



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**RELACIONES ENTRE SUBDOMINIOS DEL
CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE
MATEMÁTICAS EN EL DISEÑO DE UNA PLANEACIÓN DE
CLASE SOBRE LA LOCALIZACIÓN EN EL PLANO
CARTESIANO**

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
LIC. EVER JOSÉ PACHECO MUÑOZ

DIRECTOR DE TESIS
DRA. ESTELA DE LOURDES JUÁREZ RUIZ

CO-DIRECTOR DE TESIS
DR. ERIC FLORES MEDRANO



DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que el C:

EVER JOSÉ PACHECO MUÑOZ

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 02 de diciembre de 2022, con la tesis titulada:

“RELACIONES ENTRE SUBDOMINIOS DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS EN EL DISEÑO DE UNA PLANEACIÓN DE CLASE SOBRE LA LOCALIZACIÓN EN EL PLANO CARTESIANO”

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 05 de enero de 2023

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
COORDINADORA DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



DRA. LAHR/l'agm*

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 Sur, edif. FM1
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

Este trabajo de investigación fue realizado gracias al apoyo financiero del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), mediante la Beca de Maestría Nacional otorgada durante el periodo enero 2021 a diciembre de 2022. N° de CVU: 1100973.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradecer a Dios Todopoderoso que me regala sabiduría y los conocimientos para poder terminar con éxito esta tesis de Maestría. Quiero agradecer a Dios, por esta oportunidad que me brindó para realizar mis estudios de posgrado en México, por cuidar de mí y mi compañera de vida durante mi estancia en este país.

Quiero agradecer a mis padres, Lacides Pacheco Muñoz y Rocio Muñoz Charris por darme el ser que soy y por apoyarme en este camino de alcanzar la meta de ser un profesional. Gracias mami por sus buenos consejos de cocina, por sus buenos valores, por preocuparse y por ser mi motor de vida para seguir luchando fuera de casa. Gracias papi por formarme con buenos valores, lleno de orden y disciplina. Gracias papi por inculcar en mí, una persona responsable y comprometida con mis estudios. Gracias papi por cuidar de mí y por preocuparte por todas mis cosas. Gracias mami y papi

Quiero agradecer a mis hermanos, Alexander y Gisella y a mi cuñado José Miguel por acompañarme en todo este proceso. Gracias por sus palabras de aliento en los momentos tristes y bajos de nota. Gracias por sus llamadas todos los días, para saber cómo había amanecido. Gracias por sus mensajes y notas de voz que me daban fuerzas y ganas de luchar.

Quiero agradecer a mi pareja y compañera de vida Keylla Margarita Otero Valega por estar a mi lado, desde el principio hasta el final de mi carrera. Gracias a Keylla por acompañarme en esta aventura de aprendizajes y enseñanza en este país. Gracias, amor por escucharme, por cuidar de mí y apoyarme en todos mis sueños. Gracias a mis compañeros Noretshy Muñoz, Natalia Orozco, Luisa Mercado y Yorce Luis Guerra en todo el proceso de mi preparación. Además, quiero agradecer al semillero de Diversidad Matemática, el cual fue el impulsador para entrar en el mundo de la Investigación y de la Educación Matemática. Quiero agradecer al Dr. Armando Aroca Araújo por ser un pilar fundamental en mi crecimiento investigativo, por sembrar el interés y las ganas de salir adelante. Gracias por estar pendiente de cada paso que doy en mis estudios y por brindarme la oportunidad de ser parte de su grupo de Investigación Horizontes en Educación Matemática.

Quiero agradecer a unos seres especiales que me ayudaron en el ámbito académico, investigativo y profesional. A mis profesores de la maestría por brindarme y compartir conmigo sus conocimientos, los cuales fueron esenciales para la elaboración de este trabajo de investigación. Gracias al Dr. José Antonio, a la Dra. Estela, al Dr. José Gabriel y a la Dra. Honoria, al Dr. José Orozco de quienes he aprendido mucho, gracias por todos sus conocimientos compartidos y por ayudarme a crecer tanto profesional como personal. Gracias por sus correcciones y buenos aportes llenos de reflexiones. Gracias a mis compañeros colombianos

por ser una familia unida y por cuidar de nosotros. Gracias a mis compañeros de Maestría por sus conocimientos y su apoyo en todo este proceso.

Quiero agradecer en especial a la Dra. Estela Juárez Ruiz, al Dr. Eric Flores Medrano y a la Dra. Lidia Hernández Rebollar por acompañarme en la elaboración de mi trabajo de investigación, gracias por sus recomendaciones, críticas y correcciones durante la escritura y conformación de la tesis. Gracias a la Dra. Estela por ser parte de esta aventura de conocimientos, gracias por ayudarme a alcanzar mis metas en esta Maestría, por guiarme y apoyarme en mis locuras por la escritura de artículos. Gracias Dra. Estela.

ÍNDICE

RESUMEN	1
ABSTRACT	3
INTRODUCCIÓN	5
CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	6
1.1. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	9
1.1.1. <i>Pregunta General de la Investigación</i>	9
1.1.2. <i>Objetivo de la Investigación</i>	9
1.2. JUSTIFICACIÓN	9
1.3. SUPUESTO DE LA INVESTIGACIÓN.....	10
CAPÍTULO II. MARCO TEÓRICO	12
2.1. MODELO DEL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DEL PROFESOR DE MATEMÁTICAS .	12
2.1.1. <i>Subdominios del modelo MTSK</i>	13
2.2. RELACIONES ENTRE SUBDOMINIOS DEL MODELO MTSK.....	16
CAPÍTULO III. METODOLOGÍA	18
3.1. PARADIGMA DE LA INVESTIGACIÓN	18
3.2. DISEÑO DE INVESTIGACIÓN	18
3.3. INFORMANTES	18
3.4. PROCESO Y RECOGIDA DE DATOS	19
CAPÍTULO IV. RESULTADOS DE LA INVESTIGACIÓN	22
4.1. RESULTADOS DE LA PROFESORA MEXICANA	22
4.2. RESULTADOS DE LA PROFESORA COLOMBIANA	30
CAPÍTULO V. DISCUSIÓN	42
5.1. RELACIONES DIRECCIONALES EN RESULTADOS DE MAESTRA MEXICANA.....	42
5.2. RELACIONES DIRECCIONALES EN RESULTADOS DE MAESTRA COLOMBIANA.....	43

5.3. OTRAS RELACIONES ENCONTRADAS ENTRE LOS SUBDOMINIOS DEL MTSK.....	47
CONCLUSIONES.....	50
REFERENCIAS	54
ANEXOS	58

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Categorías y descriptores de los subdominios KMT, KFLM y KMLS	23
Tabla 2. Categorías y descriptores de los subdominios KMT con el KoT.....	25
Tabla 3. Categorías y descriptores de los subdominios KSM, KoT y KMT.....	27
Tabla 4. Categorías y descriptores de los subdominios KMT, KoT y KSM.....	32
Tabla 5. Categorías y descriptores de los subdominios KMT, KFLM y KoT	34
Tabla 6. Categorías y descriptores de los subdominios KMT y KoT	36
Tabla 7. Categorías y descriptores de los subdominios KFLM, KMT y KSM.....	37

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Modelo del conocimiento especializado del profesor de Matemáticas	12
Figura 2. Momento de inicio del momento de planeación	22
Figura 3. Relación de direccionalidad del KMT→ (KFLM y KMLS).....	24
Figura 4. Actividad desarrollada en la Enseñanza de la LPC	24
Figura 5. Relación de direccionalidad del KMT → KoT	26
Figura 6. Relación de direccionalidad del KSM (KoT y KMT)	27
Figura 7. Relación intra-subdominio entre KMT, KFLM y el KMLS.....	28
Figura 8. Relaciones intra-dominio entre el KSM y el KoT	29
Figura 9. Relación inter-dominio entre el KMT y KoT	29
Figura 10. Relación inter-dominio entre KSM y KMT.....	30
Figura 11. Momento de inicio del diseño de planeación de clase.....	30
Figura 12. Relación de direccionalidad del KMT→ (KoT y KSM).....	32
Figura 13. Momento de inicio y desarrollo del diseño de planeación de clase.....	33
Figura 14. Relación de direccionalidad del KMT→ (KFLM y KoT).....	34
Figura 15. Momento desarrollo del diseño de planeación de clase.....	35
Figura 16. Actividad para la enseñanza de la LPC	35
Figura 17. Relación de direccionalidad del KMT→ (KMT y KoT)	36
Figura 18. Momento de desarrollo del diseño de planeación de clase	37

Figura 19. Relación de direccionalidad del KFLM→ KMT.....	38
Figura 20. Relaciones intra-dominios	39
Figura 21. Relaciones inter-dominios	40
Figura 22. Relaciones inter-dominio entre el KMT y el KoT.....	41
Figura 23. Relación Intra- subdominio entre las categorías del KMT.....	41

ÍNDICE DE ANEXOS

Anexo 1: Diseño de la planeación de clase plano cartesiano de la profesora Mexicana	58
Anexo 2: Cuestionario aplicado a la profesora Mexicana en la entrevista	65
Anexo 3: Transcripción de la entrevista de la profesora mexicana.....	67
Anexo 4: Diseño de la planeación de clase plano cartesiano de la profesora colombiana	86
Anexo 5: Cuestionario Aplicado en la entrevista con la profesora colombiana	88
Anexo 6: Transcripción de la entrevista de la profesora colombiana	90
Anexo 7. Indicadores generales y específicos de las categorías del modelo MTSK (localización en el plano cartesiano).....	103

RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo identificar y establecer relaciones entre subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemática, en el diseño de una planeación de clase sobre la localización en el plano cartesiano. La investigación se ha realizado bajo la metodología cualitativa, a través del método de estudio de caso múltiple de carácter instrumental, con dos informantes, una profesora de nacionalidad colombiana y otra de nacionalidad mexicana. Tomando los sustentos teóricos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática.

La recolección de la información se basó en un diseño de una planeación, y una entrevista semiestructurada. En los resultados se evidenciaron relaciones de direccionalidad, en el caso de la profesora mexicana, se encontró que la categoría de conexiones auxiliares movilizó la emergencia de la categoría de Definiciones, propiedades y fundamentos y la categoría de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. Asimismo, la categoría de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos movilizó o condicionó la emergencia de la categoría Definiciones, propiedades y fundamentos. Mientras que en la profesora Colombiana, en el momento de inicio de la planeación, la categoría de Estrategia, técnicas, tareas y ejemplo condicionó la emergencia de la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos y por otro lado condicionó la emergencia de las categorías conexiones auxiliares y de simplificación perteneciente al subdominio del conocimiento de la estructura de las matemáticas. De igual manera, en el cierre del momento de inicio y comienzo del momento de desarrollo la categoría de Estrategia, técnicas, tareas y juegos condicionó a la categoría Maneras en que los estudiantes Interactúan con el Contenido Matemático y por otro lado emergió la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos.

Otra relación de direccionalidad se evidenció cuando la categoría de Recursos didácticos (Físicos y Digitales) perteneciente al subdominio del conocimiento de la enseñanza de las matemáticas condicionó por un lado la categoría de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos y por otro la categoría de Definiciones, propiedades y fundamentos. Una última relación de direccionalidad se evidenció cuando la categoría de Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas permitió o condicionó la emergencia de la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. Cabe resaltar, que el diseño de planeación se muestra como un escenario propio para estudiar el conocimiento especializado que ponen juego los docentes a la hora de planear sus clases

de matemáticas. Asimismo, este escenario da pie para caracterizar, analizar y estudiar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas y por ende enriquecer aún más el banco de relaciones del modelo MTSK.

Palabras clave: Conocimiento especializado del profesor de matemáticas; MTSK; relaciones entre subdominios; localización en el plano cartesiano; enseñanza de la geometría.

ABSTRACT

The present research aims to identify and establish relationships between subdomains of specialized knowledge of the mathematics teacher, in the design of a lesson plan on the location in the Cartesian plane. The research has been conducted under the qualitative methodology, through the method of multiple instrumental case study, with two informants, a Colombian and a Mexican teacher. Taking the theoretical underpinnings of the model of Specialized Knowledge of the Mathematics Teacher.

