



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN EL APRENDIZAJE DE POLIEDROS MEDIADO POR REALIDAD AUMENTADA

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
LIC. ALBERTO APREZA SIES

DIRECTOR DE TESIS
DRA. GUILLERMINA SÁNCHEZ ROMÁN

CO-DIRECTOR DE TESIS
JOSÉ DEL CARMEN OROZCO SANTIAGO

PUEBLA, PUE. JUNIO 2024



BUAP

DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que el C:

LIC. ALBERTO APREZA SIES

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 08 de noviembre de 2023, con la tesis titulada:

**“EL RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO EN EL APRENDIZAJE DE POLIEDROS MEDIADO
POR REALIDAD AUMENTADA”**

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 24 de junio de 2024

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
COORDINADORA DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



Agradecimiento a CONAHCYT

Agradezco infinitamente a Conahcyt por el apoyo y el financiamiento del posgrado, mismo que impulsó en todo momento las actividades académicas y profesionales. Gracias por todos los recursos posibles y la confianza de la gestión de los mismos con el objetivo de cumplir las metas propuestas en este nivel académico.

Agradecimientos

En primer lugar, agradezco a Dios por permitirme concluir un objetivo dentro de mi ámbito personal y profesional que me permita crecer como persona.

Agradezco a mi esposa Frida que me acompañó durante todo el proceso en el cual al mismo tiempo que yo tuvo que vivir. Le doy gracias por todo el apoyo adaptándose a los ritmos de trabajo que surgieron durante el proceso, así como a su paciencia y sacrificio para poder llegar al final de este nuevo reto.

Agradezco a mis padres por su apoyo incondicional en el proceso de volver a retomar un nuevo proyecto de vida. A mi madre Antonia por depositar toda su confianza en que no existe reto que no pueda superar. A mi padre Alberto por su motivación constante, así como sus palabras de aliento para no desistir en ningún momento. A mis hermanos Armando, Alicia y Alonso por siempre estar allí.

Agradezco a mi asesora la Dra. Guillermina por todo el apoyo relacionado con este trabajo que a pesar de las dificultades que surgieron en cada momento se lograron resolver.

Agradezco a todas las personas que hicieron posible todo este proceso, con su observación en el trabajo, así como su retribución y crítica.

Dedico este trabajo a mi hijo Lex, que algún día aprenderá poliedros.

Por todo.

Gracias

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	8
CAPÍTULO 1	10
MARCO TEÓRICO.....	10
1.1 Estado del Arte	10
1.1.1 Realidad Aumentada.....	10
1.1.2 Uso de la RA en la educación y la formación	12
1.2 Planteamiento del Problema.....	14
1.3 Pregunta de investigación.....	15
1.4 Objetivo general	15
1.5 Objetivos específicos	15
1.6 Hipótesis.....	16
1.7 Justificación.....	16
1.8 Marco Teórico	17
1.8.1 Génesis Instrumental.....	22
1.9 Las secuencias didácticas	25
1.9.1 Teorías en la didáctica de las Matemáticas	26
1.10 Realidad Aumentada.....	32
1.10.1 Características de la RA	32
1.10.2 La RA en la educación	33
1.10.3 La RA en la Geometría	33
1.11 GeoGebra	34
2 CAPÍTULO 2	37
METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN	37
Método de recolección de datos	37
2.1 Ingeniería Didáctica.....	39
3 CAPÍTULO 3	45
RESULTADOS	45
3.1 Resultados del Pretest	45
3.2 Análisis de los esquemas mentales	51

3.2.1	Selección del material audiovisual.	51
3.2.2	Análisis de la situación didáctica 1.....	54
3.2.3	Situación didáctica 2.....	63
3.2.4	Análisis de situación didáctica 3	71
4	CAPÍTULO 4	75
	CONCLUSIONES	75
	REFERENCIAS	78
5	ANEXOS.....	83

INDICE DE FIGURAS

Figura 1	Modelo IAS (Instrumented Activity Situations).....	21
Figura 2	Modelización de la Génesis Instrumental	24
Figura 3	Momentos de la secuencia didáctica (Secretaría de Educación Pública, 2018)	26
Figura 4	Triángulo del Sistema Didáctico.....	28
Figura 5	Método de recolección de datos utilizando la herramienta tecnológica	39
Figura 6	Metodología de Ingeniería Didáctica en la estrategia de RA en el aprendizaje de poliedros regulares.....	44
Figura 7	Desarrollo de figuras de 3D a 2D i) reactivo 1, ii) respuesta y iii) resultado de la evaluación del pretest.....	46
Figura 8	Desarrollo de figuras de 2D a 3D i) reactivo 2, ii) respuesta y iii) resultado de la evaluación del pretest.....	46
Figura 9	Manipulación de objetos en 3D i) reactivo 3, ii) respuesta correcta del reactivo 2, iii) reactivo 4 y iv) gráfico de resultados de los reactivos 3 y 4.	48
Figura 10	Conocimiento de las propiedades de los poliedros i) reactivo 5a, ii) reactivo 5b, iii) reactivo 5c y iv) gráfica de evaluación del reactivo 5.	49
Figura 11	Medición y dimensionamiento de objetos en 3D i) reactivo 6 y ii) resultados del reactivo 6.	50
Figura 12	Cantidad de alumnos con la herramienta de RA en su dispositivo móvil.....	52
Figura 13	Asistencia de los estudiantes a las sesiones de enseñanza de los poliedros	53
Figura 14	Instrumentación de la construcción de un polígono. a) Dificultad en la unión de vértices y b) adaptación del esquema en un solo paso.....	57
Figura 15	Construcción del alumno 1 a) área del polígono de 36.6 unidades y b) extrusión del prisma con altura de 2.04 unidades.	58
Figura 16	a) Área del polígono, b) mín = 0, máx = 15 e incremento = 0.5, c) mín = 11, máx = 12 e incremento = 0.01 y d) poliedro con volumen de 74.99 unidades cubicas.	60
Figura 17	Esquema mental del alumno 2 en la creación del polígono	61

Figura 18 Esquema mental del alumno en la situación 2.....	66
Figura 19 Esquema mental del alumno 2 en la situación 2.....	68
Figura 20 Esquema mental del alumno 3 en la situación 2.....	70

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1 Pretest "Evaluación previa de los poliedros con base al razonamiento geométrico tridimensional"	83
Anexo 2 Cuadernillo de trabajo del estudiante utilizando la Realidad Aumentada.	90

INTRODUCCIÓN

La educación ha sufrido una actualización hoy en día debido a diferentes factores sociales, con el objetivo de adaptarse a la necesidad de los estudiantes y docentes. Como consecuencia de esta necesidad se recurre a medios tecnológicos con el fin de potencializar el aprendizaje significativo en el aula. Dentro de las asignaturas que buscan una adaptación en las necesidades escolares es la Geometría. La presente investigación pretende comparar el rendimiento a partir del diseño, implementación y evaluación de una secuencia didáctica en la enseñanza de la geometría, específicamente en la enseñanza de poliedros, utilizando la herramienta tecnológica de Realidad Aumentada (RA).

Para ello la investigación planea dividirse en diferentes fases. La primera fase consiste en la revisión documental, enfocándonos en algunos criterios importantes: Dificultades en el aprendizaje de la geometría, elementos didácticos para el aprendizaje de la geometría, Realidad Aumentada en la geometría, incorporación de la Realidad Aumentada en el aprendizaje didáctico, Realidad Aumentada y Secuencia Didáctica; todo lo anterior con el objetivo de fundamentar la investigación. La segunda fase consiste en elaborar un pretest para un grupo experimental de 4° semestre de Bachiller del Instituto la Paz de Puebla con edades entre 15 y 16 años. En la fase 3 se aborda una secuencia didáctica para el aprendizaje de los poliedros, en la cual se incorporan elementos didácticos a través de la RA para el aprendizaje en el grupo experimental. Finalmente, en la fase 4 se pretende evaluar y validar la efectividad de la planeación didáctica a través del análisis de resultados de la incorporación de la herramienta mediante la metodología de la Génesis Instrumental, implementada utilizando la Realidad Aumentada (RA), para finalizar con el post-test tal como lo fundamenta la Ingeniería Didáctica.

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO

1.1 Estado del Arte

1.1.1 Realidad Aumentada

Primero es necesario definir el concepto de Realidad Aumentada (RA), para poder comprender la base de esta investigación. Tal como lo menciona (Gómez Vargas et al., 2018), la RA es una tecnología que combina los elementos de la Realidad Virtual con entornos reales. Vakaliuk et al. (2020) la define como una tecnología que combina el entorno que nos rodea y simplemente superpone en su imagen cierta información virtual, como gráficos, texto, modelos 3D y la reacción de interactuar entre ellos. Con el fin de complementar dichas definiciones citamos finalmente a Lee (2012) que menciona que el entorno es real, pero extendido con información e imágenes del sistema.

Dado este paradigma, el usuario podrá utilizar dicho artefacto (RA) para interactuar de forma real, incorporando información virtual dentro de su actividad, con ello logra integrar dos mundos, el real y el computacional, obteniendo como resultado una conjunción de diseños dentro de un dispositivo que podrá identificar utilizando los métodos que ofrece esta tecnología.

La búsqueda exhaustiva nos posiciona con Darío (2015) que menciona que la computación ubicua, busca analizar las propuestas de tres paradigmas: 1) La informática sensible al contexto, b) Los dispositivos aumentados por computador y 3) la interacción situada. Dentro

de esta última se encuentra la realidad aumentada, incrementando con información sintética generada por un computador con imágenes obtenidas del mundo real.

Se puede concluir con respecto a las definiciones dadas que la RA puede asistir y potenciar la interacción entre humanos y el mundo real. Este proceso de integración dentro de las actividades diarias posibilita el acceso a objetos de la vida cotidiana en objetos verdaderamente interactivos.

El uso de la RA puede desarrollar y explotar las habilidades visuales y espaciales del usuario en un mundo virtual, al momento de interactuar con un entorno real. Esto último favorece a la implementación en diversas actividades donde los objetos físicos (no manipulables) puedan transformarse en objetos manipulables, teniendo la interacción dentro de ambos mundos. Una de las actividades que se presentan donde se ha trabajado como un campo de estudio es la enseñanza de las matemáticas, la cual requiere de objetos físicos no manipulables, pero debido a esta integración de la RA se ha podido estudiar objetos transformándolos en objetos virtuales manipulables. A continuación, se presenta la investigación documentada sobre el uso de la RA dentro de la educación dividiendo esto en diferentes secciones donde se ha podido investigar.

Las aplicaciones de la RA tienen un auge a inicios de principio del siglo XXI con la evolución y el desarrollo de las tecnologías y medios de comunicación, que implementaron aplicaciones colaborativas con este tipo de elementos tecnológicos (Montecé-Mosquera et al., 2017) .

1.1.2 Uso de la RA en la educación y la formación

Johnson et al. (2010) mencionaron que la RA tiene un gran potencial para proporcionar poderosas experiencias de aprendizaje contextual e in situ y exploración y descubrimientos fortuitos de la naturaleza conectada de la información en el mundo real.

La RA se ha aplicado a diferentes entornos de aprendizaje tales como escolares y empresariales. La evolución de la RA ha permitido su accesibilidad, lo cual trajo consigo una incorporación al ámbito escolar a través de computadores personales y dispositivos móviles siendo este un enfoque factible educativo (Lee, 2012). El uso de la tecnología de la RA en dispositivos móviles que introducen la herramienta en sus aplicaciones se vuelve un artefacto muy prometedor en la educación y la capacitación.

El acceso tecnológico que tienen los estudiantes es importante en el desarrollo y estilo de vida del individuo. La mayoría de los estudiantes pueden poseer un Smartphone, computadora o algún dispositivo de tipo electrónico que le permita acceder al entretenimiento o información (Cangas et al., 2019). Esto permite que los aprendientes se vean más involucrados en su autoaprendizaje. Es necesario considerar que el uso de estas herramientas tecnológicas sea enfocado para que los estudiantes puedan lograr un aprendizaje significativo.

La Realidad Aumentada tiene una gran importancia en muchos dispositivos electrónicos hoy en día, pero de igual forma existe el uso de dicha herramienta en ámbitos educativos. A continuación, se presentan algunas aplicaciones que demuestran el uso de la RA como una herramienta de aprendizaje.

RA en Cálculo

Dentro de los intereses más significativos en el área del cálculo es el aprendizaje del concepto de función. Un trabajo de investigación sobre el objeto matemático de función se presenta en la propuesta de mediación para la comprensión realizada por Hernández (2020). En dicho trabajo se busca la adquisición del concepto a través de diferentes representaciones semióticas (Duval, 2006), en este caso el concepto de función a través de un problema de tiro parabólico utilizando la RA como una herramienta mediadora.

RA en la geometría

Una de las aplicaciones educativas más significativas de la tecnología de Realidad Aumentada se centra en la enseñanza de la Geometría. La diversidad de herramientas que ofrece dicha tecnología permite visualizar diferentes objetos que logren un mayor alcance en las experiencias significativas. Tal como cita Flores et al. (2020) las habilidades visuales se han abordado desde un punto psicológico a través del estudio de la enseñanza de la Geometría y el razonamiento espacial.

1.2 Planteamiento del Problema

Muchos profesores identifican a la Geometría a través de los conceptos de perímetro, área y volumen, limitando solo a cuestiones métricas (García & López, 2008). Este tipo de enseñanza tradicional trae consigo un obstáculo en la formación del conocimiento por parte del estudiante debido a la limitación que se genera. A su vez los estudiantes aprenden únicamente a calcular, así como la derivación geométrica, lo cual no genera la motivación de los estudiantes durante el aprendizaje (Su et al., 2022).

Dentro de los problemas de aprendizaje que presentan los estudiantes se encuentra el de las habilidades espaciales. Se ha demostrado que a través de herramientas de apoyo en la enseñanza de la Geometría se puede construir el conocimiento tales como la Realidad Aumentada (RA), Realidad Virtual (RV) o mixta (Cangas et al., 2019; Su et al., 2022).

En la enseñanza-aprendizaje de la Geometría de tendencia tradicional, las imágenes juegan un papel importante para la construcción del concepto (Vakaliuk et al., 2020). Por esa razón, el uso de materiales tecnológicos en la metodología de enseñanza-aprendizaje de dicha materia se ha vuelto un caso de interés en la investigación matemática. Tales investigaciones se han centrado en la comparación del uso de las RA inmersa contra la forma tradicional, tales como el uso de los libros de texto (Su et al., 2022), en problemas situados (Cangas et al., 2019), entre otros.

A partir de lo anterior, la siguiente investigación plantea, que el uso adecuado de las herramientas tecnológicas tales como la RA potencializan los procesos de aprendizaje, especialmente el desarrollo de habilidades numéricas, espaciales y de abstracción (Gómez Vargas et al., 2018).

1.3 Pregunta de investigación

¿En qué medida, una estrategia didáctica con integración de la RA basada en la teoría de situaciones didácticas y la génesis instrumental mejora el aprendizaje de poliedros en estudiantes de 4° semestre de bachillerato?

1.4 Objetivo general

Diseñar una secuencia didáctica con integración de la Realidad Aumentada que promueva el desarrollo del razonamiento geométrico, basada en la Teoría de Situaciones Didácticas, la Ingeniería Didáctica y la Génesis Instrumental para el aprendizaje de poliedros en estudiantes de 4° semestre de bachillerato del Instituto la Paz de Puebla A.C.

1.5 Objetivos específicos

1. Analizar las teorías de Situaciones Didácticas y Génesis Instrumental para el desarrollo concreto de una secuencia didáctica teniendo en cuenta el razonamiento en la representación de objetos 3D, estructuración espacial, conceptualización de las propiedades y la medición de figuras.
2. Diseñar una planeación didáctica con base en la génesis instrumental e Ingeniería Didáctica bajo el marco curricular de la materia de Geometría de 4° semestre de bachillerato utilizando la RA.

3. Diseñar y evaluar el Pretest como punto de referencia en el reconocimiento de Poliedros.
4. Evaluar la estrategia didáctica de RA en un grupo experimental de 4° semestre de bachillerato.

1.6 Hipótesis

La secuencia didáctica para la enseñanza de la geometría de poliedros regulares, con apoyo de la Realidad Aumentada (RA) mejorará las habilidades visuales, verbales, representativas, lógicas y prácticas en el razonamiento geométrico de los estudiantes de 4° semestre de bachillerato.

1.7 Justificación

De acuerdo a Cangas (2019), existen 5 habilidades importantes que deberían adquirirse durante el aprendizaje de la geometría: 1) Habilidades visuales (reconocimiento y observación), 2) habilidades verbales (Uso correcto de la terminología y comunicación de los conceptos y relaciones espaciales), 3) habilidades representativas (comunicación a través de dibujos representados en 2D y 3D, con escalas y vistas isométricas), 4) habilidades lógicas (clasificación, reconocimiento de propiedades básicas, formulación y evaluación de hipótesis, conclusiones y uso de ejemplos) y 5) habilidades prácticas.

El uso de la tecnología ha traído un gran apoyo en el desarrollo de dichas habilidades, así mismo la inmersión de mecanismos que pueden ser efectivos para estimular la motivación del aprendizaje a la hora de adquirir nuevos conocimientos (Su et al., 2022). Dentro de la

incorporación de las nuevas tecnologías podemos citar el uso de Realidad Virtual (RV) y Realidad Aumentada (RA) como herramientas para la motivación del aprendizaje (Gómez Vargas et al., 2018; Ovalle Barreto & Vásquez Fonseca, 2020).

Para generar experiencias significativas durante el aprendizaje, actualmente existen softwares graficadores, sin embargo, en muchos casos se recurre solo a la introducción de fórmulas y gráficas que ofrece dicho programa. Dicho esto, anteriormente, las limitaciones que ofrece son el uso de un computador, así como la exposición única del docente. Es por ello que en esta investigación se propone la elaboración de una estrategia didáctica haciendo uso de la RA que a diferencia de la RV permite 1) combinar la realidad con lo virtual y 2) ser interactiva con el usuario (Gómez Vargas et al., 2018).

1.8 Marco Teórico

Con el propósito de fundamentar el trabajo de investigación, es necesario evidenciar los referentes teóricos en los cuales se desarrolla este trabajo.

Campos Conceptuales como antecedente de la Génesis Instrumental

Esquema: Es una organización invariante de la actividad para un tipo dado de situaciones (Vergnaud, 2013). Esto no quiere decir que exista un solo esquema para una situación, sino que a menudo existen varios. Otra definición que se menciona por Vergnaud (2013), es que existen cuatro componentes: 1) Una meta y submetas, 2) reglas de acción, de búsqueda de información y control, 3) variantes operatorias: conceptos en acción y teoremas en acción y 4) posibilidades de inferencia en situación.

Desde el punto de vista cognitivo, (Guin & Trouche, 2002; Vergnaud, 2013) aterrizan que las invariantes operativas son las más decisivas durante la situación, ya que los conceptos en acción le permiten recabar la información pertinente y seleccionar los teoremas necesarios para realizar el cálculo simultáneo de las metas y submetas susceptibles de formarse. A continuación, se definen los siguientes conceptos:

Teoremas de acción: son proposiciones consideradas como verdaderas en la realidad dentro de la acción situada.

Concepto de acción: es un concepto considerado como pertinente dentro de la acción situada.

Invariantes operatorias: Son teoremas en acción que no son necesariamente explícitos, ni explicitables y en algunos casos no son conscientes.

$$\textit{Concepto} = \textit{def} (S, I, L)$$

S: Es el conjunto de las situaciones que le dan sentido al concepto,

I: es el conjunto de las invariantes operatorias que estructuran las formas de organización de la actividad (esquemas) susceptibles de ser evocadas por estas situaciones,

L: es el conjunto de las representaciones lingüísticas y simbólicas (algebraicas, gráficas, etc.) que permiten representar los conceptos y sus relaciones, y por ende las situaciones y los esquemas que evocan.

