



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**LA CASA DE MIS SUEÑOS: UNA SITUACIÓN AUTÉNTICA PARA
EL ESTUDIO DE LA SEMEJANZA CON ALUMNOS DE
BACHILLERATO**

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA

LIC. SEBASTIÁN CASTAÑEDA MARTÍNEZ

DIRECTOR DE TESIS

DR. JUAN CARLOS MACÍAS ROMERO

CODIRECTOR DE TESIS

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR

PUEBLA, PUE. MAYO 2023



DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que el C:

SEBASTIÁN CASTAÑEDA MARTÍNEZ

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 29 de noviembre de 2022, con la tesis titulada:

“LA CASA DE MIS SUEÑOS: UNA SITUACIÓN AUTÉNTICA PARA EL ESTUDIO DE LA SEMEJANZA CON ALUMNOS DE BACHILLERATO”

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 19 de mayo de 2023

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
COORDINADORA DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por
brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría.

Becario N° de CVU:221470034

Agradecimientos

A Dios por haber sido fuente de sabiduría y fortaleza en cada etapa de este proceso. Sin su guía y apoyo, habría sido difícil superar los desafíos que se presentaron en el camino hacia la meta.

A mis padres, Marlene Martínez y Aldemar Castañeda, así como a mi hermana, Carolina Castañeda, por brindarme su apoyo incondicional, palabras de aliento y ser un ejemplo para mí. Su presencia y respaldo han sido pilares fundamentales para alcanzar esta importante meta. Sin su confianza y motivación constante, los obstáculos habrían sido insuperables y no habría llegado hasta donde me encuentro ahora. Los amo.

A mi novia Karen Velasco por todo el amor, apoyo y cuidado que me ha brindado durante todo este proceso. Sus enseñanzas, risas y abrazos han sido una fuente constante de inspiración. Gracias, mi amor. Te amo.

A mi director de trabajo de tesis, Juan Carlos Macías Romero, por su apoyo y valiosos aportes en mi formación profesional. Su acompañamiento fue fundamental para alcanzar los objetivos propuestos y su experiencia enriqueció mi desarrollo académico.

A mis sinodales, la Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar, el Dr. Josip Slisko Ignjatov y la Dra. María Araceli Juárez Ramírez, por dedicar su tiempo a revisar mi tesis y por su valiosa contribución en mi trabajo académico.

A la Maestría en Educación Matemática en la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, ya que me ha brindado un amplio panorama de oportunidades y retos para mejorar mi práctica docente. Agradezco profundamente a la maestría y a los docentes que han formado parte de este proceso educativo, por ser mi guía y apoyo a lo largo de mi formación, aportando valiosos conocimientos que me han permitido crecer profesionalmente.

Agradezco a los bachilleratos José Vasconcelos y Digital 171, así como a sus directivos y estudiantes, por brindarme la oportunidad de llevar a cabo la presente investigación.

Índice

Resumen.....	12
Abstract.....	13
Introducción.....	14
Capítulo 1 ASPECTOS GENERALES DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN.....	16
1.1 Planteamiento del problema.....	16
1.2 Objetivos.....	18
1.2.1 Objetivo General.....	18
1.2.2 Objetivos Específicos.....	18
1.3 Pregunta de Investigación.....	19
1.3.1 Preguntas auxiliares.....	19
1.4 Supuestos.....	19
1.5 Justificación.....	20
Capítulo 2 MARCO TEÓRICO.....	23
2.1 Perspectiva Didáctica.....	23
2.1.1 Teoría de Situaciones Auténticas.....	23
2.2 Perspectiva Curricular.....	28
2.2.1 El Plan y Programas de estudio de Bachillerato General Estatal.....	28
2.3 Perspectiva Matemática.....	29
2.3.1 Semejanza.....	30
2.3.2 Semejanza entre figuras.....	30
2.3.3 Razón.....	31
2.3.4 Proporción.....	31
2.3.5 Teorema de Tales.....	32
2.4 Niveles de razonamiento de van hiele.....	32
2.4.1 Nivel 1: reconocimiento o visualización.....	33
2.4.2 Nivel 2: análisis.....	33
Capítulo 3 DISEÑO DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA.....	34
3.1 Método.....	34
3.2 Informantes.....	34
3.3 Procedimiento.....	35

3.4	Diseño.....	36
3.4.1	Cuestionario Inicial – Final.....	36
3.4.2	Propuesta de Aula.....	36
3.4.3	Autenticidad de la propuesta de aula.....	37
3.4.4	Puesta en práctica.....	42
3.4.5	Análisis.....	43
Capítulo 4 ANÁLISIS DE RESULTADOS.....		44
4.1	Resultados y Análisis de Resultados.....	44
4.2	Cuestionario inicial.....	45
4.2.1	Bachillerato Digital 171.....	45
4.2.2	Bachillerato José Vasconcelos.....	68
4.3	Hoja de Trabajo número 1.....	84
4.3.1	Bachillerato Digital 171.....	85
4.3.1	Bachillerato General José Vasconcelos.....	93
4.4	Hoja de trabajo número 2.....	100
4.4.1	Bachillerato Digital 171.....	101
4.4.1	Bachillerato General José Vasconcelos.....	103
4.5	Hoja de trabajo número 3.....	105
4.5.1	Bachillerato Digital 171.....	105
4.5.1	Bachillerato General José Vasconcelos.....	115
4.6	Hoja de trabajo número 4.....	126
4.6.1	Bachillerato Digital 171.....	127
4.6.1	Bachillerato General José Vasconcelos.....	130
4.7	Hoja de trabajo número 5.....	132
4.7.1	Bachillerato Digital 171.....	133
4.7.1	Bachillerato General José Vasconcelos.....	134
4.8	Cuestionario Final.....	136
4.8.1	Bachillerato Digital 171.....	136
4.8.2	Bachillerato General José Vasconcelos.....	138
4.9	Análisis comparativo entre el cuestionario inicial y final.....	140
Capítulo 5 CONCLUSIONES.....		141

5.1 Respuesta a las preguntas de investigación	141
Anexos.....	146
Anexo A: Cuestionario Inicial - Final.....	146
Anexo B: Hoja de trabajo No.1	157
Anexo C: Hoja de trabajo No.2	166
Anexo D: Hoja de trabajo No.3.....	172
Anexo E: Hoja de trabajo No.4.....	176
Anexo F: Hoja de trabajo No.5.....	180
Referencias	183

Índice de tablas

Tabla 1 Los aspectos de situaciones de la vida real que se consideran importantes en la simulación.	24
Tabla 2 Situación. Hojas de trabajo. Problemas y Tareas de la Propuesta de aula	37
Tabla 3 Análisis cuantitativo del cuestionario inicial.....	46
Tabla 4 Pregunta 1 del cuestionario inicial (P1,CI)	47
Tabla 5 Pregunta 2 del cuestionario inicial (P2,CI)	49
Tabla 6 Pregunta 3 del cuestionario inicial (P3, CI)	51
Tabla 7 Pregunta 4 del cuestionario inicial (P4, CI)	52
Tabla 8 Pregunta 5 del cuestionario inicial (P5, CI)	54
Tabla 9 Pregunta 6 del cuestionario inicial (P6, CI)	55
Tabla 10 Pregunta 7 del cuestionario inicial (P7, CI)	56
Tabla 11 Pregunta 8 del cuestionario inicial (P8, CI)	57
Tabla 12 Pregunta 9 del cuestionario inicial (P9, CI)	59
Tabla 13 Pregunta 10 del cuestionario inicial (P10, CI)	60
Tabla 14 Pregunta 11 del cuestionario inicial (P11, CI)	61
Tabla 15 Pregunta 12 del cuestionario inicial (P12, CI)	62
Tabla 16 Pregunta 13 del cuestionario inicial (P13, CI)	64
Tabla 17 Pregunta 14 del cuestionario inicial (P14, CI)	64
Tabla 18 Pregunta 15 del cuestionario inicial (P15, CI)	65
Tabla 19 Preguntas 16, 17, 18 y 19 del cuestionario inicial (P16, P17, P18, P19).....	66
Tabla 20 Análisis cuantitativo del cuestionario inicial.....	68
Tabla 21 Pregunta 1 del cuestionario inicial (P1,CI)	69
Tabla 22 Pregunta 2 del cuestionario inicial (P2,CI)	71
Tabla 23 Pregunta 3 del cuestionario inicial (P3, CI)	72
Tabla 24 Pregunta 4 del cuestionario inicial (P4, CI)	73
Tabla 25 Pregunta 5 del cuestionario inicial (P5, CI)	74
Tabla 26 Pregunta 6 del cuestionario inicial (P6, CI)	75
Tabla 27 Pregunta 7 del cuestionario inicial (P7, CI)	76
Tabla 28 Pregunta 8 del cuestionario inicial (P8, CI)	77
Tabla 29 Pregunta 9 del cuestionario inicial (P9, CI)	78
Tabla 30 Pregunta 10 del cuestionario inicial (P10, CI)	78
Tabla 31 Pregunta 11 del cuestionario inicial (P11, CI)	80
Tabla 32 Pregunta 12 del cuestionario inicial (P12, CI)	80
Tabla 33 Pregunta 13 del cuestionario inicial (P13, CI)	81
Tabla 34 Pregunta 14 y 15 del cuestionario inicial (P14, P15 CI)	81
Tabla 35 Preguntas 16, 17, 18 y 19 del cuestionario inicial (P16, P17, P18, P19)	82
Tabla 36 Pregunta 2b de la hoja de trabajo 1 (P2b,H1).....	89
Tabla 37 Pregunta 4 de la hoja de trabajo 1 (P4,H1).....	91

Tabla 38 Pregunta 2 de la hoja de trabajo No. 3 (P2,H3).....	106
Tabla 39 Pregunta 3 de la hoja de trabajo No. 3 (P3,H3).....	107
Tabla 40 Pregunta 4 de la hoja de trabajo No. 3 (P4,H3).....	108
Tabla 41 Pregunta 5 de la hoja de trabajo No. 3 (P5,H3).....	109
Tabla 42 Pregunta 6 de la hoja de trabajo No. 3 (P6,H3).....	110
Tabla 43 Pregunta 7, y 8 de la hoja de trabajo No. 3 (P7y P8, H3)	111
Tabla 44 Pregunta 2 de la hoja de trabajo No. 3 (P2,H3).....	116
Tabla 45 Pregunta 3 de la hoja de trabajo No. 3 (P3,H3).....	117
Tabla 46 Pregunta 4 de la hoja de trabajo No. 3 (P4, H3).....	118
Tabla 47 Pregunta 5 de la hoja de trabajo No. 3 (P5,H3).....	118
Tabla 48 Pregunta 6 de la hoja de trabajo No. 3 (P6,H3).....	119
Tabla 49 Pregunta 7 de la hoja de trabajo No. 3 (P7, H3).....	120
Tabla 50 Pregunta 8 de la hoja de trabajo No. 3 (P8, H3).....	123
Tabla 51 Análisis cuantitativo del cuestionario final.	136
Tabla 52 Análisis cuantitativo del cuestionario final.	138

Índice de figuras

Figura 1 Transformación de semejanza.	31
Figura 2 Teorema de Tales.....	32
Figura 3 Fases de la investigación.....	35
Figura 4 Respuesta del estudiante ED5.....	48
Figura 5 Respuesta del estudiante ED3.....	50
Figura 6 Respuesta del estudiante ED6.....	50
Figura 7 Porcentajes de respuestas en nivel 2 de Van Hiele.....	67
Figura 8 Respuesta del estudiante EG6.....	70
Figura 9 Respuesta del estudiante EG2.....	70
Figura 10 Porcentaje de estudiantes con nivel 2 de Van Hiele en el cuestionario inicial.....	83
Figura 11 Midiendo las dimensiones del rectángulo y triángulo.	86
Figura 12 Construyendo el rectángulo y el triángulo.....	87
Figura 13 Respuesta del estudiante ED1.....	88
Figura 14 Respuesta del estudiante ED7.....	89
Figura 15 Porcentajes de estudiantes categorizados en un nivel de Van Hiele.....	93
Figura 16 Midiendo con regla escolar.....	95
Figura 17 Construyendo el rectángulo y el cuadrado.....	96
Figura 18 Gráfico de porcentajes de la hoja de trabajo No. 1.....	100
Figura 19 Plano de la casa del estudiante ED3.	102
Figura 20 Plano del estudiante ED5.....	102
Figura 21 Plano del estudiante EG3.....	104
Figura 22 Construcción del plano de la mansión del estudiante E10.....	113
Figura 23 Construcción del plano circular del estudiante ED7.....	113
Figura 24 Estudiante E4 realizando la construcción de las ventanas.....	114
Figura 25 Construcción de la maqueta de 2 plantas del estudiante E10.....	114
Figura 26 Construcción de la maqueta del estudiante ED9.....	115
Figura 27 Respuesta del estudiante EG8.....	116
Figura 28 Respuesta del estudiante EG5.....	120
Figura 29 Plano del estudiante EG1 con dimensiones 8 cm x 15 cm.....	121
Figura 30 Plano del estudiante EG5 con dimensiones 10 cm x 12 cm.....	122
Figura 31 Maqueta a escala 1:75 del estudiante EG1.	124
Figura 32 Maqueta a escala 1:50 del estudiante EG4.	125
Figura 33 Maqueta a escala 1:20 del estudiante EG5.	126
Figura 34 Representación a escala del estudiante ED5.....	127
Figura 35 Construcción del estudiante ED3.....	128
Figura 36 Construcción del estudiante ED8.....	129
Figura 37 Construcción estudiante ED10.....	129

Figura 38 Representación a escala del estudiante EG1.....	130
Figura 39 Construcción del estudiante EG4.....	131
Figura 40 Construcción del estudiante EG6.....	132
Figura 41 Construcción del estudiante ED5.....	133
Figura 42 Construcción del estudiante ED6.....	134
Figura 43 Construcción del estudiante EG1.....	135
Figura 44 Construcción del estudiante EG3.....	135
Figura 45 Porcentajes de respuestas en nivel 2 de Van Hiele.....	137
Figura 46 Porcentajes de respuestas en nivel 2 de Van Hiele.....	139

Resumen

Este trabajo de investigación tiene como propósito favorecer un acercamiento al pensamiento geométrico con base en la situación auténtica “La casa de mis sueños” mediante la resolución de tareas auténticas y el concepto de semejanza, en un grupo de estudiantes de Bachillerato del estado de Puebla. Se presenta el diseño y puesta en práctica de una situación auténtica que integra aspectos didácticos desde la perspectiva de Palm, curriculares desde el programa de estudio del bachillerato general estatal y disciplinares respecto a los conceptos geométricos. En este estudio se muestra cómo los estudiantes pudieron desarrollar su pensamiento geométrico al llevar a cabo las actividades propuestas, mejorando la comprensión del concepto de semejanza.

Palabras claves: La casa de mis sueños, Tareas auténticas, Semejanza, Escala, Área y perímetro, Pensamiento geométrico.

Abstract

The purpose of this research work is to favor an approach to geometric thinking based on the authentic situation "The house of my dreams" through the resolution of authentic tasks and the concept of similarity, in a group of high school students from the state of Puebla. The design and implementation of an authentic situation that integrates didactic aspects from the perspective of Palm, curricular aspects from the study program of the state general high school and disciplinary aspects regarding geometric concepts is presented. This study shows how students were able to develop their geometric thinking by carrying out the proposed activities, improving their understanding of the concept of similarity.

Keywords: The house of my dreams, Authentic tasks, Similarity, Scale, Area and perimeter, Geometric thinking.

Introducción

La presente investigación se inscribe en la Línea de investigación en Desarrollo del Conocimiento Didáctico del Contenido, del Programa Maestría en Educación Matemática, de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

Este trabajo de Investigación surge como una motivación para favorecer un acercamiento al desarrollo del pensamiento geométrico, en estudiantes de Bachillerato General Estatal (BGE, 2018), del estado de Puebla, a través del concepto de semejanza por medio de una propuesta de aula basada en la resolución de una situación auténtica.

Para esta propuesta, se toman en consideración algunos de los referentes conceptuales que se mencionan a lo largo de este trabajo, tales como Palm (2006), Nolasco y Velásquez (2013) y Bachillerato General Estatal (BGE, 2018). Estos referentes van a permitir la construcción y consolidación de la propuesta de aula, ya que en primer lugar desde lo didáctico se busca establecer la autenticidad de la situación: “La Casa de Mis Sueños”. Desde la perspectiva curricular se logra evidenciar la resolución de tareas auténticas como un proceso que permite construir y desarrollar significativamente el pensamiento geométrico de los estudiantes. Por último, la perspectiva matemática define los conceptos que se utilizaron en la construcción de la propuesta de aula.

Respecto a la organización del trabajo de tesis, se realiza de la siguiente manera: en el primer capítulo se presenta la problemática, los objetivos, la justificación. Ahora bien, la problemática se basa en algunas dificultades y errores que reportan distintas investigaciones en los últimos años, respecto a la enseñanza y aprendizaje de la geometría, específicamente el concepto de semejanza, y la importancia de afrontar dichas dificultades a través de un acercamiento a conceptos y procesos significativos desde la resolución de una situación auténtica.

En el segundo capítulo se expone el marco teórico, el cual documenta la problemática y es la base para el diseño de la propuesta de aula. El cual, se organiza en cuatro perspectivas de análisis: la Perspectiva Didáctica, Curricular y Matemática. En la primera perspectiva se sitúa la Teoría de Situaciones auténticas de Palm (2006) como eje fundamental para el desarrollo significativo de

conceptos matemáticos. La segunda se aborda desde el Bachillerato General Estatal (BGE, 2018). En la tercera perspectiva se referencian algunos conceptos matemáticos que emergen en el diseño de la propuesta de aula, donde el foco principal es la semejanza. Por último, la cognitiva desde los niveles de razonamiento de Van Hiele mencionados en Usiskin, 1982. (Reconocimiento, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor).

En el tercer capítulo se presenta la estructura de la propuesta de aula, se describe el método, la población y la implementación de la propuesta, lo anterior, se realiza con el propósito de caracterizar algunos desarrollos conceptuales y procedimentales al resolver una situación auténtica, en estudiantes de Bachillerato General Estatal (BGE,2018).

En el cuarto capítulo del trabajo, se presentan los resultados y análisis de resultados de los datos recolectados por medio del cuestionario inicial y las hojas de trabajo. Además, se presentan las comparaciones del cuestionario inicial y final y un análisis de cada una de las preguntas de las hojas de trabajo. Por último, en el quinto capítulo se presentan las respuestas a las preguntas de investigación.

Capítulo 1

ASPECTOS GENERALES DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

En esta sección se abordan los aspectos generales que estructuran el trabajo de investigación, para lo cual se expone la problemática que se fundamenta en algunas dificultades y tratamientos registrados en distintas investigaciones en torno al aprendizaje de la semejanza en geometría, además de la importancia de la resolución de situaciones auténticas como un proceso fundamental para potenciar un aprendizaje significativo en el estudiante. Así mismo, se encuentran los objetivos de este trabajo de investigación, tanto general como específicos, que permitieron esclarecer las metas a alcanzar. También se expone la justificación que sustenta la importancia de abordar dicha problemática, y por último se reportan algunos antecedentes que tienen como objeto de estudio el aprendizaje y concepto de semejanza, las tareas auténticas, en diferentes niveles de escolaridad, los cuales están encaminados con nuestro objeto de estudio y por lo tanto aportan significativamente al desarrollo de la problemática.

1.1 Planteamiento del problema

Investigaciones realizadas en el campo de la educación matemática (Abrate, Delgado y Pochulu, 2006; Báez e Iglesias, 2007; Brousseau, 1989; Goncalves, 2007; Gamboa y Ballester, 2010; Socas, 1997; Socas, 2007.) evidencian las dificultades en la enseñanza y aprendizaje de la matemática escolar. Las dificultades que enfrentan los estudiantes parecen manifestarse en la falta de comprensión y función de este conocimiento, lo cual se comprueba en errores conceptuales y procedimentales, que no permiten a los estudiantes analizar fenómenos matemáticos, interpretar resultados, resolver problemas relacionados con la vida cotidiana, las otras áreas, o en la matemática en sí.

Para Socas (1997), los errores en el aprendizaje de las matemáticas pueden originarse a partir de ciertas dificultades que categoriza en cinco grupos, los cuales son, dificultades asociadas a la complejidad de los objetos matemáticos, dificultades asociadas a los procesos del pensamiento matemático, dificultades asociadas a los procesos de enseñanza desarrollados para el aprendizaje de las matemáticas, dificultades asociadas a los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos y dificultades asociadas a las actitudes afectivas y emocionales hacia las matemáticas.

Por su parte, Báez e Iglesias (2007) mencionan que, a nivel de educación básica, la enseñanza de las matemáticas es compleja, especialmente la enseñanza y el aprendizaje de la geometría se presentan dificultades, porque a veces los docentes no poseen el contenido geométrico previsto en el plan de estudio o tienen una comprensión limitada de los contenidos geométricos y por esto pueden generar creencias en las cuales el desarrollo de la geometría hace énfasis en usar fórmulas y calcular el área.

Por lo anterior, es que en algunas ocasiones a pesar de nuevas estrategias que apuntan al desarrollo significativo del pensamiento geométrico en muchas ocasiones se hace más efectivo enseñar geometría mediante el reconocimiento de figuras y de representarlos en una hoja. Y en ocasiones estos conceptos al ser abstractos no permiten que los estudiantes puedan utilizar este conocimiento. Por esto, es menester que se proporcionen ejemplos reales o en contexto que permita el entendimiento de los conceptos (Goncalves, 2007).

Además, los recursos que poseen los docentes para la enseñanza de la geometría son limitados es por esto por lo que se enseña de forma tradicional, en la cual se presenta en los libros de texto, los cuales pueden producir un efecto en los contenidos geométricos y como enseñarlos (Abrate et al., 2006).

Ahora bien, la enseñanza de la geometría debe permitir que los estudiantes comprendan los conceptos que se están presentando, por esto es de gran importancia las situaciones reales que les sean como ejemplo para la comprensión de estos conceptos abstractos. Por esto, es necesario diseñar e implementar nuevas estrategias o teorías que permitan enseñar conceptos geométricos que sean significativos para los estudiantes (Gamboa y Ballester, 2010).

Se han realizado gran cantidad de investigaciones que buscan implementar diferentes métodos para que se produzca en los estudiantes un aprendizaje significativo de la geometría. El interés de algunos de estos investigadores reside en los resultados obtenidos a través de diversas evaluaciones internacionales de estudiantes, como la prueba PISA, en la cual se evalúa, en particular, la capacidad para resolver problemas matemáticos, algunos de ellos geométricos. Esta prueba en matemáticas evidencia que México está por debajo del promedio de los países miembros de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE, 2015).

Esta propuesta está basada en la teoría de situaciones auténticas para el estudio de conceptos geométricos, en particular el de semejanza. La intención es cambiar la visión de la enseñanza de la geometría tradicional a la enseñanza de la geometría aplicada en contextos reales. Esto permite al estudiante construir activamente su aprendizaje a través de la resolución de situaciones que lo implican a él como persona y como parte de su comunidad. De esta forma, el estudiante ya no tiene sólo que estudiar figuras geométricas o sustituir en fórmulas y realizar ejercicios de forma mecánica si no que utiliza los conceptos para crear representaciones de contexto real.

Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente, se plantean los siguientes objetivos y preguntas de investigación.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo General

Favorecer un acercamiento al desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de primer y tercer semestre de bachillerato, a través del concepto de semejanza, mediante la resolución de una situación auténtica.

1.2.2 Objetivos Específicos

- Diseñar una propuesta de aula para la resolución de una situación auténtica como alternativa para la enseñanza de la semejanza.

- Identificar los avances y dificultades presentados por un grupo de estudiantes de primer y tercer semestre de bachillerato en el proceso de solución de una situación auténtica.
- Consolidar el concepto de semejanza mediante la resolución de una situación auténtica en estudiantes de tercer semestre de bachillerato.

1.3 Pregunta de Investigación

¿Cómo se puede favorecer el aprendizaje del concepto de semejanza, a partir de la implementación de una propuesta de aula basada en la perspectiva de situaciones auténticas en estudiantes de primer y tercer semestre de bachillerato?

1.3.1 Preguntas auxiliares

- ¿Cómo diseñar una propuesta de aula que contemple la resolución de una situación auténtica como alternativa para la enseñanza de la semejanza?
- ¿Qué factores permiten o no la implementación de la propuesta de aula “la casa de mis sueños” en un grupo de estudiantes de primer y tercer semestre de bachillerato?
- ¿Cuáles son los errores que cometen los estudiantes al resolver situaciones que implican el estudio de la semejanza?

1.4 Supuestos

- La resolución de situaciones auténticas permite un acercamiento significativo al desarrollo del pensamiento geométrico en estudiantes de bachillerato, por medio del concepto de semejanza.

- La comprensión de las situaciones permite que los estudiantes analicen las relaciones que se presentan entre las magnitudes, desarrollando el pensamiento geométrico.
- Esta situación permitirá que los estudiantes establezcan una relación entre lo que aprenden en la escuela y lo que pueden aplicar en su vida, además de vislumbrar la construcción ideal de su casa con el fin de mejorar su proyecto de vida.

1.5 Justificación

En los últimos años se han realizado diversas investigaciones en el campo de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría que documentan las dificultades presentes en los estudiantes. Así mismo, presentan diferentes alternativas para introducir de manera significativa a los estudiantes en este campo (Abrate et al., 2006; Báez e Iglesias, 2007; Goncalves, 2007; Gamboa y Ballesteros 2010).

A pesar de los diferentes aportes que se han hecho, se reconoce que muchas de esas dificultades registradas aún permanecen y siguen vigentes en las aulas de las instituciones escolares. Por esta razón, proyectos como éste aportan a la documentación existente y generan pautas específicas para el desarrollo de conceptos geométricos.

En este trabajo de investigación, se presenta una propuesta de aula que permite que el estudiante se aproxime al concepto de semejanza, de tal forma que use sus conocimientos previos, y a partir de estos desarrolle su pensamiento geométrico, por medio de las relaciones entre medidas.

Por lo anterior, se presenta un gran interés en las situaciones auténticas, al ser una teoría importante, que permite por medio de la reflexión y la ejemplificación de problemas de la vida cotidiana de los estudiantes, la construcción de los conceptos matemáticos y la relación entre ellos.

De igual forma, la semejanza presenta un interés apremiante, debido a que en principio jugaron un papel importante en el nacimiento y desarrollo posterior de la geometría, puede decirse que es un foco prioritario en el estudio de la geometría en las aulas su campo de aplicación es

inmenso y por eso hay gran número de investigadores dedicados a su estudio. Además, permiten expresar relaciones entre dos magnitudes, ayudan a desarrollar la capacidad creativa del intelecto y a resolver situaciones de la vida cotidiana con mayor precisión.

Se puede sustentar además la relevancia del presente trabajo de investigación, con la importancia que se le da a los procesos geométricos y a la teoría de situaciones auténticas en los documentos oficiales, como el Plan y Programas de estudio (BGE, 2018) y Programa de Estudio Matemáticas Semestre III, que determinan y orientan la educación, es decir, son mediadores en la construcción global del currículo institucional de Puebla.

El Plan y Programas de estudio (BGE, 2018), plantea que la presentación de situaciones o problemas que se presenta por medio de simulaciones auténticas, o emulaciones próximas a la realidad cuando se aplica a un área de conocimiento, es significativo, ya que los estudiantes pueden presentar dificultades al momento de resolver estas situaciones, sin embargo, a su vez permite varios caminos en cuanto a la resolución y promueve el desarrollo del pensamiento matemático.

Análogamente, el Programa de Estudio Matemática, plantea varias situaciones que permiten el desarrollo de conceptos matemáticos, que a su vez permiten un desarrollo crítico y significativo en cuanto a los conceptos abordados pues se puede analizar desde situaciones que viven los estudiantes.

Es una realidad que durante varios años escolares predomina el pensamiento aritmético en los estudiantes, motivo suficiente para hacer uso de esos conocimientos previos al adquirir uno nuevo, pero la realidad es otra, debido a que muchos profesores empiezan desde cero para abordar la enseñanza de la geometría, tal vez porque en muchos casos es lo que conocen y saben hacer, pero como consecuencia se presentan tantas dificultades.

Cabe resaltar, que el diseño de la propuesta de aula contribuye a cambiar la forma tradicional de enseñanza, (definición, ejemplo, ejercicio). Por ello, se pretende propiciar en los estudiantes una forma activa y autónoma de aprender, desarrollar estrategias para afrontar

individual y colectivamente situaciones auténticas, sin que se dejen de aprender nuevos conceptos, lo cual aporta significativamente a sustentar la importancia del presente trabajo de investigación.

En consecuencia, esta investigación pretende contribuir a docentes interesados en este campo y a la formación de los estudiantes objeto de estudio, con el fin de aportar estrategias que permitan una aproximación significativa a la propuesta de “la casa de mis sueños” por medio de la teoría de situaciones auténticas a través del concepto de semejanza, dado que, a partir de las limitaciones que tengan los estudiantes en ciertos conceptos, hay que crear recursos que contribuyan a la superación de estos. Además, la propuesta que se presenta podrá ser adaptada e implementada por docentes que busquen alternativas pertinentes para la enseñanza de la semejanza, que promueva el deseo de los estudiantes al imaginar la casa que quieran construir en su futuro.

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

En esta sección se proponen las perspectivas didáctica, curricular y matemática para consolidar y fundamentar algunos referentes conceptuales que sustentan la problemática planteada, el diseño de la propuesta de aula y análisis de los resultados obtenidos de su implementación, en estudiantes de bachillerato. En la primera perspectiva se sitúa la teoría de las Situaciones Auténticas, teniendo esta como eje central desde un enfoque metodológico para el desarrollo de la propuesta de aula. La segunda se aborda desde el mapa curricular de Puebla, específicamente el Bachillerato General Estatal (BGE,2018). En la tercera perspectiva, se referencian algunos conceptos matemáticos que emergen en el diseño de la propuesta de aula, donde el foco principal es el concepto de semejanza. Finalmente, en la cuarta se mencionan los niveles de razonamiento de Van Hiele mencionados en Usiskin, 1982. (Reconocimiento y análisis)

2.1 Perspectiva Didáctica

En esta perspectiva se expone la teoría de situaciones auténticas propuesta por Palm (2006), como una teoría que permite un acercamiento y desarrollo significativo de conceptos matemáticos. Por lo anterior es importante determinar qué tipo de situaciones se abordarán en el diseño e implementación de la propuesta de aula, con el objetivo de proporcionar un acercamiento adecuado en el desarrollo del pensamiento geométrico.

2.1.1 Teoría de Situaciones Auténticas

La Teoría de Situaciones Auténticas propuesta por Palm (2006) es una teoría que se puede utilizar para analizar y diseñar problemas verbales enmarcados en situaciones o contextos reales, con el objetivo que los estudiantes encuentren un significado matemático en otros contextos como lo son en otras disciplinas o en su entorno social. Pues se ha observado que, al realizar simulaciones sobre situaciones reales, es significativo para los estudiantes en cuanto a la diversidad de soluciones que pueden tener y como desarrollar el pensamiento matemático.

A continuación, se presentan los aspectos que propone Palm (2006) para analizar el problema que se va a simular desde la realidad.

Tabla 1

Los aspectos de situaciones de la vida real que se consideran importantes en la simulación.

A. Evento	F. Circunstancias
B. Pregunta	F1. Disponibilidad de externos herramientas
	F2. Dirección
	F3. Consulta y colaboración
C. Información/datos	F4. Oportunidades de discusión
C1. Existencia	F5. Tiempo
C2. Realismo	F6. Consecuencias de la solución de éxito de la
C3. Especificidad	tarea
	(o fracaso).
D. Presentación	
D1. Modo	G. Requisitos de la solución
D2. Uso del lenguaje	
E. Estrategias de solución	H. Propósito
E1. Disponibilidad	H1. Propósito en el contexto figurativo
E2. Experiencia plausible	H2. Propósito en el contexto social

Nota: Tomada y traducida de Palm (2006). Elaboración propia.

Los aspectos mencionados anteriormente, se pueden definir según Palm (2006) así:

- A. Evento: Este aspecto se refiere al evento descrito en la tarea, es decir, que es necesario que en la situación o en la simulación de una tarea en un contexto de la vida cotidiana, se aproxime a un evento que haya sucedido o que sea muy probable que suceda en los contextos diarios de un estudiante.
- B. Pregunta: Este aspecto se refiere a la concordancia entre la asignación impartida en la tarea y en una situación extraescolar correspondiente. En este sentido, la pregunta en la tarea

escolar tendría que plantearse en la realidad, y así podría plantearse en el evento de la vida real descrito, siendo un prerrequisito que exista una correspondencia en la situación de la vida real y, por lo tanto, también para el diseño de la simulación.

C. Información/datos: Este aspecto se refiere a la información y a los datos en la tarea, los valores proporcionados, modelos y condiciones dadas se consideren reales con cierto grado de fidelidad y específicas. Lo anterior hace referencia a tres sub-aspectos siguientes:

C1. Existencia: Este sub-aspecto se refiere a la existencia de información proporcionada directamente o que pueda obtenerse en la solución a un problema. Las diferencias en la información entre la situación de la escuela y la situación simulada a menudo conducen a diferencias entre las actividades matemáticas realizadas en las dos situaciones.

C2. Realismo: Este sub-aspecto se refiere a la información existente en una simulación de este aspecto, con un razonable grado de fidelidad, números y valores indicados son realistas en el sentido de la naturaleza o muy aproximado de los valores correspondientes y los valores de la simulación.

C3. Especificidad. Este sub-aspecto se refiere a la relación en la especificidad de la información disponible en la situación escolar y la situación simulada. Esta relación es importante para que el alumno pueda resolver la situación en el contexto escolar y fuera de él. La descripción de la tarea que describe una situación específica en que los sujetos, objetos y lugares en el contexto simulado son concretos, y pueden ayudar a proporcionar evidencia de situaciones reales en las que las matemáticas de la escuela son útiles.

D. Presentación. El aspecto de la presentación de tareas se refiere a la forma en que la tarea se transmite o comunica a los estudiantes. Se divide en dos sub-aspectos.

D1. Modo. Este sub-aspecto se refiere al modo en que se trasmite la tarea, es decir, cuando el problema se comunica a los estudiantes ya sea en forma oral o escrita. Además, si la

información se presenta en diferentes representaciones como: diagramas, tablas, dibujos o textuales.

D2. Uso del lenguaje. Este sub-aspecto hace referencia a la estructura de la oración, la terminología, y la cantidad de lenguaje utilizado cuando se presenta la situación de trabajo.

E. Estrategias de solución. Para simular una situación, se debe incluir el papel y el propósito de alguien que resuelve la tarea, es decir, que la simulación debe permitir y promover que los estudiantes identifiquen su rol y solucionen las tareas. Este aspecto se divide en dos sub-aspectos:

E1. Disponibilidad. Este sub-aspecto se refiere a la coincidencia en las estrategias de solución disponibles para los estudiantes que resuelven las tareas escolares y las disponibles para las personas descritas en la simulación del problema. Lo que permite a los estudiantes un desarrollo del pensamiento pues pueden utilizar sus conocimientos escolares y de la vida cotidiana.

E2. Experiencia plausible: Este sub-aspecto se refiere a la adecuación en las estrategias de experiencia como plausibles para la resolución de la tarea en la situación de la escuela como en la situación simulada. Por lo cual, los estudiantes pueden utilizar las experiencias previas ya sean escolares o de la vida cotidiana para resolver situaciones que se pueden presentar.

F. Circunstancias. Este aspecto define las circunstancias bajo las cuales la tarea debe resolverse y se dividen en los siguientes sub-aspectos:

F1. Disponibilidad de herramientas externas. Se refiere a las herramientas externas (como la calculadora, computador, mapa, etc.), que son de gran importancia potenciar la situación del trabajo, dependiendo de los conceptos que se deseen abordar.

- F2. Dirección. Este sub-aspecto se refiere a la orientación o guía, en forma de sugerencias explícitas o implícitas, por ejemplo, preguntas, estrategias de solución, y tipos de respuestas requeridas.
- F3. Consulta y colaboración: Este sub-aspecto se refiere a las tareas que son presentadas en situaciones la vida real, que se pueden resolver únicamente por el estudiante, con la colaboración dentro de grupos o pares que posiblemente lo asisten.
- F4. Oportunidades de discusión. Este sub-aspecto se refiere a las posibilidades para que los estudiantes puedan preguntar y analizar el significado y comprender la tarea.
- F5. Tiempo. Este sub-aspecto se refiere a la presión del tiempo, que impide el éxito de la resolución de tareas. Por esto, en las simulaciones, es importante que las restricciones de tiempo no causen diferencias significativas de resolver las tareas de la escuela en comparación con las situaciones que se simulan.
- F6. Consecuencias del éxito de la resolución de tareas (o fracaso). Se refiere a las diversas soluciones que se pueden presentar y pueden causar diferentes consecuencias a quien lo resuelve. La presión sobre estos y tener una motivación por el problema afecta directamente al proceso de resolución y por esto es un aspecto de gran importancia en las simulaciones
- G. Requisitos de la solución. Este aspecto hace referencia a la idea de solución, puesto que debe ser interpretada en un sentido amplio, es decir, el método de solución como la respuesta de la tarea.
- H. Propósito. Este aspecto se divide en dos:
- H1. Propósito en el contexto figurativo. Se refiere al propósito que siempre está más o menos explícito en la solución de situaciones en la vida real. Por esto, las simulaciones deben

tener un propósito en el contexto figurativo y debe ser claro para los estudiantes para lograr encontrar la respuesta.

- H2. Propósito en el contexto social. La tarea se puede interpretar como una descripción de una situación en contexto real, y su solución incluye asignar a la situación todas las propiedades que posee en la realidad. Esto requiere un razonamiento diferente y una inclusión de otros. Es decir, que no se debe pensar solo desde un contexto matemático ya que las situaciones pueden presentar solución matemática, pero pueden ser ilógicas en un contexto real.

Finalmente, la teoría de las Situaciones Auténticas propuesta por Palm (2006) proporciona parte de la caracterización del tipo de situaciones que se pretenden abordar en la propuesta de aula, es decir, permite observar la estructura de las situaciones y tareas propuestas con el objetivo de realizar una simulación que se puede presentar en la vida diaria y analizar la autenticidad de las tareas diseñadas en la propuesta de aula.

2.2 Perspectiva Curricular

En esta dimensión, se toma en consideración los lineamientos curriculares de Puebla, que son elementos fundamentales al momento de elaborar una estructura curricular en el área de matemáticas dentro del plan curricular de una Institución, de tal manera que se propicie un pensamiento matemático significativo en los estudiantes. El Plan y Programas de Estudio (BGE, 2018) y Plan y programas de Estudio Matemáticas Semestre III, que promueven los procesos de enseñanza y aprendizaje de conceptos geométricos, indispensables para la realización del presente trabajo, por lo cual se hará énfasis en estos dos modelos curriculares principalmente.

2.2.1 El Plan y Programas de estudio de Bachillerato General Estatal

En el Plan y Programas de Estudio (BGE, 2018), se propone una estructura que tiene como propósito fundamental desarrollar pensamiento matemático en los estudiantes.

Para desarrollar dicho pensamiento se propone un currículo que no concibe los contenidos como eje central en la enseñanza. El currículo debe ser visto como un dispositivo que promueve la movilización de saberes y aprendizajes de los alumnos, utilizando estrategias que dan soporte didáctico a los programas que se diseñaron, desde el componente básico, formación para el trabajo, y el propedéutico, permitiendo la libertad de los docentes con el objetivo de desarrollar competencias en los estudiantes.

Las estrategias que son definidas, caracterizadas y desarrolladas, que pueden utilizar los docentes son:

- Aprendizaje basado en solución de problemas auténticos
- Aprendizaje basado en proyectos
- Aprendizaje basado en problemas
- Aprendizaje en servicio o “service learning”
- Estudio de casos
- Aprendizaje Basado en TIC

De lo anterior y para el desarrollo de este trabajo de investigación, se utilizará el aprendizaje basado en solución de problemas auténticos, en el cual el Plan y Programas de Estudio (BGE, 2018) lo define como la presentación de situaciones de aprendizaje que ocurren en contextos reales por medio de simulaciones auténticas, que se aproximen lo mejor posible a la realidad.

