



# **BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

## **GEOMETRÍA FUERA DE VISTA: CLASIFICANDO CUADRILÁTEROS CON ESTUDIANTES CON DISCAPACIDAD VISUAL**

**TESIS**  
PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
**MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

PRESENTA  
**LIC. LISSET DAHANNA GONZÁLEZ SALAZAR**

DIRECTOR DE TESIS  
**DR. ERIC FLORES MEDRANO**

CO-DIRECTOR DE TESIS  
**MG. TANIA JULIET PLAZAS MERCHÁN**



**DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE**  
**SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y**  
**ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP**  
**P R E S E N T E:**

Por este medio le informo que la C:

**LIC. LISSET DAHANNA GONZÁLEZ SALAZAR**

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 09 de diciembre de 2020, con la tesis titulada:

**"GEOMETRÍA FUERA DE VISTA: CLASIFICANDO CUADRILÁTEROS CON ESTUDIANTES CON DISCAPACIDAD VISUAL"**

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

**A T E N T A M E N T E.**  
**H. Puebla de Z. a 31 de marzo de 2021**

**DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR**  
**COORDINADORA DE LA MAESTRÍA**  
**EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.**



Esta investigación se realizó gracias al financiamiento del  
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT),

De enero de 2019 a diciembre 2020.

No. CVU: 965024

*“Hubiera yo desmayado, si no creyese que veré la bondad de Jehová en la tierra de los  
vivientes.” Salmos 27:13*

## AGRADECIMIENTOS

Gracias a Dios por abrir y cerrar puertas, por su fidelidad y amor inagotable. Él es el único que sabe todas las cosas que tuve que vivir para llegar hasta aquí.

*Al que cree todo le es posible.*

Gracias a mi esposo Alejandro por motivarme a seguir, por luchar junto a mí, por no rendirse, por ver más allá, por ignorar la lógica y ser más corazón, por ser ejemplo de perseverancia, por ayudarme, por mostrarme una perspectiva diferente de la vida, por hacer de todo esto una aventura, por toda la diversión, por la paciencia en los días de estrés y su compañía aquí, allá o donde sea.

*3062 km no son tanto.*

Gracias a mi familia por su confianza, apoyo y amor. Gracias ma y pa, por los mensajes en la distancia que me fortalecían para seguir este camino, por estar siempre, por las videollamadas eternas, por los juegos de domino y las risas en momentos de angustia. A mis hermanos Vanessa y Sebastián por su complicidad, por sus sorpresas, por sus locuras y por escucharme.

*Que los días tengan menos horas.*

Al Dr. Eric por su paciencia y disposición. Gracias por enseñarme no solo a investigar, sino a ser más sensible a las necesidades de los demás. Gracias por estar al pendiente, por los consejos y por ser ejemplo, una acción vale más que mil palabras. Gracias por la presión y el estrés aquí estamos gracias a eso.

*La tilde hace la diferencia.*

Gracias a los amigos mexicanos que se volvieron una familia, siempre estaré agradecida por su cariño desinteresado e incondicional. Por supuesto, gracias a los amigos colombianos que en medio de la distancia anhelaban este logro para festejarlo juntos.

*Un mensaje, una llamada y un pastel.*

## **ÍNDICE**

---

RESUMEN	vii
ABSTRACT	viii
INTRODUCCIÓN	ix
Capítulo 1: ANTECEDENTES	1
1.1 El uso de material manipulable para promover la inclusión de personas con discapacidad visual en el contexto educativo	1
1.2 Preguntas y objetivos de investigación	8
1.2.1 Pregunta general	8
1.2.2 Preguntas específicas	8
1.2.3 Objetivo general	8
1.2.4 Objetivos específicos	9
1.3 Justificación	9
Capítulo 2: MARCO TEÓRICO	11
2.1 Inclusión educativa	11
2.2 Discapacidad visual y sus particularidades en la enseñanza	12
2.2.1 Discapacidad visual y la enseñanza de las matemáticas	13
2.2.2 Material didáctico para la enseñanza de las matemáticas a personas con discapacidad visual	16
2.2.3 Materiales didácticos empleados en la enseñanza de las matemáticas a personas con discapacidad visual	18
2.2.4 Sistema Braille	20
2.3 Procesos geométricos	24
2.3.1 Proceso de visualizar	27
2.3.2 Proceso de definir	28
2.3.3 Proceso de clasificar	31
Capítulo 3: METODOLOGÍA	33
3.1 Tipo de investigación	33
3.1.1 Estudio de caso intrínseco	34

3.2	Método	35
3.3	Diseño de las tareas	36
3.3.1	Sesión dirigida	37
3.3.2	Tarea 1. Funcionamiento del material	39
3.3.3	Tarea 2. Visualización, definición y clasificación de cuadriláteros y no cuadriláteros	42
3.3.4	Tarea 3. Definiciones	43
3.3.5	Tarea 4. Búsqueda de figuras a partir de una clasificación general	43
3.3.6	Tarea 5. Casos particulares	44
3.3.7	Tarea 6. Clasificación conjuntista	45
3.4	Prueba piloto	46
3.5	Aplicación	47
3.5.1	Informantes	48
Capítulo 4: ANÁLISIS Y DISCUSIÓN		49
4.1	Análisis para el proceso de visualización	52
4.1.1	La organización	53
4.1.2	El reconocimiento	55
4.1.3	La representación de información	58
4.2	Análisis para el proceso de definición	58
4.2.1	Proceso de definición en la tarea 3	58
4.2.2	Proceso de definición en la tarea 5	61
4.3	Análisis para el proceso de clasificación	64
4.3.1	Proceso de clasificación en la tarea 2	64
4.3.2	Proceso de clasificación en la tarea 4	68
4.3.3	Proceso de clasificación en la tarea 6	68
CONCLUSIONES		71
REFERENCIAS		75

## **ÍNDICE DE FIGURAS**

---

Figura 2.1 <i>Percepciones para el sentido del tacto.</i>	16
Figura 2.2 <i>Juego geométrico ranurado o en relieve.</i>	18
Figura 2.3 <i>Caja aritmética.</i>	19
Figura 2.4 <i>Geoplano.</i>	19
Figura 2.5 <i>Abaco Cranmer.</i>	20
Figura 2.6 <i>Elemento universal o generador braille.</i>	21
Figura 2.7 <i>Alfabeto en braille.</i>	21
Figura 2.8 <i>Signo numérico y números en braille.</i>	22
Figura 2.9 <i>Signos aritméticos en braille.</i>	23
Figura 2.10 <i>Hojas ledger, punzón y regleta para la escritura en braille.</i>	23
Figura 2.11 <i>Maquina Perkins Braille.</i>	24
Figura 2.12 <i>Clasificación jerárquica de cuadriláteros.</i>	31
Figura 2.13 <i>Clasificación particional de los cuadriláteros.</i>	32
Figura 3.1 <i>Proceso de la investigación.</i>	35
Figura 3.2 <i>Bosquejo general de las actividades.</i>	37
Figura 3.3 <i>Imagen del ángulo con el encaje de los segmentos.</i>	41
Figura 3.4 <i>Figuras geométricas construidas con material manipulable para la clasificación.</i>	42
Figura 3.5 <i>Clasificación conjuntista de los cuadriláteros.</i>	45
Figura 4.1 <i>Material en relieve utilizado en la sesión dirigida.</i>	49
Figura 4.2 <i>Representación del segmento con el material tridimensional utilizado en la tarea 1.</i>	50
Figura 4.3 <i>Representación del ángulo con el material tridimensional utilizado en la tarea 1.</i>	50

Figura 4.4 <i>Representación de todos los tipos de ángulo formado al encajar los segmentos para la tarea 1.</i>	51
Figura 4.5 <i>Representación de las figuras geométricas utilizadas para la tarea 2,3,4 y 5.</i>	51
Figura 4.6 <i>Material bidimensional utilizado en la tarea 6.</i>	52

## ÍNDICE DE TABLAS

---

Tabla 1.1 <i>Artículos revisados de la International Journal of inclusive Education.</i>	3
Tabla 1.2 <i>Artículos revisados en la editorial Taylor &amp; Francis.</i>	4
Tabla 1.3 <i>Artículos revisados en la editorial Springer.</i>	4
Tabla 2.1 <i>Atributos distintivos de los procesos de razonamiento en cada nivel de van Hiele.</i>	26
Tabla 3.1 <i>Consideraciones para hacer un estudio de caso.</i>	34
Tabla 3.2 <i>Definiciones para la sesión dirigida.</i>	38
Tabla 3.3 <i>Definiciones de los cuadriláteros.</i>	43
Tabla 4.1 <i>Respuestas y justificaciones a las afirmaciones en la tarea 5.</i>	62

## ÍNDICE DE CUADROS

---

Cuadro 3.1 <i>Preguntas para la caracterización del segmento</i>	39
Cuadro 3.2 <i>Preguntas para la construcción de segmentos</i>	40
Cuadro 3.3 <i>Instrucciones para la construcción ángulos</i>	41
Cuadro 3.4 <i>Lista de afirmaciones para agrupación de cuadriláteros</i>	44

## RESUMEN

*Y si el estudiante no puede ver, debe ser ignorado, rechazado o excluido porque el maestro no sabe cómo enseñarle. El maestro desconoce cuáles son las potencialidades y se llega a pensar que el estudiante con discapacidad visual no puede razonar o desarrollar su pensamiento matemático debido a su condición, esta problemática parte de una realidad y hay diversas investigaciones enfocadas en solucionar el problema.*

En este trabajo de investigación se presentan los resultados obtenidos, en la implementación de una serie de tareas enfocadas en el desarrollo de la clasificación de cuadriláteros con estudiantes con discapacidad visual. La experiencia se realizó en la ciudad de Puebla, México, con cuatro estudiantes con ceguera total en el instituto de rehabilitación para ciegos Leyer's de Puebla A.C. Teniendo en cuenta las particularidades de los participantes las actividades propuestas en este documento están acompañadas de un material manipulable, el cual emplea primordialmente el sentido del tacto, y de esta manera, se potencia el desarrollo del sistema háptico del estudiante para promover el aprendizaje de la clasificación de cuadriláteros. A partir de un estudio de corte cualitativo y mediante estudio de caso, se analizaron los efectos que, sobre el aprendizaje, tuvo la secuencia de tareas diseñadas con el uso del material manipulable, se tomaron en consideración las características de los estudiantes con discapacidad visual con la finalidad de contribuir en el reto de la educación inclusiva.

En la implementación de la secuencia de tareas se evidenció que el estudiante ciego desarrolla el proceso de visualización haciendo una manipulación cognitiva de la representación 3D, para la definición el estudiante identifica las características del objeto y las asocia a una representación de este mismo, en cuanto al proceso de clasificar, los estudiantes realizan una clasificación particional, debido a los estímulos a los que fueron expuestos. Como reflexión, es viable el diseño e implementación de una secuencia de actividades acompañadas de un material manipulable con el objetivo de atender a las necesidades educativas de las personas ciegas y normovisuales, y de esta manera eliminar las limitaciones para la participación de todos y todas en la escuela.

**Palabras claves:** Clasificación, Cuadriláteros, discapacidad visual, inclusión educativa, uso de material manipulativo.

## ABSTRACT

*And if the student cannot see, he must be ignored, rejected, excluded because the teacher does not know how to teach him/her. The teacher does not know the potentialities of the student and can even think that the student with visual impairment cannot reason or develop any mathematical thinking due to his/her condition, this problem starts from a reality and there are different investigations focused on solving this issue.*

This research work presents the results from in the implementation of a series of tasks focused on the development of the classification of quadrilaterals with students with visual disabilities. The experience was carried out in the city of Puebla, Mexico, with four blind students at the Leyer's de Puebla A.C. rehabilitation institute for blind people. Taking into account the particularities of the participants, the activities proposed in this document are accompanied by a manipulative material, which primarily uses the sense of touch and in this way, enhances the development of the student's haptic system to promote learning of the classification of quadrilaterals.

This is a qualitative study carried out as a case study that analyzed the effects that the use of a sequence of tasks designed from the use of manipulable material had on learning, considering the characteristics of the students with visual disability in order to contribute to the challenge of inclusive education.

In the implementation of the sequence of tasks it was evidenced that blind students develop the visualization process by making a cognitive manipulation of the 3D representation, for the definition, the student identifies the characteristics of the object and associates them with a representation of it, as in the process of classifying, the students perform a partition classification, due to the stimuli to which they were exposed. As a reflection, the design and implementation of a sequence of activities accompanied by a manipulable material is feasible in order to meet the educational needs of blind and visually-impaired people and in this way eliminate the limitations of participation of all at school.

**Key words:** Classification, Quadrilaterals, visual disability, educational inclusion, use of manipulative material

## INTRODUCCIÓN

El docente de hoy se ha enfrentado a diversos cambios curriculares y normativos, uno de estos es la inclusión educativa, la cual abarca el cómo hacer partícipes a todos y todas, sin hacer discriminación alguna, y aunque es un derecho, la formulación de políticas no tiene en cuenta las necesidades educativas de las personas con discapacidad, y no se vela por el cumplimiento de estas. De igual forma no se proporciona información suficiente acerca de las estrategias para incluir a los niños en las escuelas, e incluso se omite el tema (OMS, 2011), por lo tanto, en el sector educativo hay profesores sin capacitación direccionada en las diferentes asignaturas a enseñar.

En cuanto a la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas a personas con discapacidad visual, es un tema que se ha venido tratando de estudiar y comprender desde hace algunos años (Campo, 1989; Soto y Gómez, 1987). Sin embargo, las investigaciones o materiales no han dado solución ante el problema de la atención de calidad y a la inclusión educativa, esto es debido a varios factores; la indiferencia de los maestros (Koay, 2014), propuestas institucionales que no consideran las necesidades educativas especiales (e.g. Secretaría de Educación Pública, 2018), la resistencia por la atención a la diversidad (Viáfara y Urrea, 2006) y la diversidad de variantes sin explorar. En medio de las entrevistas con estudiantes con necesidades educativas especiales, se evidencia que predomina la idea del alumno con discapacidad como un sujeto pasivo en su aprendizaje y al maestro como el dueño del conocimiento (Krischler y Pit-ten, 2020).

Particularmente, el estudio de la Geometría es una parte importante del currículo en los diferentes sistemas y niveles educativos y, al mismo tiempo, resulta un gran reto para su enseñanza a personas con discapacidad visual (sobre todo por el énfasis que se le ha dado al sentido de la vista en estas asignaturas). Existe una limitada variedad de materiales disponibles para la enseñanza y aprendizaje de los estudiantes ciegos y concretamente en la clasificación de cuadriláteros. Es por ello que, en la presente investigación se hace un análisis de una secuencia de tareas acompañadas de un material manipulable para la clasificación de cuadriláteros con estudiantes con discapacidad visual.

La investigación está organizada de la siguiente manera. En el capítulo 1 se presentan los antecedentes respecto a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en personas con discapacidad visual, la justificación y los objetivos que guiaron la investigación. En el capítulo 2 se presentan los procesos geométricos con los que posteriormente se hace el análisis, además, resaltamos algunas características de la población y los materiales que se han utilizado. El capítulo 3 hace referencia a la metodología empleada en la investigación, el método, las actividades planteadas y una descripción de los participantes. En el capítulo 4 se hace el análisis y la discusión de las tareas aplicadas en base en el marco teórico y, para finalizar, en el capítulo 5 se presentan las conclusiones de esta investigación.

# Capítulo 1

## ANTECEDENTES

En este capítulo se plantea el contexto y la justificación que ha dado el surgimiento de esta investigación, se esbozan algunas investigaciones que se han realizado referente a la enseñanza de las matemáticas a personas con discapacidad visual en las que se han empleado diferentes materiales didácticos, resaltando el uso favorable o no favorable de algunos elementos. Posteriormente se plantean los objetivos y las preguntas de investigación que direccionan este trabajo.

### 1.1 El uso de material manipulable para promover la inclusión de personas con discapacidad visual en el contexto educativo

La inclusión es un tema que le concierne a la educación. Desde 1948, en la Declaración Universal de los Derechos Humanos, se menciona que toda persona tiene derecho a la educación. El objetivo de la educación es el desarrollo integral del individuo sin hacer distinción alguna, teniendo en mente asuntos de corte social y racial (Asamblea General de las Naciones Unidas, 1948). En particular, en la declaración de Salamanca (UNESCO, 1994) se habla de la educación para todos, la cual se desarrolla en un contexto inclusivo e integral. Para la enseñanza se debe tener en cuenta las diferentes necesidades de los estudiantes para que puedan participar en el desarrollo de los contenidos, en las escuelas la inclusión educativa es un derecho para toda persona.

Con la premisa de "la educación inclusiva", se han recolectado y analizados datos estadísticos referentes a la población que tiene algún tipo de discapacidad. Desde el 2011, la Organización Mundial de la Salud (OMS) y el Grupo del Banco Mundial estimaron en el informe mundial sobre discapacidad, que más de 1000 millones de personas viven con algún tipo de discapacidad, esto es aproximadamente un 15% de la población mundial (población mundial 2010). En México la Secretaría de Desarrollo Social en México (SEDESOL, 2016) mencionó que aproximadamente 7.7 millones de personas presentan algún tipo de discapacidad.

## *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros con discapacidad visual.*

La discapacidad visual es una de las principales, después de la discapacidad motriz. La OMS mencionó en 2018 que aproximadamente 1300 millones de personas vivían con alguna deficiencia visual, esta cifra ha aumentado y para el 2019 la misma organización estimó que al menos son 2200 millones de personas. En Latinoamérica son aproximadamente 26 millones de ciegos y débiles visuales (Bermeo, Bravo, Punin, Ordoñez y Huerta, 2018) y para México el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (Instituto Nacional de Estadística y Geográfica, 2018) por medio de la Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica estimó que son aproximadamente 3 millones de personas con algún tipo de deficiencia visual; para el rango de edad escolar correspondiente al grupo de 0 a 24 años, abarca 1 millón personas. Las cifras se consideran significativamente bajas en contraste con los, aproximadamente, 132 millones de personas que habitan actualmente en México, sin embargo, el desafío de incluirlos en aulas regulares es independiente de dicho dato.

Las personas con discapacidad visual tienen necesidades educativas especiales. De acuerdo con la Secretaría de Educación Pública de México (SEP, 2006) se hace evidente el requerimiento de recursos específicos que abarcan métodos, técnicas, programas y materiales para garantizar la participación y el aprendizaje de los alumnos con discapacidad visual en aulas regulares. Referente a estos recursos necesarios, se realizó una búsqueda acerca de las investigaciones realizadas en cuanto a la enseñanza de las matemáticas a personas con discapacidad visual. Para eso utilizamos dos editoriales; Taylor & Francis y Springer, y una revista; International Journal of inclusive Education. Para refinar nuestra búsqueda usamos las siguientes palabras claves “visual impairments” “Mathematics” “Education”.

Se encontraron 10 artículos en la International Journal of inclusive Education, 6 artículos en Taylor & Francis y 4 artículos en Springer, para un total de 19 artículos. En las siguientes tablas se encuentran respectivamente cada uno de los títulos de los artículos y su(s) autor(es).

**Tabla 1.1**

*Artículos revisados en la International Journal of inclusive Education.*

No.	Título	Autor
1	Individuals with visual impairments teaching in Nepal's mainstream schools: a model for inclusion	Lamichhane, K. (2016)
2	Inclusion in Brunei Darussalam: the role of teacher education	Koay, T. L. (2014)
3	Much ado about something' how school leaders affect attitudes towards inclusive education: the case of Oman	Al-Mahdy, Y. F. H., y Emam, M. M. (2017)
4	Moving towards inclusion: how Zanzibar succeeds in transforming its education system?	Juma, S., y Lehtomäki, E. (2015)
5	Salamanca Statement and IDEA 2004: possibilities of practice for inclusive education	Hunt, P. F. (2011)
6	Factors related to pre-service teachers' attitudes towards inclusion: a case for Zambia	Muwana, F. C., y Ostrosky, M. M. (2014).
7	Pedagogical Relational Teachership (PeRT) – a multi-relational perspective	Ljungblad. A. (2019)
8	University preparation and the work capabilities of visually impaired graduates in Ghana: a tracer study	Odame, L., Osei-Hwedie, B., Nketsia, W., Opoku, M. P., y Nanor Arthur, B. (2019).
9	Employing the principles of universal design for learning to deconstruct the Greek-Cypriot new national curriculum	Mavrou, K., y Symeonidou, S. (2014).
10	Inclusive education in Luxembourg: implicit and explicit attitudes toward inclusion and students with special educational needs	Mireille Krischler & Ineke M. Pit-ten Cate (2020)

**Tabla 1.2**

*Artículos revisados en la editorial Taylor & Francis.*

No.	Titulo	Autor
11	Advanced mathematics communication beyond modality of sight good	Sedaghatjou. M. (2018)
12	Tactile Radar: experimenting a computer game with visually disabled	Kastrup, V., Cassinelli, A., Quérette, P., Bergstrom, N., y Sampaio, E. (2018)
13	Torino: A Tangible Programming Language Inclusive of Children with Visual Disabilities	Morrison, C., Villar, N., Thieme, A., Ashktorab, Z., Taysom, E., Salandin, O., ... Zhang, H. (2018)
14	Supplementing Teacher Judgments of Mathematics Test Accommodations with Objective Data Sources	Fuchs, L., Fuchs, D., Eaton, S., Hamlett, C., y Karns, K. (2000)
15	The Lives of the Blind in a Historical Whirlpool	Maslov. K. (2010)

**Tabla 1.3**

*Artículos revisados en la editorial Springer.*

No.	Titulo	Autor
16	Inclusive assessment of whole number knowledge—development and evaluation of an assessment interview for children with visual impairments in the primary grades	Rottmann, T., Habertzettl, N. y Krämer, M. (2020)
17	Children with Disabilities Engaging in STEM: Exploring How a Group-Based Robotics Program Influences STEM Activation	Lindsay, S., Kolne, K., Oh, A y Cagliostro. E. (2019)
18	Examining calculator use among students with and without disabilities educated with different mathematical curricula	Bouck, E. C., Joshi, G. S., y Johnson, L. (2013)
19	Blurred lines: producing the mathematics student through discourses of special educational needs in the context of reform mathematics in Chile	Darragh, L., y Valoyes-Chávez, L. (2019)

Con respecto a los resultados obtenidos de la búsqueda decidimos agrupar los artículos dependiendo el objetivo que se plantearon los autores, cabe señalar que solo hay un reducido grupo de artículos que están enfocados en la enseñanza de matemáticas para personas con discapacidad visual, sin embargo, queremos mostrar una visión de la literatura encontrada.