Por lo tanto, un campo conceptual es a la vez un conjunto de situaciones y un conjunto de conceptos. También definido como el conjunto de acciones cuyo dominio progresivo implica una variedad de conceptos, de esquemas y de representaciones simbólicas con estrecha conexión; el conjunto de los conceptos que contribuyen a dominar esta situación.

Es importante reconocer que los conceptos forman sistemas, cuya organización es así mismo progresiva, eventualmente nunca concluida.

Es necesario que identifiquemos la relación que se tiene entre las acciones instrumentadas y la cognición establecida en la adquisición de conocimientos. Una de las formas en las que se puede presentar la elaboración de nuevos conocimientos es directamente en situaciones donde el sujeto no está dirigido de forma epistémica, si no que finaliza en un proyecto práctico y funcional. Esto lleva a conformar una realidad deseada. Este proceso se puede definir como pragmático, el cual se ocupa de la detección y constitución de problemas planteados en el curso de la interacción práctica situada con el entorno, así mismo como la elaboración, desarrollo e implementación de procedimientos, metodologías, materiales y artefactos semióticos, etc., que logren identificar una solución (Verillon & Rabardel, 1995).

Tal como se menciona anteriormente, la búsqueda de soluciones para situaciones dadas, el sujeto genera materiales y artefactos. La implementación de dichos recursos tiene un sentido más profundo dentro de la psicología, ya que no solamente nos limitamos a la relación entre el sujeto-artefacto. Es mucho más complejo dentro del estudio, es decir que para poder mostrar los efectos “amplificadores” vinculados a la implementación de “nuevas tecnologías” deben interpretarse las transformaciones profundas que involucran al sujeto, la tarea en cuestión y el artefacto, es decir que para lograr un análisis de situaciones que involucren artefactos es necesario estudiar el “sistema total” de los sujetos, tareas y artefactos.

Habermas (1968,1981) citado en Verillon & Rabardel (1995) nos aterriza en la dimensión teleológica, en donde el sujeto persigue un objetivo (meta) predefinido, que implica el uso

de medios, donde su racionalidad es instrumental y el criterio de su actividad es la eficiencia de realizar o resolver dicha actividad. Esto abre como apertura la complejidad que implica el identificar el nuevo uso de una tecnología como un “instrumento” para realizar una actividad específica, más aún la ejecución de una tarea dentro del aula.

Para este punto será necesario definir el concepto de instrumento con el fin de identificar la importancia dentro de aspectos causales que generan el conocimiento en la implementación de una herramienta en el ambiente educativo. Según Monoud (1970), un instrumento es cualquier objeto que el sujeto asocia a su acción para realizar una tarea. El sujeto será capaz de modificar la acción y presentar las características que se asocian simultáneamente con las operaciones del sujeto y objetos a los que se aplica. Como tal, el instrumento constituye una especie de universo intermedio entre el sujeto y el objeto.

Para diferentes autores cambia en la concepción del concepto de “instrumento”, pero la mayoría distingue tres polos en las cuales el instrumento se aterriza dentro de una situación:

- 1) El sujeto (usuario, operador, trabajador, operador, estudiante, etc.)
- 2) El instrumento (como herramienta, maquina, utensilio, producto, etc.)
- 3) El objeto hacia el cual se dirige la acción que utiliza el instrumento (materia, ambiente, actividad, tarea, trabajo, etc.)

Rabardel y Verillon (1985) propusieron el modelo IAS (por sus siglas en inglés Instrumented Activity Situations) (Figura 1) que, a diferencia del modelo bipolar que únicamente identifica la interacción entre el sujeto (estudiante) y el objeto (tarea o situación), este logra introducir un intermediario, el instrumento (considere la herramienta a incluir para la construcción del

conocimiento). Aquí se tiene en cuenta las múltiples relaciones que unen a los tres elementos constitutivos de las situaciones de actividad instrumentada.

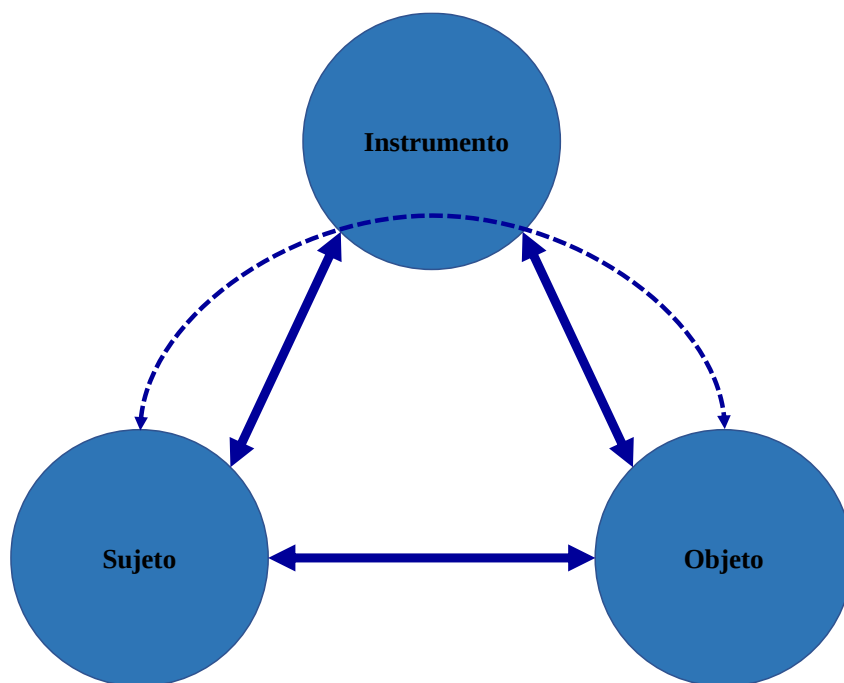


Figura 1 Modelo IAS (Instrumented Activity Situations)

Dentro de este modelo que describe la actividad instrumentada, se observa claramente que tiene ciertas restricciones que vuelven más complejo el análisis, por ejemplo, que un mismo sujeto pueda utilizar varios instrumentos diferentes en el curso, o el hecho de que los contextos de acción varíen ampliamente y a menudo incluyen una dimensión colectiva. Sin embargo, a pesar de dichas variaciones, el uso de un instrumento siempre está constituida por

la triada y de las múltiples interacciones que de ellas resultan, formando un núcleo común característico de las situaciones de la actividad instrumentada.

1.8.1 Génesis Instrumental

Corte técnico conceptual

Dentro del enfoque antropológico descrito por Chevallard citado por Artigue (2002) menciona la necesidad de que dentro de la incorporación de una herramienta para la resolución de una tarea deberá caer en la producción de un trabajo técnico con el fin de adaptarlo a través de una técnica. Una técnica es una manera de resolver una tarea y, en cuanto se va más allá del cuerpo de tareas rutinarias de una determinada institución, cada técnica es un conjunto complejo de razonamientos y de trabajo rutinario. Citando a Guin & Trouche (2002), la actividad de los estudiantes puede describirse como técnicas que a su vez se definen como un conjunto de gestos contruidos por el sujeto para realizar una tarea determinada. Un gesto puede tener varias funciones, con respecto a la tarea y además es necesario considerar el gesto dentro de las funciones de la actividad realizada por el estudiante.

El enfoque antropológico en didáctica no toma en cuenta el desarrollo de herramientas adecuadas para pensar en los procesos de instrumentación, ya que únicamente se ha desarrollado en ambientes tradicionales dentro del aula. El enfoque ergonómico basado en la ergonomía cognitiva desarrolla una nueva perspectiva con respecto al enfoque antropológico (Artigue, 2002; Guin & Trouche, 2002). Uno de sus aportes iniciales es el concepto de “instrumento”, que se diferencia del objeto material o simbólico en el que se basa, siendo

este último un “artefacto”. Así, un instrumento es una entidad mixta, que en parte es el ente físico (artefacto) y en parte es el proceso cognitivo dentro de la ejecución de la tarea.

En este punto es fundamental definir lo siguiente conforme a una de las ideas más importantes que aterriza la primera parte de la Génesis Instrumental definida por Michelle Artigue (2002).

“Para un individuo, el artefacto no tiene un valor instrumental. Se vuelve un instrumento a través de un proceso llamado Génesis Instrumental, que involucra la construcción de esquemas personales o, más generalmente, la apropiación de esquemas sociales preexistentes.”

Observe que bajo este principio inicial propuesto por Artigue el artefacto (el objeto físico para el estudiante) no tiene importancia si no tiene una necesidad de ocuparlo. Durante el uso de dicho artefacto, a través de una situación (tarea para el estudiante), este construirá esquemas personales (llámese algunos algoritmos para determinar su funcionamiento, su aplicación y su uso en la tarea específica) o se apropiará de esquemas que ya existen (observa cómo se usa la herramienta).

La Génesis Instrumental tiene dos direcciones durante la creación de los esquemas para la utilización del artefacto: 1) En primer lugar, se dirige al artefacto, cargándolo de potencialidades y eventualmente transformándolo para usos específicos; a este se le llama instrumentalización y 2) en segundo lugar, la génesis instrumental se dirige hacia el sujeto, dando lugar al desarrollo o apropiación de esquemas de acción instrumentada que progresivamente se configuran como técnicas que permiten una respuesta eficaz a determinadas tareas, siendo esta última la instrumentación. La Génesis Instrumental cuenta

con algunas limitaciones, mismas que sugiere el mismo instrumento: Restricciones de mando y restricciones organizacionales.

Es importante denotar que la instrumentación está constituida por diferentes etapas (Artigue, 2002):

- a) Etapa de descubrimiento y selección de las claves relevantes
- b) Etapa de personalización
- c) Etapa de transformación del artefacto

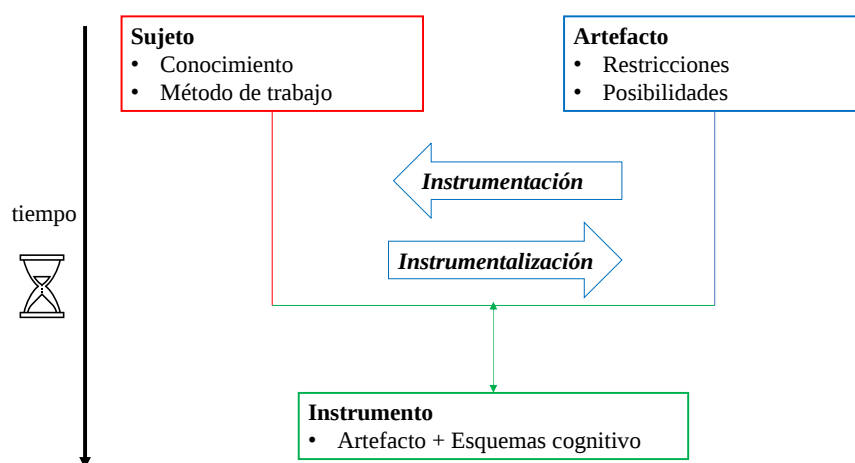


Figura 2 Modelización de la Génesis Instrumental

Este proceso en si ha sido subestimado debido al alto consumo tecnológico que existe actualmente. Por esta razón la Génesis Instrumental cae en una teoría con una alta complejidad debido a la visualización nula de los esquemas cognitivos realizado por el sujeto

en el uso de un artefacto al momento de generar un instrumento. Sugerir que la instrumentación puede ser un proceso costoso y complejo no encaja con las nuevas visiones tecnológicas, mucho menos dentro de la incorporación de esta en estudiantes dentro de los contenidos matemáticos.

Dentro de la tesis del Dr. Luc Trouche introdujo cinco perfiles “extremos” que el estudiante prefiere, los cuales se caracterizan por el metaconocimiento que tiende a activar y los modos de validación que privilegia. Los perfiles que él denominó son: teórico, racionalista, escolástico y experimentalista.

1.9 Las secuencias didácticas

Son un conjunto de actividades ordenadas, estructuradas y articuladas, diseñadas con una intención educativa y compuestas por tres momentos: inicio, desarrollo y cierre (Secretaría de Educación Pública, 2018). Dentro de cada momento existen diversas actividades que permiten al estudiante lograr el aprendizaje esperado a través de la organización estratégica del profesor, tal como se muestra en la Figura 3.

Para que la planificación pueda potenciar el aprendizaje, es fundamental que el docente incorpore en ésta los momentos, las técnicas y los instrumentos con los que planea evaluar. Ayala y Portillo (Ayala Seuthe & Portillo Rodríguez, 2012) mencionan que para diseñar la planificación es necesario conocer: 1) Las competencias y el enfoque didáctico, 2) los aprendizajes esperados, 3) los contenidos señalados en los programas de estudios, 4) la metodología del trabajo, 5) los recursos y materiales didácticos que se emplearan para apoyar el desarrollo de actividades y 6) las técnicas y los instrumentos de evaluación más apropiados.

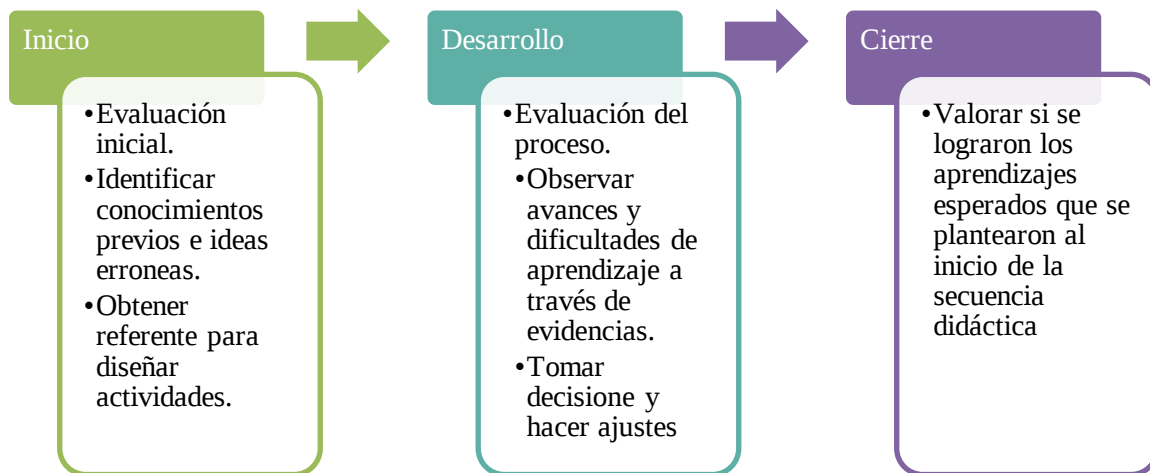


Figura 3 Momentos de la secuencia didáctica (Secretaría de Educación Pública, 2018)

Para que la planificación pueda potenciar el aprendizaje, es fundamental que el docente incorpore en ésta los momentos, las técnicas y los instrumentos con los que planea evaluar.

1.9.1 Teorías en la didáctica de las Matemáticas

En el artículo descrito por Godino et al. (2006) se realiza un análisis de las teorías que existen para delimitar y poder entender lo que ocurre dentro de la didáctica de las matemáticas. En la didáctica de las matemáticas los modelos cognitivos no se deben centrar únicamente en la psicología, ya que la finalidad esencial del estudio de las matemáticas es que el aprendiente se apropie de los conocimientos matemáticos. Dentro de este trabajo se pretende aplicar

diferentes teorías didácticas que podrán fundamentar la investigación. Las diferentes teorías que se pretenden abordar son las siguientes: Teoría de Situaciones Didácticas descrita por Brousseau (2014), Ingeniería Didáctica (Artigue et al., 1995).

Teoría de Situaciones Didácticas

Una situación didáctica en matemáticas es un proyecto organizado de manera que hagan que uno o algunos estudiantes apropiarse de algún objeto de aprendizaje matemático (Brousseau & Warfield, 2020). Existen tres procesos pertenecientes a las situaciones didácticas las cuales se presentan a continuación.

Situación de devolución: Aquella donde el profesor prepara a los estudiantes a aceptar el desafío con valentía y confianza de una interesante e instructiva situación matemática cuyas instrucciones proporcionan condiciones, reglas, objetivos y sobre todo el éxito y hacerlo sin su ayuda, bajo su propia responsabilidad.

Situación matemática: Aquella que apoya a los estudiantes en actividades matemáticas autónomas, tanto individuales. Los estudiantes se dedican a producir decisiones, formulas, hipótesis, predecir y organizar modelos, argumentos y pruebas adecuadas para ciertos proyectos y de esta forma puede evaluar y corregir las consecuencias de sus elecciones.

Situación de Institucionalización: Aquella en la que el docente toma nota del progreso de las situaciones matemáticas, de las preguntas y respuestas que se han obtenido o estudiado y de lo que ha surgido y los sitúa en la perspectiva del currículo. En esta se distinguen las piezas

del conocimiento que se han revelado como falsos o correctos durante el proceso de aprendizaje autónomo.

La relación didáctica

Para poder concebir el proceso de enseñanza es necesario identificar a los actores que participan en dicho proceso (Chamorro, 2005).

El alumno: Aquel que debe aprender aquello que previamente se estableció socialmente respecto a su edad, nivel y tipos de estudios.

El saber: En este caso nos referimos a las matemáticas y los objetos matemáticos.

El profesor: Aquel encargado por la sociedad y la institución para llevar a cabo el proceso de enseñanza.

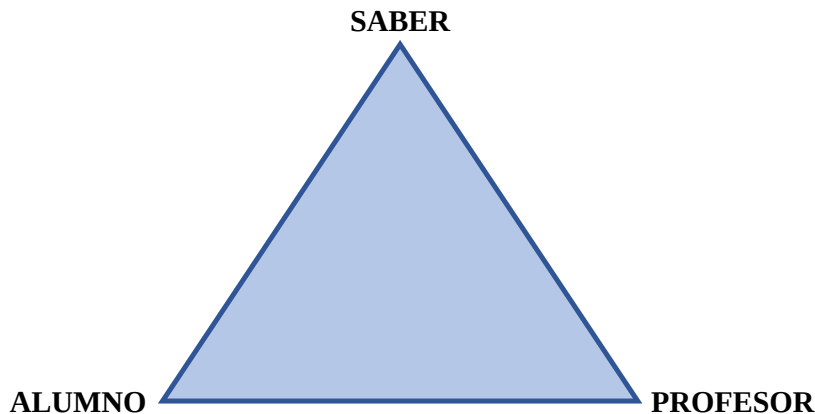


Figura 4 Triángulo del Sistema Didáctico

El aprendizaje a través de las situaciones didácticas

La situación didáctica va más allá de la idea de una mera actividad práctica. Una situación busca la construcción del conocimiento matemático por parte del alumno, y nada mejor que

dicho conocimiento aparezca a los ojos del alumno como la solución óptima del problema que se va a resolver (Chamorro, 2005; D'Amore, 2011).

Se puede crear una hipótesis didáctica que establezca que “un medio sin intenciones didácticas, es decir un medio no organizado para enseñar un saber, es insuficiente para inducir en el alumno los conocimientos que se exige que aprendan” (Chamorro, 2005). Dada esa premisa es necesario introducir al alumno a una elección reflexiva y justificada de las situaciones didácticas, en las que pueda construir su relación con el objeto de conocimiento, o bien adaptarlo, como exigencia del medio y no como respuesta de ser enseñado.