2.3 Perspectiva Matemática

Desde esta perspectiva, se presentan conceptos netamente matemáticos relacionados con el concepto de semejanza y la utilización del Teorema de Tales, los cuales son de vital importancia en la construcción de la propuesta didáctica, y el enfoque esperado desde la teoría de situaciones auténticas, en los cuales se pretende hacer que los estudiantes aborden estos conceptos.

2.3.1 Semejanza

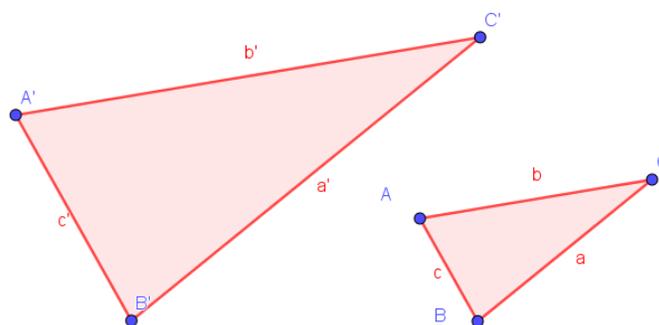
Desde el origen de la Geometría, la semejanza ha estado estrechamente relacionada con ella. El famoso pensador griego Tales de Mileto es considerado el primer geómetra y uno de los siete sabios de la antigua Grecia. Por esto, debemos considerar a Tales como el iniciador del método deductivo. Este método deductivo hace de la geometría una ciencia racional independiente del empirismo, pero se adapta a la realidad física de manera perfecta. Sienta el inicio del razonamiento geométrico. Alcanzó el clímax con Euclides. Además, al incluir el concepto de semejanza en el razonamiento proporcional, se pueden especificar los conceptos de razón y proporción. (Nolasco y Velásquez, 2013).

2.3.2 Semejanza entre figuras

Por su parte, Godino y Ruiz (2002) utilizan la definición informal de figuras semejantes: son aquellas que tienen la misma forma. Ésta puede ser precisada utilizando las transformaciones del plano que se conocen como homotecias y semejanzas, es decir que tienen la misma forma, pero no el mismo tamaño.

Además, se define la semejanza de dos polígonos así: Dos figuras A y B se dice que son semejantes, lo que se escribe $A \sim B$, si y sólo si existe una transformación de semejanza que transforma una figura en la otra, es decir, que sus lados homólogos son proporcionales mediante una constante k y sus ángulos homólogos son iguales. (ver figura 1)

- Lados homólogos: lados cuyos extremos están en vértices homólogos.
- Vértices homólogos: vértices de ángulos homólogos
- Ángulos homólogos: Ángulos respectivamente iguales e igualmente dispuestos. Los ángulos homólogos tienen la posibilidad de tener todo el mismo sentido siendo polígonos directamente semejantes o el sentido contrario siendo polígonos inversamente semejantes.
- Razón de semejanza: Es la constante que se mantienen en relación los lados Homólogos.

Figura 1*Transformación de semejanza.*

Nota: Elaboración propia

2.3.3 Razón

Sánchez et al (2003) definen que la *razón* de una cantidad a otra cantidad semejante es el cociente de la primera dividida por la segunda. Es importante aclarar que una razón es un cociente de medidas de cantidades semejantes, ya que no tiene sentido hallar la razón entre dos elementos que no sean del mismo tipo, es decir, hallar la razón entre la medida de una superficie y la medida de un segmento. Por lo anterior, se afirma que se puede hallar la razón entre la medida de dos segmentos o la medida entre dos superficies. Además, una razón se puede expresar en forma de fracción, de tal forma que se observe la relación entre las magnitudes. Por ejemplo, la razón 5 es a 6 se puede representar como $5 : 6$ o $\frac{5}{6}$.

2.3.4 Proporción

Sánchez et al, (2003) definen una proporción como una expresión de la igualdad de dos razones. Por ejemplo, $3/4$ y $12/16$ tiene el mismo valor, las razones pueden igualarse como una proporción, $3/4 = 12/16$ o bien $3 : 4 = 12 : 16$. Por lo tanto, si las razones $a:b$ y $c:d$ son iguales, la expresión $a:b = c:d$ es una proporción. Esto se lee “a es a b como c es a d” o también “a y b son proporcionales a c y d”. En la proporción, se dice que a es el primer término, b es el segundo, c es el tercero y d es el cuarto.

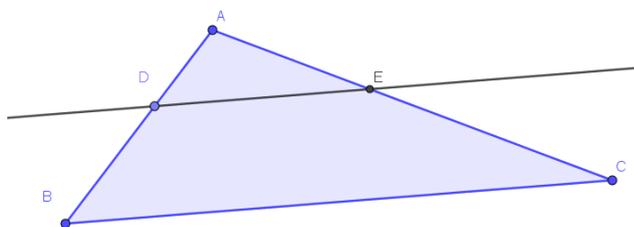
Además, la escala es la relación matemática proporcional que existe entre el tamaño real y el tamaño del papel que representa la realidad en el plano o mapa. Esta relación se escribe en forma de razón matemática, donde el primero representa el valor del plano y el segundo representa el valor de la realidad. Por lo anterior, Valenzuela (2006) afirma que es de gran importancia definir el concepto de escala y cuál es la “adecuada” que representa la realidad. En este sentido, para el desarrollo de la propuesta una escala de 1: 100 significa que 1 centímetro del plano es igual a 1 metro en la realidad.

2.3.5 Teorema de Tales

Toda recta paralela a uno de los lados de un triángulo corta sobre los otros dos lados, segmentos proporcionales. Se tiene como hipótesis: El triángulo ΔABC y la recta \overline{DE} es paralela a un lado del triángulo ΔABC , en este caso $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$, entonces $\frac{\overline{AB}}{\overline{DB}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$ (ver figura 2)

Figura 2

Teorema de Tales



Nota: Elaboración propia.

2.4 Niveles de razonamiento de van hiele

Los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele son: reconocimiento o visualización, análisis, deducción informal, deducción formal y rigor). (Usiskin, 1982). Sin embargo, para objetivos de este trabajo sólo se abordan los 2 primeros niveles que se describen a continuación:

2.4.1 Nivel 1: reconocimiento o visualización

En este nivel el estudiante reconoce las figuras geométricas por su forma como un todo y no logra identificar las partes de la figura o sus propiedades. Las descripciones son visuales y asociadas con su entorno. En el caso de la escala, se espera que los estudiantes reconozcan las representaciones de ciertos polígonos en tamaño real y a escala.

2.4.2 Nivel 2: análisis

El estudiante reconoce las propiedades de las figuras mediante la manipulación y visualización. En este caso se espera que el estudiante realice construcciones geométricas teniendo en cuenta la escala y la representación real.

Capítulo 3

DISEÑO DE LA PROPUESTA DIDÁCTICA

En esta sección se presentan los aspectos que corresponden al diseño e implementación de la propuesta de aula, para lo cual se hace una descripción de los elementos que la conforman, la organización de la situación auténtica de la propuesta que involucra conceptos matemáticos y las expectativas de desempeño. En adición, se presentan el tipo de estudio, la población, y el procedimiento.

3.1 Método

La investigación es de tipo cualitativa, su enfoque es exploratoria descriptiva. En Fraenkel, Wallen, y Hyun, (2011) mencionan las características de este tipo de estudios. El análisis es cualitativo debido a que se está observando la comprensión que tienen los estudiantes en el desarrollo de una propuesta de aula, mediante la resolución de tareas propuestas en cada una de las hojas de trabajo.

Ahora bien, se hará uso de algunas herramientas estadísticas en el cuestionario inicial y final, para establecer cuál es el rendimiento de los estudiantes, y luego realizar las respectivas comparaciones antes y después de la puesta en práctica de la propuesta de aula.

3.2 Informantes

Los instrumentos y la propuesta didáctica mencionados desarrollaron en el Bachillerato Digital 171 ubicado en San Jerónimo Caleras a 15 minutos de Atlixco en una población Rural y en el Bachillerato General José Vasconcelos ubicado en una población Urbana.

El desarrollo de la propuesta de aula se llevó a cabo en el Bachillerato Digital 171 en la jornada de la tarde, en estudiantes de primer y tercer semestre, conformado por un grupo de 14 estudiantes con edades comprendidas entre los 15 y 18 años, la mayoría de los estudiantes asisten de manera regular a las clases, sin embargo, con el objetivo de llevar una constancia y evolución

en la propuesta de aula, se seleccionaron 12 de los 14 estudiantes, los cuales estuvieron constantes en cada una de las situaciones.

Así mismo, se desarrolló en el Bachillerato José Vasconcelos en la jornada de la mañana, en estudiantes de tercer semestre, conformado por un grupo de 10 estudiantes con edades comprendidas entre los 15 y 17 años, la asistencia de los estudiantes es de manera regular por medio de la modalidad de alternancia, es decir, que cada sesión se desarrolló con la mitad de los estudiantes. De igual forma, se seleccionaron los estudiantes que realizaron las actividades para observar el desarrollo en los procesos de aprendizaje, en este caso 8 de los 10 estudiantes, los cuales han estado constantes en cada una de las sesiones. Cabe resaltar que, a pesar de estar en la modalidad de alternancia, el cuestionario y la propuesta se realizaron de forma presencial.

En adición, la selección de los sujetos fue intencional, considerando el nivel educativo que cursan los estudiantes y la disponibilidad de la institución para colaborar en esta investigación.

3.3 Procedimiento

En la siguiente figura, se muestra el procedimiento que se siguió para llevar a cabo la presente investigación.

Figura 3

Fases de la investigación



3.4 Diseño

En esta primera fase se elaboró un cuestionario que permitió diagnosticar cualitativa y cuantitativamente el pensamiento geométrico de los estudiantes específicamente en los temas de área, perímetro, y semejanza. Lo anterior se realizó por medio de preguntas abiertas y de selección múltiple que permitieron identificar los conocimientos que ha desarrollado previamente cada estudiante. Luego de aplicar el cuestionario, se realizó una comparación con los contenidos de la propuesta de aula.

3.4.1 Cuestionario Inicial – Final

El objetivo del cuestionario inicial es identificar el pensamiento geométrico que tienen los estudiantes en los temas de área, perímetro, y semejanza. Para determinar su desarrollo desde el inicio hasta el final, por esto se aplica antes del desarrollo de la propuesta y al final de la propuesta de aula. Este cuestionario evalúa como eje principal las escalas y la razón de semejanza. Sin embargo, debido a la estructura de la propuesta, es necesario evaluar los conocimientos sobre perímetro, área y ángulos (Vea anexo A).

3.4.2 Propuesta de Aula

La tabla 2 contiene la estructura de la propuesta de aula, es decir, el número de hojas de trabajo que componen la situación, y a partir de cada situación se definen la cantidad de problemas que se realizan y las respectivas tareas que tiene cada uno. La tabla se realizó con el fin de estructurar y organizar la propuesta de aula según la complejidad de los problemas de cada situación. Luego, se realiza un análisis de la situación respecto a su autenticidad teniendo en cuenta los aspectos mencionados por Palm (2006), que permiten sustentar el diseño de la propuesta de aula.

Tabla 2

Situación. Hojas de trabajo. Problemas y Tareas de la Propuesta de aula

Situación	Problemas	Tareas
Hoja de trabajo 1: Reconocimiento del terreno. (ver anexo B)	Problema 1: Reconocimiento de un terreno Problema 2: Encontrando áreas y perímetros	Problema 1: No. de tareas: 4 Problema 2: No. de tareas: 5
Hoja de trabajo 2: Reconocimiento de las distribuciones de mi casa actual. (Ver anexo C)	Problema 1: Plano de una casa Problema 2: Elaborando el plano de mi casa actual.	Problema 1: No. de tareas: 3 Problema 2: No. de tareas: 5
Hoja de trabajo 3: Diseñando el plano y la maqueta de la casa de mis sueños. (Ver anexo D)	Problema 1: Diseño desde dos contextos. Problema 2: Elaborando el plano y la maqueta de la casa de mis sueños.	Problema 1: No. de tareas: 6 Problema 2: No. de tareas: 2
Hoja de trabajo 4: Diseñando el plano de mi cuarto. (Ver Anexo E)	Problema 1: Identificando la forma de mi cuarto Problema 2: encontrando áreas y perímetros.	Problema 1: No. de tareas: 4 Problema 2: No. de tareas: 5
Hoja de trabajo 5: Diseñando el plano de la casa de mis sueños. (Ver anexo F)	Problema 1: El panel solar Problema 2: La fuente del jardín	Problema 1: No. de tareas: 3 Problema 2: No. de tareas: 3

Nota: Elaboración propia.

3.4.3 Autenticidad de la propuesta de aula

A continuación, se analiza la situación “la casa de mis sueños” teniendo en cuenta los aspectos mencionados por Palm (2006) que permiten determinar si la simulación de la situación diseñada es auténtica.

A – Evento

En el diseño se aborda una situación a partir de la construcción de una casa que sea acorde con las necesidades y el aprovechamiento de los espacios que se determinan en un terreno dado. Para ello es de gran importancia el uso de la geometría, debido a que permite planificar cómo utilizar una superficie para la construcción de un plano y una maqueta, para visualizar a escala como serían las dimensiones de una casa en tamaño real. Ahora bien, partiendo de los profesionales

que realizan este tipo de construcciones como los maestros de obra, albañiles, ayudantes de obra, arquitectos y diseñadores es común que realicen este tipo de actividades.

Particularmente, se tiene en cuenta las situaciones que llevan a cabo los arquitectos, ingenieros o diseñadores, debido a que están relacionados con el desarrollo de esta situación. Es en estas profesiones donde se realiza una distribución para aprovechar los terrenos y las planeaciones para el inicio de la proyección de una obra, como los planos, maquetas y diseño estructural.

Ahora bien, se puede observar que los familiares de los estudiantes del Bachillerato Digital 171 ubicados en una zona rural, poseen terrenos, los cuales podrían ser aprovechados en la construcción de su casa.

B. Pregunta.

En las preguntas desarrolladas en la hoja de trabajo se puede evidenciar un proceso para el desarrollo de la construcción de una casa, de tal manera que se relacionan con la vida real al tener en cuenta el contexto en que viven y cómo podrían aprovechar los espacios a sus gustos, preferencias y necesidades.

C. Información/datos. Se refiere a los tres sub-aspectos siguientes:

C1. Existencia.

Lo que resalta del diseño de esta situación auténtica es que no se proporciona un plano para los estudiantes y no se proveen las dimensiones de un terreno. Al contrario, se espera que a partir de la superficie de un terreno, los estudiantes encuentren las dimensiones pertinentes y construyan las divisiones de los planos de la casa de acuerdo con sus necesidades o proyectos de vida. Además, los estudiantes mediante el diseño del plano y la maqueta proyectan una visión a tamaño real de la casa de sus sueños y la rediseñan conforme realizan las construcciones.

C2. Realismo.

Los estudiantes suponen que disponen de un terreno sobre el cual van a construir, es importante que ellos decidan cuáles son las dimensiones y la forma de este, de acuerdo con sus gustos y necesidades. Inicialmente los estudiantes realizan la construcción a escala de la forma del terreno para luego elaborar un plano desde su experiencia y gustos para la proyección de la casa que desean. Además, los estudiantes inician del plano para construir la maqueta, lo que facilita la visualización espacial de las divisiones y organización de la casa, debido a que pueden surgir modificaciones desde la idea inicial hasta la construcción final de la maqueta. Desde este aspecto, cabe resaltar que esta simulación se realizó con el objetivo de que los estudiantes experimentaran sobre el diseño y la aproximación de escalas que permiten las relaciones del plano y su representación en tamaño real.

C3. Especificidad.

La situación describe aspectos concretos en el contexto escolar y fuera de él. En la escuela se cuenta con un terreno dónde los alumnos pueden hacer mediciones para encerrar 120 m² que posteriormente podrán dividir haciendo marcas tal como lo hacen los constructores. Además, los estudiantes cuentan con el material para diseñar sus planos y maquetas.

D. Presentación. Este aspecto se divide en dos sub-aspectos:

D1. Modo.

La situación se planteó de manera oral, escrita y con imágenes. Se presentó una hoja de trabajo con preguntas que les permitieron identificar aspectos para la construcción del plano y la maqueta.

D2. Uso del lenguaje.

El lenguaje utilizado comprende los conceptos que son utilizados en el contexto de los estudiantes.

E. Estrategias de solución. Este aspecto se divide en dos sub-aspectos:

E1. Disponibilidad.

Los estudiantes disponen de conocimientos escolares en cuanto a las distribuciones de la superficie, y en contextos cotidianos, debido a que reconocen la distribución espacial de sus casas, lo que permite a los estudiantes un desarrollo del pensamiento pues pueden utilizar sus conocimientos escolares y de la vida cotidiana.

E2. Experiencia plausible.

Las estrategias de experiencia como plausibles para la resolución de la tarea en la situación de la escuela como en la situación simulada. Por lo cual, los estudiantes pueden utilizar las experiencias previas como el área de polígonos o como se distribuyen las casas de su alrededor.

F. Circunstancias. Se dividen en los sub-aspectos siguientes:

F1. Disponibilidad de herramientas externas.

Las herramientas disponibles en el contexto escolar son el metro, la cal, cuerda, el cuerpo, juego geométrico, material reciclado como cartón y unicel.

F2. Dirección.

La dirección que se realizó a los estudiantes por medio de preguntas orientadoras que les permiten identificar las construcciones de un terreno, un plano y una maqueta a escala. Para lo cual

es de gran importancia la guía del docente para la realización de cada una de las preguntas de las hojas de trabajo.

F3. Consulta y colaboración.

La situación se plantea desde un diseño personal de “la casa de mis sueños”, sin embargo, los estudiantes forman grupos de trabajo para discutir sobre el diseño de los planos y la maqueta, debido a que pueden socializar sobre ideas de diseño que pueden adaptarse a sus necesidades.

F4. Oportunidades de la discusión.

En ciertas actividades se trabaja en colaboración del grupo, en forma grupal, o en parejas. De igual forma, el docente realiza preguntas entorno a la elaboración del diseño de “la casa de sus sueños” las cuales permiten reflexionar sobre cómo se realiza la construcción.

F5. Tiempo.

El tiempo en que se desarrollaron cada una de las hojas de trabajo depende del avance de los estudiantes y la institución educativa, debido a que se pretende desarrollar de forma presencial, de igual manera, se tienen en cuenta el estimado realizado por el docente. Por esto, como se desarrolla la creatividad y puede que todos los estudiantes no desarrollen una hoja de trabajo al igual que sus compañeros, se permite cierta flexibilidad que lleve al estudiante a un buen desarrollo del pensamiento geométrico.

F6. Consecuencias de la solución de éxito de la tarea (o fracaso).

Se espera que la implementación de esta situación los estudiantes logren construir la casa de sus sueños acorde con sus necesidades. Por esto, suponemos que la construcción tanto del plano como de la maqueta es diferente para cada estudiante, es decir, que existe una gran diversidad de soluciones.

G. Requisitos de la solución.

Las preguntas de la situación pueden realizarse desde diferentes ideas que tienen los estudiantes. Además, pueden identificar el método a seguir con el fin de llegar a la construcción de la maqueta partiendo del plano. En este sentido se proponen preguntas que permiten guiar al estudiante para realizar la construcción de la casa de sus sueños, mediante el concepto de semejanza y escala.

H. Propósito Se dividen en los sub-aspectos siguientes:

H1. Propósito en contexto figurativo

El propósito definido para esta situación es explícito y claro al permitir a los estudiantes proyectar la construcción de la casa de sus sueños, es decir, que en este caso existen representaciones como el plano y la maqueta de la “Casa de sus sueños”.

H1. Propósito en contexto social

En este sentido la tarea se puede interpretar como una descripción de una situación en contexto real en este caso la construcción del plano y maqueta de “la casa de mis sueños” acorde con las necesidades del estudiante entorno a su comunidad. Esta construcción incluye todas las propiedades que posee en la realidad.

3.4.4 Puesta en práctica

La fase de puesta en práctica se realizó de manera presencial, con estudiantes de primer y tercer semestre de bachillerato.

La organización de la puesta en práctica es la siguiente, en primer lugar, los estudiantes realizaran un cuestionario inicial, el cual permitirá evidenciar su pensamiento geométrico en los temas relacionados con área, perímetro y semejanza. Luego se presentará la propuesta, que consta

de 5 hojas de trabajo, que se componen de una serie de preguntas respecto a las relaciones entre perímetro y área, procedimientos para llegar a la construcción de un plano y construir una maqueta que represente la casa de sus sueños partiendo de ciertas medidas. Además, cada una de estas contiene una serie de preguntas, que permiten guiar a los estudiantes en el proceso de resolución. Por último, se realizará el cuestionario final, con el fin de realizar la respectiva triangulación y comparación entre cuestionarios.

3.4.5 *Análisis*

En esta fase del estudio se realizó un análisis cualitativo y se utilizaron herramientas estadísticas para comparar el cuestionario inicial y final, así mismo para las hojas de trabajo desarrolladas por los estudiantes se está realizando un análisis cualitativo. Lo anterior, con el fin de realizar una triangulación de los instrumentos implementados en cada una de las poblaciones, y una comparación entre los resultados obtenidos de las poblaciones. Para este proceso, es importante tener en cuenta los referentes teóricos propuestos en el capítulo 2 del presente documento, en los cuales se espera un mejor desarrollo del pensamiento geométrico en los temas relacionados con área, perímetro y semejanza, luego de implementar la propuesta didáctica.

Capítulo 4

ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se realiza el análisis de los datos obtenidos del cuestionario inicial - final, las cinco hojas de trabajo que presentan las actividades de la situación auténtica “la casa de mis sueños”, con el fin de identificar el pensamiento de los estudiantes.

El análisis se realizó por medio de un método cualitativo en donde se utilizan ciertos elementos estadísticos. Lo anterior, con el fin de evidenciar el proceso que tuvieron los estudiantes en la implementación de la propuesta de aula. Además, se utilizaron gráficas, tablas y de evidencias de algunas respuestas que realizaron los estudiantes.

Finalmente, se realiza un análisis comparativo de cada una de las poblaciones, respecto al proceso que tuvo cada grupo de estudiantes en el desarrollo de las hojas de trabajo y el cuestionario inicial y final.

4.1 Resultados y Análisis de Resultados

A continuación, se presentan los registros y sistematización de las respuestas dadas por los estudiantes de primer y tercer semestre del Bachillerato Digital 171 y los estudiantes de tercer semestre del Bachillerato General José Vasconcelos, a las preguntas del cuestionario inicial que consta de 19 preguntas (P1, P2, ... P19) y la propuesta de aula constituida por 5 hojas de trabajo (H1, H2, ... H5) cada una con una o dos situaciones (S1, S2) y cada situación con 2 o 8 preguntas (P1, P2, ...P8).

Los resultados obtenidos en la implementación se organizan en tablas, a partir de la tipificación de las respuestas y justificaciones expuestas en los registros, el número y porcentaje de estudiantes que corresponden a cada tipo, frecuencia absoluta y relativa. Cabe resaltar que, en la tipificación de las respuestas, se especifican cada uno de los estudiantes que pertenecen a esta, por ejemplo, Estudiante 1 del bachillerato digital 171 (ED1) y Estudiante 1 del bachillerato General José Vasconcelos (EG1)

En la realización de las tablas se utilizan algunas convenciones para organizar los datos.

- CI: Significa Cuestionario Inicial.
- Hn: Significa Hoja de trabajo n, donde $n=1, 2, 3, 4, 5$.
- Pn: Significa pregunta n, donde $n=1, 2, 3...10$.
- EDn: Significa Estudiante del bachillerato Digital 171 n, donde $n=1, 2, 3... 12$.
- EGn: Significa Estudiante del bachillerato General José Vasconcelos n, donde $n=1, 2... 8$.
- Fa: Significa frecuencia absoluta
- Fr: Significa frecuencia relativa

4.2 Cuestionario inicial

En este apartado se analiza el cuestionario inicial, el cual está conformado por 19 preguntas: 14 de selección múltiple con su respectiva justificación y 5 preguntas abiertas, y que se puede apreciar completo en el Anexo A. Estas preguntas permiten identificar el desempeño académico de los estudiantes en relación con conceptos de geometría, como el perímetro, el área, los ángulos, la semejanza, la escala, entre otros. Lo anterior se debe a que, en el desarrollo de la secuencia didáctica, es necesario trabajar estos conceptos para abordar específicamente los conceptos de semejanza y escala.

4.2.1 Bachillerato Digital 171

La tabla 3, presenta cuantitativamente el porcentaje de respuestas correctas de cada estudiante en las catorce preguntas de selección múltiple relacionadas con la geometría. Para la valoración, se tuvo en cuenta que si la respuesta y la justificación son correctas se le asigna la valoración de 1, en caso contrario se le asigna una valoración de 0.

Tabla 3*Análisis cuantitativo del cuestionario inicial.*

Estudiante	N° de pregunta														Total	Porcentaje
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P12	P16	P17	P18	P19		
ED1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0.071
ED2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000
ED3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.000
ED4	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	4	0.286
ED5	1	1	0	1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	6	0.429
ED6	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0.143
ED7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.071
ED8	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0.286
ED9	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	3	0.214
ED10	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	2	0.143
ED11	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	5	0.357
ED12	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0.143
Total respuestas acertadas	3	4	0	7	7	2	1	2	4	0	0	0	0	0	Promedio	
Total porcentaje de acierto	25 %	33%	0%	58 %	58 %	17 %	8 %	17%	33%	0%	0%	0%	0%	0%	0.179	
Desviación Estándar	0.132						Coefficiente de variación						73.94%			

La media del grupo de estudiantes fue de 0,179 en una escala de 0 a 1, lo cual indica que el rendimiento en promedio de los estudiantes fue del 17,9%.

Luego por medio de la media y la desviación estándar se obtuvo la relación que existe entre ellas, a lo cual se le conoce como coeficiente de variación, según Rustom J, (2012), es una medida que permite medir la dispersión en la cual se puede decir que un valor mayor al 50% indican una heterogeneidad en la población.

En este caso, el coeficiente de variación para los datos obtenidos en este cuestionario inicial fue del 73,94% lo cual indica una dispersión respecto a la media es considerablemente alta en el desempeño de los estudiantes. Debido a lo anterior, se llegó a concluir que el grupo es heterogéneo.

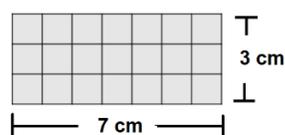
Lo cual se puede evidenciar en las diferencias del total de respuestas correctas que obtuvieron los estudiantes.

A continuación, se presentan las tablas correspondientes a todas las preguntas del cuestionario inicial para su análisis cualitativo. Cada pregunta tiene una justificación por parte de los estudiantes.

Tabla 4

Pregunta 1 del cuestionario inicial (P1, CI)

¿Cuál es el perímetro del siguiente rectángulo?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (ED2, ED3, ED6, ED10)	4	33.3%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (ED5, ED8, ED11)	3	25%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción c (ED4, ED7, ED12)	3	25%
4	Estudiantes que seleccionaron la opción d (ED1, ED9)	2	16.6 %

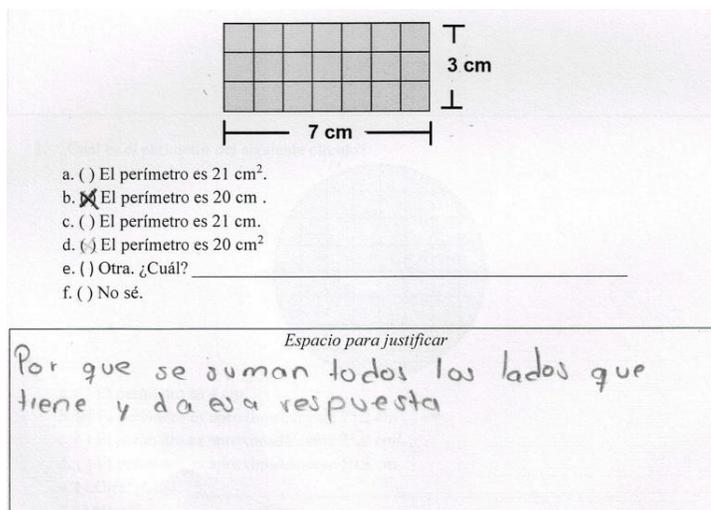
Teniendo en cuenta los datos de la Tabla 4, el 33.3% de los estudiantes seleccionaron la respuesta a en la cual se dice que el perímetro es 21 cm^2 . Para esta opción, los estudiantes justificaron que consideraban que la respuesta era correcta, piensan que es correcta, se multiplican los metros o describen que multiplicaron 7 cm largo por 3 cm de ancho. Por lo anterior, se podría afirmar que los estudiantes realizan una operación que no es acorde a lo solicitado o no logran sustentar porque seleccionaron la pregunta.

Ahora bien, el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción b, en el cual se afirma que el perímetro es igual a 20 cm, las justificaciones que se utilizaron generalmente son que se suman

todos los lados, en este sentido se podría afirmar que estos estudiantes se pueden caracterizar en un nivel 1 de Van Hiele ya que logran justificar porque llegan a la respuesta y reconocen las partes que componen a la figura. A continuación, se presenta la figura 4 con la justificación del ED5.

Figura 4

Respuesta del estudiante ED5



a. El perímetro es 21 cm².
 b. El perímetro es 20 cm .
 c. El perímetro es 21 cm.
 d. El perímetro es 20 cm²
 e. Otra. ¿Cuál? _____
 f. No sé.

Espacio para justificar

Por que se suman todos los lados que tiene y da esa respuesta

Por otra parte, el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción c, la cual dice que el perímetro es 21 cm, las justificaciones de los estudiantes son que se suman los lados, o mencionan que se realiza la multiplicación $7 \times 3 = 21$. Específicamente, el estudiante ED4, justifica que se realiza una suma, pero no es acorde a la opción seleccionada.

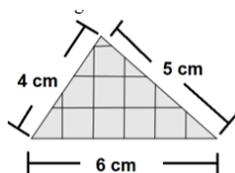
Por último, el 16.6% de los estudiantes selecciono la opción d, en el cual se afirma que el perímetro es igual a 20 cm², en el cual se puede observar que tienen idea sobre como hallar el perímetro. Sin embargo, no reconocen las unidades de medida y como se operan. Por ejemplo, ED1 justifica que la d es el perímetro de la figura, y se puede apreciar la multiplicación $L \times L$ como una alusión al concepto de área. Además, el ED9 justifica que el perímetro es sumar todos los lados, y se puede observar que anteriormente selecciono la opción b pero la borro.

Finalmente, de los análisis anteriores se puede observar que 75% de los estudiantes no se puede caracterizar en un nivel de Van Hiele, y presentan dificultades en reconocer el perímetro del rectángulo.

Tabla 5

Pregunta 2 del cuestionario inicial (P2, CI)

¿Cuál es el perímetro del siguiente triángulo?

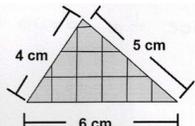


TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (ED3, ED10)	2	16.6%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (ED4, ED5, ED6, ED8, ED11)	5	41.6%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción c (ED2, ED9)	2	16.6 %
4	Estudiantes que seleccionaron la opción d (ED1, ED7, ED12)	3	25%

En relación con los resultados de los estudiantes correspondiente a la pregunta 2, se observa que el 16.6 % selecciono la opción a, que hace referencia a que el perímetro del triángulo es 120cm^2 , se pueden apreciar justificaciones relacionadas con multiplicar las cantidades de 4cm, 5cm y 6m. Por ejemplo, la justificación de ED3 en la figura 5.

Figura 5

Respuesta del estudiante ED3



a. El perímetro es 120 cm².
 b. El perímetro es 15 cm.
 c. El perímetro es 15 cm².
 d. El perímetro es 120 cm.
 e. Otra. ¿Cuál? _____
 f. No sé.

Espacio para justificar

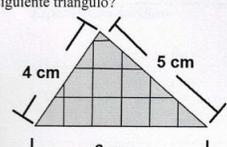
Pienso que sera esa porque $4\text{cm} \times 5\text{cm}$
 es igual a 20cm mas 6cm es 120cm^2

Por otro lado, la mayoría de los estudiantes seleccionaron la opción b, en el cual el perímetro es igual a 15 cm, las justificaciones de ED4, ED5, ED8 y ED11, son que para hallar el perímetro se deben sumar los lados del triángulo. Sin embargo, el estudiante ED6 selecciono la opción b, pero la justificación no se logra relacionar (ver figura 6). Por esto, solo se tuvo en cuenta las respuestas relacionadas con su justificación, para este caso sería el 33.3% que seleccionó esta respuesta con su respectiva justificación.

Figura 6

Respuesta del estudiante ED6

2. ¿Cuál es el perímetro del siguiente triángulo?



a. El perímetro es 120 cm².
 b. El perímetro es 15 cm.
 c. El perímetro es 15 cm².
 d. El perímetro es 120 cm.
 e. Otra. ¿Cuál? _____
 f. No sé.

Espacio para justificar

Se multiplican los centímetros de cada lado

Ahora bien, el 16.6% de los estudiantes seleccionaron la opción c, el perímetro es 15cm^2 y se apreciaron justificaciones como la del estudiante ED2 que considera que la respuesta correcta es 15 cm, pero no da una justificación más amplia. Además, la justificación de ED9 dice que se suman todos los lados de la figura, pero omite las unidades de medida que las acompañan.

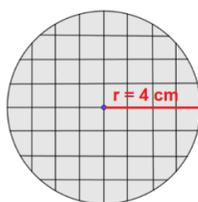
Por otro lado, el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción d, el perímetro es 120 cm, las justificaciones de los estudiantes fueron que ese es el resultado que da en la multiplicación o realiza la multiplicación. Sin embargo, el ED1 justifica que el perímetro es 15cm^2 , pero no está relacionado con la respuesta seleccionada.

En conclusión, se puede decir que los estudiantes que respondieron correctamente a esta pregunta son el 33.3% y se encuentran en un nivel 1 de Van Hiele. Además, se puede evidenciar que existe una concepción errónea sobre el perímetro, al confundirlo con el área, o no logran diferenciar las unidades de medida.

Tabla 6

Pregunta 3 del cuestionario inicial (P3, CI)

¿Cuál es el perímetro del siguiente círculo?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (ED2)	1	8.3%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (ED5, ED6, ED11)	3	25%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción c (ED1, ED9)	2	16.6 %

4	Estudiantes que seleccionaron la opción d (ED3)	1	8.3%
5	Estudiantes que seleccionaron la opción f (ED4, ED7, ED8, ED10, ED12)	5	41.6%

Con relación a los resultados expuestos en la tabla 6, el 8.3 % selecciono la opción a, que hace referencia a que el perímetro del triángulo es 4cm, justificando que tiene dudas porque a lo mejor es la respuesta, del cual se puede decir que el estudiante no reconoce el perímetro. Además, El 25% de los estudiantes selecciono la opción b, sin embargo, no justificaron o solo dicen que hay que multiplicar.

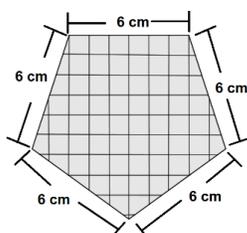
Ahora bien, el 16.6% , seleccionaron la opción c que dice que el perímetro es aproximadamente 25,2 cm², sin embargo su justificación no permite identificar el proceso para llegar a esta respuesta, pero, se infiere que el estudiante no tiene claro el concepto de perímetro. Así mismo, el 8.3% selecciono la opción d, que menciona que el perímetro es aproximadamente 50,3cm, justificando que la medida del círculo es 50,3cm. De lo anterior, solo se puede decir que los estudiantes hallaron el área del círculo.

Finalmente, el 41,6% selecciono la opción f, que enuncia no sé, Por lo anterior, se llega a la conclusión que el 100% de los estudiantes, no respondió a la pregunta de forma correcta, y su justificación no es suficiente para inferir el proceso que realizaron y no permite una clasificación en un nivel de Van Hiele.

Tabla 7

Pregunta 4 del cuestionario inicial (P4, CI)

¿Cuál es el perímetro del siguiente pentágono?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción b (ED3, ED4, ED5, ED6, ED7, ED8, ED11,ED12)	8	66.6%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción c (ED1, ED9)	2	16.6%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción d (ED2, ED10)	2	16.6%

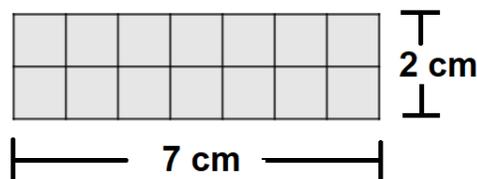
Según lo que se observa en la tabla 7, de los resultados correspondientes a la pregunta 4, el 66.6% de los estudiantes contestan de manera correcta la pregunta al indicar que el perímetro del pentágono es 30 cm. Los estudiantes ED4, ED5, ED6, ED7, ED8, ED11,ED12, en general realizaron justificaciones como: se multiplican los centímetros por los lados que son, por que se suman todos los lados, se suman todos los lados o realizan una multiplicación, de las cuales se puede decir que están en un nivel 1 de Van Hiele. Sin embargo, el estudiante ED3 Justifico su respuesta escribiendo no más digo. Por lo anterior, solo se tuvo en cuenta el 58% de acierto en esta pregunta.

Por otra parte, el 16.6% de los estudiantes seleccionaron la opción c, al indicar que el perímetro de 30 cm², Justificando que se suman los lados del pentágono del cual se puede analizar que los estudiantes tienen idea de cómo hallar el perímetro, pero no tienen en cuenta las magnitudes.

En adición, los estudiantes seleccionaron la opción d, que menciona que el perímetro del pentágono es 36 cm, del cual se puede asumir como un obstáculo del cálculo de áreas al encontrar que escriben LxL haciendo referencia al área del cuadrado, mencionan que se debe multiplicar 6 por 5 porque tienen 5 lados de una figura, de lo cual se puede decir que la estudiante pudo realizar de una forma incorrecta esta multiplicación.

Tabla 8*Pregunta 5 del cuestionario inicial (P5, CI)*

¿Cuál es el área del siguiente rectángulo?



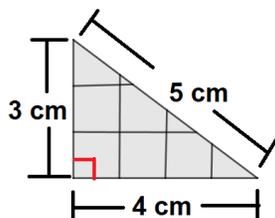
TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (ED3, ED7, ED8)	3	25%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (ED1, ED2, ED4, ED5, ED6, ED11, ED12, ED9, ED10)	9	75%

Teniendo en cuenta los datos de la Tabla 8, el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción a, en la cual el área es de 14 cm, se podría decir que los estudiantes conocen como hallar el área en cuanto a las cantidades numéricas. Lo anterior debido a que el estudiante ED7, menciona a la multiplicación de 7×2 . Sin embargo, los otros estudiantes no dan una justificación para determinar la comprensión o es incoherente al confundirlo con el perímetro.

Por otra parte, el 75% de los estudiantes seleccionaron la opción b, de los cuales sólo el 58.3% de los estudiantes realizaron una justificación acorde con la selección, por ejemplo, las justificaciones en que se multiplica un lado por otro, o se cuentan la cantidad de cuatros que tiene el rectángulo, o realizan la operación de 7×2 . Es decir, que solo el 58.3% de los estudiantes alcanzaron un nivel 1 de Van Hiele.

Tabla 9*Pregunta 6 del cuestionario inicial (P6, CI)*

¿Cuál es el área del siguiente triángulo?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (ED8, ED11)	2	16.6%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (ED5, ED9)	2	16.6%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción c (ED2, ED7)	2	16.6%
4	Estudiantes que seleccionaron la opción d (ED1, ED3, ED4, ED6, ED10)	5	41.6%
5	Estudiantes que seleccionaron la opción e (ED12)	1	8.3%

Conforme a la tabla 9, se exponen las soluciones a la pregunta 6, el 16.6% de los estudiantes respondieron que el área del triángulo es 12 cm^2 , seleccionando la opción a, justificando que se multiplican los lados o se multiplican la base por la altura. Además, el 16.6% selecciono la opción b, el área es 6 cm^2 , Justificando que se multiplica la base por la altura y se divide entre dos o escriben la fórmula para hallar el área del triángulo.