The collection of information was based on a planning design and a semi-structured interview. In the case of the Mexican teacher, it was found that the category of auxiliary connections mobilized the emergence of the category of Definitions, properties and foundations and the category of Strategies, techniques, tasks, and examples. Likewise, the Strategies, techniques, tasks, and examples category mobilized or conditioned the emergence of the Definitions, properties, and foundations category. While in the Colombian teacher, at the beginning of the planning, the category of Strategy, techniques, tasks, and example conditioned the emergence of the category of definitions, properties, and fundamentals and on the other hand conditioned the emergence of the categories auxiliary connections and simplification belonging to the subdomain of knowledge of the structure of mathematics. Similarly, in the closing of the beginning moment and beginning of the development moment the category of Strategy, techniques, tasks, and games conditioned the category Ways in which students Interact with Mathematical Content and on the other hand the category of definitions, properties and foundations emerged.

Another directionality relationship was evidenced when the category of Didactic Resources (Physical and Digital) belonging to the subdomain of knowledge of mathematics teaching conditioned on the one hand the category of Strategies, techniques, tasks, and examples and on the other hand the category of Definitions, properties, and fundamentals. A last directionality relationship was evidenced when the category of Emotional aspects of learning mathematics allowed or conditioned the emergence of the category of Strategies, techniques, tasks, and examples. It should be noted that the planning design is shown as a proper scenario to study the specialized knowledge that teachers bring into play when planning their mathematics classes. Likewise, this scenario provides an opportunity to characterize, analyze and study the specialized

knowledge of the mathematics teacher and thus further enrich the bank of relations of the MTSK model.

Keywords: Specialized knowledge of the mathematics teacher; MTSK; relationships between subdomains; localization in the Cartesian plane; teaching geometry.

INTRODUCCIÓN

Hablar del conocimiento especializado del profesor de matemática, es traer al contexto su formación disciplinar y conocimiento didáctico, que emplea para llevar a cabo su quehacer docente. Por tanto, el profesor de matemáticas, desde su experiencia y su amplio conocimiento, ha hecho de las aulas de matemáticas un ambiente agradable y facilitador, tanto en el proceso de enseñanza como el de aprendizaje. En relevancia, el conocimiento del profesor de matemáticas ha sido objeto de estudios de muchos investigadores, es así como se han creado múltiples modelos para caracterizar su conocimiento. Un ejemplo de ellos es el modelo del conocimiento especializado del profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés) (Carrillo et al., 2014), el cual se ha utilizado como una herramienta para identificar y caracterizar el conocimiento especializado del profesor de matemática desde su quehacer, logrando establecer relaciones entre algunos subdominios de este. Por otro lado, para analizar el conocimiento del profesor de matemática, los investigadores se han puesto en la tarea de diseñar instrumentos que permitan evidenciar la naturaleza del conocimiento del profesor. Es decir, Advíncula et al. (2021) construyeron un cuestionario en donde se resaltan las pautas para profundizar en el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, realizando preguntas enmarcadas en los subdominios y categorías del modelo MTSK para aclarar y comprender el conocimiento empleado en su labor docente. De igual forma, se ha construido una aproximación metodológica basada en las evidencias, indicios u oportunidades que permiten caracterizar, analizar e identificar la esencia del conocimiento del profesor de matemáticas.

En este sentido, el presente trabajo está enmarcado en la línea de investigación conocimiento y desarrollo profesional del profesor de matemáticas, teniendo como herramienta analítica el modelo de conocimiento especializado del profesor de matemáticas. En esta tesis, se presenta el planteamiento del problema, justificación y los antecedentes, teniendo en cuenta el objeto matemático (localización en el plano cartesiano) y el conocimiento del profesor de matemáticas. Además, se plantea la formulación del problema, el objetivo y supuestos de la investigación. Asimismo, se desarrollarán los aportes teóricos que sustentan el estudio, con el método que se ha implementado y los resultados finales encontrados en el diseño de una planeación y en la entrevista semiestructurada de la profesora Mexicana y Colombiana.

CAPÍTULO I. Planteamiento del problema

En los últimos tiempos, caracterizar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, desde su quehacer docente ha sido foco de estudio para la Educación Matemática. En este sentido, Konner (2012), en un informe presentado por la Organización para la Educación, la Ciencia y la Cultura de las Naciones Unidas (UNESCO) sugiere asegurar al profesorado el derecho, a una formación continua relevante centrada en la formación integral y los aprendizajes de los estudiantes, como también, en los impactos significativos de la formación continua en las prácticas de enseñanza. Para Zakaryan et al. (2018), el conocimiento del profesor es visto como un pilar fundamental de su desempeño profesional para fomentar el proceso de aprendizaje de las matemáticas.

En este sentido, en el afán de profundizar y organizar el conocimiento del profesor de matemática, se han generado múltiples modelos (e.g. Ball et al., 2008; Carrillo et al., 2013; Pino-Fan y Godino 2015; Silverman y Thompson, 2008) con el fin de caracterizar y analizar el conocimiento que emplea el profesor, tanto en la acción misma de enseñanza en el aula, como los conocimientos que emplea en la planificación con la intención de enseñanza. En esta investigación nos centraremos en el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge, MTSK) planteado por el Seminario de Investigación en Didáctica de la Matemática (SIDM) de la universidad de Huelva (Carrillo et al., 2014). Ellos fundamentaron las bases de este modelo en las ideas de Shulman (1986; 1987) conservando en este, el conocimiento del contenido matemático y el conocimiento didáctico del contenido e incluyendo al mismo el dominio de las concepciones y creencias, el cual permea al resto del modelo de manera bidireccional y considerando que el profesor que enseña matemática presenta un conocimiento especializado.

Para Scheiner et al. (2019), el término especializado se refiere a los conocimientos adicionales aparte del conocimiento de la materia, el conocimiento de saber cómo organizar la materia orientada a la enseñanza y tener presente que el conocimiento de los profesores de matemáticas es único para la enseñanza de la misma. Asimismo, se considera que el conocimiento del profesor será especializado, siempre y cuando sea conocimiento útil en contextos de enseñanza y aprendizaje (Carrillo et al., 2017). Por su parte Flores-Medrano et al. (2013) plantean que el modelo MTSK considera el carácter especializado del conocimiento del profesor de manera

integral, incluyendo sus subdimensiones sobre el quehacer docente. En este sentido, el desarrollo de la presente investigación busca caracterizar el conocimiento de dos profesoras desde la intención de planificar una clase de matemáticas.

Por consiguiente, diferentes investigaciones se han enfocado en estudiar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, estableciendo diversas relaciones entre los subdominios del modelo MTSK y teniendo como escenario propicio el aula de matemáticas (e.g. Padilla-Escorcía y Acevedo-Rincón, 2021; Delgado-Rebolledo y Zakaryan, 2021; Zakaryan y Ribeiro, 2016; Zakaryan et al., 2018). En este estudio, nos centraremos en caracterizar las relaciones entre los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemática, en la enseñanza de la localización en el plano cartesiano partiendo del diseño de una planeación de clase. En ese sentido, estudiar cómo planifica el profesor sus clases, nos permite tener una visión amplia de los posibles aspectos de conocimiento para investigar en alguna u otra práctica del profesor (Flores et al., 2013). Asimismo, Pacheco-Muñoz et al. (2022) plantean dos características de la planeación; la primera se relaciona como una pieza clave para identificar los indicios de conocimiento de la profesora, para luego convertirlos en evidencias mediante una entrevista. La segunda, el conocimiento que emplean los profesores en la preparación de la clase es una de las facetas del quehacer docente, donde se puede estudiar, analizar y caracterizar el conocimiento didáctico del contenido que se pone en juego. Para Advíncula et al. (2021), el MTSK se constituye como un modelo, que permite analizar el conocimiento del profesor desde la tarea de la docencia, como la preparación de clases, la discusión con otros docentes, la enseñanza en aula o la reflexión posterior. Para Carrillo et al. (2017), el modelo MTSK aborda, la labor activa que usa un docente profesional al momento preparar clases, reflexión tras las mismas, y la propia actividad de aula.

Por otro lado, estudiar el tema “Localización en el Plano Cartesiano” (en adelante LPC) se hace pertinente debido a la importancia que ejerce este en los currículos latinoamericanos. Por ejemplo, el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2006) de Colombia incluye en el *pensamiento espacial y sistemas geométricos*, el desarrollo de habilidades para relacionar los conceptos de dirección, distancia y posición en el espacio, sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales, y en los últimos grados, identificar las características de la localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica. Por su lado, la Secretaría de Educación Pública (SEP, 2017) de México incluye en el eje temático

forma, espacio y medida la ubicación de objetos y lugares mediante la interpretación de relaciones espaciales y puntos de referencia, representar y describir oralmente o por escrito trayectos para ir de un lugar a otro en su entorno cercano, leer, interpretar y diseñar croquis, planos y mapas para comunicar oralmente o por escrito la ubicación de seres u objetos y trayectos. Asimismo, resolver situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano. De igual manera, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM, 2000) hace énfasis en que los niños deben aprender la posición relativa. Por ejemplo, encima, detrás, cerca y entre, con el fin de que más adelante el estudiante pueda localizar objetos y medir distancias entre puntos en una cuadrícula rectangular, como también ver el plano de coordenadas, útil para trabajar en el descubrimiento y análisis de las propiedades de las formas geométricas.

En términos generales, Valdespino (2017, como se citó en Pacheco-Muñoz et al., 2022) establece que los elementos relacionados con la LPC son: representación gráfica cartesiana, ubicación espacial, posición, puntos cardinales, ubicación de un punto en un mapa, croquis, distancia de un punto a otro, trazo y propiedades de las figuras planas, ángulos, la recta y segmentos.

Sin embargo, la LPC ha tenido diferentes comportamientos, tanto en el proceso de enseñanza como de aprendizaje. Para Hernández et al. (2015) en su estudio con estudiantes para profesor, los resultados indican que el nivel de dificultad, que el docente en formación asume hacia los problemas relacionados con ubicación espacial, específicamente hacia el uso del plano cartesiano al momento de desarrollar sus estrategias de enseñanza, está relacionado significativamente con el proceso de aprendizaje, es decir, con las propias dificultades que el niño muestra, tanto en sus procesos de construcción del conocimiento, como en sus espacios de desenvolvimiento. Asimismo, otros comportamientos se relacionan con la dificultad, que tienen los estudiantes para establecer el orden de las coordenadas en el plano cartesiano, limitándose sólo al uso de descripciones de parejas de números negativos o positivos, dejando de lado la bidimensionalidad. Por consiguiente, cada una de estas acciones se ven reflejadas con la ubicación del sujeto en el cotidiano o en la forma de orientarse en un ambiente nuevo (Acuña, 2001; Saiz, 2003).

1.1. Formulación del problema

Por todo lo mencionado y dada la importancia del desarrollo del tema de LPC en los procesos de enseñanza aprendizaje, se hace necesario profundizar y caracterizar mediante el modelo MTSK, los diversos elementos del conocimiento especializado de dos profesoras de matemáticas, al diseñar una planeación de clase sobre la enseñanza de la localización en el plano cartesiano. Teniendo en cuenta lo anterior se trazó como pregunta problema:

1.1.1. Pregunta General de la Investigación

¿Qué relaciones se evidencian entre los subdominios del conocimiento especializado del profesor de matemática en el diseño de una planeación de clase sobre la localización en el plano cartesiano?

1.1.2. Objetivo de la Investigación

Caracterizar las relaciones entre los subdominios del conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas en el diseño de una planeación de clase sobre la localización en el plano cartesiano

1.2. Justificación

A lo largo de la educación matemática el profesor, el estudiante, el medio didáctico y los contenidos han sido un pilar fundamental en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por eso, analizar y establecer relaciones existentes sobre el conocimiento especializado del profesor de matemática se hace pertinente a la hora de adentrarse a un aula de clase. Para Scheiner et al. (2019), el foco de atención con respecto al conocimiento del profesor tiende a centrarse en diferentes facetas de su quehacer docente, ya sea en el conocimiento para la enseñanza o el conocimiento que utiliza en el aula, es decir, conocimiento en la enseñanza. En este sentido, el modelo MTSK prioriza y fundamenta la práctica docente e identifica la relación que puede existir entre los subdominios del conocimiento del contenido matemático (MK) y los subdominios conocimiento didáctico del contenido (PCK).