Brousseau (1987) citado por D'Amore (2011) menciona que existen 3 tipos de situaciones en las cuales el estudiante puede realizar la construcción del saber. Las tres situaciones se describen a continuación:

- 1) Situación no didáctica: Cuando nadie ha organizado el objeto de conocimiento ha permitido entre ver el aprendizaje, por ejemplo, un problema que aparece de forma natural en un ambiente familiar o laboral. En este tipo de situación no aparece la relación entre maestro y alumno (Chamorro, 2005).
- 2) Situación didáctica: Es una situación que se lleva a cabo normalmente en el aula, surge la relación entre maestro y uno o varios alumnos, alrededor de un objeto de conocimiento. Se manifiestan las intenciones de enseñar y aprender públicamente, está regida por el contrato didáctico (Brousseau & Warfield, 2020).
- 3) Situación A-didáctica: Se halla en juego a los estudiantes y el objeto de conocimiento, pero no el profesor. El alumno intenta de forma individual o grupal, verifica que los intentos fracasan o que son ineficaces, que la prueba debe hacer varias veces,

interactuando con los elementos del ambiente, el estudiante modifica su sistema de conocimientos a causa de las adaptaciones que hace al utilizar diferentes estrategias (D'Amore, 2011). Este tipo de situación provoca un cambio en el alumno en la cual se involucra y tiende a producir su conocimiento, pero no institucionalizado, es decir, no ha sido solicitado por el docente.

En esta última, para que el alumno pueda percibir una situación como A-didáctica es necesario que exista una construcción epistemológica cognitiva intencional, es decir el alumno es responsable de la resolución del problema y de él depende encontrar la solución óptima (D'Amore, 2011). Para ello es necesario que el alumno evoque el conocimiento y haga suyo el problema con toda la intención de resolverlo, dicha acción crea, como anteriormente se citó, la situación de devolución.

Ingeniería didáctica

En la enseñanza existe una tradición de investigación otorgando el rol principalmente al diseño de sesiones en el aula, así como la experimentación en la misma (Artigue, 2020). A esta nueva teoría se denominó con el término de Ingeniería en comparación con el trabajo equiparable al momento de realizar un proyecto y acepta someterse a una investigación científica (Artigue et al., 1995).

Como metodología de investigación, la Ingeniería Didáctica se caracteriza como un esquema experimental, la cual se basa en las “relaciones didácticas” en clase, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza (Artigue, 2020).

Fases de la Ingeniería Didáctica

La Ingeniería didáctica como metodología de investigación se caracteriza por un esquema experimental basado en las “relaciones didácticas” en el aula, es decir, sobre la concepción, realización, observación y análisis de secuencias de enseñanza (Calderón & León Corredor, 2012).

El proceso experimental de la ingeniería didáctica distingue cuatro fases (Artigue, 2020):

- 1) Fase de Análisis Preliminar. Se busca profundizar sobre: El análisis epistemológico de los contenidos de la enseñanza, el análisis de la enseñanza tradicional y sus efectos, el análisis de las concepciones, de las dificultades y obstáculos que determinan su evaluación y las restricciones donde se sitúa la matemática.
- 2) Fase de concepción y análisis *a priori* de las situaciones didácticas. Se busca identificar las variables macro o micro didácticas relacionadas con el tipo de actividad propuesta a los estudiantes (Artigue, 2020). El análisis *a priori* se convierte en un análisis de control de significado “comprende una parte descriptiva y una predictiva, centradas en las características de la situación diseñada y que pretende presentar en la clase a los estudiantes” (Artigue et al., 1995).
- 3) Fase de experimentación. En la que se ejecutan los diseños y se recogen datos que informan sobre los fenómenos identificados en el análisis *a priori*.
- 4) Fase de análisis *a posteriori* y evaluación. Se basa en el conjunto de datos recogidos en la experimentación. El análisis se basa en el análisis de contenido de los datos obtenidos en la implementación, para la confrontación con el análisis *a priori*.

Una de las características fundamentales de esta metodología es, efectivamente, la confrontación entre el análisis *a priori* sobre el diseño de tareas y los análisis *a posteriori* en la

implementación de tareas, como forma básica de validación de hipótesis (Artigue et al., 1995). La base principal de esta metodología es el análisis de tareas.

1.10 Realidad Aumentada

La Realidad Aumentada (RA), comprende aquella tecnología capaz de complementar la percepción e interacción con el mundo real, brindando un escenario real, aumentado con información adicional generada por el ordenador (Baez & González, 2016).

1.10.1 Características de la RA

En 1997 Ronal Azuma citado en el artículo de Gómez et al. (2018) teorizó que esta tecnología debe poseer 3 características básicas:

1. Combinar la Realidad con la virtualidad
2. Ser interactiva con el usuario
3. Registrar objetos en 3D

En cuanto a su funcionalidad, agregó otras consideraciones que toda aplicación de RA debería conseguir (Gómez Vargas et al., 2018):

1. Determinar el estado actual de su entorno físico y también el estado de los objetos virtuales.
2. Permitir una visualización donde se combinen los elementos virtuales y reales.
3. Generar al usuario una impresión de que el mundo virtual forma parte del entorno físico.

1.10.2 La RA en la educación

Actualmente existe bastante evidencia del uso de la RA en la educación, donde podemos corroborar su participación directa en la mejora de la calidad de la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas y otras ciencias a fines.

Dentro de las investigaciones citadas podemos identificar la aplicación SMART utilizada en 2008 por investigadores en Portugal que presentaban medios de transporte y animales en tiempo real, teniendo un impacto positivo en estudiantes de bajo rendimiento escolar (Gómez Vargas et al., 2018).

Otras investigaciones sugieren otros campos de investigación tales como la Astronomía tal como lo menciona el trabajo de Realidad Aumentada en dispositivos móviles como herramienta de aprendizaje en el sistema solar (Baez & González, 2016) en el cual se comparó el rendimiento en una prueba piloto la visualización de objetos en 3D tanto de forma tradicional como con RA. Este trabajo permite visualizar claramente la mejora del rendimiento del aprendiente mediante la interacción con los objetos.

1.10.3 La RA en la Geometría

La conexión de la RA con una rama de la Geometría es inmediata, debido a la relación natural entre los conceptos geométricos y los modelos virtuales tridimensionales (Gómez Vargas et al., 2018). Dentro de los trabajos abordados en la geometría se encuentran: Complemento en el aprendizaje de Sólidos de Revolución (Gómez Vargas et al., 2018), Rectas, Semirrectas y segmentos (Carmona y Gómez, 2016), Figuras Planas (Zatarain-Cabada et al., 2018), y sólidos platónicos (Cerqueira et al., 2018; Conde-Carmona et al., 2021; Siqueira, 2021).

Como se puede apreciar, el uso en el aprendizaje-enseñanza en sólidos platónicos es una realidad. Lo que pretende la investigación es implementar dentro de las planeaciones didácticas de la materia de Geometría de nivel bachillerato, una estrategia, basándose en el modelo curricular utilizando Realidad Aumentada.

1.11 GeoGebra

Es un software matemático creado por Markus Hohenwarter, disponible desde el año 2001(Murcia, 2012). GeoGebra es un software matemático dinámico para todos los niveles educativos que reúne geometría, álgebra, hojas de cálculo, gráficos, estadísticas y cálculo en un solo motor (Acosta, 2017; Arteaga Valdés et al., 2019).

Actualmente es uno de los softwares más utilizados en la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, debido a la gran popularidad que adquirió debido a su presentación. GeoGebra presenta tres perspectivas diferentes de cada objeto: una vista gráfica, una vista numérica-algebraica y una vista de hoja de cálculo (Arteaga Valdés et al., 2019).

González et al.(2017), consideran que GeoGebra contribuye a mejorar los métodos de enseñanza aprendizaje, así como la solución de problemas académicos, proporcionando información valiosa en aspectos gráficos.

El uso de GeoGebra dentro de su herramienta de Realidad Aumentada ha sido altamente explorado en el uso del álgebra, geometría y cálculo (Muñoz Casado, n.d.; Muñoz, 2019).

En la siguiente investigación se pretende explorar e incorporar el Entorno Geométrico Dinámico “GeoGebra” como herramienta de apoyo al aprendizaje de las propiedades de los poliedros regulares.

Para poder utilizar el software de Calculadora 3D GeoGebra, con la versión de Realidad Aumentada es necesario realizar las comprobaciones técnicas ya que no todos los dispositivos móviles cumplen con las características necesarias. Tanto para Android, para IOS es necesario disponer de las librerías (conjunto de herramientas autónomas que ofrece una funcionalidad específica) de Realidad Aumentada. Para Android se dispone de la librería AR Core mientras que en IOS es ARKit. Para poder utilizar la funcionalidad de RA en GeoGebra es indispensable contar con dichas librerías.

GeoGebra ofrece los siguientes objetos predefinidos: Sólidos platónicos, triángulo de Penrose, pirámide de Sierpinski, Balón de fútbol, función 3D, Botella de Klein, Superficie reglada y escalera helicoidal. En dichos objetos es permisible manipularlos, sobre una superficie sobre puesta en el entorno real, permitiendo explorar, su interior, exterior, propiedades, etc.

La visualización que ofrece GeoGebra utilizando la RA es perfecta para observar propiedades matemáticas de cuerpos geométricos y explorar como si el objeto existiera en un entorno real.

2 CAPÍTULO 2

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Método de recolección de datos

La investigación es de carácter mixta (cuantitativa y cualitativa) y cuasiexperimental, donde se pretende evaluar el rendimiento de un grupo experimental utilizando la herramienta tecnológica de RA y un grupo de control utilizando los métodos tradicionales de enseñanza de poliedros en la geometría.

De manera inicial, tal como se muestra en la Figura 5, se pretende realizar un pretest para evaluar su conocimiento previo al uso de la herramienta de RA, a través de un cuestionario sobre su conocimiento de los conceptos, así como algunos ejercicios y problemas en el tema de poliedros regulares.

El pretest, donde se evalúan los cuatro razonamientos establecidos por (Pittalis & Christou, 2010) se organiza en cuatro secciones que se dedican a cada uno los tipos de razonamiento Parte 1: Identificación y construcción de redes, Parte 2: Manipulación de poliedros, Parte 3: Conocimiento de las propiedades de los poliedros 3D y Parte 4: Medición y dimensionamiento de los poliedros. Se toma como base el experimento de Pittallis, modificándolo a 40 minutos de sesión de un grupo de bachillerato de 4° semestre. En cada parte se pretende evaluar un tipo de razonamiento tal como se muestra en la Tabla 1.

El pretest se encuentra dentro del Anexo 1 Pretest "Evaluación previa de los poliedros con base en el razonamiento geométrico **tridimensional**" para su consulta.

Posteriormente se aplicará la herramienta tecnológica de Realidad Aumentada en el grupo experimental, con el objetivo de mejorar el rendimiento escolar de los aprendientes en el tema de Geometría para el tema de Poliedros.

Finalizaremos con un post-test con el fin de evaluar y comparar el rendimiento obtenido después de aplicar la herramienta tecnológica de RA a través del análisis de cada esquema y poder visualizar el aprendizaje significativo del aprendiente.

Tabla 1 Niveles del razonamiento geométrico

Nivel	Objetivo
1) Identificación y construcción de redes.	• Identificar a partir de una red el poliedro que se forma al ensamblar los planos. • Identificar el despliegue de un poliedro sobre un plano de dos dimensiones.
2) Manipulación mental de poliedros.	• Manipular mentalmente el poliedro con el fin de identificar las vistas superior, frontal y lateral.
3) Conocimiento de las propiedades.	• Reconocer las propiedades de los poliedros tales como: número de caras, vértices y aristas.
4) Medición y dimensionamiento de Poliedros.	• Calcular áreas y volúmenes de poliedros, no solo utilizando la formula si no a partir de la construcción mental.



Figura 5 Método de recolección de datos utilizando la herramienta tecnológica

En correspondencia al objetivo general y los objetivos específicos, el diseño de una secuencia didáctica se liga a través de la metodología de Ingeniería Didáctica. Dicha metodología se aplicará a la investigación de la estrategia didáctica utilizando la RA para un aprendizaje significativo en el conocimiento de poliedros regulares.

2.1 Ingeniería Didáctica

2.1.1.1 Fase 1 Análisis Preliminares

Durante esta fase se pretende conocer los aspectos epistemológicos, históricos, cognitivos y didácticos del uso de la RA en la educación, en la geometría y en el aprendizaje de poliedros. Al mismo tiempo es necesario conocer los fundamentos a través de las teorías que sustentan el aprendizaje significativo utilizando la tecnología como apoyo en el aula, que para la presente investigación se considera las Situaciones Didácticas de Brousseau.

2.1.1.2 Fase 2 Análisis A priori

En esta etapa se pretende identificar las dificultades que presentan los estudiantes cuando resuelven situaciones en problemas cotidianos. Durante esta fase se diseña un pretest con el objetivo de evaluar el contenido preliminar del estudiante. Esto servirá como base para el desarrollo de la secuencia didáctica.

También durante esta fase se llevará a cabo a partir del análisis preliminar el desarrollo de la secuencia didáctica basado en la resolución de situaciones didácticas, mismas que permitirán al aprendiente construir el conocimiento a través de RA.

El desarrollo de la planeación se divide en 4 sesiones tal como se muestra en la Tabla 2, donde en la primera sesión se pretende la exploración la aplicación GeoGebra Calculadora 3D que nos permite el uso de la Realidad Aumentada. Durante esta sesión se describe la instalación de la aplicación, así como las características necesarias para su funcionamiento, y posteriormente se plantea una serie de ejercicios que permita al alumno interactuar con la herramienta, de tal forma que se vea involucrado en el manejo de esta y las opciones a las cual tiene acceso.

En la segunda sesión se pretende que el estudiante comience a manipular y desarrollar figuras geométricas, en este caso la construcción de algunos poliedros, tales como pirámides y prismas con algunos polígonos sugeridos por el investigador. El objetivo principal de esta sesión consiste en que el alumno identifique las propiedades de los polígonos que son: número de caras, número de vértices y de aristas. La exploración se realizará dando paso a que el alumno pueda identificarlas y logre desarrollar una definición formal con base a la

observación y manipulación de estos. Se propone la actividad 2 descrita en la secuencia didáctica, misma que se presenta en el Anexo 2 del cuadernillo de trabajo.

Tabla 2 Secuencia didáctica utilizando Realidad Aumentada

Sesión	Objetivo		Contenidos específicos	Actividad	Material
1	Manejo del software	Aprender el uso del software GeoGebra	Manejo de las herramientas del software de GeoGebra	Inicio: El docente realizará una introducción a ¿Qué es Calculadora 3D GeoGebra?, ¿En qué consiste la realidad aumentada?, ¿Cómo se instala la App?, ¿Cuáles son los requerimientos par poder utilizar Ra con GeoGebra Calculadora 3D?. De igual forma se realizará una pequeña descripción a través del proyector las herramientas que componen a la App.	Dispositivo móvil. GeoGebra Calculadora 3D
				Desarrollo: Desarrollo:Actividad 1. En plenaria se realizará la actividad de exploración del software GeoGebra. Se propone una actividad de exploración del software, en la cual el alumno conocerá la Aplicación de Calculadora 3D Geogebra. El alumno realizará el modelado de diferentes figuras descritas en la Actividad 1 de sus cuaderno de trabajo.	
				Cierre: En pareja los alumnos toman evidencia fotografica de su actividad. De forma grupal concluyen algunas posibles aplicaciones del uso de Realidad Aumentada en la vida diaria.	
2	¿Qué elementos conforman el poliedro?	Identificar las propiedades de los poliedros	Propiedades de los cuerpos geométricos	Inicio: Se retomaran los conocimientos previos de RA. De forma grupal se mencionan ¿Qué es un poliedro? ¿Cuáles son las propiedades de un poliedro?. A partir del video	Dispositivo móvil. GeoGebra Calculadora 3D
				Desarrollo: Actividad 2. El alumno de forma individual, trazará en el suelo con uso de "GeoGebra Calculadora 3D Realidad Aumentada" las figuras indicadas en la Actividad 2 de su cuaderno de trabajo (Triángulo equilátero, cuadrado, rectángulo y hexágono). Posteriormente determinará las propiedades de los poliedros (número de caras, vértices, aristas, ángulos diedros y poliedros y diagonales del poliedro y de las caras.).	
				Cierre: En pares los alumnos compararan los resultados y en plenaria con guía del docente realizaran una definición de las propiedades de los poliedros.	

Sesión	Objetivo		Contenidos específicos	Actividad	Material
3	Clasificación de los poliedros	Clasificar los poliedros regulares e irregulares	Clasificación de los cuerpos geométricos	Inicio: Recuperar del uso de la herramienta anteriormente que diferencias existen entre las figuras realizadas con diferente extrusión	Dispositivo móvil. GeoGebra Calculadora 3D
				Desarrollo: Actividad 3. El alumno identificará las diferencias entre los tres tipos de poliedros (Pirámide, prisma y poliedro regular). Caso 1: El alumno trazará utilizando la realidad aumentada dos polígonos irregulares de 5 lados (el trazo dependerá del alumno). Posteriormente con la herramienta extruir pirámide y extruir prisma (altura de 10 unidades) realizará dicha operación a cada uno respectivamente. Llenar la tabla de la actividad 3 de su cuaderno de trabajo. Caso 2: Realizar el mismo procedimiento que en el caso 1 pero con un polígono irregular de 8 lados.	
				Cierre: Llenar la tabla de la actividad 3 de su cuaderno de trabajo. Realizar una tabla comparativa entre pirámide y prisma	
4					Dispositivo móvil. GeoGebra Calculadora 3D
				Desarrollo: Actividad 4. El alumno de forma individual construirá en realidad aumentada los cinco sólidos platónicos (Tetraedro, Hexaedro, Octaedro, Dodecaedro e Icosaedro).	
				Cierre: Llenar la tabla de Actividad 4 de su cuaderno de trabajo. Discutir en plenaria las características de los sólidos platónicos.	

Durante la sesión tres se pretende que el alumno logre diferenciar las características de los poliedros regulares entre las pirámides y los prismas visualizando diferentes figuras de acuerdo con la instrucción de la Actividad 3 presente en este documento como Anexo 3 del cuadernillo de trabajo.

Para la última sesión programada en la Secuencia Didáctica se le propone al aprendiente construir utilizando los comandos proporcionados por Calculadora 3D GeoGebra e identificar las características de los poliedros regulares conocidos como sólidos platónicos.

2.1.1.3 Fase 3 Experimentación

Consiste en analizar la comprensión que alcanzan los estudiantes sobre las propiedades de los poliedros a través de la herramienta de Realidad Aumentada. El alumno en esta fase será expuesto a la Secuencia Didáctica generada con el fin de lograr el aprendizaje significativo potencializado por la Realidad Aumentada y de esta forma obtener datos tanto de satisfacción por parte de la herramienta propuesta, así como la comparación del uso de RA.

2.1.1.4 Fase 4 Análisis a posteriori

Esta última fase consiste en validar el aprendizaje alcanzado por el aprendiente de las propiedades de los poliedros mediante la confrontación del análisis a priori y posteriori.

La evaluación de los resultados se confronta en el siguiente capítulo, dando paso al análisis de los mismos con el objetivo de corroborar la hipótesis presentada al inicio de este trabajo de tesis.