Por otro lado, el 16.6% selecciona la opción c, en la cual se dice que el área es 12 cm , de la cual los estudiantes justifican porque piensan que es la respuesta o suman los valores de los lados del ángulo.

Cabe resaltar, que el 41.6% de los estudiantes selecciono la opción d, que dice que el área es 60 cm^2 , del cual se puede inferir que los estudiantes tienen la idea del área al multiplicar los

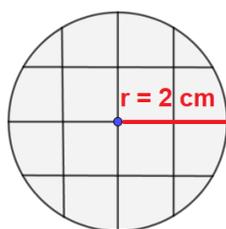
lados de un polígono, como en el caso del cuadrado y el rectángulo, y se tiende a pasar por alto como se halla el área del triángulo.

Por último, solo un estudiante respondió la opción e, que dice Otra. ¿Cuál? Mencionando que el área es 30 cm^2 , porque así se realiza el procedimiento, sin embargo, no lo escribe. Ahora bien, de esta pregunta solo el 16.6% de los estudiantes alcanzo el nivel 1 de Van Hiele.

Tabla 10

Pregunta 7 del cuestionario inicial (P7, CI)

¿Cuál es el área del siguiente círculo?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (ED2)	1	8.3 %
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (ED5, ED6, ED11)	3	25 %
3	Estudiantes que seleccionaron la opción d (ED8, ED4)	2	8.3 %
4	Estudiantes que seleccionaron la opción f (ED1, ED3, ED7, ED9, ED10, ED12)	6	50%

De acuerdo con los datos presentados en la tabla 10, se puede identificar que el 50% de los estudiantes seleccionan la opción f, lo cual significa que no saben cómo calcular el área del círculo, lo cual permite reflejar la falta del dominio de este concepto por parte del grupo de estudiantes.

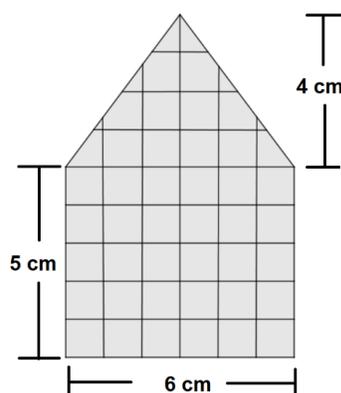
Además, el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción b, sin embargo, solo el estudiante ED5 justificó escribiendo “porque multiplique 3.14x 2 y el resultado lo multiplique por 2” lo cual hace referencia a la fórmula para hallar el perímetro del círculo o a la fórmula para hallar el área del círculo. Por lo anterior, se tuvo en cuenta la afirmación como justificada. Los estudiantes ED6 y ED11 solo escribieron como justificación que se multiplican, por tanto, esta justificación no permite interpretar lo realizado por los estudiantes y por esto no se tuvieron en cuenta.

Por último, el 25% de los estudiantes seleccionaron las opciones, a y d que hacen referencia a 2 cm y a 16cm² respectivamente. En el primer caso suponemos que el estudiante asocia el valor del radio observado en la figura con lo preguntado, y en el segundo caso los estudiantes no justifican porque seleccionaron esta opción, solo mencionan que multiplicaron, pero no mencionan el procedimiento. Por lo anterior, se logra inferir que solo el 8.3% de los estudiantes logro responder a esta pregunta y alcanzar un nivel 1 de Van Hiele.

Tabla 11

Pregunta 8 del cuestionario inicial (P8, CI)

¿Cuál es el área del siguiente pentágono?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (ED1, ED5, ED9, ED11, ED12)	5	41.6 %
2	Estudiantes que seleccionaron la opción c (ED4)	1	8.3 %

3	Estudiantes que seleccionaron la opción d (ED2, ED3, ED8)	3	25%
4	Estudiantes que seleccionaron la opción e (ED6, ED7)	2	16.6%
5	Estudiantes que seleccionaron la opción f (ED10)	1	8.3%

La tabla 11 permite evidenciar que el 33.3% de los estudiantes seleccionaron la opción a que dice que el área es 42 cm^2 . Específicamente, los estudiantes ED5 y ED9, dieron una justificación que permite inferir porque seleccionaron esta respuesta. Por ejemplo, ED9 escribió “primero dividí la figura en dos figuras diferentes y después sume sus resultados y es la letra a” del cual se puede decir que se dividió en un triángulo y rectángulo, para luego calcular área del pentágono en total al sumar las áreas. No obstante, los estudiantes ED1 y ED12 justifican que es la a por “bxh” y “es lo que sale haciendo la cuenta” respectivamente, del cual no se logra evidenciar explícitamente cual es el proceso que realizaron. Por último, el estudiante ED11 No justifico la respuesta. Por lo anterior, solo el 16.6% de los estudiantes se encuentra en un nivel 1 de Van Hiele.

Por otra parte, el estudiante ED4 selecciono la opción c, en la cual se dice que el área es 42cm^2 , en la cual justificó que sumo, a lo cual se puede inferir que el estudiante intentó hallar el perímetro de la figura en lugar del área.

Ahora bien, el 25% de los estudiantes selecciono la opción d en la cual se dice que el área es 15 cm^2 del cual se puede inferir que los estudiantes tomaron los valores 4cm, 5cm y 6cm presentados en la imagen y los sumaron.

Además, el 16.6% de los estudiantes seleccionaron la opción e, que es otra. ¿Cuál? Se puede apreciar que el estudiante ED6 realizó la multiplicación de los valores numéricos 4cm, 5cm y 6cm y como resultado obtuvo 120, en el cual se puede ver reflejado un obstáculo al intentar realizar un procedimiento similar al de otras figuras como por ejemplo el cuadrado o el rectángulo. Asimismo, el estudiante ED7 realizó un procedimiento por medio de completar los valores faltantes de la figura y luego calcular su perímetro, lo cual permite evidenciar la falta de comprensión de los conceptos. Por último, el estudiante ED10 no sabe cómo responder a la pregunta.

Tabla 12*Pregunta 9 del cuestionario inicial (P9, CI)*

¿ Cuáles serían las dimensiones de un rectángulo, que tiene un área de 27 cm²?

	TIPOS DE RESPUESTA	Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción b (ED1, ED4, ED5, ED9, ED10, ED11)	6	50 %
2	Estudiantes que seleccionaron la opción c (ED2, ED3, ED6)	3	25%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción d (ED7, ED12)	2	16.6%
4	Estudiantes que seleccionaron la opción f (ED8)	1	8.3%

Conforme a lo presentado en la tabla 28 se puede inferir que el 50% de los estudiantes, selecciono la opción b, en la cual dice que la base es 9cm y la altura 3 cm. Los estudiantes ED1 y ED9 Justificaron la respuesta haciendo referencia a la fórmula del rectángulo, del cual se puede interpretar que los estudiantes identifican como calcular las dimensiones de la figura a partir de su área.

Por otra parte, los estudiantes ED4 y ED10 Justificaron diciendo que al realizar la multiplicación de 9x3 es iguala a 27, por ejemplo, ED10 dice “9cm de base y 3 cm de altura porque sería un rectángulo que va a tener 9 cuadros de base y 3 de altura entonces el área seria 27 cm²”. No obstante, los estudiantes ED5 y ED11, se descartaron debido a que el primero selecciono 2 respuestas y el segundo no justifico. Por lo anterior, se puede afirmar que el 33.3% de los estudiantes seleccionaron y justificaron la respuesta, categorizándolos en un nivel 1 de Van Hiele.

Ahora bien, el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción c que indica que la base es 17cm y la altura es 10 cm, del cual se puede inferir que los estudiantes relacionaron el área del rectángulo con la suma de dos de las dimensiones del rectángulo.

Por último, el 16.6% de los estudiantes seleccionaron la opción d (Base 9 m y altura 3 m), lo cual nos permite inferir que reconocen como calcular el área de una figura, pero no tienen en cuenta las magnitudes que se presentan. Además, el estudiante E8 no sabe cómo responder a la pregunta.

Tabla 13

Pregunta 10 del cuestionario inicial (P10, CI)

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que no responden la pregunta. (ED2, ED3, ED4, ED8, ED10, ED11, ED12)	7	58.3%
2	Estudiantes que realizan un bosquejo de un triángulo especificando la base y la altura. (ED5, ED9)	2	16.6%
3	Estudiantes que realizan un bosquejo de un triángulo con las medidas de 5 y 6 sin especificar la base y la altura del triángulo (ED1)	1	8.3%
5	Estudiantes que realizan un bosquejo de un triángulo cuyos lados miden 5cm (ED6)	1	8.3%
5	Estudiantes que realizan el bosquejo de un triángulo (ED7)	1	8.3%

Respecto a los resultados presentados en la tabla 13, se observa que el 50% de los estudiantes no responde la pregunta y deja el espacio en blanco, es decir, que para ellos es complejo realizar la construcción de un triángulo dado el área, en comparación con la pregunta anterior puede que el 33.3 % solo realizará las operaciones de cada una de las opciones de respuesta y relacionarlas con la pregunta. En este sentido, es complejo para los estudiantes encontrar las dimensiones del triángulo para hacer la respectiva construcción.

Por otra parte, el 16.6% de los estudiantes realizan un bosquejo de un triángulo especificando las medidas de la base y la altura, por ejemplo, el estudiante ED5 realiza el bosquejo

con una base de 6cm y una altura de 5cm, además realiza la operación de $(6 \times 5)/2 = 30/2 = 15$ cm. Lo anterior, permite decir que las estudiantes tienen un nivel 1 de Van Hiele.

Ahora bien, el 25% de los estudiantes realiza un bosquejo de un triángulo, pero no se especifican las dimensiones o no corresponden a la relación con el área. Por ejemplo, el estudiante ED1 realiza el bosquejo de un triángulo y escribe alrededor de él los números 6 y 5 pero no es claro, el estudiante ED6 dibuja el bosquejo de un triángulo con 5 cm por cada lado, lo cual hace referencia al perímetro, es decir que conceptualmente no difiere uno del otro. Además, ED7 solo dibuja un triángulo.

Tabla 14

Pregunta 11 del cuestionario inicial (P11, CI)

Define con tus palabras área y perímetro.			
TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que no responden la pregunta. (ED3, ED7, ED8, ED11)	4	33.3%
2	Estudiantes definen el área como lo de adentro y perímetro lo del alrededor (ED6, ED10, ED12)	3	25%
3	Estudiantes que definen perímetro como lado x lado y área como $b \times h$ (ED1,ED2)	2	16.6%
4	El perímetro se suma y el área se multiplica (ED4, ED9)	2	16.6%
5	Estudiantes que definen por medio de ejemplo, el perímetro es 18 cm y el área es 15cm^2 (ED5)	1	8.3%

Con base en los resultados obtenidos en la tabla 13, se observa que el 33.3% de los estudiantes no responden a la pregunta, lo cual nos permite inferir que a pesar de utilizar fórmulas o realizar cálculos, no logran comprender los conceptos de área y perímetro y diferenciarlos.

Por otra parte, el 25% de los estudiantes logran dar una definición con sus propias palabras de como entiende el área y el perímetro. Por ejemplo, el estudiante ED6 dice “área es lo de adentro y el perímetro lo de alrededor”, el estudiante ED10 dice “área: es cuanto de área tiene la imagen por dentro, perímetro: son las medidas que tiene por fuera” y el estudiante ED12 dice “perímetro es el contorno de la figura de ahí se saca lo que tiene de perímetro, área es dentro de la figura y haciendo el procedimiento sale el área”. De lo anterior, se puede inferir que los estudiantes comprenden que es el área y el perímetro, y como se diferencian, además se puede observar que en la definición usan el concepto mencionado, por esto se encuentran en un nivel 1 de Van Hiele.

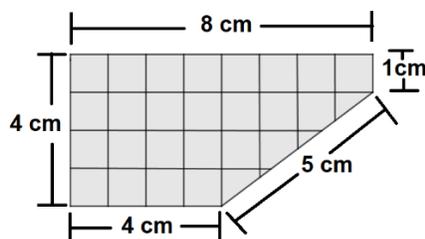
Ahora bien, el 16.6% de los estudiantes responden que el área es lado por lado y el perímetro es base por altura, en el cual se puede evidenciar que no tienen los conceptos de área y perímetro, pues relacionan 2 fórmulas para calcular áreas para definir área y perímetro. Además, otro 16.6% de los estudiantes responden que en el perímetro se suma y en el área se multiplica, en este sentido se podría decir que los estudiantes relacionan las fórmulas para hallar el cuadrado o el rectángulo con la multiplicación y al perímetro se relaciona con la suma de cada uno de los lados. Sin embargo, estas definiciones no son claras en relación con los conceptos.

Por último, un estudiante escribe las definiciones de perímetro y área por medio de ejemplos, en este caso menciona que el área es 15cm^2 y el perímetro es 18cm , en este sentido se pueden apreciar las unidades de medida en cm^2 para área y cm para perímetro, lo cual permite evidenciar que el estudiante conoce que representan cada una de estas magnitudes y como diferenciarlas de cada concepto. Por esto, se considera un nivel 1 de Van Hiele.

Tabla 15

Pregunta 12 del cuestionario inicial (P12, CI)

A continuación, se muestra un terreno con una escala de 1:50 o 1/50, es decir, que por cada 1cm son 50 cm en tamaño real. Entonces, ¿cuál es el perímetro en tamaño real del terreno?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (ED2, ED4, ED6)	3	25%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (ED5, ED7, ED10)	3	25%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción c (ED1, ED9)	2	16.6%
5	Estudiantes que seleccionaron la opción e (ED3, ED8, ED11, ED12)	4	33.3%

Según lo que se observa en la tabla 15, se puede apreciar que el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción a que dice que el perímetro real es de 22cm, justificando que se suman todos los lados del terreno, cabe resaltar que, a pesar de haber calculado el perímetro de la figura, se solicitaba el perímetro en tamaño real.

Además, el 25% de los estudiantes que seleccionaron la opción b, que dice que el perímetro real es de 1100cm, ninguno de ellos justificó la respuesta, por esta razón no hay evidencia suficiente que permita inferir su selección, sin embargo, se puede suponer que los estudiantes se imaginaron este terreno en dimensiones reales y se ajustaba la respuesta.

Por otra parte, el 16.6% de los estudiantes seleccionaron la opción c, la cual hace referencia al perímetro real de 22cm^2 del cual se puede suponer que los estudiantes sumaron las cantidades de la figura, pero no tuvieron en cuenta las magnitudes, lo cual permite evidenciar que presentan dificultades en el concepto de perímetro y no comprenden la relación mediante la escala. Además, cabe resaltar que el 33.3% de los estudiantes no saben cómo responder a la pregunta. En conclusión, ninguno de los estudiantes respondió correctamente esta pregunta y no se pueden categorizar en un nivel de Van Hiele.

Tabla 16*Pregunta 13 del cuestionario inicial (P13, CI)*

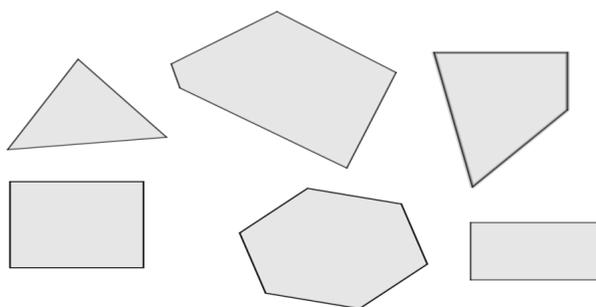
 Define escala y semejanza con tus propias palabras.

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que no responden o escriben no se (ED1,ED2,ED3, ED4, ED5, ED6, ED7, ED8, ED9, ED11, ED12)	11	91.6%
2	Estudiante que respondió “es cuantos centímetros mide algo” (ED10)	1	8.3%

Con base en los resultados obtenidos en la tabla 16, se observa que el 91.6% de los estudiantes no responden a la pregunta o escriben no sé, es decir, que los estudiantes no conocen los conceptos o no pueden expresar las definiciones de estos conceptos. Por otro lado, un estudiante escribió que es cuantos centímetros mide algo, asociándolo a una escala métrica. Por lo anterior, no se puede categorizar en un nivel de Van Hiele.

Tabla 17*Pregunta 14 del cuestionario inicial (P14, CI)*

 Marca con lápiz todos los ángulos de cada polígono.



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que marcaron los ángulos de cada polígono (ED1, ED5, ED6, ED9, ED10, ED11, ED12)	7	58.3%

2	Estudiantes que seleccionaron algunos polígonos (ED2, ED3)	2	16.6%
3	Estudiantes que seleccionaron algunos ángulos del polígono (ED4, ED7, ED8)	3	25%

Respecto a los resultados presentados en la tabla 17 se observa que el 58.3% de los estudiantes logra identificar de forma correcta los ángulos de cada polígono al marcarlos con lápiz, lo cual indica que están en un nivel 1 de Van Hiele.

Además, el 16.6% de los estudiantes seleccionaron algunos ángulos del polígono, lo cual indica que no alcanzaron un nivel 1 de Van Hiele. Por último, el 25% de los estudiantes solo logra identificar algunos ángulos de los polígonos, lo cual indica que este concepto no es claro y apenas van a alcanzar el Nivel 1 de Van Hiele.

Tabla 18

Pregunta 15 del cuestionario inicial (P15, CI)

Define con tus palabras el concepto de ángulo.

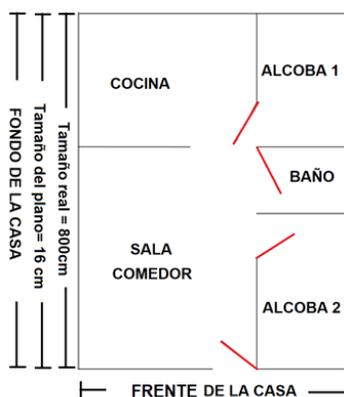
TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que no responden a la pregunta o escriben no sé (ED1, ED2, ED3, ED4, ED5, ED6, ED7, ED8, ED9, ED10, ED11, ED12)	12	100%

Conforme a la tabla 18 se puede identificar que el total de estudiantes, es decir, el 100% de los estudiantes no respondió a la pregunta o responden no sé, del cual se puede decir que en relación con la pregunta anterior que los estudiantes no logran alcanzar un nivel 2 de Van Hiele.

Tabla 19

Preguntas 16, 17, 18 y 19 del cuestionario inicial (P16, P17, P18, P19)

Define con tus palabras el concepto de ángulo. De acuerdo con el siguiente plano de una casa, responde las preguntas 16, 17, 18 y 19.



Pregunta 16. ¿Cuál es la escala o razón de semejanza entre el tamaño del plano de la casa y el tamaño real de la casa?

Pregunta 17. ¿Cuál es el tamaño real del frente de la casa, si en el plano el frente es de 12 cm?

Pregunta 18. ¿Cuál es el perímetro del tamaño real de la casa?

Pregunta 19. ¿Cuál es el área del tamaño real de la casa?

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionan la opción e no sé (ED1, ED2, ED3, ED4, ED5, ED6, ED7, ED8, ED9, ED10, ED11, ED12)	12	100%

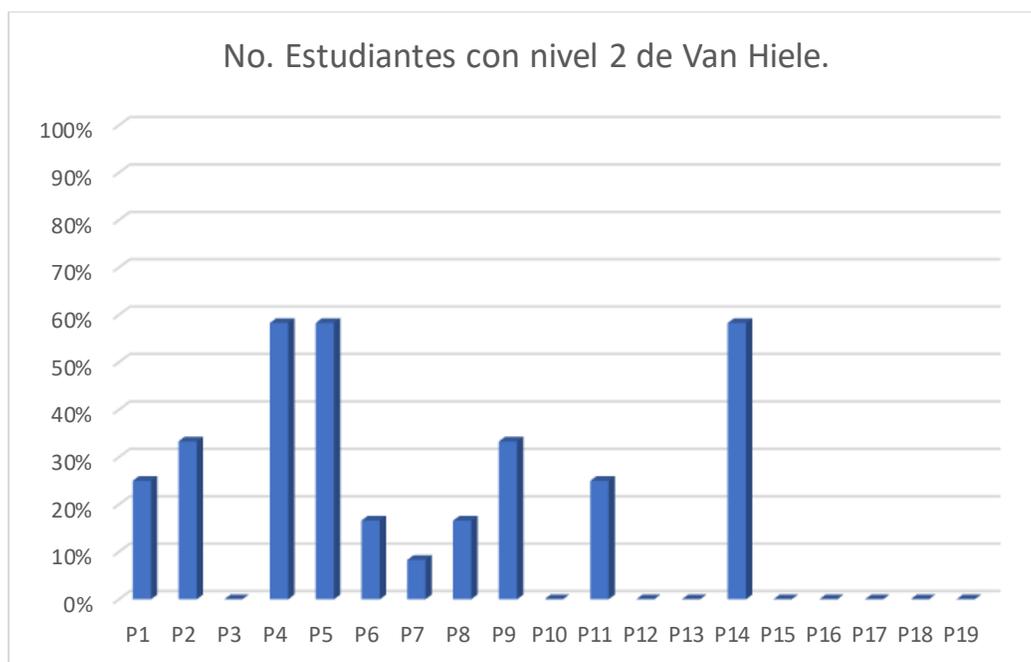
Teniendo en cuenta la tabla 19 se puede identificar que el total de estudiantes, es decir, el 100% de los estudiantes respondieron no sé, en cada una de las preguntas desde la 16 hasta la 19, del cual se puede decir que los estudiantes no han trabajado el concepto de escala o semejanza o no recuerdan estos conceptos para dar solución a las preguntas.

Finalmente, de los datos analizados cualitativa y cuantitativamente en el cuestionario anterior se puede sintetizar el pensamiento de los estudiantes mediante el gráfico que se presenta a

continuación en la figura 7 se presenta la gráfica del porcentaje de aciertos en las preguntas del cuestionario inicial.

Figura 7

Porcentajes de respuestas en nivel 2 de Van Hiele.



Nota. Gráfica del porcentaje de los estudiantes con nivel 2 de van Hiele en cada pregunta del cuestionario inicial. (Elaboración propia).

De la gráfica anterior, en general se puede decir que:

- Todas las respuestas están por debajo del 60 % de los estudiantes que alcanzaron el nivel 2 de Van Hiele.
- La mayoría de las respuestas se encuentran por debajo del 33.3% de estudiantes en nivel 2 de Van Hiele.
- Las preguntas con mayor acierto son aquellas que se relacionan con el área de un rectángulo y con la identificación de los ángulos de un polígono con un porcentaje de 58.3%
- Las preguntas que obtuvieron un 0% en cuanto al nivel de Van Hiele, en su gran mayoría están relacionadas con el concepto de escala y semejanza. Siendo este un punto de interés para el desarrollo de la investigación.

4.2.2 Bachillerato José Vasconcelos

La tabla 20, presenta los resultados cuantitativamente mediante el porcentaje de respuestas correctas de cada estudiante en las catorce preguntas de selección múltiple relacionadas con la geometría. Para la valoración, se tuvo en cuenta que si la respuesta y la justificación son correctas se le asigna la valoración de 1, en caso contrario se le asigna una valoración de 0.

Tabla 20

Análisis cuantitativo del cuestionario inicial.

Estudiante	Nº de pregunta														Total	Porcentaje
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P12	P16	P17	P18	P19		
EG1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0.286
EG2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0.071
EG3	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0.071
EG4	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	4	0.286
EG5	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	9	0.643
EG6	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	0.143
EG7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0.071
EG8	1	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	5	0.357
Total respuestas acertadas	4	4	2	5	3	2	1	1	5	0	0	0	0	0	Promedio	
Total porcentaje de acierto	50%	50%	25%	63%	38%	25%	13%	13%	63%	0%	0%	0%	0%	0%	0.241	
Desviación Estándar	0.185					Coefficiente de variación					76.89%					

La media del grupo de estudiantes fue de 0,241 en una escala de 0 a 1, lo cual indica que el rendimiento en promedio de los estudiantes fue del 24,1%.

Luego por medio de la media y la desviación estándar se obtuvo la relación que existe entre ellas, a lo cual se le conoce como coeficiente de variación, según Rustom J, (2012), es una medida que permite medir la dispersión en la cual se puede decir que un valor mayor al 50% indican una heterogeneidad en la población.

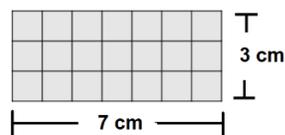
En este caso, el coeficiente de variación para los datos obtenidos en este cuestionario inicial fue del 76.89% lo cual indica una dispersión respecto a la media es considerablemente alta en el desempeño de los estudiantes. Debido a lo anterior, se llegó a la conclusión concluir que el grupo es heterogéneo. Lo cual se puede evidenciar en las diferencias del total de respuestas correctas que obtuvieron los estudiantes.

A continuación, se presentan las tablas correspondientes a todas las preguntas del cuestionario inicial para su análisis cualitativo. Cada pregunta tiene una justificación por parte de los estudiantes.

Tabla 21

Pregunta 1 del cuestionario inicial (P1, CI)

¿Cuál es el perímetro del siguiente rectángulo?

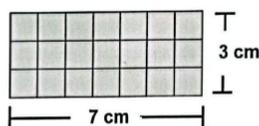


TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción b (EG1, EG5, ED6, EG8)	4	50%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción c (EG2, EG3, EG4, EG7)	4	50%

Teniendo en cuenta los datos de la Tabla 21, el 50% de los estudiantes seleccionaron la respuesta b en la cual se dice que el perímetro es 20 cm. Para esta opción, los estudiantes justificaron que el perímetro se halla sumando los lados del rectángulo, en este caso particularmente los estudiantes realizaban la multiplicación de $7 \times 2 = 14$ y $3 \times 2 = 6$ para luego sumar 14 y 6 y obtener como resultado 20 cm, en este sentido, se pueden caracterizar en un nivel 1 de Van Hiele Van Hiele ya que logran justificar porque llegan a la respuesta y reconocen las partes que componen a la figura. A continuación, se presenta en la figura 8 la justificación de EG6.

Figura 8**Respuesta del estudiante EG6**

1. ¿Cuál es el perímetro del siguiente rectángulo?



- a. El perímetro es 21 cm².
 b. El perímetro es 20 cm .
 c. El perímetro es 21 cm.
 d. El perímetro es 20 cm²
 e. Otra. ¿Cuál? _____
 f. No sé.

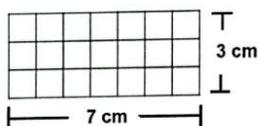
Espacio para justificar

$7 \times 2 = 14 \rightarrow$ Es de un lado largo
 $3 \times 2 = 6 \rightarrow$ Altura y el otro lado
 $\underline{\quad\quad}$
 20
 El perímetro es la parte que rodea la figura.

Por otra parte, el 50% de los estudiantes seleccionaron la opción c, la cual dice que el perímetro es 21 cm, las justificaciones de los estudiantes son que se suman los lados, o mencionan que se realiza el procedimiento utilizando la fórmula, específicamente el estudiante EG2 realizó las siguientes operaciones $3 \times 7 = 20 \div 2 = 21$ (ver figura 9)

Figura 9**Respuesta del estudiante EG2**

1. ¿Cuál es el perímetro del siguiente rectángulo?



- a. El perímetro es 21 cm².
 b. El perímetro es 20 cm .
 c. El perímetro es 21 cm.
 d. El perímetro es 20 cm²
 e. Otra. ¿Cuál? _____
 f. No sé.

Espacio para justificar

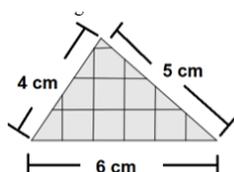
$P = b \times a$
 $3 \times 7 = 20 \div 2 = 21$

Ahora bien, de los análisis anteriores se puede observar que 50% de los estudiantes no se puede caracterizar en un nivel de Van Hiele, y presentan dificultades en reconocer el perímetro del rectángulo.

Tabla 22

Pregunta 2 del cuestionario inicial (P2, CI)

¿Cuál es el perímetro del siguiente triángulo?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (EG7)	1	12.5%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (EG4, EG5, EG6, EG8)	4	50%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción c (EG1, EG2)	2	25 %
4	Estudiantes que seleccionaron la opción d (EG3)	1	12.5%

En relación con los resultados de la tabla 22, de los estudiantes correspondiente a la pregunta 2, se observa que sólo un estudiante selecciono la opción a, que hace referencia a que el perímetro del triángulo es 120cm^2 , y cuya justificación es que no recuerda el procedimiento para sacar el perímetro. Ahora bien, el 50% de los estudiantes selecciono la opción b que indica que el perímetro es 15 cm, y se encuentran justificaciones como que se suman todos los lados, o para hallar el perímetro de cualquier polígono se suman todos los lados.

Por otro lado, el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción c, el perímetro es 15cm^2 , de la cual se pudo apreciar que los estudiantes realizaron la suma de los lados del triángulo, sin embargo, no tuvieron en cuenta las magnitudes correspondientes al perímetro. Por último, el

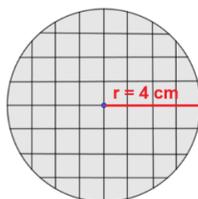
estudiante EG3 selecciono la opción, pero indicó no recordar cómo realizar el procedimiento, del cual se puede inferir que realizó una multiplicación de cada uno de los lados para hallar el perímetro del triángulo.

Finalmente, se puede decir que el 50% de los estudiantes que respondieron correctamente a esta pregunta y se encuentran en un nivel 1 de Van Hiele. Además, se puede evidenciar en el resto de los estudiantes una concepción errónea sobre el perímetro, al confundirlo con el área, o no logran diferenciar las unidades de medida.

Tabla 23

Pregunta 3 del cuestionario inicial (P3, CI)

¿Cuál es el perímetro del siguiente círculo?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción b (EG1, EG5)	2	25%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción f (EG2, EG3, EG4, EG6, EG7, EG8)	4	75%

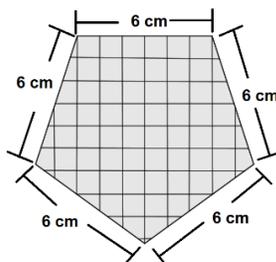
Con relación a los resultados expuestos en la tabla 23, el 25 % selecciono la opción b, que dice que el perímetro es aproximadamente 25,2 cm, en el cual se pueden apreciar cálculos realizados para calcular el perímetro del círculo, como lo son las fórmulas $A = 2 \times \pi \times r$ ó $A = D \times \pi$, del cual se puede observar que los estudiantes conocen como calcular el perímetro de un círculo.

Por otra parte, el 75% selecciono la opción f, que enuncia no sé, justificando que no se acuerdan o que este tema no lo han visto. Por lo anterior, se llega a la conclusión que el 25% de los estudiantes, se pueden categorizar en el nivel 1 de Van Hiele al reconocer las relaciones del perímetro de un círculo y cómo calcularlo.

Tabla 24

Pregunta 4 del cuestionario inicial (P4, CI)

¿Cuál es el perímetro del siguiente pentágono?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción b (EG1, EG2, EG4, EG5, EG8)	5	62.5%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción d (EG3, EG6, EG7)	3	37.5%

Según lo que se observa en la tabla 24, de los resultados correspondientes a la pregunta 4, el 62.5% de los estudiantes contestan de manera correcta la pregunta al indicar que el perímetro del pentágono es 30 cm. Los estudiantes EG1, EG2, EG4, EG5, EG8, en general realizaron justificaciones como: se multiplican los centímetros por los lados que son, por que se suman todos los lados, se suman todos los lados o realizan una multiplicación, de las cuales se puede decir que están en un nivel 1 de Van Hiele.

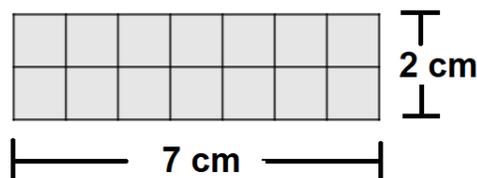
Sin embargo, el 37.5% de los estudiantes seleccionaron la opción d, justificando que no recuerdan como hallar el perímetro o cómo es el procedimiento o particularmente el estudiante EG6, dice que un pentágono tiene 6 lados y multiplica $6 \times 6 = 36$ para hallar el perímetro. Del cual

se puede inferir que el estudiante para esta pregunta no alcanza al nivel 1 de Van Hiele al no reconocer las características de la figura.

Tabla 25

Pregunta 5 del cuestionario inicial (P5, CI)

¿Cuál es el área del siguiente rectángulo?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (EG2, EG3)	2	25%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (EG4, EG5, EG7, EG8)	4	50%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción e (EG6, EG1)	2	25%

Teniendo en cuenta los datos de la Tabla 25, el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción a, en la cual el área es de 14 cm, se podría decir que los estudiantes conocen como hallar el área en cuanto a las cantidades numéricas. Por ejemplo, el estudiante EG2 menciona que se multiplica $7 \times 2 = 14\text{cm}$, es decir, que no se tienen en cuenta las magnitudes en metros cuadrados para el área.

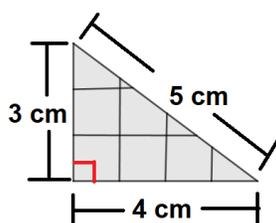
Por otra parte, el 50% de los estudiantes seleccionaron la opción b, de los cuales sólo el 37.5% de los estudiantes realizaron una justificación acorde con la selección, por ejemplo, las justificaciones en que se multiplica un lado por otro o realizan la operación de 7×2 . Es decir, que solo el 37.5% de los estudiantes alcanzaron un nivel 1 de Van Hiele.

Por último, el 25% de los estudiantes desconocen como hallar el área del rectángulo, lo cual es preocupante debido a que son estudiantes de bachillerato y se presenta una representación visual que permite reconocer las propiedades de la figura.

Tabla 26

Pregunta 6 del cuestionario inicial (P6, CI)

¿Cuál es el área del siguiente triángulo?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (EG7)	1	12.5%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción b (EG1, EG5)	2	25%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción c (EG3)	1	12.5%
4	Estudiantes que seleccionaron la opción d (EG2)	1	12.5%
5	Estudiantes que seleccionaron la opción f (EG4, EG6, EG8)	3	37.5%

Conforme a la tabla 26, se exponen las soluciones a la pregunta 6, el 12.5% de los estudiantes respondieron que el área del triángulo es 12 cm^2 , seleccionando la opción a, justificando que se no están seguros de la respuesta. Además, el 25% seleccionó la opción b, el área es 6 cm^2 , Justificando que se multiplica la base por la altura y se divide entre dos o escriben la fórmula para hallar el área del triángulo.

Por otro lado, el 12.5% selecciona la opción c, en la cual se dice que el área es 12 cm , de la el estudiante menciona que se utiliza una fórmula pero no la describe. Además, que el 12.5% de

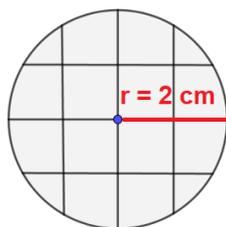
los estudiantes selecciono la opción d, que dice que el área es 60 cm^2 , del cual se puede inferir que los estudiantes tienen la idea del área del triángulo, debido a que escriben la fórmula, pero realizan un procedimiento forzoso para llegar al resultado de 60, realizando la operación $3 \times 4 \div 2 = 60$.

Cabe resaltar, que el 37.5% de los estudiantes selecciono la opción f, que dice no sé, justificando que no recuerdan como calcular el área. Por lo anterior, se puede decir que el 25% alcanzo un nivel 1 de Van Hiele.

Tabla 27

Pregunta 7 del cuestionario inicial (P7, CI)

¿Cuál es el área del siguiente círculo?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción b (EG5, EG3, EG7)	3	37.5%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción f (EG1, EG2, EG4, EG6, EG8)	5	62.5%

De acuerdo con los datos presentados en la tabla 27, se puede identificar que el 62.5% de los estudiantes seleccionan la opción f, lo cual significa que no saben cómo calcular el área del círculo, lo cual permite reflejar la falta del dominio de este concepto por parte del grupo de estudiantes.

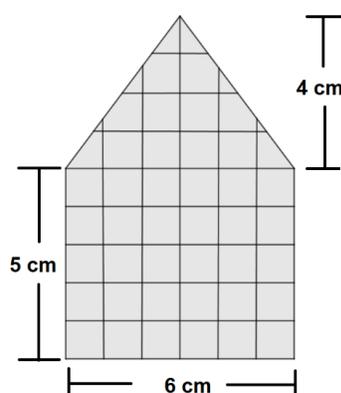
Además, el 37.5% de los estudiantes seleccionaron la opción b, sin embargo, solo el estudiante EG5 justificó escribiendo “la fórmula para hallar el área del círculo es $A = \pi \times r^2$ ” lo cual hace referencia a la fórmula para hallar el perímetro del círculo o a la fórmula para hallar el área del círculo. Por lo anterior, se tuvo en cuenta la afirmación como justificada.

No obstante, los estudiantes EG3 y EG7 solo escribieron como justificación que se utilizó la fórmula, pero no especifican cual o indican que no recuerdan el procedimiento, por tanto, esta justificación no permite interpretar lo realizado por los estudiantes y por esto no se tuvieron en cuenta. Por lo anterior, se logra inferir que solo el 12.5% de los estudiantes logro responder a esta pregunta y alcanzar un nivel 1 de Van Hiele.

Tabla 28

Pregunta 8 del cuestionario inicial (P8, CI)

¿Cuál es el área del siguiente pentágono?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción a (EG5)	1	12.5%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción f (EG1, EG2, EG3, EG4, EG6, EG7, EG8)	7	87.5%

La tabla 28 permite evidenciar que el 87.5% de los estudiantes seleccionaron la opción f que dice no sé, realizando justificaciones como no recuerdo u operaciones que no están relacionadas con lo solicitado. Sólo el estudiante, EG5 realizó explícitamente el procedimiento que realizó, es decir, que él en primer lugar dividió el pentágono en un rectángulo y un triángulo, para luego hallar el área por separado, para luego sumarla en total, en este sentido se puede decir que sólo el 12.5% de los estudiantes alcanzo un nivel 1 de Van Hiele.

Tabla 29*Pregunta 9 del cuestionario inicial (P9, CI)*

¿ Cuáles serían las dimensiones de un rectángulo, que tiene un área de 27 cm^2 ?

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que seleccionaron la opción b (EG3, EG4, EG5, EG7, EG8)	5	62.5%
2	Estudiantes que seleccionaron la opción c (EG2)	1	12.5%
3	Estudiantes que seleccionaron la opción f (EG1, EG6)	2	25%

Conforme a lo presentado en la tabla 29 se puede inferir que el 62.5% de los estudiantes, selecciono la opción b, en la cual dice que la base es 9cm y la altura 3 cm. Los estudiantes realizaron justificaciones en relación con el área de un rectángulo, es decir base por altura ($b \times h$) o realizan la multiplicación de $9 \times 3 = 27$ haciendo referencia a la aplicación de la fórmula. Por lo anterior, se puede afirmar que el 62.5% de los estudiantes seleccionaron y justificaron la respuesta, categorizándolos en un nivel 1 de Van Hiele.

Ahora bien, el 12.5% de los estudiantes seleccionaron la opción c que indica que la base es 17cm y la altura es 10 cm, del cual se puede inferir que los estudiantes relacionaron el área del rectángulo con la suma de dos de las dimensiones del rectángulo.

Por último, el 25% de los estudiantes seleccionaron la opción f (No sé), lo cual nos permite inferir que no reconocen como hallar las dimensiones de un rectángulo partiendo de su área.

Tabla 30*Pregunta 10 del cuestionario inicial (P10, CI)*

Construye un triángulo que tenga un área de 15 cm^2

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
--------------------	--	----	----

1	Estudiantes que no responden la pregunta. (EG1, EG4, EG8, EG7)	4	37.5%
2	Estudiantes que realizan un bosquejo de un triángulo cuyos lados suman 5cm (EG2, EG6)	2	25%
3	Estudiantes que realizan la construcción un triángulo con las medidas de 5cm y 6 cm de dos de sus lados (EG3, EG5)	2	25%

Respecto a los resultados presentados en la tabla 30, se observa que el 50% de los estudiantes no responde la pregunta y deja el espacio en blanco, es decir, que para ellos es complejo realizar la construcción de un triángulo dado el área.

