaje matemático, Bonotto, C. (2009). Aplicar el algebra y sus símbolos para encontrar ecuaciones, para luego resolver problemas y hacer modelos matemáticos dentro de las matemáticas y otras áreas más allá de ellas y en situaciones reales de la vida cotidiana.

Las dificultades y los errores en el aprendizaje de las Matemáticas han sido y son hoy un foco de estudio e investigación en Educación Matemática, por ello, a continuación, se describen algunas dificultades encontradas en el tránsito de la aritmética al algebra:

Las diferentes interpretaciones del uso de las letras (a veces consideradas como incógnitas, otras como variables o como número generalizado). Küchemann, (1981) describe seis categorías diferentes de interpretación y uso de las letras: letras evaluadas, letras ignoradas, letras como objeto, letras como incógnita específica, letras generalizando números, letras como variables. Es evidente la gran dificultad que entraña entender cada uno de estos conceptos y saber en cada caso cómo hay que interpretar las letras que participan en una expresión.

Por otro lado, el mismo concepto de variable entraña una gran dificultad. Adquirir este concepto supone la integración de dos procesos: generalización, que permite pasar de situaciones concretas a aspectos comunes en todas las situaciones; y simbolización, que permite expresar de forma abreviada lo que tienen en común todas las situaciones, Gavilán Bouzas, P. (2011). Ambos, generalización y simbolización, son difíciles de asimilar por los estudiantes que, hasta el momento de iniciarse en el álgebra, han trabajado con números concretos.

Los signos de operación también adquieren en el álgebra un significado diferente. Mientras que en aritmética indican la acción que se tiene que realizar para obtener un resultado numérico, en álgebra son representaciones que indican operaciones que no siempre se tienen que realizar. Kieran, C. (2004). En ocasiones, ni siquiera es posible hacerlas.

Del mismo modo, el signo igual adquiere diferentes significados según el contexto en que aparece. Mientras en aritmética el signo igual indica que se ha hecho una operación y tenemos su resultado, es decir, su interpretación es unidireccional, en álgebra es bidireccional; es un símbolo de equivalencia entre lo que hay a su derecha y a su izquierda, Küchemann, D. E. (1981). Además, sirve para indicar restricciones, como en el caso de las ecuaciones. El signo igual aparece en distintos contextos algebraicos refiriéndose a conceptos diferentes como ecuaciones, identidades, fórmulas o funciones. Estos diferentes usos que se hace del signo igual en el lenguaje algebraico añaden nuevas dificultades para los estudiantes.

En un paso posterior nos encontramos con las dificultades que aparecen a la hora de codificar el lenguaje ordinario para expresarlo en lenguaje matemático. En ocasiones son capaces de resolver problemas de forma verbal, pero no saben escribir ni resolver las ecuaciones que reflejan las relaciones entre los datos y la incógnita.

El planteamiento y resolución de ecuaciones se convierte en la parte central del álgebra escolar. En la resolución de ecuaciones se enfrentan en primer lugar con un nuevo significado del signo igual, que coexiste con el significado puramente aritmético; en segundo, con la relación entre una operación y su inversa a la hora de transponer términos; y en tercero, con los obstáculos provenientes del manejo del signo menos y sus diferentes significados: como indicativo del signo de una cantidad o como operación indicada, ante la cual muchas veces no ven la necesidad de emplear paréntesis por atribuirle las mismas propiedades que al signo más, Kilpatrick, J. (1987). Además, continúan las dificultades aritméticas relacionadas con el uso de los paréntesis y la jerarquía de las operaciones.

Si pasamos a la resolución de sistemas de ecuaciones, nos encontramos con la dificultad que supone la necesidad de aceptar informaciones independientes, cada una de las cuales viene representada en una ecuación del sistema; el proceso de resolución conlleva la comprensión del concepto de equivalencia, al transformar un sistema en otro más sencillo. En el paso que se da de la resolución de ecuaciones a la de sistemas, aparece una nueva dificultad: las incógnitas se perciben como valores particulares de unas variables sometidas a más de una condición, (Muñoz y Ríos,, 2008).

1.3 Dificultades en el uso del lenguaje algebraico

La dificultad de percibir las estructuras subyacentes a las expresiones algebraicas. Kieran (1989) reconoce dos tipos de estructuras, la superficial, que se refiere a la forma de la expresión algebraica (la ordenación de sus términos y jerarquía de sus operaciones), y sistémica, que se refiere a las propiedades de sus operaciones. Los estudiantes, en general, tienen dificultades en la percepción de estos dos tipos de estructuras.

Muchas veces el propio lenguaje de los docentes dificulta la construcción adecuada del significado algebraico en el alumnado. Cuando decimos, por ejemplo, “lo que está sumando pasa restando”, damos a entender que efectivamente desaparece de un miembro de la ecuación y sin saber cómo ni por qué, aparece en el otro, (Silver, 1994). De manera que es muy posible que incluso alumnos que son capaces de resolver adecuadamente complicadas ecuaciones matemáticas no sepan a qué se deben los pasos que dan cuando van buscando la solución y más bien piensen que sólo se trata de aplicar las reglas que tantas veces han oído en clase. Prueba de ello es la dificultad que tienen en general para mostrar que una solución es incorrecta, (Stoyanova, 1998). El camino preferido consiste en volver a resolver la ecuación dada, sin darse cuenta de que basta con sustituir la solución en la ecuación para que, si es incorrecta, dé lugar a valores diferentes en la derecha y en la izquierda.

Para poder resolver problemas de enunciado es preciso haber asumido una forma de pensar basada en la comprensión del significado de las operaciones y las consecuencias que tienen sobre los números que actúan, así como el significado del signo igual en el contexto de una ecuación (Silver y Cai, 2005). Las dificultades en la transformación de un problema de enunciado a una ecuación provienen, por un lado, de la interpretación de las propias expresiones algebraicas y, por otro, de la búsqueda de una expresión algebraica adecuada que represente el contenido del problema, para lo cual es necesario un conocimiento adecuado de la estructura y sintaxis algebraica. Para que los estudiantes puedan aceptar como resultado de este proceso una expresión con operaciones indicadas, pero sin efectuar, tienen que haber superado la fase de las operaciones aritméticas, para asumir el significado de las operaciones algebraicas, que representan la simbolización de un proceso. Por ello es aconsejable que realicen numerosas actividades de traducción antes de enfrentarse con la resolución de estos problemas.

1.4 Errores en la resolución de ecuaciones lineales

Al analizar procesos cognitivos en el aprendizaje del álgebra, Palarea y Socas (1999) distinguen entre obstáculo cognitivo y error, al plantear diferentes orígenes de los mismos; de esta manera, definen obstáculos cognitivos como conocimientos que han sido satisfactorios para la resolución de ciertos problemas durante un tiempo, y resultan inadecuados para enfrentarse con otros problemas: (1) errores del álgebra que están en la aritmética cuando el estudiante para entender la generalización de relaciones y procesos se requiere que los problemas sean asimilados en el contexto aritmético y (2) errores del álgebra debidos a características propias del lenguaje algebraico, que son de naturaleza estrictamente algebraico y no tienen referencia explícita en la aritmética.

Si bien la naturaleza de esta investigación no está orientada a identificar las causas de las dificultades y errores que cometen los estudiantes, coincidimos con el planteamiento de Socas (1997), afirmando que éstas pueden asociarse a la propia disciplina, a la complejidad de los objetos de las matemáticas y procesos de pensamiento matemático, a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje, a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos y, finalmente, pueden estar asociadas a actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Por otra parte, Radatz (1979) establece cinco categorías generales para clasificar los errores a partir del procesamiento de la información:

Errores debidos a dificultades del lenguaje. El aprendizaje de los conceptos, símbolos y vocabulario matemático es, para muchos alumnos, un problema similar al aprendizaje de una lengua extranjera.

Errores debidos a dificultades para obtener información espacial, algunas representaciones icónicas de situaciones matemáticas pueden suponer dificultades en el procesamiento de la información.

Errores debidos a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos, se incluyen todas las deficiencias de conocimiento sobre contenidos y procedimientos específicos para la realización de una tarea matemática. Incluye la ignorancia de los algoritmos, conocimiento inadecuado de hechos básicos, procedimientos incorrectos de la aplicación de técnicas y dominio insuficiente de símbolos y conceptos necesarios.

Errores debidos a asociaciones incorrectas o a rigidez del pensamiento, la experiencia sobre problemas similares anteriores puede producir una rigidez en el modo habitual de pensamiento y una falta de flexibilidad para codificar y decodificar nueva información.

Errores debidos a la aplicación de reglas o estrategias irrelevantes, surgen con frecuencia por aplicar con éxito reglas o estrategias similares en áreas de contenidos diferentes.

Identificar las dificultades y los errores que cometen los estudiantes constituye un verdadero reto en el quehacer docente. Desde nuestro estudio, identificamos los errores tomando de referencia las repuestas incorrectas dadas a preguntas o ítems de opción múltiple.

CAPÍTULO 2

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Lo que se pretendió con la investigación fue conocer los procedimientos de solución que tienen los estudiantes ante problemas de ecuaciones lineales con enfoque pre-algebraico, es por ello que se tiene como:

2.1 Pregunta de investigación

¿Cuáles son las estrategias que realizan los estudiantes en la solución y planteamiento de problemas que implique una ecuación lineal?

2.2 Objetivo general

- Analizar los procedimientos que realizan los estudiantes al resolver y formular problemas de ecuaciones lineales, con el fin de identificar las dificultades, así como, las mejoras que tienen con respecto al algebra, a través del aprendizaje autorregulado.

2.3 Objetivos específicos

- Identificar las principales operaciones que realizan los estudiantes al resolver problemas de ecuación lineal.
- Identificar las principales estrategias que elaboran los estudiantes al plantear problemas de ecuación lineal.
- Identificar los beneficios que aporta el aprendizaje autorregulado en el algebra.

2.4 Hipótesis:

Como hipótesis de esta investigación se tiene como principal idea que los estudiantes tienden a apoyarse más en su comprensión intuitiva de las relaciones numéricas y en sus habilidades de resolución de problemas que han desarrollado en etapas anteriores de su educación matemática. Por otra parte, se espera que la transición hacia estrategias más formales y simbólicas propias del álgebra ocurra gradualmente a medida que los estudiantes adquieran mayor confianza en el manejo de conceptos abstractos y en la generalización, con el apoyo del aprendizaje autorregulado.

La importancia de esta investigación radica en el entendimiento del proceso por el que transitan los estudiantes al adentrarse en el algebra, identificando las dificultades y errores más comunes que comenten los educandos. Esto permite en un futuro abordar esas áreas específicas de una forma más efectiva, fomentando en el alumno un pensamiento crítico al cuestionar sus propios métodos y razonamientos, lo que les ayuda a desarrollar una comprensión más profunda de los conceptos matemáticos.

Con esta investigación se prende que aporte hacia la documentación de la identificación de los errores más comunes que al resolver ecuaciones lineales; la adquisición de información cualitativa que puede proporcionar una comprensión más profunda de como los estudiantes piensan y razonan los problemas matemáticos, más allá de si responden correcta o incorrectamente.

Además, puede evaluar la efectividad de la estrategia del aprendizaje autorregulado en la resolución de problemas, mismo que puede proporcionar información sobre que enfoques son más eficaces en la comprensión y solución de ecuaciones lineales.

2.5 Justificación

La necesidad imperiosa de abordar las dificultades que los estudiantes de telesecundaria enfrentan en la comprensión y el uso del lenguaje algebraico es una necesidad urgente en la educación matemática. El objetivo del método sugerido es superar los límites de los enfoques convencionales utilizados en los libros de texto mexicanos, que suelen presentar el álgebra de manera abstracta y descontextualizada.

Para muchos estudiantes, la transición del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico representa un salto cognitivo significativo. Investigaciones como las realizadas por Kieran (2004) han demostrado que esta transición no es natural ni automática. En cambio, requiere un cambio en el pensamiento matemático que muchos estudiantes consideran difícil. Los métodos actuales, que comienzan con una generalización del álgebra o ofrecen ecuaciones de primer grado ya estructuradas, con frecuencia no logran conectar de manera efectiva el conocimiento previo de los estudiantes con los nuevos conceptos de álgebra.

Aunque hay trabajos previos sobre la traducción del lenguaje natural al algebraico, como el de Leiva (2016) basado en el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) o los instrumentos con contenidos algebraicos creados por Marquina (2014), carecen de una base teórica sólida que integra los aspectos cognitivos, didácticos y epistemológicos del aprendizaje algebraico. Además, investigaciones como la de Radford (2014) han destacado la importancia de incluir el contexto cultural y las prácticas sociales al enseñar álgebra, aspectos que con frecuencia se pasan por alto en los enfoques tradicionales.

El modelo educativo de la educación básica de México destaca la importancia de crear situaciones didácticas que promuevan el aprendizaje situado. Sin embargo, no ofrece instrucciones precisas sobre cómo crear estas situaciones, especialmente en matemáticas.

Este estudio se alinea con las investigaciones de Pan (2017) sobre la autenticidad en los problemas matemáticos al utilizar expresiones algebraicas contextualizadas en situaciones reales, sin datos extrapolares y con actividades de la vida cotidiana. Según Pan, los problemas que imitan situaciones reales pueden mejorar significativamente la comprensión y el compromiso de los estudiantes con el material matemático.

Los principios de la algebrización progresiva sugeridos por Godino y colaboradores (2014), también sirven como base para esta investigación. Esta estrategia propone una introducción gradual de los conceptos algebraicos, comenzando con actividades de generalización y patrones antes de pasar a la manipulación simbólica formal. Este método puede ayudar a suavizar la transición entre la aritmética y el pensamiento algebraico.