Siete de los artículos abarcan las actitudes de docentes, estudiantes y de la comunidad en general respecto al tema de la inclusión educativa (1, 2, 4, 5, 6, 7, 10). En cuanto a factores que intervienen en la actitud del docente son los años de escolarización, la experiencia, el liderazgo escolar y el uso del pizarrón. También mencionaban que los docentes más jóvenes pueden ajustarse con mayor probabilidad a un estilo de enseñanza para personas con algún tipo de discapacidad (Al-Mahdy y Emam, 2018; Lamichhane, 2016;). Los estudiantes universitarios y la comunidad en general tienen actitudes positivas ante la inclusión educativa lo que puede facilitar la aceptación de la inclusión (Krischler y Pit-ten, 2020; Muwana y Ostrosky, 2014).

Otras investigaciones (3, 6, 9, 17, 18, 19) se enfocan en aspectos políticos relativos a la educación inclusiva y la relación existente para el desarrollo de planes de estudios (Hunt, 2011; Ljungblad, 2019; Mavrou y Symeonidou, 2014), la formación de docentes como un eje principal para apoyar y promover la educación inclusiva (Koay, 2014) y a los intentos de algunas instituciones por transformar su sistema educativo en un intento de hacerlo inclusivo (Juma y Lehtomäki, 2016). Algunas de las investigaciones realizadas en aulas inclusivas o no inclusivas están relacionadas con las disciplinas de ciencia, matemáticas, tecnología, ingeniería y robótica, puesto que se llevaron a cabo con participantes con discapacidades de aprendizaje, discapacidades auditivas, TDAH, u otra discapacidad diferente a la visual, por lo tanto, no profundizaremos en ellas.

Las experiencias y reflexiones hechas por personas con discapacidad visual (9, 16), son interesantes, sin embargo, no nos concierne hablar de estos aspectos. A continuación, nos centraremos en algunos de los artículos que están direccionados a la enseñanza de las matemáticas a personas con discapacidad visual (8, 11, 12, 13, 16).

Respecto al material empleado en los fenómenos de enseñanza y aprendizaje, Klingenberg, Holkesvik y Augestad (2019) realizaron una revisión de literatura en tres bases de datos diferentes a las utilizadas en este estudio y, determinaron que; dos de los estudios se centraban en el uso del ábaco como herramienta de enseñanza y aprendizaje y tres estudios en la gráfica táctil.

En cuanto al empleo del ábaco Meza (2019) realiza una investigación acerca de la utilidad y el uso de un nuevo ábaco, el cual fue modificado para el manejo de números negativos y para la resolución de ecuaciones de primer grado. Esta investigación se llevó a cabo con dos personas con discapacidad visual, una persona de 33 años y otra de 20 años de edad. Se presentaron algunas dificultades asociadas a la carencia de dominio y contenidos matemáticos básicos como las tablas de multiplicar, sin embargo, el diseño del ábaco es útil para la enseñanza aprendizaje de ecuaciones de primer grado.

Asimismo, en cuanto a la gráfica táctil en el artículo número 11 de nuestra revisión encontramos una investigación que se llevó a cabo con 1 participante de 28 años que cursaba su sexto año de estudios universitarios. El investigador ilustra cómo es posible el aprendizaje y la comunicación de ideas matemáticas empleando actividades táctiles y auditivas para conceptualizar la información visoespacial y los conceptos matemáticos. El investigador emplea dos materiales "gráficos de croquis" y "gráficos permanentes" contruidos usando el tablero de red y los crayones o Wikki Stix, puesto que, el participante menciona la imposibilidad de comprensión durante las conferencias en las que hay imágenes o figuras, o cuando se describen cosas como "esto" y "aquello" para describir una idea matemática o las secciones de la figura en un tablero. En un primer momento se emplearon estos dos materiales táctiles, para que el participante construyera y analizara las gráficas de funciones racionales, posterior a eso, el investigador analiza la coordinación de gestos y movimientos corporales que expresa el aprendizaje matemático adquirido por el estudiante. En este artículo el investigador hace referencia al impacto positivo de materiales adaptativos o táctiles apropiados en clase de matemáticas (Sedaghatjou, 2018).

Otros autores han puesto sus esfuerzos haciendo uso de la tecnología (12, 13). Morrison et al. (2018) presentaron un lenguaje de programación llamado Torino, para enseñar conceptos de

programación a niños de 7 a 11 años. En este artículo se hace una crítica de las tecnologías en función de su capacidad para incluir a los estudiantes con discapacidad visual en el aprendizaje de las matemáticas, se describe que la mayoría de las tecnologías, reemplazan la información visual con información táctil o auditiva y posteriormente requieren que los estudiantes ciegos se comporten como los otros, pero son muy pocas las tecnologías que le permiten al estudiante con ceguera crear y poseer sus propios conocimientos matemáticos en colaboración con todos sus compañeros del aula. En cuanto a factores positivos con el uso de este programa denotaron que todos los niños podían rastrear secuencias al final de las sesiones y eran capaces de verbalizar su programa mientras hacían su ejecución. Kastrup, Cassinelli, Quérette, Bergstrom y Sampaio (2018) utilizaron la tecnología de asistencia en un juego virtual para hacer un rastreador táctil con la participación de nueve personas ciegas en un rango de edad entre 20 y 24 años, en medio de este juego la persona ciega está desarrollando la actividad espacial sin necesidad de estar en un aula.

Siguiendo en esta misma idea, Rottmann, Haberzettl, y Krämer (2020) realizan una evaluación acerca del conocimiento de los números enteros, para esto, hacen una versión modificada de entrevistas tipo ENI (Evaluación Neuropsicológica Infantil) para niños con discapacidad visual pertenecientes al nivel básico de escolaridad (16). Este estudio tuvo la participación de trece niños de entre 5 y 9 años de edad, todos los participantes hicieron la entrevista con el objetivo de determinar la comprensión de los números, identificar cualquier falta de comprensión o carencia de temas. En cuanto a las modificaciones realizadas, se utilizaron diferentes materiales con textura debido a la percepción háptica que emplean los participantes. Como parte de los resultados se evidenció la necesidad de tiempo y oportunidades suficientes para explorar un material nuevo. Una de las dificultades que se presentó fue la manipulación de una gran cantidad de monedas con diferentes valores, porque algunos participantes tenían dificultades para identificar el valor de las monedas. Los investigadores proponen usar primero las monedas que sean más fáciles de identificar e ir subiendo el nivel, otra de las tareas más exigentes fue la identificación de un número en la recta numérica

En estos artículos se caracterizan los tipos de actividades aplicadas a estudiantes con discapacidad visual y los materiales utilizados. En esta revisión, se evidencia que, de los

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros con discapacidad visual.*

diecinueve artículos filtrados ninguno abordaba conceptos geométricos, por lo que, es significativo pensar en cómo debería ser la enseñanza de esta disciplina a personas con discapacidad visual. Según Rojas (2013), en el aprendizaje de la geometría hay dos elementos principales; el lenguaje adecuado para ser utilizado y el significado de los contenidos que está entrelazado con el razonamiento de los estudiantes, pero se ha evidenciado como lo menciona Goncalves (2006) que “La enseñanza de la Geometría ha estado limitada al hecho de conceptualizar figuras y plasmarlas sobre el papel” (p. 96), y en el caso de la población con discapacidad visual se centra en la distinción de la figura, pero no en un análisis de esta y de sus propiedades, dejando a un lado el desarrollo del pensamiento geométrico.

## **1.2 Preguntas y objetivos de investigación**

### ***1.2.1 Pregunta general***

¿Qué efectos tiene sobre el aprendizaje de clasificación de cuadriláteros el trabajo con unas actividades que incorporan el uso de regletas cuyas medidas pueden variar?

### ***1.2.2 Preguntas específicas***

- ¿Cómo diseñar una serie de tareas para propiciar la clasificación, definición y visualización de los cuadriláteros con estudiantes con discapacidad?
- ¿Cuáles son las estrategias que usa un estudiante ciego para lograr clasificar cuadriláteros?
- ¿Cuáles dificultades presentan los estudiantes al clasificar cuadriláteros haciendo uso de un material tridimensional?
- ¿Cómo propiciar una educación inclusiva en la cual se tengan en cuenta las particularidades de los individuos?

### ***1.2.3 Objetivo general***

Determinar el efecto que tiene la aplicación de una serie de actividades con material manipulable sobre el aprendizaje de clasificación de cuadriláteros en personas con discapacidad visual.

#### 1.2.4 *Objetivos específicos*

- Diseñar una serie de tareas para propiciar la visualización, definición y clasificación de los cuadriláteros con estudiantes con discapacidad visual.
- Describir las estrategias que usa un estudiante ciego para lograr clasificar cuadriláteros.
- Distinguir dificultades de los estudiantes ciegos al trabajar la clasificación de cuadriláteros por medio de un material tridimensional.
- Proponer un material manipulable que favorezca el aprendizaje de las figuras geométricas y permita su participación en un aula regular.

### 1.3 **Justificación**

La inclusión es un atributo indispensable en la educación, en donde se promueve la presencia, participación y aprendizaje exitoso de todos los estudiantes. Durante los últimos años se ha venido promoviendo el trabajo en el aula con niños con diferentes discapacidades, pero aún no se han propuesto suficientes investigaciones que promuevan la inclusión y esto, es algo que se vivencia en muchas de nuestras instituciones. Sin embargo, es necesario denotar que la actitud de docentes e instituciones educativas es crucial para el cambio de realidades que viven las personas que son excluidas y rechazadas. De acuerdo con lo anterior, sería un error dejar a un lado la problemática de la enseñanza y el aprendizaje para estos individuos. Algunas instituciones que han decidido aceptar el reto de la formación integral de un grupo heterogéneo de estudiantes, han presentado dificultades para abordar los contenidos curriculares y, en ocasiones, el docente prefiere ignorar las particularidades de los estudiantes con discapacidad visual por la carencia de herramientas para respaldar su labor de enseñanza. Como ningún ser humano podrá ser objeto de discriminación o segregación y todas las personas tienen derecho a la educación, en igualdad de oportunidades (Asamblea General de las Naciones Unidas, 1948), el maestro debería asumir su responsabilidad y velar por el cumplimiento de lo establecido por la declaración de los derechos humanos. Por este motivo, se determina la necesidad de continuar haciendo investigaciones en este campo y brindar nuevas herramientas que respalden los procesos de enseñanza y aprendizaje, concretamente, en esta investigación nos centraremos en el campo de la geometría que es una de

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros con discapacidad visual.*

las áreas con menor disponibilidad de información específica para abordar diferentes conceptos y desarrollar procesos.

## Capítulo 2

### MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentan los referentes teóricos, empezando con la contextualización de lo que abarca la inclusión educativa como derecho para todos y todas, las características particulares de la discapacidad visual y sus demandas frente a la enseñanza de manera general y específicamente en el área de las matemáticas. También se muestran algunos de los materiales empleados con estudiantes ciegos. Seguido a esto, se presentan los tres procesos geométricos: la visualización, la definición y la clasificación, los cuales se desarrollan en la secuencia de tareas y servirán para su posterior análisis.

#### 2.1 Inclusión educativa

En los inicios, la inclusión era un tema estudiado por la educación especial. Sin embargo, este tema de estudio fue trasladado a un contexto de la educación en general, que produjo avances en la concepción de los estudiantes y en la particularidad del aprendizaje de cada uno de ellos (Infante, 2010).

Se puede definir inclusión como el proceso que da respuesta a las diferentes necesidades de todos los estudiantes. Esto trae unas implicaciones en el contenido, los enfoques y estrategias en las políticas educativas y en el aula (UNESCO, 2005). En México, el Consejo Nacional de Fomento Educativo define inclusión como el conjunto de procesos y acciones que permiten eliminar las limitaciones para la participación y el aprendizaje de todos los individuos en la escuela, en este sentido, el aula se piensa como un espacio de diálogo e intercambio de ideas y experiencias entre todos los participantes (CONAFE, 2010). En un aula inclusiva, los estudiantes comparten sus opiniones según sus propias experiencias y el profesor, por medio de una comunicación asertiva, encamina todos los posibles procesos que los estudiantes pueden desarrollar, y entre todo el colectivo darle solución a algún interrogante, debatir y tener un aprendizaje provechoso para todos.

El papel de la institución es primordial porque está encargada de proporcionar atención educativa a la población marginada desde las primeras edades escolares, ya que la educación es un derecho para todos, por supuesto, en alguna medida la calidad, cantidad y velocidad de aprendizaje pueden variar dependiendo la población, sus particulares necesidades y demandas, aun así, un aula inclusiva trae mejoras en cuanto al desarrollo integral de todos los integrantes del aula (CONAFE, 2010).

## **2.2 Discapacidad visual y sus particularidades en la enseñanza**

De manera general, se concibe la discapacidad como la existencia de una deficiencia o limitación que, en un entorno social, presenta una limitación al impedir ser parte de manera plena y en igualdad de condiciones (UNESCO, 2005). Partiendo de esta definición se podría considerar que, si esas condiciones pudieran suplirse, la discapacidad podría desaparecer y el individuo podría estar incluido de forma efectiva en la sociedad.

La discapacidad visual se define como una condición en la que el sujeto presenta una pérdida o limitación en la percepción de imágenes en forma total o parcial (CONAFE, 2010). Según la Organización Nacional de Ciegos Españoles (ONCE, s.f.) las personas en condición de discapacidad visual presentan un daño total o severo de la función visual. Entonces estas personas no ven nada o solamente tienen una ligera percepción de la luz. Rosa y Ochaíta (citado por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia, 2017) dicen que “la discapacidad visual abarca las personas ciegas o con baja visión, como individuos que tienen potencialidades, posibilidades de crecimiento y características cognitivas que se consolidan por medio de estímulos sensoriales diferentes a los visuales” (p.122). Por lo tanto, es necesario potenciar los otros sentidos, como el olfato, tacto, gusto, oído, para llegar a adquisiciones cognitivas, de esta manera el niño descubre y construye el mundo que lo rodea.

Andrade (2016) menciona que las personas con baja visión o ciegos totales;

- Pueden tener una percepción del mundo desdibujado.
- Dependiendo del desarrollo motor de cada uno, pueden presentar dificultades para descubrir los objetos y así poder manipularlos, por lo tanto, llegar a los aprendizajes esperados puede ser un proceso más lento, debido a la manipulación de las herramientas y a que su percepción es analítica secuencial.
- Pueden distraerse fácilmente, porque los estímulos que recibe pueden ser demasiados y emitidos por varias fuentes, algunos presentan fatiga después de mirar y prestar atención a una tarea visual.
- Pueden tener alteraciones en su conducta, en cómo se relacionan con los demás y dificultades para establecer el vínculo con sus compañeros debido a la falta de contacto visual, por lo que pueden preferir ignorarlos.
- Les atterra las sombras y los ruidos que desconocen, ya que no identifican qué los provoca y respecto a si mismos son conscientes que algunas cosas no están en su control y les cuesta imitar conductas, gestos y juegos.

### *2.2.1 Discapacidad visual y la enseñanza de las matemáticas*

Bishop (1999) describe seis actividades fundamentales para el desarrollo del conocimiento matemático, estas a su vez están agrupadas de la siguiente manera;

- Ideas relacionadas con el número, en esta categoría hay dos actividades; la de contar, relacionada con el carácter discreto del número y la de medir, relacionada con la continuidad y los sistemas de medición.
- 
- Estructuración espacial, dan origen a tipos distintos de ideas geométricas. Está la actividad de localizar, en la cual se destacan aspectos topográficos y categóricos del entorno y, en ese mismo grupo, está la actividad de diseñar, que abarca las conceptualizaciones de objetos y artefactos que conducen a la idea de forma.
- Relación con el entorno social, abarca las actividades orientadas a relacionarse unos con otros, en estas están jugar y explicar, la primera se refiere a las reglas y

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

procedimientos sociales, y la segunda hace referencia a los aspectos cognitivos de investigar, conceptualizar el entorno y de compartir estas ideas.

Según Rigal (2006), el conocimiento es adquirido por medio de la acción, la manipulación y la experimentación, que a su vez son las bases para la formación de representaciones. Para un estudiante ciego estos medios son viables y son los que permiten el desarrollo de las seis actividades matemáticas.

En diversas investigaciones se ha evidenciado que, las personas ciegas en el nivel escolar básico y medio, emplean el ábaco como recurso para las actividades de contar, sumar, restar, multiplicar y dividir (e.g. González y Sánchez, 2019; Herruzo, y Membrives, 1996), también emplean el juego geométrico que les permite realizar mediciones aproximadas.

En cuanto a la actividad de localizar, Higuera, Caicedo y Campos (2009) en su investigación corroboran que las personas con discapacidad visual desarrollan diferentes mecanismos para lograr esta actividad. Estos autores mencionan que la memoria es un órgano que les permite fijar y recordar diferentes características de su entorno, estas características pueden estar asociadas a “formas geométricas, sentido de orden, secuencia, dirección, noción de distancia, inclusión de pistas, puntos cardinales, giros, condiciones espacio-temporales y topográficas” (p. 24).

Los profesores tienen un papel fundamental para las actividades relacionadas con el entorno social. Granada, Pomés y Sanhueza (2013) mencionan que los profesores tienden a tener una actitud diferente dependiendo de las necesidades educativas que presente el estudiante, y esto repercute en la limitación de inclusión y de participación para la comunicación de ideas. Adicional a esto, el estudiante ciego está habituado a una comunicación escrita por medio del sistema braille, y “A la hora de la realización de las tareas se da una mayor lentitud, tanto a la hora de recoger información como de sintetizar lo trabajado” (Andrade, 2010, p. 16). Por lo tanto, el trabajo de conceptualización puede llevar más tiempo.

Según Andrade (2010) de manera general en las matemáticas;

- La fluidez y soltura en el cálculo mental propicia la concentración, una actitud receptiva y reflexiva, la habilidad para seleccionar, comprar y relacionar datos.
- La estimación puede ser abordada desde la cotidianidad en relación al tiempo, distancia o tamaño sin necesidad de los instrumentos convencionales para obtener cantidades exactas.
- La comprensión de unidades de medida usando su cuerpo son instrumentos para la aproximación a valores reales y son habilidades que serán útiles para toda su vida.

En cuanto a la enseñanza de la geometría se presentan algunas características observadas en la interacción con esta población.

Debido a la gran influencia que tienen los niños para asociar un nombre a un determinado objeto, ellos describen sus pensamientos geométricos en términos informales o asociándolos a objetos de su vida cotidiana. Por otro lado, los niños usan sus otros sentidos para comprender el mundo, por ejemplo, el tacto les permite una experiencia háptica y a partir de esta suelen usar expresiones verbales como *lo veo* o *no lo veo* (Papadaki, 2015).

En cuanto a la elaboración e interpretación de representaciones es un proceso que lleva tiempo, así como la precisión y la presentación formal son elementos que no deben ser adquiridos desde criterios generalizados. El apoyo verbal es fundamental para alertar acerca de posibles errores durante los procesos de interpretación (Andrade, 2016).