Ahora bien, el 25% de los estudiantes realiza un bosquejo de un triángulo cuyas medidas suman 15 cm, en este sentido, puede que los estudiantes no tienen claro los conceptos de área y perímetro para realizar este tipo de construcciones. Por ejemplo, el estudiante EG2 realiza el bosquejo de un triángulo equilátero de 5 cm de lado y el estudiante EG6 realiza el bosquejo de un triángulo isósceles de dimensiones 6.5cm, 6.5 cm y 2 cm.

Por otra parte, el 25% de los estudiantes realizan un bosquejo de un triángulo especificando las medidas de dos de sus lados, por ejemplo, el estudiante EG5 realiza la construcción de un triángulo rectángulo con una base de 6cm y una altura de 5cm. Lo anterior, permite decir que el estudiante tiene un nivel 1 de Van Hiele.

Sin embargo, el estudiante EG6 realiza la construcción del triángulo con dos medidas de sus lados, en este sentido 6cm y 5 cm, pero este triángulo no es rectángulo, por lo que las medidas de 6 cm o 5cm no corresponden a la altura. Además, se puede apreciar la aplicación de la fórmula del estudiante en el triángulo construido, pero no es claro el concepto de altura.

Tabla 31*Pregunta 11 del cuestionario inicial (P11, CI)*

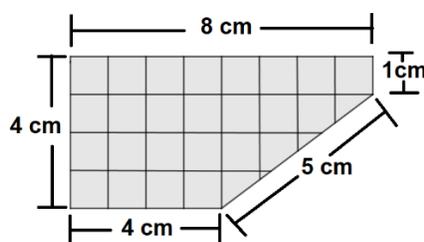
 Define con tus palabras área y perímetro.

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que no responden la pregunta. (EG1, EG3, EG4, EG5)	4	50%
4	Estudiantes que lo olvidaron (EG2, EG7, EG8, EG6)	4	50%

Con base en los resultados obtenidos en la tabla 31, se observa que el 50% de los estudiantes no responden a la pregunta, y el otro 50% manifiestan que no recuerdan lo que han visto y no saben cómo definirlo. Lo cual nos permite inferir que a pesar de utilizar fórmulas o realizar cálculos, no logran comprender los conceptos de área y perímetro y diferenciarlos para poder definirlos.

Tabla 32*Pregunta 12 del cuestionario inicial (P12, CI)*

 A continuación, se muestra un terreno con una escala de 1:50 o 1/50, es decir, que por cada 1cm son 50 cm en tamaño real. Entonces, ¿cuál es el perímetro en tamaño real del terreno?



TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
5	Estudiantes que seleccionaron la opción f (EG1, EG2, EG3, EG4, EG5, EG5, EG6, EG7, EG8)	8	100%

En relación con la tabla 32, se observa que el 100% de los estudiantes responden a la pregunta diciendo que no saben, porque no recuerdan haber visto este tema o dejan el espacio de

justificación en blanco. Sin embargo, es interesante resaltar que saben que la opción a no es la opción correcta a pesar de que la imagen presentada visualmente se podría interpretar el perímetro de la figura como 22 cm. En este sentido se puede suponer que reconocen a la semejanza y la escala, pero no saben cómo realizar los cálculos.

Tabla 33

Pregunta 13 del cuestionario inicial (P13, CI)

Define escala y semejanza con tus propias palabras.

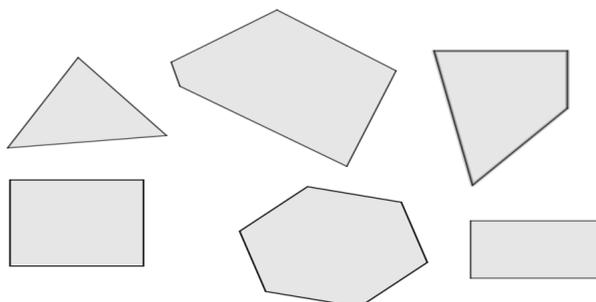
TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que no responden o escriben no sé (EG1, EG2, EG3, EG4, EG5, EG6, EG7, EG8)	8	100%

Con base en los resultados obtenidos en la tabla 33, se observa que el 100% de los estudiantes no responden a la pregunta o escriben no sé, es decir, que los estudiantes no conocen los conceptos o no pueden expresar las definiciones de estos conceptos. Por esto, no se puede categorizar en un nivel de Van Hiele.

Tabla 34

Pregunta 14 y 15 del cuestionario inicial (P14, P15 CI)

Marca con lápiz todos los ángulos de cada polígono.



Define con tus palabras el concepto de ángulo.

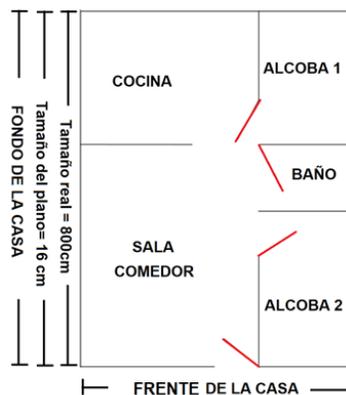
TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que no respondieron a las preguntas (EG1, EG2, EG3, EG4, EG5, EG6, EG7, EG8)	8	100%

Respecto a los resultados presentados en la tabla 34 se observa que el 100% de los estudiantes no logra identificar los ángulos de los polígonos, y además no son capaces de definir el concepto, es decir, que los estudiantes no se pueden categorizar en ninguno de los niveles de Van Hiele.

Tabla 35

Preguntas 16, 17, 18 y 19 del cuestionario inicial (P16, P17, P18, P19)

Define con tus palabras el concepto de ángulo. De acuerdo con el siguiente plano de una casa, responde las preguntas 16, 17, 18 y 19.



- ¿Cuál es la escala o razón de semejanza entre el tamaño del plano de la casa y el tamaño real de la casa?
- ¿Cuál es el tamaño real del frente de la casa, si en el plano el frente es de 12 cm?
- ¿Cuál es el perímetro del tamaño real de la casa?
- ¿Cuál es el área del tamaño real de la casa?

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
--------------------	--	----	----

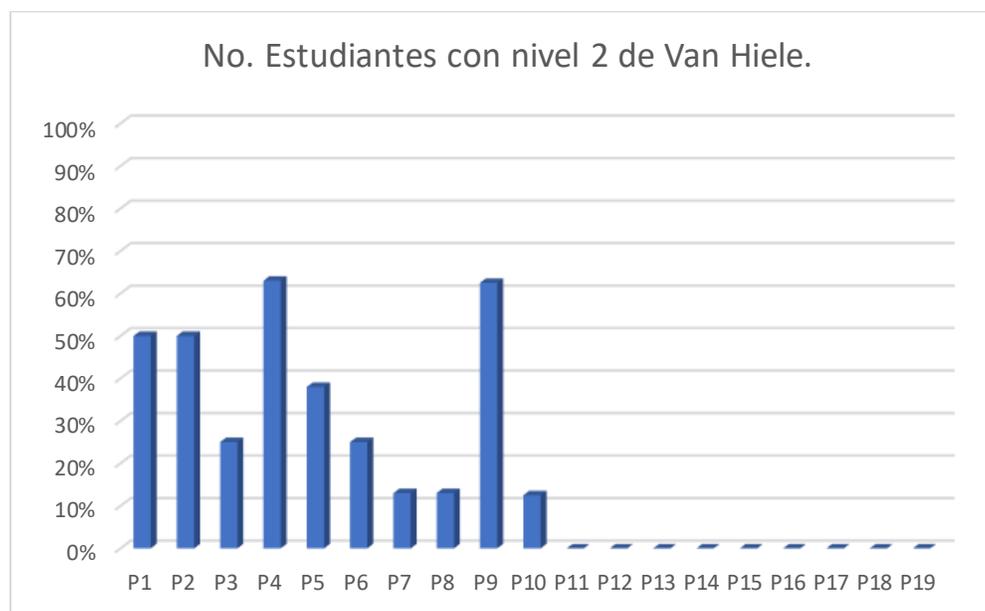
1	Estudiantes que seleccionan la opción f no sé (EG1, EG2, EG3, EG4, EG5, EG6, EG7, EG8)	8	100%
---	--	---	------

Teniendo en cuenta la tabla 35 se puede identificar que el total de estudiantes, es decir, el 100% de los estudiantes respondieron no sé, en cada una de las preguntas desde la 16 hasta la 19, del cual se puede decir que los estudiantes no han trabajado el concepto de escala o semejanza o no recuerdan estos conceptos para dar solución a las preguntas.

Finalmente, de los datos analizados cualitativa y cuantitativamente en el cuestionario anterior se puede sintetizar el pensamiento de los estudiantes mediante el gráfico que se presenta a continuación en la figura 9 se presenta la gráfica del porcentaje de aciertos en las preguntas del cuestionario inicial.

Figura 10

Porcentaje de estudiantes con nivel 2 de Van Hiele en el cuestionario inicial.



Nota. Gráfica del porcentaje de los estudiantes con nivel 2 de van Hiele en cada pregunta del cuestionario inicial. (Elaboración propia).

De la gráfica anterior, en general se puede decir que:

- Todas las respuestas están por debajo del 62.5 % de los estudiantes que alcanzaron el nivel 2 de Van Hiele.
- Las preguntas con mayor acierto son aquellas que se relacionan con el área de un rectángulo y con el perímetro de un pentágono regular con un porcentaje de 62.5%
- Las preguntas que obtuvieron un 0% en cuanto al nivel de Van Hiele, en su gran mayoría están relacionadas con el concepto de escala y semejanza. Siendo este un punto de interés para el desarrollo de la investigación. Como se puede observar desde las preguntas 11 a la 19.

4.3 Hoja de Trabajo número 1

En este apartado se describen las características de la hoja de trabajo No. 1 (Anexo B) conformado por 8 preguntas, que se diseñaron teniendo en cuenta los resultados presentados en el cuestionario inicial. En este sentido, se presentó un contexto relacionado con un terreno de 120m^2 , en el cual los estudiantes deben hallar o encontrar diferentes dimensiones que permitan encerrar esta superficie.

Por otro lado, en la segunda parte de la hoja de trabajo los estudiantes debían realizar la construcción de diferentes figuras geométricas a escala, como triángulos, hexágonos, etc. Para luego realizar las respectivas comparaciones entre el perímetro y área de cada una de las figuras.

En este sentido, De acuerdo con los objetivos del trabajo de investigación, resulta importante categorizar los argumentos de los estudiantes dentro de los niveles de Razonamiento de Van Hiele. Para ello, el análisis de la información se hace desde las perspectivas, cualitativa y cuantitativa.

4.3.1 Bachillerato Digital 171

En este apartado, se describe el proceso realizado en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato digital 171 mediante la observación del trabajo realizado en clase. Es por esto, que se observa lo realizado por los estudiantes para presentar la pregunta número 1, que dice “En la cancha de la escuela con la ayuda de tus compañeros y con una cuerda encierren una superficie de 120 m². A continuación, describe como lo realizaron”. Para dar cuenta de esta pregunta, en primer lugar, se mencionó de forma oral a los estudiantes ¿Cómo se podría encerrar una superficie de un terreno de 120m²?, en el cual muchos de los estudiantes manifestaban que se podría señalar más o menos el terreno en la zona verde de la institución educativa.

Por esto, se realizó la siguiente pregunta ¿cuál podría ser la forma de ese terreno?, entre las respuestas de los estudiantes cabe resaltar al estudiante ED5, que menciona que podría ser de cualquier forma. De este comentario, varios estudiantes mencionan que se podrían realizar figuras geométricas como cuadrados, triángulos o rectángulos. Además, ED9 menciona que, si el terreno es de ella o si lo iba a comprar, lo prefería de forma rectangular, debido a que le podría dar un mejor uso y no se desperdiciaría tanto terreno, por ejemplo, en el sembrado o construcción.

Por lo mismo, se generó la siguiente pregunta ¿cuáles serían las dimensiones de cada una de estas formas? Los estudiantes reflexionaron sobre esto y se generaron ideas como la del ED10 planteando “ si es un rectángulo las base sería 60 y la altura 20” sobre el cual se generaron discusiones sobre si eran o no eran las dimensiones del rectángulo. Por lo cual, el estudiante ED7 mencionó que el área de ese rectángulo sería 1200m². Por lo cual, se buscaron y pensaron varias formas con sus respectivas dimensiones, y se realizaron los análisis como el mencionado por el estudiante ED7.

Después de más o menos 20 minutos de discusión, el estudiante ED5 menciona que las posibles dimensiones del rectángulo serían 10m x 12m, en el cual los estudiantes realizaron los respectivos cálculos para corroborar si coincidía con la superficie solicitada en la pregunta anterior. Asimismo, el estudiante ED10 menciona que, si la forma es triangular, su base es 20m y su altura

es 12m, del cual se realizó el cálculo y confirmar sus dimensiones, en el cual el estudiante ED5, menciona que también era una figura que encerraba el terreno.

Ahora bien, luego de hallar las dimensiones del terreno se les pregunto ¿ cómo se podría encerrar esta superficie en la cancha de la institución, del cual surgieron ideas de utilizar las reglas de 30 cm, y luego el estudiante ED2 menciona que si pueden utilizar las reglas de madera de 1m que hay en el salón. Luego proceden a medir las distancias utilizando 2 reglas, cada una de 1m, como se puede observar en la figura 11.

Figura 11

Midiendo las dimensiones del rectángulo y triángulo.



En un primer momento, los estudiantes midieron 12m, realizaron un nudo en la cuerda y a partir de este, miden 10 cm, luego proceden a medir 12m nuevamente y, por último, se realizó la medición de 10m. Al finalizar, pasaron a la zona verde en donde un estudiante se ubicó en cada nudo formando lo más parecido a un rectángulo formando idealmente ángulos rectángulos. Ver figura 12.

Figura 12

Construyendo el rectángulo y el triángulo.



Finalmente, cuando se logró observar la cantidad de terreno que ocupa 120 m^2 , se realizó la siguiente pregunta, es posible realizar la construcción de este rectángulo en una hoja de papel. Del cual los estudiantes respondieron que sería unir muchas hojas para ocupar este terreno. Además, se pensó en hacer un dibujo que representara el rectángulo en la hoja. Partiendo de estas ideas es que se empieza a realizar una conceptualización del uso de la escala como representación en este caso de un terreno de 120 m^2 .

Ahora bien, se les solicito a los estudiantes que describieran el proceso que se realizó para encerrar el terreno de 120 m^2 . Dando respuesta a la primera pregunta de la hoja de trabajo No. 1. “En la cancha de la escuela con la ayuda de tus compañeros y con una cuerda encierren una superficie de 120 m^2 . A continuación, describe como lo realizaron.” El 100% de los estudiantes realizó el proceso descriptivo de todo el proceso que se llevó a cabo para encerrar la superficie de 120 m^2 desde cuales eran las posibles formas del terreno hasta la construcción de las figuras del rectángulo y triángulo. Es interesante, que en algunos casos como en el de los estudiantes ED1 y ED9, realizaron la construcción de un bosquejo del rectángulo que se encerró en la cancha. (Ver figura 13)

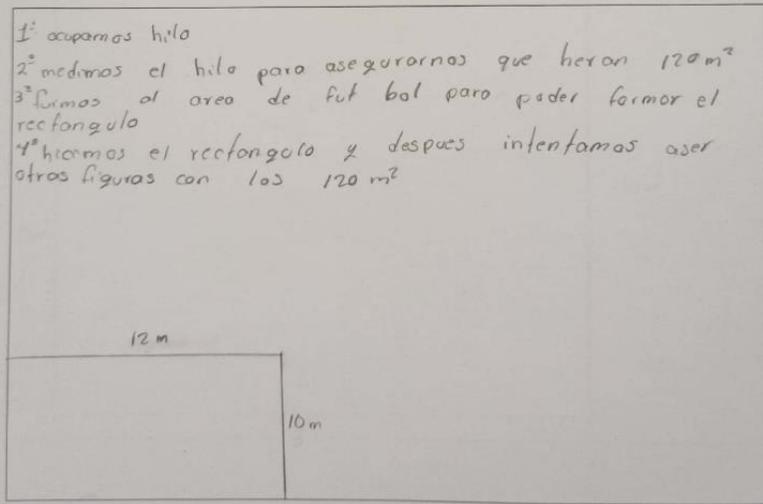
Figura 13

Respuesta del estudiante ED1

En equipos, realicen la actividad siguiente:

1. En el patio de la escuela o en cualquier lugar abierto y con ayuda de una bola de estambre (hilo, mecate, rafia, etc.) y un flexómetro (metro de lámina, madera, de plástico, etc.) encierren una superficie con un área de 120 m^2 . Describan como lo hicieron.

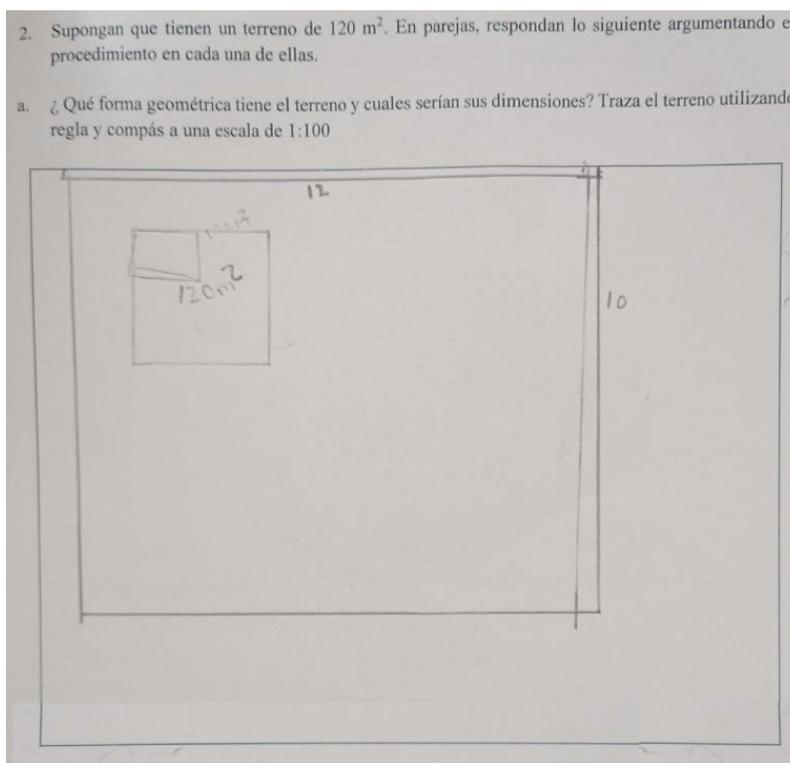
1^o ocupamos hilo
 2^o medimos el hilo para asegurarnos que heron 120 m^2
 3^o fuimos al area de fut bal para poder formar el rectangulo
 4^o hicimos el rectangulo y despues intentamos aser otras figuras con los 120 m^2



The diagram shows a rectangle with a horizontal top side labeled '12 m' and a vertical right side labeled '10 m'. The rectangle is drawn with simple lines on a light background.

Por esto, se puede concluir que los estudiantes en esta pregunta alcanzaron un nivel 1 de Van Hiele pues reconocen diferentes formas geométricas, y específicamente los estudiantes ED5, ED7, ED9 y ED10 podrían alcanzar un nivel 2 de Van Hiele por lo mencionado en las discusiones que se presentaron en esta pregunta.

Ahora bien, respecto a las soluciones a la pregunta 2, en la cual se enuncia que, si tienen un terreno de 120 m^2 , en parejas respondan lo siguiente: a ¿ Qué forma geométrica tendría el terreno y cuáles serían sus dimensiones? Traza el terreno utilizando regla y compás a una escala de 1:100. De lo anterior, el 100% de los estudiantes realiza el dibujo de un rectángulo con dimensiones de $10 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$, teniendo en cuenta sus medidas. Sin embargo, se puede apreciar que el estudiante ED7 realizó en un primer momento un bosquejo del rectángulo, que no correspondía al a escala solicitada, y luego la cambió con las medidas a escala en centímetros. (ver figura 14)

Figura 14**Respuesta del estudiante ED7**

Por lo anterior, se podría considerar que la situación planteada en el punto 1 tuvo una influencia del 100% en cuanto a las representaciones a escala del terreno de 120 m^2 y al ser una figura con forma rectangular no presentó ninguna dificultad para los estudiantes, en este caso se puede observar que los estudiantes en esta pregunta podrían alcanzar un nivel 2 de Van Hiele.

Tabla 36**Pregunta 2b de la hoja de trabajo 1 (P2b,H1)**

¿Podría tener otra forma geométrica? Traza el terreno en otras formas geométricas posibles utilizando regla y compás a una escala de 1:100.

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que realizan la construcción de 3 figuras sin considerar la escala (ED1, ED10, ED12)	3	25%

2	Estudiantes que realizan la construcción de 2 figuras sin considerar la escala (ED2, ED3, ED4, ED5, ED6, ED7, ED8, ED9, ED11)	9	75%
---	---	---	-----

Con base en los resultados obtenidos en la tabla 20, se observa que el 100% de los estudiantes no realizan la construcción de las figuras sin tener en cuenta la escala y en algunos casos no especifican las medidas de las figuras que tampoco coinciden con la escala. En este sentido, se puede decir que para los estudiantes es complejo hallar las dimensiones de las posibles formas del terreno a escala si es diferente a la forma rectangular.

No obstante, los estudiantes ED1, ED4, ED5, ED10 y ED12 por lo menos en una de las figuras se pueden apreciar que el bosquejo con las medidas que podrían corresponder a la figura en tamaño real a una escala 1 :100 sin tener en cuenta las dimensiones que se escriben. En este sentido puede que los estudiantes comprenden un poco la relación a escala y realizan un bosquejo de la forma que podría tener sin considerar las dimensiones solicitadas.

Por lo anterior, se puede apreciar que los estudiantes están en un nivel 1 de Van Hiele, pues si consideran diferentes formas para el terreno, pero algunos no realizan la representación a escala o no tienen en cuenta las medidas.

Por otro lado, al analizar las repuestas a la pregunta 3. ¿Qué tipos de ángulos se identificaron en cada forma geométrica y cuál es su medida? Se puede observar que el 100% de los estudiantes midió cada uno de los ángulos de los polígonos que construyó anteriormente, para luego describir las medidas que tenían cada una de las figuras, por ejemplo, el rectángulo tiene 4 ángulos que miden 90° . Sin embargo, no se logró apreciar la clasificación de los ángulos según su amplitud por esto se considera que los estudiantes se encuentran en nivel 1 de Van Hiele.

Tabla 37*Pregunta 4 de la hoja de trabajo 1 (P4,H1)*

Si el terreno fuera de forma circular, ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100.

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que realizan la construcción utilizando el área del círculo para hallar el radio de 6.16 cm (ED1, ED2, ED3, ED4, ED5, ED6, ED7, ED9, ED11)	9	75%
2	Estudiante que realiza la construcción de un círculo con radio 6cm (ED8)	1	8.3%
3	Estudiantes que realizan la construcción utilizando el área del círculo para hallar el radio de 6.2 cm (ED10, ED12)	2	16.6%

Conforme a la tabla 35, se exponen las soluciones a la pregunta 4, en la cual se puede observar que el 91.6% de los estudiantes utiliza de forma explícita la fórmula para hallar el área de un círculo con el objetivo de hallar la dimensión del radio para realizar la construcción a escala del círculo. No obstante, el 8.3% restante no se explicita una relación con el área, pero podría suponerse que realizó un tanteo para aproximarse al área a escala de 120 cm². Por lo anterior, se puede decir que los estudiantes podrían alcanzar un nivel 2 de Van Hiele.

Por otra parte, en las soluciones que se observaron en la pregunta 5, si el terreno fuera de forma triangular ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100. El 100% de los estudiantes, realizó la construcción de un triángulo con una base de 12cm y una altura de 20cm o un triángulo de 20cm de base y 12cm de altura. Además, se puede apreciar que cada uno de los triángulos tiene diferentes medidas en cuanto a su perímetro. Sin embargo, se puede apreciar que estudiantes realizaron el trazo de la altura aproximadamente en la mitad de la base de la base del triángulo, y 3 de ellos realizaron la construcción de un triángulo isósceles que coincidían en su perímetro.

Ahora bien, los estudiantes presentaron dificultad en resolver la pregunta 6 que enuncia “si el terreno fuera de forma hexagonal ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100”. Para la resolución de esta pregunta los estudiantes se enfocaron en realizar la construcción de un hexágono regular, para el cual, ellos asumieron que el área del hexágono que construyeron era de 120 cm^2 , o realizaron una aproximación ya que el lado del hexágono tenía medidas de lados estaban entre 6 cm y 7 cm y la apotema tenía una medida entre 5.2 cm y 6.1 cm. Por lo anterior, se puede decir que los estudiantes realizaron un bosquejo del hexágono regular cuya área esta entre 94 cm^2 y 127 cm^2 .

Además, en alguno de los casos los estudiantes realizaron la construcción del hexágono regular sin medida, pero aclarando que el área de uno de los triángulos que conforman el hexágono es de 20 cm^2 , del cual se puede inferir que el área total de la figura es de 120 cm^2 , al verlo como un bosquejo que representa a escala 1:100 el terreno en tamaño real.

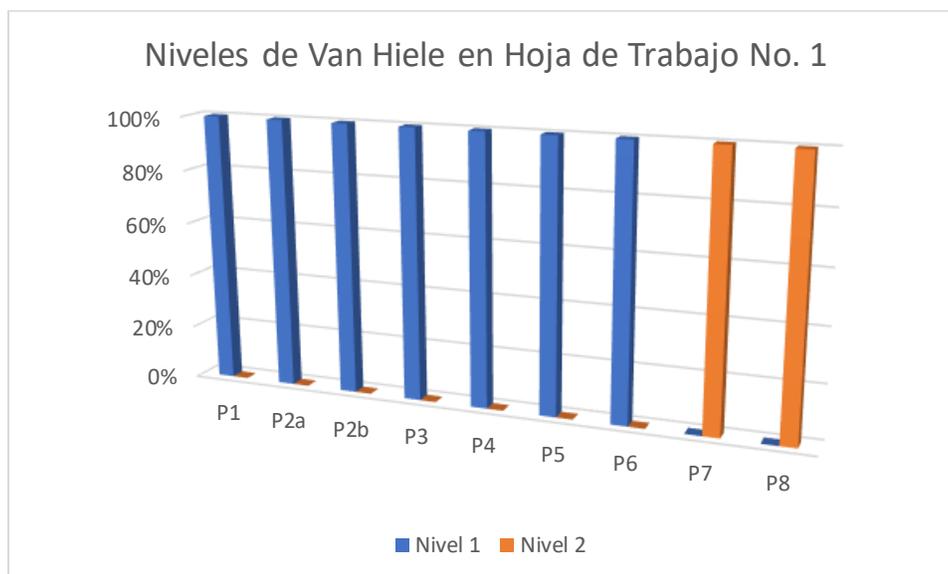
Por otro lado, a los estudiantes en la pregunta 7, se les pidió que tomaran los datos del perímetro y área de cada una de las figuras que construyeron en las preguntas anteriores, dentro de las cuales se resalta que el área de las figuras era la misma 120 cm^2 , y el perímetro es el que está variando. En este sentido, el 100% los estudiantes en la pregunta 8 analizaron que la figura que tiene menor perímetro es el círculo y la que más tiene perímetro es el triángulo.

Finalmente, se puede observar que los estudiantes en esta hoja de trabajo desarrollaron cada una de las actividades y realizaron un análisis de cada una de las figuras, en cuanto a los ángulos, el perímetro y el área. Además, se aproximaron al concepto de escala al realizar la representación de 1:100 teniendo en cuenta las respectivas medidas o realizando un bosquejo que representa las medidas a escala que representarían el terreno en tamaño real.

En conclusión, el 100% de los estudiantes logró alcanzar un nivel 1 de Van Hiele al reconocer y construir cada una de las figuras que se solicitaban en las preguntas 1 hasta la 6, asimismo se logran aproximar a un nivel 2 de Van Hiele al reconocer y analizar las construcciones de cada una de las figuras en cuanto al perímetro y área en las preguntas 7 y 8 como se observa en el gráfico que se presenta a continuación. (ver figura 15)

Figura 15

Porcentajes de estudiantes categorizados en un nivel de Van Hiele.



Nota. Gráfica del porcentaje de los estudiantes con nivel 1 y 2 de van Hiele en cada pregunta de la hoja de trabajo número 1 (Elaboración propia).

4.3.1 Bachillerato General José Vasconcelos

A continuación, se describen el proceso realizado en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato José Vasconcelos mediante la observación del trabajo realizado en clase. Inicialmente, en relación con la pregunta 1 que dice “En la cancha de la escuela con la ayuda de tus compañeros y con una cuerda encierren una superficie de 120 m². A continuación, describe como lo realizaron”.

Para dar cuenta de esta pregunta, en primer lugar, se mencionó de forma oral a los estudiantes ¿Cómo se podría encerrar una superficie de un terreno de 120m²?, en el cual se observó que la mayoría de los estudiantes eran poco participativos y manifestaban que debido a la pandemia olvidaron como hacerlo. No obstante, el estudiante EG5 mencionó que trabajaba en una obra civil y que más o menos podrían ser las dimensiones del patio de la escuela.

Ahora bien, se realizó la siguiente pregunta ¿ cuál podría ser la forma de ese terreno?, entre las respuestas de los estudiantes cabe resaltar al estudiante EG5, que menciona que podría ser de cualquier forma, pero de recomendación debería ser rectangular o cuadrada. De este comentario, varios estudiantes mencionan que se podrían realizar figuras geométricas como cuadrados, triángulos o rectángulos. Además, EG1 dice que ese terreno sería algo amplio y que las dimensiones se podrían hallar viendo las fórmulas como ecuaciones y despejar lo desconocido en cada caso.

Por esto, se generó la siguiente pregunta ¿ cuáles serían las dimensiones de cada una de estas formas? Los estudiantes reflexionaron sobre esto y se generaron ideas como la del EG3 planteando “ si es un rectángulo la base sería 40 y la altura 30” sobre el cual se generaron discusiones sobre si eran o no eran las dimensiones del rectángulo. Por lo cual, el estudiante EG8 mencionó que el área de ese rectángulo sería 1200m^2 . Por lo cual, se buscaron y pensaron varias formas con sus respectivas dimensiones, y se realizaron los análisis como el mencionado por el estudiante EG8.

Después, el estudiante EG1 mencionó que las posibles dimensiones del rectángulo serían dos números que multiplicados den como resultado 120m^2 , en el cual los estudiantes realizaron los respectivos cálculos para hallar las dimensiones. Particularmente, el estudiante EG5 pensó en un cuadrado y dijo que el lado es la raíz cuadrada de 120, en este caso con la ayuda de la calculadora halló la dimensión de 10.95 aproximadamente, y que se podría aproximar a 11 m de lado.

Por otra parte, el estudiante, EG1 dice que un cálculo sencillo sería $120\text{ m} \times 1\text{ m}$ en el cual el rectángulo cumple con estas dimensiones, al igual que $60\text{ m} \times 2\text{ m}$ y $40\text{ m} \times 3\text{ m}$. Lo cual genera discusión entre los estudiantes, al decir que esas dimensiones en tamaño real serían absurdas y que no se podría aprovechar el terreno. Para el cual, el estudiante EG4 dice que sería mejor tratar de tener un rectángulo que se parezca al cuadrado, en este caso el estudiante EG5, dice que las dimensiones para el terreno podrían ser de $10\text{ m} \times 12\text{ m}$. En consecuencia, los estudiantes están de acuerdo con estas dimensiones debido que cumple con la superficie del terreno y tiene una forma que les llama la atención.

Ahora bien, luego de hallar las dimensiones del terreno se les pregunto ¿cómo se podría encerrar esta superficie en el patio de la institución, del cual surgieron ideas de utilizar las reglas para medir el pie del estudiante que calza más para luego hacer las respectivas divisiones y calcular la cantidad de pasos por el largo y ancho. Además, el estudiante EG7 recuerda que un metro es aproximadamente desde el hombro hasta la mano opuesta con la mano estirada a la altura del hombro y proceden a realizar el conteo de 12 m x 10 m en el caso del rectángulo y de 11 x 11 en el caso del cuadrado, sin embargo, al final utilizaron una regla de 30cm para medir, ver figura 16.

Figura 16

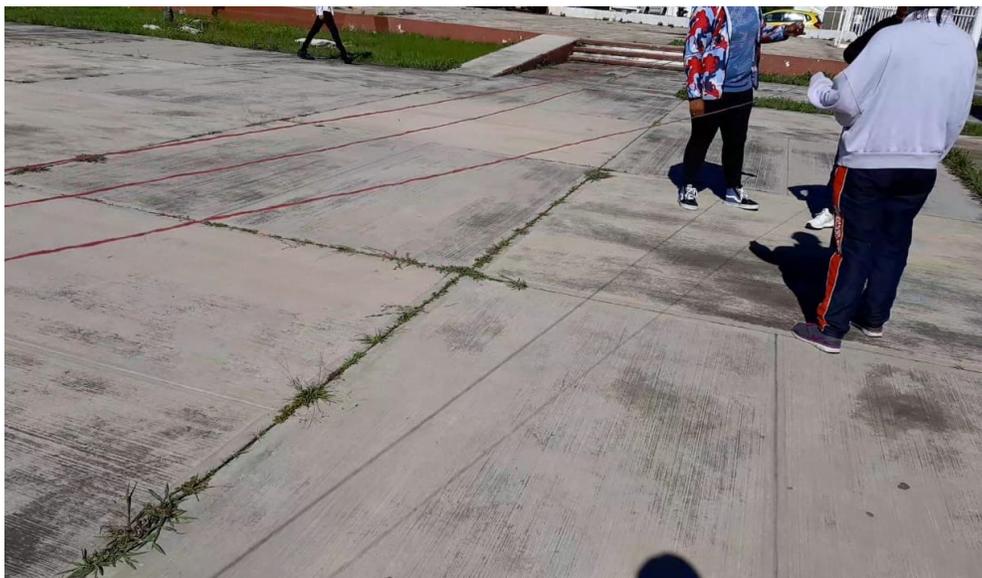
Midiendo con regla escolar



En un primer momento, los estudiantes midieron 12m de cuerda, luego un estudiante sostiene en este punto para a partir de él medir los 10m de cuerda y luego repiten el proceso para medir 12 m y 10 m nuevamente. Ver figura 17.

Figura 17

Construyendo el rectángulo y el cuadrado.



Finalmente, cuando se logró observar la cantidad de terreno que ocupa 120 m^2 , se realizó la siguiente pregunta, es posible realizar la construcción de este rectángulo en una hoja de papel. Del cual los estudiantes respondieron que tener un papel de este tamaño. Además, se pensó en hacer un dibujo que representara el rectángulo en la hoja. Partiendo de estas ideas es que se empieza a realizar una conceptualización del uso de la escala como representación en este caso de un terreno de 120 m^2 .

Ahora bien, se les solicitó a los estudiantes que describieran el proceso que se realizó para encerrar el terreno de 120 m^2 . Dando respuesta a la primera pregunta de la hoja de trabajo No. 1. “En la cancha de la escuela con la ayuda de tus compañeros y con una cuerda encierran una superficie de 120 m^2 . A continuación, describe como lo realizaron.” El 100% de los estudiantes realizó el proceso descriptivo de todo el proceso que se llevó a cabo para encerrar la superficie de 120 m^2 desde cuales eran las posibles formas del terreno hasta la construcción de las figuras del rectángulo y cuadrado.

Por esto, se puede concluir que los estudiantes en esta pregunta alcanzaron un nivel 1 de Van Hiele pues reconocen diferentes formas geométricas, y específicamente los estudiantes EG1,

EG4, ED5, EG7, y EG8 podrían alcanzar un nivel 2 de Van Hiele por lo mencionado en las discusiones que se presentaron en esta pregunta.

Ahora bien, respecto a las soluciones a la pregunta 2, en la cual se enuncia que, si tienen un terreno de 120 m^2 , en parejas respondan lo siguiente: a ¿ Qué forma geométrica tendría el terreno y cuáles serían sus dimensiones? Traza el terreno utilizando regla y compás a una escala de 1:100. De lo anterior, el 100% de los estudiantes realizan el dibujo de un rectángulo con dimensiones de $10 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$, teniendo en cuenta sus medidas. Lugo al socializar, los estudiantes manifestaron que esta era más exacta que la representación del cuadrado porque no tenía milímetros.

Por otra parte, en la Pregunta 2b. ¿Podría tener otra forma geométrica? Traza el terreno en otras formas geométricas posibles utilizando regla y compás a una escala de 1:100. Se observa que el 100% de los estudiantes realizan la construcción a escala de un cuadrado de 10.9 cm de lado.

Por lo anterior, se podría considerar que la situación planteada en el punto 1 tuvo una influencia del 100% en cuanto a las representaciones a escala del terreno de 120 m^2 y al ser una figura con forma rectangular o cuadrada no presentó ninguna dificultad para los estudiantes, en este caso se puede observar que los estudiantes en esta pregunta podrían alcanzar un nivel 2 de Van Hiele.

Así mismo, al analizar las repuestas a la pregunta 3. ¿Qué tipos de ángulos se identificaron en cada forma geométrica y cuál es su medida? Se puede observar que el 100% de los estudiantes identificaron mediante el transportador que tanto el rectángulo como el cuadrado tienen ángulos de 90° , es decir que son ángulos rectos. En este sentido, como los estudiantes realizaron la construcción de estas figuras no se pudo apreciar diferentes amplitudes por lo que se puede decir que dentro del nivel de Van Hiele sería el 1, debido a que no hay suficiente información.

Ahora bien, en cuanto a la pregunta 4 “ Si el terreno fuera de forma circular, ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás”, a una escala de 1:100. en la cual se puede observar que el 100% de los estudiantes utiliza de forma explícita la fórmula para hallar el área de un círculo con el objetivo de hallar la dimensión del radio para realizar la construcción

a escala del círculo. Es decir, que construyen una circunferencia de radio 6.2cm, del cual se puede inferir que toman la aproximación de π de 3.14 cuando realizan los respectivos cálculos. Se puede decir que los estudiantes podrían alcanzar un nivel 2 de Van Hiele.

Por otra parte, en las soluciones que se observaron en la pregunta 5, si el terreno fuera de forma triangular ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100. El 100% de los estudiantes, realizó la construcción de un triángulo con una base de 12cm y una altura de 20cm o un triángulo de 20cm de base y 12cm de altura. Es interesante, observar que todos los triángulos construidos son rectángulos.

Ahora bien, los estudiantes presentaron dificultad en resolver la pregunta 6 que enuncia “si el terreno fuera de forma hexagonal ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100”. Los estudiantes presentaron dificultades en la construcción de esta figura, en un primer momento se tomaron más de 10 minutos para pensar en cómo hacerla, para luego preguntar cuáles son las condiciones de construcción, es decir, el hexágono es regular o irregular.

Luego, preguntaron cómo se puede calcular el área de un hexágono. Después de este planteamiento EG5 mencionó que se puede hallar al dividir el hexágono el triángulo y calcular sus áreas, mencionando que, si se divide en 6 triángulos y cada triángulo tiene igual área de 20 cm^2 pero se hace complejo, luego busca en el celular como calcular el área de un hexágono regular, para el cual obtiene la fórmula $A = (\text{perímetro} \times \text{apotema}) \div 2$, luego pregunta cómo se halla el perímetro de un hexágono regular, pero desconoce cómo realizar un proceso que le permita hallar las dimensiones del hexágono.

En paralelo, el estudiante EG2, realizó la observación que en la pregunta no piden que sea regular, por lo que menciona que se puede partir de un cuadrado de cierta área y construir 2 triángulos que compartan dos de los lados del cuadrado, para realizar la construcción de un hexágono irregular. Partiendo de esta idea, los demás estudiantes realizaron la construcción de hexágonos con diferentes medidas.