Cabe resaltar, que en este estudio se pretende establecer relaciones entre estos subdominios partiendo desde el diseño de una planificación de clase, es decir, el conocimiento que emplea el profesor para la enseñanza. Por tanto, en esta investigación se hace relevante relacionar, el conocimiento didáctico del contenido (PCK) con el conocimiento de los temas (KoT) y el

conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM). Puesto que el PCK se enmarca en los procesos de enseñanza y aprendizaje propios del quehacer docente, permitiendo identificar el interés, las fortalezas y sobre todo las dificultades que presentan los estudiantes al momento de interactuar con el objeto matemático. Asimismo, el conocimiento del currículo académico y el uso de las teorías tanto institucionales como personales permiten al profesor tener una visión amplia de su quehacer docente. Por otro lado, el KoT y el KSM permiten al profesor de matemática tener una visión amplia acerca de los contenidos a enseñar y permite hacer una planeación de clase teniendo en cuenta, la forma, el orden, la conexión y secuencias que debe tener el tema a enseñar. Para Carrillo-Yañez et al. (2018) en el subdominio KoT, el profesor debe conocer los contenidos que enseña a sus estudiantes, en donde se han cuestionado sobre qué y cómo requiere conocerlos, lo cual implica un conocimiento profundo del contenido matemático (por ejemplo, conceptos, procedimientos, hechos, reglas y teoremas) y sus significados. Mientras que el subdominio KMS describe el conocimiento del profesor de las conexiones entre elementos matemáticos, considerando dos conexiones: temporales, que responden a cuestiones de secuenciación (no curriculares, pero relacionadas con las matemáticas), y producen conexiones asociadas con un aumento de la complejidad o con la simplificación; y consideraciones de demarcación de objetos matemáticos, que producen conexiones interconceptuales. En este sentido, para establecer la relación entre estos subdominios, se hace necesario estudiar a dos profesores de matemáticas, que hacen parte de países latinoamericanos como es el caso de Colombia y México, tomando como objeto de estudio la LPC en estudiantes de básica secundaria. Cabe resaltar, que estudiar el conocimiento especializado de estos dos profesores enriquece aún más el modelo en cuanto a las relaciones que se puedan presentar, y sobre todo cómo se enfoca la enseñanza de las matemáticas desde estos dos sistemas educativos diferentes.

1.3. Supuesto de la Investigación

La presente investigación, mediante el modelo MTSK como herramienta de análisis, pretende evidenciar y caracterizar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Los supuestos de investigación o conjeturas que se pretende encontrar son las siguientes.

El conocimiento que moviliza el profesor al momento de emplear diferentes teorías de la enseñanza de las matemáticas (teorías de la Enseñanza- KMT) para llevar a cabo los diferentes procedimientos en la localización (puntos, figuras u objetos) en el plano cartesiano

(Procedimientos- KoT). Asimismo, el uso de diferentes recursos didácticos (Recursos didácticos-KMT) que ayuden en la definición del concepto de localizar y las características del plano cartesiano (Definiciones, Propiedades-KoT) y por ende las estrategias, ejemplos, técnicas idóneas (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos-KMT) para visualizar o exponer sus aplicaciones (Fenomenología-KoT). Además, el uso de diferentes recursos o materiales didácticos (Recursos didácticos físicos-virtuales-KMT) que ayuden a la representación gráfica de objetos localizados en el plano cartesiano (Registros semióticos-KoT). Por otro lado, evidenciar las diferentes teorías de aprendizaje (Teorías del aprendizaje-KFLM) que emplea el profesor para localizar puntos en el plano partiendo de contenidos anteriores (sentido, posición, distancia, ubicación de un punto en el mapa, etc.) (Simplificación-KSM). Asimismo, la conciencia del profesor en relación a las dificultades, fortalezas que presenta el estudiante al momento de interactuar con el objeto matemático y sobre todo en la implementación de contenidos auxiliares o avanzados (Complejidad-KSM), necesarios para (localizar puntos, reconocer los ejes coordenados, identificar la abscisa y ordenadas entre otros) (Fortalezas y debilidades en el aprendizajes de las matemáticas-Maneras en que los alumnos interactúan con el contenido matemático- KFLM). Además, el uso de situaciones cotidianas que despierten el interés y motivación (Aspectos Emocionales del Aprendizaje) por otros sistemas de referencias terrestres (latitud- longitud) (Transversalidad-KSM).

Por otro lado, el conocimiento que presenta el profesor en relación con el currículo oficial y los aprendizajes esperados (Resultados de aprendizajes esperados-KMLS), al momento de abordar interpretaciones geométricas desde una perspectiva diferente a la de la Geometría Euclídea (complejidad- KSM). Asimismo, la pertinencia del plano cartesiano para enseñar en otros niveles educativos en particular, permitiendo la apropiación de diferentes sistemas de referencias (Transversalidad- KSM). Además, la implementación de temas previos y posteriores al plano cartesiano (Secuencias de temas), que contribuye a comprender las bases del plano cartesianos (cuadrantes, las abscisas, las ordenadas, el punto en el origen, sistemas de coordenadas, características de los puntos que se ubican sobre el eje horizontal y vertical etc.) y permitiendo, el uso del plano cartesiano para interpretaciones geométricas, funciones entre otras. (Simplificación, Complejidad- KSM).

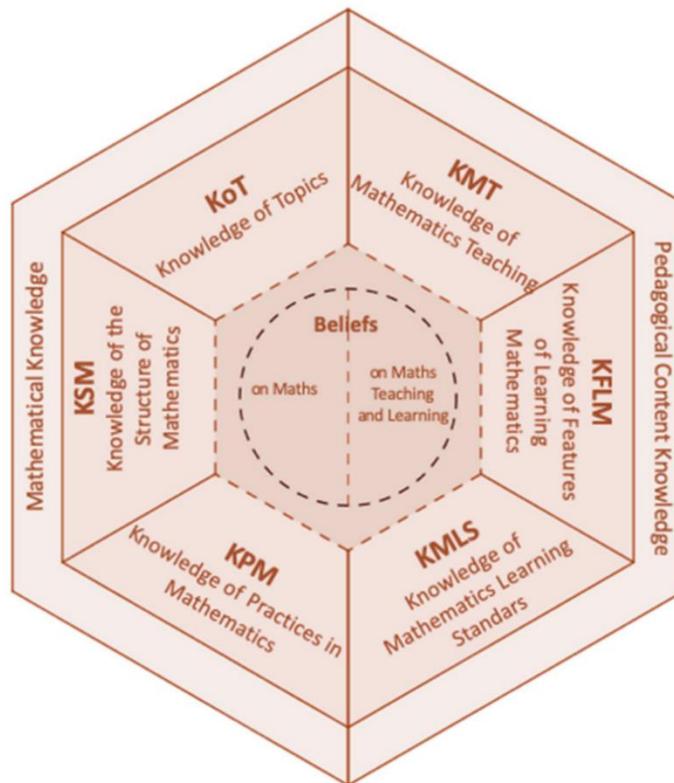
CAPÍTULO II. Marco teórico

A continuación, se hace una presentación de los fundamentos teóricos de esta investigación, tomando como eje central el modelo del conocimiento especializado del profesor de matemáticas (Mathematics Teacher's Specialized Knowledge, MTSK), planteado por Carrillo et al. (2014), las características de cada subdominios y categorías, y, por último, se presentan algunas investigaciones donde se establecen relaciones entre los subdominios del modelo.

2.1. Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas

Partiendo de lecturas previas de total interés en artículos y estudios de investigación, en donde se relaciona la naturaleza del modelo MTSK, se puede observar que dicho modelo, ha conservado las ideas de Shuman (1986; 1987) en querer conformar en dos grupos las características del conocimiento especializado del profesor. Es decir, el conocimiento matemático y el conocimiento didáctico del contenido y a su vez las creencias que permean estos dos (Figura 1).

Figura 1. Modelo del conocimiento especializado del profesor de Matemáticas



Fuente: Flores-Medrano et al. (2022, p. 3)

Cabe resaltar, que este modelo estudia el conocimiento del profesor de matemática desde una perspectiva analítica (e.g., Carrillo et al., 2017; Carrillo-Yañez et al., 2018; Flores et al., 2013 y Zakaryan et al., 2018). Asimismo, está conformado por tres dominios: el conocimiento matemático, el conocimiento didáctico del contenido y las creencias que permean todo el modelo. El conocimiento matemático, hace referencia al conocimiento disciplinar y científico que el profesor debe manejar de forma adecuada y está conformado por tres subdominios: el conocimiento de los temas (KoT), el conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM) y el conocimiento de la práctica matemática (KPM). Mientras que el conocimiento didáctico del contenido se refiere al conocimiento de cómo se enseña y de qué manera aprende el estudiante, es decir, se centra en los procesos de enseñanza y aprendizaje e incluye tres subdominios: el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT), el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y el conocimiento de los estándares de aprendizajes de las matemáticas (KMLS). Por último, las creencias son las diferentes concepciones que posee el profesor en relación con la matemática y la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Para Montes Navarro (2018), las creencias interactúan de forma bidireccional, de modo que se influyen mutuamente tanto el PCK como en el MK. Cabe resaltar, que en la presente investigación se pretende establecer relaciones entre el conocimiento didáctico del contenido (PCK) y algunos subdominios del Conocimiento Matemático (MK).

2.1.1. Subdominios del modelo MTSK

Conocimiento de los temas (KoT): En este subdominio, el profesor de matemáticas debe saber el qué y el cómo acerca de los contenidos matemáticos, teniendo en cuenta las definiciones, elementos, procedimientos, registros de representación y las diferentes aplicaciones de un contenido particular (Advíncula et al., 2021 y Flores et al., 2013). Para Carrillo-Yañez et al. (2018) el KoT se estructura en las siguientes categorías: *Definiciones, propiedades y fundamentos*, aquí el profesor debe conocer las definiciones y saber elegir las propiedades adecuadas para caracterizar el objeto matemático. *Procedimientos*, en esta categoría el profesor debe saber cómo, cuándo y por qué se deben realizar ciertos pasos o pautas involucradas en un tema. *Registros de representación*, el docente debe incluir en su conocimiento, los diferentes registros en los que se puede representar un contenido matemático. *Fenomenología y aplicaciones*, en esta categoría se considera el conocimiento que tiene el profesor, acerca de los modelos, siendo estos fenómenos que pueden servir para generar conocimiento matemático.

Conocimiento de la estructura de las matemáticas (KSM): en este subdominio el profesor debe abarcar el conocimiento sobre las conexiones entre elementos del mismo tema matemático o entre elementos de temas diferentes (Advíncula et al., 2021 y Flores et al., 2013). Según Carrillo-Yañez et al. (2018) el KSM está conformado por cuatro categorías: *Conexiones complejización*, aquí el profesor debe saber relacionar el tema enseñado con contenidos posteriores, es decir, de un modo más elemental para llegar a un modo más avanzado. *Conexiones de simplificación*, en esta categoría el profesor debe reconocer los enlaces del material en cuestión con contenidos anteriores. *Conexiones auxiliares*, incluye la participación necesaria de un elemento en procesos más grandes. *Conexiones transversales*, aquí el profesor debe tener presente que un tema se produce con elementos de contenido que tienen características en común.

Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT): Este subdominio hace referencia al conocimiento que posee el profesor, de cómo enseñar un tema particular. Es aquí donde se refleja la implementación de teorías institucionalizadas como personales, la idoneidad de los materiales o recursos didácticos (físicos o virtuales), como también el uso de estrategias y técnicas que se hacen necesarias en el quehacer docente. Este subdominio, de acuerdo con Carrillo-Yañez et al. (2018) cuenta con las siguientes categorías: *Teorías de la Enseñanza de las Matemáticas*, haciendo referencia en general al conocimiento teórico (tanto personal como institucional), específico de la enseñanza de las matemáticas que se puede aplicar al diseño de oportunidades de aprendizaje. *Recursos Didácticos (Físicos y Digitales)*, considera el conocimiento de recursos y materiales didácticos, incluidos libros de texto, objetos manipulables, recursos tecnológicos, pizarras interactivas. Además, este conocimiento va más allá de la mera conciencia de estos recursos y cómo se utilizan, para abarcar la evaluación crítica de cómo puede mejorar, la enseñanza de un tema en particular y las limitaciones que conlleva. *Estrategias, Técnicas, Tareas y Ejemplos*, se refiere a las distintas maneras de abordar los contenidos específicos en el proceso de enseñanza (metáforas, analogías, ejemplos potentes o explicaciones). Un ejemplo, sería la utilización de la aplicación de Google Maps para aprender a ubicarse o localizar lugares en su comunidad, como también tareas donde el estudiante pueda pasar de la ubicación de un punto en el plano reticular, al plano cuadrículado y posteriormente concretar en el Plano cartesiano.