Teniendo en cuenta estas características, la realidad de esta población es diferente y difícil de comprender. Lo que para nosotros puede ser algo normal y fácil de realizar, para ellos puede ser algo aturdidor, que tal vez pueda demandar más tiempo, por lo tanto, es necesario hacer una precisión en instrucciones porque no cuentan con la funcionalidad de los ojos y potenciar los otros sentidos. El docente tendrá la labor de adaptar determinados materiales para que el estudiante ciego pueda ser partícipe en el aula.

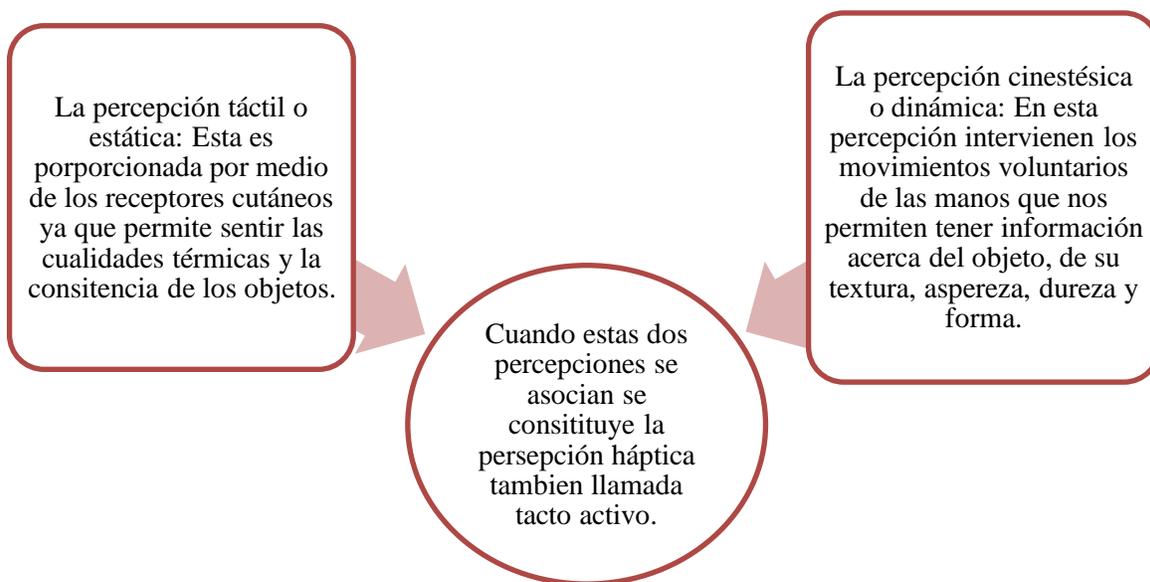
### **2.2.2 Material didáctico para la enseñanza de las matemáticas a personas con discapacidad visual**

Los beneficios del uso de materiales didácticos para personas con discapacidad visual han estado presentes en múltiples investigaciones (Campo, 1986; Soler, 1999; Soto y Gómez, 1987). El material tiene el propósito de suplir “las necesidades comunicativas y expresivas del alumno, facilitar la comprensión de los contenidos y superar limitaciones personales” (Campo, 1986, p.190).

En el caso del ciego, la mano se convierte en el órgano primario de percepción junto con su función ejecutora, y la coordinación visomotora se modifica a una coordinación oído-mano (Revueña, 1993). En la Figura 2.1 se presentan las dos percepciones que abarcan la percepción del tacto.

**Figura 2.1**

*Percepciones para el sentido del tacto.*



Nota: La información fue tomada de Pérez y Hernández (2015).

Los materiales didácticos pueden ser de dos tipos, no estructurados o estructurados. Los no estructurados abarcan la variedad de objetos que el niño manipula en su entorno, estos objetos le permiten un desarrollo cognitivo al hacer relaciones lógicas básicas como agrupar, ordenar, seriar, clasificar, entre otras, por lo tanto, esos materiales pueden ser empleados para el aprendizaje de conceptos matemáticos. Por otro lado, los materiales estructurados abarcan el grupo de objetos que han sido pensados y diseñados para la enseñanza de las matemáticas, estos materiales se caracterizan por ser no figurativos y requieren una mayor capacidad de abstracción (Casallana, 1988).

Los estudiantes con discapacidad visual pueden manipular material didáctico no estructurado (elaborado por el docente debido a la necesidad del estudiante) o estructurado (materiales comerciales con aceptación universal para la acción didáctica). De manera general los materiales empleados por esta población son: medios tacto-audiovisuales, material real o natural, material de experiencias o vivencias, material impreso y material tecnológico (Campo, 1986). Todos estos materiales, a su vez, se pueden clasificar como material tridimensional, bidimensional o en relieve.

Para la adaptación de materiales, se deben tener en cuenta las características particulares de esta población, según Campo (1986) el material debe ser transportable, sencillo y, sobre todo, debe tener en cuenta las cualidades sensoriales para llamar la atención del estudiante, el tamaño y las cualidades del mismo deben favorecer la percepción háptica. Guzmán (2015) también menciona algunas características para la adaptación de materiales concretos: el tamaño debe ser adecuado para ser abarcable por las manos extendidas del estudiante; el relieve hace parte de las características facilitadoras a la hora de discriminar el objeto; los objetos recargados son más difíciles para ser percibidos, por lo tanto, es mejor optar por la sencillez; debe ser consistente y resistente porque suelen presentar movimientos fuertes y su manipulación no debe ocasionar ningún tipo de riesgo para el individuo; la dificultad aumenta entre mayor sea la cantidad de elementos presentes en un mismo objeto y debe ser táctil y motivador. El desarrollo motor, la edad, las características de los estudiantes pueden variar y es necesario tenerlas en cuenta a la hora de adaptar un material.

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

### **2.2.3 Materiales didácticos empleados en la enseñanza de las matemáticas a personas con discapacidad visual**

Estos son algunos de los materiales más utilizados por los alumnos con discapacidad visual:

Juego geométrico Braille (Figura 2.2): Sirve para tomar medidas de manera fácil y segura. Está compuesto por regla, escuadras, compás y transportador

#### **Figura 2.2**

*Juego geométrico ranurado o en relieve.*

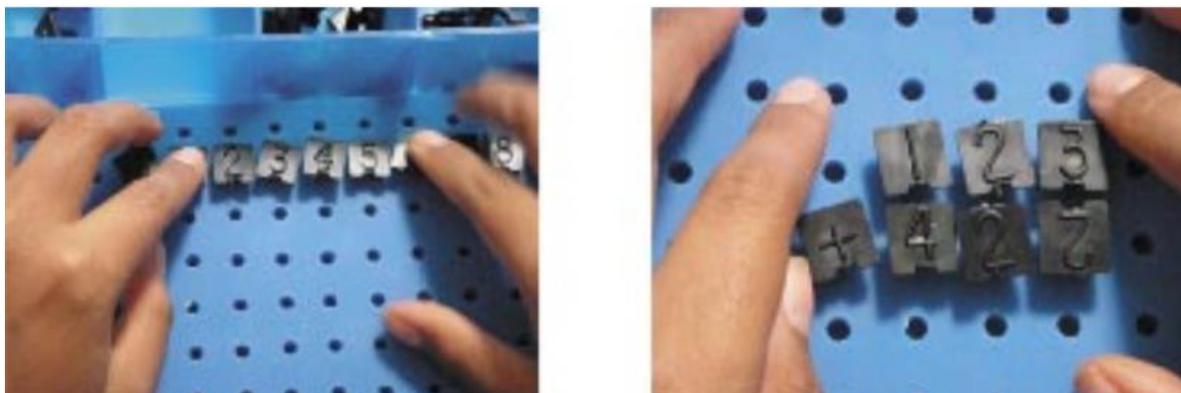


(Fuente: González y Canchón, 2018)

Caja aritmética (Figura 2.3): Sirve para abordar el tema de valor posicional, realizar operaciones básicas y hacer diferentes tratamientos de la información aritmética. Está compuesto por un tablero que puede ser de madera o plástico que tiene 25 casilleros donde se insertan los números y operadores aritméticos que están en relieve.

**Figura 2.3**

*Caja aritmética.*

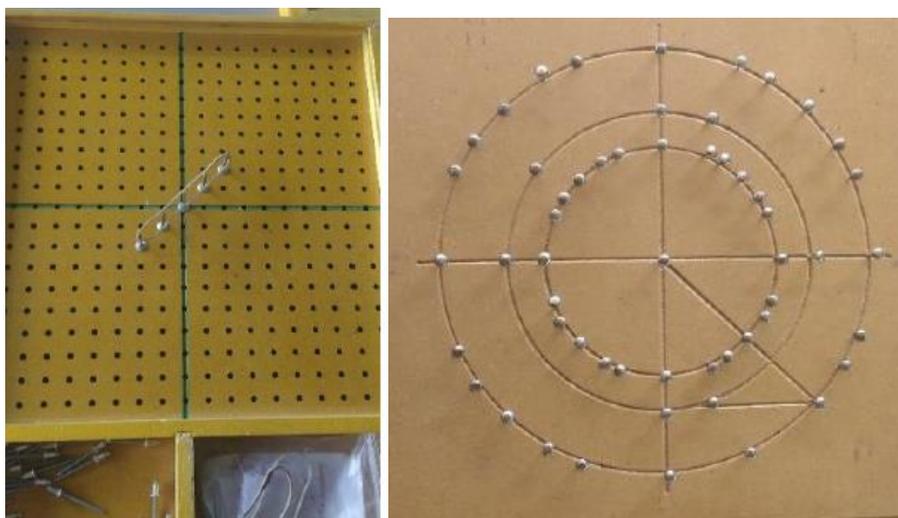


(Fuente: García, 2012)

Geoplano (Figura 2.4): Se utiliza para trabajar nociones básicas de la geometría como; línea, región, frontera, ángulo, vértice, lado, etc. El material permite al estudiante reconocer, componer y descomponer la representación de figuras geométricas, desarrollar la orientación espacial, comparar diferentes longitudes y superficies, e introducir movimientos en el plano. Está compuesto por un tablero hecho en madera, la mayoría de veces, puntillas y elásticos.

**Figura 2.4**

*Geoplano.*



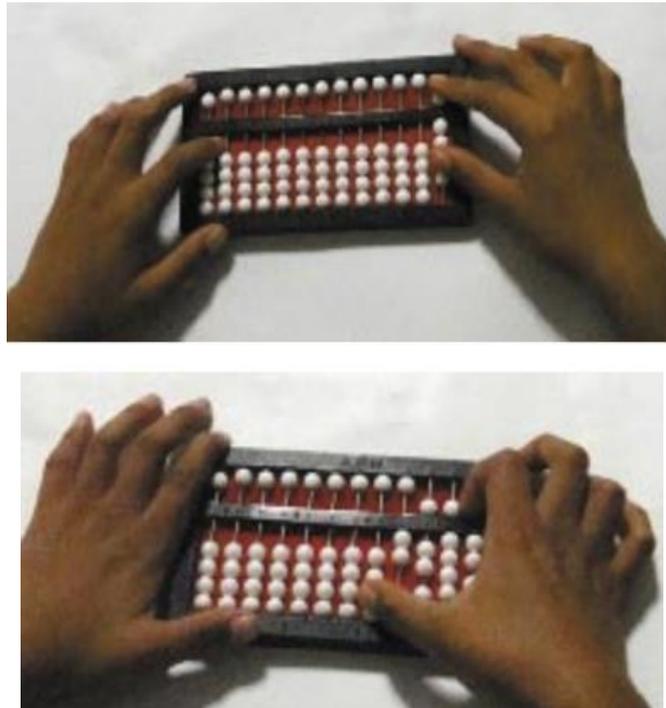
(Fuente: González y Canchón, 2018)

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

Ábaco Cranmer (Figura 2.5): Se utiliza para la resolución de problemas aritméticos porque permite la mecanización de algoritmos para realizar operaciones básicas, puede ser utilizado por personas ciegas o normo visuales. Está compuesto por trece columnas, cada columna representa una parte del sistema de numeración. En cada columna hay cuatro contadores en la parte inferior y uno en la superior.

**Figura 2.5**

*Ábaco Cranmer.*



(Fuente: García, 2012)

#### **2.2.4 Sistema Braille**

El profesor francés Louis Braille creó el sistema Braille en 1825 al ver las necesidades comunicativas que tenían las personas ciegas. El sistema braille ha tenido mínimas modificaciones a lo largo de la historia y actualmente es considerado un método de lecto-escritura o de dibujo en relieve (Campo, 1986).

Este sistema está caracterizado por el elemento universal o generador braille, que tiene forma rectangular y está conformado por dos columnas de tres puntos cada una para un total de seis puntos, para entender mejor vea la siguiente imagen.

**Figura 2.6**

*Elemento universal o generador braille.*

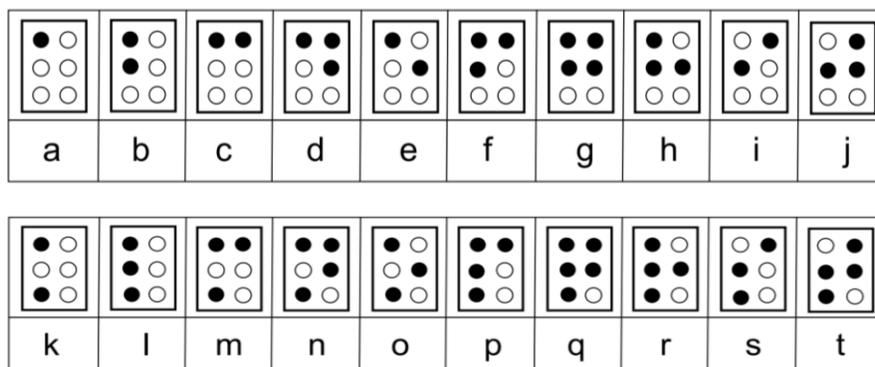


La posición espacial de cada punto en el rectángulo, genera 64 patrones diferentes, a continuación, presentamos algunos de los patrones más utilizados, las imágenes fueron tomadas de García (2012):

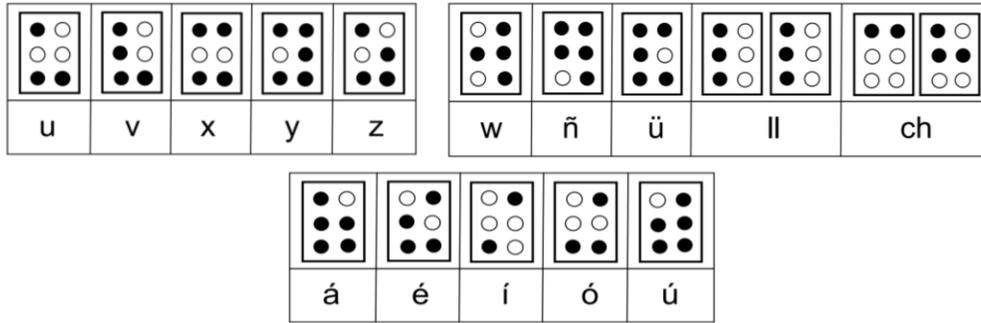
En la Figura 2.7 están los patrones para representar el alfabeto, para escribir con mayúsculas se antepone a la palabra otro patrón. También se puede escribir cada signo de puntuación y las vocales acentuadas.

**Figura 2.7**

*Alfabeto en braille.*



*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*



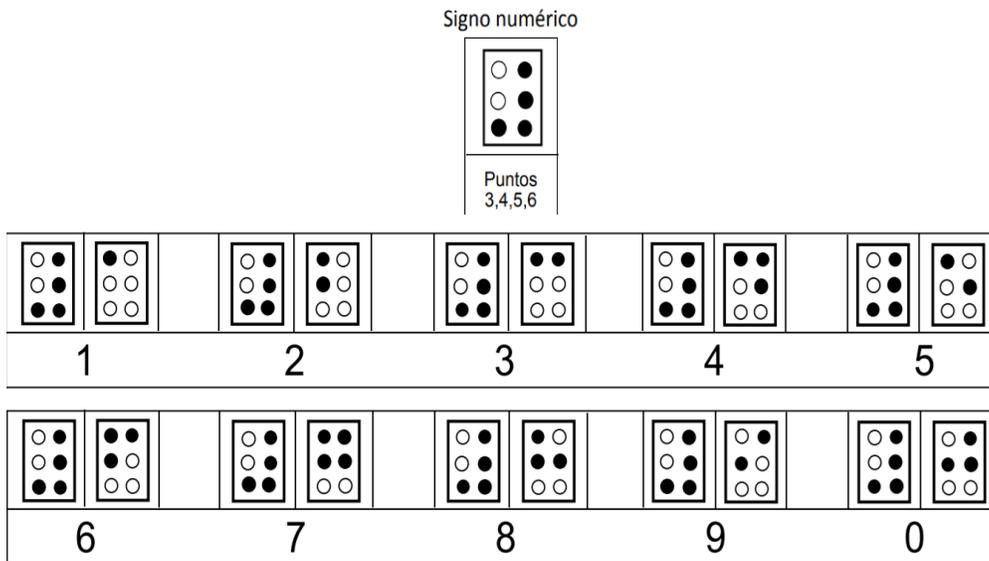
(Fuente: García, 2012)

En la Figura 2.8 están los patrones para representar los números, los cuales se escriben utilizando las primeras diez letras del alfabeto, antes de escribir los números es indispensable usar el signo numérico porque indica el cambio de letras a números.

En la Figura 2.9 están los signos aritméticos básicos, los cuales se forman con los puntos medios e inferiores del rectángulo.

**Figura 2.8**

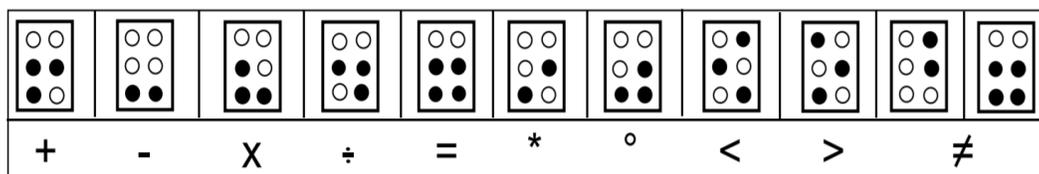
*Signo numérico y números en braille.*



(Fuente: García, 2012)

**Figura 2.9**

*Signos aritméticos en braille.*

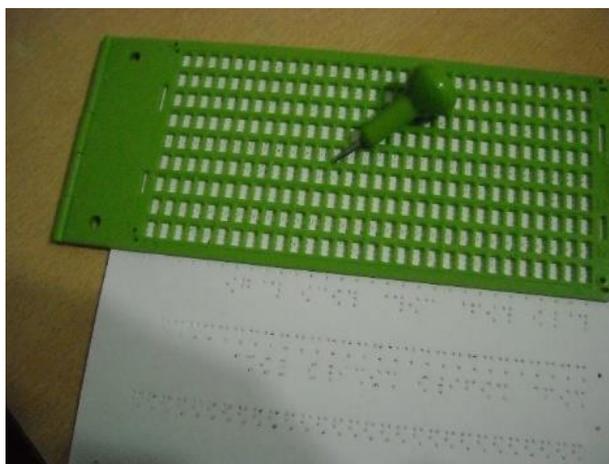


(Fuente: García, 2012)

En la Figura 2.10 se pueden observar los tres elementos principales utilizados por los estudiantes en las escuelas regulares para escribir en braille los cuales son; las hojas de papel ledger, un punzón y la regleta. El proceso de escritura puede ser lento y tedioso mientras la persona toma práctica y agilidad.

**Figura 2.10**

*Hojas ledger, punzón y regleta para la escritura en braille.*



(Fuente: García, 2012)

El uso de una máquina Perkins Braille le permite al estudiante tener un proceso de escritura más ágil y menos tedioso. En la siguiente imagen se puede ver un ejemplo de esta máquina

**Figura 2.11**

*Máquina Perkins Braille.*



(Fuente: Wikipedia.org)

### 2.3 Procesos geométricos

La geometría es una rama de las matemáticas que se ha caracterizado a partir de dos componentes; lo empírico, que se relaciona con la intuición, la percepción y la visualización, y la teórica que abarca aspectos deductivos, abstractos, formales y rigurosos. Entonces, debido a su carácter visual y a la necesidad de justificaciones teóricas, existe una relación dependiente entre estos dos componentes que permiten el estudio significativo de la geometría (Camargo y Acosta, 2012).

En cuanto a la enseñanza y el aprendizaje de la geometría, hay ciertos procesos cognitivos asociados a la actividad geométrica que están estrechamente relacionados, como la visualización, el uso de definiciones, el razonamiento, la conceptualización, la conjeturación, la exploración, la justificación y la demostración, entre otros, (Aravena y Caamaño, 2013; Camargo y Acosta, 2012; Samper, Leguizamón y Camargo, 2001).