Por otro lado, a los estudiantes en la pregunta 7, se les pidió que tomaran los datos del perímetro y área de cada una de las figuras que construyeron en las preguntas anteriores, dentro de las cuales se resalta que el área de las figuras era la misma 120 cm^2 , y el perímetro es el que está variando. En este sentido, el 100% los estudiantes en la pregunta 8 analizaron que la figura que tiene menor perímetro es el círculo y la que más tiene perímetro es el triángulo.

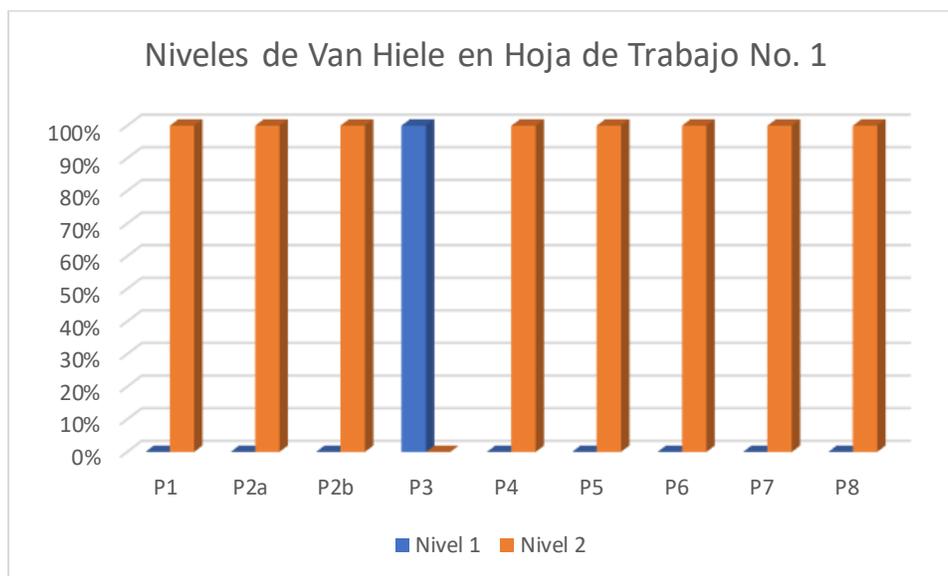
Finalmente, se puede observar que los estudiantes en esta hoja de trabajo desarrollaron cada una de las actividades y realizaron un análisis de cada una de las figuras, en cuanto a los ángulos, el perímetro y el área.

Además, se aproximaron al concepto de escala al realizar la representación de 1:100 teniendo en cuenta las respectivas medidas o realizando una construcción que representa las medidas a escala que representarían el terreno en tamaño real, por medio de una participación constante y aportación de ideas a cada uno de los estudiantes.

En conclusión, el 100% de los estudiantes logró alcanzar un nivel 2 de Van Hiele en cada una de las preguntas, a excepción de la pregunta 3 en la cual no hay información suficiente y por esto se encuentran en un nivel 1. Cabe resaltar que esto fue posible debido a la participación de los estudiantes y la colaboración para dar respuesta a cada una de las preguntas realizando aportes interesantes que permitieron un mejor desarrollo de las actividades. Ver figura 18.

Figura 18

Gráfico de porcentajes de la hoja de trabajo No. 1



Nota. Gráfica del porcentaje de los estudiantes con nivel 1 y 2 de van Hiele en cada pregunta de la hoja de trabajo No. 1. (Elaboración propia).

4.4 Hoja de trabajo número 2

En este apartado se describen las características de la hoja de trabajo No. 2 (Anexo C) conformado por definición de escala, con el fin de consolidar el concepto que se trabajó en la hoja de trabajo No. 1 y se pueda comprender las relaciones que se presentan en el dibujo a escala y el tamaño real.

Además, se presentan 4 preguntas que se diseñaron con el fin de que el estudiante reconozca su entorno y logre realizar una representación a escala de la casa en la que vive. Por esto, se presentó un contexto relacionado con un plano inicial de una casa para luego identificar las dimensiones reales que representan y después con la guía del docente puedan realizar la construcción del plano a escala de la casa en la que viven actualmente, realizando un reconocimiento espacial con medidas reales para luego realizar el plano.

4.4.1 Bachillerato Digital 171

A continuación, se describe el proceso realizado en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato digital 171 mediante la observación del trabajo realizado en clase. En primer momento se le plantea un plano a una escala de 1:125 para luego hallar las dimensiones en metros del frente de la casa, la puerta de la entrada y el cubo de la escalera. Para el cual el 100% de los estudiantes establecieron las relaciones y realizaron en un primer momento la multiplicación del frente de la casa por 125, en este sentido teniendo en cuenta que 1 cm equivale a 125 cm en la vida real. Para el cual obtuvieron un resultado de 1575 cm, además realizaron la división por 100 para hallar el valor del frente en metros en este caso 15,17m².

Sin embargo, solo el 91,16% especifico que el valor del frente de la casa es de 15,17 m, en este sentido el estudiante ED7 sólo realizó las respectivas operaciones de multiplicar 12.6 x 125 y luego el resultado dividirlo entre 100. Análogamente, para hallar el valor de la entrada de la puerta y el cubo de la escalera, los estudiantes realizaron las respectivas multiplicaciones y divisiones para hallar las dimensiones en tamaño real de la entrada de la puerta de 1.25m y del cubo de la escalera de 2.5 m x 3.1 m. Para estos casos el estudiante ED7 especifico cada uno de los valores en metros del tamaño real.

Por otra parte, cuando se les pidió a los estudiantes realizar la construcción del plano de la casa en la que viven actualmente, es interesante observar que en las construcciones de las casas tanto el baño como la cocina están en construcciones separadas de la casa como se puede apreciar en la figura 19. Por lo anterior, se puede decir que el 75% de los estudiantes bien en casas en las que se presenta el baño o la cocina a parte de la construcción de la casa en donde están los cuartos y la sala.

Además, a los estudiantes realizaron una descripción detallada de cómo estaba distribuida la casa en la que viven actualmente, los estudiantes ED2, ED3, ED5 y ED6, describen los espacios de la casa en la que viven actualmente y se puede observar que cada uno de ellos conocen la distribución espacial de la casa en la que viven actualmente, y conocen las distribuciones eléctricas y de acueducto. Se puede apreciar además el dominio de la escala ya que ellos tuvieron en cuenta las dimensiones en tamaño real de la casa.

Por otra parte, cabe resaltar que solo un estudiante, en este caso ED5 vive en una casa que tiene dos plantas y dentro de la construcción de la casa encierra el patio y se pueden observar los espacios de la escalera y una terraza en el segundo piso.

Finalmente, para el desarrollo de esta hoja de trabajo los estudiantes lograron alcanzar un nivel 2 de Van Hiele debido a cada uno de los análisis realizados para en un primer momento identificar las dimensiones en tamaño real a partir de un plano y luego realizar la construcción de un plano a escala 1:100 de la casa en la que viven actualmente. Además, es interesante ver el trabajo que realizaron al medir las dimensiones en tamaño real y poderlas llevarlas a escala y más aún cuando todos los estudiantes lo realizaron con medidas distintas debido a que las casas tienen un diseño totalmente diferente.

4.4.1 Bachillerato General José Vasconcelos

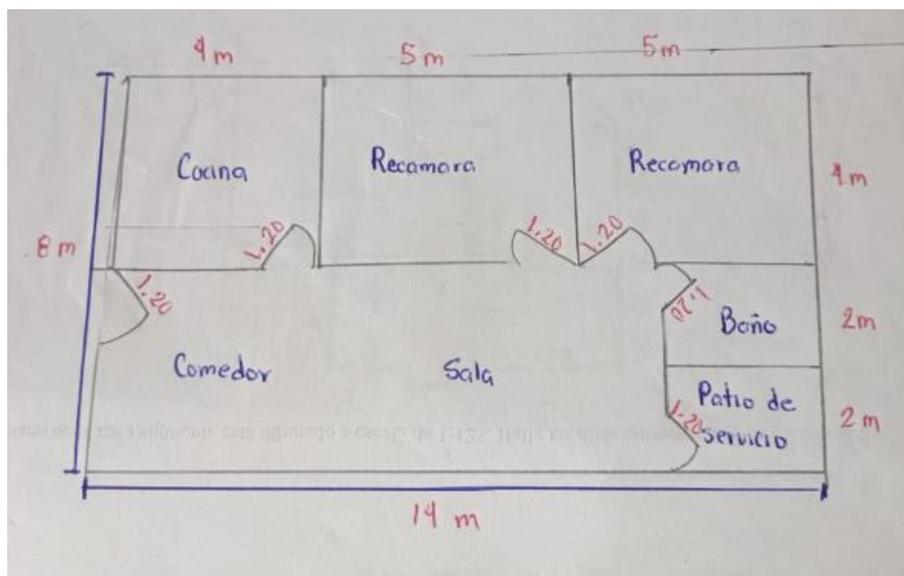
A continuación, se describe el proceso realizado en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato general José Vasconcelos, mediante la observación del trabajo realizado en clase. En un primer momento se le plantea un plano a una escala de 1:125 para luego hallar las dimensiones en metros del frente de la casa, la puerta de la entrada y el cubo de la escalera. Para el cual el 100% de los estudiantes establecieron las relaciones y realizaron en un primer momento la multiplicación del frente de la casa por 125, en este sentido teniendo en cuenta que 1 cm equivale a 125 cm en la vida real. Para el cual obtuvieron un resultado de 1575 cm.

Análogamente, para hallar el valor de la entrada de la puerta y el cubo de la escalera, los estudiantes realizaron las respectivas multiplicaciones y divisiones para hallar las dimensiones en tamaño real de la entrada de la puerta de 125 cm y del cubo de la escalera de 250 cm x 310 cm. Sin embargo, presentaron dificultades al realizar la conversión,

Por otra parte, cuando se les pidió a los estudiantes realizar la construcción del plano de la casa en la que viven actualmente, es interesante observar que, en las construcciones de los planos de las casas, los estudiantes utilizaron hojas cuadriculadas, con el objetivo de preservar las distribuciones de los espacios de la casa y tenían en cuenta las medidas de cada uno de los espacios de la casa en metros para luego realizar el plano a escala. Sin embargo, en un inicio los estudiantes no escribían las medidas a escala, es decir, que elaboraban el plano a escala sin tener en cuenta las medidas en centímetros. (ver figura 21).

Figura 21

Plano del estudiante EG3



Por lo anterior, fue necesario recordar a los estudiantes la definición a escala que estábamos trabajando, con el fin de realizar estas representaciones teniendo en cuenta las medidas a escala en centímetros. En este caso, los estudiantes midieron cada uno de los planos para verificar si tenían en cuenta la escala y realizaron las respectivas modificaciones.

Finalmente, para el desarrollo de esta hoja de trabajo los estudiantes lograron alcanzar un nivel 2 de Van Hiele debido a cada uno de los análisis realizados para en un primer momento identificar las dimensiones en tamaño real a partir de un plano y luego realizar la construcción de un plano a escala 1:100 de la casa en la que viven actualmente. Además, es interesante ver el trabajo que realizaron al medir las dimensiones en tamaño real y poderlas llevarlas a escala.

4.5 Hoja de trabajo número 3

En este apartado se describen las características de la hoja de trabajo No. 3 (Anexo C) conformado por 2 contextos iniciales de dos estudiantes que pensaban construir la casa de sus sueños desde dos entornos diferentes, es decir, desde el contexto rural y el contexto urbano en donde se presentan ciertas diferencias. Lo anterior, con el objetivo de que los estudiantes logren identificarse en alguno de los contextos. Además, se les presentamos 6 preguntas relacionadas con los contextos iniciales y el contexto en el que viven.

Luego, se presentan 2 preguntas que se diseñaron con el fin de que el estudiante a partir de lo realizado en la hoja de trabajo No. 1 y No. 2 logre construir en un primer momento un plano de la casa de mis sueños a una escala 1:100 a partir de un terreno de 120 m². Para este caso, sólo se les solicita realizar la construcción del encierro con las respectivas divisiones de la casa. En adición, se les pide que realicen la construcción de una maqueta a escala teniendo en cuenta los planos realizados previamente.

Por lo anterior, el objetivo de presentar esta hoja de trabajo es que los estudiantes se aproximen a la idealización de la construcción de la casa de sus sueños por medio de la realización de la maqueta.

4.5.1 *Bachillerato Digital 171*

Ahora bien, se presentan los resultados obtenidos en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato digital 171. Iniciando con la pregunta 1. ¿ Crees que Ana y Juan puedan lograr esta meta? ¿cómo crees que lo puedan hacer realidad? Se

puede apreciar que el 100 % de los estudiantes afirman que si lo pueden lograr y hacen referencia a seguir estudiando para luego trabajar y tener dinero para hacer la casa como ellos quieran.

Ahora bien, en la tabla 38 se pueden apreciar las respuestas categorizadas de los estudiantes respecto a la pregunta 2 de la hoja de trabajo No.3

Tabla 38

Pregunta 2 de la hoja de trabajo No. 3 (P2,H3)

¿Qué características tienen en común las casas de tu comunidad con las que sueñan tener Ana o Juan o ambos?

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que dicen que la casa es más pequeña que las de Ana y Juan (ED1, ED3, ED7, ED8, ED11)	5	41.6%
2	Estudiantes que dicen que se parecen un poco (ED2)	1	8.3%
3	Estudiantes que dicen que solo se parecen en que tienen cuartos, baño, cocina y jardín (ED4, ED9, ED10, ED12)	4	33.3%
4	Estudiantes que dicen que las casas no se parecen porque las de la comunidad son de block, lámina o algunas de palma (ED5, ED6)	2	16.6 %

De la tabla anterior se puede apreciar que el 41.6% de los estudiantes manifiestan que la casa de Ana y Juan es más grande que en la que viven actualmente. Sin embargo, en el contexto de Ana y Juan en ningún apartado se mencionan las dimensiones de la casa, sólo se hace referencia a como es el diseño que tendría y como estaría distribuida en cuanto a las recamaras jardín cochera, etc. En este sentido, los estudiantes realizan una comparación en cuanto a cómo se imaginan cada una de estas casas para luego compararlas con las distribuciones de la casa en la que viven actualmente.

Además, solo un estudiante afirma que se parecen un poco pero no especifica si a la de Ana o a la de Juan por lo que se supone que se parecen un poco a ambas. Ahora bien, el 33.3% de los estudiantes afirma que se parecen en que tienen cuartos, baño cocina y jardín, siendo esta la descripción similar a la casa que quiere construir Ana.

Por último, el 16.6% de los estudiantes dicen que no se parecen porque piensan que Ana y Juan no construirían las casas en block lámina o de palma, ya que no se especifican los materiales de construcción en el contexto, pero los estudiantes suponen que no las construirían de estos materiales.

Finalmente, es interesante observar que los estudiantes a pesar de no tener medidas suponen ciertas comparaciones respecto a distribuciones y cómo se podrían utilizar ciertos espacios, Además de realizar suposiciones referentes a lo mencionado en el texto inicial de la hoja de trabajo.

A continuación, se presenta la tabla 39 con los resultados obtenidos de la pregunta 3 de la hoja de trabajo.

Tabla 39

Pregunta 3 de la hoja de trabajo No. 3 (P3,H3)

¿Existe alguna casa que te guste por el diseño de su arquitectura? ¿qué es lo que más te llama la atención de esa casa? ¿por qué?

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que dicen que si porque le gusta una que tenga muchas recamaras piscina jardín con árboles, con barda y que sea de tres pisos. (ED1, ED4)	2	16.6%
2	Estudiantes que dicen que si porque tienen luz solar y tres pisos y una cochera (ED2, ED3, ED12)	3	25%
3	Estudiantes que dicen que si porque es amplia y tiene un patio y jardines	3	25%

	bonitos y tiene 2 pisos (ED5,ED8, ED10)		
4	Estudiantes que dicen que si porque les gusta su espacio y quieren una casa con 8 recamaras, un baño una regadera y cochera (ED6)	1	8.3 %
5	Estudiantes que dicen que no porque quieren diseñar la a su gusto (ED7, ED9, ED11)	3	25%

En la tabla anterior, se puede observar que el 75% de los estudiantes reconoce como le gustaría una casa dependiendo de las observaciones que pueden realizar a algunas casas que conocen o han visto previamente. Dentro de lo que más se hace reiterativo en cuanto a las características es que tenga muchas recamaras, que sea amplia y que tenga 3 pisos. Sin embargo, el 25% de los estudiantes dicen que no porque la quieren diseñar al gusto de ellos, en este caso muchos manifiestan que no quieren copiar modelos utilizados, pero si desean una casa amplia bien distribuida.

Tabla 40

Pregunta 4 de la hoja de trabajo No. 3 (P4,H3)

¿En tu comunidad existen viviendas sustentables o ecológicas?

	TIPOS DE RESPUESTA	Fa	Fr
1	Estudiantes que dicen que si porque son de palma y de adobe (ED1, ED2, ED9, ED10)	4	33.3%
2	Estudiantes que dicen que no pero no justifican (ED2, ED3)	2	16.6%
3	Estudiantes que dicen que no porque la mayoría son de block (ED4, ED5, ED12)	3	25%
4	Estudiantes que dicen que no porque no ven nada sustentable o son casas normales (ED6, ED7, ED11)	3	25 %

Conforme a lo presentado en la tabla 40, se puede observar que el 33.3% de los estudiantes reconocen viviendas sustentables en su comunidad que están construidas de palma y adobe, en el cual se pueden apreciar los contextos en los cuales viven algunos de los estudiantes. Por otra parte, el 75% de los estudiantes manifiestan que no son sustentables, diciendo que son de block o que son casas normales y los estudiantes ED2 y ED3 no justifican. En este sentido, los estudiantes pueden verse influenciados de su entorno pensando en una posible construcción de la casa de sus sueños.

Tabla 41

Pregunta 5 de la hoja de trabajo No. 3 (P5,H3)

¿Te identificas con alguno de los personajes? ¿En qué sentido? Explica		Fa	Fr
TIPOS DE RESPUESTA			
1	Estudiantes que dicen que si porque piensan realizar una casa grande con muchas recamaras (ED1, ED10)	2	16.6%
2	Estudiantes que dicen que no (ED2, ED3, ED5, ED8)	4	33.3%
3	Estudiantes que dicen que si porque también quiere tener su propia casa y terminar la carrera (ED4, ED6, ED7, ED9, ED11, ED12)	6	50%

Según lo presentado en la tabla 41, se puede apreciar que el 66.6% de los estudiantes se identifican con Ana o Juan, ya sea porque piensan realizar la construcción de una casa grande con muchas recamaras o porque también desean tener su casa propia y terminar la carrera. Sin embargo, el 33.3% de los estudiantes no se identifican con los personajes porque tienen otras formas de pensar y en algunos casos no justifican.

Tabla 42*Pregunta 6 de la hoja de trabajo No. 3 (P6,H3)*

A ti, ¿te gustaría tener tu propia casa, preferirías vivir siempre en un cuarto de la casa de tus padres, esperarías a que te hereden o te irías a vivir a la casa de los padres de tu pareja? Explica

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que quieren tener su propia casa y no depender de nadie (ED1,ED6, ED7, ED9, ED10, ED11)	6	50%
2	Estudiantes que quieren vivir en su propia casa con su pareja (ED2, ED3)	2	16.6%
3	Estudiantes que quieren que les hereden para construir su casa (ED4, ED8, ED12)	3	25%
4	Estudiantes que indican que se irían a vivir a la casa de los papás de su pareja (ED5)	1	8.3%

De acuerdo con la tabla 42, se puede apreciar que el 66.6% de los estudiantes quieren tener una su propia casa de los cuales el 50% para no depender de nadie y el 16.6% para vivir con su pareja. Además, el 25% de los estudiantes esperan que les hereden sus padres para poder realizar la construcción de la casa. Por último, se puede observar que uno de los estudiantes iría a vivir a la casa de los papas de su pareja, en este sentido se puede apreciar que en la comunidad San Jerónimo Caleras es común observar este tipo de casos en el que los jóvenes se juntan y viven en la casa de sus padres.

Por lo anterior, se puede decir que cada una de estas respuestas a estas 6 preguntas se pueden observar interpretaciones que tienen los estudiantes a los contextos presentados. Además, se presentan características de pensamiento geométrico al realizar comparaciones entre distribuciones de las casas y el pensamiento que tienen los estudiantes sobre la construcción de la casa de sus sueños.

Finalmente, se les pide a los estudiantes que realicen la construcción del plano de la casa que desean construir, teniendo en cuenta la disposición de un terreno de 120 m², y realizarlo a una escala 1:100, es decir que cada centímetro equivale a 100 cm en tamaño real. Luego, a partir de este plano u utilizando material reciclable realizar la construcción de una maqueta de la casa de sus sueños. La tabla 43 presenta las categorías de las construcciones del plano de los estudiantes

Tabla 43

Pregunta 7, y 8 de la hoja de trabajo No. 3 (P7y P8, H3)

Considerando que solamente dispones de un lote de 120 metros cuadrados de superficie, lleva a cabo lo siguiente:

Realiza un plano de la casa que te gustaría construir a una escala de 1/100.

Elabora una maqueta de la casa de tus sueños, preferentemente con material reciclable o reutilizable.

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que realizan el plano de forma rectangular con dimensiones 12cm x 10cm, de una sola planta con divisiones formadas rectangularmente (ED1,ED2, ED3, ED6, ED9, ED11, ED12)	7	58.3%
2	Estudiantes que realizan el plano de forma rectangular con dimensiones 12cm x 10cm, de dos plantas con divisiones formadas rectangularmente (ED4, ED5, ED10)	3	25%
3	Estudiantes que realizan el plano de forma circular con dimensiones de 6.2cm de radio (ED7, ED8)	2	16.6%

Como se puede apreciar en la tabla 43, el 58.3% de los estudiantes realizó una construcción del plano de la casa de sus sueños partiendo de lo realizado en la pregunta 1 de la hoja de trabajo número 1, de la cual además se puede apreciar que así lo realizaron cuando lo tenían en mente. No obstante, el estudiante ED1 realizo divisiones internas formando al parecer paredes con ángulos diferentes a 90°. Es interesante observar, que el estudiante modificó su plano partiendo de la

construcción pues al parecer se le dificultaba mantener los ángulos representados en el plano y llevarlos a la construcción de la maqueta.

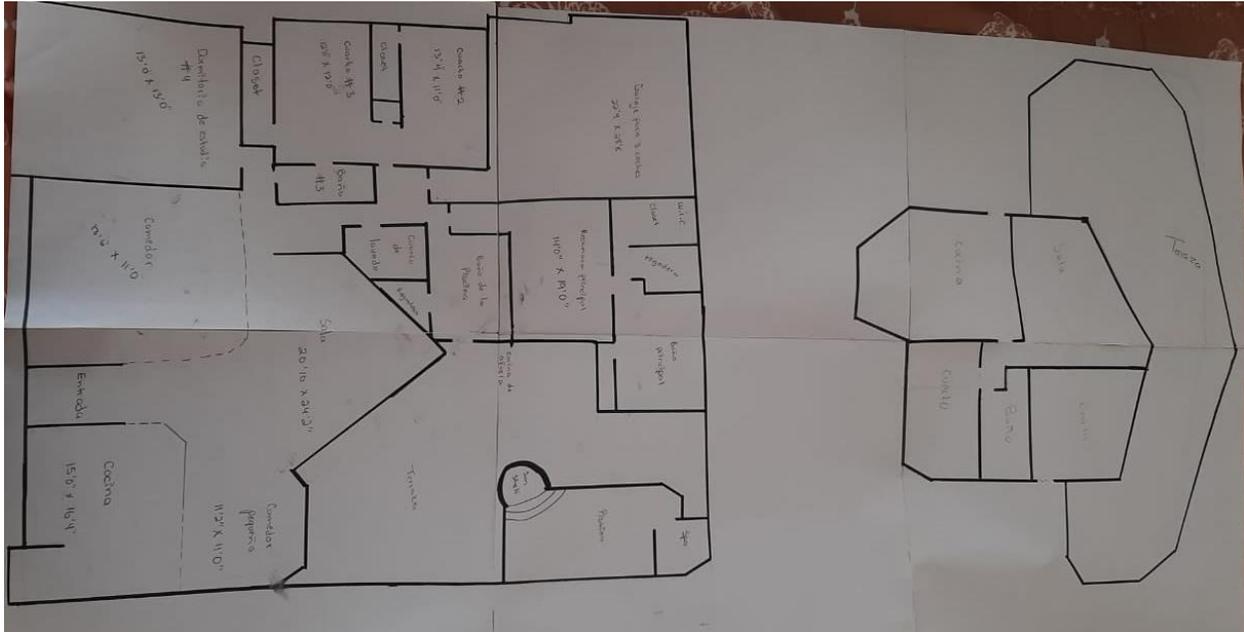
Además, se puede apreciar que los estudiantes dividen la casa en cocina, baño, comedor y sala, y 3 habitaciones, de las cuales se puede decir que se utilizaran para ocupar por sus familiares o para visitas. Es interesante, que los estudiantes tienen en cuenta las dimensiones en tamaño real de la representación realizada, ya que los planos evidencian que las medidas de cada una de las distribuciones permiten ocupar los espacios según sus necesidades.

Por otra parte, el 25 % de los estudiantes pensó en realizar la construcción de la casa y realizar la construcción de dos plantas, de las cuales se puede apreciar que realizan una construcción similar en la planta superior, debido a que piensan rentarla o para que vivan un familiar o para que lleguen visitas. Es decir, que el uso de las habitaciones solo se les da para utilizarlos ellos y sus familiares.

Sin embargo, el estudiante ED10 realizó una distribución diferente en cada uno de los pisos, además realiza una descripción de cada uno del uso que tienen cada una de las habitaciones como área de juegos, zona de cine, zona de videojuegos, etc. Además, realiza el plano de la casa que realmente sueña debido que viajó a Estados Unidos, y ella piensa en tener una mansión de 1400m^2 , para el cual tiene un terreno rectangular con dimensiones de 35 m x 40 m, es decir, que a una escala 1:100 sería 35cm x 40cm (ver figura 22).

Figura 22

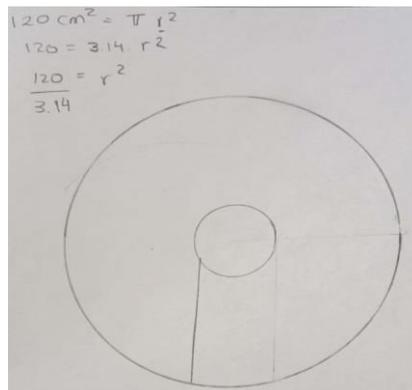
Construcción del plano de la mansión del estudiante E10



Finalmente, el 16.6% de los estudiantes realizó la construcción del plano de forma circular con un radio de 6.2 cm. Sin embargo, al igual que el estudiante ED1, al realizar la construcción de la maqueta los estudiantes ED7 (ver figura 23) y ED8 se vieron en la necesidad de cambiar el diseño del plano debido a que les parecía complejo realizar las divisiones y distribuciones de los objetos en cada espacio deseado, por ejemplo, la cama, el armario, mesa de noche, etc. Que tienen forma rectangular. Es por esto por lo que cambian su idea inicial en la construcción de la maqueta.

Figura 23

Construcción del plano circular del estudiante ED7



Ahora bien, respecto a la construcción de la maqueta, se pudo apreciar que los estudiantes en un primer momento no tuvieron en cuenta las ventanas, puertas o en caso de 2 plantas el espacio de las escaleras es por esto por lo que realizaron modificaciones en cuanto al tamaño de las ventanas y realizar la construcción de las escaleras que les permitieran subir al segundo piso (Ver figura 24 y 25).

Figura 24

Estudiante E4 realizando la construcción de las ventanas

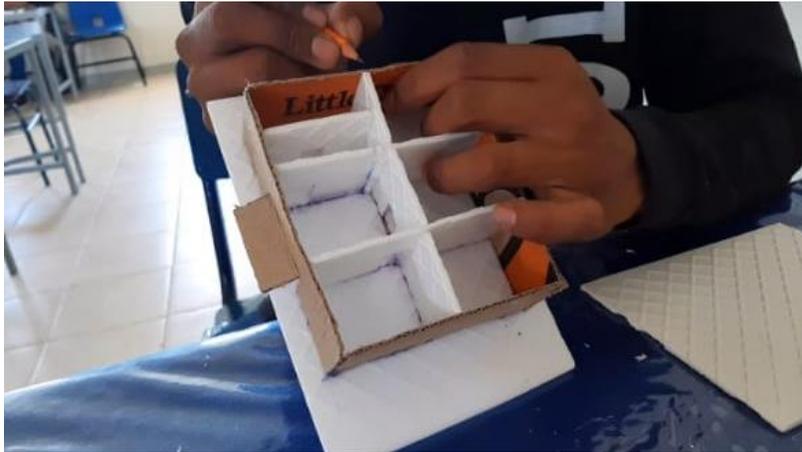


Figura 25

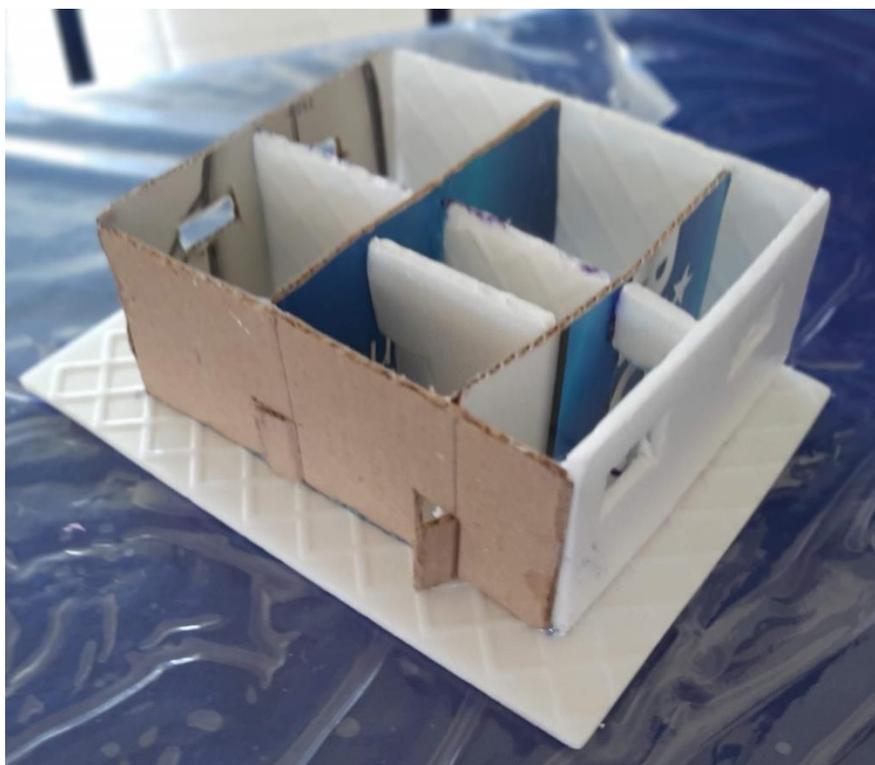
Construcción de la maqueta de 2 plantas del estudiante E10



Además, se puede apreciar que el 91.6% de los estudiantes realizó la construcción de las paredes con una altura de 3 cm a escala, que representa 3 m en la vida real y solo el estudiante ED9 (ver figura 26) menciona que la casa la quiere de 4m de alto por lo que realiza la construcción de la maqueta con 4 cm de alto.

Figura 26

Construcción de la maqueta del estudiante ED9



Así mismo, se puede observar que los estudiantes dominaban los conceptos de área y perímetro y su representación a escala, en este sentido se podía observar que dominaban la representación real en comparación con la construcción a escala. Por esto se puede apreciar que 100% de los estudiantes alcanzaron un nivel 2 de Van Hiele en el desarrollo de esta hoja de trabajo.

4.5.1 Bachillerato General José Vasconcelos

Ahora bien, se presentan los resultados obtenidos en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato digital 171. Iniciando con la pregunta

1. ¿Crees que Ana y Juan puedan lograr esta meta? ¿cómo crees que lo puedan hacer realidad? Se puede apreciar que el 100 % de los estudiantes afirman que si lo pueden lograr y hacen referencia a seguir estudiando para luego trabajar y fijarse metas a corto y a mediano plazo. (ver figura 27)

Figura 27

Respuesta del estudiante EG8

1. ¿Crees que Ana y Juan puedan lograr esta meta? ¿cómo crees que lo puedan hacer realidad?

Considero que si es posible, quizá requiera mucho esfuerzo pero se puede lograr.
Deberían fijar metas a corto, mediano y largo plazo.
Que ambos sean responsables y que pongan de su parte. Seguir estudiando y hecharle ganas.

Ahora bien, en la tabla 44 se pueden apreciar las respuestas categorizadas de los estudiantes respecto a la pregunta 2 de la hoja de trabajo No.3

Tabla 44

Pregunta 2 de la hoja de trabajo No. 3 (P2,H3)

¿Qué características tienen en común las casas de tu comunidad con las que sueñan tener Ana o Juan o ambos?

	TIPOS DE RESPUESTA	Fa	Fr
1	Estudiantes que dicen que se parece a la de Ana porque tienen cuartos, cocina con comedor y un jardín bonito (EG1, EG2, EG3, EG6, EG8)	4	62.5%
3	Estudiantes que dicen que no tiene ninguna (EG4, EG5, EG7)	3	37.5%

De la tabla anterior se puede apreciar que el 62.5% de los estudiantes manifiestan que se parece a la casa que desea construir Ana debido a que las casas tienen recámaras, baños, una cocina con comedor, una cochera, un jardín con muchas flores.

En contraste, el 37.5% de los estudiantes justificó que no se parecen a ninguna ya que las casas presentan un diseño distribuido por cuadriláteros, o consideran que no se ven casas ecológicas alrededor de su comunidad o con un diseño original como lo proponen Ana y Juan.

A continuación, se presenta la tabla 45 con los resultados obtenidos de la pregunta 3 de la hoja de trabajo.

Tabla 45

Pregunta 3 de la hoja de trabajo No. 3 (P3,H3)

¿Existe alguna casa que te guste por el diseño de su arquitectura? ¿qué es lo que más te llama la atención de esa casa? ¿por qué?			
TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Casa en Europa construida mayormente de vidrio, casa con ventanas muy grandes. (EG1, EG2, EG4)	3	37.5%
2	Casa blanca con bordes negros y de tres plantas (EG3)	1	12.5
3	Casa con flores y fuente por que se ve bonita (EG5)	1	12.5
4	Casa ecológica (EG6)	1	12.5
5	Casa que tiene ventanas con espadas y casa dark (EG7)	1	12.5
6	Casa que tiene las características del diseño de Ana (EG8)	1	12.5

En la tabla 45, se puede observar que el 37.5% de los estudiantes tiene el gusto de construir una casa que sea de vidrio o que posean ventanales grandes para que, entre luz, además el EG4 menciona que le gustaría que fuera blanca para que se vea más amplio.

Además, se pueden apreciar que el porcentaje restante de estudiantes tiene diferentes gustos en cuanto a las casas que tienen como referencia, que van desde casas ecológicas hasta casas coloniales o de un estilo dark.

Tabla 46

Pregunta 4 de la hoja de trabajo No. 3 (P4, H3)

¿En tu comunidad existen viviendas sustentables o ecológicas?		Fa	Fr
TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	No (EG1, EG2, EG4, EG5)	4	50%
2	Si (EG3, EG6, EG7, EG8)	4	50%

Conforme a lo presentado en la tabla 46, se puede observar que las respuestas de los estudiantes están divididas 50/50 ya que por una parte los estudiantes mencionan que no hay viviendas sustentables, específicamente EG1 cree que no hay y EG2 menciona que no ha prestado atención. Por otro lado, los estudiantes mencionan que, si existen viviendas sustentables, Sin embargo, solo EG3 y EG7 mencionan que sí, porque tienen paneles y calentadores solares.

Tabla 47

Pregunta 5 de la hoja de trabajo No. 3 (P5,H3)

¿Te identificas con alguno de los personajes? ¿En qué sentido? Explica		Fa	Fr
TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que no se identifican con los personajes (EG1)	2	12.5%
2	Estudiantes que se identifican con Ana y Juan (EG2)	4	12.5%
3	Estudiantes que se identifican con la de Ana (EG3, EG4, EG5, EG6, EG7, EG8)	6	75%

Según lo presentado en la tabla 47, se puede apreciar que el 75% de los estudiantes se identifican con Ana, debido a que se presentan gustos similares en el diseño de la casa. Además, el estudiante EG2, menciona que se identifica con ambos debido a que desean tener su propia casa. Sin embargo, el estudiante EG1 menciona que no se identifica con ninguno de los personajes y no justifica.

Tabla 48

Pregunta 6 de la hoja de trabajo No. 3 (P6,H3)

A ti, ¿te gustaría tener tu propia casa, preferirías vivir siempre en un cuarto de la casa de tus padres, esperarías a que te hereden o te irías a vivir a la casa de los padres de tu pareja? Explica

	TIPOS DE RESPUESTA	Fa	Fr
1	Estudiantes que quieren tener su propia casa (EG1, EG2, EG3, EG4, EG5, EG6, EG7, EG8)	8	100%

De acuerdo con la tabla 48, se puede apreciar que el 100% de los estudiantes quieren tener su propia casa. Además, la mayoría argumenta que no le gustaría depender de nadie, y desean tener una casa de acuerdo con sus gustos. (ver figura 28)

Figura 28*Respuesta del estudiante EG5*

6. A ti, ¿te gustaría tener tu propia casa, preferirías vivir siempre en un cuarto de la casa de tus padres, esperarías a que te hereden o te irías a vivir a la casa de los padres de tu pareja? Explica

En lo personal, no me gustaría vivir siempre en casa de mis papás porque pues en determinado tiempo se puede volver incomodo, no me gustaría esperar hasta que me hereden, y mucho menos me gustaría estar dependiendo de un techo que no es mio sino de mi pareja, a mi me gustaría vivir en mi propia casa, porque va a ser, mi casa, mis reglas y mi estilo de vida y me evita a que me puedan limitar de unas cosas o que me critiquen por donde vivir, puesto que no me gusta depender de alguien

Por lo anterior, se puede decir que cada una de estas respuestas a estas 6 preguntas se pueden observar interpretaciones que tienen los estudiantes a los contextos presentados. Además, se presentan características de pensamiento geométrico al realizar comparaciones entre distribuciones de las casas y el pensamiento que tienen los estudiantes sobre la construcción de la casa de sus sueños.

Finalmente, se les pide a los estudiantes que realicen la construcción del plano de la casa que desean construir, teniendo en cuenta la disposición de un terreno de 120 m^2 , y realizarlo a una escala 1:100, es decir que cada centímetro equivale a 100 cm en tamaño real. Luego, a partir de este plano u utilizando material reciclable realizar la construcción de una maqueta de la casa de sus sueños. La tabla 49 presenta las categorías de las construcciones del plano de los estudiantes

Tabla 49*Pregunta 7 de la hoja de trabajo No. 3 (P7, H3)*

Considerando que solamente dispones de un lote de 120 metros cuadrados de superficie, lleva a cabo lo siguiente:

Elabora una maqueta de la casa de tus sueños, preferentemente con material reciclable o reutilizable.

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que realizan el plano de forma rectangular con dimensiones 8cm x 15cm, de una sola planta (EG1, EG3)	2	25%
2	Estudiantes que realizan el plano de forma rectangular con dimensiones 12cm x 10cm, (EG2, EG4, EG5, EG6, EG7, EG8)	6	75%

Como se puede apreciar en la tabla 49, el 100% de los estudiantes realizó una construcción del plano de la casa de sus sueños partiendo de lo realizado en la pregunta 1 de la hoja de trabajo número 1, de la cual además se puede apreciar que así lo realizaron cuando lo tenían en mente ya sea con dimensiones de 8 cm x 15 cm o 12 cm x 10 cm. No obstante, presentaron dificultades en la construcción de las divisiones en el plano, ya que ellos deseaban distribuir los espacios con formas rectangulares, pero en la hoja en blanco no se veía un plano exacto.