CAPÍTULO 3

MARCO TEÓRICO

Al hablar de ecuaciones de primer grado o lineales y para introducir los elementos de lenguaje simbólico, se suelen retomar los temas de pre-algebra. También plantean la necesidad de introducir los símbolos y las operaciones algebraicas a partir de situaciones familiares y la importancia de planear actividades y problemas que contemplen las nociones de ecuación, de incógnita y procedimiento para despejar la incógnita, fomentando en los estudiantes la capacidad de darse cuenta de la forma como las condiciones de un problema se traducen en una ecuación.

3.1 Pre - algebra

Socas (2011) señala que el esfuerzo por comprender la relación existente entre la aritmética y el álgebra fue la principal causa del surgimiento del álgebra temprana. El currículo debe cambiar para que no sea solo una transición entre una y otra.

Para incorporarlas al mismo tiempo, debes descubrir exactamente cómo se relacionan. Esto puede lograrse tomando en cuenta los hallazgos de las investigaciones que se centraron en los desafíos y errores de enseñanza de ambas.

Socas (2011) analiza varios aspectos importantes de la transición de la aritmética al álgebra, incluida la interpretación de símbolos. Tal autor señala que los estudiantes con frecuencia tienen dificultades para comprender el significado de las letras como variables o incógnitas; discute la diferencia entre cómo las letras se usan en álgebra y en otros contextos, como abreviaturas; y analiza cómo los estudiantes tienden a ver las letras como objetos concretos en lugar de representaciones de cantidades variables.

Para estas dificultades Socas recomienda:

> 1.- Tener una evolución gradual del pensamiento algebraico donde desde los primeros años de escuela, inculque conceptos de algebra de manera progresiva, además de utilizar actividades que fomenten el reconocimiento y la generalización de patrones.
>
> 2.- Enfatizar en la importancia de los símbolos, describiendo claramente la función de las letras como variables o incógnitas, así como introducir los símbolos algebraicos en contextos significativos.

3.- Concentración en la estructura algebraica, como es la enseñar a los estudiantes a "leer" expresiones algebraicas reconociendo su estructura.

4.- El uso de problemas contextuales para dar sentido a las expresiones y ecuaciones algebraicas, que use situaciones del mundo real y ayudar a los niños a modelar matemáticamente situaciones cotidianas.

Las investigaciones en el campo de la educación matemática sugieren que el desarrollo del pensamiento algebraico sigue una progresión que abarca desde las etapas mas tempranas de la educación primaria hasta los niveles avanzados de la secundaria y bachillerato (Kilpatrick y Swafford, 2021). Es posible describir esta progresión en varias etapas diferentes, cada una de las cuales esta caracterizada por habilidades y comprensiones específicas.

Los estudiantes comienzan a reconocer patrones simples en secuencias numéricas o visuales en la etapa inicial, llamada pensamiento pre-algebraico. Los niños desarrollan una comprensión intuitiva de la idea de "desconocido" en problemas aritméticos simples durante este período, que suele ocurrir en los primeros años de la educación primaria, y empiezan a explorar las relaciones básicas entre cantidades.

Los estudiantes ingresan a la fase de pensamiento proto-algebraico a medida que avanzan, generalmente al final de la educación primaria. En este punto, pueden generalizar patrones aritméticos simples y comenzar a usar símbolos como recuadros o espacios en blanco para representar valores desconocidos. Aquí también comienza la comprensión del concepto de variable.

La transición a la educación secundaria generalmente marca el comienzo del pensamiento algebraico temprano. Los estudiantes empiezan a usar letras como variables o incógnitas, resuelven ecuaciones lineales simples y pueden representar simbólicamente patrones y relaciones.

Los estudiantes desarrollan la habilidad de manipular expresiones algebraicas más complejas durante la etapa intermedia del pensamiento algebraico, que generalmente ocurre a mediados de la educación secundaria. Además, adquirirán una comprensión más profunda de las funciones cuadráticas y lineales, así como la resolución de sistemas de ecuaciones.

Finalmente, los estudiantes alcanzan la etapa de pensamiento algebraico avanzado en los últimos años de secundaria y bachillerato. En este nivel, pueden trabajar con funciones polinómicas, exponenciales y logarítmicas, analizar estructuras algebraicas más complejas y utilizar el álgebra para modelar matemáticas avanzadas.

En la educación secundaria, el aprendizaje del álgebra es un punto importante en el desarrollo matemático de los estudiantes. En su obra "Educational Algebra: A Theoretical and Empirical Approach", Filloy, Puig y Rojano (2008) ofrecen un análisis completo y variado de este proceso, lo que revela las complejidades y obstáculos que enfrentan tanto los estudiantes como los educadores.

Los autores hacen hincapié en que la transición de la aritmética al álgebra no es un proceso simple ni lineal. Los estudiantes de secundaria deben aprender a manejar abstracciones y generalidades, un salto conceptual significativo en comparación con las operaciones concretas a las que están acostumbrados en la aritmética básica, durante una etapa de desarrollo cognitivo.

El análisis de las técnicas algebraicas utilizadas por los estudiantes, incluidos los datos recopilados en telesecundarias mexicanas, es un componente particularmente relevante de su investigación. Este método ofrece una perspectiva útil sobre cómo los estudiantes abordan y comprenden los conceptos algebraicos fundamentales en diferentes contextos educativos.

Los investigadores descubren una variedad de dificultades comunes para aprender álgebra. Entre ellos se encuentra el desafío de comprender el significado de las variables y las operaciones utilizando expresiones algebraicas. Muchos estudiantes suelen usar métodos aritméticos para resolver problemas algebraicos, lo que puede resultar en errores conceptuales graves.

Además, Filloy, Puig y Rojano examinan cómo los estudiantes se ven afectados por los diversos sistemas de representación (verbal, simbólico y gráfico). Argumentan que la capacidad de traducir entre estos sistemas es esencial para desarrollar un pensamiento algebraico sólido.

En la investigación que realiza enfatiza la importancia de tener en cuenta el contexto sociocultural cuando se enseña álgebra. Los autores observan que el entorno y las experiencias anteriores de los estudiantes pueden tener un impacto significativo en cómo abordan y comprenden los conceptos algebraicos.

La investigación también examina cómo la tecnología ayuda a enseñar álgebra, un tema particularmente importante en las telesecundarias mexicanas. Los autores sugieren que las herramientas tecnológicas pueden facilitar la visualización de conceptos abstractos y ofrecer oportunidades para la exploración y el descubrimiento cuando se utilizan adecuadamente.

La identificación de patrones de pensamiento algebraico emergentes en los estudiantes es un hallazgo significativo. Los autores sugieren que las estrategias de enseñanza adecuadas pueden fomentar y desarrollar estos patrones, lo que podría facilitar una transición más fácil hacia el pensamiento algebraico formal.

Además, Filloy, Puig y Rojano discuten la actitud y la motivación de los estudiantes hacia el álgebra. Según ellos, muchos estudiantes ven el álgebra como algo abstracto y desconectado de la realidad, lo que puede conducir a una falta de compromiso con el aprendizaje. Se propone que poner los problemas de álgebra en contextos que son relevantes para los estudiantes puede aumentar su interés y comprensión.

3.2 Desarrollo del pensamiento algebraico

El objetivo de la educación en álgebra es fomentar el razonamiento o el pensamiento algebraico. El razonamiento algebraico, también conocido como pensamiento algebraico, es un proceso de generalización para crear expresiones algebraicas o patrones, ecuaciones y funciones que utilizan el lenguaje algebraico y su simbología en busca de precisión; luego, resolver problemas y diseñar modelos matemáticos, tanto en la propia matemática como en otras áreas del conocimiento y en situaciones reales de la vida cotidiana.

Hay muchas formas diferentes de mostrar razonamiento algebraico. Parafraseando, Kaput (1998) identificó cinco formas relacionadas de razonamiento algebraico:

- Álgebra como patrones y regularidades generalizadoras y formalizadoras, en particular, álgebra como aritmética generalizada.
- Álgebra como manipulación de símbolos sintácticamente guiada.
- Álgebra como el estudio de la estructura y los sistemas abstraídos de los cálculos y las relaciones.
- Álgebra como el estudio de funciones, relaciones y variación conjunta.
- Álgebra como el modelado.

Según MacGregor (2004), el razonamiento algebraico implica el análisis de situaciones reales, la creación de relaciones críticas como ecuaciones, la aplicación de métodos para resolver ecuaciones y la interpretación de los resultados. Por otro lado, lo que algunos estudiantes aprenden parcialmente es una colección de reglas para memorizar y ejecutar, que no tienen coherencia lógica, tienen muy poca conexión con el aprendizaje aritmético anterior y no tienen relación con el mundo exterior.

La capacidad de usar el lenguaje algebraico como herramienta para el pensamiento algebraico se desarrollará a medida que se desarrolla el lenguaje algebraico. La escuela, específicamente el maestro, juega un papel crucial al brindar oportunidades de interactuar con este lenguaje y recibir respuestas que permiten producir nuevos significados (Papini, 2003).

El lenguaje algebraico es aquel que se usa para transmitir ideas algebraicas a otros, y se caracteriza por dimensiones verbales, simbólicas y gráficas, según Beyer (2006). Las expresiones algebraicas, las fórmulas, las ecuaciones, las inecuaciones y las funciones son elementos de este lenguaje que se utilizan para resolver problemas y representar matemáticamente diversas situaciones.

Filloy (1999) investigó la adquisición del lenguaje algebraico utilizando dos enfoques globales: a) modelar situaciones "más abstractas" en lenguajes "más concretos" para desarrollar habilidades sintácticas; y b) crear códigos para desarrollar la capacidad de resolver problemas. Según los primeros hallazgos del estudio, existe una relación dialéctica entre los avances sintácticos y semánticos, lo que significa que el avance de un componente implica el avance de la otra.

Por otra parte, el desarrollo del pensamiento algebraico conlleva al desarrollo de ciertas competencias algebraicas:

- Habilidad para pensar en un lenguaje simbólico, comprender el álgebra como una aritmética generalizada y como el estudio de las estructuras matemáticas.
- Habilidad para comprender igualdades y ecuaciones de álgebra y aplicarlas dentro del conjunto de la solución de problemas del mundo real.
- Habilidad para comprender relaciones de cantidades a través de patrones, definición de funciones y aplicación de modelos matemáticos” (Crawford, 2001), citado por (MacGregor, 2004).

Los adolescentes traen consigo las ideas y métodos que utilizaron en aritmética cuando comenzaron a estudiar álgebra. No obstante, el álgebra no se limita a la generalización de la aritmética. Aprender álgebra no es simplemente aprender lo que ya estaba implícito en la matemática. El pensamiento de los estudiantes en álgebra debe cambiar de situaciones numéricas específicas a proposiciones más generales sobre números y operaciones. Para muchos de los que comienzan a estudiar álgebra, es difícil pasar de un modo informal de representación y resolución de problemas a uno formal.

Estos estudiantes siguen empleando los métodos de aritmética que les funcionaban. De hecho, un marco de referencia aritmético da cuenta de: a) su forma de ver el signo igual; b) sus problemas con la concatenación y algunas de las convenciones de notación del álgebra; y c) su falta de habilidad para expresar formalmente los métodos y procedimientos que usan para resolver problemas. Además, contribuye en gran medida a su interpretación de las variables.

De hecho, los estudiantes que comienzan con álgebra no se dan cuenta de que el procedimiento es con frecuencia la respuesta. Por ejemplo, el resultado de sumar 5 y b se llama 5 más b.

Kieran (1983) informó que los estudiantes no solo deben superar el dilema "proceso-producto" y adquirir lo que Collis (1974) llamó "aceptación de la falta de cierre", así como debilitar sus "expectativas aritméticas de respuestas bien formadas, es decir, que una respuesta es un número".

Muchas investigaciones muestran cómo la interpretación y el uso de las letras y expresiones algebraicas en las etapas iniciales del aprendizaje del álgebra están influenciados por el arraigo al pensamiento numérico y los significados coloquiales de las palabras.

La interpretación del signo (Kieran, 1980); los estudios sobre errores frecuentes en álgebra de (Booth 1988; y Matz, 1982); el análisis comparativo de la lengua materna con el lenguaje del álgebra de (Freudenthal 1983); y el estudio sobre operación de la incógnita de (Filloy y Rojano, 1989) son ejemplos de esto.

3.3 Aprendizaje autorregulado

El aprendizaje autorregulado significa que, en lugar de simplemente recibir información, los estudiantes deben aprender a aprender, ser capaces de construir sus propios conocimientos y ser responsables del manejo y control del proceso de aprendizaje (Rodríguez Fuentes, 2009). A continuación, revisaremos algunas definiciones del concepto de aprendizaje autorregulado de varios teóricos de la educación.

> Bandura (1986): proceso de enseñanza-aprendizaje donde el estudiante juega un rol efectivo en el control e identificación de sus objetivos educativos.
>
> Schunk & Zimmerman (1994): proceso a través del cual los estudiantes activan y mantienen cogniciones, conductas y afectos sistemáticamente orientados hacia el logro de sus metas.
>
> Monereo (2001): la autorregulación académica se entiende como la acción reguladora que una persona ejerce en los distintos momentos de su proceso de aprendizaje. Para que esta acción sea posible es necesario el conocimiento de lo que hacemos y conocemos. Este autoconocimiento es el que nos capacita para cuestionar, planificar y evaluar nuestras acciones aprendizaje y promueve la idea de gobernarse a sí mismo.
>
> Zimmerman (2008): la autorregulación es un proceso proactivo que los estudiantes utilizan para desarrollar sus propias habilidades académicas, tales como formulación de objetivos, selección, implementación de estrategias y monitoreo de aprendizaje.