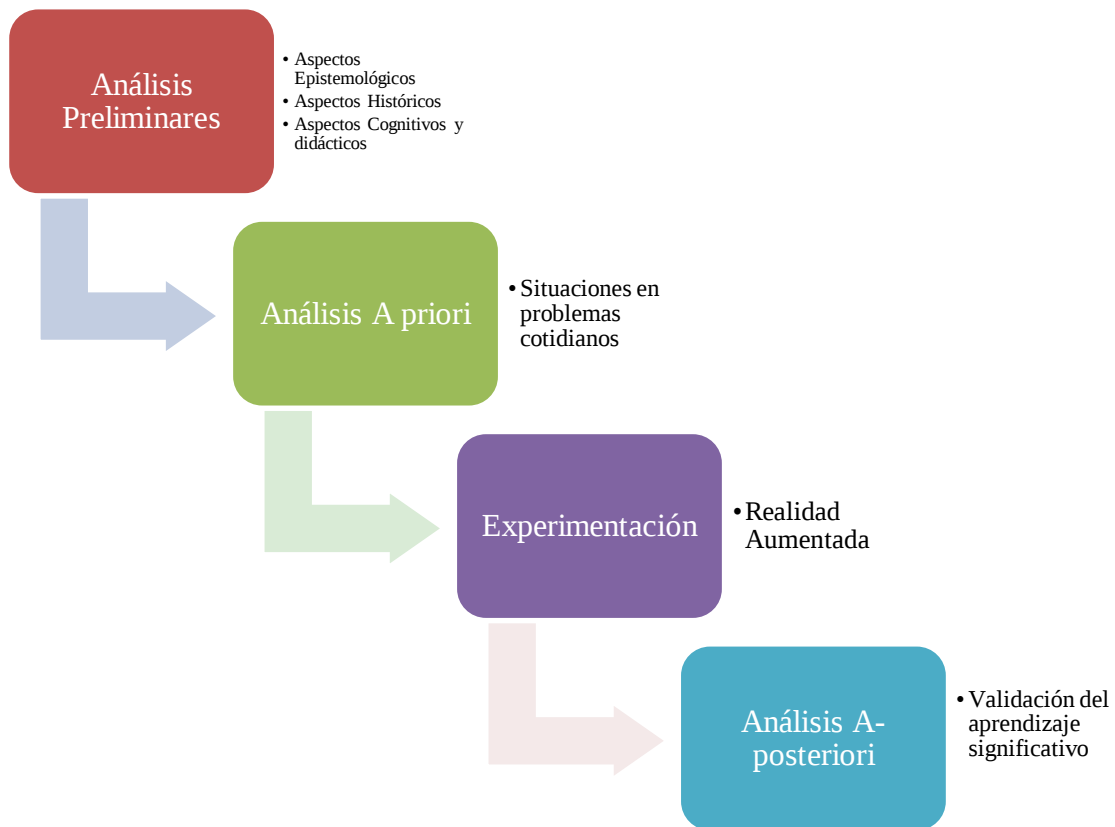


Figura 6 Metodología de Ingeniería Didáctica en la estrategia de RA en el aprendizaje de poliedros regulares

3 CAPÍTULO 3

RESULTADOS

3.1 Resultados del Pretest

El pretest se aplicó a un grupo de 32 alumnos de 4° semestre de bachillerato del Instituto la Paz de Puebla A.C. distribuido en 15 mujeres y 17 hombres con una edad promedio de 16 años.

La prueba consistió en 6 reactivos donde se evaluó el razonamiento geométrico en un espacio de 3D en diferentes categorías: Reactivo 1 y 2 perteneciente al análisis de desarrollo de figuras en 2D a 3D, los reactivos 3 y 4 pertenecen a la manipulación mental de objetos en 3D, el reactivo 5 con tres poliedros regulares corresponde al conocimiento de las propiedades de los poliedros y el reactivo 6 con 4 incisos que pretenden evaluar la medición y magnitud de objetos en 3D. Dicha prueba fue aplicada en un tiempo de 50 minutos en una sesión grupal.

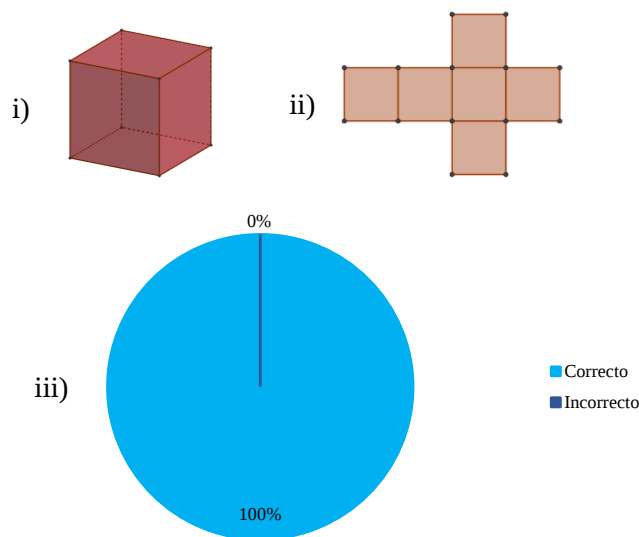


Figura 7 Desarrollo de figuras de 3D a 2D i) reactivo 1, ii) respuesta y iii) resultado de la evaluación del pretest.

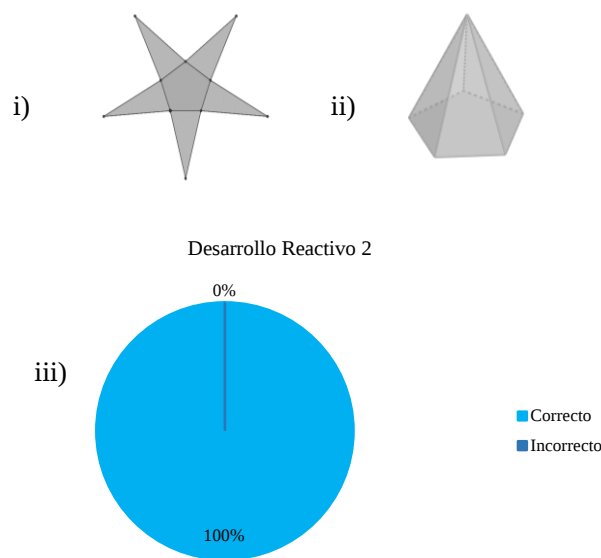


Figura 8 Desarrollo de figuras de 2D a 3D i) reactivo 2, ii) respuesta y iii) resultado de la evaluación del pretest.

En el reactivo 1 y 2 todos los estudiantes respondieron de forma correcta en el desarrollo de la figura pasando de 3D a 2D y viceversa en cada reactivo. Se puede observar en la Figura 7

y Figura 8 que los estudiantes pueden realizar un esquema mental en el cual son capaces de manipular correctamente una figura de 2D a 3D y de 3D a 2D.

Para la manipulación de objetos se identifica una dificultad en la percepción del objeto en 3D y poder visualizar caras planas. El reactivo 3 sugiere al alumno construir, a partir de las caras previsualizadas frontal, lateral y superior una figura en 3D constituida por cubos. En la población evaluada el 78% de los estudiantes logró realizar la manipulación del objeto de forma correcta, tal como se muestra en la Figura 9.

El reactivo 4 consistió en dibujar las vistas lateral, frontal y superior de la figura indicada a través de colores se dividió en 4a, 4b y 4c respectivamente a las vistas, esto con la finalidad de facilitar el análisis al investigador, ya que los alumnos lograron identificar algunas de las vistas. Se observa en la Figura 9 que el 78% de los alumnos logró identificar la vista lateral, y el 63% de la población logró identificar la vista superior, así como la frontal. Se anticipa una conclusión, que una mayoría logró interpretar a través de un dibujo la cara lateral debido a la perspectiva que presenta el objeto en 3D conforme a la visualización del estudiante.

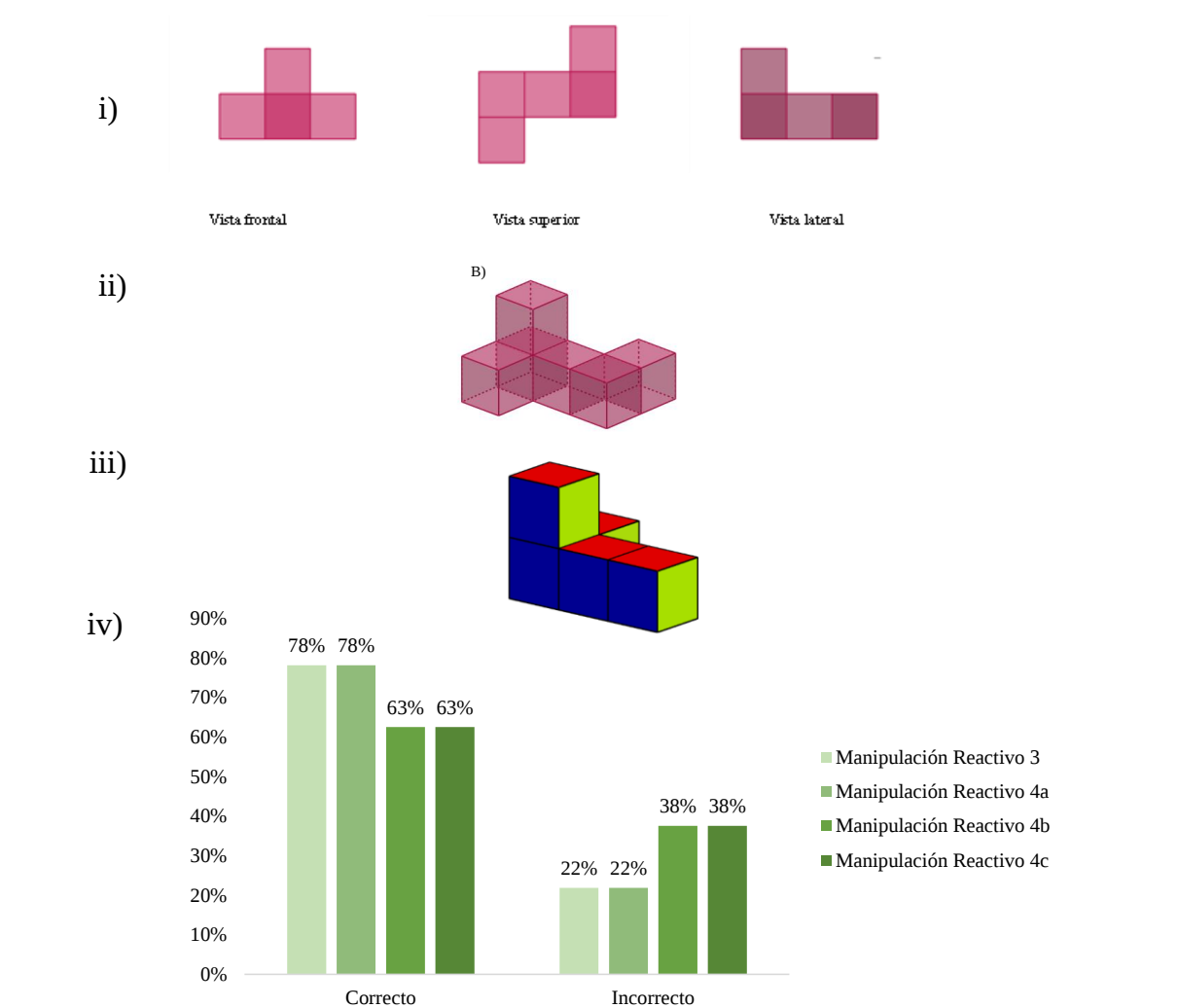


Figura 9 Manipulación de objetos en 3D i) reactivo 3, ii) respuesta correcta del reactivo 2, iii) reactivo 4 y iv) gráfico de resultados de los reactivos 3 y 4.

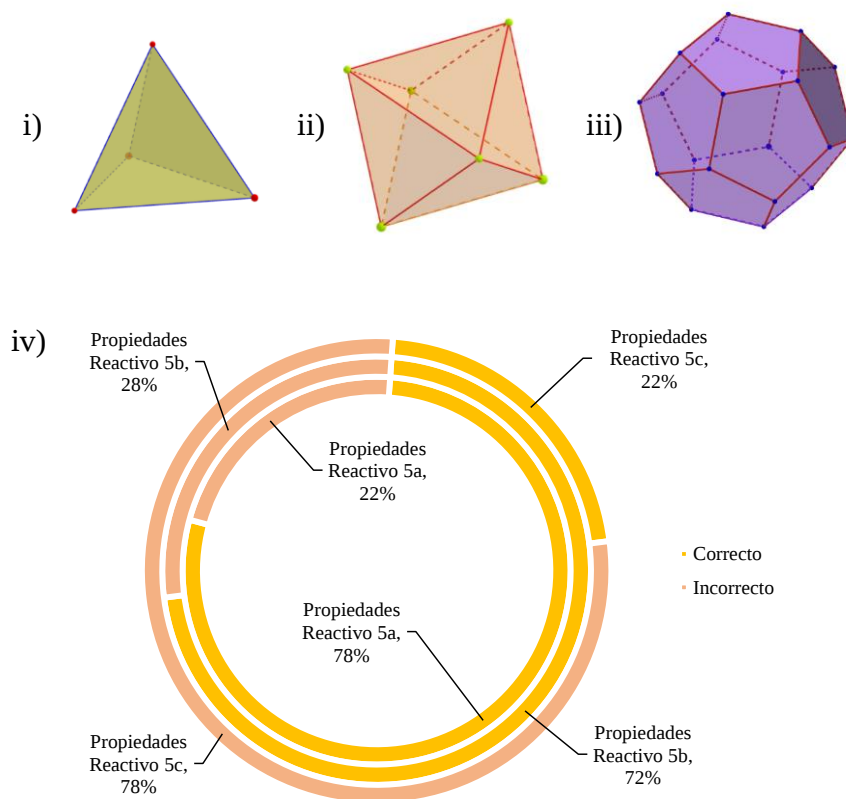


Figura 10 Conocimiento de las propiedades de los poliedros i) reactivo 5a, ii) reactivo 5b, iii) reactivo 5c y iv) gráfica de evaluación del reactivo 5.

En el reactivo 5 se pretende identificar el conocimiento que tiene el estudiante de las propiedades de los poliedros, en particular los conceptos de cara, vértice y arista. Se presentó tal como lo muestra la Figura 10 la evaluación que el 78% logró responder el reactivo correspondiente al tetraedro identificando de forma correcta el número de caras y vértices, el 72% logró determinar el número correcto de vértices y aristas presentes en el octaedro. En el último reactivo correspondiente al dodecaedro se pretende evaluar en una forma más compleja, identificar número de caras, vértices y aristas. Se observó que únicamente el 22% logró realizar la tarea de forma correcta. En una observación inicial se identificaron tres dificultades que pudiesen explicar que los estudiantes no logran realizar la tarea de forma

adecuada y son: 1) el desconocimiento de las propiedades, 2) la confusión entre los conceptos de vértice y arista y 3) la manipulación mental del objeto al lograr identificar los elementos dentro de la profundidad del objeto plasmado de forma bidimensional.

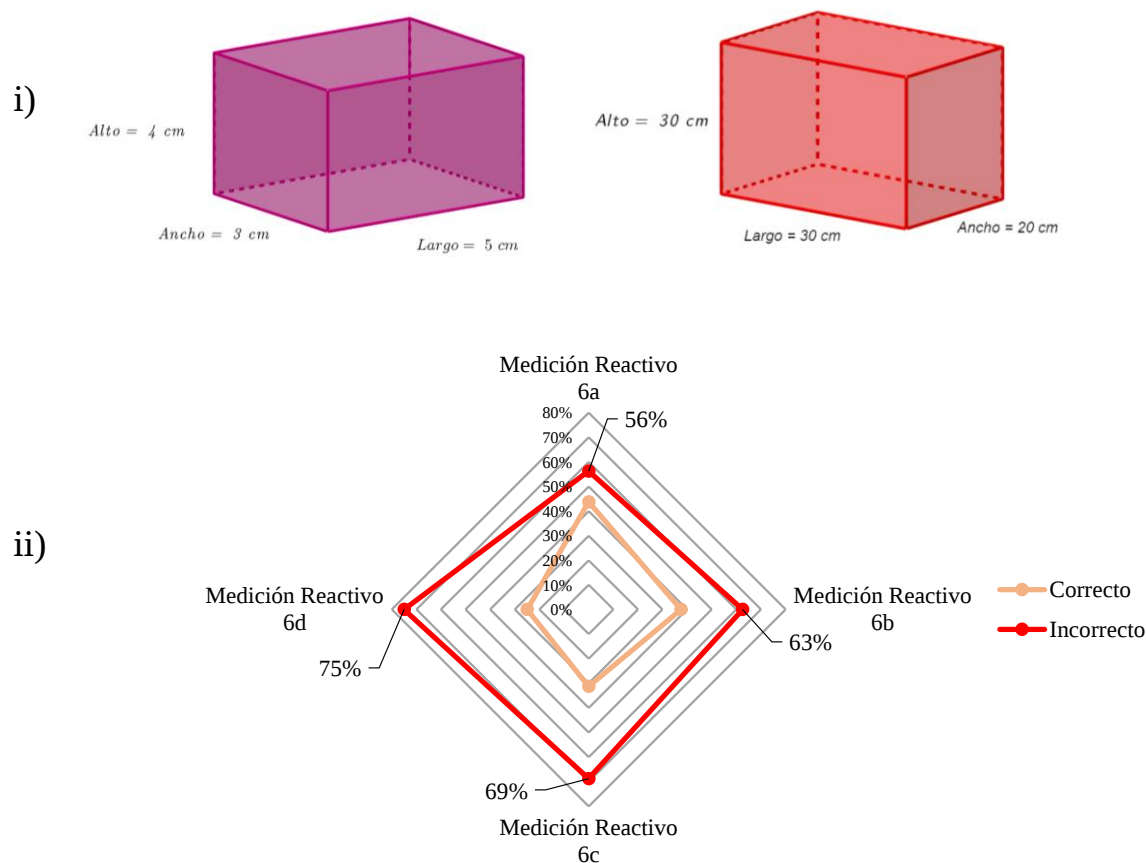


Figura 11 Medición y dimensionamiento de objetos en 3D i) reactivo 6 y ii) resultados del reactivo 6.

El reactivo 6 correspondiente a la medición y magnitud de los objetos tridimensionales se dividió en 4 incisos donde los primeros 2 (6a y 6b) pretenden evaluar la medición de volumen, mientras que el 6c evaluó el volumen como capacidad en un objeto dentro de otro. El 6d evaluó el volumen sobrante de un recipiente. Se observa que un 56% de los alumnos no lograron calcular el volumen de un prisma rectangular, por lo que se especula que no se ha desarrollado la habilidad de dimensionamiento de objetos en 3D. Se observa el mismo

fenómeno en el reactivo 6b donde el 63% no logra calcular el volumen del prisma. Para los siguientes reactivos se observa que solo algunos que lograron resolver los reactivos 6^a y 6b son los que lograron determinar la capacidad de un objeto dentro de otro, así como el volumen ocupado y el volumen libre.

3.2 Análisis de los esquemas mentales

3.2.1 Selección del material audiovisual.

El análisis del material audiovisual consistió en la construcción de los esquemas e interpretaciones de las actividades realizadas por los alumnos. La elección de los videos analizados surge a partir de 3 características:

- 1) El trabajo se realizó utilizando la herramienta de Realidad Aumentada de GeoGebra 3D.
- 2) Los alumnos estuvieron todas las sesiones en la que se trabajó con la herramienta.
- 3) Los alumnos que cumplieron la entrega en tiempo y forma las actividades y situaciones didácticas.

A partir del cumplimiento de dichas características se estableció que solo cierto número de alumnos serían considerados para las actividades.

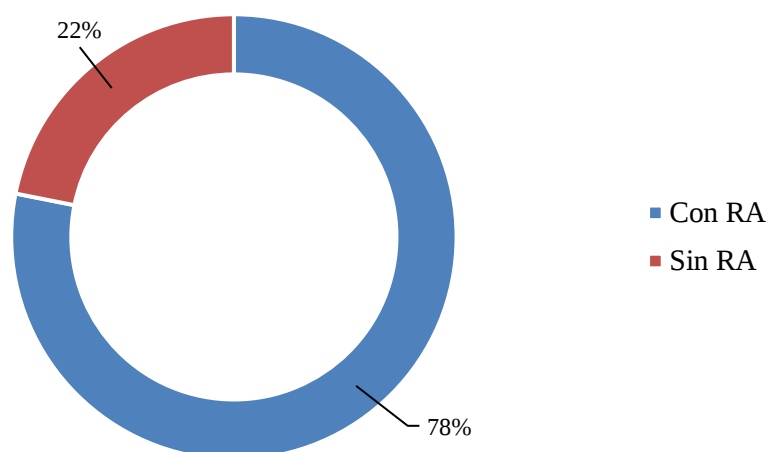


Figura 12 Cantidad de alumnos con la herramienta de RA en su dispositivo móvil

Con respecto a la primera característica citada para la clasificación de la valoración de los alumnos se observó (Figura 12) que un 78% del salón podían utilizar la Realidad Aumentada en sus dispositivos móviles, se presentó un inconveniente ya que no todos los dispositivos podían soportar dicha herramienta, sea por la incompatibilidad o por las versiones de cada dispositivo.