En este trabajo nos centraremos en la visualización, la definición y la clasificación de los cuadriláteros. De manera general en el estudio de un objeto geométrico, intervienen tres

elementos, la imagen, la definición del concepto y otras operaciones lógicas (Hershkowitz 1990; Vinner, 1998). A su vez, estos están entrelazados con el razonamiento visual, en primera instancia, de manera analítica se determinan las características, propiedades o relaciones geométricas y, posteriormente, de manera sintética para construir una nueva idea (Samper, Leguizamón y Camargo, 2001). Al construir una nueva idea es inminente acudir a la construcción de definiciones, que permiten la comprensión del objeto (Samper, Echeverry y Molina, 2013) y así, poder determinar su clasificación (Samper, Leguizamón y Camargo, 2001).

Para determinar el nivel de pensamiento geométrico, Gutiérrez y Jaime (1998) tienen en cuenta lo mencionado por Villiers (1986) acerca de las seis "categorías de pensamiento geométrico" relacionados con los niveles de Van Hiele como:

- Reconocimiento y representación de tipos de figuras (nivel 1)
- Uso y comprensión de la terminología (nivel 2)
- Descripción verbal de las propiedades de los tipos de figuras (nivel 2)
- Clasificación jerárquica (nivel 3)
- Un primer paso de deducción (nivel 3)
- Deducción más larga y formal (nivel 4)

Y las "habilidades en geometría" mencionadas por Hoffer (1981) para la evaluación del nivel de razonamiento de los estudiantes: 1) visual; 2) verbal; 3) dibujo; 4) lógico; 5) aplicado. Estos autores adoptan una posición intermedia explicada en la Tabla 2.1, consideramos que esa es la concepción más coherente para esta investigación.

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

**Tabla 2.1**

*Atributos distintivos de los procesos de razonamiento en cada nivel de van Hiele.*

Proceso de razonamiento	Descripción del proceso	Niveles de van Hiele			
		Nivel 1	Nivel 2	Nivel 3	Nivel 4
Reconocimiento de tipos y familias de figuras geométricas	Identificación de componentes y propiedades de las figuras	Atributos físicos y globales de figuras.	Propiedades matemáticas de conceptos geométricos.	La capacidad de reconocimiento no discrimina entre los estudiantes en los niveles 2, 3 y 4 de van Hiele.	
Definición de un concepto geométrico	El uso de la definición	No pueden usar definiciones matemáticas dadas.	Definiciones con una estructura simple.	Cualquier definición.	Definiciones equivalentes
	formulación de definiciones	Lista de atributos físicos y tal vez alguna propiedad básica.	Lista de propiedades matemática sin una estructura lógica.	Conjunto de propiedades necesarias y suficientes	Prueban la equivalencia de definiciones
Clasificación	Clasificar las figuras geométricas o los conceptos en diferentes familias o clases	Exclusivas, ya que no aceptan ni reconocen ningún tipo de relación lógica entre clases, Se basa en atributos físicos.	Exclusivas, basadas en propiedades matemáticas	Cambio de opinión sobre el tipo de clasificación, exclusiva o inclusiva, cuando se cambian las definiciones.  Este proceso no puede discriminar entre los estudiantes en los niveles 3 o 4 de van Hiele porque se ha alcanzado el mayor nivel.	
Prueba	Probar propiedades o declaraciones, es decir, explicar de manera convincente por qué dicha propiedad o declaración es verdadera.	No pueden entender el concepto de prueba	Consiste en una verificación usando ejemplos.	Deducciones y pruebas lógicas informales.	Entienden y escriben pruebas matemáticas formales

Nota: Toda la información fue extraída, traducida y adaptada de Gutiérrez y Jaime (1998).

### 2.3.1 *Proceso de visualizar*

La visualización es concebida como un subproceso de la formulación de conjeturas, y se puede definir como un tipo de actividad razonada donde se involucra el uso de elementos visuales o espaciales, mentales o físicos, con el fin de darle solución a un determinado problema o probar algunas propiedades matemáticas (Papadaki, 2015). Según Acevedo y Camargo (2012) este proceso abarca el “conjunto de habilidades y procesos necesarios para representar, transformar, generalizar, comunicar, documentar y reflexionar sobre la información visual” (p.24). Hay tres momentos en el proceso de visualización, los cuales son (a) la organización, hace referencia a un momento inicial, en el que la información visual es obtenida a partir de los sentidos; (b) el reconocimiento, abarca el momento de aprovechamiento cognitivo de la información visual; (c) la representación de información, en el que se comunican los resultados a partir de los dos anteriores procesos, conclusiones a partir de un análisis (Acevedo y Camargo, 2012).

Los conceptos de visualización y habilidad espacial están relacionados. Según Lohman (1988, citado por Papadaki, 2015) se concibe el concepto de visualización espacial, partiendo de las dos anteriores, como la capacidad de comprender movimientos imaginarios en un espacio tridimensional o a la capacidad de manipular objetos en la imaginación.

Además, Hitt (1995) menciona que la visualización es una acción anterior a la construcción de conceptos, la cual abarca una actividad analítica y crítica, que no se obtiene con el simple hecho de ver, (la visualización va enfocado en torno a la comprensión del concepto matemático). Por lo tanto, se puede entender en el contexto de la discapacidad, que visualizar es un proceso de manipulación cognitiva, que realiza el niño de la representación de un objeto geométrico (Santacruz y Sinisterra, 2011). Puede que esa representación sea construida por distintos canales ya que la visión no es la única fuente de imágenes mentales, el tacto y la percepción háptica son un puente que permiten al estudiante detallar espacialmente algunos objetos geométricos, realizando un proceso de exploración, de tal manera que les proporciona una visión integral de este y, así lograr una representación mental

más precisa de su figura. En este sentido, la visualización iría más allá de la visión, porque se pone en juego la comprensión que está haciendo el estudiante (Papadaki, 2015).

### **2.3.2 Proceso de definir**

Definir según Leikin y Winicki-Landman (2001) es dar el significado y el carácter de un concepto, por lo tanto, definir va más allá de asignarle un nombre.

La arbitrariedad de definiciones para un mismo concepto es un problema complicado para la didáctica y las matemáticas porque en una primera etapa basta con que el estudiante vea unas características y formule una definición, pero más adelante debe cumplir la minimidad (condiciones mínimas y suficientes para definir el objeto). Entonces, para definir un objeto matemático una persona puede tener una definición construida previamente la cual va a ser modificada, y en ocasiones no se le da un seguimiento a este proceso, por lo que el estudiante puede recurrir a la memorización de ciertas condiciones que cumple un objeto, pero no le da un sentido a cada una de ellas.

En respuesta a la problemática mencionada anteriormente, Villiers (1998) indica que, es esencial involucrar a los estudiantes en la construcción de la definición de conceptos geométricos, porque esto aumenta la comprensión de la definición, y resalta que es un proceso complejo en el que la guía debe ser fundamental. El proceso de definir se considera de gran importancia, porque da indicio a la comprensión del objeto, lo cual no se obtiene cuando un estudiante repite una definición de memoria.

Por otro lado, siguiendo a Calvo (2001) concebimos que la definición de un concepto matemático es un enunciado verbal, que predetermina al concepto de una manera conjuntiva (sus elementos deben ser nociones primitivas de la teoría, o nociones definidas previa e independientemente) y consistente (no puede involucrar contradicciones lógicas que derivarían en que ningún objeto verifique sus condiciones).

Se identifican dos elementos cuando se trabaja una definición: el concepto y la imagen del concepto (Tall y Vinner, 1981). Entiéndase que el concepto es “el objeto matemático

determinado por una definición formal, mientras que la imagen del concepto es algo no verbal asociado en nuestra mente con el nombre del concepto” (Silva, 2013, p.28). Para entender esta relación, Vinner (1991) propone la existencia de dos células diferentes en nuestra estructura cognitiva que, de manera inicial un individuo puede tener una o ambas células vacías que puede formarse independientemente para luego asociarse

Tall y Vinner (1981) mencionaron que la relación coherente y óptima entre la imagen del concepto y la definición del concepto depende de los diferentes estímulos, ya que se pueden activar diversos aspectos de la imagen del concepto desarrollándolos de manera aislada, que no necesariamente conforman un todo por eso, la imagen del concepto puede ser incorrecta, parcial o completa y puede ser una representación visual o una colección de impresiones o experiencias. Lo anterior, significa que la célula de la imagen del concepto está vacía cuando no se asocia significado alguno con el nombre del concepto, lo cual puede ocurrir cuando la definición del concepto se memoriza. Para la formación de la *imagen del concepto*, en ocasiones la definición parece innecesaria, sin embargo, en matemáticas la definición es indispensable ya que permite salvar de muchas trampas creadas por la imagen del concepto (Vinner, 1991).

De acuerdo con Silva (2013), se tienen dos casos en los que hay una interacción entre la imagen y la definición del concepto

Caso 1: El estudiante puede tener una imagen de un concepto y después recibir una definición formal, en esta situación la imagen del concepto puede ser cambiada o reconstruida, puede permanecer como está y la célula de la definición contendrá la definición del profesor por un tiempo, pero pronto será olvidada o distorsionada y cuando se le pida al estudiante definir el concepto se referirá a su imagen del concepto. En este caso la definición formal no ha sido asimilada.

Caso 2: cuando un concepto es introducido inicialmente por medio de una definición y luego se le asigna una imagen. La célula de la imagen del concepto está vacía. Se va

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

llenando gradualmente debido a explicaciones. Sin embargo, no necesariamente refleja todos los aspectos de la definición del concepto.

Dependiendo del proceso de construcción una definición puede ser descriptiva (a posteriori) o constructiva (a priori) (Human, 1978; Villiers, 1986, 1998).

La definición descriptiva, describe un objeto geométrico conocido, mencionando algunas propiedades que lo caracterizan (Freudenthal, 1973). Esto quiere decir que la definición descriptiva (*a posteriori*) se construye a partir del conocimiento de sus propiedades estudiadas previamente, por lo tanto, la imagen del concepto ya está desarrollada antes de pasar a la formulación de la definición de un concepto (Villiers, 1998).

La definición constructiva (*a priori*) o algorítmica constructiva, conlleva la formación de nuevos objetos geométricos a partir de objetos familiares (Freudenthal, 1973). Por consiguiente, se parte del conocimiento de una definición, que será modificada a través de la exclusión, generalización, especialización, sustitución o adicción de propiedades, estas propiedades pueden ser exploradas a partir de la imagen del concepto o de manera lógica (Villiers, 1998)

De manera general, Villiers (1998) caracteriza el proceso de definir como la sistematización de las propiedades de un concepto particular, así mismo, este autor establece una relación entre los procesos de definir descriptivamente y constructivamente. En el proceso de definir descriptivamente, la imagen conceptual se desarrolla antes de una definición del concepto para que el objeto pueda ser formulado; esto es, la imagen conceptual precede a la definición del concepto. En cuanto al proceso constructivo, se parte de una definición del concepto que incluye una información. Luego, a través de diferentes exploraciones se va generando una nueva definición del concepto y tras muchas depuraciones y reacomodaciones se elabora una imagen conceptual.

### 2.3.3 Proceso de clasificar

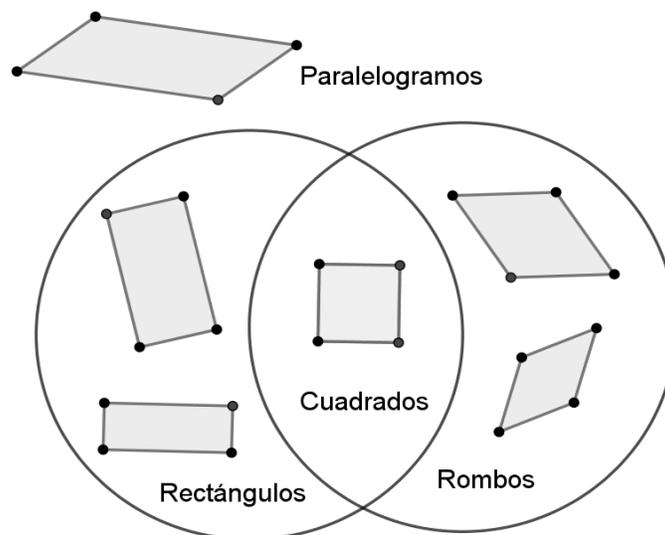
La clasificación es concebida como la acción para formar clases o grupos a partir de una o varias características. Huerta (2001) hace una distinción entre la clasificación y la división. El autor menciona que son operaciones inversas y que, sin lugar a duda, en el proceso de enseñanza y aprendizaje la clasificación conlleva a una mayor riqueza de significados al proceso de organizar, en comparación con el proceso de dividir.

Según Villiers (1994) la clasificación puede ser jerárquica o particional.

Clasificación jerárquica: a partir de los conceptos particulares, se construyen subconjuntos de los conceptos generales, un ejemplo de esta clasificación se puede observar en la Figura 2.12. Se resaltan algunas características; “conduce a definiciones de conceptos y formulaciones de teoremas más económicos, a menudo proporciona un esquema conceptual más útil durante la resolución de problemas, algunas veces sugiere definiciones alternativas y nuevas proposiciones y proporciona una perspectiva global útil” (Villiers 1994, p. 11).

**Figura 2.12**

*Clasificación jerárquica de cuadriláteros*



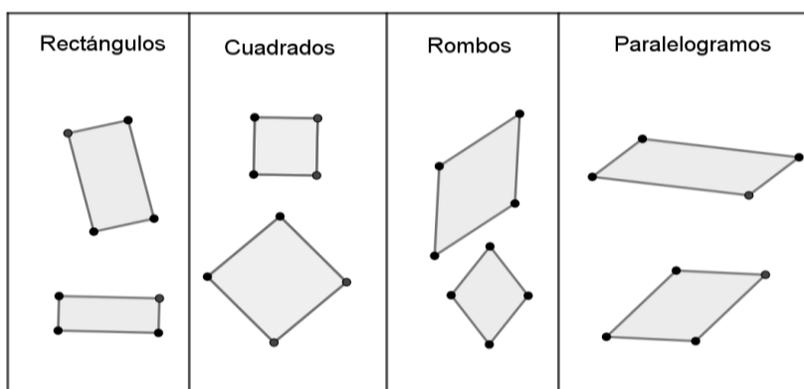
(Fuente: propia)

## *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

Clasificación parcial: se puede entender que, en esta clasificación, los subconjuntos, o incluso los conceptos más particulares, se consideran separados entre sí, por lo tanto, se dice que estos subconjuntos son disjuntos. En la Figura 2.13 se ejemplifica esta clasificación.

**Figura 2.13**

*Clasificación parcial de los cuadriláteros*



(Fuente: propia)

Algunas de las ventajas de la clasificación jerárquica son: a) propician las definiciones económicas, b) simplifican la sistematización deductiva, c) confieren un esquema conceptual útil para la resolución de problemas, d) originan definiciones alternativas y nuevas proposiciones y (e) proporcionan una perspectiva global útil y, en el caso de la clasificación parcial, dota de la clara distinción entre conceptos y la rigurosidad de sus características (Espinosa, 2008).

Uno de los obstáculos que se pueden presentar al clasificar jerárquicamente, según Renzulli y Scaglia (2007), puede ser considerar una clasificación poco habitual e interfiere con la naturaleza del lenguaje. Concretamente Berté (1999) propone los siguientes ejemplos; el verbo ser tiene dos interpretaciones, en una indica identidad y en otra inclusión; otro caso es el artículo “un” puede ser un cuantificador existencial o también un número cardinal; y por último el principio del máximo de información, que evoca una incompletitud, o carencia y esto puede ser asimilado como falso.

## Capítulo 3

### METODOLOGÍA

En este capítulo se describe el tipo de metodología empleada en la investigación, así como el método, las características de los informantes, los instrumentos de recolección de datos y el diseño de las tareas.

#### 3.1 Tipo de investigación

Esta investigación es de carácter cualitativo, debido al gran interés de examinar cómo los individuos perciben y experimentan los fenómenos a los que serán expuestos y, a su vez, esto lleva a la interpretación y significado de sus comportamientos (Hernández, Fernández y Baptista, 2014). Esta investigación, concretamente, está centrada en describir el efecto que, sobre el aprendizaje de la clasificación de cuadriláteros en personas con discapacidad visual, tiene una secuencia didáctica empleando un material táctil en 3D.

Dentro de la investigación cualitativa hay diversos tipos de enfoques. Se decidió realizar un estudio de caso intrínseco al tener en cuenta las particularidades de esta población (Stake, 2005). Por un lado, se quiere entender las relaciones existentes entre la teoría educativa, práctica y los instrumentos, y de esta manera se pretende conducir un conocimiento empíricamente fundamentando (García, Gil y Rodríguez, 1999; Bisquerra et al, 2004). Por otro lado, se tiene en cuenta la disponibilidad de estudiantes y las particularidades de la población.

Se utiliza la técnica de observación participativa con un pequeño grupo de estudiantes (Hernández et al, 2014, p. 401, 403) con la finalidad de observar los hechos tal como ocurren sin que el escenario tenga algún tipo de manipulación. Para recolectar los datos se usan notas de campo y grabación de audio.

### **3.1.1 Estudio de caso intrínseco**

El estudio de caso nos permite según Stake (1995) abarcar “la complejidad de un caso en particular” (p. 8). Entonces, con nuestro objetivo de investigación planteado y teniendo en cuenta la disponibilidad de los participantes, el estudio de caso nos permite comprender, en un grupo pequeño de estudiantes con discapacidad visual, la complejidad que engloba el desarrollo de unos procesos geométricos.

Por otra parte, Baxter y Jack (2008) mencionan las razones por las que se debe considerar hacer un estudio de caso. En la Tabla 3.1 presentamos la relación entre lo propuesto por las autoras y nuestra investigación.

**Tabla 3.1**

*Consideraciones para hacer un estudio de caso.*

Consideraciones mencionadas por las autoras	Descripción en torno a la investigación
En el estudio se desee responder a preguntas “Cómo” “Por qué”	En nuestra investigación nuestra pregunta de investigación general es ¿Qué efectos tiene, sobre el aprendizaje de clasificación de cuadriláteros, el trabajo con unas actividades que incorporan el uso de regletas cuyas medidas pueden variar? Esta pregunta abarca varios aspectos y entre ellos está el cómo desarrolla los procesos geométricos el estudiante y porqué los hace de esa determinada manera.
No se puede manipular el comportamiento de los participantes	Nuestros participantes no se pueden manipular porque se desea observar el desarrollo de procesos geométricos de manera exploratoria.
Se desea cubrir las condiciones contextuales porque cree que son relevantes para el fenómeno en estudio	En este caso nuestro contexto está centrado en el sector escolar, pero particularmente en estudiantes con discapacidad visual y en un rango de edad específico.

Un estudio de caso puede ser explicativo, exploratorio, múltiple, intrínseco, instrumental y colectivo (Baxter y Jack, 2008). En esta investigación nos centraremos en un estudio de caso intrínseco, ya que este se destaca por el interés genuino del investigador para comprender mejor el caso de estudio, el objetivo de este caso no es llegar a la generalización o construir teoría, sino que es de interés la particularidad del caso en sí (Stake, 1995).

### 3.2 Método

En esta investigación cualitativa se realizaron las acciones presentadas en la Figura 3.1 y, posteriormente, realizamos una breve descripción de cada una de ellas. Se llevó a cabo este proceso para describir e interpretar los resultados obtenidos y así alcanzar los objetivos propuestos.

#### Figura 3.1

*Proceso de la investigación*



(Fuente: propia)

- Diseño de tareas: En esta primera parte se diseñó una secuencia de tareas acompañadas de un material manipulable para la clasificación de cuadriláteros.
- Prueba piloto: Después de realizar todo el diseño se decide realizar una prueba piloto en la que se presentará a un grupo de maestros la estructura de las tareas y el material manipulable.

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

- Adecuaciones: Teniendo en cuenta las aportaciones del grupo de maestros se deciden realizar algunas modificaciones a la secuencia de tareas.
- Implementación: Se lleva a cabo la secuencia de tareas con un grupo de personas con discapacidad visual, para el registro de la información se utilizaron grabaciones en audio que posteriormente fueron transcritas.
- Análisis: A partir de las transcripciones, se procede a describir y analizar la información en cuanto a los procesos geométricos y el uso del material.