Los siguientes son dos modelos de autorregulación del aprendizaje desarrollados por Boekaerts (1991, 1992, 1996) como investigador de autorregulación del aprendizaje: el primero es un modelo estructural con seis partes: un dominio específico de habilidades y conocimiento, estrategias cognitivas, estrategias autorregulatorias cognitivas, creencias y teoría de la mente autorregulatorias, estrategias de motivación y autorregulatorias motivacionales.

El segundo modelo fue conocido como Modelo de Aprendizaje Adaptable. Este modelo más reciente describe las características dinámicas de la SRL.

En esta investigación nos enfocaremos específicamente en las investigaciones de Zimmerman ya que las contribuciones de Barry J. Zimmerman han tenido un impacto significativo en el aprendizaje autorregulado en educación matemática. Sus teorías han sido ampliamente aplicadas en este campo a pesar de que su trabajo no se centró exclusivamente en las matemáticas.

Su modelo cíclico de aprendizaje autorregulado, que consta de tres fases: previsión, ejecución y autorreflexión, es una de las contribuciones más significativas de Zimmerman (2000). Este modelo se ha adaptado a la enseñanza de matemáticas, brindando un marco para que los estudiantes planifiquen, supervisen y evalúen su aprendizaje.

El establecimiento de metas, la autoinstrucción y la autoevaluación son algunas de las estrategias de autorregulación que son particularmente beneficiosas para el aprendizaje matemático, según Zimmerman (1990). Numerosos programas de intervención matemática han incorporado estas estrategias.

Además, Zimmerman enfatizó la importancia de la autorreflexión y la retroalimentación en el proceso de aprendizaje. Estos elementos se han agregado a la enseñanza de matemáticas para mejorar la comprensión y el rendimiento de los estudiantes.

Las ideas de Zimmerman sobre planificación, monitoreo y evaluación se han utilizado para mejorar las habilidades de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos (Kramarski & Gutman, 2006).

CAPÍTULO 4

METODOLOGÍA

La presente investigación mantiene un enfoque cualitativo que tiene como alcance descriptivo. Ya que se pretende indagar sobre los procedimientos que emplean los estudiantes al resolver y formular problemas de ecuaciones lineales, lo cual nos ayudará a familiarizarnos con este fenómeno relativamente conocido y pueda ofrecer más información sobre la posibilidad de llevar a cabo una investigación más completa respecto al tema. En relación con el carácter descriptivo se pretende especificar los procesos y posibles errores que los alumnos realizan al enfrentarse al solucionar problemas de ecuaciones lineales.

4.1 Características de los participantes

Con quien se lleva a cabo esta investigación son con alumnos de la escuela Telesecundaria Niños Héroes de Chapultepec, ubicada en la comunidad de Hernández, Acatzingo, Puebla, específicamente con estudiantes de segundo grado, grupo "A" con un total de 10 alumnos, 5 mujeres y 5 hombres. La edad en la que oscilan es entre los 13 y 14 años. Cabe mencionar que la escuela se encuentra en un contexto rural, por lo que el acceso a internet y material es limitado, por tal motivo se consideró realizar la investigación con hojas de trabajo previamente impresas.

4.2 Instrumentos

Para la sección de problemas implementados en la investigación, se realizó un análisis previo de los libros de texto de primero, segundo y tercer grado de Matemáticas 2017 de Telesecundaria. Los criterios que se consideraron para su selección fueron con base a su dificultad, relevancia curricular con forme al nivel académico y su entendimiento contextual para el alumno.

A lo largo de esta investigación se plantearon 7 problemas que requerían planteamiento de ecuaciones lineales para su solución, así como 1 hoja de trabajo en la que se solicitaba formular problemas a partir de ecuaciones lineales en sus diferentes formas.

Para cumplir con los objetivos del estudio, se implementó una estrategia metodológica cuidadosamente planificada. Se dividieron cada problema en cuatro hojas de trabajo separadas para identificar las principales dificultades que enfrentan los estudiantes al resolver problemas de ecuaciones lineales y determinar las ventajas del aprendizaje autorregulado en álgebra.

Se pretende analizar sistemáticamente el proceso de resolución de problemas de los estudiantes gracias a esta división estratégica. Al dividir cada problema en diferentes etapas, se facilita la observación detallada de los pasos que siguieron los estudiantes, los obstáculos que encontraron y los métodos que utilizaron para resolverlos. En la primera hoja se plantea el problema a resolver,

Nombre de alumno/a: ______________________________________ Grado y Grupo _____

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

Ximena fue al cine y compró un paquete de palomitas y un refresco grande de $45.00 pesos. Pagó en total $105.00 pesos. ¿Cuánto le costó el paquete de palomitas?

1.- Plantea la ecuación con que se podría resuelve el problema.	2.- Resuelve la ecuación del problema. El paquete de palomitas le costó _____________ pesos.
3.- Realiza la comprobación del resultado.	

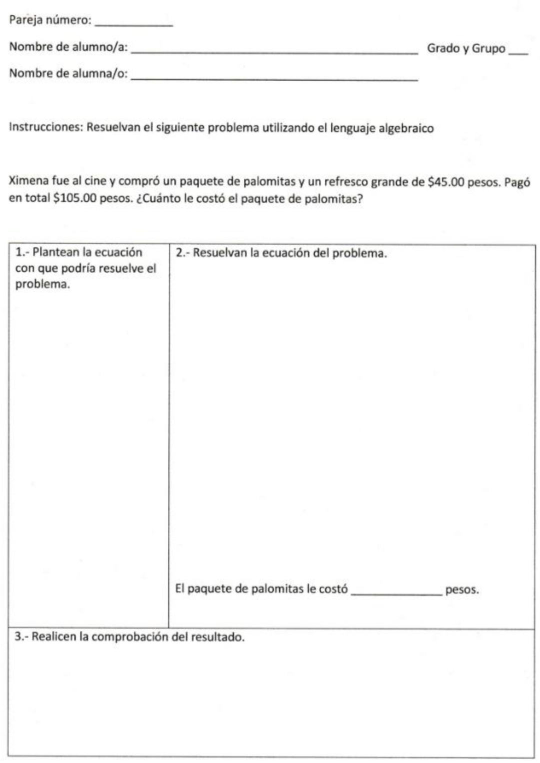
Figura 1. Problema para resolver

donde se encuentra dividido en tres pasos: paso 1 planteamiento de la ecuación, paso 2 solución de la ecuación y paso 3 comprobación. Se muestra un ejemplo de la estructura planteada en cada problema. (Figura 1)

La segunda hoja de trabajo se modificó significativamente para llevar a cabo este estudio. Mientras que la estructura general y los pasos a seguir se mantuvieron idénticos a los de la primera hoja, la diferencia fundamental radicaba en que esta etapa se llevó a cabo en parejas. Esta modificación metodológica agrega un aspecto adicional al análisis: permite examinar cómo la interacción entre pares afecta el proceso de resolución de ecuaciones lineales.

Los estudiantes tuvieron la oportunidad de verbalizar sus pensamientos, compartir estrategias y colaborar en la búsqueda de soluciones al trabajar en parejas. Este método de trabajo en equipo no solo pudo haber ayudado a encontrar problemas comunes, sino que también proporcionó el entorno perfecto para observar cómo se manifiestan y desarrollan las habilidades de aprendizaje autorregulado en un entorno de trabajo conjunto.

Esta variación metodológica ayuda a la investigación al ofrecer una visión comparativa del trabajo individual y el trabajo colaborativo en la resolución de problemas algebraicos. Por lo tanto, no solo se pueden examinar las desventajas y ventajas individuales del aprendizaje autorregulado, sino también cómo estos elementos se transforman y promueven en entornos de aprendizaje cooperativo. (Figura 2)



Pareja número: __________

Nombre de alumno/a: ______________________________ Grado y Grupo ___

Nombre de alumna/o: ______________________________

Instrucciones: Resuelvan el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

Ximena fue al cine y compró un paquete de palomitas y un refresco grande de $45.00 pesos. Pagó en total $105.00 pesos. ¿Cuánto le costó el paquete de palomitas?

1.- Plantean la ecuación con que podría resuelve el problema.	2.- Resuelvan la ecuación del problema. El paquete de palomitas le costó __________ pesos.
3.- Realicen la comprobación del resultado.	

Figura 2. Problema para resolver en parejas

La tercera hoja de trabajo agrega una nueva perspectiva al estudio, ofreciendo la misma estructura de problema, pero con una solución experta y una explicación detallada del profesor. Esta fase del proceso investigativo es crucial porque proporciona un modelo de referencia para contrastar las estrategias y los desafíos de los estudiantes. Al presentar este modelo, el docente brinda a los estudiantes la oportunidad de comparar sus propias técnicas con un enfoque extremadamente complicado. Esto fomenta la reflexión metacognitiva sobre sus procesos de pensamiento y estrategias de resolución.

La explicación del docente agrega una capa adicional de profundidad pedagógica a la solución experta. Presumiblemente, esta explicación no solo explica el proceso de resolución, sino que también revela el razonamiento detrás de cada paso, las conexiones conceptuales pertinentes y las consideraciones estratégicas relacionadas con el uso de técnicas algebraicas. El maestro puede explicar por qué se toman ciertas decisiones en el proceso de resolución, resaltar aspectos sutiles que los estudiantes pueden pasar desapercibidos y anticipar posibles errores o conceptos erróneos comunes. (Figura 3)

Solución

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

Ximena fue al cine y compró un paquete de palomitas y un refresco grande de $45.00 pesos. Pagó en total $105.00 pesos. ¿Cuánto le costó el paquete de palomitas?

1.- Plantea la ecuación que resuelve el problema	2.- Resuelve la ecuación del problema.
Para el precio de palomitas se puede utilizar la literal: p Para el precio de Refresco es: $45.00 El dinero gastado es $105.00 La suma de los precios de palomitas y de refresco es igual al dinero gastado: **p + 45.00 = 105.00**	**p + 45.00= 105.00** **Restamos de ambos lados 45.00 pesos.** **p + 45.00 - 45.00 = 105.00 - 45.00** **En el lado izquierdo la resta 45.00 menos 45.00 es cero. Por eso, se tiene:** **p = 105.00 – 45.00** **p = 60.00** El paquete de palomitas le costó a Ximena 60.00 pesos.

3.- Realiza la comprobación.

La suma de los precios de palomitas y de refresco es igual al dinero gastado

p + 45.00 = 105.00

60.00 + 45.00 = 105.00

Figura 3. Solución experta

La cuarta hoja de trabajo, que se centra en la reflexión metacognitiva de los estudiantes, es una fase crucial en el diseño metodológico del estudio. Esta etapa está dividida en cinco partes separadas, cada una de las cuales está destinada a fomentar una exploración más profunda del proceso de resolución de problemas y aprendizaje.

1. Describe lo que hizo individualmente:

En esta sección, se solicita al estudiante que describa detalladamente su experiencia personal al abordar el problema al principio. El ejercicio fomenta la conciencia metacognitiva al permitir que los estudiantes recapitulen sus estrategias iniciales, identifiquen sus puntos fuertes e identifiquen los obstáculos. Aquí, el docente tiene la oportunidad de analizar la capacidad del estudiante para recordar y verbalizar sus procesos cognitivos, así como su nivel de autoconciencia sobre sus habilidades y limitaciones para resolver problemas algebraicos.

2. Describe lo que se hizo en parejas:

Esta sección invita a los estudiantes a considerar la dinámica del trabajo en equipo. Se espera que los estudiantes comparen y contrasten sus experiencias individuales con las de trabajo en parejas, enfatizando cómo la interacción con un compañero influyó en su forma de abordar el problema. Lo que permite examinar cómo ven los estudiantes los beneficios y los desafíos del aprendizaje colaborativo en álgebra, así como su capacidad para integrar diferentes puntos de vista en su resolución de problemas.

3. Descripción de lo aprendido con la solución experta:

En este caso, los estudiantes deben relacionar los conocimientos que adquirieron al examinar la solución experta con la explicación del docente. Esta reflexión puede revelar las habilidades de los estudiantes para identificar estrategias efectivas, identificar conceptos clave que quizás no se dieron cuenta al principio y comprender la lógica detrás de un enfoque experto.

Las tres secciones describen el aprendizaje más importante:

Se les pide a los estudiantes que identifiquen y expresen los aprendizajes más importantes a lo largo del proceso en esta sección, que sintetizan su experiencia global. La capacidad de síntesis y priorización del conocimiento adquirido se mejora con este ejercicio. En este punto se puede determinar qué elementos del proceso (individual, colaborativo o instructivo) tuvieron el mayor impacto en el aprendizaje del estudiante y cómo estos elementos se relacionan con el desarrollo de habilidades de autorregulación. (Figura 4)

Nombre de alumno/a: ______________________________ Grado y Grupo _____

Reflexión personal sobre la secuencia del aprendizaje autorregulado.

1.- Describe lo que hiciste y aprendiste al resolver el problema personalmente.	2.- Describe lo que hicieron en pareja y que aprendiste en tal parte.
3.- Describe lo que aprendiste de la solución presentada por la maestra.	4.- Describe el aprendizaje mas importante de estas tres partes.
5.- Si alguna vez has comprado un refresco grande, ¿cuántos pesos te costó? Si alguna vez has comprado un paquete de palomitas, ¿cuántos pesos te costó? ¿Pudo Ximena pagar $45.00 pesos para un refresco grande? ¿Pudo Ximena gastar $60.00 pesos para un paquete de palomitas?	