Por esta razón, los estudiantes en un primer momento realizaron un bosquejo que representaba el plano, ya que no tenían medidas correspondientes a la escala y se apreciaba que no podían realizar divisiones rectangulares. Luego, los estudiantes con el fin de que el plano quedara lo más exacto posible utilizaron hojas cuadriculadas o milimétricas (ver figuras 29 y 30).

Figura 29

Plano del estudiante EG1 con dimensiones 8 cm x 15 cm

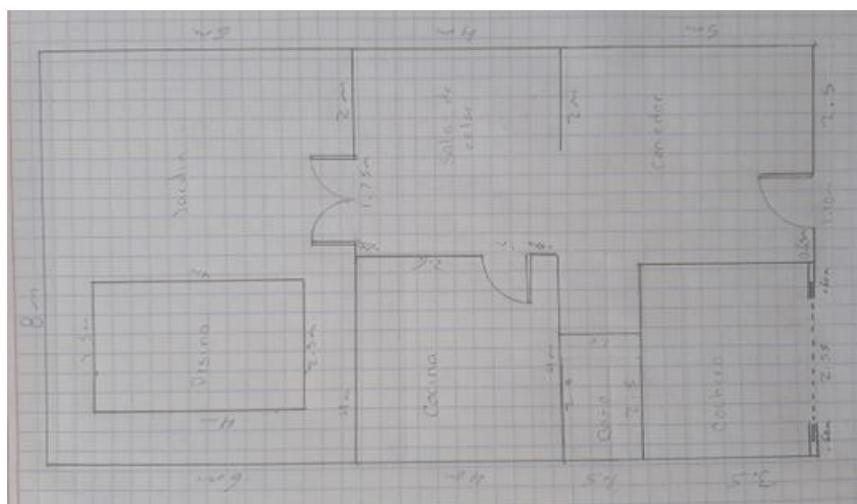
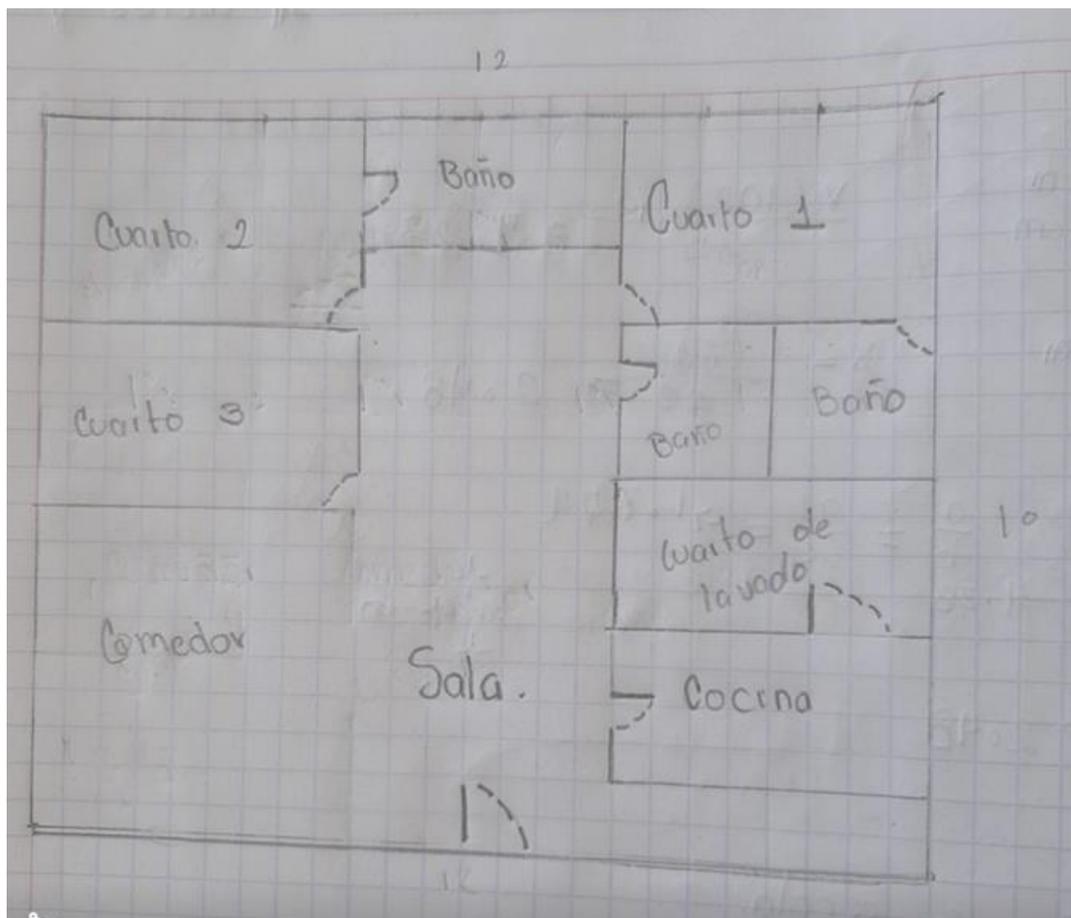


Figura 30

Plano del estudiante EG5 con dimensiones 10 cm x 12 cm



Además, se puede apreciar que los estudiantes en su mayoría dividen la casa en cocina, baño, comedor y sala, y 3 habitaciones, de las cuales se puede decir que se utilizarán para ocupar por sus familiares o para visitas. Cabe resaltar, que los estudiantes no tienen en cuenta las dimensiones en tamaño real de la representación realizada, ya que los planos evidencian que las medidas de cada una de las distribuciones no permiten ocupar los espacios según sus necesidades. Por ejemplo, en planos iniciales, los cuartos tenían dimensiones de 1 cm x 1 cm los cuales representaban un cuarto de una superficie de un metro cuadrado y que además en el cuarto había un baño.

Por esto, fue necesario realizar preguntas que les permitieran reflexionar acerca de las distribuciones de la casa y replantear las distribuciones que sean acordes con la realidad y sus necesidades. Además, fue de gran ayuda comparar el plano realizado previamente de la casa en la que viven actualmente, para así tener en cuenta las distribuciones y construir el plano a su gusto.

Tabla 50

Pregunta 8 de la hoja de trabajo No. 3 (P8, H3)

Considerando que solamente dispones de un lote de 120 metros cuadrados de superficie, lleva a cabo lo siguiente:

Elabora una maqueta de la casa de tus sueños, preferentemente con material reciclable o reutilizable.

TIPOS DE RESPUESTA		Fa	Fr
1	Estudiantes que realizan una maqueta a una escala de 1:75 (EG1)	1	12.5%
2	Estudiantes que realizaron la maqueta a una escala de 1:100 (EG2, EG3, EG7)	3	37.5%
3	Estudiantes que realizaron la maqueta a una escala de 1:50 (EG4, EG8)	2	25%
4	Estudiantes que realizaron la maqueta a una escala de 1:20 (EG5)	1	12.5%
5	Estudiantes que realizaron la maqueta a una escala de 1:30 (EG6)	1	12.5%

Como se puede observar en la tabla 50, se pueden observar las diferentes escalas que utilizaron los estudiantes para realizar la construcción de las maquetas, ya que los estudiantes propusieron realizar las maquetas más grandes que los planos utilizados. Como se puede apreciar en la tabla el 62.5% de los estudiantes utilizó una escala diferente a la planteada en los planos.

Por ejemplo, el estudiante EG1 realizó un plano con dimensiones del plano de 8cm x 15cm a una escala de 1:100 para luego realizar la construcción de la maqueta con dimensiones de 10.7cm

x 20cm. Además, se aprecia que utilizo material reciclado como cartón de una caja de zapatos, ver figura 31.

Figura 31

Maqueta a escala 1:75 del estudiante EG1.



Por otra parte, el estudiante EG4 utilizó una escala 1:50 para la construcción de la maqueta con dimensiones de 20 cm x 24 cm con el objetivo de que fuese más grande la maqueta y se pueda trabajar. Le agregó en el techo un tragaluz, un panel solar, y un canal para recolectar agua, como se puede apreciar en las figuras 32.

Figura 32

Maqueta a escala 1:50 del estudiante EG4.



Además, el estudiante EG5 realizó la construcción de una maqueta una escala 1:20 con dimensiones de 50cm x 60cm utilizando madera para la realización de base, las paredes, divisiones. En este caso, se aprecia que los padres de familia ayudaron al estudiante en el proceso de construcción de la maqueta ya que en un inicio el estudiante realizó una maqueta utilizando unicel y cartón, pero decidió mejorar la maqueta utilizando madera y una escala más grande, ver figura 33.

Figura 33

Maqueta a escala 1:20 del estudiante EG5.



Finalmente , se puede observar que los estudiantes dominaban la escala, ya que la gran mayoría utilizó escalas diferentes para la realización de cada una de las maquetas. Además, dominaban los conceptos de área y perímetro y su representación a escala, ya que se les pedía a los estudiantes la comparación entre la representación real y la construcción a escala. Por esto se puede apreciar que los estudiantes alcanzaron un nivel 2 de Van Hiele en el desarrollo de esta hoja de trabajo.

4.6 Hoja de trabajo número 4

En este apartado se describen las características de la hoja de trabajo No. 4 (Anexo E) conformado por 3 preguntas, que se diseñaron teniendo en cuenta la hoja de trabajo No. 1 . En este sentido, se presentó un contexto relacionado con un cuarto de área de 12m^2 , en el cual los estudiantes deben hallar o encontrar diferentes dimensiones que permitan encerrar esta superficie.

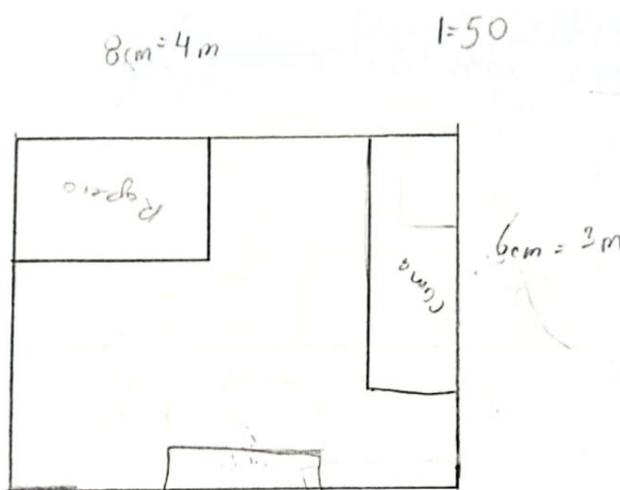
4.6.1 Bachillerato Digital 171

En este apartado, se describe el proceso realizado en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato digital 171 mediante la observación del trabajo realizado en clase. Es por esto, que se observa lo realizado por los estudiantes para presentar la pregunta número 1, que dice “¿ Qué forma geométrica tiene el cuarto y cuáles serían sus dimensiones a tu gusto?”

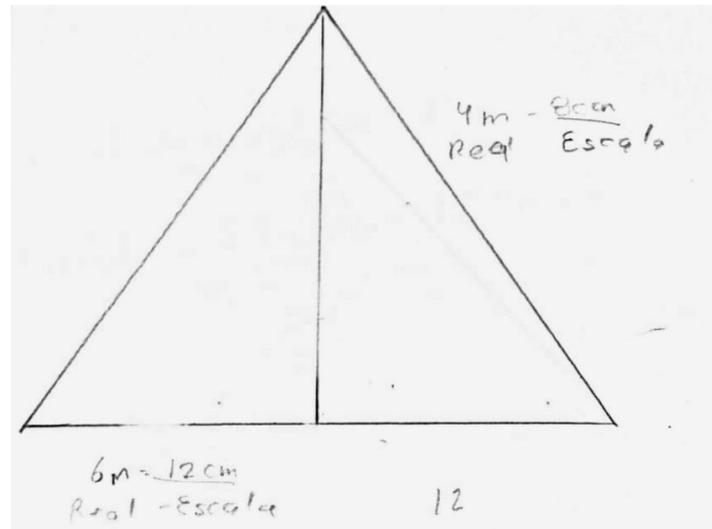
En el cual el 100% de los estudiantes realizó la construcción de un rectángulo a escala 1:50 que encierra en tamaño real 12 m^2 , con dimensiones . Es interesante, que en algunos casos los estudiantes hicieron explícito el valor a escala y que representaban en la vida real, Como es el caso del estudiante ED5 (ver figura 34).

Figura 34

Representación a escala del estudiante ED5.



Por otra parte, en las soluciones que se observaron en la pregunta 2, si el espacio fuera de forma triangular ¿Qué dimensiones tendría? Traza el espacio utilizando regla y compás, a una escala de 1:50. El 100% de los estudiantes, realizó la construcción de un triángulo con una base de 12 cm y una altura de 8 cm. Además, se puede apreciar que cada uno de los triángulos tiene diferentes medidas en cuanto a su perímetro y las dimensiones poseen medidas a escala y su representación en tamaño real, ver figura 35.

Figura 35*Construcción del estudiante ED3.*

Ahora bien, para la solución de la última pregunta el 100% de los estudiantes realizaron la construcción a escala de un espacio pentagonal realizando una descomposición de un rectángulo y un triángulo que tuviera la propiedad solicitada. Entre los pentágonos realizados por los estudiantes, se encuentra uno con dimensiones de un cuadrado de lado 6 cm y en la parte superior un triángulo de base 6 cm y altura 4 cm (ver figura 36). Además, realizaron otro con dimensiones de un rectángulo de 10 cm x 4 cm y un triángulo de base 4 cm y altura 2 cm (ver figura 37).

Figura 36

Construcción del estudiante ED8

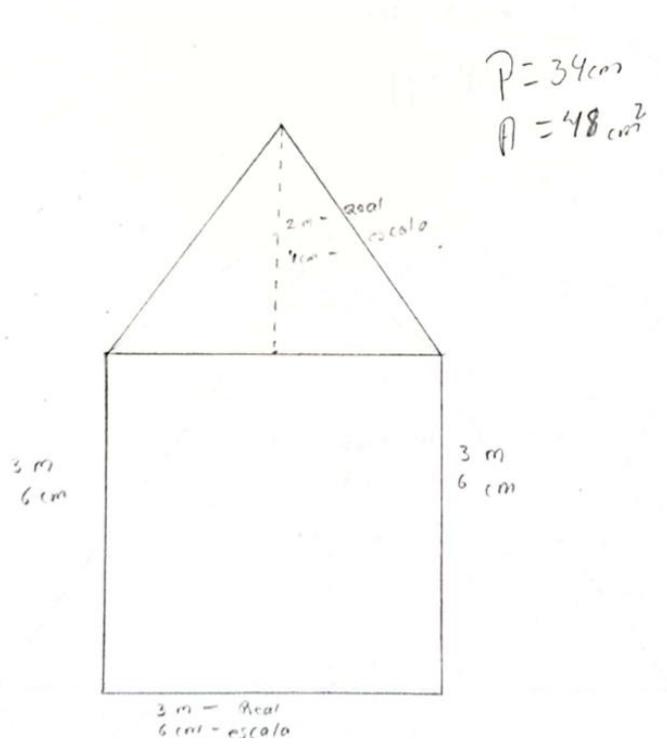
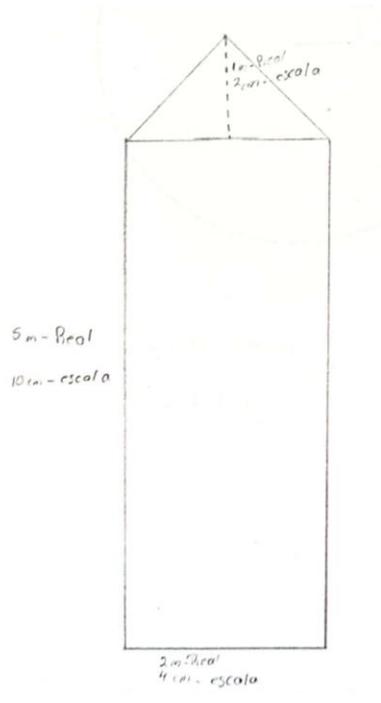


Figura 37

Construcción estudiante ED10



Finalmente, se puede observar que los estudiantes en esta hoja de trabajo desarrollaron cada una de las actividades y realizaron un análisis de cada una de las figuras, en cuanto al perímetro y el área. Además, se aproximaron al concepto de escala al realizar la representación de 1:50 teniendo en cuenta las respectivas medidas que representarían el terreno en tamaño real. En conclusión, el 100% de los estudiantes logró alcanzar un nivel 2 de Van Hiele al reconocer y construir cada una de las figuras que se solicitaban en las preguntas.

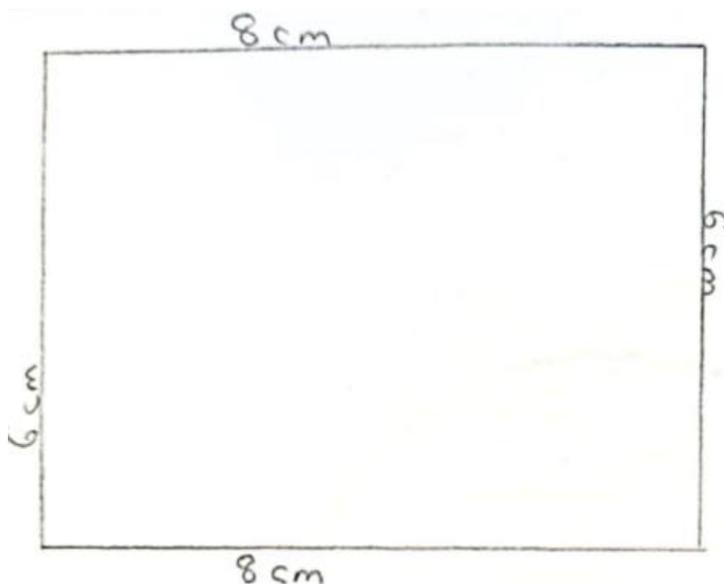
4.6.1 *Bachillerato General José Vasconcelos*

En este apartado, se describe el proceso realizado en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato General José Vasconcelos mediante la observación del trabajo realizado en clase. Es por esto, que se observa lo realizado por los estudiantes para presentar la pregunta número 1, que dice “¿ Qué forma geométrica tiene el cuarto y cuáles serían sus dimensiones a tu gusto?”

En el cual el 100% de los estudiantes realizó la construcción de un rectángulo a escala 1:50 que encierra en tamaño real 12 m^2 , con dimensiones . (ver figura 38).

Figura 38

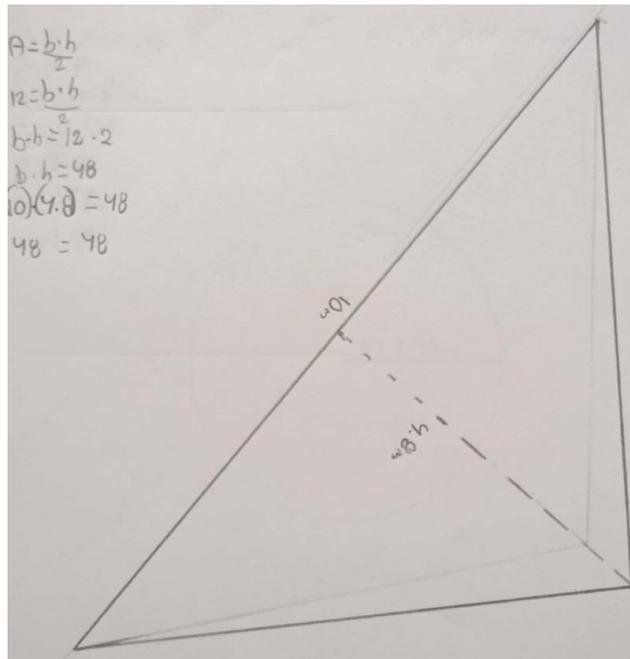
Representación a escala del estudiante EGI.



Por otra parte, en las soluciones que se observaron en la pregunta 2, si el espacio fuera de forma triangular ¿Qué dimensiones tendría? Traza el espacio utilizando regla y compás, a una escala de 1:50. El 100% de los estudiantes, realizó la construcción de un triángulo con una base de 10 cm y una altura de 4.8 cm. Además, se puede apreciar que cada uno de los triángulos tiene diferentes medidas en cuanto a su perímetro y las dimensiones poseen medidas a escala y su representación en tamaño real, ver figura 35.

Figura 39

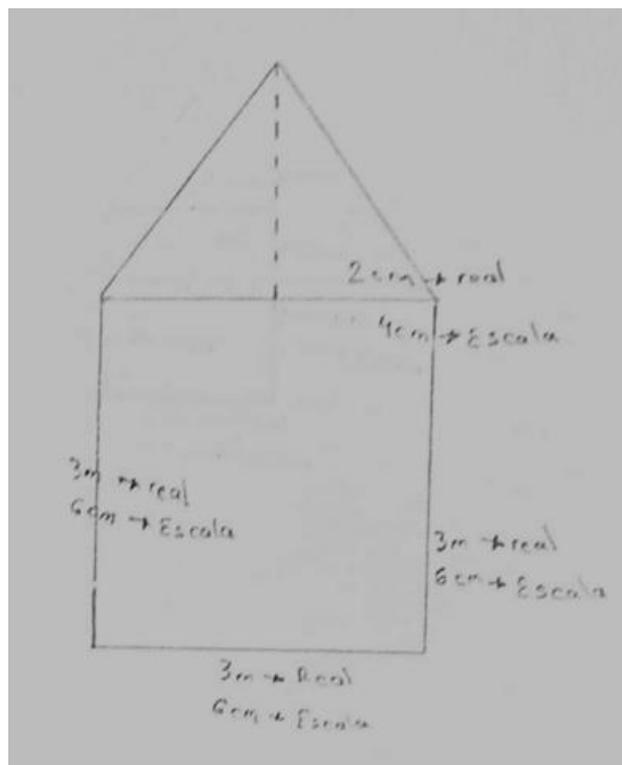
Construcción del estudiante EG4.



Ahora bien, para la solución de la última pregunta el 100% de los estudiantes realizaron la construcción a escala de un espacio pentagonal realizando una descomposición de un rectángulo y un triángulo que tuviera la propiedad solicitada. Entre los pentágonos realizados por los estudiantes, se encuentra uno con dimensiones de un cuadrado de lado 6 cm y en la parte superior un triángulo de base 6 cm y altura 4 cm (ver figura 36).

Figura 40

Construcción del estudiante EG6



Finalmente, se puede observar que los estudiantes en esta hoja de trabajo desarrollaron cada una de las actividades y realizaron un análisis de cada una de las figuras, en cuanto al perímetro y el área. Además, se aproximaron al concepto de escala al realizar la representación de 1:50 teniendo en cuenta las respectivas medidas que representarían el terreno en tamaño real. En conclusión, el 100% de los estudiantes logró alcanzar un nivel 2 de Van Hiele al reconocer y construir cada una de las figuras que se solicitaban en las preguntas.

4.7 Hoja de trabajo número 5

En este apartado se describen las características de la hoja de trabajo No. 5 (Anexo F) conformada por 2 preguntas, que se diseñaron teniendo en cuenta las hojas de trabajo anteriores. Se presentaron 2 contextos relacionados con un panel solar y una fuente. Para este caso, se solicita una escala de 1:5 y 1:100 respectivamente.

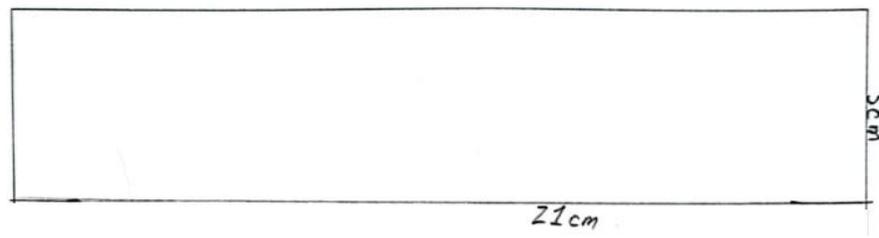
4.7.1 Bachillerato Digital 171

En este apartado, se describe el proceso realizado en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato digital 171 mediante la observación del trabajo realizado en clase. Es por esto, que se observa lo realizado por los estudiantes para presentar la pregunta número 1, que dice “Realiza la construcción a escala de 1:5 del panel solar”

El 100% de los estudiantes realizó la construcción de un rectángulo que encierra en tamaño real 105 cm x 25 cm, con dimensiones 5 cm x 21 cm a escala 1:5. En este caso, se puede apreciar que los estudiantes dominan el concepto de escala pues lo realizan teniendo en cuenta diferentes proporciones. Ver figura 41

Figura 41

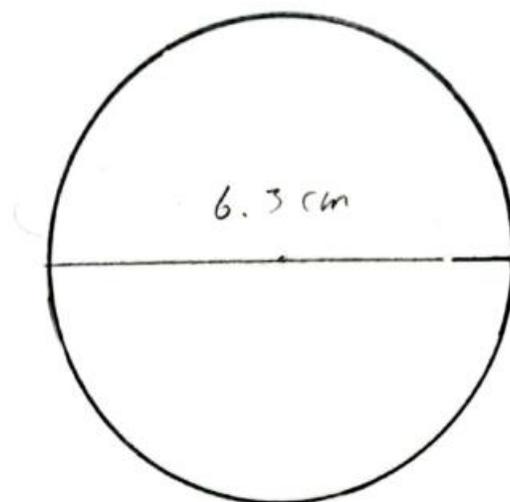
Construcción del estudiante ED5



Además, el 100% de los estudiantes realizó la construcción de un círculo de con un diámetro de 6.3 cm que representa la fuente de tamaño real que tiene 6.3 m .En este caso, se puede apreciar que los estudiantes dominan el concepto de escala pues lo realizan teniendo en cuenta diferentes proporciones. Ver figura 41.

Figura 42

Construcción del estudiante ED6

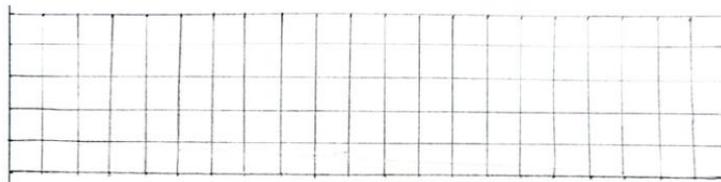
**4.7.1 Bachillerato General José Vasconcelos**

En este apartado, se describe el proceso realizado en cada una de las preguntas con el fin de categorizar el pensamiento de los estudiantes del bachillerato digital 171 mediante la observación del trabajo realizado en clase. Es por esto, que se observa lo realizado por los estudiantes para presentar la pregunta número 1, que dice “Realiza la construcción a escala de 1:5 del panel solar”

El 100% de los estudiantes realizó la construcción de un rectángulo que encierra en tamaño real 105 cm x 25 cm, con dimensiones 5 cm x 21 cm a escala 1:5. En este caso, se puede apreciar que los estudiantes dominan el concepto de escala pues lo realizan teniendo en cuenta diferentes proporciones. Ver figura 43.

Figura 43

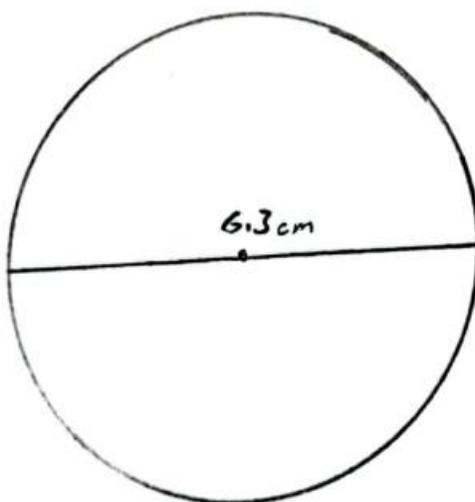
Construcción del estudiante EG1



Además, el 100% de los estudiantes realizó la construcción de un círculo de con un diámetro de 6.3 cm que representa la fuente de tamaño real que tiene 6.3 m .En este caso, se puede apreciar que los estudiantes dominan el concepto de escala pues lo realizan teniendo en cuenta diferentes proporciones. Ver figura 44.

Figura 44

Construcción del estudiante EG3



En general, en ambos cursos se podría decir que los estudiantes realizaron las actividades utilizando los conocimientos de escala, ya que pueden asociarlo a diferentes representaciones en la hoja de papel y su representación en la vida real.

4.8 Cuestionario Final

4.8.1 Bachillerato Digital 171

La tabla 51, presenta cuantitativamente el porcentaje de respuestas correctas de cada estudiante en las catorce preguntas de selección múltiple relacionadas con geometría. Para la valoración, se tuvo en cuenta que si la respuesta y la justificación son correctas se le asigna la valoración de 1, en caso contrario se le asigna una valoración de 0.

Tabla 51

Análisis cuantitativo del cuestionario final.

Estudiante	N° de pregunta														Total	Porcentaje
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P12	P16	P17	P18	P19		
ED1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	13	0.929
ED2	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	13	0.929
ED3	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	13	0.929
ED4	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	13	0.929
ED5	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	0.929
ED6	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	11	0.786
ED7	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	13	0.929
ED8	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	8	0.571
ED9	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	13	0.929
ED10	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	13	0.929
ED11	1	1	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1	9	0.643
ED12	0	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	0.857
Total respuestas acertadas	11	11	11	11	10	10	11	10	10	10	10	10	10	9	Promedio	
Total porcentaje de acierto	92%	92%	92%	92%	83%	83%	92%	83%	83%	83%	83%	83%	83%	75%	0.857	
Desviación Estándar	0.120						Coefficiente de variación						14.03%			

La media del grupo de estudiantes fue de 0,857 en una escala de 0 a 1, lo cual indica que el rendimiento en promedio de los estudiantes fue del 85,7%.

Luego por medio de la media y la desviación estándar se obtuvo la relación que existe entre ellas, a lo cual se le conoce como coeficiente de variación, según Rustom J, (2012), es una medida

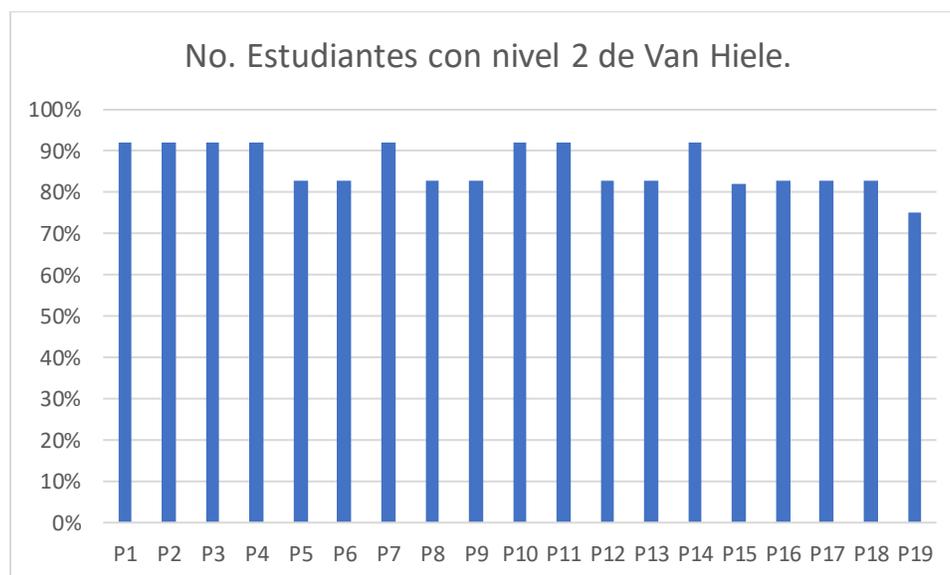
que permite medir la dispersión en la cual se puede decir que un valor menor al 50% indican una homogeneidad en la población.

En este caso, el coeficiente de variación para los datos obtenidos en este cuestionario final fue del 14.03% lo cual indica una dispersión respecto a la media es considerablemente baja en el desempeño de los estudiantes. Debido a lo anterior, se llegó a la conclusión concluir que el grupo es homogéneo. Lo cual se puede evidenciar en las respuestas que obtuvieron los estudiantes.

Finalmente, de los datos analizados cualitativa y cuantitativamente en el cuestionario anterior se puede sintetizar el pensamiento de los estudiantes mediante el gráfico que se presenta a continuación en la figura 45 se presenta la gráfica del porcentaje de aciertos en las preguntas del cuestionario inicial.

Figura 45

Porcentajes de respuestas en nivel 2 de Van Hiele.



Nota. Gráfica del porcentaje de los estudiantes con nivel 2 de van Hiele en cada pregunta del cuestionario inicial. (Elaboración propia).

De la gráfica anterior, en general se puede decir que:

- Todas las respuestas están por debajo del 75% de los estudiantes que alcanzaron el nivel 2 de Van Hiele.
- La mayoría de las respuestas se encuentran por debajo del 83% de estudiantes en nivel 2 de Van Hiele.

4.8.2 Bachillerato General José Vasconcelos

La tabla 51, presenta cuantitativamente el porcentaje de respuestas correctas de cada estudiante en las catorce preguntas de selección múltiple relacionadas con geometría. Para la valoración, se tuvo en cuenta que si la respuesta y la justificación son correctas se le asigna la valoración de 1, en caso contrario se le asigna una valoración de 0.

Tabla 52

Análisis cuantitativo del cuestionario final.

Estudiante	N° de pregunta														Total	Porcentaje
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P12	P16	P17	P18	P19		
EG1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	12	0.857
EG2	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	1	1	1	12	0.857
EG3	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1	1	11	0.786
EG4	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	10	0.714
EG5	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	1	12	0.857
EG6	1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	12	0.857
EG7	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	0.786
EG8	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	13	0.929
Total respuestas acertadas	6	8	6	7	6	7	6	6	7	6	7	7	7	7		Promedio
Total porcentaje de acierto	75%	100%	75%	88%	75%	88%	75%	75%	88%	75%	88%	88%	88%	88%		0.830
Desviación Estándar	0.061						Coefficiente de variación						7.37%			

La media del grupo de estudiantes fue de 0,830 en una escala de 0 a 1, lo cual indica que el rendimiento en promedio de los estudiantes fue del 83%.

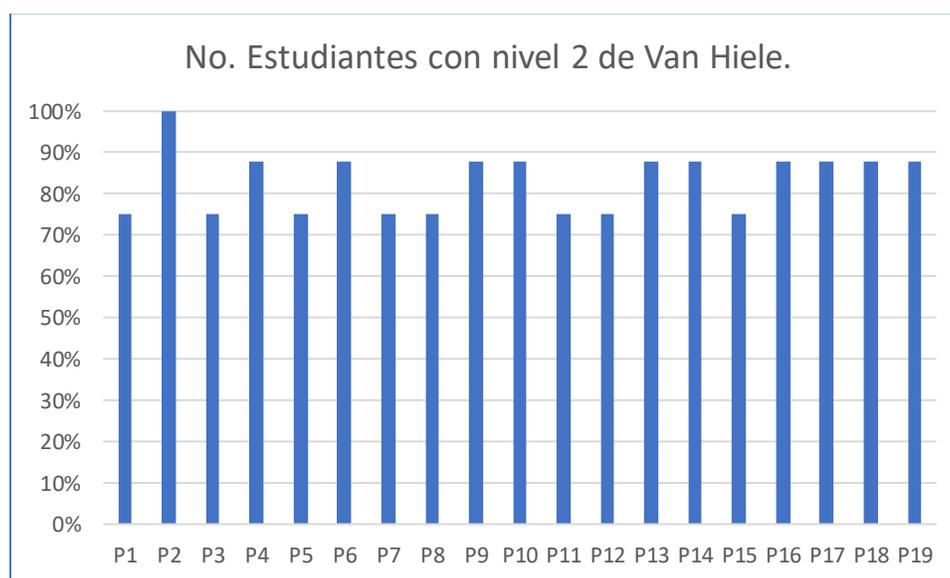
Luego por medio de la media y la desviación estándar se obtuvo la relación que existe entre ellas, a lo cual se le conoce como coeficiente de variación, según Rustom J, (2012), es una medida que permite medir la dispersión en la cual se puede decir que un valor menor al 50% indican una homogeneidad en la población.

En este caso, el coeficiente de variación para los datos obtenidos en este cuestionario final fue del 7.37% lo cual indica una dispersión respecto a la media es considerablemente baja en el desempeño de los estudiantes. Debido a lo anterior, se llegó a la conclusión concluir que el grupo es homogéneo. Lo cual se puede evidenciar en las respuestas que obtuvieron los estudiantes.

Finalmente, de los datos analizados cualitativa y cuantitativamente en el cuestionario anterior se puede sintetizar el pensamiento de los estudiantes mediante el gráfico que se presenta a continuación en la figura 46 se presenta la gráfica del porcentaje de aciertos en las preguntas del cuestionario inicial.

Figura 46

Porcentajes de respuestas en nivel 2 de Van Hiele.



Nota. Gráfica del porcentaje de los estudiantes con nivel 2 de van Hiele en cada pregunta del cuestionario inicial. (Elaboración propia).

De la gráfica anterior, en general se puede decir que:

- Todas las respuestas están por debajo del 75% de los estudiantes que alcanzaron el nivel 2 de Van Hiele.
- La mayoría de las respuestas se encuentran por debajo del 88% de estudiantes en nivel 2 de Van Hiele.

4.9 Análisis comparativo entre el cuestionario inicial y final

Una vez realizados los análisis del Pre-Test y Post-Test se observaron los siguientes puntos:

1. En el cuestionario inicial el Bachillerato Digital 171 obtuvo un promedio de respuestas correctas del 17.9% y en el cuestionario final se obtuvo un promedio de respuestas correctas del 85.7%. El Bachillerato General José Vasconcelos obtuvo un promedio de acierto del 24.1% y en el cuestionario final se obtuvo un promedio de respuestas correctas del 83%.
2. En el cuestionario inicial en ambos grupos las preguntas relacionadas con la escala y semejanza obtuvieron un porcentaje de acierto del 0%, en comparación con el cuestionario final en el que todas las preguntas relacionadas con escala estuvieron por debajo del 75% de acierto.
3. En el cuestionario inicial el Bachillerato Digital 171 las preguntas con mayor acierto alcanzaban 58.2% y en el cuestionario final las preguntas con mayor acierto alcanzaban un 92%. En el Bachillerato General José Vasconcelos las preguntas con mayor acierto alcanzaban 62.5% y en el cuestionario final las preguntas con mayor acierto alcanzaban un 100%.
4. Se logra apreciar en el cuestionario inicial una dispersión entre las respuestas de los estudiantes, es decir, que inicialmente ambos grupos son heterogéneos. En contraste con las respuestas del cuestionario final, que evidencian que no hay dispersión y por ende ambos grupos son homogéneos en sus respuestas.

Capítulo 5

CONCLUSIONES

Al inicio de este trabajo de investigación, se formularon una serie de preguntas relacionadas con los objetivos de investigación y algunos supuestos que se relacionan con el diseño de una situación auténtica para la enseñanza del concepto de semejanza y escala en estudiantes de bachillerato. Estas preguntas son fundamentales para el diseño e implementación de las hojas de trabajo. Por lo tanto, a partir del análisis del cuestionario inicial y las hojas de trabajo, se presentan las respuestas a los interrogantes que motivaron el inicio y desarrollo de este trabajo.

Por otra parte, además de responder las preguntas de investigación y presentar algunas conclusiones, se pretende brindar algunas sugerencias didácticas pertinentes que puedan servir como guía para investigaciones posteriores que estén direccionadas a esta misma temática.

5.1 Respuesta a las preguntas de investigación

En el capítulo 1 (apartado 1.3), se presentaron las preguntas que guiaron el presente trabajo, de las cuales una se considera central y tres son consideradas auxiliares (apartado 1.3.1). A continuación, se da respuesta a cada una de ellas:

De la pregunta central se desprenden tres preguntas auxiliares las cuales se mencionarán a continuación y posteriormente se dará respuesta a cada una de ellas.

¿Cómo diseñar una propuesta de aula que contemple la resolución de una situación auténtica como alternativa para la enseñanza de la semejanza?

En general, los referentes conceptuales fueron importantes a la hora del diseño puesto que se logra articular lo planteado en los referentes didácticos, curriculares, cognitivos y matemáticos más específicamente el contexto. Por lo anterior, se reconocen los contextos de la construcción de la casa de sus sueños mediante la elaboración de un plano, y una maqueta de la casa que los estudiantes desean construir.