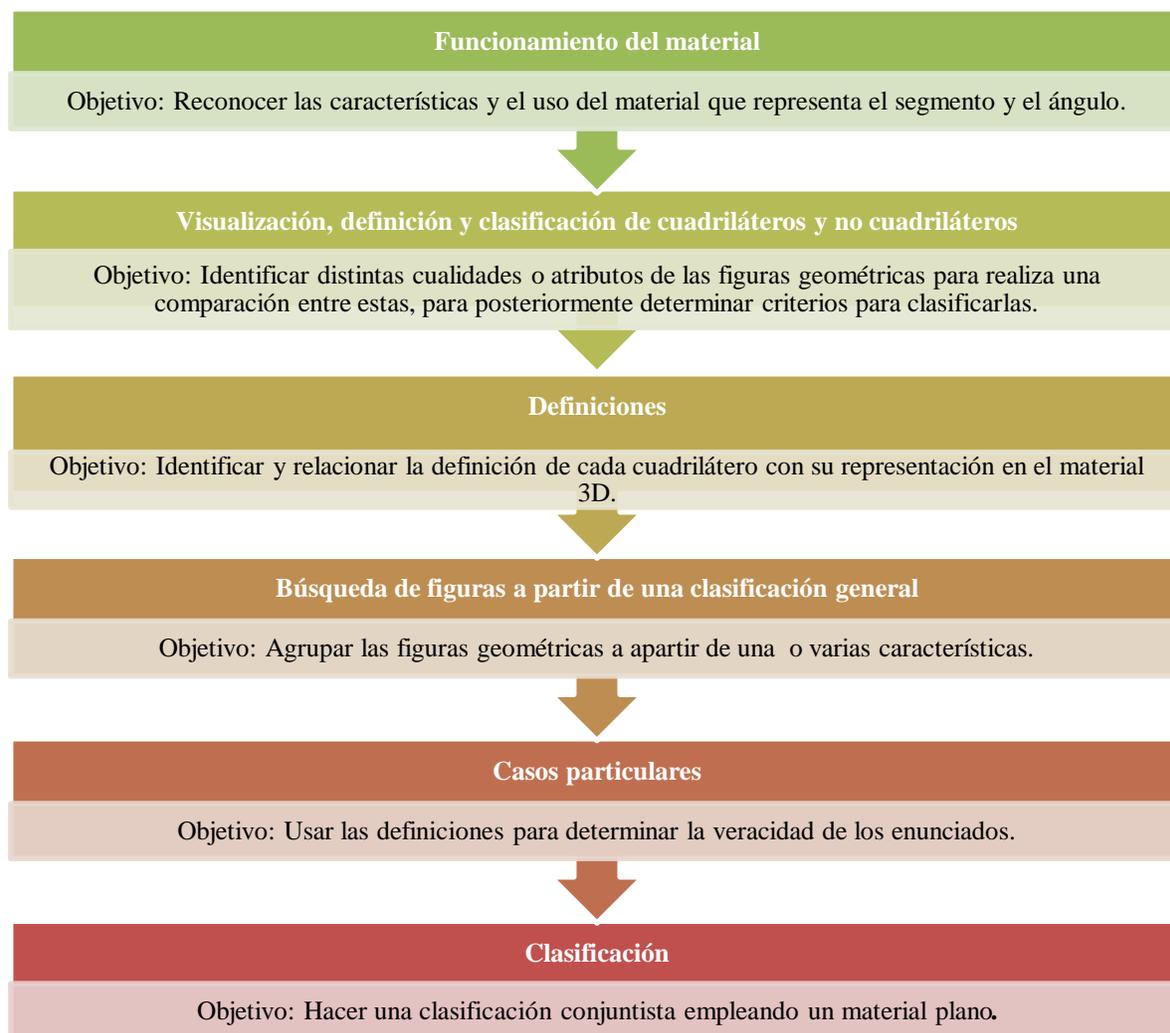
### **3.3 Diseño de las tareas**

El diseño de tareas se estructuró teniendo de referente los tres procesos geométricos: visualizar, definir y clasificar. También decidimos adaptar una actividad propuesta en el artículo titulado *la clasificación de las figuras planas en primaria: Una visión de progresión entre etapas y ciclos* por Muñoz, Montes, Carrillo, Climent, Contreras y Aguilar en 2013. Concretamente, modificamos la primera actividad, *Clasificación de figuras geométricas planas y construcción de la definición de polígono* para enfocarla en la clasificación de los cuadriláteros.

Con base en los procesos geométricos y la actividad del artículo mencionado anteriormente, presentamos en la Figura 3.2 el esquema general de las tareas y sus respectivos objetivos.

**Figura 3.2**

*Bosquejo general de las actividades.*



(Fuente: propia)

### 3.3.1 Sesión dirigida

Se decide diseñar una sesión dirigida antes de aplicar las tareas, con el fin de asegurar las nociones necesarias para el desarrollo de las actividades. En esta sesión se planea mencionar las definiciones y emplear un material en relieve para relacionar la definición del concepto y la imagen del concepto.

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

Las definiciones que se presentan a continuación fueron tomadas y modificadas de Parra y Cárdenas (2013) y Samper y Molina (2013) y son las que se proponen para la sesión dirigida.

**Tabla 3.2**

*Definiciones para la sesión dirigida.*

Objeto geométrico	Definición	Definición modificada
Punto	Concepto primitivo, no definido.	Representación del objeto percibido por el tacto.
Segmento	El segmento $\overline{AC}$ es el conjunto de todos los puntos que están entre A y B.	El segmento es una parte de la recta, el cual se puede medir y tiene dos extremos.
Recta	La recta $l$ es una línea extendida infinitamente.	La recta no tiene extremos, es un objeto geométrico con infinitos puntos
Ángulo	Objeto formado por dos rayos que tienen el mismo origen.	Objeto geométrico formado por dos segmentos unidos en uno de sus extremos por un punto que se llama vértice.
Intersecar	Dos objetos se intersecan cuando comparten puntos.	Dos objetos se intersecan cuando se cortan, cruzan o comparten puntos.
Rectas perpendiculares	Dos rectas son perpendiculares si al intersecarse forman un ángulo recto.	Dos rectas son perpendiculares si al intersecarse forman un ángulo recto.
Rectas paralelas	Dos rectas son paralelas si son coplanares y no se intersecan	Las rectas paralelas son las que no se intersecan.

(Fuente: propia)

Las siguientes definiciones no se modificaron: el ángulo recto es el que tiene una amplitud de 90 grados, el ángulo agudo tiene una amplitud de menos de 90 grados, el ángulo obtuso tiene una amplitud de más de 90 grados, el ángulo llano tiene una amplitud igual a 180 grados, y el ángulo cóncavo tiene una amplitud mayor a 180 grados.

### 3.3.2 Tarea 1. Funcionamiento del material

El objetivo de esta tarea es reconocer las características y el uso del material que representa el segmento y el ángulo.

Iniciaremos planteando la pregunta del Cuadro 3.1, inciso a) con el objetivo de conocer los preconceptos que los participantes tienen acerca del concepto segmento. La discusión se guiará con las respuestas obtenidas de los estudiantes y a partir de sus propias definiciones. En caso que no sepan cómo expresar sus ideas, se les realizarán las siguientes preguntas: ¿un segmento se puede medir?, ¿el segmento se puede dividir?, ¿hay segmentos más grandes que otros? y ¿se pueden construir figuras geométricas con segmentos?

Con el objetivo de construir la definición de segmento, se establecerá que el segmento es una parte de una recta, la cual se puede medir y tiene dos extremos. Después se les entregará la estructura que representa el segmento y se les hace las preguntas del Cuadro 3.1 inciso b) para establecer la concordancia entre el material y la definición.

#### Cuadro 3.1

##### *Preguntas para la caracterización del segmento*

- |  |
|--|
| a) ¿Qué es un segmento?  |
| b) ¿Qué características tiene esta pieza que representa el segmento? |

Luego, se les explicará el mecanismo para aumentar o disminuir la longitud del segmento para que el estudiante pueda construir segmentos con distintas longitudes (Cuadro 3.2 inciso a). Una vez los participantes realicen las construcciones, les entregaremos dos segmentos que tienen la misma longitud y se les dará la instrucción del Cuadro 3.2 inciso b. Se espera que el estudiante determine que los segmentos tienen la misma medida comparando o sobreponiendo las estructuras.

Para finalizar el trabajo con la estructura que representa el segmento, se revolverá en la mesa; segmentos congruentes y no congruentes. Después se les pedirá a los participantes que seleccionen dos segmentos que tengan la misma medida, cuando los participantes

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

identifiquen los segmentos, les mencionaremos que esos dos segmentos al tener la misma medida se nombran como segmentos congruentes.

### **Cuadro 3.2**

*Preguntas para la construcción de segmentos*

- a) ¿Podrían construir tres segmentos de diferentes tamaños?
- b) ¿Qué características tienen las piezas que les estoy entregando?

Hasta este punto, se ofrece la oportunidad al participante de realizar un proceso de exploración del segmento. Seguido a esto, la discusión se guiará por las respuestas obtenida a la pregunta *¿qué es un ángulo?* Los participantes mencionarán las nociones que tienen sobre este objeto geométrico y a partir de ellas se propicia la discusión.

Estas son algunas definiciones de ángulo que pueden surgir entre los estudiantes:

- Espacio comprendido entre la intersección de dos líneas que parten de un mismo punto o vértice.
- Unión de dos segmentos cuyo origen es el vértice.
- Inclinación entre dos rectas.
- La porción de superficie determinada por dos semirrectas que tienen origen común.

La definición que se espera establecer para ángulo es la medida de abertura entre dos segmentos.

Después, se les entregará la estructura que representa al ángulo (Figura 3.3), se les mencionará *como el ángulo es la medida de la abertura entre dos segmentos, este ángulo cambia de amplitud* y se ira moviendo sus manos para hacer la abertura.

### Figura 3.3

*Imagen del ángulo con el encaje de los segmentos.*



(Fuente: propia)

Posterior al reconocimiento de la estructura, el participante podrá construir con el material los tipos de ángulos, se les pedirá que realicen las instrucciones presentadas en el Cuadro 3.3.

### Cuadro 3.3

*Instrucciones para la construcción ángulos.*

- Construyan un ángulo recto
- Construyan un ángulo agudo
- Construyan un ángulo obtuso
- Construyan un ángulo llano
- Construyan un ángulo cóncavo

Por el momento, el participante habrá identificado y manipulado la estructura que representa el segmento y el ángulo para realizar construcciones.

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

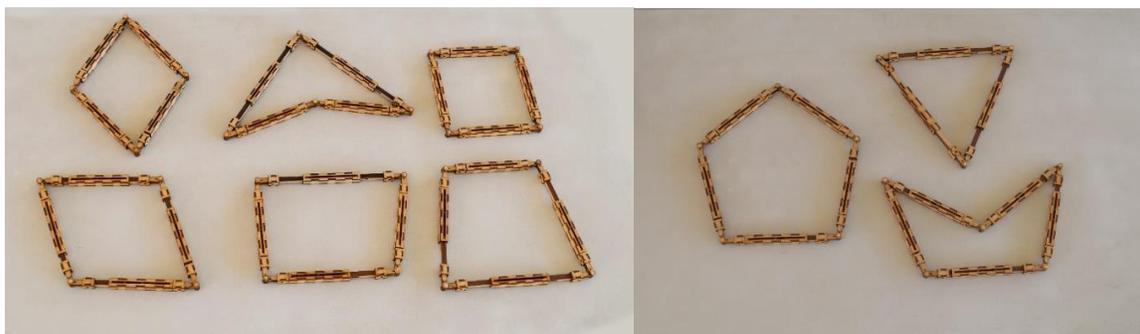
### **3.3.3 Tarea 2. Visualización, definición y clasificación de cuadriláteros y no cuadriláteros**

En esta actividad, los estudiantes identificarán distintas cualidades o atributos de las figuras geométricas para hacer comparación entre ellas y así construir criterios para clasificarlas.

Para esta sesión se pondrán en una mesa las figuras geométricas que se pueden ver en la Figura 3.4 y otras más. Después se les dice a los participantes que toquen las figuras y digan cualidades que pueden deducir.

**Figura 3.4**

*Figuras geométricas construidas con material manipulable para la clasificación.*



(Fuente: propia)

Una vez todos los participantes hayan tocado las figuras geométricas, los estudiantes deberán clasificar en dos grupos y mencionar cual es el criterio para clasificarlas. Pretendemos que los participantes hagan dos grupos (cuadriláteros y no cuadriláteros) a partir de sus características semejantes.

Las figuras geométricas se han seleccionado teniendo en cuenta conceptos asociados a las características de estas como; los vértices, segmentos, segmentos rectilíneos y figuras cerradas.

Luego de esto, a partir del grupo que quedaron como cuadriláteros, se pedirá a los participantes que los organicen en dos grupos (cuadriláteros convexos y cóncavos). Se les

explicará, por medio de la medida de sus ángulos, la definición de cada grupo de cuadriláteros.

### 3.3.4 Tarea 3. Definiciones

En la actividad anterior los participantes manipulan el material y tocan diferentes figuras geométricas para deducir las características similares entre ellas, y así clasificarlas en cuadriláteros y no cuadriláteros, en esta actividad se centra la atención en los cuadriláteros.

La investigadora mencionará las definiciones mostradas en la Tabla 3.3. Los participantes proceden a tocar y elegir cuál de las figuras construidas corresponde a la representación gráfica de la definición mencionada, de ser necesario voy a descomponer las definiciones para que los estudiantes toquen las partes de las figuras y justifiquen su elección.

**Tabla 3.3**

*Definiciones de los cuadriláteros*

Cuadrilátero	Definición
Cuadrado	Tiene cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos.
Rectángulo	Tiene sus cuatro ángulos rectos.
Rombo	Tiene sus cuatro lados iguales.
Romboide	Tiene sus lados y ángulos opuestos iguales.
Cuadrilátero cóncavo	Tiene uno de sus ángulos interiores mayor a $180^\circ$
Trapezio isósceles	Un par de lados paralelos y los lados no paralelos son iguales.
Trapezio rectángulo	Tiene un par de lados paralelos y dos ángulos rectos.

Nota: Las definiciones fueron tomadas de Gascón (2003)

### 3.3.5 Tarea 4. Búsqueda de figuras a partir de una clasificación general

El objetivo de esta actividad es que los participantes agrupen figuras geométricas a partir de una o varias de sus características, para ello se les mencionarán las afirmaciones que aparecen en el Cuadro 3.4. Posteriormente, los participantes manipulan las figuras y

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

seleccionarán las figuras que cumplen la afirmación. A partir de los grupos que queden, se les asignará el nombre de su clasificación, cabe resaltar que las figuras pueden estar en más de una clasificación.

### **Cuadro 3.4**

*Lista de afirmaciones para agrupación de cuadriláteros.*

- a) Agrupen cuadriláteros que tengan dos pares de lados opuestos paralelos.
- b) Agrupen cuadriláteros que no tengan lados, ni ángulos iguales.
- c) Agrupen cuadriláteros que tengan únicamente dos lados paralelos
- d) Agrupen cuadriláteros con uno de sus ángulos interiores mayor a  $180^\circ$
- e) Agrupen cuadriláteros con todos sus ángulos internos menores a  $180^\circ$

A continuación, presentamos la respuesta esperada de los estudiantes para cada ítem; Ítem a) se espera que los estudiantes identifiquen en esta categoría al rectángulo, rombo, cuadrado y romboide (paralelogramos), Ítem b) solo clasificaría la figura que tiene todos sus lados desiguales (trapezoide), Ítem c) clasificarían el trapecio isósceles y rectángulo (trapezios), ítem d) solamente clasificaría un cuadrilátero (cuadrilátero cóncavo), e Ítem e).

#### **3.3.6 Tarea 5. Casos particulares**

En esta actividad se usará el aplicativo kahoot en el que se enuncian oraciones en torno a las definiciones de cuadriláteros y su clasificación. Todos los estudiantes tendrán un dispositivo tecnológico para decidir de manera individual si las siguientes oraciones son verdades o falsas.

- *El cuadrado es rectángulo*
- *El cuadrado, rectángulo y rombo son paralelogramos*
- *Un rectángulo es un rombo*
- *El cuadrado es un rombo*
- *El romboide es un rombo*
- *El rectángulo es un cuadrado*
- *El rombo es un cuadrado*

- *El rombo es un romboide*
- *El cuadrado es un trapecio*
- *El trapezoide es un cuadrilátero cóncavo*
- *El trapecio isósceles es un paralelogramo*
- *El trapecio es un trapezoide*
- *El rombo es un trapecio*

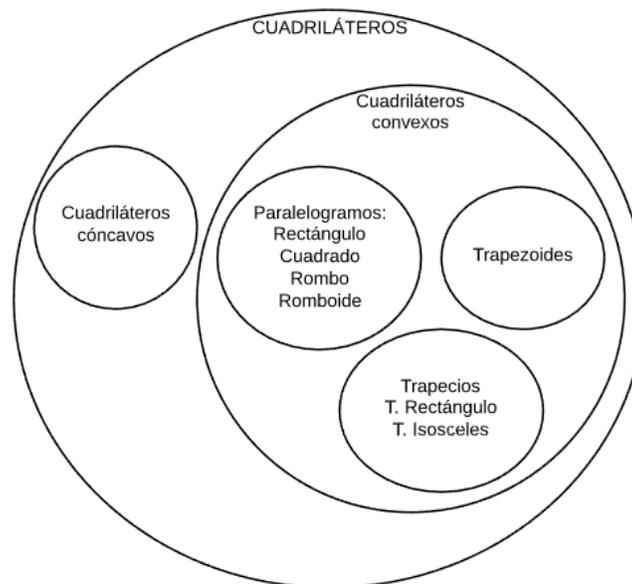
Cada vez que los estudiantes seleccionen su respuesta se propiciará el diálogo para compartir las justificaciones de cada elección. Se espera que los participantes hagan uso de las definiciones y la clasificación previamente construida.

### 3.3.7 Tarea 6. Clasificación conjuntista

El objetivo de esta actividad es que los estudiantes puedan construir una representación conjuntista empleando un material plano como se puede ver en la siguiente figura.

**Figura 3.5**

*Clasificación conjuntista de los cuadriláteros.*



(Fuente: propia)

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

Para esta actividad se tienen diferentes bolsas, cada una con el nombre de las categorías; cuadriláteros cóncavos, cuadriláteros convexos, cuadriláteros, no cuadriláteros, trapecios, trapezoides y paralelogramos. Después de trabajar con figuras de tres dimensiones se les darán figuras en 2d (un triángulo, un pentágono, un cuadrado, un rectángulo, un romboide, un trapecio isósceles, un trapezoide y un cuadrilátero cóncavo). Se les pide que metan en cada bolsa las figuras que corresponden a cada categoría y, una vez realizada esta fase, se les menciona considerar la posibilidad de meter bolsas en otras dependiendo las categorías.

#### **3.4 Prueba piloto**

Las tareas que se presentaron anteriormente, tuvieron algunas modificaciones y adecuaciones a partir de una prueba piloto realizada con un grupo de tres maestros que imparten en diferentes grados escolares.

La prueba piloto consistió en presentar el material manipulable y cada una de las tareas, nosotros les fuimos leyendo las tareas, con su objetivo e instrucciones. Uno de los maestros fue llevando a cabo algunas de estas tareas, y los otros escuchaban las instrucciones e iban tomando apuntes acerca de la pertinencia de la tarea, las instrucciones, la secuenciación y los objetivos. Posterior a la presentación de tareas, se realizó una reflexión, donde cada maestro comentaba su perspectiva y en base en las apreciaciones de los maestros se realizan cambios en cuanto a:

- Adición de tarea: se hace evidente una modificación en el orden de las tareas, al proponer la adición de una actividad inicial para introducir los prerrequisitos o conceptos para el desarrollo de toda la secuencia.
- Manipulación del material: para este ítem se hace hincapié en la guía precisa para el reconocimiento del material y su funcionamiento, dado que es un material que no han utilizado anteriormente.

- Corrección en las instrucciones: al plantear una secuencia de tareas para estudiantes con discapacidad visual, se hace necesario formular instrucciones precisas en cuanto a la manipulación del material y a lo que se quiere hacer con este, por lo tanto, fue necesario pensar y reflexionar en la instrucción guiada únicamente por el sentido del tacto.
- Evaluación del conocimiento adquirido: se llega a la conclusión que, como los estudiantes no están habituados a manejar este tipo de material en 3D, es necesario evidenciar si al manipular otras representaciones realizadas en hojas con relieve, en el geoplano o en cartón, los estudiantes identifican cada cuadrilátero y lo clasifican.

### 3.5 Aplicación

La secuencia de tareas fue implementada por los investigadores a cargo, y con el acompañamiento de la maestra María del Carmen Galíndez González. La maestra hizo una revisión de las actividades antes de la aplicación y nos mencionó algunas sugerencias, debido a su larga trayectoria en la educación para personas ciegas y a sus cargos actuales como fundadora e integrante del patrono de la *Asociación Mexicana Anne Sullivan I.A.P*, miembro de la *Asociación mexicana de educadores de personas con discapacidad visual A. C.*, voluntaria en el *Instituto Leyer's para ciegos* y autora de obras como *Guía didáctica del ábaco para ciegos y débiles visuales*, *Manual para la enseñanza de la signografía Matemática*, entre otras, nos brindó el espacio y su apoyo en el desarrollo de las tareas.

La secuencia de tareas se llevó a cabo en el Instituto Leyer's, que es una organización que brinda rehabilitación y asistencia social para ciegos y débiles visuales, también tiene a disposición material didáctico para el aprendizaje de esta población.

Las tareas se desarrollaron en tres sesiones cada una de 45 minutos, debido a la disponibilidad del instituto. La modalidad que se empleó en un primer momento es individual y posteriormente se trabajó en grupo, cada estudiante tuvo contacto con el material y con la dinámica a través de preguntas orientadoras. En la siguiente sección, explicamos brevemente

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

en que consiste cada tarea y los puntos más relevantes que encontramos en cada una. Durante cada una de las sesiones se recogió evidencia de audio, mas no se permitió el uso de video cámaras.