Figura 4. Reflexión del alumno

Para lograr uno de los objetivos principales del estudio, identificar las principales dificultades que enfrentan los estudiantes al plantear problemas de ecuación lineal, el investigador utilizó una estrategia metodológica adicional y específica. Se aplicó a tres problemas específicos y una hoja de trabajo que se dedicó a la formulación de problemas a partir de ecuaciones lineales en sus diversas formas. (Figura 6)

Para los tres problemas elegidos, se les pidió a los estudiantes que formularan un nuevo problema utilizando la ecuación que se encontró en la resolución original. Este ejercicio desafiaba a los estudiantes a crear un contexto significativo y coherente para una ecuación dada al invertir el proceso típico de resolución de problemas algebraicos. Esta tarea requiere una comprensión profunda no solo de la estructura matemática de las ecuaciones, sino también de cómo los conceptos algebraicos están relacionados con situaciones del mundo real. (Figuras 5)

Nombre de alumno/a: ___________________________________

Reflexión personal sobre la secuencia del aprendizaje autorregulado.

1.- Describe lo que hiciste y aprendiste al resolver el problema personalmente.	2.- Describe lo que hicieron en pareja y que aprendiste en tal parte.
3.- Describe lo que aprendiste de la solución presentada por la maestra.	4.- Describe el aprendizaje más importante de estas tres partes.
5.- Escribe otro problema con el que se puede resolver la ecuación que obtuviste.	

Figura 5. Reflexión con formulación de un problema.

Nombre de alumno/a: ___________________________________

Instrucciones:

Observa las siguientes ecuaciones y plantea un problema que involucre dicha ecuación.

a) $4t = 28$

b) $7y + 350 = 2000$

c) $3x + 11 = 2x + 24$

Figura 6 . Formulación de problemas.

4.3 Procedimientos

Es importante mencionar que antes de aplicar la propuesta de investigación a este grupo, se aplicaron un problema de ecuación lineal a alumnos de tercer grado de la misma escuela del ciclo escolar anterior, esto con la finalidad de identificar los posibles conocimientos previos que los alumnos contaban con el tema.

El problema que se planteó fue el siguiente:

- Mario y Pedro tienen igual cantidad de canicas. Mario tiene 5 bolsas llenes y 13 canicas sueltas. A Pedro le faltan 12 canicas para tener 6 bolsas llenas. A todas las bolsas le caben la misma cantidad de canicas.

  Dado el problema se plantea el primer ítem: Plantea las ecuaciones que corresponden al problema. Usa la letra “c” parra el número de canicas que tiene Mario y Pedro. Usa la letra “b” para el numero de canicas que le caben a cada bolsa.

En las respuestas que se pudieron obtener, se encontró que la mayoría de los estudiantes utilizaba la aritmética como método principal para la resolución de los problemas, y aquellos alumnos que intentaron solucionarlos a través del algebra, demostraron conocimientos limitados del tema. Cabe recordar que estos alumnos se encontraban cursando en tercer grado de telesecundaria, por lo que, conforme al currículo, ya se había tomado el tema de ecuaciones lineales.

El proceso de investigación depende de la recolección de datos, especialmente en un estudio tan meticulosamente estructurado como el actual. Para abordar esta fase crucial de manera exhaustiva y rigurosa, el investigador utilizó una estrategia de recolección de datos muy detallada y sistemática que se concentró en crear transcripciones detalladas de cada respuesta que dieron los estudiantes.

Esta elección metodológica de transcribir completamente las respuestas de los estudiantes se alinea perfectamente con el diseño multifacético del estudio, que incluye las cuatro hojas de trabajo para cada problema, el enfoque en el aprendizaje autorregulado y la tarea de formulación de problemas a partir de ecuaciones dadas. La transcripción minuciosa permite captar no solo el contenido de las respuestas, sino también los matices, vacilaciones y procesos de pensamiento reflejados en el lenguaje utilizado por los estudiantes.

Después de completar las transcripciones, estos datos valiosos y detallados se interpretan. La evolución del pensamiento algebraico y las habilidades de autorregulación de los estudiantes se evalúan a través de este análisis, que incluye la codificación de las respuestas, la identificación de patrones recurrentes, la categorización de dificultades y estrategias.

CAPÍTULO 5

RESULTADOS Y ANÁLISIS

Como ya se mencionó en la metodología, los resultados se analizaron a través escritos que se llevaron a cabo con las respuestas a cada problema que los alumnos proporcionaban, con la finalidad de hallar cuales eran los elementos que empleaban al resolver problemas, así como, la interpretación de sus resultados y el cómo los obtuvieron.

A continuación, se desglosa el análisis que se realizó por problema:

Problema 1. Ernesto está ahorrando dinero para comprar una bicicleta que cuenta $3600. Al día de hoy todavía le faltan $980 pesos para completar la cantidad ¿Cuánto tiene ahorrado?

Los patrones de resolución que se observaron en el análisis del Problema 1, donde Ernesto ahorra para comprar una bicicleta, reflejan los desafíos en la transición del pensamiento aritmético al algebraico, un tema ampliamente discutido en la literatura sobre educación matemática. La mayoría de los estudiantes utilizaron métodos aritméticos para resolver el problema, lo cual es consistente con las observaciones de Socas (2011) sobre las dificultades que enfrentan los estudiantes al pasar de operaciones concretas a abstracciones algebraicas.

Los estudiantes que solo usan métodos aritméticos podrían estar en las fases de pensamiento pre-algebraico o proto-algebraico, mientras que aquellos que lograron plantear una ecuación, aunque la resolvieran aritméticamente, podrían estar iniciando la transición hacia el pensamiento algebraico temprano.

MacGregor (2004) describió este fenómeno como una tendencia de los estudiantes a ver el álgebra como un conjunto de reglas desconectadas de su aprendizaje aritmético previo. Esto también está relacionado con lo que Kieran (1983) llama "expectativas aritméticas de respuestas bien formadas", en las que los estudiantes esperan que una respuesta matemática siempre sea un número concreto.

Es importante destacar que dos estudiantes lograron plantear la ecuación correctamente, pero optaron por usar métodos aritméticos para resolverla. Este fenómeno demuestra la relación dialéctica entre los avances sintácticos y semánticos en el aprendizaje del álgebra, según (Filloy, 1999). Estos estudiantes ahora tienen la capacidad de plantear una ecuación, lo que les ha permitido avanzar en su comprensión sintáctica, pero aún no han alcanzado completamente la comprensión semántica necesaria para resolverla algebraicamente.

Las sugerencias de Socas (2011) para facilitar la transición de la aritmética al álgebra se alinean con las recomendaciones para abordar estos problemas. La recomendación de Socas de enfatizar la importancia de los símbolos e introducirlos en contextos significativos se corresponde con la propuesta de proporcionar más experiencias con expresiones algebraicas equivalentes a ecuaciones aritméticas. Asimismo, la sugerencia de que los primeros grados incorporen el álgebra temprana es coherente con la idea de Socas de fomentar una evolución gradual del pensamiento algebraico desde los primeros años de escuela.

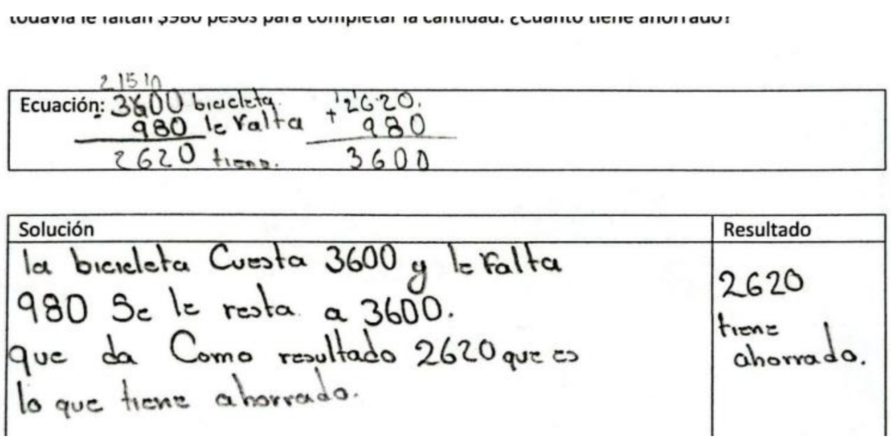


Figura 7. Uso de operaciones básicas en la solución de ecuaciones

---

Problema 2. El largo de un rectángulo es 4 unidades más que el doble de su ancho. Si p es el ancho. ¿Cuál es su área?

Se han identificado numerosos elementos importantes al examinar las dificultades que enfrentan los estudiantes al aprender álgebra y geometría. Se observa que los estudiantes suelen usar el signo igual como indicador de un resultado en lugar de entenderlo como un símbolo de equivalencia en una ecuación. En su aprendizaje matemático, esta interpretación incorrecta puede causar malentendidos conceptuales significativos.

La confusión de los estudiantes entre las ideas de área y perímetro es otro tema importante. Algunas personas interpretan la zona como la suma de los lados de un rectángulo en lugar de como el producto de sus dimensiones. Su comprensión de problemas geométricos más complejos puede verse obstaculizada por esta confusión fundamental.

Además, se ha observado que los estudiantes tienen problemas para transcribir ecuaciones, especialmente al interpretar expresiones verbales como "4 unidades más" o "el doble de su ancho". Esta dificultad para traducir el lenguaje algebraico cotidiano es un gran obstáculo para el progreso de sus habilidades matemáticas.

Además, se ha encontrado un error en el cálculo del doble de una cantidad. Por ejemplo, algunos estudiantes creían que, si el ancho vale 4, su doble sería 8, lo que los llevó a multiplicar 4 por 8, obteniendo un resultado incorrecto de 32. Este tipo de error es el resultado de una comprensión insuficiente de las relaciones numéricas fundamentales.

Finalmente, se ha observado que a pesar de que algunos estudiantes reconocen la presencia de literales en las ecuaciones, no comprenden completamente el papel que estas variables juegan en la expresión algebraica. Su capacidad para resolver ecuaciones y problemas algebraicos más complejos puede verse obstaculizada por esta falta de comprensión del papel de las variables.

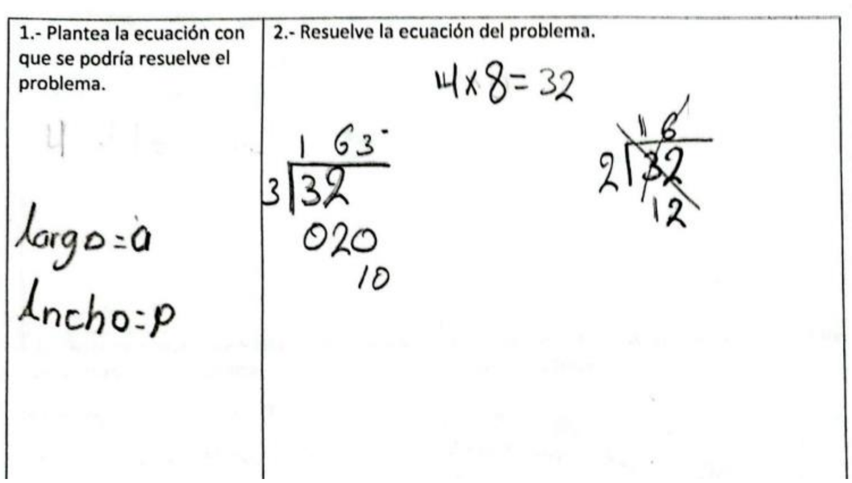


Figura 8. Uso de literales con significado diferente

Desde conceptos básicos como el significado del signo igual y la diferencia entre área y perímetro hasta aspectos más complejos como la interpretación de expresiones algebraicas y el uso de variables en ecuaciones, estas observaciones ponen de manifiesto áreas específicas donde se requiere un refuerzo en la enseñanza de matemáticas.

Problema 3. ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Esteban, si su papá le dio $150 pesos y con eso junto la cantidad de $750 pesos?

Se observará un aspecto intrigante en el desempeño de tres estudiantes específicos mientras se analiza este problema matemático. Estos estudiantes demostraron una comprensión inicial adecuada del problema al plantear correctamente la ecuación correspondiente. Sin embargo, en lugar de utilizar métodos algebraicos más complejos, optaron por utilizar el algoritmo de la resta al resolver la ecuación. Este método les permitió encontrar la respuesta al problema de manera diferente a la que se esperaría en un contexto algebraico.