Conocimiento de las Características del Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM): En este subdominio, se considera el conocimiento del profesor con relación a cómo se aprende un tema matemático en particular. Es decir, aquí se busca interpretar y comprender cómo se aprende y cómo el estudiante piensa los contenidos matemáticos. De igual manera, este subdominio incluye cuatro categorías plasmadas en Carrillo-Yañez et al. (2018). *Teorías del Aprendizaje Matemático:* Refleja la necesidad de que el docente sea consciente de cómo los estudiantes piensan y construyen el conocimiento al abordar actividades y tareas matemáticas. *Fortalezas y Debilidades en el Aprendizaje de las Matemáticas,* en esta categoría, el conocimiento del profesor de matemática incluye la conciencia de dónde los estudiantes tienen dificultades y, a la inversa, dónde muestran fortalezas, tanto en general como con respecto a un contenido específico. *Formas de Interactuar de los Alumnos con el Contenido Matemático,* aquí se evidencian las estrategias convencionales o no convencionales, que los estudiantes utilizan para hacer matemáticas, así como la terminología utilizada para hablar de contenidos específicos. Es decir, las diferentes formas en que los alumnos interactúan con los contenidos matemáticos. *Aspectos Emocionales del Aprendizaje de las Matemáticas,* incluye situaciones cotidianas que despiertan la motivación, los intereses y expectativas del estudiante con relación a las matemáticas (ambos en general y en términos de áreas específicas).

Conocimiento de los Estándares de Aprendizajes de Matemáticas (KMLS): Este subdominio incluye el conocimiento que tiene el profesor, en relación con los aprendizajes que los estudiantes deben alcanzar y desarrollar en un nivel educativo específico o determinado. Aquí debe conocer y manejar los estándares de aprendizajes de matemática y por ende el currículo oficial con que trabaja su institución, teniendo en cuenta su lugar de origen. Por ejemplo, el MEN (2006) plantea como estándar para nuestro objeto matemático (LPC) “identificar características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica” (p. 84). Mientras que la SEP (2017) plantea como aprendizaje esperado “Resuelve situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano” (p. 175). Por otro lado, en este subdominio también se establecieron categorías teniendo en cuenta lo planteado por Carrillo-Yañez et al. (2018): *Resultados de aprendizaje esperados,* aquí se considera el conocimiento del docente, de todo lo que el estudiante debe o puede lograr en un nivel particular, en combinación con lo que el estudiante ha estudiado previamente y las especificaciones para los niveles posteriores. *Nivel esperado de desarrollo conceptual o procedimental,* incluye el conocimiento de los contenidos

matemáticos que se van a enseñar en cualquier nivel en particular. Este conocimiento se adquiere a partir de las especificaciones curriculares pertinentes o abstrayendo las habilidades específicas que se deben trabajar en un momento determinado. Por último, las *Secuencia de temas*, según Escudero (2015) señala que esta categoría hace referencia al conocimiento sobre la secuenciación entre diversos contenidos matemáticos, dentro del mismo curso o en otros cursos. Es decir, a los conocimientos adquiridos previamente, como de forma prospectiva, de acuerdo con los conocimientos que deberán adquirir para abordarlos posteriormente.

2.2. Relaciones entre subdominios del modelo MTSK

Desde la literatura científica, diferentes investigaciones han documentado en sus hallazgos, distintas relaciones entre los subdominios del PCK con los del MK, teniendo en cuenta los aspectos necesarios del quehacer docente. Es decir, las relaciones encontradas en la literatura, donde el eje central es caracterizar el conocimiento especializado del profesor de matemática tienen en cuenta aspectos como: el nivel educativo donde se enseña, el objeto matemático y las diferentes facetas de su quehacer docente.

Cabe resaltar, que las relaciones que surgen entre los subdominios del modelo MTSK, el investigador debe tener en cuenta la tríada conformada por los indicios y evidencias de conocimientos que se logran identificar en un episodio de clase o en un argumento generado por profesor. En ese sentido, para que se pueda afirmar que dos (o más) subdominios de conocimiento están relacionados en un episodio se deben identificar indicios o evidencias (Flores Medrano, 2015 y Aguilar González et al., 2018). Para Delgado-Rebolledo & Diana Zakaryan (2020) consideran que existe una evidencia de relación cuando las unidades de análisis donde se identifica un subdominio, que sustenta o condiciona la aparición de uno o más subdominios.

Un ejemplo de relaciones entre los subdominios del modelo MTSK se evidencia en los estudios de Padilla-Escorcia y Acevedo-Rincón, (2021; 2022) con los objetos matemáticos función seno y elipse, respectivamente, ambos utilizando el software GeoGebra, lográndose identificar la relación entre el conocimiento de los temas (KoT) y el conocimiento de la enseñanza de las matemáticas (KMT). De igual manera, Paternina-Borja et al. (2021) en su estudio con el objeto matemático simetrías logró caracterizar las relaciones entre los subdominios del modelo MTSK, en particular el conocimiento de los temas (KoT) con los subdominios del PCK. Lo anterior es una muestra de la evidencia de relaciones que pueden establecerse en el modelo MTSK y que

enriquecen aún más el mismo. Además, cabe resaltar que estas relaciones tienen que ver con objetos matemáticos geométricos.

Por otro lado, recientes investigaciones han encontrado en sus estudios, hallazgos interesantes en cuanto a la forma de establecer o identificar evidencias de relaciones, entre los subdominios del modelo MTSK. Dichas relaciones tienen diferentes comportamientos o formas de establecerse. Es decir, se pueden dar relaciones internas entre los conocimientos de un mismo subdominio, entre los subdominios de un mismo dominio o entre subdominios de diferentes dominios. Estas formas de establecer relaciones Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) las llamaron relaciones intra-subdominio, intra-dominio e inter-dominio, respectivamente.

Un ejemplo de relaciones inter-dominio las podemos encontrar en los trabajos de Flores-Medrano et al. (2014), y Padilla-Escorcía y Acevedo-Rincón (2021), donde lograron identificar evidencias de relaciones entre el KSM con el KMLS, y el KoT con el KMT. Asimismo, un ejemplo de relaciones intra-dominio se evidencia con el estudio Zakaryan et al. (2018) entre el KMT con el KFLM. En esta misma línea, resaltando la forma cómo se relacionan los subdominios del modelo MTSK, Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) establecen una relación de direccionalidad que denotan con un guión cuando afirman que determinado subdominio “condiciona la presencia” (p. 574) de otro u otros subdominios.

CAPÍTULO III. Metodología

En el presente capítulo se muestra el paradigma que se optó para llevar a cabo la investigación. Se describe el diseño de investigación, las características de los informantes, es decir, aspectos relacionados con el quehacer docente y su experiencia en el aula de matemáticas. Por último, se realiza una descripción detallada de los instrumentos que se utilizaron para la recolección de los datos. Por ejemplo, en los diseños de planeación de ambas profesoras se describen las acciones que se emplearán para cada momento de la clase (inicio, desarrollo y cierre).

3.1. Paradigma de la Investigación

El presente trabajo de investigación está enmarcado en un paradigma interpretativo, donde el sujeto es un individuo comunicativo que comparte sus ideas, significados e incluye al investigador. Es decir, se establece una comunicación bidireccional y con los propios individuos se construye la acción, interpretando y valorando la realidad en su conjunto de modo analítico-descriptivo (Rico, 2006). Desde este punto de vista, tanto el sujeto a investigar cómo el investigador comparte ideas mediante una interacción directa, utilizando el diálogo como medio, en donde el sujeto comparte sus creencias, conocimientos y significados y el investigador utiliza sus conocimientos para comprender, interpretar, dar sentido y significados a lo que expresa el sujeto a investigar, con el fin de ponerse en el lugar del otro, es decir, sacar conclusiones y reflexiones de lo dicho.

3.2. Diseño de Investigación

De acuerdo con el paradigma interpretativo elegido, la presente investigación es de tipo cualitativa, con un estudio de caso múltiple de carácter instrumental, teniendo en cuenta a Stake (2007) y Duran (2012), los cuales ven el estudio de caso como un instrumento para conseguir algo, en donde se pueden dar ciertas conclusiones y generalizaciones. Aquí, se eligen varios casos de forma que ilustran situaciones extremas de un contexto bajo estudio, buscando casos lo más diferente posible en las dimensiones de análisis que, al menos en un primer momento, se consideran potencialmente relevantes.

3.3. Informantes

Para seleccionar a los informantes, se implementó un muestreo de expertos, según Hernández et al. (2014), en la cual, es necesario la opinión de expertos en un tema. Es decir, para nuestro caso, el conocimiento especializado del profesor de matemáticas. Para esto, los

informantes son dos profesoras de matemáticas una de México y otra de Colombia, las cuales tienen una amplia experiencia docente y formación en matemáticas y en su didáctica. La profesora mexicana (en adelante María), es una maestra de primaria que atiende a estudiantes de 6° grado (11 a 12 años). María está titulada como profesora de Matemáticas, magister en Educación Matemática y cuenta con 25 años de experiencia docente en este nivel. Por su parte la profesora colombiana (en adelante Nydia) atiende a estudiantes de 7° grado (que oscilan entre edades de 10 a 12 años) de educación básica secundaria, es licenciada en matemáticas y magister en docencia de la matemática que, en el momento de estudio, contaba con 22 años de experiencia docente en este nivel.

3.4. Proceso y Recogida de datos

Para la recolección de la información en primera instancia, se basó en el diseño de una planeación de clase elaborada por cada profesora (mexicana y colombiana) teniendo en cuenta el objeto matemático (Localización en el plano Cartesiano en adelante LPC). Cabe resaltar, que cada una de estas profesoras emplearon un diseño de planeación propio, de su quehacer docente incluyendo los momentos de la clase (inicio, desarrollo y cierre) partiendo del contexto y lo planteado por las entidades Públicas de Educación de cada país. Por ejemplo, el formato de planeación que entregó la profesora Mexicana, considerando los antecedentes, el diagnóstico, las fortalezas y debilidades que presentan los estudiantes, tanto en las pruebas a nivel nacional (PLANEA) como en las pruebas internas, por la situación del confinamiento por la pandemia Covid-19. Asimismo, tiene presente los aspectos curriculares en donde incluyó el nivel, el grado, campo de formación, eje temático, propósitos, aprendizaje esperado, objetivo de la clase, competencias a desarrollar, enfoque y metodología de aprendizaje. De igual manera, incluyó los momentos de inicio, desarrollo y cierre. En el momento de inicio, la profesora incluyó una actividad de motivación titulada “¿Dónde están los semáforos?”, acompañada de preguntas detonadoras o de cuestionamiento. Además, tiene presente los aprendizajes desarrollados en la actividad “Batalla naval” como el uso de un sistema de referencia para ubicar puntos en una cuadrícula, para después relacionarlos con los nuevos aprendizajes. En el momento de desarrollo, tiene en cuenta preguntas de cuestionamiento relacionadas con la actividad “¿Dónde están los semáforos?” extraída del libro “Desafíos de Matemáticas” de sexto grado, reflexionando en los elementos del plano cartesiano (la perpendicularidad de los ejes, las coordenadas del punto de origen, los valores y los nombres de las coordenadas, etc.). Posteriormente, la profesora coloca

una actividad grupal donde los estudiantes deben ubicar una secuencia de puntos en el plano cartesiano. Por último, en el momento de cierre, implementa una retroalimentación de lo discutido en clase.

En el caso de la profesora colombiana, el diseño de planeación proporcionado tiene en cuenta aspectos curriculares como el nivel, el grado, el área, la asignatura, el estándar, los derechos básicos de aprendizaje, temas y subtemas a tratar, el propósito de aprendizaje, las competencias para trabajar, los desempeños, la metodología de aprendizaje y el perfil del estudiante incluyendo el contexto del mismo. En esta misma línea, el momento de inicio la profesora plantea como actividad de motivación el “juego Batalla Naval” con una respectiva explicación del mismo. Asimismo, al cierre de este momento se deja como actividad una consulta en relación con el plano cartesiano y la ubicación de puntos. En el momento de desarrollo, la profesora propone una puesta en común teniendo en cuenta la consulta. Posteriormente, se realizan ejemplos donde el estudiante ubique puntos en el plano, dada la pareja ordenada y luego trace el polígono uniendo los puntos ubicados. Además, proporciona ejemplos donde identifique la coordenada de un punto, dando pistas del valor de la abscisa, la ordenada o la ubicación en los ejes, o en un cuadrante determinado. Asimismo, incluye actividades donde inicialmente deben ubicar los puntos dada la coordenada y luego trazar la figura, como también actividades donde deben trazar el plano, ubicar el grupo de puntos y trazar el polígono resultante al unir los puntos. Al final de este momento, se proporciona un plano cartesiano con la ubicación de algunos objetos, para que los estudiantes respondan algunas preguntas de ubicación de los objetos según ciertas condiciones. Cabe resaltar, que la profesora incluye enlaces con actividades, para reforzar la ubicación de puntos en el plano. En el momento de cierre, propone trabajar en la sala de sistemas por medio de un aplicativo y para más información incluye un enlace para el mismo.