Como el instituto Leyer's brinda rehabilitación y asistencia social sin fines de lucro, la asistencia de los participantes no fue permanente, pero al menos 4 participantes estuvieron en todas las sesiones, por lo tanto, nos basaremos en esas opiniones para hacer el análisis.

#### **3.5.1 Informantes**

El Instituto Leyer's nos permitió realizar la aplicación de la secuencia de tareas, con un grupo de asistentes. En una primera sesión se tuvo la asistencia de seis participantes, en la segunda fueron cinco participantes y en la última sesión ocho participantes, como lo mencionamos anteriormente nos basaremos en la respuesta de cuatro de los asistentes, porque fueron los que permanecieron en las tres sesiones.

Las cuatro personas tienen ceguera total, dos estudiantes de grado quinto (Luis y José, nombres ficticios) y dos de grado sexto (Rafael y Ángela, nombres ficticios) de educación básica, cuyas edades oscilan entre los 10 y 12 años. Estos participantes ya han trabajado las nociones básicas del número, e incluso saben manejar el ábaco para realizar operaciones de suma y resta, también tienen nociones elementales de geometría, pero en la mayoría de ocasiones en sus aulas regulares no tienen un apoyo auxiliar.

## Capítulo 4

### ANÁLISIS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presenta el análisis de la información obtenida en la secuencia de tareas. En base en el marco teórico, el análisis está dividido a partir de los tres procesos geométricos y en estos tres procesos inmersamente se discute acerca del pensamiento de los estudiantes y la pertinencia del material propuesto.

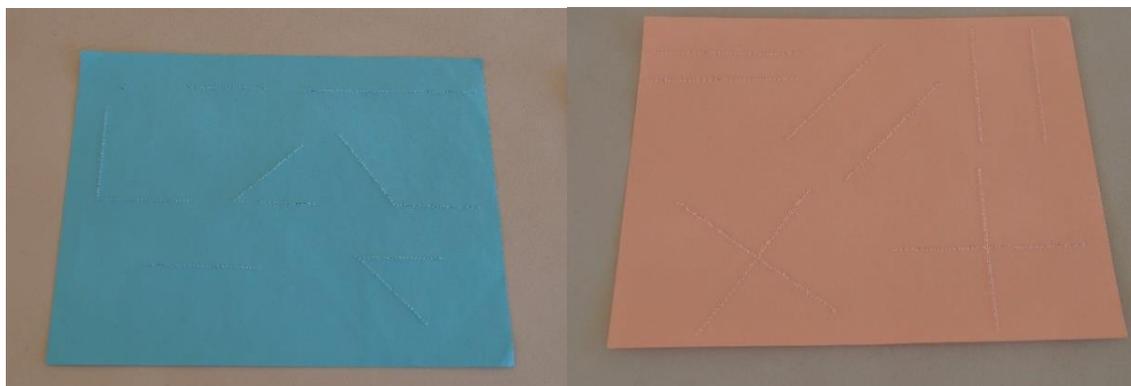
En el cuerpo del análisis encontrarán cuadros con fragmentos de diálogo, la abreviatura Prof. hace referencia al investigador y se asignaron nombres ficticios a los cuatro participantes. Como estamos usando fragmentos de diálogos en todas las tareas, no hay una secuenciación cronológica en la globalidad del análisis.

Los tres materiales que estuvieron presentes en diferentes momentos de la secuencia son:

Material en relieve (Figura 4.1): Este primer material se diseñó en hojas de colores y con el punzón se hizo el relieve para representar; el punto, el segmento, una representación de recta, todos los tipos de ángulos, segmentos paralelos y segmentos perpendiculares. Este material fue utilizado en la sesión dirigida.

#### Figura 4.1

*Material en relieve utilizado en la sesión dirigida.*



(Fuente: propia)

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

Material tridimensional: Este material esta compuesto por dos estructuras. La primera estructura (Figura 4.2) representa el segmento y la segunda estructura (Figura 4.3) representa el ángulo, al hacer un encaje entre las dos estructuras se puede formar ángulos (Figura 4.4) y posteriormente se puede construir representaciones de figuras geométricas (Figura 4.5). Este material se utilizó desde la tarea uno hasta la tarea cinco.

**Figura 4.2**

*Representación del segmento con el material tridimensional utilizado en la tarea 1.*



(Fuente: propia)

**Figura 4.3**

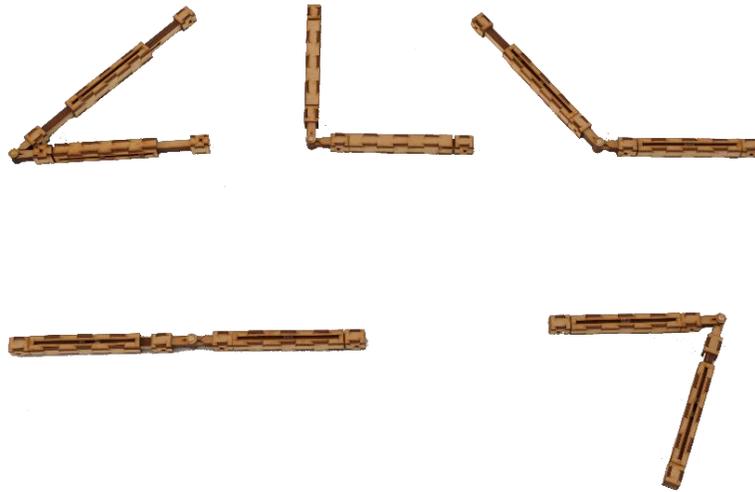
*Representación del ángulo con el material tridimensional utilizado en la tarea 1.*



(Fuente: propia)

**Figura 4.4**

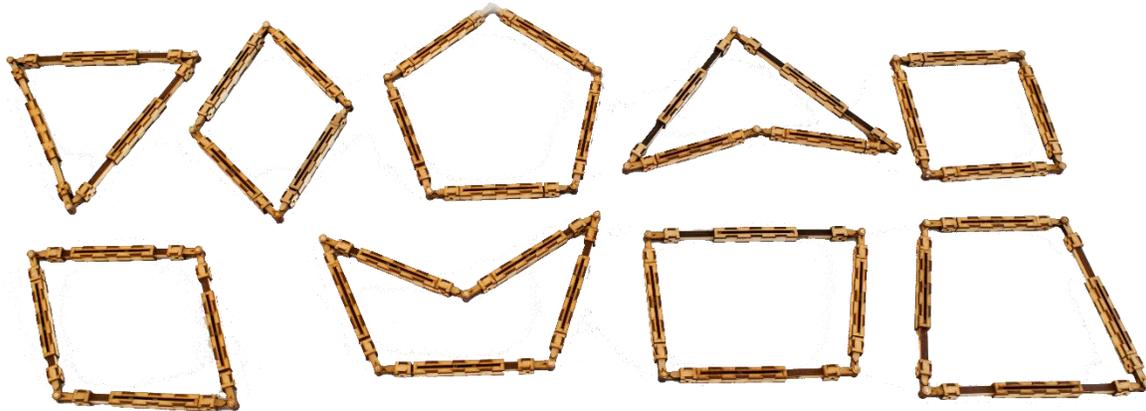
*Representación de todos los tipos de ángulo formado al encajar los segmentos para la tarea 1.*



(Fuente: propia)

**Figura 4.5**

*Representación de las figuras geométricas utilizadas para la tarea 2, 3, 4 y 5.*



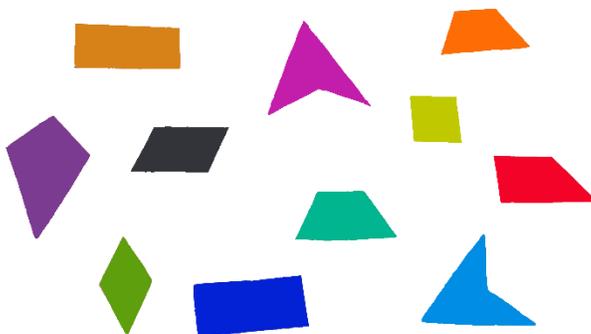
(Fuente: propia)

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

Material bidimensional (Figura 4.6), este material se utilizó para la última tarea de la secuencia. Este material bidimensional es conocido para ellos y queríamos observar si podrían reconocer en este material las figuras geométricas estudiadas con el material en 3D.

#### **Figura 4.6**

*Material bidimensional utilizado en la tarea 6.*



(Fuente: propia)

#### **4.1 Análisis para el proceso de visualización**

Se decide organizar el análisis de este proceso, exponiendo los tres momentos de la visualización que tuvieron lugar en la aplicación y son mencionados por Acevedo y Camargo (2011).

En los fragmentos de la sesión dirigida y de la tarea 1 es donde se puede evidenciar claramente el proceso de visualización. Aunque la visualización está inmersa en los procesos de definir y clasificar, por lo tanto, este proceso está implícitamente relacionado en toda la secuencia y el sentido del tacto es el sentido predominante para la construcción de imágenes mentales.

#### 4.1.1 La organización

En el caso de los estudiantes con discapacidad visual, el sentido que permite este primer momento es el del tacto, por lo tanto, se trabaja con materiales que puedan tocar y manipular.

El estudiante ciego puede percibir e identifica la representación del segmento y la línea a partir de la representación en un material en relieve como se puede evidenciar en el siguiente diálogo:

- Prof:*     *¿Qué están tocando?*  
*Luis:*     *Muchos puntos.*  
*José:*     *Una línea.*  
*Prof:*     *Piensen en los elementos que sintieron en las hojas con relieve.*  
*Ángela:*   *Es una línea.*  
*Prof:*     *Esa línea que sienten se llama segmento tiene dos extremos, podríamos decir que tiene un inicio y un fin, entonces el segmento son todos los puntos entre esos dos extremos.*  
*Prof:*     *En el mismo renglón hay otro objeto ¿qué es?*  
*José:*     *Una línea más grande.*

También se realizó el mismo trabajo de visualización para la representación de punto, ángulo, rectas paralelas y rectas perpendiculares. Se puede observar que los estudiantes hacen relaciones con algunos objetos ya conocidos.

Después del trabajo previo con las hojas en relieve, procedemos al uso del material tridimensional y observamos que el estudiante ciego comenta cómo percibe la estructura que representa el segmento y la puede relacionar con el segmento palpado en relieve.

- Prof:*     *¿Qué sienten que es esa pieza o que se les parece?*  
*Luis:*     *Parece a un palo.*  
*Prof:*     *Piensen en los elementos que sintieron en las hojas con relieve.*  
*Ángela:*   *Es una línea.*  
*Prof:*     *Muy bien esta estructura va a representar el segmento. Recuerden que un segmento tiene un inicio y un fin.*  
...  
*Prof:*     *Construya tres segmentos de diferentes tamaños.*  
*José*     *Voy hacer uno chiquito, uno medio y uno más grande.*

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

También se puede evidenciar que los estudiantes logran construir segmentos con distintas longitudes. Algunos participantes sobrepusieron los segmentos para identificar el inicio y, así hacer que los segmentos no tuvieran la misma longitud, otros simplemente por medio del tanteo determinaron la longitud de cada uno y después comparaban, pero la mayoría organizó los tres segmentos en línea e iban alargando y comparando para obtener los tres segmentos no congruentes.

La sesión dirigida y la actividad 1 tenían el objetivo de identificar las estructuras y sus características, para que los estudiantes pudieran familiarizarse con los objetos geométricos descritos en la tabla 3.3.1. Se observó que los participantes pudieron relacionar el conocimiento inicial con la representación en relieve y el material tridimensional sin mayor dificultad.

Concretamente, en la actividad 1 se hizo énfasis en la definición del segmento como parte de una recta, la cual se puede medir y tiene dos extremos y a partir de esto, los estudiantes fueron capaces de construir segmentos de diferentes tamaños y también pudieron identificar segmentos congruentes, por lo tanto, evidenciamos que el estudiante ciego puede determinar qué; un segmento tiene dos extremos (inicio y fin), la longitud del segmento cambia y puede relacionar las representaciones en los dos tipos de material,

En esta misma actividad, los participantes perciben los tipos de ángulos en el material en relieve y posteriormente en el material en 3D. Cuando el participante quería hacer referencia a su amplitud empleaban palabras como; “*más grande*” o “*más chiquito*”, aunque se hiciera énfasis en decir “*mayor que 90 grados*”, “*menor que 90 grados*”, “*de 90 grados*” y “*mayor que 180 grados*”, por tal razón se evidencia que los participantes no acostumbran a usar un lenguaje formal, concretamente con respecto a la escala de medición. Considero que, en un estudio próximo, el uso del transportador puede ser el instrumento que brinde seguridad en cuanto a las mediciones y, a su vez, el estudiante pueda expresar sus resultados en un lenguaje geométrico.

Acevedo y Camargo (2011) mencionan que, en este momento inicial, la información visual es obtenida a partir de los sentidos, normalmente a través de la vista. En este caso el estudiante ciego usa el sentido del tacto y la percepción háptica, para identificar los elementos geométricos.

#### 4.1.2 *El reconocimiento*

En este momento del proceso de visualización, observamos que los estudiantes identifican algunas características de los objetos que se les presentan, analizan y hacen relaciones entre estos objetos y los que ya conocen.

En el siguiente diálogo se evidencia que los estudiantes relacionan la forma del ángulo agudo en relieve con la forma del signo “*mayor que*”, y después el ángulo obtuso en relieve con la forma del signo “*menor que*” y, para expresar la amplitud mayor simplemente decían que el signo era “*más grande*”.

*Prof:* Van a tocar el siguiente elemento está en el renglón de abajo al lado izquierdo ¿qué es eso? [...].

*Prof:* Toquen el siguiente elemento al lado derecho de ese. ¿qué es?

*José:* Es un mayor que. [...].

*Prof:* Ese elemento que están sintiendo también es un ángulo, pero tiene menor amplitud que el recto, entonces su medida es menor que 90 grados, por eso es un ángulo agudo. Toquemos el siguiente ángulo

*Luis:* Es un ángulo más grande.

*José:* Es un menor que más grande.

Fue necesario aclarar la diferencia en las direcciones del signo mayor que y menor que porque había confusión. Lo que se puede resaltar es que los participantes relacionan la estructura que representa el ángulo con un objeto matemático que ya conocían.

Empleando el mismo material en relieve para representar segmentos perpendiculares, se evidencia en el siguiente diálogo que los participantes vuelven a analizar y relacionar los segmentos perpendiculares con objetos que tienen una forma similar:

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

- Prof:* *Toquen la parte superior izquierda ¿Qué sienten?*  
*José* *Es una cruz.*  
*Luis:* *Es el signo de más.*  
*Prof:* *Sientan que en esa cruz o en el signo del más, hay dos segmentos que se están intersecando, ¿qué quiere decir eso? que se cortan o se cruzan y me están formando ángulos ¿Qué tipo de ángulos están formando?*  
*Rafael:* *Ángulos rectos.*  
*José:* *Sí, hay una L.*  
*Prof:* *Estos segmentos que se intersecan y forman ángulos rectos se llaman segmentos perpendiculares. Continuemos, toquen la figura que está a la derecha ¿Qué sienten?*  
*José:* *Se parece, son los mismos.*  
*Prof:* *¿Cómo son esos ángulos?*  
*José:* *Como una L, ahora ya no es una cruz es el signo por.*

Los participantes mencionan que los segmentos perpendiculares tienen forma de “cruz” o “signo más”, en este comentario se evidencia que, a partir de la forma del objeto geométrico los estudiantes lo relacionan con un objeto cotidiano o matemático, así mismo ocurre cuando se rotan las perpendiculares, los participantes mencionan que es el signo “por”. Se evidencia una carencia en el lenguaje geométrico y la necesidad de expresar sus ideas empleando objetos con la misma forma, sin darle importancia a las propiedades que deben cumplir los objetos geométricos.

Fue necesario indagar sobre el tipo de ángulos que forman las perpendiculares para determinar si el participante puede visualizar el tipo de ángulo. En las respuestas podemos ver que un estudiante sí hace mención del ángulo recto, por lo tanto, se considera que el estudiante construyó la imagen mental, puede identificarla y nombra correctamente el objeto geométrico, pero otro estudiante sigue mencionando la forma de “L” para referirse al ángulo recto.

Con el mismo material en relieve se representaron los segmentos paralelos, en esta parte, una participante comenta en el siguiente diálogo que son “líneas acostadas” para referirse a paralelas:

- Prof:* *Vamos a sentir el siguiente elemento en la parte inferior izquierda. ¿Qué sienten?*
- Luis:* *Yo siento dos líneas acostadas.*
- Prof:* *¿Estos segmentos se intersecan o se cruzan?*
- Ángela:* *No, no se tocan.*
- Prof:* *Van a sentir que esos segmentos están a la misma distancia siempre. Y esos segmentos se llaman segmentos paralelos.*

Se le preguntó a la maestra que está a cargo habitualmente del grupo porqué la terminología de “*líneas acostadas*”, ella nos comentaba que les había hecho una actividad para explicarles las rectas paralelas con palos de pincho y había mencionado esa connotación, entonces el participante lo recordó y lo relacionó, si bien no es una frase clara, está evocando a la relación de paralelismo en dos situaciones.

Posterior a este trabajo los participantes usaron el material tridimensional, en un primer momento palparon el ángulo recto y se evidencia en el siguiente diálogo que uno de los participantes menciona que el ángulo recto es la mitad del cuadrado, esto hace referencia a un análisis de lo que es la figura geométrica del cuadrado y la puede descomponer para hacer una relación con lo que está sintiendo.

De acuerdo con Papadaki (2015) se evidencia en los extractos de diálogo que los niños ciegos describen sus pensamientos geométricos en términos informales o asociándolos con objetos de su vida cotidiana.

De manera general, observamos que los estudiantes ya tienen en su mente alguna imagen de los objetos geométricos abordados y que pueden relacionar el mismo objeto geométrico en diferentes materiales. Y con respecto a este momento del proceso de visualización, se evidencia que va a estar presente en los procesos de definir y clasificar, porque el aprovechamiento cognitivo de la información visual sucede y el participante hace un análisis de la información que está percibiendo por medio del sentido del tacto.

### **4.1.3 La representación de información**

Este es el último momento de la visualización y abarca la comunicación que emite el estudiante acerca de los resultados obtenidos a partir de los dos momentos anteriores, podría entenderse, como la conclusión de un proceso de organización táctil y de reconocimiento cognitivo. Este momento se pudo evidenciar en las siguientes acciones; (a) en la construcción de segmentos congruentes o en la construcción de los tipos de ángulos, (b) clasificación de figuras en cuadriláteros y no cuadriláteros, (c) en la asignación de una figura o varias figuras respecto a una definición o una categoría y (d) en la agrupación conjuntista.

Primero se tuvo una manipulación táctil y después un proceso cognitivo donde el estudiante tiene presente las características de los objetos y hace un análisis para realizar una determinada tarea, empleando una estrategia para lograr el resultado requerido.

De manera general, en cuanto a este proceso geométrico, podemos decir que los estudiantes visualizan los cuadriláteros haciendo uso de los tres materiales diferentes y, por medio del sentido del tacto, manipulan las diferentes representaciones para hacer una imagen mental de un cuadrilátero en particular y así resolver las tareas que se les proponen.

## **4.2 Análisis para el proceso de definición**

Para describir este proceso emplearemos fragmentos de la tarea 3 y 5.

### **4.2.1 Proceso de definición en la tarea 3**

De manera general, en esta tarea los participantes escuchaban las definiciones, tocaban las figuras e identificaban cuál era la figura que satisfacía la definición. Cabe mencionar que, anterior a esta tarea, los participantes habían tenido un primer acercamiento a las figuras geométricas por medio de la visualización de su representación, y este proceso les permitió identificar cantidad de segmentos, cantidad de ángulos y la forma que tiene cada figura, para clasificarlas en cuadriláteros y no cuadriláteros.

- Prof:* Identifiquen la figura que tiene cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos.
- Rafael:* Esta tiene sus cuatro ángulos rectos.
- Luis:* Esta también.
- Prof:* Y... ¿cuál de esas figuras tiene cuatro lados con la misma medida?
- Ángela:* La mía.
- Prof:* ¿Ángela: y tu figura tienen todos sus ángulos rectos?
- Ángela:* No, son diferentes.
- Prof:* ¿Alguno la encontró?
- Luis:* Es la mía, tiene sus cuatro lados iguales también.
- Prof:* Luis: pásala a tus compañeros para que la toquen ¿todos están de acuerdo?
- Ángela:* Pues si es un cuadrado.
- Prof:* Así es, entonces un cuadrado es una figura geométrica con cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos. Continuemos... ¿quién tiene una figura geométrica con todos sus ángulos rectos?
- Rafael:* Ahora si es la mía.  
Deja que tus compañeros la sientan ¿todos de acuerdo?
- José:* Yo sí.
- Prof:* ¿Alguno sabe cómo se llama ese cuadrilátero?
- Ángela:* Es un rectángulo.
- Prof:* Entonces un rectángulo va a ser un cuadrilátero con cuatro ángulos rectos.