Particularmente, para la construcción y diseño de la propuesta de aula se tuvo en cuenta la investigación Palm (2006), en la cual se tuvo en cuenta los aspectos mencionados en la teoría de situaciones auténticas. Además, desde lo planteado curricularmente por el Bachillerato General Estatal (2018) se relacionan este tipo de actividades en el aula.

Por otra parte, los niveles de Van Hiele permitieron realizar cada una de las categorizaciones del pensamiento geométrico de los estudiantes y realizar comparaciones desde el cuestionario inicial, las hojas de trabajo y el cuestionario final. Así mismo, se tienen en cuenta el objeto matemático que el docente debe dominar para implementar la propuesta.

Por lo anterior, se realizó la articulación para el diseño de cada una de las hojas de trabajo, teniendo en cuenta los referentes para así analizarlos en la puesta en práctica de la secuencia.

¿Qué factores permiten o no la implementación de la propuesta de aula “la casa de mis sueños” en un grupo de estudiantes de primer y tercer semestre de bachillerato?

Los factores que permiten la implementación, en primer lugar, que el docente posea un dominio matemático sobre lo presentado, con el fin de orientar al estudiante en cada una de las hojas de trabajo, y pueda articular cada una de las preguntas realizadas previamente con el fin de ir construyendo el objeto matemático.

Además, el docente debe estar preparado para las respuestas que puedan presentar los estudiantes y así utilizarlas para mejorar la comprensión del objeto matemático por medio de estas respuestas. También, se deben tener en cuenta el material que necesitan los estudiantes para realizar cada una de las actividades y así desarrollar las actividades en clase.

Ahora bien, es de gran importancia que los estudiantes comprendan cada una de las preguntas y los enunciados de cada una de las hojas de trabajo, debido que en ciertos casos los estudiantes no responden a las preguntas debido a que no entienden o no interpretan qué o como lo deben hacer.

Lo anterior, debido a que en el desarrollo de las hojas de trabajo se presentaron interrogantes en cuanto a la comprensión del concepto de escala y semejanza. Además, en la mayoría de los casos los estudiantes no cumplían con el material solicitado para realizar las actividades. Además, en varias ocasiones se pudo apreciar que los estudiantes no respondían a las preguntas presentadas en las hojas de trabajo debido a la falta de comprensión textual.

Finalmente, es fundamental contar con el apoyo constante del docente durante la aplicación de las hojas de trabajo, ya que esto permite una retroalimentación constante y una mejor comprensión del concepto matemático. Dado que esta actividad implica una situación auténtica, se requiere un acompañamiento continuo para lograr una comprensión adecuada. Además, es importante tener en cuenta que el tiempo necesario para completar cada hoja de trabajo puede variar según el desarrollo y comprensión de cada estudiante.

¿Cuáles son los errores que cometen los estudiantes al resolver situaciones que implican el estudio de la semejanza?

Los errores que presentan los estudiantes, en su gran mayoría se evidencia que ellos comprenden que semejanza es realizar un dibujo que representa las dimensiones reales, sin tener en cuenta las proporciones.

En un segundo momento, los estudiantes realizan el bosquejo con dimensiones que no corresponden a las escritas en la representación, es decir, que solo reconocen las dimensiones, pero no pueden realizar la construcción con medidas precisas.

Además, se observa que los estudiantes realizan estimaciones de lo solicitado, por medio de ensayo y error para observar si cumple con las dimensiones solicitadas.

La pregunta central es la siguiente:

¿Cómo se puede favorecer el aprendizaje del concepto de semejanza, a partir de la implementación de una propuesta de aula basada en la perspectiva de tareas auténticas en estudiantes de primer y tercer semestre de bachillerato?

Se puede concluir que la situación permitió un acercamiento al concepto de semejanza, debido a que los estudiantes lograron comprender cada una de las tareas y realizaron la construcción del plano y la maqueta de la casa de sus sueños teniendo en cuenta las características que se acomodan a sus necesidades. Además, los estudiantes tuvieron presente las relaciones entre las dimensiones de tamaño real y cómo llevarlo a una escala 1:100. Así mismo, realizaron las respectivas distribuciones del espacio de la casa teniendo en cuenta las funcionalidades de este, por ejemplo, el espacio del baño, los cuartos cocina y sala. Lo anterior, permite inferir que los estudiantes pueden realizar distribuciones en el espacio y comprenden la escala al leer el plano e imaginárselo en tamaño real.

Por otro lado, es de gran importancia que la mayoría de los estudiantes identificaran las relaciones entre las cantidades, es decir, cada una de las divisiones y paredes para la construcción de la casa. Además, los estudiantes encontraron la representación de la altura de la pared de la casa, dependiendo sus necesidades y teniendo en cuenta la escala.

A lo largo del trabajo de investigación se presentaron avances significativos en los estudiantes, inicialmente los estudiantes realizaron la construcción del plano adaptándose a las necesidades y gustos. Sin embargo, se pudo apreciar que el 25% de los estudiantes realizó cambios en el plano diseñado inicialmente, a causa de que en la construcción de la maqueta fue complejo realizar las divisiones ideadas, debido a que se desperdicia espacio o no son funcionales. Al final se evidencia que la gran mayoría utiliza divisiones rectangulares, es decir, que están pensando analíticamente en cómo aprovechar cada uno de los espacios de la casa.

La aplicación de la Teoría de las Situaciones Auténticas de Palm (2006) fue de gran relevancia porque propició adecuar las actividades de aprendizaje mediante las hojas de trabajo al

contexto de los estudiantes del bachillerato. Se observó que el concepto de semejanza fue adquirido de manera natural sin tener que recurrir a la memorización y mecanización.

Finalmente, se logra dar respuesta a la pregunta de investigación porque la situación auténtica favoreció el aprendizaje del concepto de semejanza a través del contexto empleado “la casa de mis sueños”. Además, también permitió a los estudiantes tener un primer acercamiento a conceptos y procesos relacionados con la semejanza, como la escala, las relaciones entre las cantidades, y mejoró la visión de los estudiantes relacionando su proyecto de vida.

En el desarrollo de este trabajo surgieron interrogantes que estaban por fuera del alcance del objetivo planteado. Por lo tanto, se presentan a continuación y se sugieren para trabajos posteriores:

- ¿Qué resultados se pueden obtener en el desarrollo del pensamiento geométrico si se diseña una propuesta de aula que integre material digital como por ejemplo GeoGebra, Scratch, Minecraft, etc?
- ¿Cómo los estudiantes podrían aprovechar la disposición del terreno?
- ¿Se podría realizar una construcción partiendo de las disposiciones del terreno de los estudiantes?
- ¿La resolución de tareas auténticas se podría utilizar para la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en primaria?

Anexos.

Anexo A: Cuestionario Inicial - Final



Área de Matemática: Pensamiento geométrico Cuestionario inicial - Final

Estudiante: _____

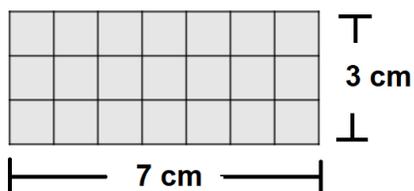
Edad: _____ Semestre: _____ Fecha: _____

Institución Educativa: _____

Importante: *El presente documento es parte de un proyecto de investigación, que tiene como fin caracterizar el pensamiento geométrico en estudiantes de bachillerato. Por lo tanto, te sugerimos que:*

- *Leas detenidamente cada pregunta.*
- *Justifique cada respuesta en el espacio en blanco.*

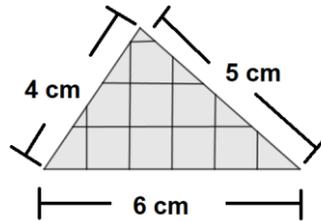
1. ¿Cuál es el perímetro del siguiente rectángulo?



- a. El perímetro es 21 cm^2 .
- b. El perímetro es 20 cm .
- c. El perímetro es 21 cm .
- d. El perímetro es 20 cm^2 .
- e. Otra. ¿Cuál? _____
- f. No sé.

Espacio para justificar

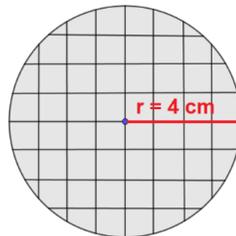
2. ¿Cuál es el perímetro del siguiente triángulo?



- a. El perímetro es 120 cm^2 .
- b. El perímetro es 15 cm .
- c. El perímetro es 15 cm^2 .
- d. El perímetro es 120 cm .
- e. Otra. ¿Cuál? _____
- f. No sé.

Espacio para justificar

3. ¿Cuál es el perímetro del siguiente círculo?



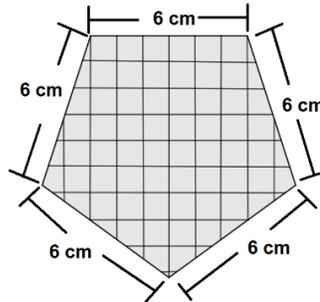
- a. El perímetro es 4 cm .
- b. El perímetro es aproximadamente $25,2 \text{ cm}$.
- c. El perímetro es aproximadamente $25,2 \text{ cm}^2$.
- d. El perímetro es aproximadamente $50,3 \text{ cm}$.

e. Otra. ¿Cuál? _____

f. No sé.

Espacio para justificar

4. ¿Cuál es el perímetro del siguiente pentágono?



a. El perímetro es 36 cm^2 .

b. El perímetro es 30 cm.

c. El perímetro es 30 cm^2 .

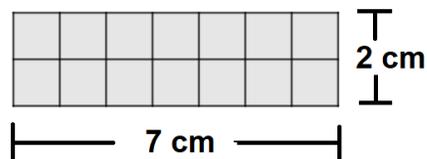
d. El perímetro es 36 cm

e. Otra. ¿Cuál? _____

f. No sé.

Espacio para justificar

5. ¿Cuál es el área del siguiente rectángulo?



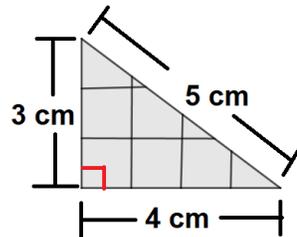
a. El área es 14 cm.

b. El área es 14 cm^2 .

- c. El área es 20 cm.
 d. El área es 20 cm²
 e. Otra. ¿Cuál? _____
 f. No sé.

Espacio para justificar

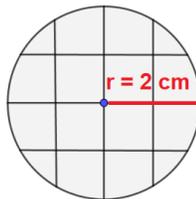
6. ¿Cuál es el área del siguiente triángulo?



- a. El área es 12 cm².
 b. El área es 6 cm².
 c. El área es 12 cm.
 d. El área es 60 cm².
 e. Otra. ¿Cuál? _____
 f. No sé.

Espacio para justificar

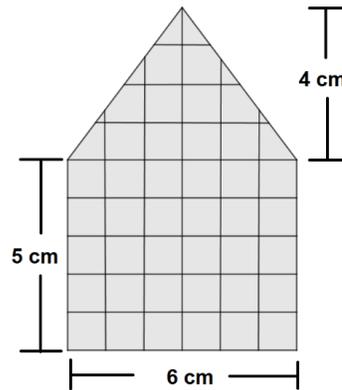
7. ¿Cuál es el área del siguiente círculo?



- a. El área es aproximadamente 2 cm.
- b. El área es aproximadamente $12,5 \text{ cm}^2$.
- c. El área es aproximadamente 12,5 cm.
- d. El área es aproximadamente 16 cm^2 .
- e. Otra. ¿Cuál? _____
- f. No sé.

Espacio para justificar

8. ¿Cuál es el área del siguiente pentágono?



- a. El área es 42 cm^2 .
- b. El área es 36 cm^2 .
- c. El área es 24 cm^2 .
- d. El área es 15 cm^2 .
- e. Otra. ¿Cuál? _____
- f. No sé.

Espacio para justificar

9. ¿Cuáles serían las dimensiones de un rectángulo, que tiene un área de 27 cm^2 ?
- a. Base 20 cm y altura 7 cm
 - b. Base 9 cm y altura 3 cm
 - c. Base 17 cm y altura 10 cm
 - d. Base 9 m y altura 3 m
 - e. Otra. ¿Cuál? _____
 - f. No sé.

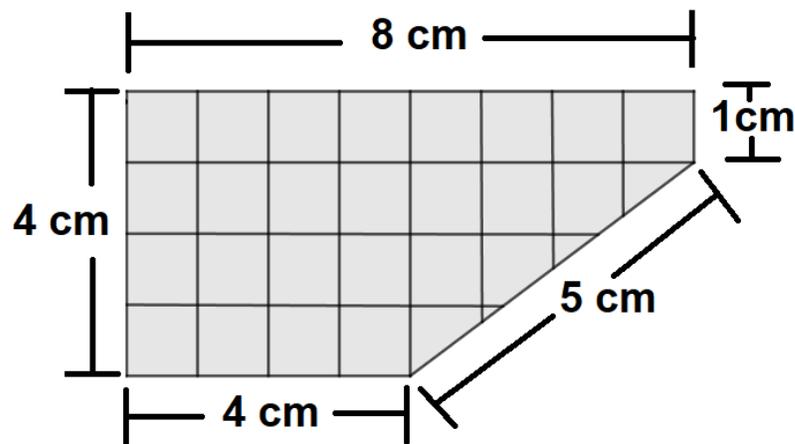
Espacio para justificar

10. Construye un triángulo que tenga un área de 15 cm^2

11. Define con tus palabras área y perímetro

Espacio para justificar

12. A continuación, se muestra un terreno con una escala de 1:50 o $1/50$, es decir, que por cada 1cm son 50 cm en tamaño real. Entonces, ¿cuál es el perímetro en tamaño real del terreno?



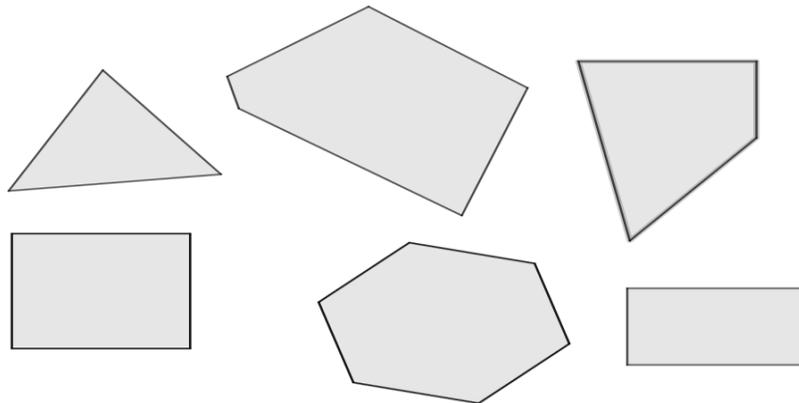
- a. El perímetro real es de 22 cm
- b. El perímetro real es de 1100 cm
- c. El perímetro real es de 22 cm^2
- d. El perímetro real es de 2200 cm
- e. Otra. ¿Cuál? _____
- f. No sé.

Espacio para justificar

13. Define escala y semejanza con tus propias palabras.

Espacio para justificar

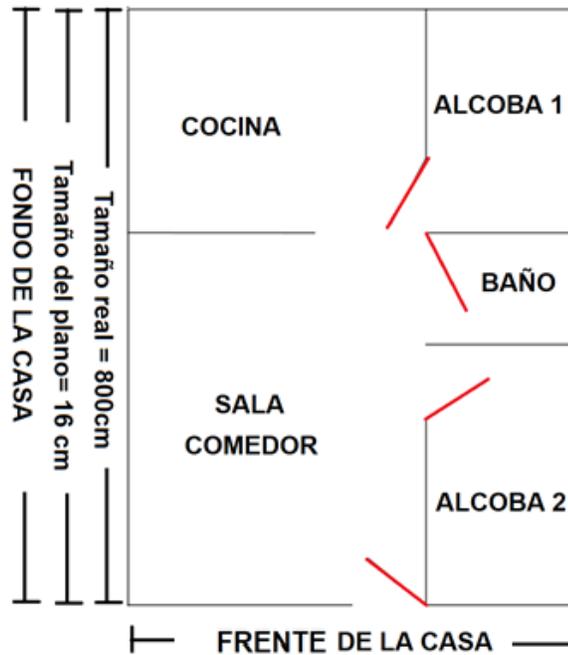
14. Marca con lápiz todos los ángulos de cada polígono.



15. Define con tus palabras el concepto de ángulo.

Espacio para justificar

De acuerdo con el siguiente plano de una casa, responde las preguntas 16, 17, 18 y 19.



16. ¿Cuál es la escala o razón de semejanza entre el tamaño del plano de la casa y el tamaño real de la casa?
- La escala o razón de semejanza es 1:500 o $1/500$
 - La escala o razón de semejanza es 1:50 o $1/50$
 - La escala o razón de semejanza es 1:100 o $1/100$
 - La escala o razón de semejanza es 1:5 o $1/5$
 - Otra. ¿Cuál? _____
 - No sé.

Espacio para justificar

17. ¿Cuál es el tamaño real del frente de la casa, si en el plano el frente es de 12 cm?

- a. El tamaño real del frente de la casa es de 12 cm
- b. El tamaño real del frente de la casa es de 560 cm
- c. El tamaño real del frente de la casa es de 600 cm
- d. El tamaño real del frente de la casa es de 168 cm
- e. Otra. ¿Cuál? _____
- f. No sé.

Espacio para justificar

18. ¿Cuál es el perímetro del tamaño real de la casa?

- a. El perímetro del tamaño real de la casa es 560 cm
- b. El perímetro del tamaño real de la casa es 2800 cm
- c. El perímetro del tamaño real de la casa es 2800 cm²
- d. El perímetro del tamaño real de la casa es 480000 cm
- e. Otra. ¿Cuál? _____
- f. No sé.

Espacio para justificar

19. ¿Cuál es el área del tamaño real de la casa?

a. El área del tamaño real de la casa es 480000 cm²

b. El área del tamaño real de la casa es 2800 cm²

c. El área del tamaño real de la casa es 480000 cm

d. El área del tamaño real de la casa es 14000 cm²

e. Otra. ¿Cuál? _____

f. No sé.

Espacio para justificar

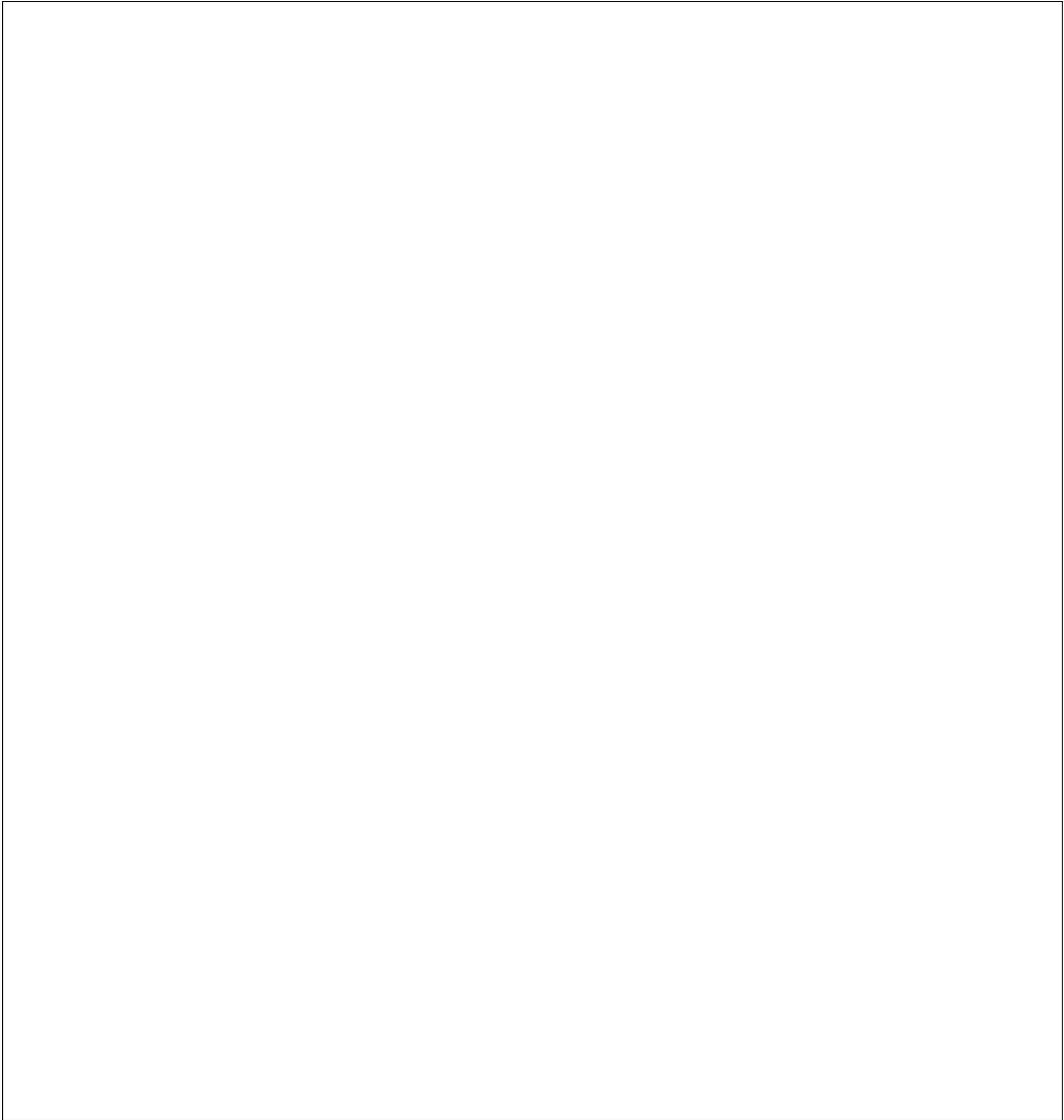
Anexo B: Hoja de trabajo No.1**Área de Matemática: Pensamiento geométrico****Estudiante:** _____**Edad:** _____ **Semestre:** _____ **Fecha:** _____**Institución Educativa:** _____

Importante: *El presente documento es parte de un proyecto de investigación, que tiene como fin caracterizar el pensamiento geométrico en estudiantes de bachillerato. Por lo tanto, te sugerimos que:*

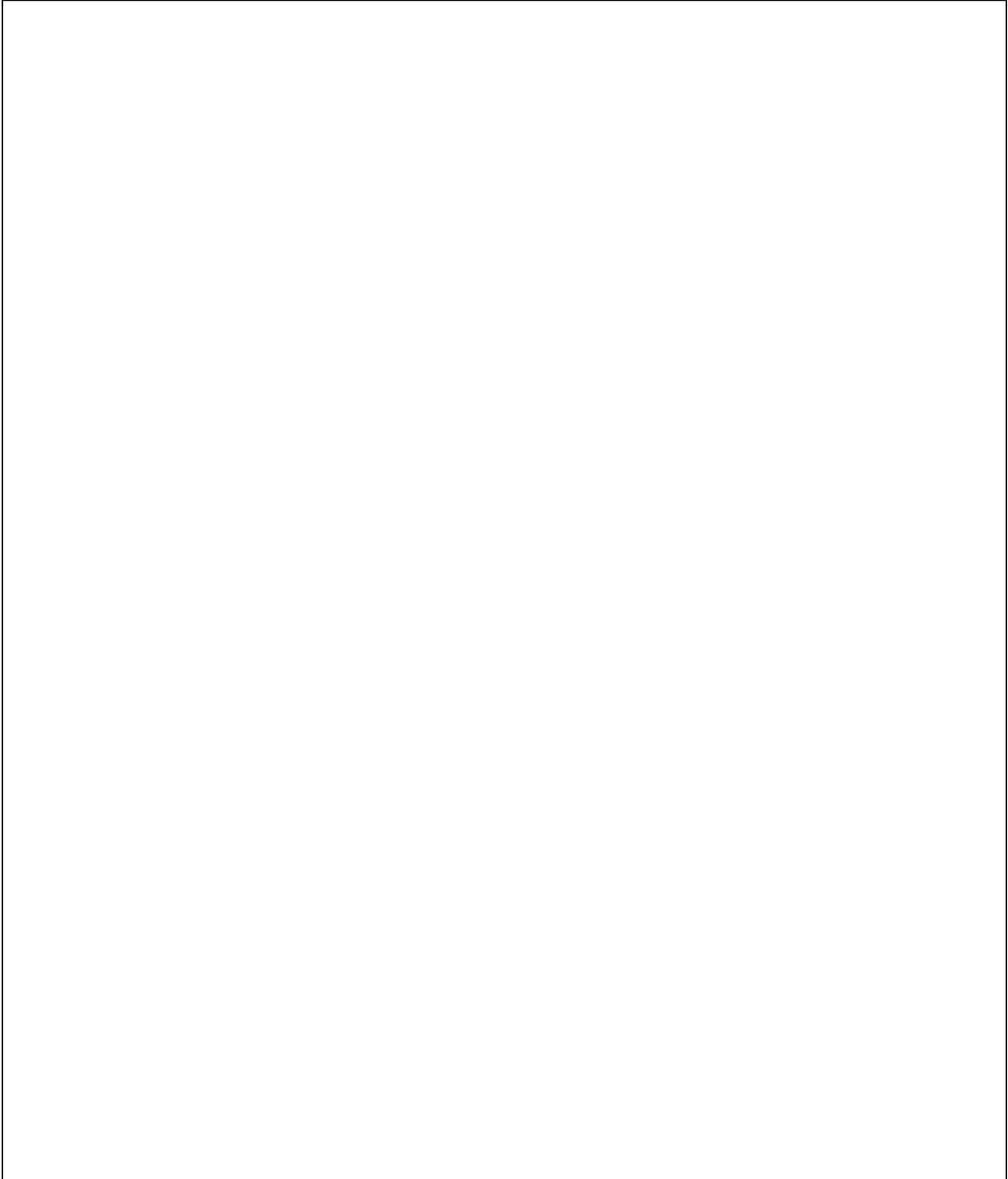
- *Leas detenidamente cada pregunta.*
- *Justifique cada respuesta en el espacio en blanco*

1. En la cancha de la escuela con la ayuda de tus compañeros y con una cuerda encierren una superficie de 120 m^2 . A continuación describe como lo realizaron.

2. Supongan que tienen un terreno de 120 m^2 . En parejas, respondan lo siguiente argumentando el procedimiento en cada una de ellas.
 - a. ¿Qué forma geométrica tiene el terreno y cuáles serían sus dimensiones? Traza el terreno utilizando regla y compás a una escala de 1:100.

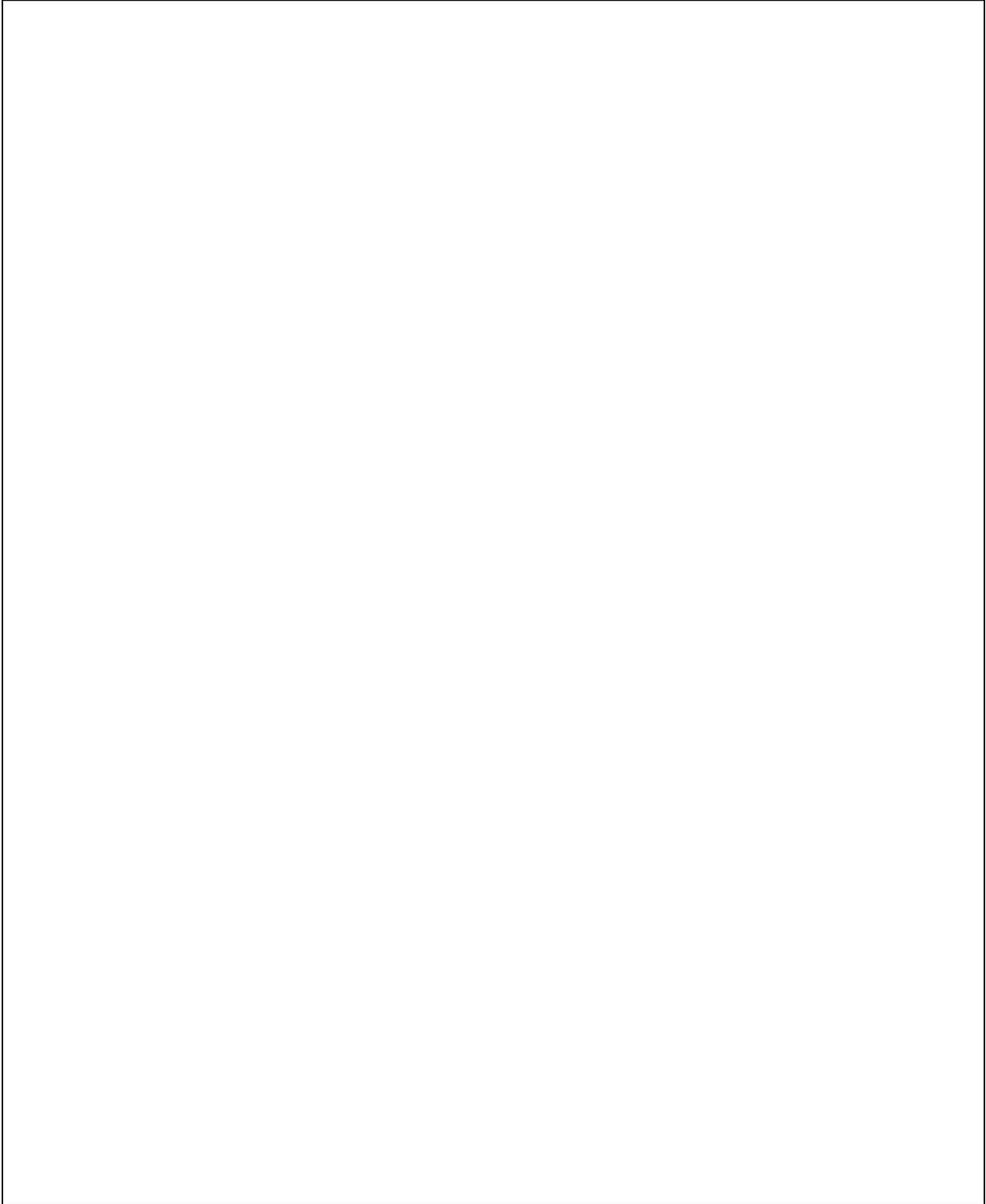


- b. ¿ Podría ser de otra forma geométrica? Traza el terreno en otras formas geométricas posibles, utilizando regla y compás, a una escala de 1:100

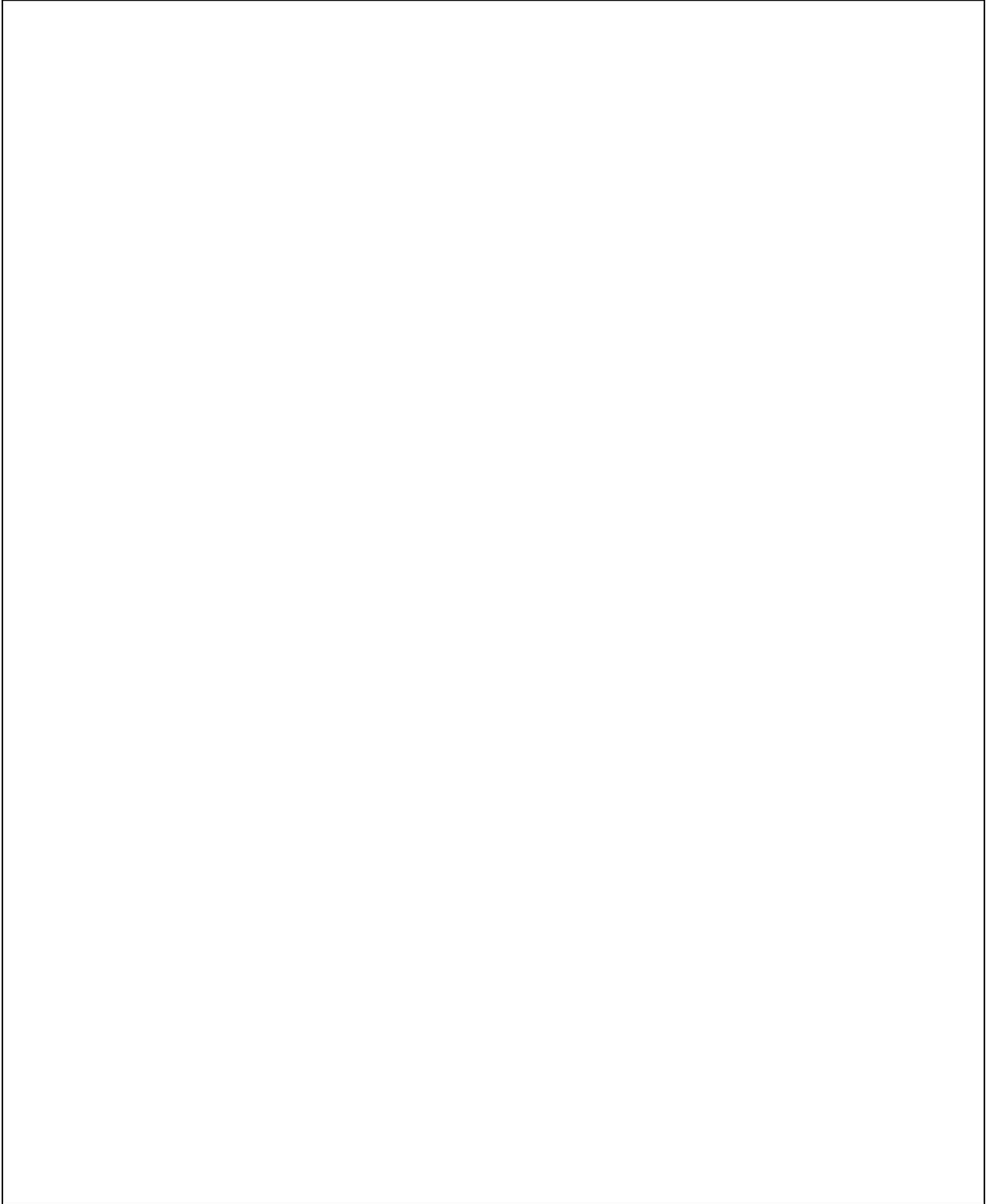


3. ¿Qué tipos de ángulos se identificaron en cada forma geométrica y cuál es su medida?

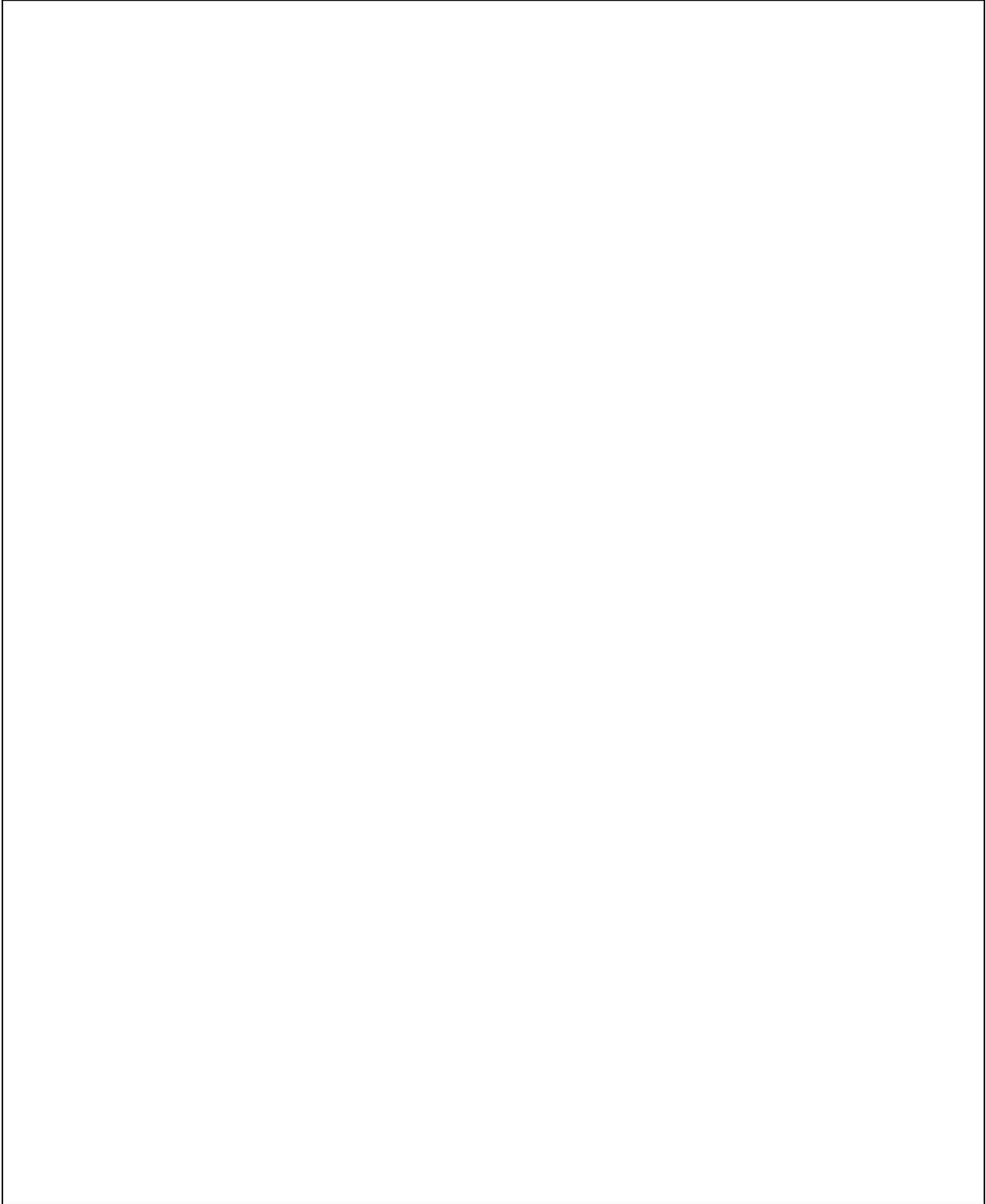
4. Si el terreno fuera de forma circular, ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100.