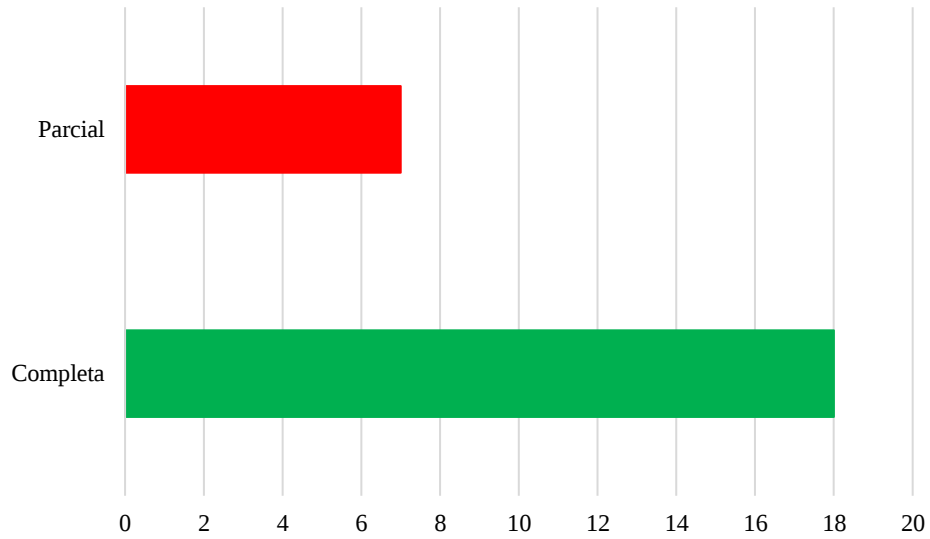


Figura 13 Asistencia de los estudiantes a las sesiones de enseñanza de los poliedros

De los 25 alumnos posibles que podían resolver las actividades utilizando la Realidad Aumentada dentro de su dispositivo móvil, solamente 18 asistieron completamente al 100% de las sesiones programadas. De los 18 alumnos, el 66% entregó todas las actividades diseñadas.

Por evaluación de cada una de las actividades de los doce alumnos que se registraron se seleccionaron tres alumnos, que nos permitieron visualizar de una forma adecuada sus videos. De esta forma los videos seleccionados nos permiten observar de una forma adecuada la manipulación de objetos dentro de la Realidad Aumentada.

3.2.2 Análisis de la situación didáctica 1

La primera sección del cuadernillo de trabajo tiene como objetivo identificar parte del artefacto GeoGebra, mismo que se describió durante las actividades realizadas. Estas actividades se implementaron dentro del aula de tal forma que el alumno con la guía del docente se le permitió la exploración de las herramientas. El proceso de la Instrumentalización donde el alumno incorpora las herramientas del entorno de geometría dinámica a su conocimiento es necesario para completar el esquema de aprendizaje del estudiante. Dichas actividades fueron realizadas dentro del aula en una proyección del dispositivo móvil con la herramienta GeoGebra, siendo posible la observación de los alumnos mientras el docente con apoyo de un alumno seleccionado procedía a la resolución de los ejercicios propuestos.

Posteriormente a los ejercicios establecidos en la secuencia, se procedió a solicitar a los alumnos de forma individual, la resolución de una situación didáctica, que permitiría al estudiante incorporar los conocimientos previos y además la construcción del conocimiento que específicamente se dirige al objeto matemático de los poliedros. Dicha situación didáctica solicita lo siguiente:

“Construye utilizando la Realidad Aumentada un poliedro que tenga 10 caras y un volumen de 75 unidades cubicas. *Recuerda grabar tu proceso del uso de GeoGebra 3D con el objetivo de evaluar tu procedimiento*”.

3.2.2.1 Alumno 1

Se analizó el primer video del estudiante masculino de 16 años. El esquema esperado se muestra en la columna derecha descrita por el docente, mientras que se describe los esquemas en los que el alumno procedió para la resolución del ejercicio.

Tabla 3 Análisis de esquema del alumno 1

Esquema cognitivo del primer estudiante

Esquema esperado	Esquema del estudiante
El alumno logra identificar el número de lados necesarios en el polígono necesarias para construir un poliedro de 10 caras	<i>El estudiante encontró que en un poliedro se tienen dos caras que corresponden a las bases, por lo que procede a dibujar un polígono de 8 aristas.</i>
El alumno lograr construir el poliedro utilizando la RA.	<i>El alumno logra construir un polígono con 8 lados con un área de 36.6 unidades.</i>
El alumno identifica la relación geométrica entre el volumen y la altura del poliedro	<i>Para lograr determinar la altura el alumno divide el volumen de $75/36.6$ obteniendo una altura de 2.04.</i>
El alumno construye correctamente el poliedro con un volumen de 75 unidades	<i>El alumno generó un prisma con área de base de 36.6 unidades y una altura de 2.049 obteniendo un volumen de 75.03 unidades.</i>

Observando detenidamente cada construcción que llevó a cabo durante el proceso, se observa la manipulación del objeto, así como las dificultades que presentó. El estudiante construyó de forma inicial un polígono (Figura 14) a través de 1) la creación de puntos en el espacio xy, 2) la unión de dichos puntos a través de la herramienta de polígono. Al unir los puntos observó que la figura plana no formaba una figura cerrada por lo que, al no poder “extruir la figura”, procedió a eliminar todos los puntos. Durante la unión identificó que en la creación del polígono puede colocar los vértices y formar las aristas, así que adaptó su esquema de construcción a una creación de una figura plana utilizando únicamente la herramienta “polígono”. Este último paso le permitió construir la figura (ver Figura 15).

Para la evaluación final del producto se le solicitó al alumno que identifique los elementos que se han trabajado durante la sesión:

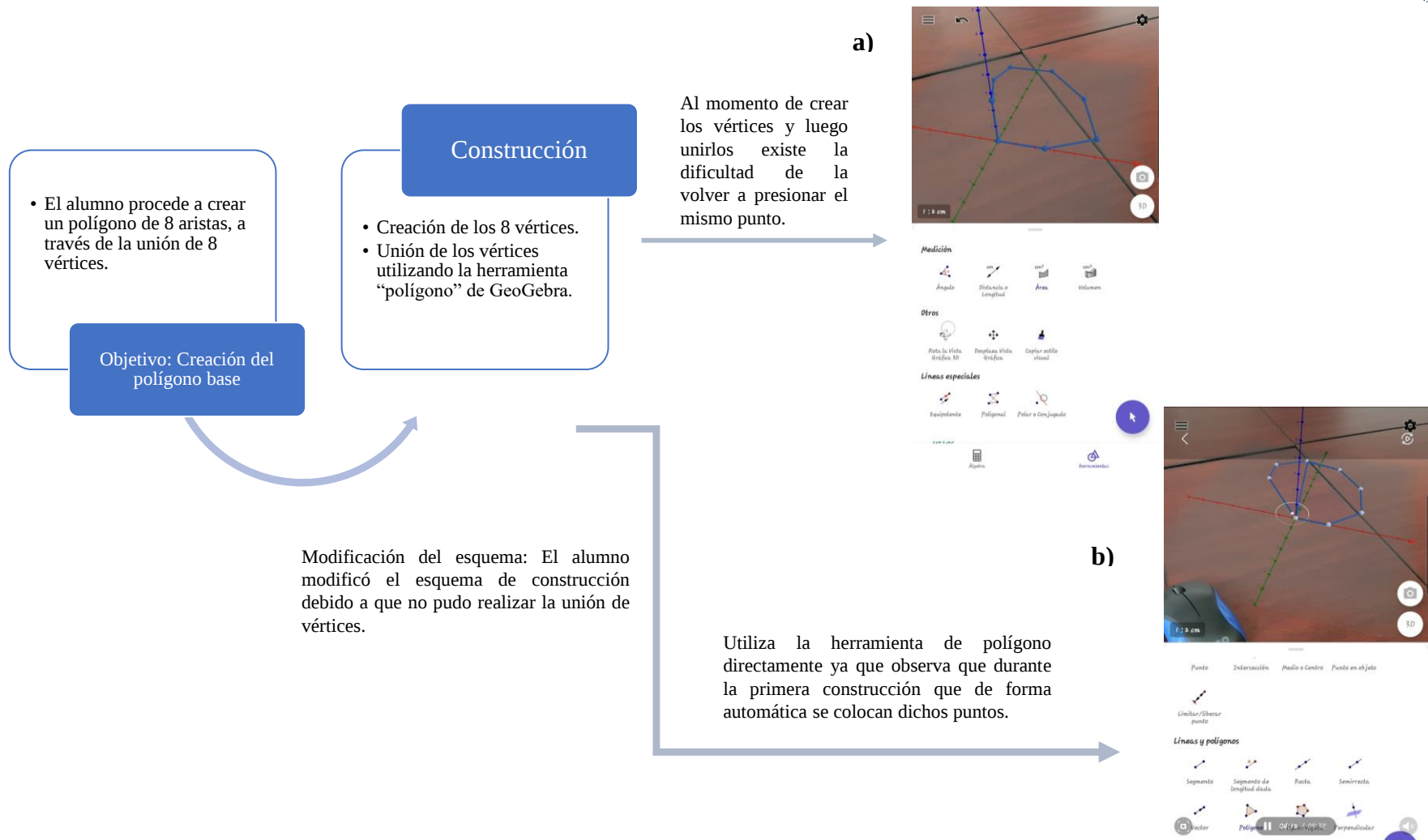


Figura 14 Instrumentación de la construcción de un polígono. a) Dificultad en la unión de vértices y b) adaptación del esquema en un solo paso.

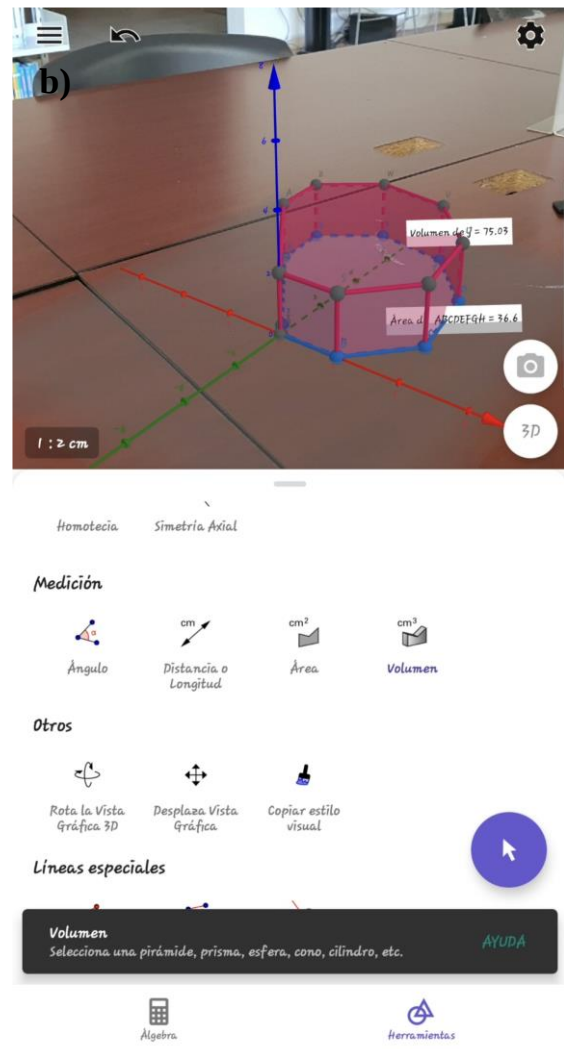
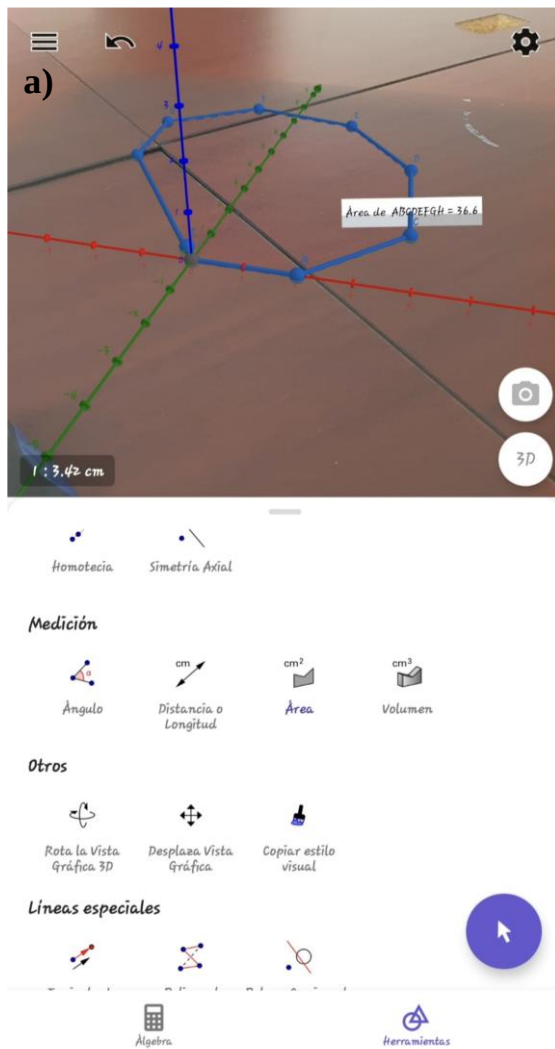


Figura 15 Construcción del alumno 1 a) área del polígono de 36.6 unidades y b) extrusión del prisma con altura de 2.04 unidades.

3.2.2.2 Alumno 2

El estudiante 2 realizó la construcción del poliedro, analizando en primera instancia el número de caras que debía tener el objeto. Al igual que el estudiante anterior identificó que el número de caras debería restarle las caras de las bases obteniendo 8 caras laterales. Dichas

caras laterales corresponden a las aristas del polígono. Procedió a construir el polígono, realizando primero las aristas en el plano XY. Dentro del proceso de construcción utilizando herramienta “polígono” se percató que ubicar las aristas con respecto al polígono, era un poco complejo. Para la creación puntos realizó en muchas ocasiones el acercamiento de objetos, percatándose que, al hacer dicha acción, podía tener una mejor manipulación del objeto (ver Figura 17).

Al lograr construir el polígono base, procedió a determinar el área de 6.31 unidades cuadradas con la herramienta correspondiente a la instrucción (ver Figura 16a). El alumno procede a construir el polígono utilizando la herramienta “extrusión a prisma”, pero antes de ello crea una variable que le permita manipular la altura del polígono. El alumno nombra esta variable como “alturap” de tal forma que utilizando una herramienta llamada “deslizador” le permite manipular un valor dentro de un valor mínimo y máximo con un intervalo de paso. El alumno utilizó en primera instancia el valor “mínimo = 0”, “máximo = 10” con un intervalo de paso de 0.5. Al utilizar la herramienta extrusión selecciona primero el polígono base y posteriormente, en lugar de asignar un valor a la altura, asigna la variable “alturap”. Manipuló de forma libre el deslizador observando que se forma el poliedro, sin embargo, se percató que aún no ha incorporado el volumen de dicho poliedro, por lo que procede a anexar dicha herramienta. Al utilizar el valor máximo de la variable (es decir 10 unidades) observa que no obtiene el valor pedido por la situación didáctica, por lo que procede a aumentar el máximo a 15. Observa que el volumen solicitado por el problema está antes de la altura 12, por lo que procede a disminuir el valor máximo de 15 a 12, por lo que vuelve a manipular con un intervalo de paso de 0.1 (ver Figura 16b). El alumno realizó el cambio de tamaño de paso con el objetivo de obtener valores más cercanos al volumen requerido. Se visualiza que el

alumno concibe la densidad de los números aproximando a valores más cercanos. Los valores que procede a evaluar son 11, 11.5 y 12, observando que entre estos valores se debe encontrar el volumen solicitado. Cambia los valores mínimos a 11, el valor máximo a 12 y el intervalo de paso a 0.01 (ver Figura 16c). Comienza manipulando los valores hasta que obtiene un valor muy cercano a l volumen de 75 unidades. El alumno 2 obtuvo los valores de 74.99 unidades cúbicas con una altura de 11.88 unidades de longitud (ver Figura 16c).

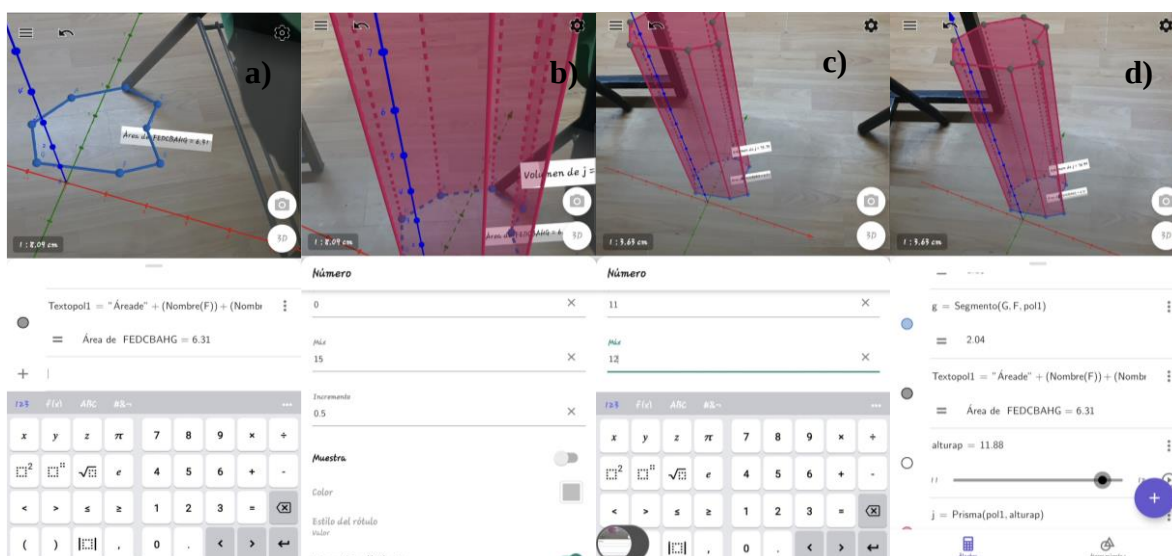


Figura 16 a) Área del polígono, b) mín = 0, máx = 15 e incremento = 0.5, c) mín = 11, máx = 12 e incremento = 0.01 y d) poliedro con volumen de 74.99 unidades cubicas.