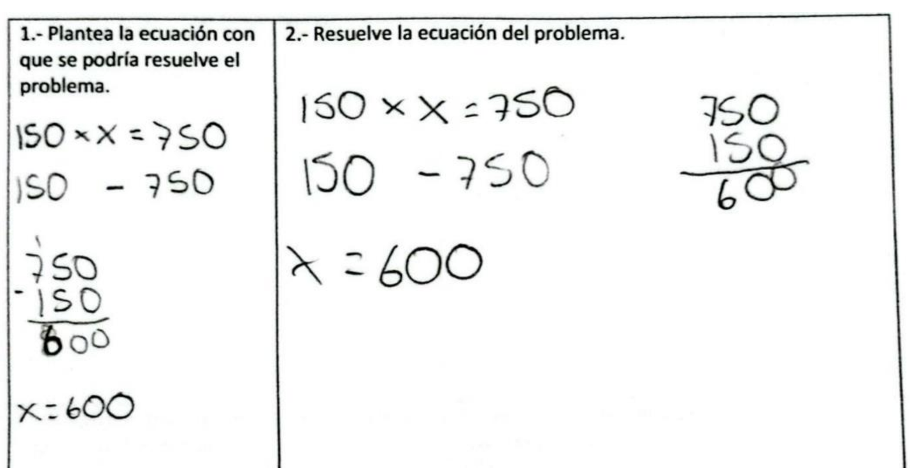


Figura 9. Combinación de aritmética con algebra

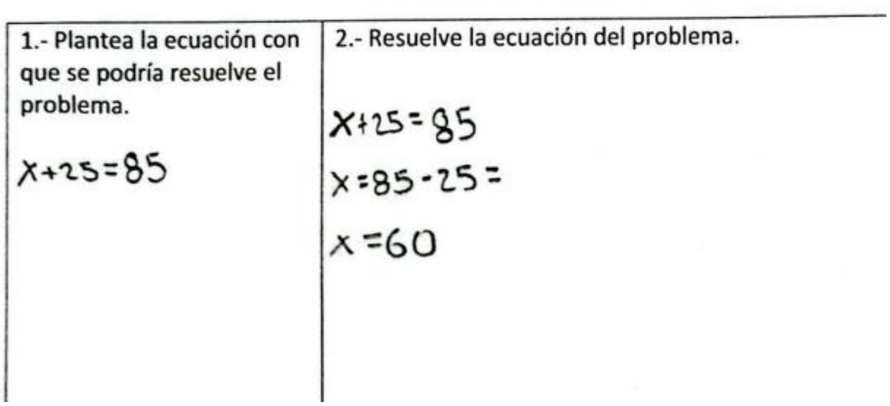
Por otro lado, la resolución de estas ecuaciones en álgebra requiere un dominio sintáctico de las reglas y procedimientos algebraicos. Esta distinción resalta la complejidad de los procesos cognitivos que involucran el aprendizaje y la aplicación del álgebra.

Los expertos en educación matemática sugieren tener en cuenta esta diferencia al diseñar estrategias de enseñanza y evaluar las competencias algebraicas de las estudiantes calculadas en estos resultados.

Por otro lado, utilizar estas técnicas como punto de partida para introducir métodos algebraicos más atractivos, estableciendo conexiones entre el conocimiento previo de los estudiantes y los nuevos conceptos que están aprendiendo, podría ser beneficioso.

Problema 4. La edad de Diego y Rosa suman 85 años. Si Diego tiene 25 años, ¿Cuántos años tiene Rosa?

Se observará un progreso significativo en el desempeño de los estudiantes en el análisis de este problema matemático. Esto fue atribuible a la implementación de la estrategia de aprendizaje autorregulado. Los hallazgos demuestran una amplia gama de enfoques y niveles de competencia entre los estudiantes.



1.- Plantea la ecuación con que se podría resuelve el problema.	2.- Resuelve la ecuación del problema.
$x+25=85$	$x+25=85$ $x=85-25=$ $x=60$

Figura 10. Demostración del planteamiento de la ecuación

De los diez estudiantes examinados, siete lograron formular correctamente la ecuación que representaba el problema. Este éxito en la formulación algebraica es una señal positiva de que la estrategia de aprendizaje utilizada es efectiva. Se observaron dos métodos diferentes para llegar a la solución entre estos siete estudiantes:

Dado que plantearon la ecuación correctamente y la resolvieron utilizando los procedimientos algebraicos apropiados, cuatro de ellos demostraron un dominio más completo del proceso algebraico. Esto indica que estos estudiantes han mejorado tanto su capacidad para resolver problemas verbales en matemáticas como su capacidad para manipular ecuaciones algebraicas.

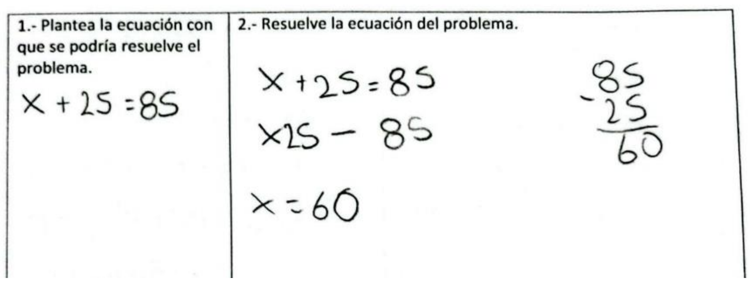


Figura 11. Planteamiento de la ecuación con solución de resta

Aunque plantearon la ecuación correctamente, los otros tres optaron por resolver el problema utilizando operaciones aritméticas en lugar de métodos algebraicos. Este método demuestra que, aunque han mejorado su capacidad para formular ecuaciones, todavía prefieren o se sienten más cómodos utilizando métodos aritméticos para encontrar la solución.

Los tres estudiantes del grupo que quedaron mostraron un patrón diferente. Estos estudiantes intentaron plantear la ecuación, pero no lograron representar la situación del problema de manera adecuada. Sin embargo, demostraron su capacidad para resolver el problema mediante la aplicación de técnicas aritméticas. Este resultado indica que, aunque estos estudiantes aún tienen problemas con la representación algebraica, tienen habilidades de resolución de problemas que les permiten usar métodos alternativos para encontrar soluciones.

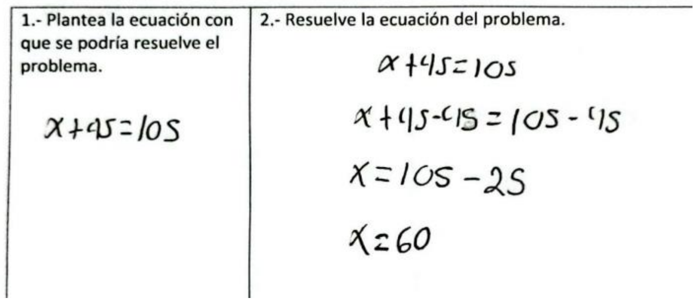
La estrategia de aprendizaje autorregulado es directamente responsable de la mejora general en la capacidad de los estudiantes para plantear ecuaciones. Incluso cuando los estudiantes aún no dominan la resolución algebraica completa, esta técnica parece haber sido particularmente efectiva en el desarrollo de su habilidad para traducir problemas verbales a representaciones algebraicas.

Problema 5. Ximena fue al cine y compro un paquete de palomitas y un refresco grande de $45 pesos. Pagó en total $105 pesos ¿Cuánto le costó el paquete de palomitas?

Se descubrió que 7 estudiantes, en relación con el planteamiento de la ecuación lineal, lograron hacer una representación correcta en lenguaje algebraico de acuerdo con los datos e incógnitas involucradas en el problema planteado. Esto demuestra que la mayoría de las personas comprenden adecuadamente cómo convertir enunciados verbales de problemas matemáticos en expresiones algebraicas. Sin embargo, un estudiante tuvo una idea errónea al usar signos que cambiaban el significado de la ecuación. Además, otro estudiante hizo un planteamiento directamente relacionado con los datos numéricos del problema, posiblemente por intuición aritmética en lugar de un análisis completo para representación algebraica formal.

En cuanto a la resolución de la ecuación, 7 alumnos pudieron resolver adecuadamente la ecuación planteada mediante procedimientos algebraicos formales, lo que confirma su comprensión sobre las técnicas de solución de ecuaciones lineales. No obstante, el 10% no resolvió la ecuación a pesar de haberla planteado de manera correcta, por lo que requiere trabajo adicional en métodos de solución. Adicionalmente, 2 estudiantes optaron por usar métodos meramente aritméticos en lugar del álgebra, lo cual indica la necesidad de reforzar este tema.

La prueba evidenció que una mayoría de estudiantes tiene buenos niveles de dominio en el planteo y resolución de problemas mediante ecuaciones, aunque persisten algunas deficiencias conceptuales y prácticas en una parte de los alumnos, lo cual servirá para que los docentes enfoquen más esfuerzos didácticos en los aspectos identificados.

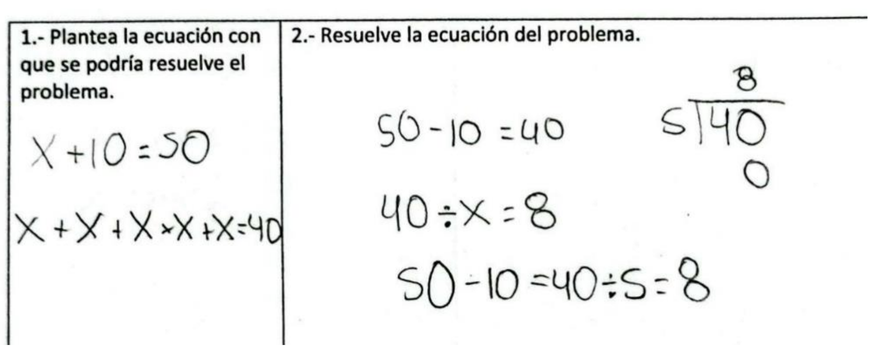


1.- Plantea la ecuación con que se podría resuelve el problema.	2.- Resuelve la ecuación del problema.
$x+45=105$	$x+45=105$ $x+45-45=105-45$ $x=105-25$ $x=60$

Figura 13. Aplicación del algebra.

Problema 6. Doña Rosa compró 5 tamales y un atole de \$10 pesos. Si en total pagó \$50 pesos ¿Cuánto costo cada tamal?

La interpretación errónea del problema por parte de algunos estudiantes y su planteamiento incorrecto del problema en lenguaje algebraico son responsables de una serie de errores en la representación de los datos, como se puede ver en los resultados. Esto es debido a que dentro del problema se integra un dato de multiplica a la incógnita, haciendo que los alumnos tengan confusión en la representación de esta.



1.- Plantea la ecuación con que se podría resuelve el problema.	2.- Resuelve la ecuación del problema.
$X+10=50$ $X+X+X+X+X=40$	$50-10=40$ $40 \div 5 = 8$, residuo 0 $40\div X=8$ $50-10=40\div 5=8$

Figura 14. Confusión en la representación de datos

Específicamente, se descubrió que solo dos estudiantes, o el 20% del total, habían planteado correctamente la ecuación lineal correspondiente para este problema. Uno de ellos cometió el error de combinar el símbolo de división en el desarrollo algebraico de la solución, lo que demuestra la confusión en los procedimientos formales de resolución de ecuaciones. En lugar de usar métodos algebraicos, el otro estudiante que planteó bien la ecuación optó por resolverla mediante cálculos aritméticos.

Sin embargo, seis estudiantes, que representaban el 60% del grupo, resolvieron el problema directamente utilizando operaciones aritméticas, sin realizar el planteamiento algebraico de la ecuación que se les había pedido.

Finalmente, 2 de los estudiantes no pudo evaluar sus habilidades en este tema porque dos de ellos no dieron ninguna respuesta al problema ni siquiera hicieron un intento aritmético.

Los resultados confirman deficiencias significativas en las habilidades de representación algebraica y solución de ecuaciones lineales utilizando procedimientos formales. Incluso aquellos que lograron hacer un planteamiento correcto tuvieron la tendencia a resolver aritméticamente, impidiendo los métodos algebraicos que se esperaba evaluar. Esto demuestra la importancia de fortalecer estas competencias mediante la impartición de capacitación específica a los estudiantes.

Problema 7. En uno de los corrales de la granja de mi abuela hay gallinas y conejos. Aun cuando todos se mueven, logre contar 40 cabezas y 106 patas ¿Cuántos conejos y cuantas gallinas hay en corral?

El principal obstáculo que enfrentaron los estudiantes fue su falta de reconocimiento de que era necesario un sistema de ecuaciones compuesto por dos ecuaciones diferentes para resolver adecuadamente el problema. Esta falta indica una comprensión insuficiente de cómo abordar problemas que involucran múltiples variables y sus relaciones.

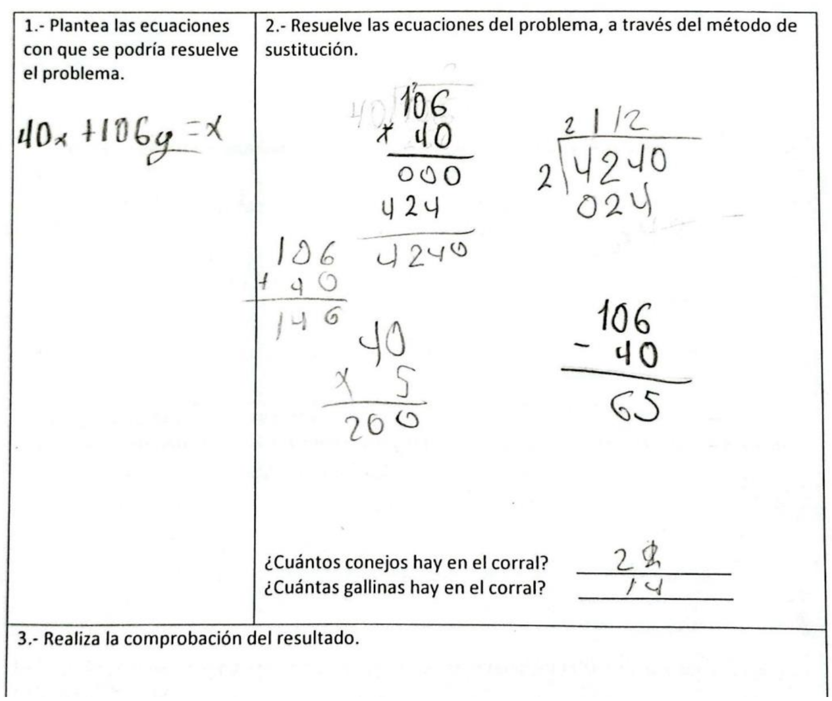
El error más frecuente que se encontró en las respuestas de los estudiantes fue especialmente revelador. Muchos estudiantes intentaron resolver el problema dividiendo la misma cantidad (probablemente el total dado en el problema) entre las dos variables. Este método muestra una tendencia a simplificar demasiado el problema, tratando de resolverlo mediante una sola operación aritmética en lugar de construir y resolver un sistema de ecuaciones.