5. Si el terreno fuera de forma triangular ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100

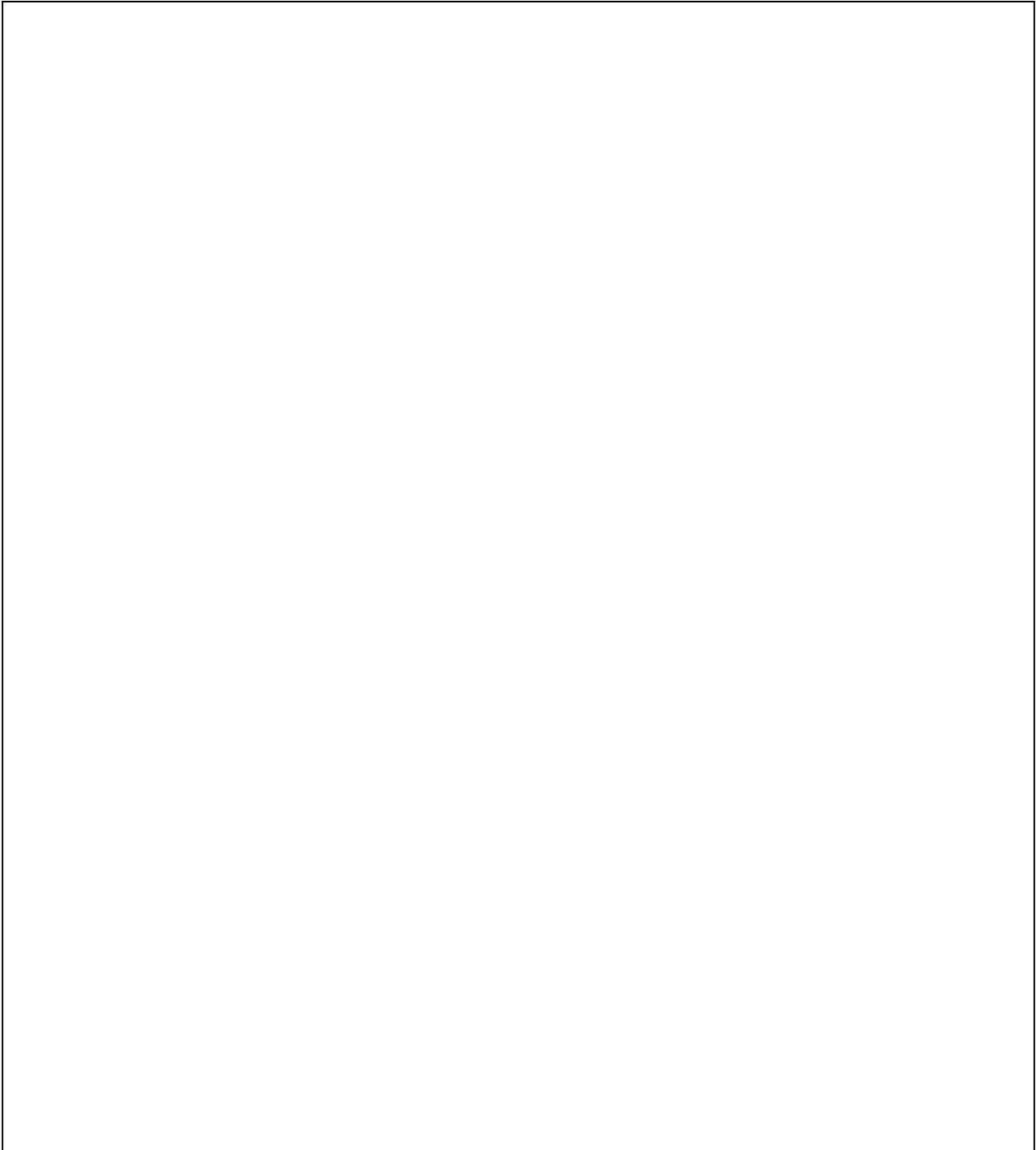


6. Si el terreno fuera de forma hexagonal ¿Qué dimensiones tendría? Traza el terreno utilizando regla y compás, a una escala de 1:100



7. ¿Cuál es el área y perímetro que tienen cada una de estas formas geométricas halladas en la anterior pregunta?

8. ¿Cuál de todas las formas geométricas que han trazado tiene mayor perímetro y cuál menor encerrando la misma área?



Anexo C: Hoja de trabajo No.2



Área de Matemática: Pensamiento geométrico

Estudiante: _____

Edad: _____ **Semestre:** _____ **Fecha:** _____

Institución Educativa: _____

Importante: *El presente documento es parte de un proyecto de investigación, que tiene como fin caracterizar el pensamiento geométrico en estudiantes de bachillerato. Por lo tanto, te sugerimos que:*

- *Leas detenidamente cada pregunta.*
- *Justifique cada respuesta en el espacio en blanco*

La escala de los mapas.

La escala es la relación existente entre un objeto real (por ejemplo, la superficie de la Tierra o una porción de ella) y la representación que del mismo se hace. Hay dos tipos de escalas:

1. La escala numérica

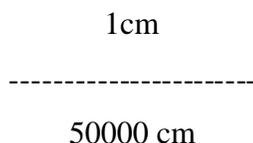
Se expresa mediante una fracción que indica la proporción entre la distancia entre dos lugares señalados en un mapa y su correspondiente en el terreno.

Distancia en el mapa

Distancia en la realidad

Normalmente se expresa en relación con la unidad, así una escala 1:50000 (también puede expresarse $1/50000$) significa que cada unidad del mapa corresponde en la realidad a 50000. Si la unidad es 1 cm, quiere decir que ese centímetro del mapa equivale a 50000 en la realidad.

O lo que es lo mismo:



2. La escala gráfica

Representa lo mismo que la numérica, pero lo hace mediante una línea recta o regla graduada. Colocando la escala sobre el mapa, puede calcularse la distancia real existente entre dos puntos.

En la escala de abajo, la longitud total de la línea segmentada es 200 Km, en tanto que cada fracción de la misma puesta sobre el mapa equivale a 50 Km en la realidad.

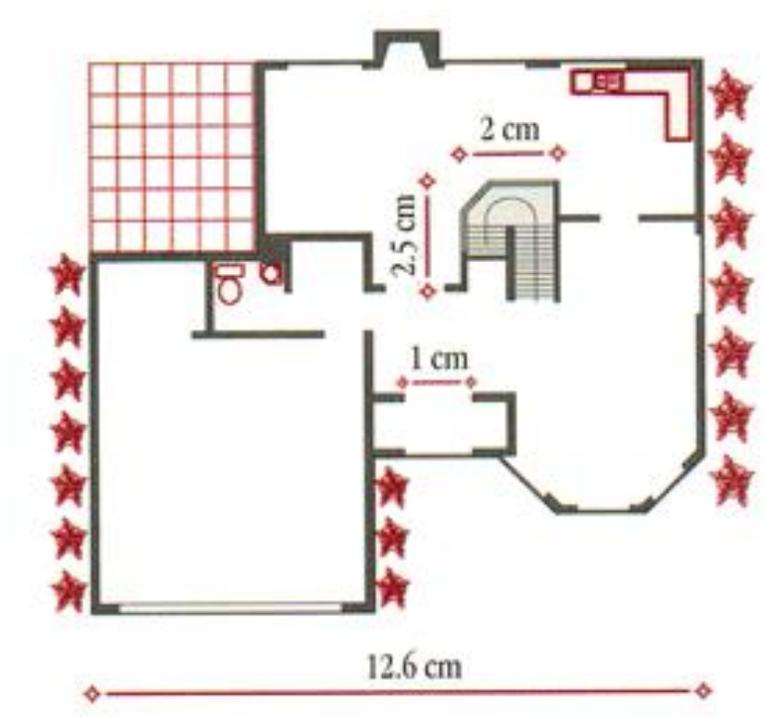


El tamaño de la escala

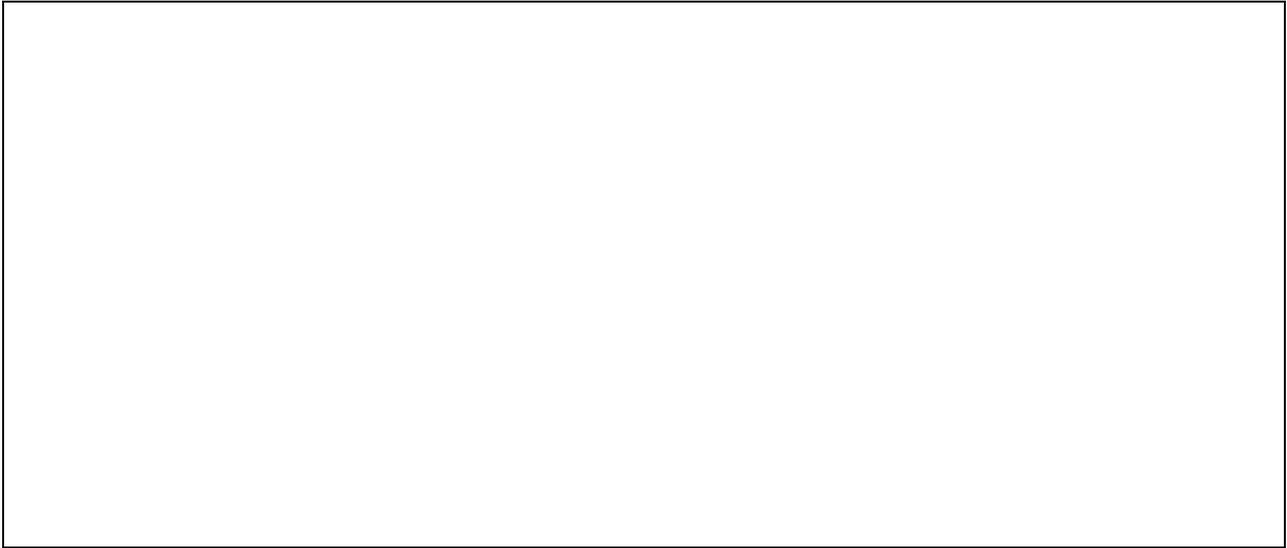
Los mapas a gran escala definen con mayor detalle la realidad que representan que los mapas a pequeña escala. Es el caso de los mapas topográficos. Se habla de mapas a gran escala cuando la relación es hasta $1/100.000$. Se utilizan para representar países, regiones o áreas poco extensas. A partir de esa cifra, podemos hablar de mapas a pequeña escala. Éstos se emplean para plasmar continentes, hemisferios, planisferios, etc, es decir, grandes áreas de la superficie de la tierra.

ESCALA	Grande	Mediana	Pequeña
Relación	Desde 1/10.000 a 1/50.000	Desde 1/50.000 a 1/500.000	Desde 1/500.000 a 1/50.000.000
TIPO DE MAPA	Ciudades, pueblos, comarcas	Regiones o países no muy extensos	Países grandes, continentes, mapamundis

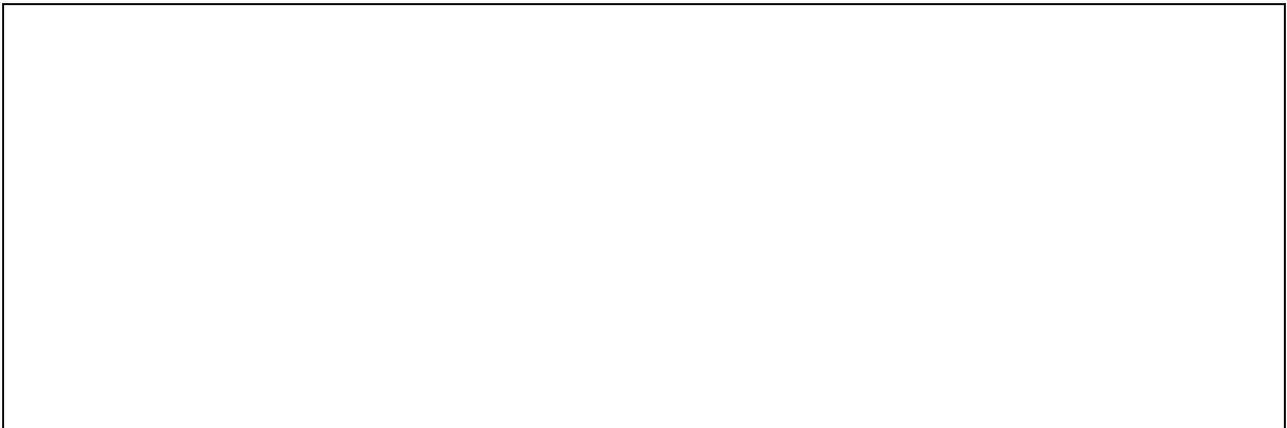
1. El plano de la casa siguiente está dibujado a escala de 1:125. Halle las dimensiones reales en metros de:



a) El frente de la casa



b) La puerta de entrada

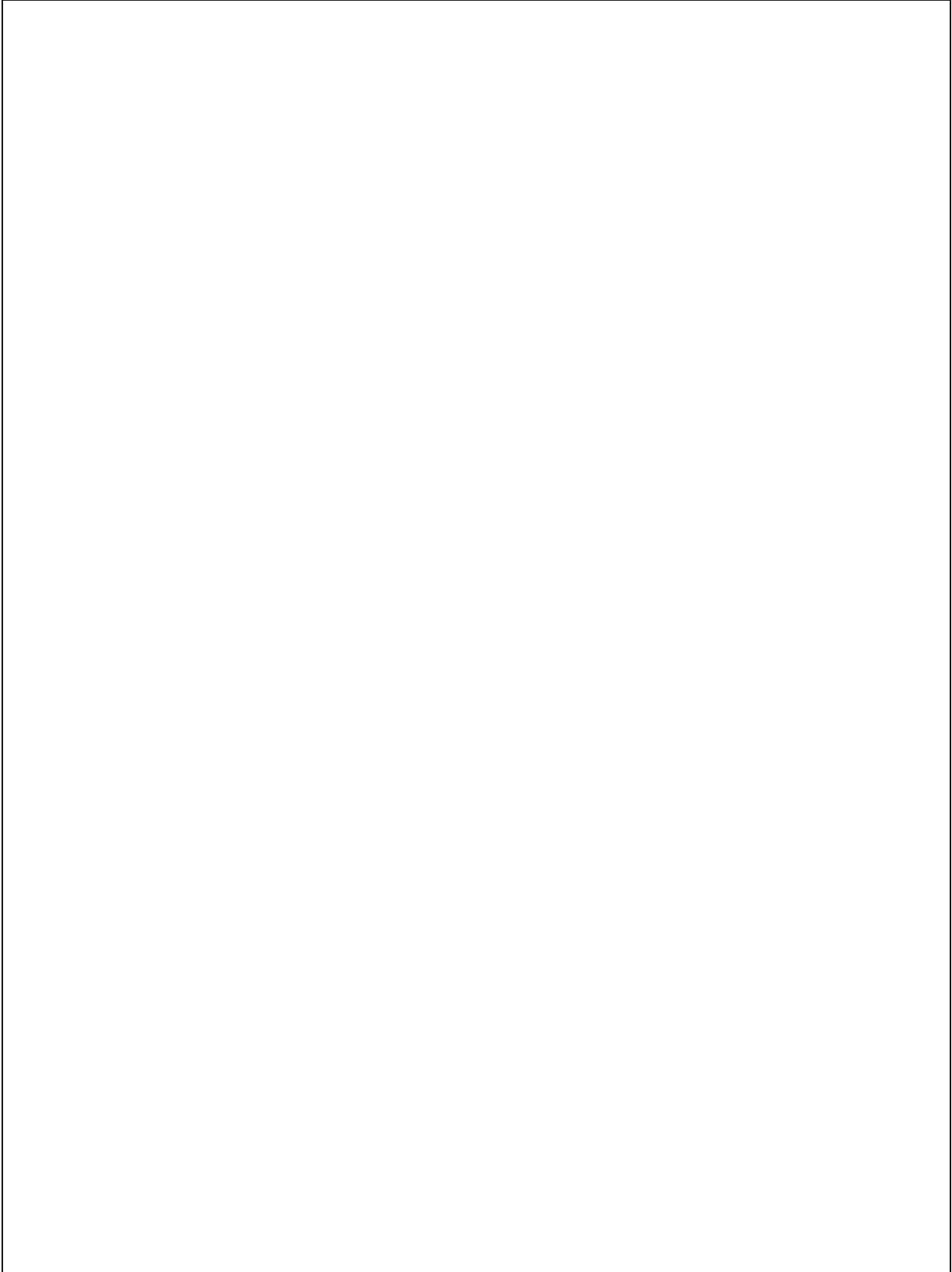


c) El cubo de la escalera.



2. Elabore un plano a una escala de 1:100 de la casa donde habita actualmente, en el cual se observe lo siguiente:

- a) Todos los espacios que contiene: cocina, baño(s), comedor, recámara(s), lavadero, jardín o patio, etc.
- b) Las dimensiones de cada uno de los espacios anteriores.
- c) La línea del drenaje y agua potable.
- d) La línea de distribución de la luz para una recámara o cualquier otro espacio.
- e) Si es de dos plantas o más se deben mostrar por separado.



Anexo D: Hoja de trabajo No.3



Área de Matemática: Pensamiento geométrico

Estudiante: _____

Edad: _____ **Semestre:** _____ **Fecha:** _____

Institución Educativa: _____

Importante: *El presente documento es parte de un proyecto de investigación, que tiene como fin caracterizar el pensamiento geométrico en estudiantes de bachillerato. Por lo tanto, te sugerimos que:*

- *Leas detenidamente cada pregunta.*
- *Justifique cada respuesta en el espacio en blanco*

Juan conoció a Ana a través de las redes sociales. Ella vive en la ciudad de Puebla, él en una comunidad de la sierra norte del estado y, a pesar de la lejanía, se han convertido en el mejor amigo uno del otro. Tienen muchas coincidencias, los dos son estudiantes de bachillerato, les gusta leer, escuchar música, ver películas, ambos desean terminar su bachillerato, estudiar una carrera universitaria, no quieren tener hijos ni casarse hasta que trabajen en su profesión y, sobre todo, coinciden en tener su propia casa.

Ana le comenta a Juan que le gustaría que su casa tuviera tres recámaras, dos baños, una cocina con comedor, una cochera, un jardín con muchas flores y una fuente circular; que también las ventanas fueran de metal forjado con un diseño original y que fuera una vivienda sustentable. Él comenta que le gustaría una vivienda con características de casas ecológicas, además quiere un cuarto de estudio que tenga forma de hexágono con un domo, también desea poner un pequeño gallinero y un huerto con hortalizas.

1. ¿Crees que Ana y Juan puedan lograr esta meta? ¿cómo crees que lo puedan hacer realidad?

2. ¿Qué características tienen en común las casas de tu comunidad con las que sueñan tener Ana o Juan o ambos?

3. ¿Existe alguna casa que te guste por el diseño de su arquitectura? ¿qué es lo que más te llama la atención de esa casa? ¿por qué?

4. ¿En tu comunidad existen viviendas sustentables o ecológicas?

5. ¿Te identificas con alguno de los personajes? ¿En qué sentido? Explica

6. A ti, ¿te gustaría tener tu propia casa, preferirías vivir siempre en un cuarto de la casa de tus padres, esperarías a que te hereden o te irías a vivir a la casa de los padres de tu pareja?
Explica

Considerando que solamente dispones de un lote de 120 metros cuadrados de superficie, lleva a cabo lo siguiente:

7. Realiza un plano de la casa que te gustaría construir a una escala de 1/100.

A large empty rectangular box with a thin black border, intended for drawing a house plan. The box is completely blank and occupies most of the page's width and height.

8. Elabora una maqueta de la casa de tus sueños, preferentemente con material reciclable o reutilizable.

Anexo E: Hoja de trabajo No.4



Área de Matemática: Pensamiento geométrico

Estudiante: _____

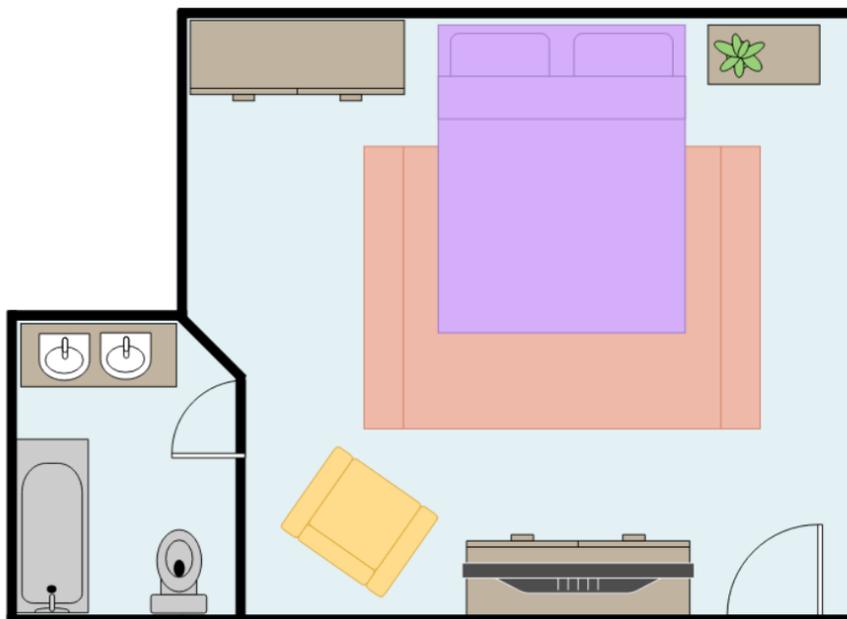
Edad: _____ **Semestre:** _____ **Fecha:** _____

Institución Educativa: _____

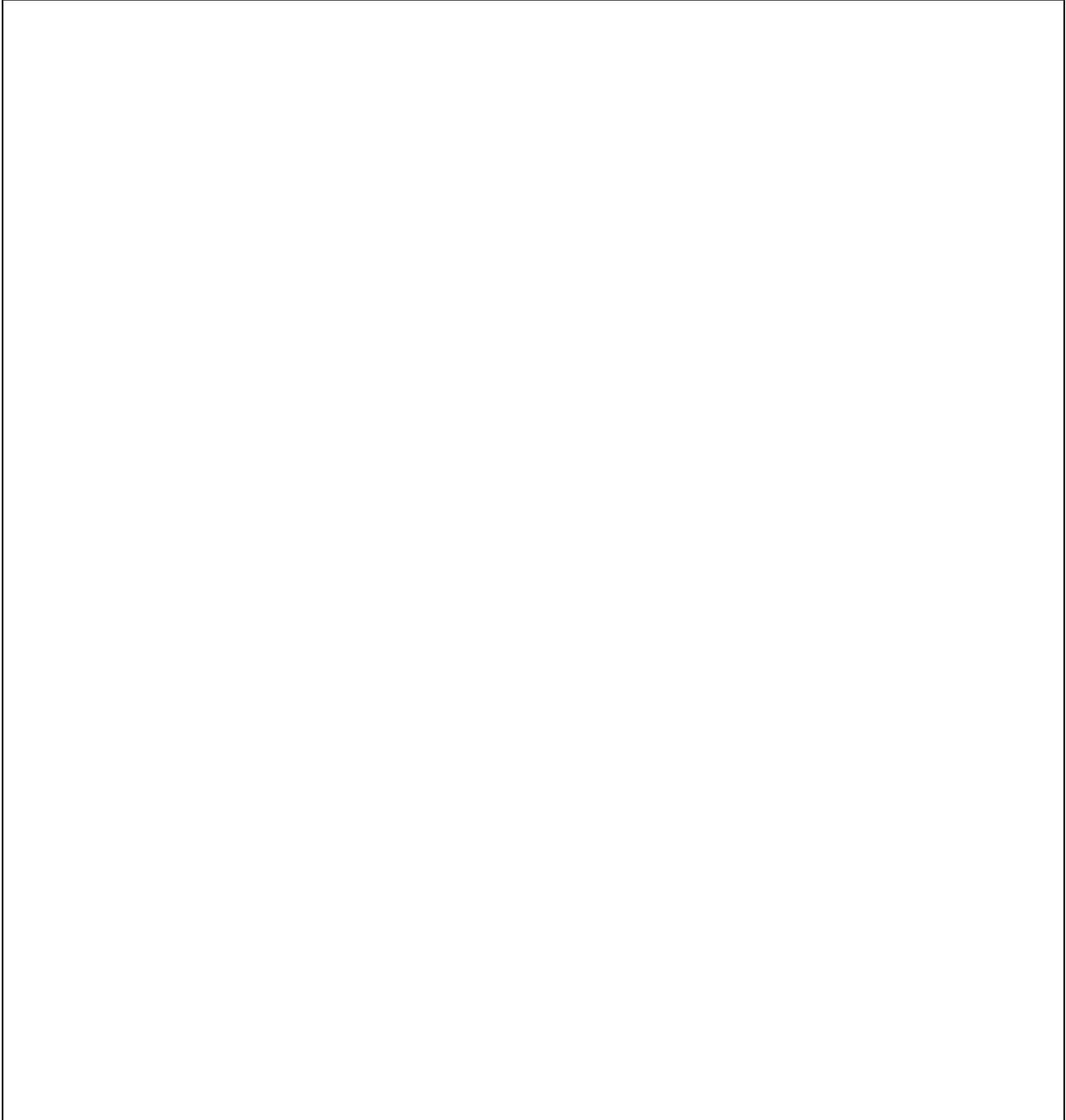
Importante: *El presente documento es parte de un proyecto de investigación, que tiene como fin caracterizar el pensamiento geométrico en estudiantes de bachillerato. Por lo tanto, te sugerimos que:*

- *Leas detenidamente cada pregunta.*
- *Justifique cada respuesta en el espacio en blanco*

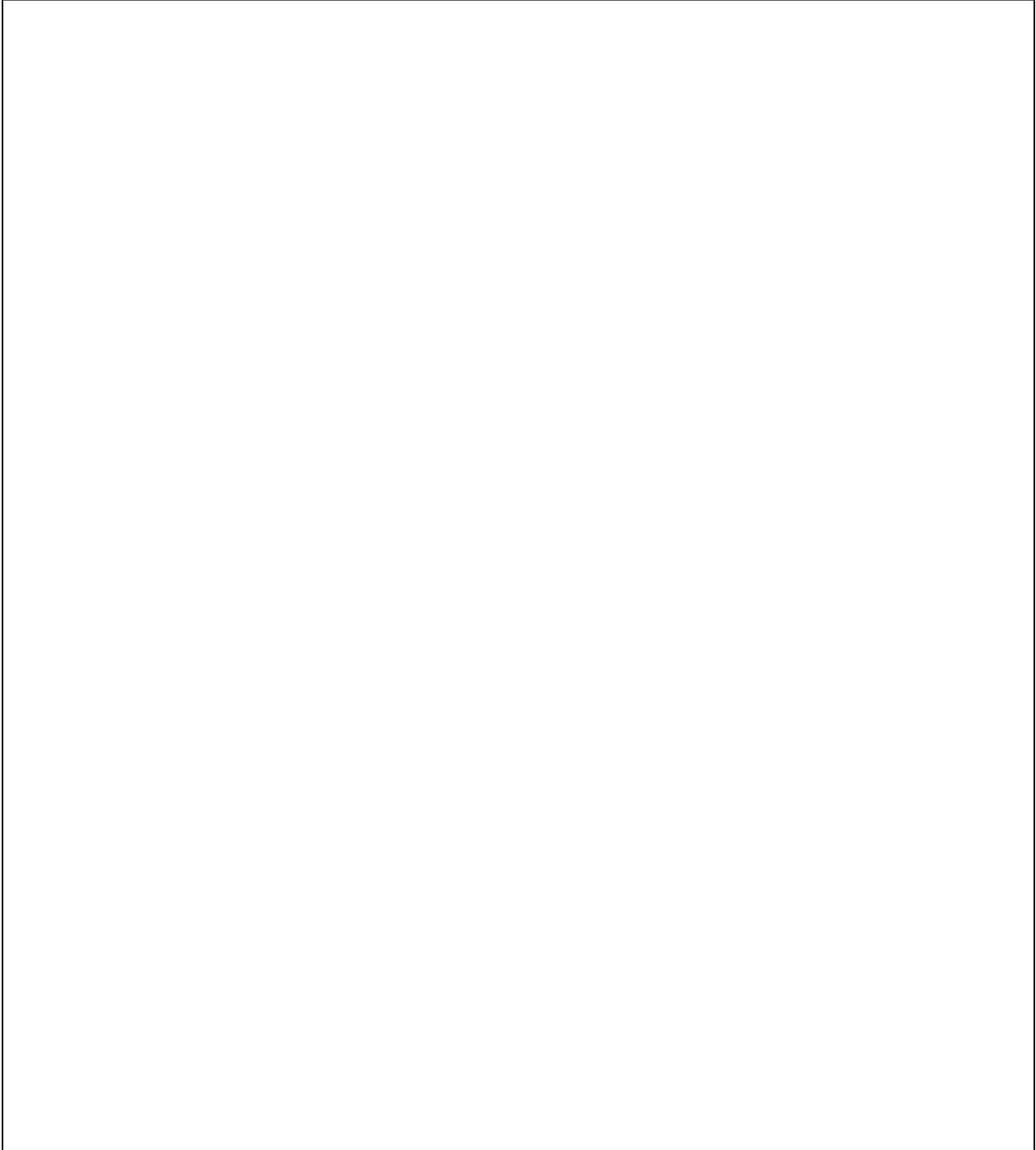
Supongan que desean construir un cuarto en tu casa con un área de 12 m^2 , respondan lo siguiente:



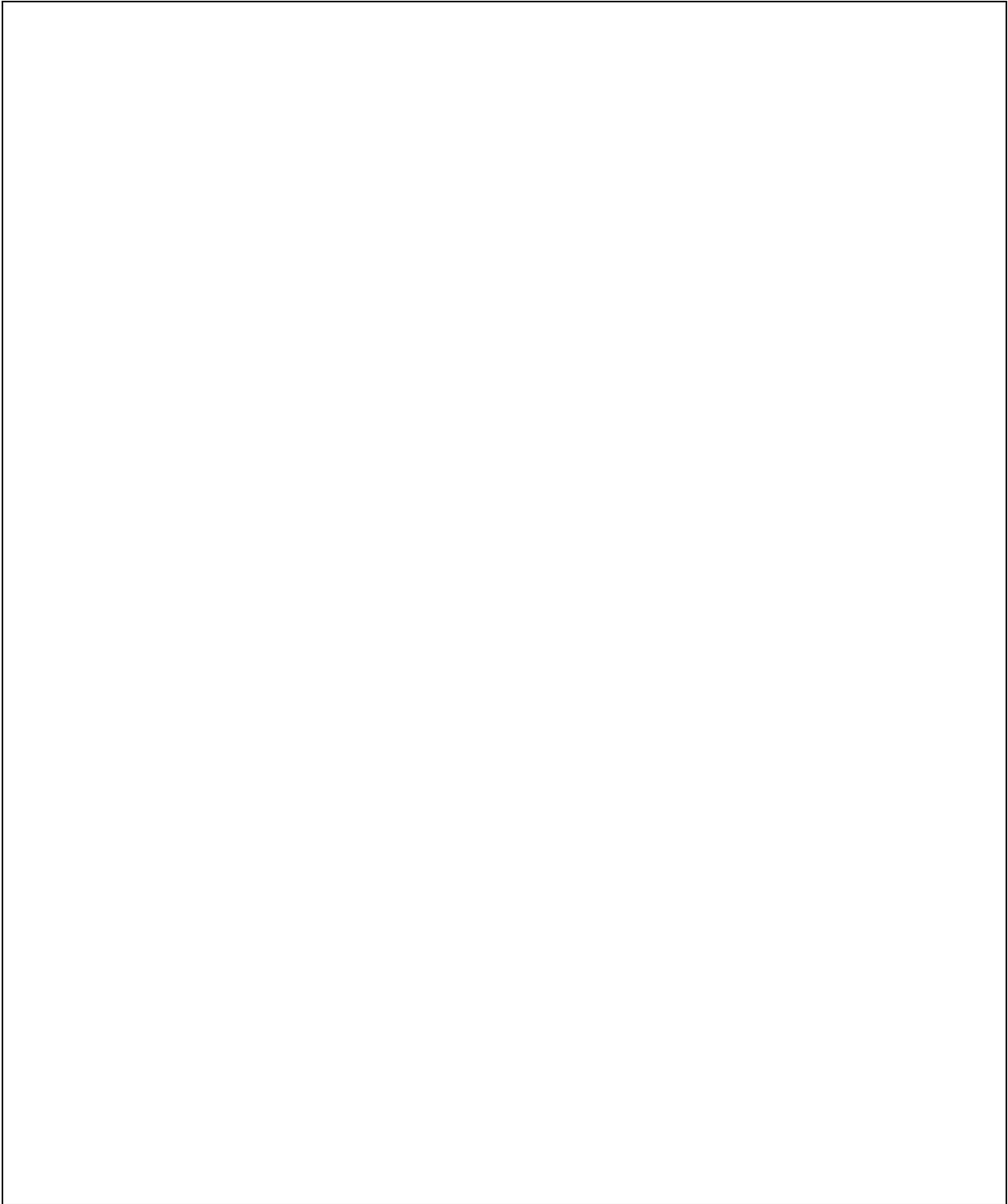
1. ¿Qué forma geométrica tiene el cuarto y cuáles serían sus dimensiones a tu gusto? Traza el cuarto utilizando regla y compás a una escala de 1:50, es decir que cada centímetro representado en la hoja de papel representa a 50 centímetros en la vida real.



2. Si el cuarto fuera de forma triangular ¿Qué dimensiones tendría? Traza el cuarto utilizando regla y compás a una escala de 1:50, es decir que cada centímetro representado en la hoja de papel representa a 50 centímetros en la vida real.



3. Si el cuarto fuera de forma pentagonal ¿Qué dimensiones tendría? Traza el cuarto utilizando regla y compás a una escala de 1:50, es decir que cada centímetro representado en la hoja de papel representa a 50 centímetros en la vida real.



Anexo F: Hoja de trabajo No.5



Área de Matemática: Pensamiento geométrico

Estudiante: _____

Edad: _____ **Semestre:** _____ **Fecha:** _____

Institución Educativa: _____

Importante: *El presente documento es parte de un proyecto de investigación, que tiene como fin caracterizar el pensamiento geométrico en estudiantes de bachillerato. Por lo tanto, te sugerimos que:*

- *Leas detenidamente cada pregunta.*
- *Justifique cada respuesta en el espacio en blanco*

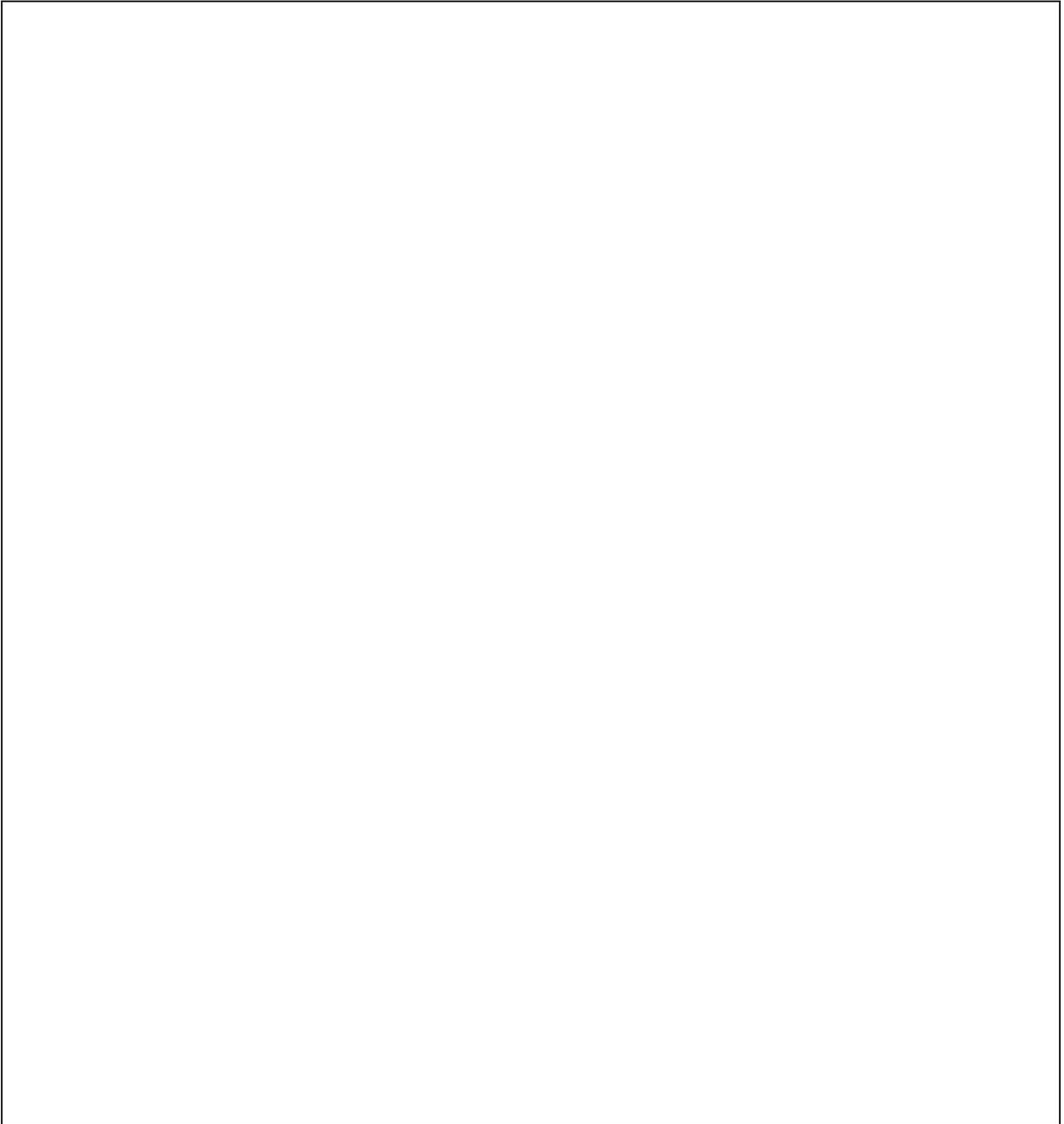
En parejas, consideren lo siguiente para resolver lo que se pide

Un panel solar para mi casa

Si se quiere instalar un panel solar en el tejado de una casa y el panel mide 105 cm x 25 cm y, además, se tiene que cubrir con cuadrados de silicón de distintos tamaños sin que se superpongan y sin que cada uno de ellos exceda el área del panel.



1. Realiza la construcción a escala de 1:5 del panel solar



La fuente en mi jardín.

De manera individual, considere lo siguiente para resolver lo que se pide: Un Estudiante desea construir en su jardín una fuente circular de 6.3 m de diámetro.



1. Realiza en una escala de 1:100 la fuente.



Referencias

- Abrate, R. S., Delgado, G. I., & Pochulu, M. D. (2006). Caracterización de las actividades de Geometría que proponen los textos de Matemática. *Revista Iberoamericana De Educación*, 39(1), 1-9. <https://doi.org/10.35362/rie3912598>.
- Báez, R. e Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL “El Mácaro”. *Enseñanza de la Matemática*, Vols. 12 al 16, Número extraordinario, 67-87.
- Brousseau, G. (1989). ‘Les obstacles ‘epistémologiques et la didactique des mathématiques’. En N. Bednarz y C. Garnier (eds.), *Construction des savoirs. Obstacles et conflits*, Les Editions Agence d’ARC, Quebec, 41-63.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2011). *How to design and evaluate research in education*. New York: McGraw-Hill Humanities/Social Sciences/Languages
- Gamboa, R. y Ballesteros, E. (2010) La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. *Revista Electrónica Educare*. 14(2), 125-142.
- Godino, J. D. y Ruiz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Los autores. https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/4_Geometria.pdf.
- Godino, J. D. Batanero, C y Roa, R. (2002). *Medida de Magnitudes y su didáctica para maestros*. Los autores . https://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/manual/5_Medida.pdf
- Goncalves, R. (2006) ¿Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría?. *Revista ciencias de la educación*. 1(26), 83-98.

- Moysén Chimal, A., Gurrola Peña, G., González-Arratia López Fuentes, N. y Balcazar Nava, P. (2013). Investigación cualitativa. Toluca, México: Universidad Autónoma del Estado de México
- Nolasco, H. y Velásquez, S (2013) Análisis histórico y epistemológico del concepto de semejanza. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*. 26, 427-435. [alme26v.2.pdf \(uniandes.edu.co\)](#)
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: A proposed framework. *For the Learning of Mathematics*, 26(1), 42–47.
- Plan y programas de estudio BGE. (2018). Estrategias sugeridas para fomentar el Aprendizaje Situado. [Programas BGE 2018 \(puebla.gob.mx\)](#).
- Plan y programas de estudio BGE. (2018). Matemáticas Semestre III. [Programas BGE 2018 \(puebla.gob.mx\)](#).
- Rustom J, A. (2012). Unidad 1. Estadística Descriptiva. En A. Rustom J, Estadística descriptiva, probabilidad e inferencia. Una visión conceptual y aplicada. (págs. 9-31). Santiago, Chile: Departamento de Economía Agraria, Universidad de Chile. Recuperado de: <http://www.agren.cl/estadistica>
- Sánchez, R. Zapata, Arteaga, G. y Zerón, J. Congruencia y semejanza de figuras geométricas. [Tesis de pregrado, Universidad Nacional Autónoma de Nicaragua]. Archivo digital. [188041.pdf \(unanleon.edu.ni\)](#)
- Socas, M. (1997). Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las matemáticas en la educación secundaria. En Rico, L. (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Horsori.

Socas, M. (2007). Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico. En M. Camacho, P. Flores y P. Bolea (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XI* (pp. 19-52). La Laguna: SEIEM.

Usiskin, Z. (1982). Van Hiele Niveles y logros en geometría de la escuela secundaria. Proyecto CDASSG.

Valenzuela, C. (2006). Contribuciones al análisis del concepto de escala como instrumento clave en el contexto multiparadigmático de la Geografía contemporánea. *Investigaciones geográficas*, (59), 123-134. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pi