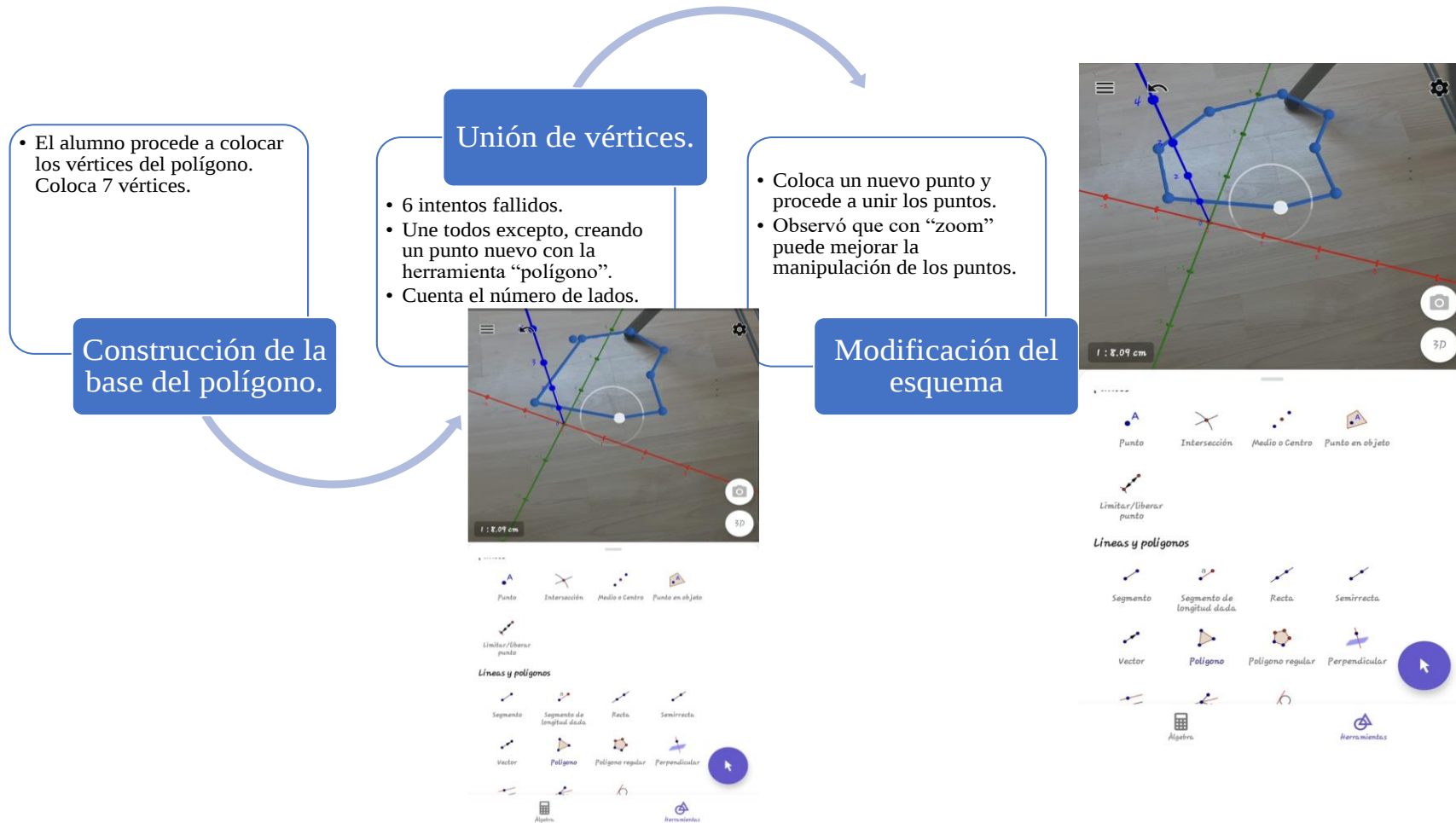


Figura 17 Esquema mental del alumno 2 en la creación del polígono

3.2.2.3 Alumno 3

El alumno tres, al momento de realizar la actividad mostró un razonamiento diferente con respecto a la figura. A diferencia de sus compañeros el alumno no fue capaz de completar la situación didáctica establecida. El estudiante procedió a dibujar los vértices del polígono, dibujando un polígono con 10 lados. Durante este proceso el alumno intentó de diferentes formas unir los puntos, por lo que se desesperó al no poder unir y formar las caras.

El estudiante consideró que las caras de un prisma son únicamente las caras laterales, sin contar con la base inferior y la base superior. Al realizar este procedimiento, el alumno obtuvo un poliedro de 12 caras. El estudiante no identificó que el poliedro contenía dicho número de caras. Dentro de las actividades que realizaba el estudiante únicamente determinó el área del poliedro y el volumen, colocando una altura de 10 unidades. Al no obtener de forma inmediata abandonó el esquema de construcción finalizando la tarea sin poder concluirla.

3.2.3 Situación didáctica 2

En esta sección se pretendió reconocer las pirámides, así como la diferencia entre un poliedro cóncavo y convexo. Dentro de la sesión se reconoció a través de la actividad grupal en conjunto con el docente la construcción de pirámides. El profesor proyectó los ejercicios propuestos en la sección 2 del cuadernillo de trabajo, mientras un alumno lo hacía como referencia al grupo. La situación didáctica final de la sección 2 fue la siguiente:

“Construye una pirámide con volumen de 50 unidades cúbicas con una base cóncava con área de 5 unidades cuadradas”.

El esquema esperado se presenta a continuación:

3.2.3.1 Alumno 1

El análisis de la Génesis instrumental del primer estudiante inicia con la adaptación de las herramientas utilizadas anteriormente, lo cual, dentro de la curva de aprendizaje generada durante el proceso de adaptación de los conocimientos para la realización de diferentes tareas (instrumentación) muestra un avance en el uso de la realidad aumentada. El estudiante procede a realizar un polígono con un área de 5 unidades cuadradas. Dentro de esta tarea se presenta la dificultad de crear el polígono, por lo que el “arrastre” de puntos sobre objetos en la construcción de la figura resulta la clave para la construcción de dicha figura. El estudiante construye un polígono de cuatro vértices en el cual intenta manipular uno de los puntos con el objetivo de encontrar el área deseada. En esta ocasión el estudiante construye una figura con cuatro vértices y un ángulo mayor a 180° . El polígono contiene un punto fijo en el origen (0,0,0) para poder facilitar la manipulación de este, a su vez contiene dos puntos sobre objeto (eje “x” y “y”), los cuales son bastante útiles durante la manipulación para determinar el área de 5 unidades.

Posterior a la construcción de la figura cóncava procede a construir la pirámide, pero en esta ocasión el estudiante explora de forma autónoma la herramienta “pirámide” dentro del instrumento GeoGebra. Descubre que puede seleccionar el polígono formado y a su vez de forma manual coloca un punto. Dada su experiencia anterior sobre el arrastre de puntos sobre objeto, decide colocarlo de forma de prueba el punto sobre el eje “z”. Tiende a girar con el entorno de RA para observar que efectivamente la construcción pertenecía a una pirámide. Este proceso denota la identificación de uno de los elementos esenciales del objeto matemático “la cúspide”, lo cual confirma el conocimiento del estudiante sobre el concepto de pirámide. Al verificar esto, retrocede y borra la figura formada.

El alumno vuelve a utilizar la herramienta “pirámide” y coloca la herramienta “volumen”. Durante este proceso el estudiante observa detenidamente que cuando coloca la herramienta volumen el mismo valor aparece en la “vista algebraica” de la herramienta, a lo cual adapta ese nuevo conocimiento, que es “al construir una figura de forma automática (poliedro) el volumen viene implícito”. El alumno siguió incorporando la herramienta volumen para tener el objeto visual en la vista gráfica de RA. Para poder determinar “arrastra” poco a poco el punto sobre objeto en “eje z” lo cual le permite observar que al subir sobre el eje podía ver un aumento del volumen de la figura, sin embargo, cuando llega al límite del eje observa que si arrastra la “flecha” del eje este crece también. La dificultad que presentó es que el objeto dejaba de ser visible y tenía que realizar movimientos físicos con mayor complejidad. Para poder visualizar el objeto el alumno tiende a realizar un zoom en la RA que le permita manipular y visualizar los elementos del objeto matemático. Dicho movimiento lo llamaremos “encuadre geométrico”.

En el encuadre geométrico el alumno se adapta a que la figura se visualice dentro de la pantalla del móvil, y de esta forma permita un arrastre mucho más adecuado. Uno de los inconvenientes es la manipulación del punto, ya que se hace más pequeño. El alumno logra subir hasta una altura de 10 unidades de longitud, lo que le permite lograr un valor de 49.8 unidades cúbicas, muy aproximado al volumen requerido que sugiere el problema.

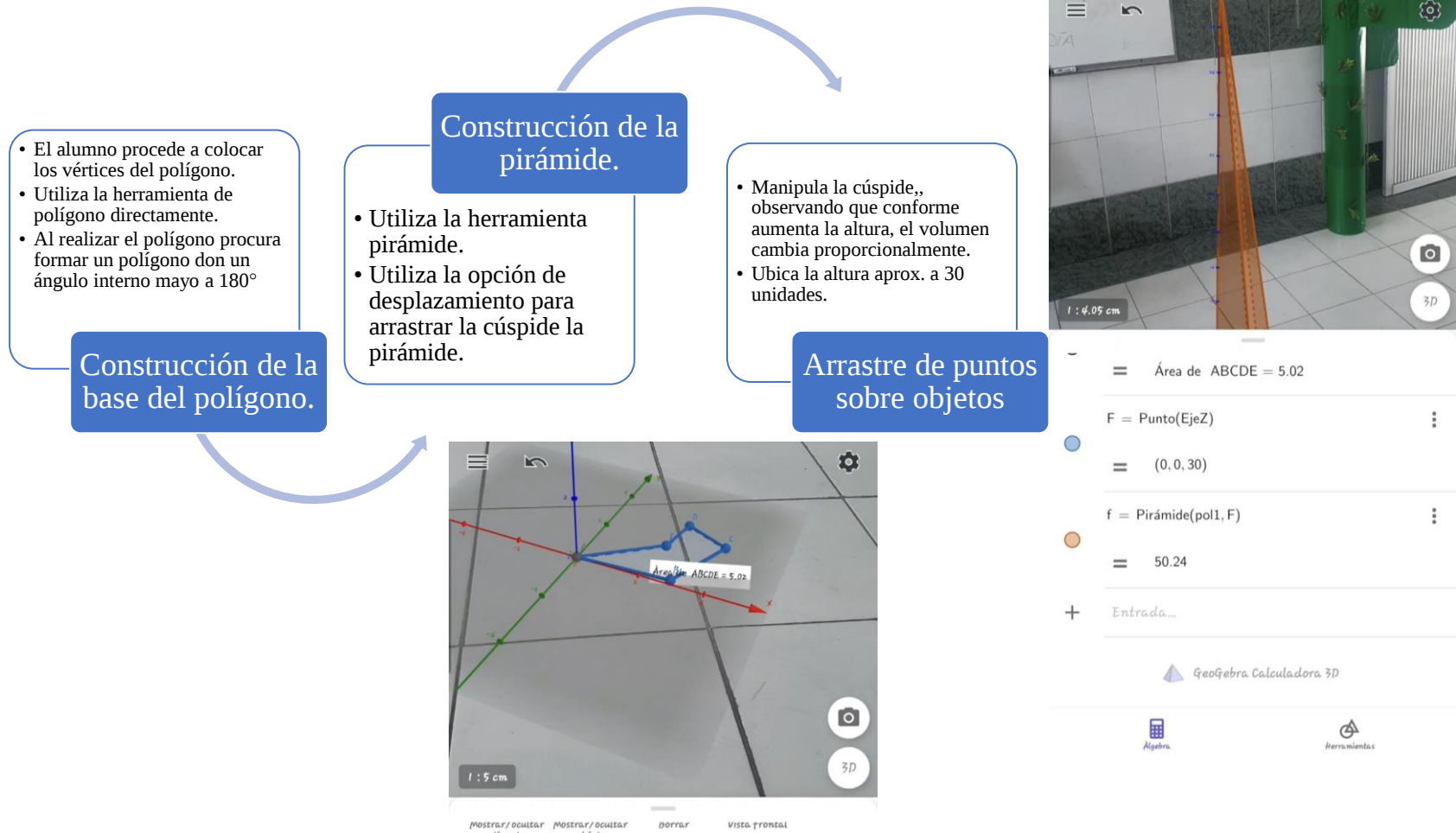


Figura 18 Esquema mental del alumno en la situación 2

3.2.3.2 Alumno 2

El alumno construye un polígono de 5 vértices (5 lados), con un ángulo de 180° . El estudiante manipula los puntos con el objetivo de lograr trazar un polígono de 5 unidades. El valor más aproximado se genera en 4.9 unidades cuadradas. El arrastre de los puntos libres le permite al estudiante adaptar la figura para lograr el objetivo de la tarea

Posteriormente el estudiante genera una pirámide utilizando la herramienta “extrusión pirámide”, donde selecciona el polígono base e incorpora la altura. El estudiante prueba una altura de “10” unidades de longitud, obteniendo el volumen de “16.2” unidades cúbicas. Dado que el valor se encuentra alejado del valor necesario, procede a retroceder para poder quedarse con la figura base. El estudiante vuelve a construir con una altura de “” obteniendo un volumen de “” unidades cuadradas. Dentro del razonamiento que genera procede a buscar la fórmula del volumen de la pirámide, misma que se comentó dentro de las sesiones y procede a determinar la altura de la fórmula y así poder determinar la altura aproximada. El estudiante realiza el despeje y logra determinar el valor de 30 unidades cuadradas. Sin embargo, con el fin de corroborar su “descubrimiento” el estudiante procede a generar la pirámide con una altura de 30 unidades de longitud. El estudiante observó que el cálculo del volumen coincide con el valor generado por la RA. Dentro de las observaciones citadas por el estudiante al docente fueron: 1) “¿la altura es el lado más alto de la pirámide?, 2) Si cambio la forma del área, pero mantengo el mismo tamaño, ¿la altura sigue siendo la misma? y 3) Es lo mismo con un polígono cóncavo que con un convexo. Para poder responder, el profesor menciona que el problema pide volver a realizar el ejercicio con otros dos casos 1) un polígono convexo y un hexágono cóncavo. El estudiante realizó ambos objetos con mayor

facilidad por lo que descubrió que se mantiene la altura y que mientras el área se mantenga igual no será necesario saber si es convexo o cóncavo.



Figura 19 Esquema mental del alumno 2 en la situación 2

3.2.3.3 Alumno 3

El estudiante reforzando en esta última sesión el uso de la herramienta GeoGebra RA, muestra una mejor adaptación de los esquemas mentales que se generan para la resolución de la tarea. El estudiante logra identificar de forma más concreta el concepto de ángulos internos, esto a través de la situación, ya que identifica porque es un cóncavo. El estudiante genero un polígono de 5 lados, siendo todos los vértices puntos libres que le permiten manipular su posición y de esta forma modificar el área que corresponde. Durante la sesión se había ocupado la fórmula de volumen de una pirámide, por lo que procedió a utilizarla para obtener la altura. Dentro de su registro despeja la fórmula para poder obtener la altura, obteniendo un valor de 20 unidades de longitud. Al incorporar el dicho valor como la altura de la pirámide, no obtuvo el valor deseado de 50, si no de 33.33, el alumno procede a revisar sus cálculos, por lo que identifica que el valor correcto para la altura es de 30 unidades.

El alumno construye la pirámide y realiza un recorrido a través de la figura para inspeccionar que efectivamente es una pirámide. Utilizando la herramienta de color, colorea la cúspide para corroborar con certeza que se trata de una pirámide.

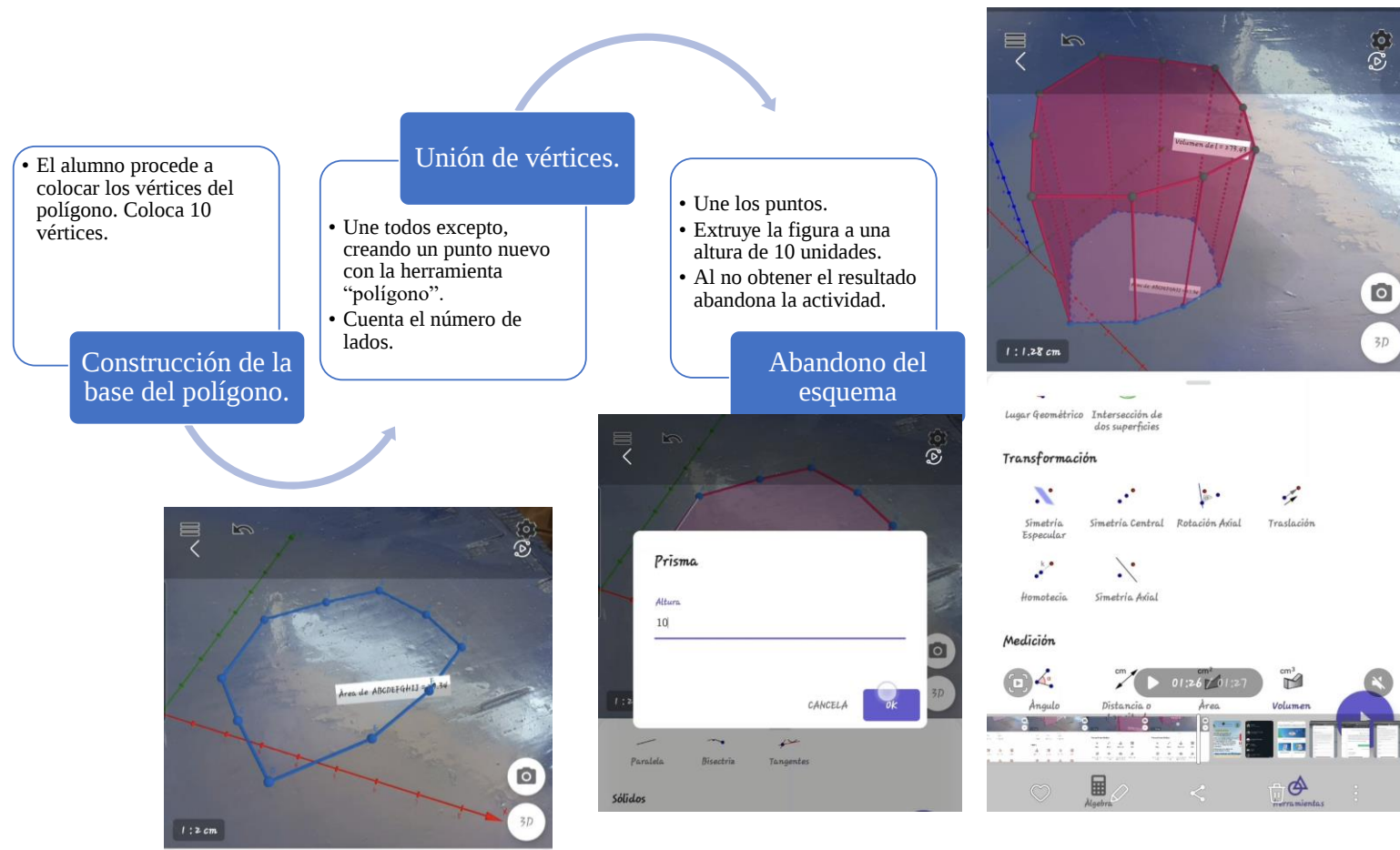


Figura 20 Esquema mental del alumno 3 en la situación 2

3.2.4 Análisis de situación didáctica 3

igualen esta clase al igual que en las anteriores se institucionalizan los conceptos de “poliedros regulares”, así como las propiedades de estos. Los estudiantes con ayuda de la RA identifican una de las propiedades, la cual establece que un poliedro regular, está conformado por un polígono regular.

El objetivo en esta actividad fue trabajar la visualización de los objetos a través de la manipulación del poliedro. La actividad fue la siguiente:

“Relaciona el nombre con las figuras y características correspondientes de los poliedros regulares”.

3.2.4.1 Alumno 1

El alumno realizó en conjunto con el grupo y el docente las figuras del Tetraedro, Dodecaedro e Icosaedro. Para lo que el alumno logró identificar que tiene que construir el polígono regular utilizando la herramienta “polígono regular”, asignando el número de lados que corresponde. El estudiante identificó que para el hexaedro (cubo) tiene un polígono regular de cuatro lados (cuadrado) por lo que procedió a dibujarlo en el plano “xy” con una medida de “5 unidades de longitud”. El estudiante procedió a utilizar el comando “cubo” y seleccionando el polígono. Para facilitar el reconocimiento de los elementos del poliedro el estudiante cambió la propiedad de color del elemento y de esta forma lograr 1) la identificación de este y 2) el conteo de los elementos, de la misma forma que se hizo en las actividades de la sesión. Finalmente, en esta actividad utilizó la herramienta *desarrollo* para

identificar la forma bidimensional del poliedro (desarrollo en 2D) y poder relacionar tal como lo solicita el cuadernillo de trabajo.