En el anterior diálogo se evidencia que, la visualización permite que los participantes identifiquen las características de los objetos geométricos usando la representación tridimensional.

Asimismo, observamos que es necesario hacer énfasis en todas las características que debe cumplir la representación dada la definición porque pueden omitirlas, después que los participantes identifican las figuras se procede a asignarle el nombre de cuadrado y rectángulo respectivamente.

También se evidencia que los participantes tienen dificultades al identificar la amplitud del ángulo, excluyendo al ángulo recto que por su forma de “L” es una imagen mental precisa que identifican.

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

- Prof:* ¿quién tiene un cuadrilátero con un ángulo mayor a 180 grados?  
*Rafael:* El mío tiene un ángulo recto.  
*Luis:* No es este.  
*Prof:* ¿ninguno lo identifica? Van a pasarle su cuadrilátero al compañero de la derecha.  
*José:* Este no es [...].  
*Prof:* ¿quién tiene un cuadrilátero con sus lados y ángulos opuestos iguales?  
*Luis:* Este no es.  
*Ángela:* ¿qué son opuestos? [...].  
*Prof:* Si quieren pasen a su compañero de la derecha la figura geométrica, y digan si alguno lo encuentra.  
*José:* Creo que yo, es un rectángulo acostado.  
*Prof:* Tóquenlo todos. ¿alguno sabe cómo se llama?  
*Luis:* No, yo no.  
*Prof:* Se llama romboide y es un cuadrilátero con sus lados y ángulos opuestos iguales.

En el anterior diálogo se evidencia que, en un primer momento, en el cuadrilátero cóncavo no lograron visualizar el ángulo cóncavo, en este caso es necesario el uso de elementos como el transportador para poder medir y así asegurar que el estudiante logre visualizar la abertura mayor de 180 grados. Posteriormente, para el romboide, los participantes identifican lados congruentes después de hacerles la aclaración de lo que significa la palabra opuestos, pero para la identificación de ángulos opuestos congruentes presentan dificultades y solo un participante lo menciona, aunque duda de su afirmación.

Los participantes no presentan dificultad para encontrar la representación del rombo, pero un participante menciona que “*es un cuadrado aplastado*” y de manera similar para el romboide menciona que es “*un rectángulo acostado*” estos comentarios nos permiten evidenciar que, la forma es un criterio primordial para identificar las figuras geométricas.

Para las definiciones de los trapecios, los participantes presentan dificultades con los conceptos de paralelismo y es necesaria la intervención de la maestra para identificar los segmentos paralelos y, después de esto, los estudiantes usaron como estrategia sus dos

manos, cada una en un segmento, y las movían para determinar que siempre mantenía la misma distancia;

*Prof:* Sigamos... identifiquen o encuentren el cuadrilátero con un par de lados paralelos y los lados que no son paralelos son iguales.

*Luis:* ¿Qué era paralelos?

*Prof:* Qué no se intersecan y mantienen la misma distancia de un segmento al otro.

*Luis:* Es paralelo este a este.

*Rafael:* El mío es, este con este paralelo.

*Prof:* ¿y los lados no paralelos son iguales?

*Luis:* Si, maestra.

Es evidente que algunos de los estudiantes ya habían trabajado estas definiciones y las asociaban a un nombre conocido, pero en este proceso observamos que, por medio de la identificación de características, se podía plantear una definición formal para cada cuadrilátero.

De manera general, desde la tarea 2, el participante está visualizando el cuadrilátero a partir de una representación tridimensional, desde ese punto se está formando la imagen del concepto en su cabeza y, en esta tarea 3, se procede a refinar esa imagen, porque se conocen las características mencionadas en la definición para después proceder a asignarle el nombre. El anterior procedimiento está caracterizado por ser la construcción de la definición de manera descriptiva (a posterior), porque después de que se ha construido una imagen del concepto y se realiza una caracterización del mismo, se identifica como la única figura que satisface todas las condiciones para proceder a asignarle la definición formal y la imagen del concepto ya está desarrollada antes de pasar a la formulación de la definición de del concepto (Freudenthal, 1973).

#### ***4.2.2 Proceso de definición en la tarea 5***

En el planteamiento de esta tarea se mencionó el uso del juego kahoot, pero debido a la disponibilidad de aparatos electrónicos, se decidió desarrollarlo en forma de diálogo. En la Tabla 4.1 se presentan las respuestas a las afirmaciones mencionadas.

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

**Tabla 4.1**

*Respuestas y justificaciones a las afirmaciones en la tarea 5.*

No.	Afirmación	Verdadero	Falso	Justificación
1	El cuadrado es un rectángulo.		X	Ángela: Porque una figura es una y la otra es otra.
2	El cuadrado, rectángulo y rombo son paralelogramos.	X		Ángela: Tienen paralelas
3	Un rectángulo es un rombo.		X	Luis: No, el rectángulo no se parece al rombo.
4	El cuadrado es un rombo.	X		José: Sí, porque, si lo giramos, sí puede ser.
5	El romboide es un rombo.		X	Rafael: El rombo tiene sus cuatros lados iguales y el romboide no.
6	El rectángulo es un cuadrado.		X	Rafael: No, porque no tiene todos sus lados iguales.
7	El rombo es un cuadrado.		X	Ángela: No tiene la forma.
8	El rombo es un romboide.		X	Rafael: No, porque un rombo es un rombo y el romboide es otra figura.
9	El cuadrado es un trapecio.		X	Rafael: Es que el trapecio no tiene lados iguales y, aparte, hay varios tipos de trapecio y no se parecen al cuadrado.
10	El trapecio isósceles es un paralelogramo.		X	Ángela: No, por las paralelas, en ese grupo solo van los que tienen dos pares de lados paralelos.
11	El rombo es un trapecio.		X	Ángela: El rombo tampoco va en ese grupo de los trapecios.

Teniendo en cuenta la anterior tabla observamos que algunos de los estudiantes ciegos justifican su respuesta haciendo uso de diferentes aspectos:

- Las definiciones: Están presentes en la afirmación 5, 6 y 9, observemos que hacen referencia a comparar las longitudes de lados, pero ninguno menciona las diferencias en cuanto a los ángulos.
- Las características para clasificarlas en un determinado grupo: Se evidencia en la afirmación 2, 10 y 11, los estudiantes mencionan en un primer momento las paralelas para hablar de paralelogramos, aunque no hacen la salvedad que deben ser dos pares de lados paralelos, pero posteriormente si lo mencionan. También se observa que identifican las figuras geométricas que pertenecen o no a una clasificación.
- La forma de los cuadriláteros: este uso está en la afirmación 1, 2, 4, 7 y 8. Es el criterio con mayor uso, y es algo razonable, teniendo en cuenta los estímulos a los que han sido sometidos los estudiantes, no solo en estas sesiones, sino a lo largo de todo su trayecto escolar.

Ante algunas de las justificaciones la maestra intentó persuadir a los estudiantes:

*Prof: El cuadrado es un rectángulo.*

*Rafael: No.*

*Prof: ¿Seguros? ¿quién me dice la definición?*

*José: Tiene cuatro ángulos rectos y cuatro lados iguales.*

*Prof: Y la definición de rectángulo es...*

*José: Tiene cuatro ángulos rectos.*

*Rafael: Y tienen sus lados este y este iguales, y este y este iguales.*

*Prof: Lo que estás diciendo es que los lados opuestos de un rectángulo son iguales.*

*Rafael: Sí, por eso no puede ser.*

*Prof: Pero en la definición que planteamos no hablamos de longitud de lados, solo dijimos que tiene sus cuatro ángulos rectos. ¿entonces...?*

*Luis: Entonces si sería verdadero.*

*Rafael: No, porque el rectángulo no puede ser cuadrado tendríamos que cortar un pedazo y ahora sí. No maestra, tendríamos que alargarlo, por su forma.*

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

En el anterior fragmento se evidenció que los participantes tienen una imagen mental ya construida para el rectángulo, por lo tanto, sienten la necesidad de modificar la forma de la representación que se les presentó. En cuanto a la definición de rectángulo, los participantes mencionan una propiedad (figura geométrica con dos pares de lados opuestos concurrentes) como si hiciera parte de la definición. Podemos decir que los estudiantes conciben la definición exclusiva apropiada para la imagen mental que tienen y no permiten un cambio de definición. Consideramos que los participantes justifican su elección usando la definición de memoria, pero no analizan que la propiedad que emplean también se satisface en el cuadrado.

De manera general, se observa que la mayoría de los participantes tienen un pensamiento concreto y fundamentado en la forma de la figura, haciendo a un lado la definición formal. Ellos le dan prioridad a los atributos físicos dado que el tacto es el sentido que tiene mayor protagonismo en su vida cotidiana y escolar. Por lo tanto, muchos de los estudiantes no se apropiaron de las nuevas definiciones.

#### **4.3 Análisis para el proceso de clasificación**

Para este proceso mencionaremos fragmentos de la tarea 2, tarea 4 y tarea 6.

##### ***4.3.1 Proceso de clasificación en la tarea 2***

En esta tarea se les dieron todas las figuras geométricas (cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, cuadrilátero cóncavo, triángulo, pentágono convexo, pentágono cóncavo) y después se les dijo que hicieran dos grupos, debido al espacio y a las condiciones de los participantes trabajamos en una mesa grande así que a un lado “derecho cerca a la ventana” iba un grupo y el otro “al lado cerca de la puerta”.

El primer grupo contenía el rectángulo, el cuadrado, el rombo y el triángulo y el segundo grupo lo formaron con el pentágono cóncavo, cuadrilátero cóncavo, pentágono regular y *trapezio isósceles*;

- Luis: *La mía es un cuadrado.*  
José: *El mío tiene 4 segmentos y 4 vértices.*  
Prof: *¿Quién quiere empezar?*  
José: *La mía va a quedar cerca de la ventana. [refiriéndose al rectángulo].*  
Luis: *La mía también va a quedar cerca de la ventana.*  
Prof: *¿Por qué?*  
Luis: *Porque tiene cuatro lados. [refiriéndose al cuadrado].*  
José: *Esta va a quedar cerca de la puerta. [refiriéndose al romboide].*  
Prof: *¿Por qué?*  
José: *Porque sus ángulos son diferentes.*  
Prof: *¿Cómo sabes que son diferentes?*  
José: *Porque tienen diferente forma [...].*  
Ángela: *Este debe ir cerca de la ventana [refiriéndose al Rombo]*  
Prof: *¿Por qué?*  
Ángela: *Porque tiene la misma forma [refiriéndose a la forma del cuadrado y rectángulo]*  
José: *Esta figura iría cerca a la puerta, porque los ángulos son diferentes. [refiriéndose al triángulo].*  
Prof: *¿Los demás están de acuerdo?*  
Luis: *Si, yo estoy de acuerdo [...].*  
Rafael: *Como sus ángulos son diferentes, va cerca de la puerta. [refiriéndose al pentágono regular].*  
Luis: *Este, cerca de la puerta. [refiriéndose al pentágono cóncavo].*

En un momento inicial Luis y José eligieron la cantidad de lados para poner juntas las figuras de rectángulo y cuadrado. Posteriormente, José decide que el paralelogramo debe ir al otro lado ya que sus “*ángulos son diferentes*” y, como justificación, dice que la forma de los ángulos es diferente. Se puede evidenciar que el estudiante está clasificando según la forma de ángulo recto a un lado y los otros ángulos en el otro grupo, entonces, el participante no está teniendo en cuenta la amplitud de los ángulos, sino su forma como criterio, y así se puede seguir evidenciando en el fragmento que algunos repiten el argumento de ángulos diferentes sin hacer alguna distinción.

En otro momento, Ángela dice que el rombo “*debe ir cerca de la ventana*”, y su justificación es “*porque tiene la misma forma*”. Esta participante está pensando en un criterio que no tiene que ver con la amplitud de ángulos, sino con la forma de toda la figura. Posteriormente, la discusión de los estudiantes se basa en la distinción de ángulos iguales y

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

diferentes para formar los dos grupos de figuras. Notamos que los estudiantes establecen características no exhaustivas para diferenciar a los dos conjuntos. En el primer caso, el cuadrado y rectángulo cumplen con la característica de identificación. Sin embargo, el triángulo no cumplía con dicha característica. Algo similar sucede en el conjunto de figuras a las que atribuyeron tener ángulos diferentes, ya que contemplaron al pentágono regular dentro de dicho conjunto. Cabe señalar que la partición en dos conjuntos era libre. Una de las posibilidades era tomar a la congruencia de ángulos, tal como lo propusieron los estudiantes. Sin embargo, se esperaba que la discusión llevara hacia la consideración de los cuadriláteros y no cuadriláteros.

La maestra decide intervenir para direccionar la actividad, es así como se direcciona la actividad y se les propone hacer otra clasificación con un criterio distinto:

- Prof:*     ¿Existe otro criterio?  
*Ángela:*  Figura cuadrada y como triángulos.  
*José:*     Por las partes.  
*Prof:*     ¿Así podemos hacer los dos grupos?  
*Ángela:*  No, porque no todos son figuras cuadradas.  
*Prof:*     José, ¿qué quieres decir con por partes?  
*José:*     Lados y vértices.  
*Prof:*     Ok, José propone tener en cuenta los lados y los vértices, pero  
              ¿cómo formamos los dos grupos?  
*Ángela:*  ¿Los contamos?

Después de decidir contar las figuras se da el siguiente diálogo:

- Luis:*     El mío tiene tres lados. [triángulo].  
*Rafael:*  El mío cinco. [pentágono convexo].  
*José:*     Cuatro lados. [cuadrado].  
*Ángela:*  El mío cinco. [pentágono cóncavo].  
*Rafael:*  El mío va con el de la Ángela.  
*Prof:*     Tomen otra figura. [Cuadrilátero cóncavo].  
*José:*     Este es ...  
*Ángela:*  Pues tiene dos picos, pero ... tiene cuatro lados va con el de tuyo  
              José.  
*Prof:*     Les voy a poner las otras figuras en el centro de la mesa ustedes  
              elijan y organícenlas.  
*Luis:*     No hay más triángulos.

*José: Este es un rectángulo va aquí.*  
*Ángela: Cuatro lados es el en grupo de José. [Romboide].*  
*Rafael: Este también. [Trapezio isósceles].*

Los participantes cuentan la cantidad de lados, y cuando llegan a clasificar el cuadrilátero cóncavo mencionan que “*tiene dos picos*”, estos participantes tienen muy presente la forma de los objetos y se podría pensar que no sabrían donde clasificarlo, pero debido a la claridad del criterio lo clasifican en el grupo de figuras con cuatro lados.

Al finalizar el conteo y la organización, les quedaron tres grupos:

*Prof: ¿Cuántos grupos tienen?*  
*Luis: Tres, maestra.*  
*Prof: Recuerdan que la tarea era armar dos grupos.*  
*Rafael: Sí, pero nos quedan tres.*  
*Prof: Bueno, está bien nos concentraremos en solo un grupo, el grupo de los cuadriláteros que son todas las figuras de cuatro lados y cuatro ángulos.*

Una vez que separaron las figuras entre cuadriláteros y no cuadriláteros, se les propuso realizar, nuevamente dos grupos con únicamente los cuadriláteros (Agregamos un trapecio isósceles y un trapecio rectángulo):

*Prof: Bueno ahora solo tenemos el grupo de los cuadriláteros, que son figuras de cuatro lados y cuatro ángulos. Les voy a agregar otros cuadriláteros y se los estoy poniendo en el centro de la mesa, deben volver a agruparlos en dos grupos.*  
*Rafael: ¿Con vértices o con lados?*  
...  
*José Yo no sé, todos se parecen.*  
*Luis: Sí, son iguales [...].*  
*Ángela: Este es diferente. [cuadrilátero cóncavo].*  
*Prof: ¿Por qué?*  
*Rafael: Claro que no, tiene cuatro ángulos y cuatro segmentos*  
*Ángela: Pero tiene forma diferente.*  
*Prof: ¿Por qué tiene forma diferente?*  
*Ángela: Se siente, no es cerrada.*

### *Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

La primera reacción de los estudiantes fue usar el criterio que ya conocían, pero en este caso, se dieron cuenta que no servía. Les tomó algunos minutos encontrar alguna característica diferente, una participante menciona la forma diferente del cuadrilátero cóncavo (anteriormente había mencionado “*tiene dos picos*”) y menciona que “*no es cerrada*”, sus compañeros no estaban de acuerdo, así que fue necesario la intervención para explicar porqué ese cuadrilátero tenía una forma diferente.

Los participantes sintieron e identificaron en las figuras los ángulos agudos, obtusos y rectos, pero presentaron dificultad para identificar el ángulo cóncavo, no lograron visualizarlo dentro de la figura.

#### ***4.3.2 Proceso de clasificación en la tarea 4***

Como los estudiantes habían manipulado las figuras con anterioridad e identificaron sus características, no presentaron dificultades para armar los grupos. Agruparon cuadriláteros con dos pares de lados opuestos paralelos (romboide, cuadrado, rectángulo y el rombo), un par de lados paralelos trapecios (Trapecio rectángulo e isósceles) y el otro grupo era el de los cuadriláteros cóncavos.

#### ***4.3.3 Proceso de clasificación en la tarea 6***

En esta tarea observamos que ellos reconocen cada figura (cuadrado, rectángulo, rombo, romboide, trapecio isósceles, trapecio rectángulo), pueden clasificarlas en paralelogramos y trapecios, y pueden identificar cuales son cuadriláteros cóncavos y convexos. En el cambio de material tridimensional a bidimensional no presentaron dificultades.

De manera general, en cuanto a este proceso, se evidenció que los participantes clasifican de manera particional, aun cuando se hace referencia a las definiciones los estudiantes no logran hacer una clasificación jerárquica porque tienen un pensamiento muy concreto asociado a los estímulos recibidos, no conciben la clasificación jerárquica porque

no aceptan que dos figuras con diferente forma satisfagan una misma definición. Como lo dijo Camargo y Acosta (2012), en esta situación es pertinente hacer énfasis en los procesos de razonamiento teórico, sin llegar al extremo que sean el único medio para razonar y dejar de lado los procesos de intuición y percepción, es conveniente tomar acciones enfocadas en la reflexión del pensamiento geométrico y no en una memorización de esta.

*Geometría fuera de vista: Clasificando cuadriláteros.*

## CONCLUSIONES

Esta investigación nos ha proporcionado gran cantidad de datos de interés para el campo de la enseñanza y el aprendizaje de la geometría en personas con discapacidad visual, pudimos implementar una secuencia de tareas para desarrollar tres procesos geométricos.

En el proceso de visualización, si bien es cierto que, el sentido del tacto permite manipular el material y llegar a la visualización de la figura geométrica para identificar las propiedades de esta misma, también observamos que este razonamiento es muy elemental y no supera el Nivel 1 de van Hiele ya que identifica atributos físicos y globales de las figuras, pero no puede formular una propiedad matemática. Consideramos que es necesario mayor reflexión y un trabajo más profundo en cuanto al razonamiento del participante para confirmar esas ideas intuitivas y así asegurar la construcción de imágenes integrales.

En el proceso de definición, consideramos que los participantes tenían experiencias *a priori*, las cuales se basaban en memorización de definiciones exclusivas que propician una clasificación particional. Los participantes son capaces de formular atributos físicos que obtienen de manera intuitiva, pero no aceptan un cambio de definición y por lo tanto no pueden usar definiciones inclusivas.

En cuanto al proceso de clasificar, se evidenció que el participante clasifica de manera particional, porque le da mayor valor a lo que siente que a las definiciones que se pudieron construir. Como ya lo mencionamos, las experiencias pasadas de los participantes se basaron en definiciones exclusivas y, dado que su pensamiento es muy concreto por su forma particular de visualizar, los estudiantes no pueden aceptar que dos figuras con diferente forma satisfagan una misma definición, por lo tanto, no pueden clasificar de manera jerárquica. Todo esto es algo modificable, en cuanto se tomen acciones enfocadas desde las edades tempranas en torno a una reflexión y construcción de la geometría y no a una memorización de esa actividad.