Varios factores pueden ser la causa de esta táctica incorrecta: una comprensión limitada de las formas en que las variables interactúan en problemas más complejos.

La tendencia a buscar soluciones rápidas y fáciles puede estar influenciada por experiencias anteriores con problemas más simples.

La traducción de la información verbal del problema en múltiples relaciones matemáticas (ecuaciones) es un desafío. La falta de familiaridad con la idea de sistemas de ecuaciones y cómo se pueden usar en situaciones reales.

Esta observación enfatiza la importancia de mejorar la enseñanza en una serie de áreas importantes: los problemas que requieren sistemas de ecuaciones.


1.- Plantea las ecuaciones con que se podría resuelve el problema.

40x +106y = x

2.- Resuelve las ecuaciones del problema, a través del método de sustitución.

¿Cuántos conejos hay en el corral? 2

¿Cuántas gallinas hay en el corral? 14

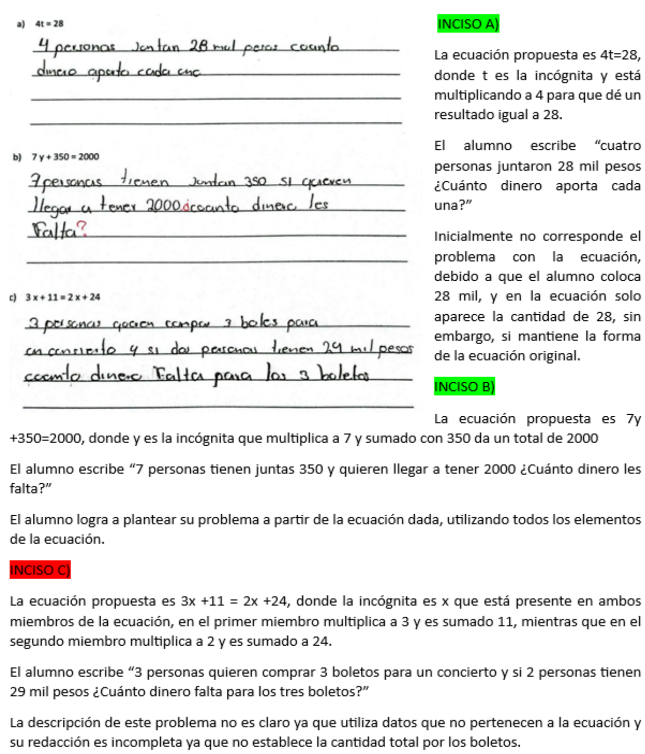
3.- Realiza la comprobación del resultado.

Figura 15. Dificultad en el planteamiento de sistema de ecuaciones

Con respecto a la hoja de trabajo donde los estudiantes resuelven problemas matemáticos a partir de ecuaciones dadas. Se destaca que la investigación se centra en evaluar la capacidad de los estudiantes para crear problemas que correspondan a tres tipos de ecuaciones con diferentes niveles de complejidad.

Los estudiantes encontraron que el primer tipo de ecuación era el de la forma ax = b (específicamente 4t = 28). La mayoría de ellos lograron presentar cuestiones relacionadas con esta estructura. Sin embargo, al aumentar la complejidad de la ecuación a la forma ax + b = c (7y + 350 = 2000), se observará una reducción en el número de estudiantes capaces de formular problemas adecuados.

La ecuación más difícil fue la tercera, que era ax + b = cx + d (3x + 11 = 2x + 24). Ninguno de los estudiantes logró crear un problema que refleje esta estructura de manera adecuada. Según los investigadores, la principal dificultad radica en que los estudiantes no pudieron establecer una relación clara entre la incógnita que estaba presente en ambos lados de la ecuación.


a) 4t = 28

4 personas juntan 28 mil pesos cuanto dinero aporto cada una

b) 7 y + 350 = 2000

7 personas tienen juntan 350 si quieren llegar a tener 2000 ¿cuanto dinero les falta?

c) 3 x + 11 = 2 x + 24

3 personas quieren comprar 3 boletos para un concierto y si dos personas tienen 29 mil pesos cuanto dinero falta para los 3 boletos

INCISO A)

La ecuación propuesta es 4t=28, donde t es la incógnita y está multiplicando a 4 para que dé un resultado igual a 28.

El alumno escribe "cuatro personas juntaron 28 mil pesos ¿Cuánto dinero aporta cada una?"

Inicialmente no corresponde el problema con la ecuación, debido a que el alumno coloca 28 mil, y en la ecuación solo aparece la cantidad de 28, sin embargo, si mantiene la forma de la ecuación original.

INCISO B)

La ecuación propuesta es 7y +350=2000, donde y es la incógnita que multiplica a 7 y sumado con 350 da un total de 2000

El alumno escribe "7 personas tienen juntas 350 y quieren llegar a tener 2000 ¿Cuánto dinero les falta?"

El alumno logra a plantear su problema a partir de la ecuación dada, utilizando todos los elementos de la ecuación.

INCISO C)

La ecuación propuesta es 3x +11 = 2x +24, donde la incógnita es x que está presente en ambos miembros de la ecuación, en el primer miembro multiplica a 3 y es sumado 11, mientras que en el segundo miembro multiplica a 2 y es sumado a 24.

El alumno escribe "3 personas quieren comprar 3 boletos para un concierto y si 2 personas tienen 29 mil pesos ¿Cuánto dinero falta para los tres boletos?"

La descripción de este problema no es claro ya que utiliza datos que no pertenecen a la ecuación y su redacción es incompleta ya que no establece la cantidad total por los boletos.

Figura 16. Interpretación de formulación de problemas

Los resultados obtenidos muestran una tendencia evidente: a medida que aumenta la complejidad de las estructuras de ecuaciones, los estudiantes tienen menos capacidad para formular problemas relacionados. Esto indica que los estudiantes tienen dificultades para comprender y aplicar ecuaciones lineales más complejas.

Con ello se puede enfatizar la importancia de llevar a cabo actividades que fortalezcan la capacidad de los estudiantes para resolver y formular problemas matemáticos. Sin embargo, hay que señalar que es esencial que los estudiantes comprendan las diferentes formas en que se pueden presentar las ecuaciones lineales, así como la función de la incógnita y otros elementos en cada tipo de ecuación.

Este hallazgo concluye que la resolución de problemas a partir de ecuaciones dadas es un aspecto de la educación matemática en el nivel secundario que requiere atención. Los resultados muestran que los estudiantes necesitan más práctica y orientación para manejar ecuaciones más complejas y para desarrollar la habilidad de crear problemas que reflexionen con precisión sobre estructuras matemáticas específicas.

Este estudio sugiere la necesidad de un enfoque más gradual y estructurado en la enseñanza de ecuaciones lineales y la formulación de problemas matemáticos.

CAPITULO 6

CONCLUSIONES

Aunque la población fue muy reducida, se han producido interesantes hallazgos significativos en el estudio cualitativo sobre las estrategias que usan los estudiantes de telesecundaria para resolver problemas con ecuaciones lineales con el apoyo del aprendizaje autorregulado. Estos hallazgos arrojan luz sobre los desafíos y las oportunidades en la enseñanza del álgebra en el contexto educativo poco explorado de telesecundaria en México.

Según los resultados de la investigación, los estudiantes de telesecundaria se enfrentan a una variedad de problemas al resolver ecuaciones lineales. La transición del pensamiento aritmético al pensamiento algebraico es una de las más notables. Muchos estudiantes recurren a métodos aritméticos para resolver una ecuación, incluso si la plantean correctamente, lo que indica una resistencia o dificultad para adoptar plenamente el razonamiento algebraico. La interpretación del signo como un indicador de resultado en lugar de como un símbolo de equivalencia, un concepto fundamental en el álgebra demuestra esta tendencia.

La capacidad de los estudiantes para traducir problemas verbales al lenguaje algebraico fue otro gran desafío. La interpretación algebraica de expresiones como "4 unidades más" o "el doble de su ancho" resultó ser un obstáculo común. Además, se descubrieron confusiones conceptuales, como la dificultad para distinguir entre área y perímetro al plantear ecuaciones, lo que resalta la importancia de fortalecer los conceptos geométricos básicos en paralelo con la introducción del álgebra.

Cuando los problemas requieren sistemas de ecuaciones, la complejidad aumenta. Muchos estudiantes no comprendieron la necesidad de plantear múltiples ecuaciones para resolver problemas específicos, lo que indica una comprensión limitada de cómo se relacionan las variables en situaciones más complejas.

Sin embargo, el estudio también encontró cosas buenas, especialmente en lo que respeta a la aplicación del aprendizaje autorregulado. Este diseño pedagógico parece ser efectivo para mejorar la capacidad de los estudiantes para plantear ecuaciones. La habilidad para formular ecuaciones correctamente ha mejorado significativamente, lo que indica que el aprendizaje autorregulado puede ser una herramienta útil para mejorar la comprensión conceptual del álgebra.

El enfoque de aprendizaje autorregulado también pareció fomentar una mayor flexibilidad en el pensamiento matemático de los estudiantes. Algunos demostraron tener la capacidad de alternar entre métodos aritméticos y algebraicos, eligiendo el método más adecuado para el problema. Esta capacidad de adaptación es un signo positivo de una comprensión más profunda y adaptable de las ideas matemáticas.

Por último, pero no menos importante, el aprendizaje autorregulado parece ser una estrategia prometedora para abordar los desafíos de la resolución de ecuaciones lineales para los estudiantes de telesecundaria. Los resultados sugieren que un enfoque de enseñanza que integra gradualmente conceptos algebraicos brinda oportunidades para practicar la traducción entre el lenguaje verbal y el algebraico, y fortalece la comprensión del significado de las variables y ecuaciones, podría ser altamente beneficioso.

El éxito del aprendizaje autorregulado sugiere que este método podría ser efectivo para mejorar las habilidades algebraicas si se aplica de manera consistente y se adapta para abordar los problemas específicos que se han identificado en este estudio. Para facilitar una transición más fácil hacia el pensamiento algebraico avanzado, futuros esfuerzos educativos en telesecundaria deben incluir estrategias de aprendizaje autorregulado y un énfasis en la conexión entre conceptos aritméticos y algebraicos.

Por otro lado, en el campo de las matemáticas, la investigación sobre la formulación de problemas matemáticos a partir de ecuaciones dadas muestra importantes implicaciones para el aprendizaje autorregulado.

Los resultados demuestran una clara distinción entre la complejidad de las ecuaciones y la capacidad de los estudiantes para formular los problemas correspondientes. Esta observación indica que el desarrollo de habilidades para la formulación de problemas matemáticos es un proceso gradual que requiere práctica constante y una profunda comprensión de las estructuras algebraicas.

Estos hallazgos destacan la importancia de que los estudiantes desarrollen estrategias metacognitivas para abordar ecuaciones de complejidad creciente en el contexto del aprendizaje autorregulado. Para avanzar, debe aprender a reflexionar sobre su propio proceso de pensamiento e identificar las dificultades que encuentra al formular problemas.

En este contexto, los estudiantes deben:

Al enfrentarse a ecuaciones más complejas, reconozcan sus propias limitaciones.

Busquen métodos comprobados para mejorar su comprensión de las estructuras algebraicas más complejas.

Practique la formulación de problemas por su cuenta, comenzando con ecuaciones básicas y avanzando hacia ecuaciones más complejas.

Para promover el aprendizaje autorregulado de este tipo, los educadores podrían:

- Proporcionar a los estudiantes oportunidades para reflexionar sobre sus procesos de pensamiento al formular problemas.
- Descomponga ecuaciones complejas en partes más fáciles de manipular.
- Fomentar la evaluación individual y grupal de los problemas planteados.
- Crear un entorno de aprendizaje que valore la formulación y resolución de problemas.

Por último, pero no menos importante, la habilidad de formular problemas matemáticos a partir de ecuaciones es una parte importante del pensamiento algebraico. Las estrategias de aprendizaje autorregulado pueden mejorar significativamente esta habilidad. Al conectar esta habilidad con la autorregulación, se puede mejorar la comprensión matemática de los estudiantes y su capacidad para resolver desafíos matemáticos cada vez más complejos de manera independiente y eficaz. Esto ayuda a los estudiantes de matemáticas a ser más independientes y reflexivos.

REFERENCIAS

Alexander, P. (1995). Superimposing a Situation-Specific and Domain-Specific Perspective on an Account of Self-Regulated Learning. Educational Psychologist, 189-193.

Barbarán, J. J., & Huguet, A. (2013). El desarrollo de la creatividad a través de la invención de problemas matemáticos. Un estudio con alumnos de secundaria. Revista Internacional de Educación y Aprendizaje, 1(2), 1-9.

Bonotto, C. (2009). Trabajando para enseñar modelos matemáticos realistas y planteamiento de problemas en italiano. aulas. En L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren y S. Mukhopadhyay (Eds.),Palabras y mundos: Modelar descripciones verbales de situaciones (págs. 297–313). Róterdam: Editores Sense.

Brown, S., Walter, M. (1993). Problem posing. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Dunker, K. (1945). Sobre la resolución de problemas.Monografías psicológicas, 58 (5, Entero N°270).

Gavilán Bouzas, P. (2011). Dificultades en el paso de la aritmética al álgebra escolar: ¿puede ayudar el Aprendizaje Cooperativo?. Revista de Investigación en la Escuela, 73, 95-108.