De igual forma procedió a realizar el poliedro octaedro. De acuerdo con la tarea identificó que el poliedro tiene 8 caras y son triangulares por lo que procedió a construir un polígono regular (triángulo equilátero de una medida de 6 unidades). Posterior a esto el alumno introdujo el comando “octaedro” y seleccionó el polígono. Al formarse el poliedro el estudiante procedió a identificar los elementos solicitados que son cara, aristas y vértices. Al finalizar seleccionó la herramienta desarrollo para identificar la forma que le corresponde.

3.2.4.2 Alumno 2

En alumno realizó de igual forma las actividades correspondientes a la sección 3 del cuadernillo de trabajo. El estudiante procedió a identificar los poliedros restantes a través de la situación didáctica, que en este caso fueron el hexaedro y el octaedro.

En la construcción del hexaedro el alumno identificó el poliedro base a partir del número de caras del nombre (Hexa = seis). Por análisis se establece que logró identificar que la figura corresponde al cubo y que el polígono base es un cuadrado. Construyó un cuadrado con una longitud de 5 unidades. Posteriormente por deducción de la herramienta incorporó la palabra “cubo” dándose cuenta de que el comando respectivo a ese poliedro ya existía en la App de GeoGebra y que únicamente tendría que seleccionar el poliedro. En la construcción el alumno manipuló los puntos del cuadrado observando que al arrastrar algún punto el poliedro cambia de igual forma.

En la construcción del octaedro, el estudiante comenzó construyendo un triángulo equilátero utilizando la herramienta de polígono regular de tres lados. Construyó un segmento de 10

unidades y posteriormente procedió a realizar la selección del polígono. Inmediatamente de haber construido el polígono, procedió a escribir el comando octaedro, esperando observar una opción para poder elegir el polígono antes formado. Construyó el octaedro. Comenzó a identificar los elementos del poliedro (caras, vértices, y aristas), con el fin de realizar el conteo. Para distinguir cada elemento utilizó diferentes colores con el objetivo de tener un mejor reconocimiento al momento de manipular.

3.2.4.3 Alumno 3

El estudiante realizó las actividades correspondientes al cuadernillo, las cuales implicaban la construcción de poliedros regulares. Dichas actividades las concluyó con éxito, observando una mejor habilidad en el uso de la herramienta GeoGebra RA. Al finalizar las actividades procedió a construir los últimos dos poliedros regulares (hexaedro y octaedro). El estudiante investigó haciendo uso del cuadernillo y de su dispositivo el número de caras y el polígono base para el tetraedro. Dentro de su investigación el estudiante identificó al cuadrado como base, y observando al mismo tiempo que era un cubo, una figura con la que estaba familiarizado. Durante su construcción solicitó la medida del polígono, esperando por parte del docente una medida. El docente procedió a indicarle que el asignara un valor, por lo que procedió a construir un segmento de 5 unidades. Construyó el cuadrado con 5 unidades de longitud. Al finalizar la construcción del polígono procedió a escribir el comando “cubo” y seleccionó el polígono, y de esta forma construyó el hexaedro.

Para la construcción del octaedro procedió de la misma forma, es decir, volvió a investigar cual era el polígono base e identificó que era un triángulo equilátero. Construyó un triángulo con longitud de 3 unidades y posteriormente escribió el comando octaedro y poder así

seleccionar el polígono y formar el octaedro. Procedió a identificar los elementos a través de colorear cada uno de los elementos.

A cada figura procedió a aplicarle la herramienta “desarrollo” con el fin su descomposición de 3D a 2D.

4 CAPÍTULO 4

CONCLUSIONES

El trabajo realizado es una propuesta que permitirá desarrollar una exploración de las nuevas tecnologías, tal como lo es la Realidad Aumentada. Dicha investigación propone una herramienta que se encuentra en exploración en el ámbito educativo pero que se espera tenga un fuerte impacto en el futuro académico e investigativo.

Dentro de las conclusiones que se obtuvieron a partir del análisis de los datos son:

Es posible crear una secuencia didáctica en la disciplina de Pensamiento Matemático dentro del campo de estudio de la Geometría a nivel Medio Superior, mediada por la incorporación de un elemento tecnológico, en este caso la Realidad Aumentada de un entorno de geometría dinámica.

De acuerdo al análisis del pretest es necesario enfatizar el rezago visualizado en las habilidades geométricas dentro del grupo de estudiantes de 3er semestre. Dichas condiciones iniciales muestran la poca adquisición y retención de conocimientos de los alumnos en grados anteriores. Se percibe que dentro de las habilidades con mayor deficiencia se encuentran la de manipulación mental de objetos que involucra la rotación del objeto matemático, lo cual no permite el pensamiento abstracto del elemento, sino que depende de la manipulación física.

Respecto al conocimiento de las propiedades, limitan al estudiante al reconocimiento de poliedros. Dicha limitación evita que el alumno sea capaz de institucionalizar los elementos que conforman a los poliedros y de esta forma el estudiante no pueda clasificarlos.

La habilidad perteneciente a la medición y magnitud de objetos no permite al alumno dimensionar el “tamaño” con base a la longitud, área y volumen. Recordemos que al ser un ser dentro del espacio no le permite ubicarse correctamente dentro de un espacio en un entorno de 3D.

El uso de la Realidad Aumentada se ve limitada por los factores técnicos de los dispositivos móviles, tales como: la versión, la gama, el procesamiento de datos y el tamaño de interacción. Dentro de las condiciones educativas propuestas por las instituciones educativas, siempre se solicita conocer el ambiente académico, lo cual podrá ser útil para evaluar el entorno y de esta forma poder reestructurar la secuencia didáctica con el objetivo de ser aplicada.

Es necesario considerar un estudio más completo para ver la adaptación del docente en el uso de la herramienta. En esta investigación, el investigador fue el docente, por lo que tenía la capacidad de resolver cualquier dificultad con el objetivo de seguir llevando a cabo la investigación. Dada esta premisa se propone realizar la Orquestación Instrumental donde se puedan adaptar los esquemas del docente-no investigador.

Tal como lo menciona Michel Artigue durante el proceso de aprendizaje de un artefacto el sujeto modifica, adapta o abandona un esquema para realizar una tarea. En el proceso del desarrollo de tareas específicas los alumnos fueron capaces de adaptar en muchas ocasiones utilizando diferentes elementos de la App GeoGebra para poder realizar una actividad. La adaptación dependerá en muchas ocasiones, al parecer, de su conocimiento de la herramienta, sin embargo, el alumno no se verá limitado a su conocimiento, sino que le permitirá indagar

e investigar si existe algún elemento que pueda realizar la misma actividad pero que al mismo tiempo le evite una dificultad al momento de usar el instrumento.

Durante la construcción de nuevos esquemas los estudiantes se centran en poder resolver las actividades solicitadas en cada tarea. Es necesario considerar que se concluye que en muchas ocasiones el alumno podrá abandonar la tarea, por lo que será necesario analizar dicho proceso mental, con el fin de establecer qué dificultades presenta y de esta forma concluir si es respecto al conocimiento del tema o de la herramienta. En el caso del alumno 3 que en la primera tarea abandonó el ejercicio y no fue capaz de resolver la tarea, se debía en gran parte a la dificultad de la herramienta, misma que le provocó frustración al momento de manipularla, evitando que pudiese completarla satisfactoriamente.

Se observa también que el aprendizaje en función del tiempo aumenta de forma gradual, en cuanto el alumno se ve acompañado de algún instrumento. Para el uso de GeoGebra, a pesar de tener una interfaz adecuada al usuario, es necesario que el docente presente la funcionalidad de los elementos que la componen, ya que muchas de las funcionalidades dependen del conocimiento del estudiante, así como de las propiedades de los objetos matemáticos.

La manipulación de los elementos permite al estudiante identificar los elementos que componen a los poliedros, tales como contabilizar el número de caras, vértices y aristas. El poder visualizarlo en un entorno virtual que lo relacione con su entorno físico permite al estudiante familiarizarse con la propiedad, debido a que puede compararlo con objetos que reconoce, tales como esquinas, orillas y superficies.

REFERENCIAS

- Acosta, R. S. (2017). *GeoGebra para la enseñanza de las matemáticas — Observatorio | Instituto para el Futuro de la Educación*. <https://observatorio.tec.mx/edu-bits-blog/2017/6/6/geogebra-para-la-enseanza-de-las-matemticas>
- Arteaga Valdés, E., Felipe Medina Mendieta, J., & Luis del Sol Martínez, J. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Revista Conrado*, 15(70), 102–108.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7(3), 245–274. <https://doi.org/10.1023/A:1022103903080>
- Artigue, M. (2020). Didactic Engineering in Mathematic Education. In *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 202–206). https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8_44
- Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., & Gómez, P. (1995). *Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*.
- Ayala Seuthe, E. M., & Portillo Rodriguez, A. (2012). *La evaluación durante el ciclo escolar*. SEP.
- Baez, M. S. C. M. L., & González, A. G. (2016). Realidad Aumentada en dispositivos móviles como herramienta de aprendizaje del sistema solar. *Memorias Del Congreso de Investigación Academia Journals*, 8(1), 1880–1886.
- Brousseau, G. (2014). *Introducción a la Teoría de las Situaciones Didácticas* (1a Edición). Libros del Zorzal.
- Brousseau, G., & Warfield, V. (2020). Didactic Situations in Mathematics Education. In *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 206–213). https://doi.org/10.1057/978-1-137-03122-8_41
- Calderón, D. I., & León Corredor, O. L. (2012). La ingeniería didáctica como metodología de investigación del discurso en el aula. *Lenguaje y Educación: Perspectivas Metodológicas y Teóricas Para Su Estudio*, 71–104.

- Cangas, D., Morga, G., & Rodríguez, J. L. (2019). Geometry teaching experience in virtual reality with NeoTrie VR. *Psychology, Society and Education*, 11(3), 355–366. <https://doi.org/10.25115/psye.v11i3.2270>
- Cerqueira, J., Cleto, B., Moura, J. M., & Sylla, C. (2018). Visualizing platonic solids with augmented reality. *IDC 2018 - Proceedings of the 2018 ACM Conference on Interaction Design and Children*, 489–492. <https://doi.org/10.1145/3202185.3210761>
- Chamorro, M. del C. (2005). Didáctica De Las Matemáticas Para Educación Infantil. In *Colección Didáctica Infantil*.
- Conde-Carmona, R. J., Camacho-Mendoza, L. J., & Samper-Taboada, A. P. (2021). El estudio de propiedades geométricas de poliedros regulares: una propuesta mediada con tecnología digital. *Eco Matemático*, 12(2), 71–86. <https://doi.org/10.22463/17948231.3234>
- D'Amore, B. (2011). *Didáctica de la Matemática* (Segunda ed). Cooperativa Editorial Magisterio.
- Darío, R. (2015). Incidencia de la realidad aumentada sobre el estilo cognitivo : caso para el estudio de las matemáticas. *Educación y Educadores*, 18(1), 27–41. <https://doi.org/10.5294/edu.2015.18.1.2>
- Duval, R. (2006). Quelle sémiotique pour l'analyse de l'activité et des productions mathématiques ? *Relime*, 45–81.
- Flores-Bascuñana, M., Diago, P. D., Villena-Taranilla, R., & Yáñez, D. F. (2020). On augmented reality for the learning of 3D-geometric contents: A preliminary exploratory study with 6-grade primary students. *Education Sciences*, 10(1). <https://doi.org/10.3390/educsci10010004>
- García, S., & López, O. (2008). La enseñanza de la Geometría. In *Educación Matemática* (1a edición, p. 177).
- Godino, J. D., Wilhelmi, M. R., Font, V., & Contreras, A. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación En Matemática Educativa*, 9(1), 117–150.
- Gómez Carmona, J. H., & López Quintero, D. (2016). *Realidad aumentada como herramienta que potencialice el aprendizaje significativo en geometría básica del grado tercero de la institución educativa Instituto Estrada* (Issue August). Universidad Tecnológica de Pereira.

- Gómez Vargas, I., Medel Esquivel, R., & García Salcedo, R. (2018). Realidad Aumentada como herramienta didáctica en geometría 3D. *Latin-American Journal of Physics Education*, ISSN-e 1870-9095, Vol. 12, N°. 4, 2018, 12(4), 3.
- González Sosa, J. V., Gutierrez Carrillo, R. D., & Sandoval Murcia, M. (2017). Desarrollo didáctico con GeoGebra como herramienta para la enseñanza en aplicaciones de mecanismos y diseño de maquinaria dentro de la ingeniería. *MEMORIAS DEL XXIII CONGRESO INTERNACIONAL ANUAL DE LA SOMIM 20 al 22 DE SEPTIEMBRE DE 2017 CUERNAVACA, MORELOS, MÉXICO 1.*, 1–6.
- Guin, D., & Trouche, L. (2002). Mastering by the teacher of the instrumental genesis in CAS environments: necessity of intrumental orchestrations. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 34(5), 204–211. <https://doi.org/10.1007/bf02655823>
- Hernández, F. J. L. (2020). *Realidad Aumentada como andamiaje para la comprensión de la representación gráfica del concepto de función cuadrática en nivel medio superior*. BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA.
- Johnson, L., Levine, A., Smith, R., & Stone, S. (2010). Simple Augmented Reality. In *The 2010 Horizon Report*.
- Lee, K. (2012). How AR Works in Education and Training. *TechTrends*, 56(2), 13–21.
- Montecé-Mosquera, F., Verdesoto-Arguello, A., Montecé-Mosquera, C., & Caicedo-Camposano, C. (2017). Impacto De La Realidad Aumentada En La Educación Del Siglo XXI. *European Scientific Journal, ESJ*, 13(25), 129. <https://doi.org/10.19044/esj.2017.v13n25p129>
- Muñoz Casado, J. L. (n.d.). *Objetos no tan cotidianos – GeoGebra*. Retrieved May 19, 2022, from <https://www.geogebra.org/m/jmcfzd2t>
- Muñoz, J. (2019). Realidad aumentada con GeoGebra. *Suma*, 73–80.
- Murcia, M. (2012). *Tutorial de geogebra: “geogebra apoyo tecnologico para la enseñanza del cálculo”* (pp. 1–139).
- Ovalle Barreto, S. A., & Vásquez Fonseca, J. N. (2020). Realidad aumentada, una herramienta para la motivación en el aprendizaje de la Geometría. *Conrado*, 16(75), 56–60.
- Pittalis, M., & Christou, C. (2010). Types of reasoning in 3D geometry thinking and their relation with spatial ability. *Educational Studies in Mathematics*, 75(2), 191–212. <https://doi.org/10.1007/s10649-010-9251-8>
- Secretaria de Educación Publica. (2018). *Evaluar y planear* (1a edición).

- Siqueira, P. H. (2021). Visualization of Archimedean and Platonic polyhedra using a web environment in Augmented Reality and Virtual Reality. *International Journal for Innovation Education and Research*, 9(11), 1–13. <https://doi.org/10.31686/ijer.vol9.iss11.2441>
- Su, Y. S., Cheng, H. W., & Lai, C. F. (2022). Study of Virtual Reality Immersive Technology Enhanced Mathematics Geometry Learning. *Frontiers in Psychology*, 13. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.760418>
- Vakaliuk, T. A., Shevchuk, L. D., & Shevchuk, B. V. (2020). Possibilities of using AR and VR technologies in teaching mathematics to high school students. *Universal Journal of Educational Research*, 8(11B), 6280–6288. <https://doi.org/10.13189/ujer.2020.082267>
- Vergnaud, G. (2013). Pourquoi la théorie des champs conceptuels? *Infancia y Aprendizaje*, 36(2), 131–161. <https://doi.org/10.1174/021037013806196283>
- Verillon, P., & Rabardel, P. (1995). Cognition and artifacts: A contribution to the study of thought in relation to instrumented activity. *European Journal of Psychology of Education*, 10(1), 77–101. <https://doi.org/10.1007/BF03172796>
- Zatarain-Cabada, R., Barrón-Estrada, M. L., Ibañez-Espiga, M. B., & Uriarte-Portillo, A. (2018). Cuerpos y planos geométricos usando realidad aumentada y computación afectiva. *Research in Computing Science*, 147(8), 203–213. <https://doi.org/10.13053/racs-147-8-15>

5 ANEXOS

Anexo 1 Pretest "Evaluación previa de los poliedros con base en el razonamiento geométrico tridimensional"

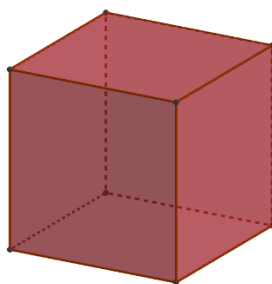
La presente evaluación tiene como objetivo la recopilación de datos, por lo que NO se pretende “calificar” ni “promediar” dicha prueba en su evaluación. Es necesario que respondas los ejercicios que puedas y en caso de que no recuerdes lo puedes dejar en blanco.

Nombre: _____ Fecha: _____

Escuela: _____ Grado y Grupo _____ Edad: _____

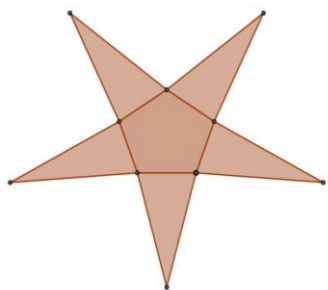
Parte 1. Realiza los siguientes ejercicios sobre poliedros. Encierra la respuesta correcta.

- a) Un estudiante desear realizar una caja de regalo con la siguiente forma:

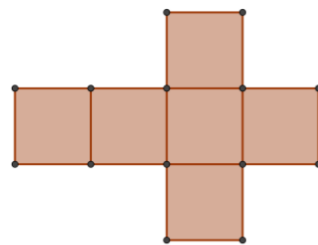


¿Cuál debería ser la forma que debe trazar en su pliego de cartulina, para que al doblar obtenga la figura anterior?

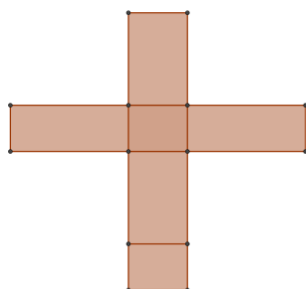
A)



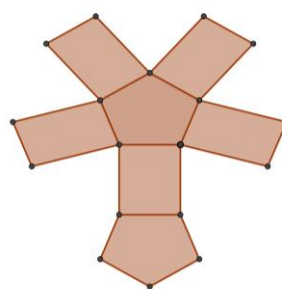
B)



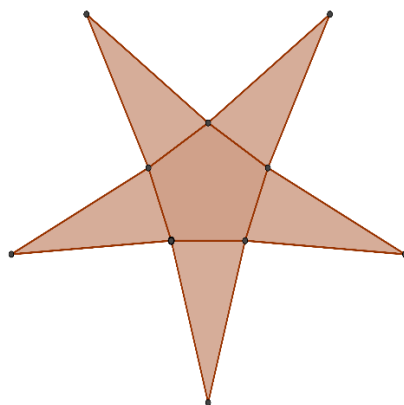
C)



D)

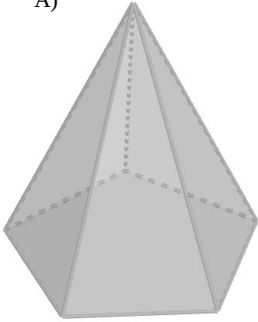


- b) En una dinámica un profesor dejó a sus estudiantes construir un gorro con alguna forma que ellos quisieran. Uno de los alumnos decidió construirla haciendo uso de los poliedros. La figura que trazó es la siguiente:

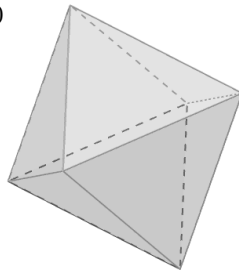


Al realizar los dobleces correspondientes ¿Qué figura obtendrá?