En segunda instancia, se analizó el diseño de planeación de clase de cada una de las profesoras con el objetivo de identificar los indicios u oportunidades de conocimientos, para posteriormente aplicar una entrevista semiestructura, profundizando en el conocimiento especializado del profesor de matemática, que no se reflejaron en el diseño de la planeación. Según Moriel-Junior y Carrillo (2014) investigar haciendo preguntas específicamente diseñadas para cada enlace, considerando el subdominio MTSK que está asociado, permite ampliar la comprensión del fenómeno investigado y consolidarse como una estrategia metodológica, para

gestionar los indicadores de conocimiento identificados con el modelo MTSK. Cabe resaltar, que para la entrevista semiestructurada se diseñó un cuestionario de preguntas abiertas basado en los subdominios que se pretendían estudiar, teniendo en cuenta indicadores generales construidos de las categorías de los mismos (Anexo 9).

En esta parte, se formularon preguntas de manera específica teniendo en cuenta el objeto matemático, cabe mencionar que tanto el cuestionario como el diseño de indicadores fue validado por expertos basándose en Advíncula et al. (2021) “en cuanto a la estructura o pautas para el diseño de cuestionarios basados en el modelo MTSK”. Por último, cabe mencionar que, para cada sesión, se utilizó la plataforma Meet debido al confinamiento de la pandemia generada por Covid 19 y, además, fueron grabadas y transcritas. Para establecer las relaciones entre el conocimiento didáctico del contenido y el conocimiento de los temas se tomaron en cuenta los fragmentos del diseño de planeación, los extractos de entrevistas de manera literal y los indicadores que fundamentan los conocimientos movilizados por cada profesora. Por último, para el análisis de las relaciones entre los subdominios se consideró el estudio de Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) para establecer una definición de direccionalidad, indicando cuándo un subdominio es condición o soporte para que emerjan otros, como a continuación se muestra. En este trabajo, definimos una “relación direccional” cuando una categoría de determinado subdominio del modelo MTSK condiciona, moviliza o permite la emergencia de una o más categorías de este u otros subdominios. Esto se denotará con una flecha. Para ejemplificar este tipo de relación se ha tomado el resultado proporcionado por Zakaryan y Ribeiro (2016) en el objeto matemático fracciones, cuando la categoría estrategias, tareas, técnicas y ejemplos del KMT condiciona la emergencia de las categorías fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas del KFLM y los diferentes significados del objeto matemático (KoT). Esta relación direccional se denota en este documento como $KMT \rightarrow (KFLM \text{ y } KoT)$.

CAPÍTULO IV. Resultados de la investigación

En el presente apartado se muestran las relaciones direccionales y relaciones intra-dominio, intra-subdominio e intra-subdominio que emergieron tanto en los hallazgos de la profesora mexicana como colombiana mediante el diseño de planeación y la entrevista semiestructura. Cabe resaltar, que en los resultados colocan extractos de entrevistas y fragmentos del diseño de planeación sobre la enseñanza de la localización en el plano cartesiano de ambos informantes.

4.1. Resultados de la profesora Mexicana

El análisis de los datos obtenidos de las técnicas e instrumentos descritos anteriormente permitió documentar los resultados de la investigación. En este apartado presentamos algunas relaciones direccionales que se lograron establecer entre algunos subdominios del modelo. Para esto, se consideraron los indicios y oportunidades identificadas en la planeación de clase. Para profundizar en los indicios de conocimiento de María, se observó al inicio del diseño el uso de la “Batalla Naval” como actividad previa a la enseñanza de la LPC, como se muestra en la Figura 2.

Figura 2. Momento de inicio del momento de planeación

El estudiante recuerda los conocimientos ya adquiridos en la actividad 14 Batalla naval, en específico el uso de un sistema de referencia para ubicar puntos en una cuadrícula, para después relacionarlos con los nuevos aprendizajes
--

Fuente: diseño de planeación

Esta actividad se tomó como una oportunidad para explorar en el conocimiento de María, por lo que se le preguntó en la entrevista: ¿Cuál es el propósito de usar la actividad “Batalla Naval” para introducir el tema de LPC?, María Respondió:

María *Me basé en la actividad de localizar puntos en una cuadrícula, es mi referente de ubicar puntos, es el que me dio el paso para llegar a ubicar puntos en el plano [...] (María, Extracto de entrevista, 29 de abril de 2021).*

Asimismo, se le preguntó ¿Qué fortalezas y debilidades puede presentar el estudiante al trabajar esta actividad introductoria al plano cartesiano? María respondió:

María *En la planeación se refiere a localizar puntos en el plano, pero en las actividades anteriores no están viendo puntos en un plano, están viendo puntos en una cuadrícula, entonces pasar de*

una cuadrícula a un plano, pues si es un gran salto porque ya estamos hablando de coordenadas numéricas, a lo mejor en la cuadrícula podían diferenciar por ejemplo una letra de un número y tal vez para ellos podrían tener la misma representación por ejemplo $(a, 2)$ que $(2, a)$ pero en el plano ya no, entonces si se necesita ver qué tan reafirmado tienen la idea de localizar puntos en la cuadrícula, para que esto le pueda ayudar a identificar el orden en el que se van a colocar los puntos de un cuadrante y también el punto a partir del cual van a empezar a contar para ubicarse en el plano (María, Extracto de entrevista, 29 de abril de 2021).

Además, se le preguntó ¿Qué dificultades son las más frecuentes en sus estudiantes en la LPC? María respondió:

María *En cuanto a una cuadrícula, pues le llaman horizontal y vertical. Para el sistema de coordenadas abscisas y ordenadas, y yo siento que ese cambio le va a generar un conflicto, porque ahora debo usar abscisas y ordenadas. Por ejemplo, en la cuadrícula si tenía un punto $(a, 1)$, era igual a $(1, a)$ y ya no me preocupaba como alumno porque era lo mismo. Pero ahora me voy al plano y resulta que no es lo mismo y debo poner cuidado en el orden, pero ese orden tiene que ver con unas coordenadas llamadas abscisas y ordenadas que yo no las manejaba. Ahora, también en cuanto a colocar el punto de origen en un sistema de coordenadas, eso también le va a generar un conflicto porque si me están diciendo, por ejemplo, que no es lo mismo. (María, Extracto de entrevista, 29 de abril de 2021).*

Aquí, la profesora evidencia tener conciencia del potencial de actividades para la enseñanza del plano cartesiano, así como sus posibles limitaciones y obstáculos (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT), conocimiento de las dificultades al localizar puntos en una cuadrícula y luego en el plano cartesiano (fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas, KFLM), y conocimiento del desarrollo procedimental para localizar puntos en el plano (nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado, KMLS), como se muestra en la Tabla 1.

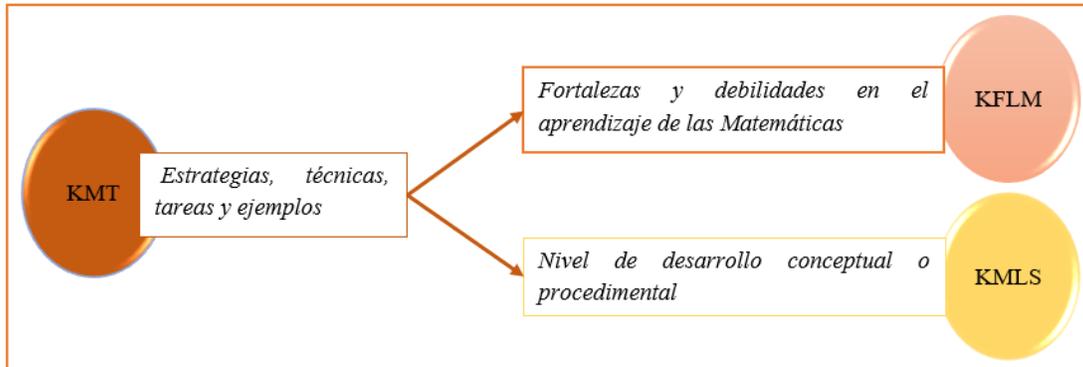
Tabla 1. Categorías y descriptores de los subdominios KMT, KFLM y KMLS

Subdominio	KMT	KFLM	KMLS
Categoría	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas	Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado
Descriptor	Conoce el juego Batalla Naval como una estrategia de enseñanza para propiciar la LPC	Conoce las dificultades de pasar de una cuadrícula al plano cartesiano	Conoce la profundidad con que los estudiantes deben localizar puntos tanto en una cuadrícula como en el plano cartesiano

Además, teniendo en cuenta lo planteado en estos fragmentos de entrevista, se puede evidenciar el conocimiento de María sobre la importancia de utilizar el juego “Batalla Naval” como una estrategia de enseñanza (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT) le permite o condiciona, por un lado, subsanar las dificultades que pueden tener los estudiantes al momento de diferenciar cómo se localizan puntos en una cuadrícula y luego en el plano cartesiano (KFLM) y

por otro, permitir el desarrollo procedimental que se tiene desde localizar puntos en una cuadrícula al plano cartesiano (KMLS), como se muestra en la Figura 3.

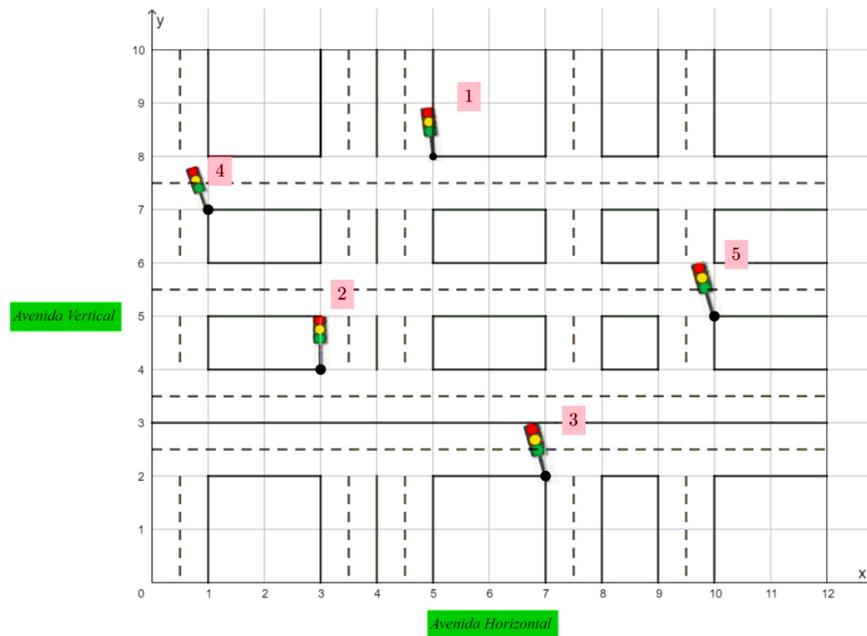
Figura 3. Relación de direccionalidad del KMT → (KFLM y KMLS)



Fuente: elaboración propia

Otra oportunidad que se logró evidenciar en la planeación fue la actividad propuesta por María “¿Dónde están los semáforos?” para introducir los elementos o términos desconocidos y conocidos del plano cartesiano. La figura 4 es una adaptación de la actividad original tomada del libro “Desafíos Matemáticos” de sexto grado proporcionado por la SEP (2020).