Kieran, C., & Filloy, E. (1989). El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica. Enseñanza de las Ciencias, 7(3), 229-240.

Kieran, C. (2004). Algebraic thinking in the early grades: What is it? The Mathematics Educator,

8, 139-151

Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problema com from? En A. Shoenfeld (Ed.) Cognitive science and mathematics education. (pp 123-148). New Jersey: Lawrance Erlbaum Associates.

KÜCHEMANN, D. E. (1981). Algebra. En K. M. Hart (Ed.). Children´s Understading of Mathematics: 11-16. Londres: John Murray.

Monereo, C. (2001). La enseñanza estratégica. Enseñar para la autonomía. Aula de Innovación, 100, 6-10.

Muñoz, M., y Ríos, C. (Octubre, 2008). Nociones básicas sobre álgebra: Análisis de las dificultades presentadas por los estudiantes en los procesos de aprendizaje de los conceptos básicos sobre álgebra. En Blanco, H. IX Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Simposio llevado a cabo en la conferencia de ASOCOLME, Colombia.

Pintrich, P. R. (1995). Understanding self-regulated learning. New directions for teaching and learning, 1995(63), 3-12.

Rodríguez Fuentes, G. (2009). Motivación, estrategias de aprendizaje y rendimiento académico en estudiantes de ESO. España: Universidade da Coruña. Departamento de Psicoloxía Evolutiva e da Educación.

Silver y Cai (2005). Assessing students' mathematical problem posing. Teaching Children Mathematics, 12(3), 129-135

Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. For the Learning of Mathematics, 14(1), 19-28.

Stoyanova, E. (1998). Problem posing in mathematics classrooms. En A. McIntosh y N. Ellerton (Eds.), Research in Mathematics Education: a contemporary perspective. (pp 164-185). Edit Cowan University: MASTEC.

Zimmerman, B. J. (1989). A Social Cognitive View of Self-Regulated Academic Learning. Journal of Educational Psychology, 81(3), 329 -339.

Zimmerman, B. J. (2000). Attaining Self-Regulation: A Social Cognitive Perspective. In Handbook of SelfRegulation. San Diego: Academic Press.

Zimmerman, B. J. (2001). Theories of Self-Regulated Learning and Academic Achievement: An Overview and Analysis. In Self-regulated Learning and Academic Achievement: Theoretical Perspectives. Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Zimmerman, B. J. (2002). Becoming a self - regulated learner: an overview. Theory into Practice, 41(2), 63-70.

Zimmerman, B. J. (2008). Investigating Self-Regulation and Motivation:Historical Background, MethodologicalDevelopments, and Future Prospects. American Educational Research Journal, 45(1), 166-183.

Zimmerman, B. J., & Moylan, A. R. (2009). Self-regulation: Where metacognition and motivation intersect. In Handbook of Metacognition in Education. New York: Routledg.

ANEXOS

ANEXO A

PROBLEMAS IMPLEMENTADOS EN LA INVESTIGACIÓN

Nombre de alumno/a: ____

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

Ernesto está ahorrando dinero para comprar una bicicleta que cuenta $3600. Al día de hoy todavía le faltan $980 pesos para completar la cantidad ¿Cuánto tiene ahorrado?

1.- Plantea la ecuación con que se podría resuelve el problema.	2.- Resuelve la ecuación del problema.
3.- Realiza la comprobación del resultado.	

Pareja número: ___________

Nombre de alumno/a: ____

Nombre de alumna/o: ____

Instrucciones: Resuelvan el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

Ernesto está ahorrando dinero para comprar una bicicleta que cuenta $3600. Al día de hoy todavía le faltan $980 pesos para completar la cantidad ¿Cuánto tiene ahorrado?

1.- Plantean la ecuación con que podría resuelve el problema.	2.- Resuelvan la ecuación del problema.
3.- Realicen la comprobación del resultado.	

Solución

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

Ernesto está ahorrando dinero para comprar una bicicleta que cuenta $3600. Al día de hoy todavía le faltan $980 pesos para completar la cantidad ¿Cuánto tiene ahorrado?

1.- Plantea la ecuación que resuelve el problema Costo total: $3600 Faltante: $980 Ahorro: X $X + 980 = 3600$	2.- Resuelve la ecuación del problema. **$X + 980 = 3600$** **Restamos de ambos lados 980.** **$X + 980 - 980 = 3600 - 980$** **En el lado izquierdo, la resta 980 menos 980 es cero. Por eso, se tiene:** **$x = 3600 - 980$** **$x = 2620$**
3.- Realiza la comprobación. **$X + 980 = 3600$** **$2620 + 980 = 3600$** **$3600 = 3600$**	

Nombre de alumno/a: ____

Reflexión personal sobre la secuencia del aprendizaje autorregulado.

1.- Describe lo que hiciste y aprendiste al resolver el problema personalmente.	2.- Describe lo que hicieron en pareja y que aprendiste en tal parte.
3.- Describe lo que aprendiste de la solución presentada por la maestra.	4.- Describe el aprendizaje más importante de estas tres partes.

Nombre de alumno/a: ____

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

El largo de un rectángulo es 4 unidades más que el doble de su ancho. Si p es el ancho. ¿Cuál es su área?

1.- Plantea la ecuación con que se podría resuelve el problema.	2.- Resuelve la ecuación del problema. ¿Cuánto mide el área del rectángulo?
3.- Realiza la comprobación del resultado.	

Pareja número: ___________

Nombre de alumno/a: ____

Nombre de alumna/o: ____

Instrucciones: Resuelvan el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

El largo de un rectángulo es 4 unidades más que el doble de su ancho. Si p es el ancho. ¿Cuál es su área?

<table>
<tr><td>1.- Plantea la ecuación con que se podría resuelve el problema.</td><td>2.- Resuelve la ecuación del problema.

¿Cuánto mide el área del rectángulo?</td></tr>
<tr><td colspan="2">3.- Realiza la comprobación del resultado.</td></tr>
</table>

Nombre de alumno/a: ____

Reflexión personal sobre la secuencia del aprendizaje autorregulado.

1.- Describe lo que hiciste y aprendiste al resolver el problema personalmente.	2.- Describe lo que hicieron en pareja y que aprendiste en tal parte.
3.- Describe lo que aprendiste de la solución presentada por la maestra.	4.- Describe el aprendizaje más importante de estas tres partes.
5.- Escribe otro problema con el que se puede resolver la ecuación que obtuviste	

ANEXO B

NOMBRE: EMILIANO OSORIO TRUJILLO

PROBLEMA 1

Instrucciones: Plantea la ecuación que representa la siguiente situación.

Ernesto está ahorrando dinero para comprar una bicicleta que cuesta $3 600 pesos. Al día de hoy todavía le falta $980 pesos para completar la cantidad. ¿Cuánto tiene ahorrado?

Interpretación

Se puede observar que para resolver este problema el alumno realiza una resta, operación aritmética, a pesar de la instrucción previamente establecida del planteamiento de una ecuación.

La sustracción corresponde a 3600, precio toral de la bici, menos 980, cantidad faltante, dando como resultado 2620, lo que corresponde a la cantidad ahorrada hasta ese momento.

De igual manera se puede observar que el alumno realiza la comprobación de su operación a través de la operación inversa a la sustracción, corroborando de esta manera su resultado.

A pesar de que el alumno responde correctamente al problema no cumple con el propósito del planteamiento de una ecuación, la cual sería $x + 980 = 3600$.

PROBLEMA 2

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

¿Cuánto dinero tenía ahorrado Esteban, si su papá le dio $150 y con eso junto la cantidad de $750?

Interpretación

En este ejercicio se observa que en el apartado planteamiento de la ecuación el alumno coloca $x + 150 = 750$, ecuación que corresponde a la solución del problema; y enseguida de la ecuación coloca $x = 600$, se puede intuir que el alumno realiza la operación mentalmente, para colocar el resultado inmediatamente.

Posteriormente en el apartado resolución de la ecuación el alumno coloca $x + 150 = 750$, en el siguiente renglón escribe $x = 600$, adicional a ello, escribe un tercer renglón: $600 + 150 = 750$, mismo que es interpretado por la sustitución del resultado obtenido en la ecuación original que él mismo planteó.

Con respecto al apartado tres, comprobación del resultado, el alumno escribe 750 – 150 =600 y en el siguiente renglón escribe 600 + 150 = 750, se puede mencionar que el alumno interpreta la comprobación a través de operaciones aritméticas, en este caso la resta y la suma; comprobando que 750 – 150 = 600 y 600 + 150 = 750 son igualdades.

En comparación al desempeño con respecto al primer problema podemos mencionar que el alumno lora con el objetivo del planteamiento de una ecuación con respecto al problema dado, a diferencia del primero que para la resolución del problema solo utilizó operaciones aritméticas.

Es probable que este cambio sea debido a que en el anterior ejercicio se mostró la solución del problema utilizando el lenguaje algebraico, a través del planteamiento de la ecuación a dicho problema; al igual a la similitud en la que se solucionan ambos problemas.

PROBLEMA 3

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

La edad de Diego y Rosa suman 85 años. Si Diego tiene 25 años, ¿Cuántos años tiene Rosa?

Interpretación

En el apartado uno, representación de la ecuación el alumno escribe la siguiente ecuación: x + 25 = 85, en el siguiente renglón escribe 60 + 25 = 85 y en un tercer renglón escribe x = 60. Se puede mencionar que la primera ecuación x + 25 = 85 es correcta ya que "x" lo representa como la edad de Rosa y 25 como la edad de Diego, entre ambos suman 85, sin embargo, se puede observar que no realiza el despeje correspondiente a x, ya que en la misma ecuación solo hace la sustitución por el numero 60 y en seguida coloca x = 60.

A través de este desempeño se puede mencionar que el alumno está logrando representar un problema a través de una ecuación, sin embargo, aún se encuentra en proceso de la correcta solución de la ecuación.

Esto último se puede corroborar en el apartado dos, resolución del problema, donde el alumno coloca una resta de 85 – 25 = 60 y una suma de 60 + 25 = 85, la primera operación corresponde a la solución del problema y la segunda a la comprobación del mismo.

Por otra parte, en el apartado de tres, comprobación del resultado, del lado izquierdo el alumno escribe: x + 25 = 85 posteriormente sustituyendo x por 60 y de esta manera escribe 60 + 25 = 85; del lado derecho el alumno escribe 85 – 25 = 60, comprobando que x equivale a 60, y colocando x = 60.

En comparación con los dos ejercicios anteriores se puede mencionar que el alumno está proceso de construir un problema determinado en una ecuación, sin embargo, aún no logra concretar la solución de la ecuación a través de la transposición de las operaciones.

De igual forma a los anteriores existe una constante en las soluciones de los problemas.

PROBLEMA 4

Instrucciones: Resuelve el siguiente problema utilizando el lenguaje algebraico

El largo de un rectángulo es 4 unidades más que el doble de su ancho. Si p es el ancho ¿Cuál es su área?

Interpretación

Dentro del apartado planteamiento de la ecuación en un primer renglón el alumno escribe 4 + 2 = 6p, lo que se puede mencionar es que el alumno interpretar al largo como 4 + 2, p lo interpreta como el área, esto se puede deducir porque en su respuesta final de cuánto mide el área del rectángulo coloco 6.

En el apartado dos, resolver la ecuación el alumno vuelve a escribir 4 + 2 = 6p y en un siguiente reglón escribe 6 = p. Por último, en el apartado tres, comprobación del resultado el espacio lo deja vacío.

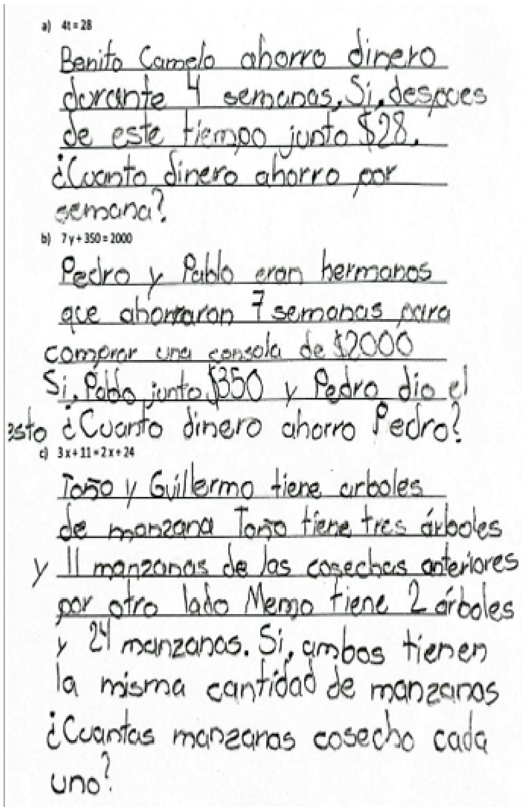
En este problema el alumno tenía que poner en juego los conocimientos con respecto al área de un rectángulo, el cual está conformado por un largo y un ancho. Por el desempeño de alumno podemos decir que aún no es capaz de interpretar el doble de algo, ya que solo coloco el número 2, sin embargo, no logro identificar que la forma la correcta era 2p, donde p representa el ancho.

Adicional a ello, podemos interpretar que el alumno no toma en cuenta la fórmula para hallar el área de un rectángulo, debido a que no se encuentra ningún rastro de multiplicación de la base por la altura. Por el contrario, el alumno lo interpreta como p, el cual originalmente corresponde al ancho.