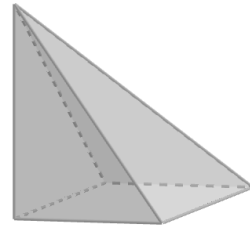
A)



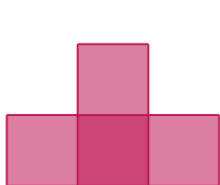
B)



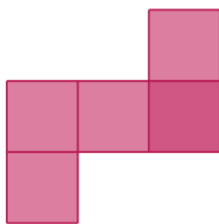
C)



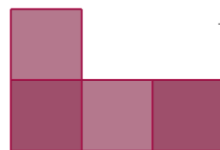
Parte 2. Dadas las siguientes vistas:



Vista frontal



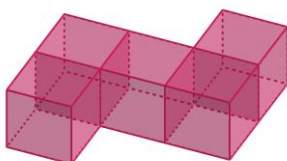
Vista superior



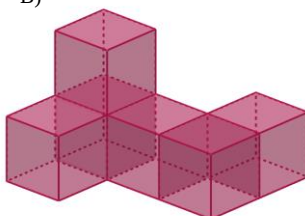
Vista lateral

Identifica la imagen que corresponde a las vistas anteriores.

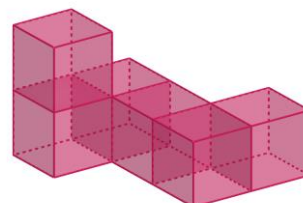
A)



B)

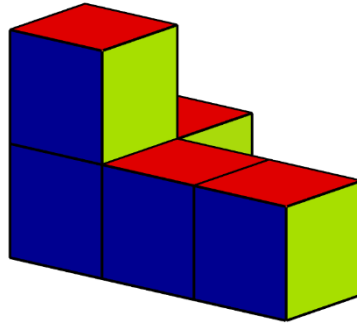


C)



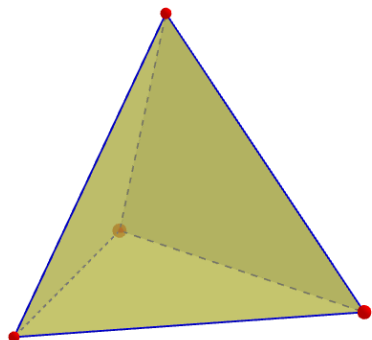
Dibuja las siguientes vistas que se te solicitan de la siguiente figura:

- a) Frontal (Amarillo)
- b) Superior (Morado)
- c) Lateral (Azul)



Parte 3. Dada las siguientes figuras identifica lo que se te solicita:

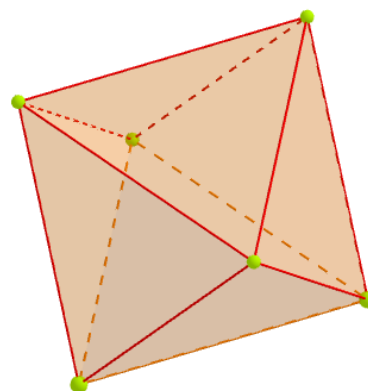
Ejercicio 1



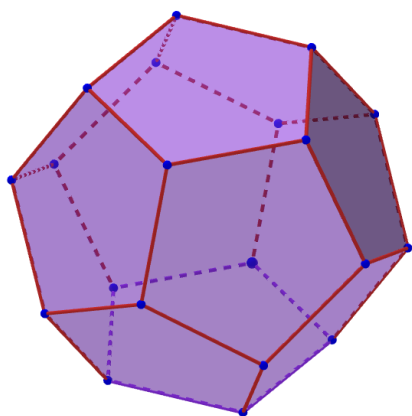
Número de caras	
Número de vértices	

Ejercicio 2

Número de aristas	
Número de vértices	

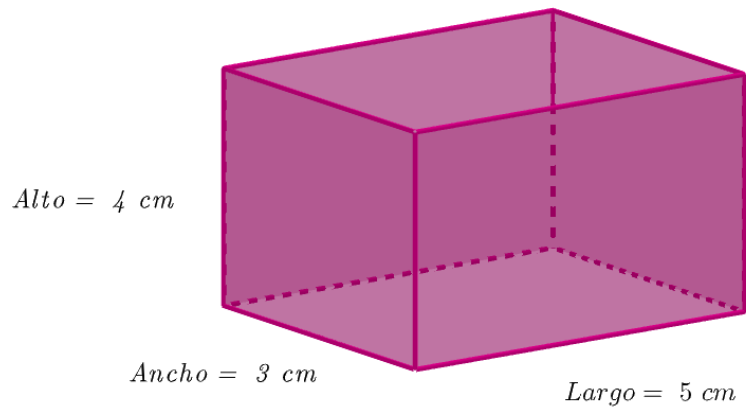


Ejercicio 3

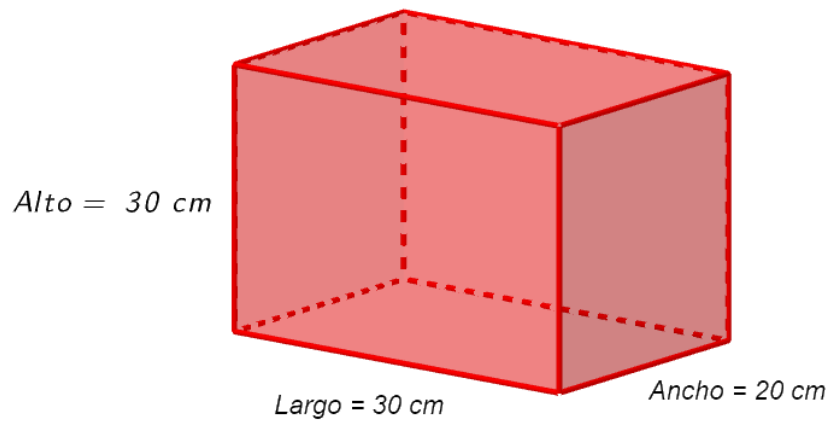


Número de aristas	
Número de vértices	
Número de caras	

Parte 4. Una joyería desea colocar unas cajas de anillos de las siguientes medidas para poder venderlos.



Estas cajas de anillos llegaron a la joyería dentro de una caja de transporte. Si la caja que llegó a la joyería tiene las siguientes medidas.



- a) Calcula lo siguiente:
- El volumen de la caja de anillos.
 - El volumen de la caja de transporte.
 - El número de cajas de anillos que llegaron a la joyería.
 - El espacio vacío dentro de la caja en caso de que exista.

Anexo 2 Cuadernillo de trabajo del estudiante utilizando la Realidad Aumentada.



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Maestría en Enseñanza de las Matemáticas

Cuaderno de Trabajo “Poliedros”

Maestro Alberto Apreza Sies

2022

Alumno: _____

Semestre: _____



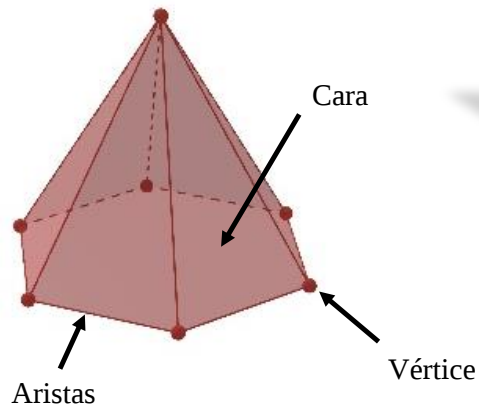
SESIÓN 1



Poliedros

Los poliedros son cuerpos geométricos en tres dimensiones que tienen todas sus caras planas.

Los elementos del poliedro son:



Polígono: Figura geométrica plana compuesta por una secuencia finita de segmentos rectos consecutivos que encierran una región en el plano.

Cara: Superficie plana que delimita al poliedro.

Aristas: El segmento de línea donde se encuentran dos caras

Vértice: Punto donde se interceptan tres o más aristas



CONSTRUCCIÓN DE SEGMENTOS

1



Construye un segmento utilizando la Aplicación de Calculadora 3D GeoGebra para crear un segmento dado dos puntos.

Abre la App Calculadora 3D GeoGebra en tu dispositivo móvil.

Utiliza la función RA (Realidad Aumentada). Ubica un plano de trabajo en la herramienta de RA para posicionar el plano XY.

Sobre el eje x (color rojo) utiliza la herramienta "Punto" y ubica un punto sobre el eje en 2 respecto al origen (A (4,0,0)).

Sobre el eje z (color azul) utiliza la herramienta "Punto" y ubica un punto sobre el eje en 2 respecto al origen (B (0,0,3)).

Utiliza la herramienta "Segmento" une el punto A y B ubicados en el sistema cartesiano.

Utiliza la herramienta "Distancia o longitud" selecciona el segmento formado anteriormente.

Responde las siguientes preguntas.

¿Cuánto mide el segmento formado?

¿Cómo determinarías la distancia del origen al punto A?

¿Cómo determinarías la distancia del origen al punto B?

CONSTRUCCIÓN DE UN POLÍGONO

2



Utiliza la función RA (Realidad Aumentada). Ubica un plano de trabajo en la herramienta de RA para posicionar el plano XY, sobre tu mesa de trabajo.

Ubica tres puntos con las siguientes coordenadas A (0,0,0), B (3,0,0) y C (0,4,0).

Utilizando la herramienta "polígono" une el punto A al punto B, el punto B al punto C y el punto C al punto A.

Determina la distancia de los tres segmentos formados AB, BC y CD.

Utilizando la herramienta "área" selecciona la región comprendida por los 3 puntos

Utilizando la herramienta "ángulo" selecciona el segmento AB y BC.

Utilizando la herramienta "ángulo" selecciona el segmento AB y CA

Utilizando la herramienta "ángulo" selecciona el segmento CB Y CA

Responde las siguientes preguntas

¿Qué figura plana formaste al unir los tres puntos?

¿Cuántos vértices tiene la figura?

¿Cuántas aristas se formaron al unir los puntos?

¿Qué distancia tiene los segmentos formados? AB= BC= CA=

¿Qué área tiene la figura geométrica formada?

¿Qué medidas tienen los ángulos formados? AB= BCA= CAB=

CONSTRUIR UN POLIEDRO

3



Utiliza la función RA (Realidad Aumentada). Ubica un plano de trabajo en la herramienta de RA para posicionar el plano XY, sobre tu mesa de trabajo.

Ubica cinco puntos sobre el plano xy donde tu prefieras A, B, C, D y E

Construye un polígono utilizando como vértices los puntos formados anteriormente.

Utiliza la herramienta “deslizador” para incorporar un valor variable entre 1-15 unidades. Asigna al título del deslizador la letra h.

Utilizado la herramienta "extrusión a prisma" selecciona el polígono formado y agrega una altura de h.

Utiliza la herramienta "Volumen" y selecciona la figura formada.

Responde las siguientes preguntas

¿Cuántos vértices tiene la figura que formaste?

¿Cuántas aristas tiene la figura que formaste?

¿Cuántas caras tiene el objeto extruido?

¿Qué figura plana tienen las caras laterales?

Reflexiona ¿Cuántas caras laterales formaste? ¿De qué dependerá el número de caras formadas?

¿Qué área tiene el polígono que formaste?

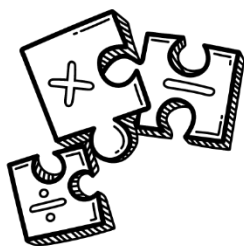
¿Qué área tiene cada una de las caras laterales?

Calcula el área total de la figura

¿Qué volumen se obtuvo de la figura formada cuando $h=5$?

¿Qué volumen se obtuvo de la figura formada cuando $h=10$?

Situación didáctica

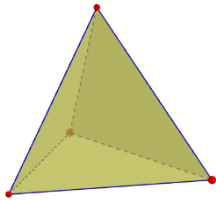
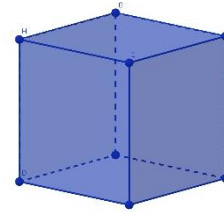


Construye utilizando la Realidad Aumentada un poliedro que tenga 10 caras y un volumen de 75 unidades cubicas.

Recuerda grabar tu proceso del uso de GeoGebra 3D con el objetivo de evaluar tu procedimiento.

SESIÓN 2

Prisma: es un poliedro que tienen dos caras paralelas e iguales llamadas bases y sus caras laterales son paralelogramos.



Pirámide: es un poliedro, constituido por un polígono simple llamado base y triángulos que tienen un único lado que coincide con uno del polígono base; todos los triángulos tienen un vértice común llamado cúspide.



Poliedro convexo

Es aquel donde se cumple que dos de sus puntos siempre pueden unirse mediante un segmento de recta que se mantenga dentro de la figura

Poliedro cóncavo

Es aquel donde para unir al menos dos de sus puntos es imposible trazar un segmento de recta que se encuentre dentro de la figura.

CONSTRUCCIÓN DE PRISMAS

1



Construir un prisma utilizando la herramienta de Realidad Aumentada GeoGebra 3D.

Abre la App Calculadora 3D GeoGebra en tu dispositivo móvil.

Utiliza la función de Realidad Aumentada.

Construye un polígono regular de 6 lados de tal forma que tenga un área de 30 unidades cuadradas.

Utiliza la herramienta de extruir prisma, de tal forma de que obtengas un poliedro con volumen de 105 unidades cubicas.

Responde las siguientes preguntas

¿Cuántas caras tiene el prisma?

¿Cuántas caras laterales tiene el prisma?

¿Cuántos vértices tiene el poliedro?

¿Cuántas aristas tiene el poliedro?

¿Qué relación existe entre el número de caras, aristas y vértices?

CONSTRUCCIÓN DE PIRÁMIDES

2



Construir una pirámide utilizando la herramienta de Realidad Aumentada GeoGebra 3D.

Abre la App Calculadora 3D GeoGebra en tu dispositivo móvil

Utiliza la función de Realidad Aumentada.

Construye un polígono regular de 6 lados de tal forma que tenga un área de 30 unidades cuadradas.

Utiliza la herramienta de extruir prisma, de tal forma de que obtengas un poliedro con volumen de 105 unidades cúbicas.

Responde las siguientes preguntas

¿Cuántas caras tiene la pirámide?

¿Qué forma tienen las caras laterales de la pirámide?

¿Cuántos vértices tiene el poliedro?

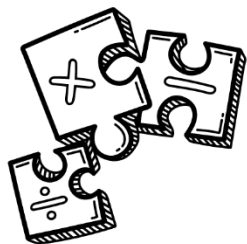
¿Cuántas aristas tiene el poliedro?

¿Qué relación existe entre el número de caras, aristas y vértices?

¿Cuál es el valor de la altura para obtener el volumen de 105 unidades?

CONSTRUCCIÓN DE PRISMAS

3 	Construir un prisma utilizando la herramienta de Realidad Aumentada GeoGebra 3D.
	Abre la App Calculadora 3D GeoGebra en tu dispositivo móvil. Utiliza la función de Realidad Aumentada.
	Construye un polígono uniendo los puntos A (1,1,0), B (1,5,0), C (5,1,0), D (5,3,0), E (3,3,0) y F (5,3,0)
	Genera un prisma con una altura de 8 unidades.
	Responde las siguientes preguntas
	¿Cuántas caras tiene el prisma? ¿Cuántas caras rectangulares tiene el prisma? ¿Cuántos vértices tiene el poliedro? ¿Cuántas aristas tiene el poliedro? ¿Existe la misma relación entre el número de caras, aristas y vértices que en el prisma anterior?



Situación didáctica

Construye una pirámide con volumen de 50 unidades cúbicas con una base cóncava con área de 5 unidades cuadradas. Compara la relación entre el número de caras, aristas y vértices con la pirámide anterior.

SESIÓN 3



Los sólidos platónicos

- Tienen vertices y poligonos regulares como caras.

Platón

- Asignó cuatro de estas formas a los elementos clásicos: hexaedro (tierra), icosaedro (agua) octaedro (aire) y tetraedro (al fuego). El dodecaedro lo asocio al modelo del universo.

Compuesto por poligonos

- Solo son posible cinco poliedros regulares, creados a partir de triángulos equiláteros idénticos, cuadrados o pentagonos regulares.



CONSTRUCCIÓN DE POLIEDROS REGULARES

1



Construir un poliedro regular utilizando la herramienta de Realidad Aumentada GeoGebra 3D.

Abre la App Calculadora 3D GeoGebra en tu dispositivo móvil

Utiliza la función de Realidad Aumentada.

Construye un polígono regular de 3 lados con una longitud de 5 unidades.

Utilizando el comando "Tetraedro (Triángulo equilátero)" en la pestaña de "Álgebra" construye dicha figura.

Responde las siguientes preguntas

Selecciona las caras y cambia a color amarillo todas las caras. ¿Cuántas caras tiene la figura?

Selecciona los vértices y cambia a color azul. ¿Cuántos vértices tiene la figura?

Selecciona las aristas y cambia a color rojo ¿Cuántas aristas tiene la figura?

Utiliza la herramienta "Desarrollo", ¿Qué observas con respecto al poliedro?

CONSTRUCCIÓN DE POLIEDROS REGULARES

2



Construir un poliedro regular utilizando la herramienta de Realidad Aumentada GeoGebra 3D.

Abre la App Calculadora 3D GeoGebra en tu dispositivo móvil.

Utiliza la función de Realidad Aumentada.

Construye un polígono regular de 5 lados con una longitud de 3 unidades.

Utilizando el comando "Dodecaedro (Pentágono Regular)" en la pestaña de "Álgebra" construye dicha figura.

Responde las siguientes preguntas

Selecciona las caras y cambia a color amarillo todas las caras. ¿Cuántas caras tiene la figura?

Selecciona los vértices y cambia a color azul. ¿Cuántos vértices tiene la figura?

Selecciona las aristas y cambia a color rojo ¿Cuántas aristas tiene la figura?

Utiliza la herramienta "Desarrollo", ¿Qué observas con respecto al poliedro?

CONSTRUCCIÓN DE POLIEDROS REGULARES

3



Construir un poliedro regular utilizando la herramienta de Realidad Aumentada GeoGebra 3D.

Abre la App Calculadora 3D GeoGebra en tu dispositivo móvil.

Utiliza la función de Realidad Aumentada.

Utilizando el comando "Icosaedro " en la pestaña de "Álgebra" construye dicha figura.

Responde las siguientes preguntas

¿Qué polígono ocupaste de base para poder crear al poliedro?

Selecciona las caras y cambia a color amarillo todas las caras.

¿Cuántas caras tiene la figura?

Selecciona los vértices y cambia a color azul. ¿Cuántos vértices tiene la figura?

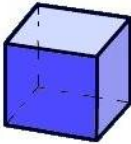
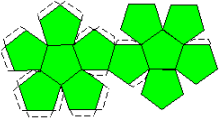
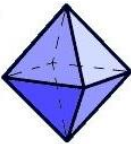
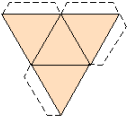
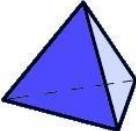
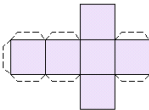
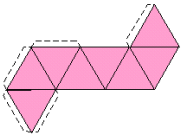
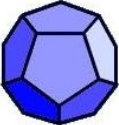
Selecciona las aristas y cambia a color rojo ¿Cuántas aristas tiene la figura?

Utiliza la herramienta "Desarrollo", ¿Qué observas con respecto al poliedro?



Situación didáctica

Relaciona el nombre con las figuras y características correspondientes de los poliedros regulares.

Nombre	Figura	Caras	Vértices	Aristas	Desarrollo
<i>Tetraedro</i>		12	20	12	
<i>Hexaedro</i>		8	6	12	
<i>Octaedro</i>		20	4	30	
<i>Dodecaedro</i>		6	8	6	
<i>Icosaedro</i>		4	12	30	