Figura 4. Actividad desarrollada en la Enseñanza de la LPC



Fuente: elaboración propia

Por ello, se le preguntó: ¿Qué ventajas tiene implementar la actividad “¿Dónde están los semáforos?” en la enseñanza de la LPC? María respondió:

María *Hay una situación en la secuencia, en la cual se pregunta ¿Dónde están ubicados los semáforos en tu comunidad? a partir de ahí ya los estoy haciendo pensar, ¿dónde están? ¿en la calle? ¿en la banqueta? sí, pero ¿dónde? ubícalos. ¿Si yo quiero ir a tal semáforo cómo me basaría? ¿cómo me vas a decir está en este punto? ¿cómo hago para llegar a este punto? son una serie de preguntas donde se les hace reflexionar (María, Extracto de la entrevista, 29 de abril de 2021).*

Asimismo, se le preguntó ¿Cuál es el propósito de la actividad? María respondió:

María *Durante la reflexión de la actividad se enfatiza lo siguiente: los ejes son perpendiculares, el punto de origen tiene coordenadas (0,0), los valores x e y reciben los nombres de abscisa y ordenada, representan las distancias a los ejes vertical y horizontal, respectivamente. De las reflexiones debe emerger el orden de las coordenadas de los puntos y el lugar de referencia (María, Extracto de la entrevista, 29 de abril de 2021).*

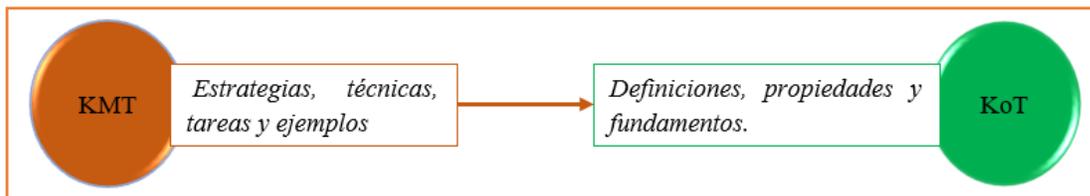
En estos fragmentos de entrevista se observa que María emplea la actividad “¿Dónde están los semáforos?” como estrategia de enseñanza para propiciar la reflexión mediante preguntas orientadoras para pensar acerca de la localización de los semáforos en su comunidad (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT). Además, María considera esta actividad como una forma de introducir los elementos del plano cartesiano, como la perpendicularidad de los ejes, el punto de origen y que las coordenadas x e y reciben los nombres de abscisa y ordenada (definiciones, propiedades y fundamentos, KoT), como se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2. Categorías y descriptores de los subdominios KMT con el KoT

Subdominio	KMT	KoT
Categoría	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Definiciones, propiedades y fundamentos
Descriptor	Conoce la potencialidad de la actividad ¿Dónde están los semáforos? como estrategia de enseñanza para propiciar la LPC	Conoce las definiciones, elementos y propiedades adecuadas que permiten caracterizar la LPC

Además, se evidencia la relación de direccionalidad del conocimiento de estrategias y preguntas orientadoras (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT) para generar la reflexión con el fin de emerger los elementos del plano cartesiano (definiciones, propiedades y fundamentos, KoT), como se muestra en la Figura 5.

Figura 5. Relación de direccionalidad del KMT → KoT



Fuente: elaboración propia

Otra oportunidad para profundizar en el conocimiento de María fue identificada cuando se le preguntó: ¿Qué elementos de otros temas el estudiante puede relacionar al localizar un punto en el plano cartesiano? María respondió:

María *Como pueden darse cuenta, una cuadrícula no es lo mismo que un plano. Ubicarse en un plano tiene que ver con dónde estoy y hacia dónde quiero llegar o dónde está el punto. Es decir, debe haber una distancia, entonces estoy hablando de medida y cuando ubico un punto en el plano, eso tiene que ver con una ubicación espacial, ahí se está hablando de un plano de dos dimensiones (María, Extracto de la entrevista, 29 de abril de 2021).*

Mencionando la bidimensionalidad del plano como una de sus características, luego de relacionar distancia y medida como temas auxiliares de la LPC, propuso el siguiente ejemplo:

María *Por ejemplo, en la aplicación del celular se puede dar cuenta de una ubicación no solamente en sistema de coordenadas sino en toda una región porque le pintan ahí unos globitos y le dice ciertos lugares y se está ubicando. También se puede dar cuenta que necesita como un GPS o un punto de referencia para ubicarse. A partir de ahí, voy a empezar a medir para ver cuántos kilómetros voy a recorrer para llegar a algún lugar, pero a partir de ese lugar (María, Extracto de la entrevista, 29 de abril de 2021).*

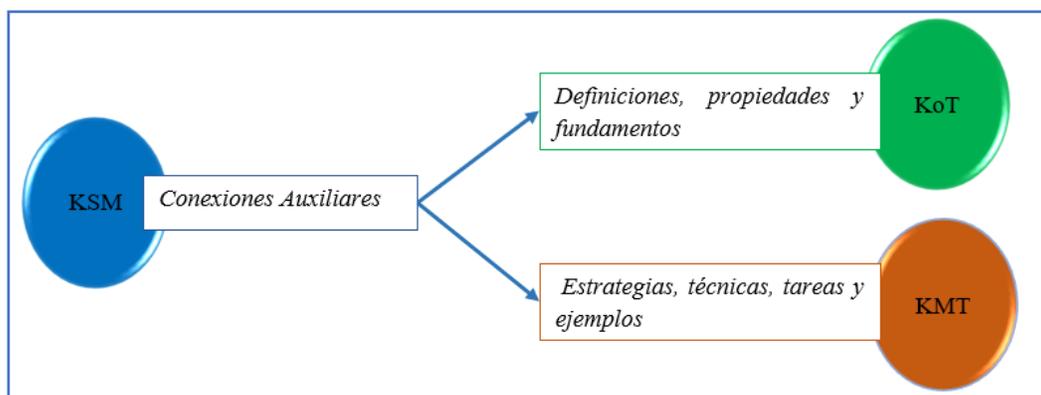
Partiendo de la información anterior, la informante tiene presente los temas de medida y distancia conectados con la ubicación en el plano (conexiones auxiliares, KSM). Además, el hecho de utilizarlos permite ver al plano como una región de dos dimensiones (definiciones, propiedades y fundamentos, KoT). Como consecuencia, propone el ejemplo de la ubicación con GPS (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT) donde se puede medir la distancia de un punto a otro en una región bidimensional, como se muestra en la Tabla 3.

Tabla 3. Categorías y descriptores de los subdominios KSM, KoT y KMT

Subdominio	KSM	KoT	KMT
Categoría	Conexiones auxiliares	Definiciones, propiedades y fundamentos	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos
Descriptor	Conoce los conceptos de medida y distancia como conexiones auxiliares para el desarrollo de la LPC	Conoce la bidimensionalidad como característica de la LPC	Conoce el GPS como un ejemplo para localizar o ubicar un punto o lugar en su comunidad

Asimismo, se evidencia que el conocimiento sobre temas auxiliares relacionados con el plano cartesiano (conexiones auxiliares, KSM), le permite, por un lado, la emergencia del conocimiento de las características del plano cartesiano (definiciones, propiedades y fundamentos, KoT) y por otro, el conocimiento de ejemplos para la enseñanza de este contenido matemático (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT). Es decir, el $KSM \rightarrow (KoT \text{ y } KMT)$ como se muestra en la Figura 6.

Figura 6. Relación de direccionalidad del KSM (KoT y KMT)



Fuente: elaboración propia

Por otra parte, siguiendo la investigación de Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) sobre las relaciones intra-subdominio, intra-dominio e inter-dominio, respectivamente. En los hallazgos de la profesora Mexicana en primera instancia se evidenció una relación intra-dominio entre los subdominios KMT, KFLM y KMLS, donde la profesora con la intención enseñar la LPC logra incluir en su diseño de planeación el “juego batalla naval”, el cual lo utiliza como estrategia que le permite identificar algunas dificultades que presentan los estudiantes al momento de localizar puntos en el plano y el grado de complejidad que resulta de trabajar con el primer cuadrante al plano completo. En estas relaciones se evidencian conocimientos internos de un mismo dominio. Es decir, con las categorías estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT), fortalezas y debilidades

en el aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y la categoría de Nivel de desarrollo conceptual (KMLS), como se muestra en la Figura 7.

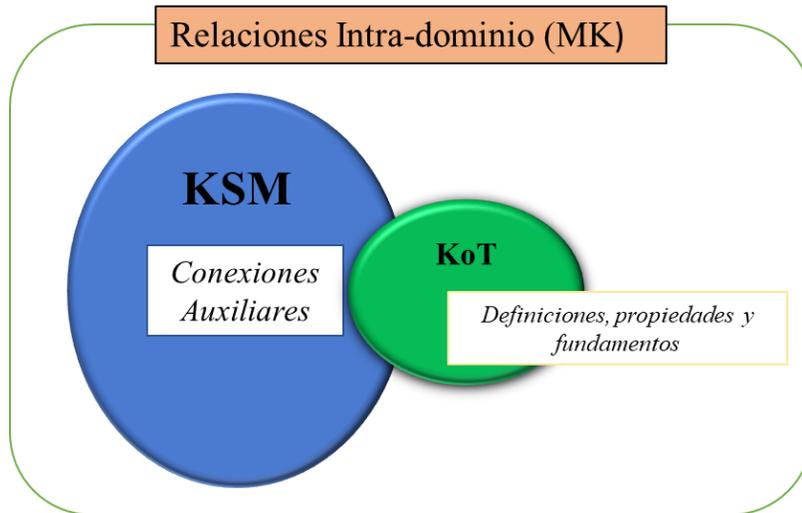
Figura 7. Relación intra-subdominio entre KMT, KFLM y el KMLS



Fuente: elaboración propia

Otra relación intra-dominio se evidenció entre los subdominios KSM y KoT, donde la profesora utiliza los conceptos de distancia y medida como conexiones auxiliares con la intención de introducir al estudiante a la ubicación espacial. Asimismo, esta conexión le permite identificar la bidimensionalidad del plano cartesiano como una región de dos dimensiones. En esta relación entre subdominios de un mismo dominio, se movilizaron las categorías de conexiones auxiliares del KSM y la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos (KoT), como se muestra en la Figura 8.

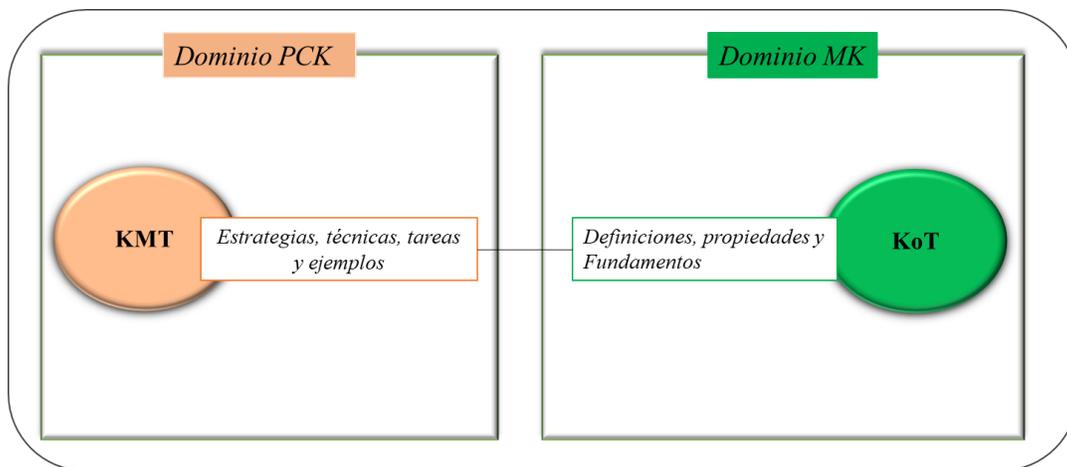
Figura 8. Relaciones intra-dominio entre el KSM y el KoT



Fuente: elaboración propia

Por otra parte, se evidenció una relación inter-dominio entre los subdominios KMT y KoT, donde la profesora emplea una actividad titulada “¿Dónde están los semáforos?” la cual utiliza como estrategia de enseñanza y mediante la realización de la misma reflexiona sobre los elementos del plano cartesiano. Aquí se relaciona la categoría de estrategia, técnicas, tareas y ejemplos (KMT) con la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos (KoT), como se muestra en la Figura 9.