En comparativa con el desempeño anterior, en este problema el alumno no logra completar correctamente la ecuación que da solución al problema, la cual sería p (2 p + 4) y el resultado seria $2p^2$ + 4. Una las principales dificultades que considero importante es la utilización de un lenguaje algebraico más aplico, como por ejemplo el “doble de…”, mismo que aun no se encuentra en el lenguaje del alumno.

Otro aspecto importante sería el cambio de la forma en que se solucionan los problemas, en los anteriores ejercicios proporcionaban una igualdad explicita, sin embargo, en este problema no se mencionaba la igualdad, pero estaba implícita, ya que correspondía a el área.

ANEXO C



a) $4t=28$

Benito Camelo ahorro dinero durante 4 semanas, Si, despues de este tiempo junto $28. ¿Cuanto dinero ahorro por semana?

b) $7y+350=2000$

Pedro y Pablo eran hermanos que ahorraron 7 semanas para comprar una consola de $2000 Si, Pablo junto $350 y Pedro dio el resto ¿Cuanto dinero ahorro Pedro?

c) $3x+11=2x+24$

Toño y Guillermo tiene arboles de manzana Toño tiene tres árboles y 11 manzanas de las cosechas anteriores por otro lado Memo tiene 2 árboles y 24 manzanas. Si, ambos tienen la misma cantidad de manzanas ¿Cuantas manzanas cosecho cada uno?

INCISO A)

La ecuación propuesta es 4t=28, donde t es la incógnita y está multiplicando a 4 para que dé un resultado igual a 28.

El alumno escribe "Benito Camelo ahorro dinero durante 4 semanas, si, después de este tiempo junto $28. ¿Cuánto dinero ahorro por semana?"

Se identifica que el alumno representa la incógnita como t como dinero, el 4 lo representa como semanas y en total debe juntar 28 pesos. Lo que significa que el alumno pudo plantar un problema a partir de dicha ecuación ya que pudo representar con lenguaje literario la incógnita, el coeficiente y el resultado.

INCISO B)

La ecuación propuesta es 7y +350=2000, donde y es la incógnita que multiplica a 7 y sumado con 350 da un total de 2000

El alumno escribe "Pedro y Pablo eran hermanos que ahorran 7 semanas para comprar una consola de $2000. Si Pablo junto $350 y Pedro dio el resto ¿Cuánto dinero ahorro Pedro?"

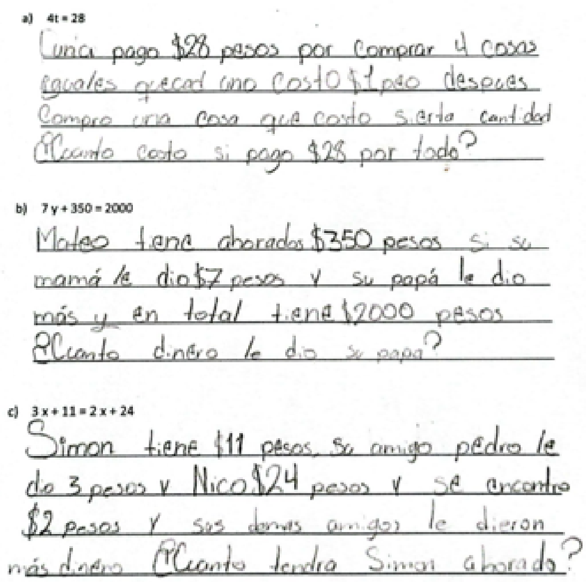
El problema planteado por el alumno correspondería a la siguiente ecuación: y +350= 2000, por lo que se identifica que no considero que el 7 es múltiplo de la incógnita y. Sin embargo, en su descripción si lo plantea, pero sin que tenga relevancia en la ecuación proporcionada.

INCISO C) ACEPTABLE

La ecuación propuesta es 3x +11 = 2x +24, donde la incógnita es x que esta presente en ambos miembros de la ecuación, en el primer miembro multiplica a 3 y es sumado 11, mientras que en el segundo miembro multiplica a 2 y es sumado a 24.

El alumno escribe "Toño y Guillermo tienen arboles de manzanas. Toño tiene tres árboles y 11 manzanas de las cosechas anteriores, por otro lado, Memo tiene 2 árboles y 24 manzanas. Si ambos tienen la misma cantidad de manzanas ¿Cuántas manzanas cosecho cada uno?"

Con el planteamiento del alumno se puede mencionar que el alumno sabe que debe de existir una igualdad en la ecuación, sin embargo, no logra plantear el problema con respecto a la ecuación, por otra parte, identifica a la incógnita como cantidad de manzanas. En su defecto el alumno pudo haber colocado "Toño y Guillermo tienen la misma cantidad de manzanas, Toño cosecho manzanas de tres arboles mas 11 manzanas que recogió del piso, mientras que Guillermo cosecho manzanas de dos árboles y recogió 24 manzanas del piso. ¿Cuántas manzanas tiene cada uno?"


a) $4t = 28$
Luna pago $28 pesos por comprar 4 cosas
iguales que cad uno costo $1 peso despues
Compro una cosa que costo sierta cantidad
¿Cuanto costo si pago $28 por todo?

b) $7y + 350 = 2000$
Mateo tiene ahorrados $350 pesos si su
mamá le dio $7 pesos y su papá le dio
más y en total tiene $2000 pesos
¿Cuanto dinero le dio su papa?

c) $3x + 11 = 2x + 24$
Simon tiene $11 pesos su amigo pedro le
dio 3 pesos y Nico $24 pesos y se encontro
$2 pesos y sus demas amigos le dieron
más dinero ¿Cuanto tendra Simon ahorrado?

INCISO A)

La ecuación propuesta es 4t=28, donde t es la incógnita y está multiplicando a 4 para que dé un resultado igual a 28.

El alumno escribe "Luna pago $28 pesos por comprar 4 cosas iguales que cada uno costo $1 peso, después compro una cosa que costo cierta cantidad ¿Cuándo costo si pago $28 por todo?"

La ecuación que correspondería al problema del alumno seria 4 + x = 28, por lo que se identifica que el alumno no identifico que el cuatro era múltiplo de la incógnita, en lugar de suma. No logro plantear el problema con respecto a la ecuación.

INCISO B)

La ecuación propuesta es 7y +350=2000, donde y es la incógnita que multiplica a 7 y sumado con 350 da un total de 2000

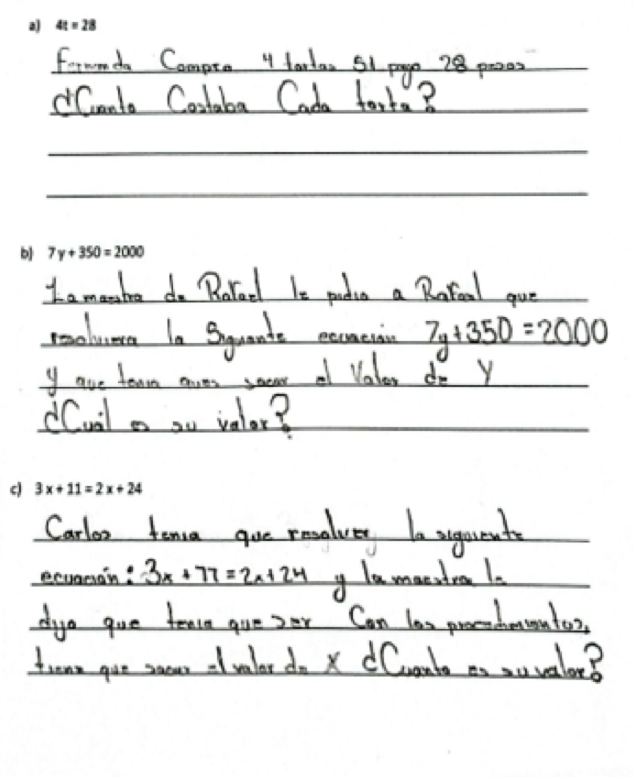
El alumno escribe "Mateo tiene ahorrado $350 pesos, si su mamá le dio $7 pesos y su papá le dio más y en total tiene $2000 pesos ¿Cuánto dinero le dio su papá?"

La ecuación que corresponde al problema planteado por el alumno seria 350 + 7 + x = 2000, por lo que de nuevo interpreta el "7x" como una suma y no como una multiplicación. Para que el problema correspondiera a la ecuación el alumno puedo haber colocado "Mateo tiene ahorrado $350, su papá le dio cierta cantidad que a su vez su mamá multiplico 7 veces en total tiene ahorrado $2000 ¿Cuánto dinero le dieron sus papás?"

INCISO C)

La ecuación propuesta es 3x +11 = 2x +24, donde la incógnita es x que está presente en ambos miembros de la ecuación, en el primer miembro multiplica a 3 y es sumado 11, mientras que en el segundo miembro multiplica a 2 y es sumado a 24.

El alumno escribe "Simón tiene $11 pesos, su amigo Pedro le dio $3 pesos y Nico $24 pesos, y se encontró $2 pesos y sus demás amigos le dieron dinero ¿Cuánto tendrá Simón ahorrado?" se puede observar que para el desarrollo del problema planteado no considero que la ecuación corresponde a una igualdad, además de que la incógnita se encuentra en ambos miembros de la ecuación por lo tanto debería de estar en diferentes contextos.


a) $4t = 28$

Fernanda Compra 4 tortas si pago 28 pesos ¿Cuanto Costaba Cada torta?

b) $7y + 350 = 2000$

La maestra de Rafael le pidio a Rafael que resolviera la Siguiente ecuación 7y+350=2000 y que tenia ques sacar el Valor de Y ¿Cuál es su valor?

c) $3x + 11 = 2x + 24$

Carlos tenia que resolver la siguiente ecuación: 3x+11=2x+24 y la maestra le dijo que tenia que ser Con los procedimientos, tiene que sacar el valor de x ¿Cuanto es su valor?

INCISO A)

La ecuación propuesta es 4t=28, donde t es la incógnita y está multiplicando a 4 para que dé un resultado igual a 28.

El alumno escribe “Fernanda compra 4 tortas y pago 28 pesos ¿Cuánto costaba cada torta?”

El problema planteado si corresponde a la ecuación proporcionada, ya que la incógnita es interpretada por el precio de cada torta y multiplicada por 4 y el total se pago 28 pesos.

INCISO B)

La ecuación propuesta es 7y +350=2000, donde y es la incógnita que multiplica a 7 y sumado con 350 da un total de 2000

El alumno escribe “La maestra de Rafael le pidió a Rafael que resolviera la siguiente ecuación 7y+350=2000 y que tenía que sacar el valor de y ¿Cuál es el valor?”

El alumno no proporciona ningún problema que corresponda a la ecuación, simplemente coloco la ecuación en una indicación. Por otra parte, se puede mencionar que el alumno identifica que para resolver una ecuación se debe hallar el valor de la incógnita.

INCISO C)

La ecuación propuesta es 3x +11 = 2x +24, donde la incógnita es x que está presente en ambos miembros de la ecuación, en el primer miembro multiplica a 3 y es sumado 11, mientras que en el segundo miembro multiplica a 2 y es sumado a 24.

El alumno escribe “Carlos tiene que resolver la siguiente ecuación 3x +11 = 2x +24 y la maestra dijo que tenía que ser con los procedimientos, tiene que sacar el valor de x ¿Cuánto es su valor?”

Repite la misma situación que en el caso anterior.

a) $4t = 28$

4 tamaleros se ponen afuera de una escuela ganaron $335 por los tamales vendidos ¿Cuantos niños compraron tamales?

b) $7y + 350 = 2000$

7 yoyos fueron vendidos, 350 personas quieren usarlos, tuvieron 6 min de uso ¿Cuanto tiempo fue en total por las 350 personas?

c) $3x + 11 = 2x + 24$

3 trabajadores construyeron 11 casas y 2 trabajadores construyeron 24 casas ¿Cuantos trabajadores son en total?

INCISO A)

La ecuación propuesta es 4t=28, donde t es la incógnita y está multiplicando a 4 para que dé un resultado igual a 28.

El alumno escribe "4 tamaleros se ponen afuera de una escuela, ganaron $335 por los tamales vendidos ¿Cuántos niños compraron tamales?"

El planteamiento del problema no corresponde exactamente a la ecuación planteada, sin embargo, mantiene la forma de la ecuación original.

INCISO B)

La ecuación propuesta es 7y +350=2000, donde y es la incógnita que multiplica a 7 y sumado con 350 da un total de 2000

El alumno escribe "7 yoyos fueron vendidos, 350 personas quieren usarlo, tuvieron 6 minutos de uso ¿Cuánto tiempo fue en total por las 350 personas?"

Con el problema que presenta el alumno no es correspondiente a ninguna ecuación, debido a que su problema puede resolverse con una simple división, sin implicar alguna incógnita.

Podemos observar que el alumno utilizo algunos datos de la ecuación, ya que omitió el 2000 que de igual forma parte de esta. Sin dar sentido hacia un planteamiento concreto.

INCISO C)

La ecuación propuesta es 3x +11 = 2x +24, donde la incógnita es x que está presente en ambos miembros de la ecuación, en el primer miembro multiplica a 3 y es sumado 11, mientras que en el segundo miembro multiplica a 2 y es sumado a 24.

El alumno escribe "Tres trabajadores construyeron 11 casas y 2 trabajadores construyeron 4 casas ¿Cuántos trabajadores son en total?"

Con el problema que presenta el alumno no es correspondiente a ninguna ecuación, debido a que su problema puede resolverse con una simple suma, sumando los dos trabajadores que construyeron 11 casas más los 2 trabajadores que construyeron 24 casas.

El alumno simplemente considera algunos datos de la ecuación original.