### *Geometría fuera de vista: clasificando cuadriláteros.*

Para describir las estrategias utilizadas por los participantes en la secuencia de tareas usaré las seis actividades para el desarrollo del conocimiento matemático (Bishop, 1999). Observamos que los participantes cuentan cantidad de lados, ángulos o figuras geométricas, por lo tanto, tienen ideas relacionadas con la acción de contar, también tienen nociones acerca de la medida, porque podían determinar segmentos congruentes o no congruentes, sin necesidad de usar la regla, sino sobreponiendo o alineando. Por otro lado, en cuanto a la actividad de localizar, estos participantes están realizando esta actividad todo el tiempo, saben cuál es el espacio que los rodea, pueden determinar distancias entre sus compañeros o a lugares conocidos y, dependiendo de la instrucción, pueden ubicarse espacialmente en un entorno o pueden ubicar las figuras geométricas en una hoja o en un determinado lugar. Para la actividad de diseñar, podemos decir que el participante tiene una idea conceptual muy precisa acerca de la forma de determinados objetos geométricos y puede encontrar similitudes con objetos conocidos, ya sean de uso cotidiano o de las mismas matemáticas. Y en cuanto a la relación con su entorno social, particularmente este grupo de participantes ya la conocían, entonces, podían relacionarse socialmente bien, pero a la hora de compartir ideas matemáticas, sus justificaciones estaban basadas en procesos intuitivos o de memorización, pero no de validez teórica.

Al implementar el material táctil para la enseñanza-aprendizaje, observamos que el participante tuvo un papel principal al tener en cuenta sus características particulares. Por eso, en esta experiencia resaltamos la viabilidad del diseño e implementación de una secuencia de actividades que puede ser desarrollada en un aula inclusiva. Resaltamos que el material manipulable es un recurso que ayuda todos los estudiantes a manipular las figuras geométricas y a cuestionarse acerca de sus propiedades, sin embargo, hay que tener en cuenta que el uso del recurso por sí solo no garantiza un aprendizaje significativo, por lo tanto, es necesaria la reflexión por parte del profesor para dotar de significado la experiencia.

Aunque en nuestra experimentación trabajamos exclusivamente con estudiantes con discapacidad visual y que dicha experiencia se realizó en un ambiente no escolar (la persona que fungió como instructora no es profesora habitual de los participantes), asumimos que el material y el diseño de la secuencia promueven el trabajo en aulas inclusivas. A continuación,

detallamos los argumentos para tal aseveración: a) El material puede ser utilizado por personas con discapacidad visual y normovisuales, tanto desde la postura del estudiante, como desde la postura del profesorado. b) El material es ergonómico, de fácil manejo y seguro. c) La actividad fue diseñada atendiendo a experiencias previas esperables, tanto escolares como extraescolares, aludiendo a una visualización basada en formas palpables y su abstracción como figuras planas a través de la exploración de sus características. El material empleado es tridimensional, con lo cual, reconocemos la existencia de riesgos y dificultades conceptuales inherentes al abordar las figuras geométricas con este material, pero emplearlo en una primera etapa de exploración es viable para posteriormente abordar la abstracción de estos objetos geométricos. d) No se requiere de una preparación adicional (más allá de la relativa a la convivencia) por parte del profesorado para poder gestionar las actividades con los estudiantes con discapacidad visual. Incluso, los propios estudiantes pueden regular los detalles de la actividad apoyándose mutuamente.

Con este material que proponemos se pueden representar un segmento y un ángulo, y a su vez, nos permite el trabajo con diversos temas de la geometría plana que incluya dichos elementos. Consideramos que sería pertinente utilizarlo para la enseñanza-aprendizaje de conceptos geométricos en edades tempranas ya que se evidenció que el material les permitió a los estudiantes visualizar las figuras y comparar unas con otras, lo cual es una característica de los primeros estadios de comprensión geométrica (Van Hiele, 1957). Por lo tanto, también permite el análisis de características y la discriminación de propiedades para la construcción de definiciones y conceptos, propios de edades más avanzadas.

Finalmente, esta experiencia nos deja gran satisfacción porque nos permite dejar un precedente en cuanto a la gran labor que demanda la inclusión educativa. Aunque la inclusión es un tema mencionado desde hace más de medio siglo, hoy en día sigue trayendo gran controversia, porque el gobierno menciona el derecho a la educación, pero no es consecuente, al permitir que en instituciones regulares los estudiantes sean ignorados por profesores y planteles que no han sido capacitados. Presentamos una propuesta acompañada de un material diferente, innovador y llamativo que requiere modificaciones, pero puede ser

*Geometría fuera de vista: clasificando cuadriláteros.*

empleado por todos, no es un trabajo fácil ser parte del estudio de estos fenómenos de enseñanza y aprendizaje de la educación matemática, pero es posible hacer un pequeño cambio.

## REFERENCIAS

- Acevedo, J.P. y Camargo, L. (2012). El Tetris como mediador visual para el reconocimiento de movimientos rígidos en el plano (rotación y traslación). *Tecné, Episteme Y Didaxis: TED*, (32), 23-36.
- Al-Mahdy, Y. F. H., y Emam, M. M. (2018). “Much ado about something” how school leaders affect attitudes towards inclusive education: the case of Oman. *International Journal of Inclusive Education*, 22(11), 1–19. Doi:10.1080/13603116.2017.1417500
- Andrade, M. (2010). Desafíos de la diferencia en la escuela: guía de orientación para la inclusión de alumnos con necesidades educativas especiales en el aula ordinaria. Escuelas Católicas (Escuelas Católicas Eds.), *En mi colegio hay alumnos con discapacidad visual: niños ciegos y con baja visión* (pp. 7- 61). España: Edelvives.
- Andrade, M. (2016). La atención educativa de los alumnos ciegos y con baja visión. La acción del maestro itinerante y del PT en los centros educativos. *Padres y Maestros*, (365), 12-18.
- Aravena M., y Caamaño, C. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule: Talca, Chile. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(2), 179-211.
- Asamblea General de las Naciones Unidas. (1948). *Declaración Universal de los Derechos Humanos* (Resolución 217 A (III)). Recuperado el 2 de noviembre de 2020 <https://bit.ly/2zYX2b5>
- Baxter, P., y Jack, S. (2008). Qualitative Case Study Methodology: Study Design and Implementation for Novice Researchers. *The qualitative report*, 13(4), 544-559. <http://www.nova.edu/ssss/QR/QR13-4/baxter.pdf>
- Bermeo, A., Bravo, M., Punin, C., Ordoñez, E., y Huerta, M. (2018). Obstacle Detection System to Improve Mobility of People with Visual Impairment. *IEEE ANDESCON*, 1-5.
- Berté, A. (1999). *Matemática dinámica*. Buenos Aires: AZ Editora.
- Bishop, A. J. (1999). *Enculturación matemática: La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona, España: Paidós Ibérica.

*Geometría fuera de vista: clasificando cuadriláteros.*

- Bisquerra, R., Dorio, I., Gómez, J., Latorre, A., Martínez, F., Massot, I., ..., y Vilá, R. (2009). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Calvo, C. (2001). *Un estudio sobre el papel de las definiciones y las demostraciones de en cursos preuniversitarios de Cálculo Diferencial e Integral* [Tesis Doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona]. Depósito Digital de Documentos de la UAB. <https://hdl.handle.net/10803/4689>
- Camargo, L., y Acosta, M. (2012). La geometría, su enseñanza y su aprendizaje. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (32), 4-8.
- Campo, J.E.F. (1986). *La enseñanza de la matemática a los ciegos*. Madrid: Organización Nacional de Ciegos Españoles.
- Cascallana, M. (1988). *Iniciación a la matemática: Materiales y recursos didácticos* (2ª ed.). Santillana, S.A.
- CONAFE. (2010). *Discapacidad visual. Guía didáctica para la inclusión en educación inicial y básica*. Recuperado el 2 de noviembre 2020 de <https://bit.ly/3eHIMDo>
- Espinosa, S. P. (2008). *Jerarquías inclusiva y exclusiva para la clasificación de cuadriláteros: el caso de algunos maestros de primaria* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio institucional UPN. <http://200.23.113.59:8080/handle123456789/761>
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing.
- García, C. (2012). *Guía de atención educativa para estudiantes con discapacidad visual*. Aguascalientes, México: Instituto de Educación de Aguascalientes.
- García, E., Gil, J., y Rodríguez, G. (1999). *Metodología de la investigación cualitativa*. Aljibe.
- Gascón, J. (2003). Efectos del autismo temático sobre el estudio de la geometría en secundaria. *Suma*, 44, 25-34.
- Goncalves, R. (2006). Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en geometría. *Revista de Ciencias de la Educación*, 27, 84-98.

- González, L. D., y Canchón, L. V. (2018). Geometría fuera de vista [Tesis de licenciatura, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio institucional UPN. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/9529>
- González, O. E., y Sánchez, M. T. C. (2019). El ábaco cerrado como mediación pedagógica en la construcción de las operaciones de multiplicación y división en el grado tercero de instituciones educativas oficiales. *Inclusión & Desarrollo*, 6(2), 98-108.
- Granada, M., Pomés, M. P., y Sanhueza, S. (2013). Actitud de los profesores hacia la inclusión educativa. *Papeles de Trabajo- Centro de Estudios Interdisciplinarios en Etnolingüística y Antropología Socio-Cultural*, (25), 41-59. <http://hdl.handle.net/2133/3301>
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1998). On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning. Focus on Learning Problems in Mathematics. *Special Issue Elements of Geometry in the Learning of Mathematics*, 20(2-3), 27-46.
- Guzmán, L. E. (2015). *Acompañamiento y Adaptación de Recursos Didácticos Para la Enseñanza-Aprendizaje de las Matemáticas en el Aula Inclusiva: Una Experiencia con Niños Ciegos* [Tesis de licenciatura, Universidad Distrital Francisco José de Caldas]. Repositorio institucional UD. <http://hdl.handle.net/11349/2201>
- Hernández, R., Fernández, C., y Baptista, M. (2014). *Metodología de la Investigación* (Sexta ed.). México, DF: Mcgraw-Hill.
- Herruzo, P. M., y Membrives, A. R. (1996). *Guía didáctica para el aprendizaje del ábaco japonés (Sorobá)*. España: ONCE.
- Hershkowitz, R. (1990). Psychological Aspects of Learning Geometry. In P. Nesher, y J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition: A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 70-95). Cambridge: Cambridge University Press.
- Higuera, I. M. S., Caicedo, M. M. A., y Campos, C. H. (2009). Etnomatemática, educación matemática e invisibilidad. *Revista Latinoamericana de etnomatemática*, 2(2), 18-51.
- Hitt, F. (1995). Intuición primera versus pensamiento analítico: Dificultades en el paso de una representación gráfica a un contexto real y viceversa. *Educación Matemática*, 7(1), 63-75.

*Geometría fuera de vista: clasificando cuadriláteros.*

- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *The Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18.
- Huerta, P. (2001). ¿División o clasificación? O como P puede ser T. *Educación Matemática*, 13(1), 17-30.
- Hunt, P. F. (2011). Salamanca Statement and IDEA 2004: possibilities of practice for inclusive education. *International Journal of Inclusive Education*, 15(4), 461–476. Doi:10.1080/13603110903131713
- Infante, M. (2010). Desafíos a la formación docente: inclusión educativa. *Estudios Pedagógicos (Valdivia)*, 36(1), 287-297.
- Instituto Nacional de Estadística y Geográfica. (2018). *Encuesta Nacional de la Dinámica Demográfica ENADID 2018*. Recuperado el 4 de noviembre de 2020 de <https://bit.ly/3dB3MdW>
- Juma, S., y Lehtomäki, E. (2015). Moving towards inclusion: how Zanzibar succeeds in transforming its education system? *International Journal of Inclusive Education*, 20(6), 673–684. Doi:10.1080/13603116.2015.1111442
- Kastrup, V., Cassinelli, A., Quérette, P., Bergstrom, N., y Sampaio, E. (2018). Tactile Radar: experimenting a computer game with visually disabled. *Disability and Rehabilitation: Assistive Technology*, 13(8), 1–8. Doi:10.1080/17483107.2017.1378391
- Klingenberg, O., Holkesvik, A., y Augestad, L. (2019). Research evidence for mathematics education for students with visual impairment: A systematic review. Emrullah Erdem (Eds). *Cogent Education*, 6(1). Doi: 10.1080/2331186X.2019.1626322
- Koay, T. L. (2014). Inclusion in Brunei Darussalam: the role of teacher education. *International Journal of Inclusive Education*, 18(10), 1029–1037. Doi:10.1080/13603116.2012.693396
- Krischler, M., y Pit-ten, I. M. (2020). Inclusive education in Luxembourg: implicit and explicit attitudes toward inclusion and students with special educational needs. *International Journal of Inclusive Education*, 1–19. Doi:10.1080/13603116.2018.1474954

- Lamichhane, K. (2016). Individuals with visual impairments teaching in Nepal's mainstream schools: a model for inclusion. *International Journal of Inclusive Education*, 20(1), 16–31. Doi:10.1080/13603116.2015.1073374
- Leikin, R., y Winicki-Landman, G. (2001). Defining as a vehicle for professional development of secondary school mathematics teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 3, 62-73.
- Ljungblad. A. (2019). Pedagogical Relational Teachership (PeRT) – a multi-relational perspective, *International Journal of Inclusive Education*, 1-17. Doi: 10.1080/13603116.2019.1581280
- Mavrou, K., y Symeonidou, S. (2014). Employing the principles of universal design for learning to deconstruct the Greek-Cypriot new national curriculum. *International Journal of Inclusive Education*, 18(9), 918–933. Doi:10.1080/13603116.2013.859308
- Meza, R. (2019). *Diseño de ábaco para operaciones básicas y ecuaciones de primer grado: un estudio con personas con discapacidad visual* [Tesis de Maestría, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla].
- Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (2017). *Documento de orientaciones técnicas, administrativas y pedagógicas para la atención educativa a estudiantes con discapacidad en el marco de la educación inclusiva*. Recuperado el 4 de noviembre de 2020 de <https://bit.ly/2U7Lrx7>
- Morrison, C., Villar, N., Thieme, A., Ashktorab, Z., Taysom, E., Salandin, O., ... y Zhang, H. (2018). Torino: A Tangible Programming Language Inclusive of Children with Visual Disabilities, *Human-Computer Interaction*, 1-49. Doi:10.1080/07370024.2018.1512413
- Muwana, F. C., y Ostrosky, M. M. (2014). Factors related to pre-service teachers' attitudes towards inclusion: a case for Zambia. *International Journal of Inclusive Education*, 18(8), 763–782. Doi:10.1080/13603116.2013.835877
- Organización Mundial de la Salud y Banco Mundial. (2011). *Informe mundial sobre la discapacidad*. ONU. Recuperado el 4 de noviembre de <https://bit.ly/2MxtRP3>

*Geometría fuera de vista: clasificando cuadriláteros.*

- Organización Mundial de la Salud. (2018). *Ceguera y discapacidad visual*. Recuperado el 4 de noviembre de 2020 de <https://bit.ly/2Ud015e>
- Organización Mundial de la Salud. (2019). *La OMS presenta el primer Informe mundial sobre la visión*. Recuperado el 4 de noviembre de 2020 de <https://bit.ly/2XC1Fkn>
- Organización Nacional de Ciegos Españoles. (s.f). *Concepto de ceguera y deficiencia visual*. Recuperado el 4 de noviembre de 2020 de <https://bit.ly/2XBP4xH>
- Papadaki, C. (2015). Working with visually impaired students: Strategies developed in the transition from 2D geometrical objects to 3D geometrical objects. K. Krainer y N. Vondrová (Eds.). *Proceedings of the CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 564-570). Prague, Czech Republic: Faculty of Education and ERME.
- Parra, W., y Cárdenas, R. A. (2013). *Estudio de la métrica de Manhattan: segmentos, rectas, rayos, circunferencias y algunos lugares geométricos en la geometría del taxista* [Tesis de licenciatura, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio institucional UPN. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/2188>
- Pérez, B., y Hernández, S. (2015). Análisis de la inclusión educativa de un alumno ciego a las clases de química de la universidad. Universidad Nacional de La Plata (Eds.). *En IV Jornadas de Enseñanza e Investigación Educativa en el campo de las Ciencias Exactas y Naturales 28, 29 y 30 de octubre de 2015*. Argentina: Facultad de Humanidades y Ciencias de la Educación. Departamento de Ciencias Exactas y Naturales.
- Renzulli, F., y Scaglia, S. (2007). Clasificación de cuadriláteros en estudiantes de egb3 y futuros profesores de nivel inicial. *Revista de Educación Matemática*, 22(2), 3-19.
- Revuelta, R. M. L. (1993). *Palmo a palmo: la motricidad fina y la conducta adaptativa a los objetos en los niños ciegos*. España: ONCE, Departamento de Servicios Sociales para Afiliados.
- Rigal, R. (2006). *Educación motriz y educación psicomotriz en preescolar y primaria*. España: Inde.
- Rojas, A. T. M. (2013). Una propuesta didáctica para la enseñanza de los cuadriláteros basada en el modelo Van Hiele. *In Crescendo*, 4(1), 61-70.

- Rottmann, T., Haberzettl, N. y Krämer, M. (2020). Inclusive assessment of whole number knowledge—development and evaluation of an assessment interview for children with visual impairments in the primary grades. *Mathematics Education Research Journal*, 32, 147–170. Doi: 2168/10.1007/s13394-019-00296-9
- Samper, C. y Molina, O. (2013). *Geometría plana: un espacio de aprendizaje*. Editorial Universidad Pedagógica Nacional Fondo (Eds.). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Samper, C., Echeverry, A., y Molina, O. (2013). *Elementos de Geometría: aprendizaje y enseñanza de la geometría* (2ª ed.). Editorial Universidad Pedagógica Nacional Fondo (Eds.). Bogotá, Colombia: Universidad Pedagógica Nacional.
- Samper, C., Leguizamón, C., y Camargo, L. (2001). Razonamiento en geometría. *Revista EMA*, 6(2), pp. 141-158.
- Santacruz, L. y Sinisterra, L. (2011). *Una secuencia didáctica alrededor de las propiedades de algunos cuadriláteros para estudiantes invidentes de grado 1º de educación básica*. En García, Gloria (Ed.), *Memorias del 12º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa* (pp. 125-130). Armenia: Gaia.
- Secretaría de Educación Pública (2018). *Aprendizajes clave para la educación integral*. Ciudad de México, México: SEP.
- Sedaghatjou, M. (2018) Advanced mathematics communication beyond modality of sight. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 49(1), 46-65. Doi: 10.1080/0020739X.2017.1339132
- SEDESOL. (2016). *Diagnóstico sobre la situación de las personas con discapacidad en México*. Recuperado el 4 de noviembre de 2020 de <https://bit.ly/2yRtqvo>
- SEP. (2006). *Orientaciones generales para el funcionamiento de los servicios de educación especial*. Mexico: SEP/Dirección General de Desarrollo de la Gestión e Innovación Educativa.
- Silva, L. (2013). *Argumentar para definir y definir para argumentar* [Tesis de maestría, Universidad Pedagógica Nacional]. Repositorio institucional UPN. <http://hdl.handle.net/20.500.12209/212>

*Geometría fuera de vista: clasificando cuadriláteros.*

- Soler, M. A. (1999). *Didáctica multisensorial de las ciencias: Un nuevo método para alumnos ciegos, deficientes visuales y también, sin problemas de visión (Vol. 40)*. España: Paidós ibérica.
- Soto, I. F. y Gómez, A. B. (1987). Los números en color en la educación matemática de los niños ciegos. *Enseñanza de las Ciencias*, 5(2), 111-117.
- Stake, R.E. (1995). *The Art of case Study Research*. USA: Sage Publications Ltd.
- Stake, R.E. (2005). Qualitative Case Studies. En N.K. Denzin y Y.S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (pp. 443–466). USA: Sage Publications Ltd.
- Tall, D., y Vinner, S. (1981). Concept Image and Concept Definition in Mathematics with Particular Reference to Limits and Continuity. *Educational Studies in Mathematics*, (12), 151-169.
- UNESCO (2005). *Guidelines for inclusion: ensuring Access to education for all*. Paris: UNESCO.
- UNESCO. (1994). *Declaración de Salamanca y marco de acción para las necesidades educativas especiales*. Salamanca, España: UNESCO. Recuperado el 4 de noviembre de 2020 de <https://bit.ly/2AA6K3B>
- Van-Hiele, P.M. (1957). *El problema de la comprensión: en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría* [tesis doctoral.: Universidad de Utrecht].
- Viáfara, C.A., y Urrea, F. (2006). Efectos de la raza y el género en el logro educativo y estatus socio-ocupacional para tres ciudades colombianas. *Revista Desarrollo y Sociedad*, 58, 115-163.
- Villiers, M. de (1986). *The role of axiomatization in mathematics and mathematics teaching*. Stellenbosch, South Africa: University of Stellenbosch. Recuperado el 4 de noviembre de 2020 de <https://bit.ly/3dxQcbd>
- Villiers, M. de (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the learning of mathematics*, 14(1), 11-18.
- Villiers, M. de (1998). To teach definitions in geometry or teach to define. En A. Olivier y K. Newstead (Eds.), *Proceedings of the 22nd International Conference for the*

*Referencias.*

- Psychology of Mathematics Education* (pp. 248-255). Stellenbosch, Sudáfrica: University of Stellenbosch.
- Vinner, S. (1991). El rol de las definiciones en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Pensamiento Matemático Avanzado*, 65-81.