Figura 9. Relación inter-dominio entre el KMT y KoT

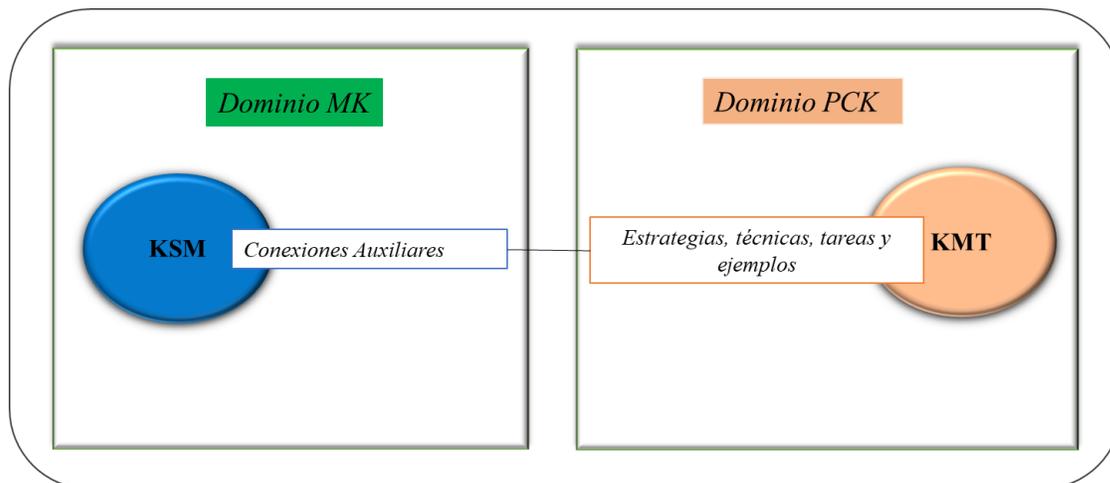


Fuente: elaboración propia

Otra relación inter-dominio se evidenció entre los subdominios del KSM y KMT, donde la profesora tiene presente los conceptos de medida y distancia para localizar un punto en la

comunidad. Asimismo, para tener en cuenta estos conceptos la profesora reconoce el GPS como ejemplo potente para localizar un punto o lugar en la comunidad o el hecho de trasladarse al mismo. Aquí se relacionaron la categoría de conexiones auxiliares (KSM) y la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT, como se muestra en la figura 10.

Figura 10. Relación inter-dominio entre KSM y KMT



Fuente: elaboración propia

4.2. Resultados de la Profesora Colombiana

En los conocimientos empleados por la profesora Colombiana para el diseño de planeación se lograron establecer relaciones direccionales entre algunos subdominios del modelo. Por tanto, para ahondar en los indicios del conocimiento de la profesora, se observó en el diseño de planeación de clase, en el momento llamado *inicio* (Ver Figura 11), el uso del juego “Batalla naval”, que se tomó como una oportunidad para profundizar en el conocimiento de la profe.

Figura 11. Momento de inicio del diseño de planeación de clase

MOMENTOS DE LA CLASE	
INICIO:	<p>Motivación: se iniciará jugando por grupos con el juego de batalla naval, primero se explicará en que consiste el juego, cuáles son las reglas del juego. También se recalcará la importancia de dar bien la coordenada donde se ubica cada barco, iniciando por el número (que indica la abscisa y luego la letra que indica la ordenada).</p> <p>Como consulta se deja indagar sobre el plano cartesiano y la ubicación de puntos para socializar en la próxima sesión.</p>

Fuente: Fragmento de planeación de clase de la profesora

En la entrevista se le preguntó lo siguiente:

Investigador: ¿Qué propósito tiene el juego “Batalla naval” en el aprendizaje de la LPC?
Nydia: Nos ayuda a mirar más o menos cómo ellos están, o sea cómo se ubican en ese plano pues que también es el primer cuadrante prácticamente [...] para que ellos empiecen

a acostumbrarse a que primero cuando uno da una posición en el plano le da la componente horizontal y luego la vertical

¿Qué términos o elementos del juego batalla naval se relacionan con el plano cartesiano?

Investigador:

Nydia:

bueno ahí como es la introducción no hablamos ni de abscisas ni de ordenada solamente tratamos de decir. Bueno los horizontales empezamos a introducir que ese va a hacer nuestro eje x. Sin embargo, después ampliamos la noción de que es. y el ubicar o al dar esa coordenada que ubique exactamente un punto que no puede estar en otro lado y allí también es importante lo del origen donde se cruzan los dos ejes, que es donde se origina el plano.

Investigador:

Cuando se trabaja con un primer cuadrante como en el juego, a trabajar con el plano completo ¿Cree usted que existiría un gran salto?

Nydia:

Debe cambiar la forma, la percepción de ellos. Porque aparte estamos conociendo otro conjunto numérico que son los enteros y el plano cartesiano, nos permiten también reforzar esa parte de la ubicación en la recta de los números enteros. Mirar que del origen a la izquierda vendrían los negativos y ahí nos van ampliando los cuadrantes o del origen hacia abajo en el eje y, también trabajamos los números negativos. (Nydia, Extracto de la entrevista, 9 de febrero de 2022)

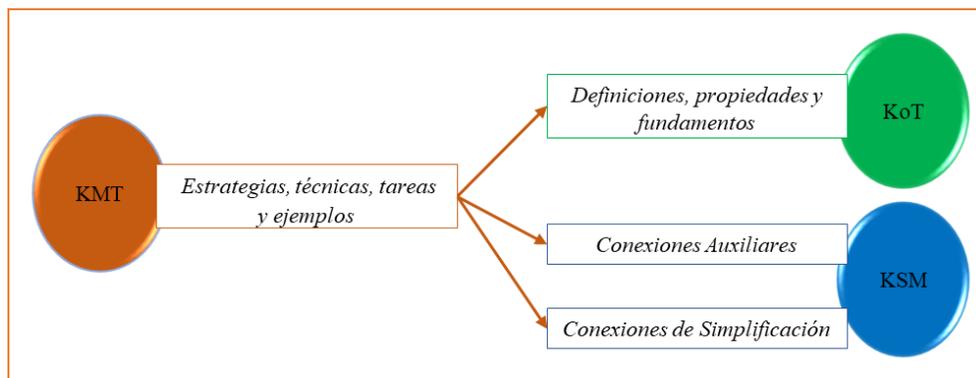
Se observa que la profesora emplea el juego “Batalla naval” como una estrategia de enseñanza que le permite saber cómo los estudiantes se ubican en el primer cuadrante, con el fin de introducirlo a la localización de puntos en el plano cartesiano. Enfatizando que cuando se da una posición en el plano primero se debe dar la horizontal y luego la vertical (*Estrategias, técnicas, tareas y juegos, KMT*). Asimismo, la profesora considera el juego como un medio para introducir algunos elementos del plano. Resaltando, el eje horizontal como el eje de las x , la intersección de los dos ejes (horizontal y vertical) como el punto de Origen y la formación del plano (*Definiciones, propiedades y fundamentos, KoT*). Además, Nydia es consciente que trabajar con el plano completo es diferente que trabajar con un cuadrante. Es decir, ella concibe que el plano completo implica diferentes conexiones. Por ejemplo: en primera instancia se conoce un conjunto numérico que son los enteros (*Conexiones auxiliares, KSM*) y además el hecho de localizar un punto permite reforzar la ubicación en la recta de los números enteros (*Conexión de simplificación, KSM*). Estas descripciones se muestran en la Tabla 4.

Tabla 4. Categorías y descriptores de los subdominios KMT, KoT y KSM

Subdominios	KMT	KoT	KSM
Categorías	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Definiciones, propiedades y fundamentos	Conexiones auxiliares
Descriptor	Conoce el juego Batalla Naval como una estrategia de enseñanza para propiciar la LPC	Conoce el nombre de las coordenadas y los ejes del plano cartesiano y como se forma el mismo.	Conoce el conjunto de los números enteros como conexión auxiliar para el desarrollo de la LPC
			Conexión de simplificación
			Conoce cómo se contextualiza retrospectivamente el tema de LPC con la recta numérica

Además, se evidencia una relación de direccionalidad donde el conocimiento del juego “Batalla Naval” como estrategia de enseñanza (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT), condicionó o permitió saber cómo se ubican los estudiantes en el primer cuadrante y los elementos del plano cartesiano (Definiciones, propiedades y fundamentos, KoT) y por otro, conocer el conjunto numérico que son los enteros (Conexiones auxiliares, KMS) y reforzar la ubicación en la recta de números enteros (Conexión de simplificación, KSM), es decir, el $KMT \rightarrow (KoT \text{ y } KSM)$ como se muestra en la Figura 12.

Figura 12. Relación de direccionalidad del $KMT \rightarrow (KoT \text{ y } KSM)$



Fuente: elaboración propia

Otra oportunidad para profundizar en el conocimiento de la profesora fue cuando se analizó en el diseño de su planeación de clase, al cierre final del momento de inicio y al comienzo del momento desarrollo el uso de la “consulta” como una tarea para indagar sobre el plano cartesiano y la ubicación de puntos (ver Figura 13).

Figura 13. Momento de inicio y desarrollo del diseño de planeación de clase

INICIO:	Como consulta se deja indagar sobre el plano cartesiano y la ubicación de puntos para socializar en la próxima sesión.
DESARROLLO:	Explicación: a partir de la consulta de los estudiantes se realizará una puesta en común donde se buscará conceptualizar qué es el plano cartesiano, sus elementos, la ubicación de un punto dada su coordenada.

Fuente: Fragmento de planeación de clase de la profesora

Por ello, en la entrevista se le preguntó:

Investigador: ¿Con qué propósito coloca la actividad de consulta, indagar acerca del plano cartesiano y la ubicación de los puntos?

Nydia: Muchos llevan un montón de investigación sin entender nada de lo que escriben. Sin embargo, hay otros que ya tienen más o menos ideas. Uno dice plano cartesiano y llevan la gráfica, ubicando sus elementos, el origen, sus ejes y uno que otro ejemplo y con base en lo que ellos van diciendo uno va interactuando, corrigiéndolos como institucionalizando ya lo que es plano cartesiano, cómo ubicar los puntos, cuáles son sus elementos.

Investigador: Digamos en ese interactuar de ideas ¿hay una construcción del concepto de plano cartesiano? ¿Usted la da?

Nydia: Más que manejar una definición uno les dice cómo se forma el plano cartesiano. Es decir, como la intersección de dos rectas. Pues es la organización en un espacio plano donde el plano está conformado por dos ejes, el eje vertical, el eje horizontal, eso nos divide todo el plano en cuatro regiones. También se les da la noción de abscisa y ordenada y ese punto que podemos ubicar en cualquier lado del plano que lo nombramos la coordenada, y esa coordenada está conformada por la abscisa y la ordenada (Nydia, Extracto de entrevista, 9 de febrero de 2022).

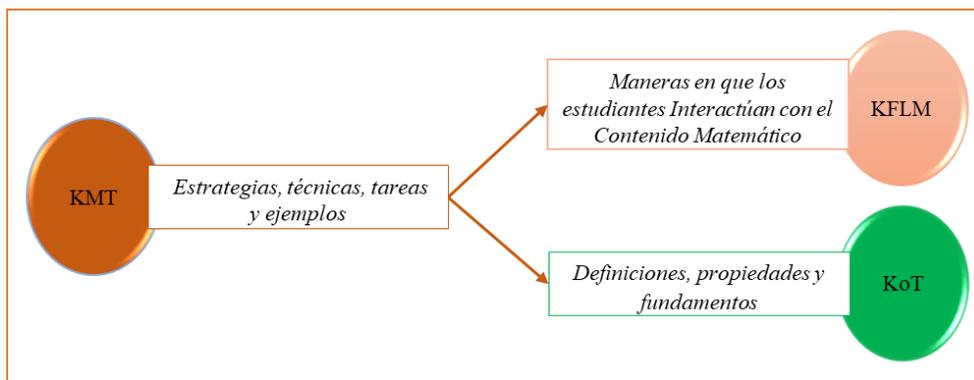
De este fragmento de entrevista, se puede evidenciar que la profesora utiliza la tarea “consultar acerca del plano cartesiano” como una estrategia de enseñanza para familiarizar a los estudiantes con los elementos y características del plano cartesiano (*Estrategias, técnicas, tareas y juegos, KMT*). También se observa que la profesora prevé las formas en que los alumnos interactuarán con los elementos del PC (*Maneras en que los estudiantes Interactúan con el Contenido Matemático, KFLM*) y, además, se evidencia conocimiento sobre cómo se forma el plano y qué elementos lo conforman. Expresando que el plano es la intersección de dos rectas, y cuyas rectas son eje vertical y eje horizontal, las cuales divide en cuatro cuadrantes al plano. (*Definiciones, propiedades y fundamentos, KoT*) como se muestra en la Tabla 5.

Tabla 5. Categorías y descriptores de los subdominios KMT, KFLM y KoT

Subdominios	KMT	KFLM	KoT
Categorías	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Maneras en que los estudiantes Interactúan con el Contenido Matemático	Definiciones, propiedades y fundamentos
Descriptor	Conoce la consulta como una enseñanza de enseñanza para introducir la LPC	Conoce las diferentes formas en que los estudiantes interactúan con los elementos la LPC	Conoce las definiciones y propiedades adecuadas que permiten caracterizar la LPC

Más aún, se evidencia una relación de direccionalidad donde la “consulta” como estrategia de enseñanza (Estrategias, técnicas, tareas y juegos, *KMT*), permite emerger, en primera instancia la forma cómo el estudiante interactúa o se introduce para conocer el PC (Maneras en que los estudiantes Interactúan con el Contenido Matemático, *KFLM*) y, por otro lado, emergió el conocimiento de cómo se forma el plano y qué elementos lo conforman (Definiciones, propiedades y fundamentos, *KoT*). Es decir, el $KMT \rightarrow (KFLM \text{ y } KoT)$, como se muestra en la Figura 14.

Figura 14. Relación de direccionalidad del $KMT \rightarrow (KFLM \text{ y } KoT)$



Fuente: elaboración propia

Otra oportunidad para indagar en el conocimiento de Nydia fue cuando se observó en el diseño de su planeación, en el momento *desarrollo* (ver Figura 15), una actividad centrada en la localización de algunos objetos según ciertas condiciones.

Figura 15. Momento desarrollo del diseño de planeación de clase

DESARROLLO:	Finalmente, se dará un plano cartesiano con la ubicación de algunos objetos para que los estudiantes respondan algunas preguntas de ubicación de los objetos según ciertas condiciones.
--------------------	---

Fuente: Fragmento de planeación de clase de la profesora

Cabe resaltar, que la actividad que se empleó en el momento de desarrollo de la planeación con la intención de enseñar la LPC, (ver Figura 16) es titulada “Trabajando con los 4 cuadrantes” tomada de la página web liveworksheets.

Figura 16. Actividad para la enseñanza de la LPC

3. Observa el plano cartesiano y escribe la coordenada de cada objeto:

Cangrejo (,)	Círculo (,)
Triángulo (,)	Carita (,)
Reloj (,)	Búho (,)
Caracol (,)	Cuadrado (,)
Avión (,)	Sapo (,)
Manzana (,)	Pez (,)

Responde las preguntas:
 ¿Qué objetos se ubican en la misma ordenada?
 ¿Qué objetos se ubican con la misma abscisa?
 ¿Cuáles objetos tienen abscisa negativa?
 ¿Cuáles objetos tienen ordenada positiva?
 ¿Qué objetos se encuentran sobre el eje x?
 ¿Qué objetos se encuentran sobre el eje y?
 ¿Qué objetos se encuentran en el cuadrante I?
 ¿Qué objetos se encuentran en el cuadrante II?
 ¿Qué objetos se encuentran en el cuadrante III?
 ¿Qué objetos se encuentran en el cuadrante IV?

Imagen tomada de <https://es.liveworksheets.com/gr1856599os>

Fuente: Página web Liveworksheets (s.f)

En la actividad la profesora utiliza una página web donde solo aparece la figura izquierda y el punto 3 y ella adapta una serie de preguntas para orientar al estudiante. En la entrevista se le preguntó:

Investigador: ¿Cuál es el propósito de incluir estas preguntas en la actividad?

Nydia: Esas preguntas buscan que ellos distingan cuáles son los cuadrantes, o sea ¿cómo se divide el plano? ¿cuál es la región que corresponde al cuadrante uno, dos? y por eso algunas preguntas dicen ¿qué objetos se encuentran en el cuadrante I? ¿qué objetos se encuentran en el cuadrante II? O sea que distingan los elementos que hacen parte del plano cartesiano. En otras, dicen ¿qué objetos se ubican en la misma ordenada? o ¿cuáles se ubican en la misma abscisa? o ¿cuáles están con abscisa sobre el eje y o sobre el eje x? Entonces como que empiezan a mirar qué elementos son propios del

plano cartesiano y que ellos los empiecen a identificar (Nydia, Extracto de entrevista, 9 de febrero de 2022).

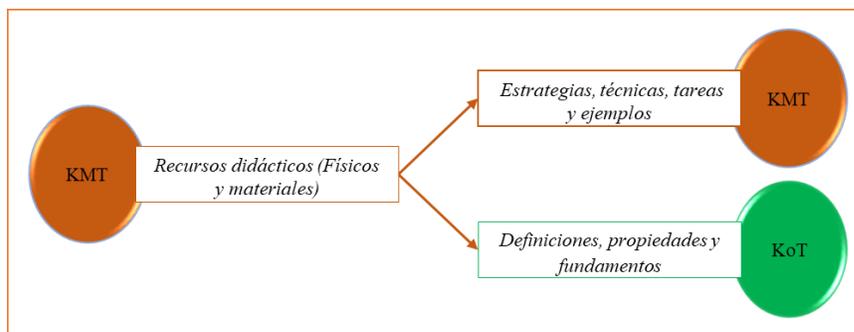
Aquí la profesora tiene conocimiento de la página web como un recurso virtual estableciendo su potencialidad y limitaciones para la enseñanza del plano cartesiano (*Recursos Didácticos, KMT*). Además, la actividad “Trabajando en los 4 cuadrantes” extraída de la página web la utiliza como una estrategia de enseñanza para la LPC (*Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos KMT*), con el propósito de ir identificando los cuadrantes, es decir, cómo se divide el plano y qué elementos son propios de él (*Definiciones, propiedades y fundamentos, KoT*), como se muestra en la Tabla 6.

Tabla 6. Categorías y descriptores de los subdominios KMT y KoT

Subdominios	KMT		KoT
Categorías	Recursos Didácticos (Físicos y Digitales)	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	Definiciones, propiedades y fundamentos
Descriptor	Conoce la página web Liveworksheets como un recurso digital para la enseñanza de la LPC	Conoce de la actividad “Trabajando en los 4 cuadrantes” como una estrategia de enseñanza para propiciar la LPC	Conoce los elementos que permiten caracterizar la LPC

Por consiguiente, se evidencia una relación de direccionalidad, donde el conocimiento que tiene la profesora acerca de la página web (Recursos didácticos, KMT), condicionó a la emergencia de la actividad “Trabajando con los 4 cuadrantes” como una estrategia de enseñanza (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT) y, además, emergió el conocimiento se los elementos propios del plano cartesiano (Definiciones, propiedades y fundamentos, KoT), como se muestra en la Figura 17.

Figura 17. Relación de direccionalidad del KMT → (KMT y KoT)



Fuente: elaboración propia

Una última oportunidad para profundizar en el conocimiento de la profesora fue cuando se analizó en el momento de desarrollo del diseño de su planeación (ver Figura 18), el uso de una actividad que tiene como propósito la localización de puntos y trazar la figura correspondiente en el plano.

Figura 18. Momento de desarrollo del diseño de planeación de clase

DESARROLLO:

Posteriormente, los estudiantes realizarán la actividad, donde inicialmente deben ubicar los puntos dada la coordenada y luego trazar la figura (en esta parte se les da el plano cartesiano) La segunda parte los estudiantes deben trazar el plano, ubicar el grupo de puntos y trazar el polígono resultante al unir los puntos.

Fuente: Fragmento de planeación de clase de la profesora

Por ello, en la entrevista se le preguntó:

Investigador: ¿Qué le aporta esta actividad a la enseñanza de la LPC?

Nydia: Son actividades que a ellos les gustan, porque además de tener la operación, nos permite hacer el grafo y mirar qué muñeco me va a salir, qué figura me va a salir. Entonces aquí aproveché la ubicación de los puntos, unan los puntos en forma consecutiva y miren qué figura le sale, esta es un poquito más compleja y luego se hacen los dibujos más sencillos [...] (Nydia, Extracto de entrevista, 9 de febrero de 2022).

En este fragmento de entrevista, la profesora evidencia conocimiento sobre aquellas actividades que son del interés y del agrado del estudiante (*Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas, KFLM*). Además, tiene conocimiento de la actividad como una estrategia de enseñanza, reconocimiento la potencialidad de la misma (*Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT*), como se muestra en la Tabla 7.

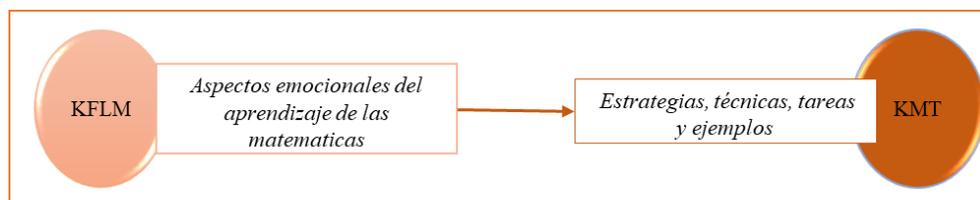
Tabla 7. Categorías y descriptores de los subdominios KFLM, KMT y KSM

Subdominios	KFLM	KMT
Categorías	Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos
Descriptor	Conoce actividades que son del interés y del agrado de los estudiantes para propiciar la LPC	Conoce actividades como estrategias de enseñanza y su potencialidad para propiciar la LPC

Asimismo, se evidencia la relación de direccionalidad, donde el hecho de conocer actividades del agrado e interés del estudiante (*Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas, KFLM*), permitió o condicionó la emergencia de la potencialidad de la actividad

como una estrategia de enseñanza (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT), es decir, KFLM→KMT, como se muestra en la Figura 19.

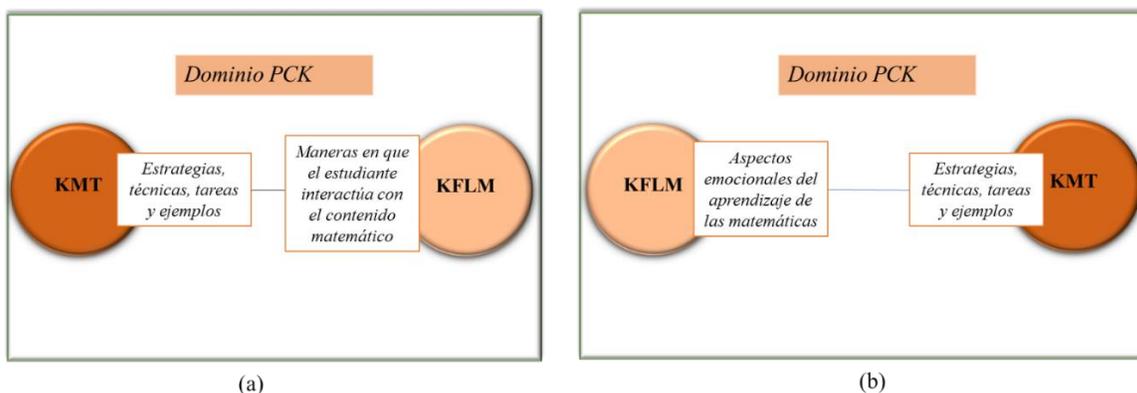
Figura 19. Relación de direccionalidad del KFLM→ KMT



Fuente: elaboración propia

Otras relaciones encontradas en los hallazgos de la profesora Colombiana, se evidencian relaciones de tipo intra-dominio, intra-subdominio e inter-dominio como lo sustentan Delgado Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) en su estudio. En los tipos de relaciones intra-dominio, se relacionó el subdominio KMT con el KFLM perteneciente al dominio PCK. Esta relación se estableció debido, a que la profesora usa la actividad “Consultar” como estrategia de enseñanza que le va a permitir a los estudiantes relacionarse con el plano cartesiano y por ende conocer e identificar los elementos del mismo. Asimismo, esta estrategia le permitió saber la forma cómo cada estudiante va a interactuar con el plano cartesiano y sus elementos. Aquí se relaciona la categoría de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT) con la categoría de Maneras en que los estudiantes Interactúan con el Contenido Matemático (KFLM), Como se muestra en la Figura 19. Cabe resaltar, que estos dos subdominios se relacionaron de nuevo. Sin embargo, el punto de partida en esta relación fue el subdominio KFLM movilizándolo el subdominio KMT. Es decir, en esta relación la profesora conoce las actividades que son del agrado de los estudiantes y los beneficios que estas le aportan al estudiante al momento de localizar una secuencia de puntos en el plano y luego identificar la figura correspondiente. Asimismo, esta actividad la profesora la utiliza como estrategia de enseñanza-aprendizaje para el LPC. Aquí se relaciona la categoría Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) con la categoría de estrategias, técnicas tareas y ejemplos (KMT), como se muestra en la Figura 20.

Figura 20. Relaciones intra-dominios

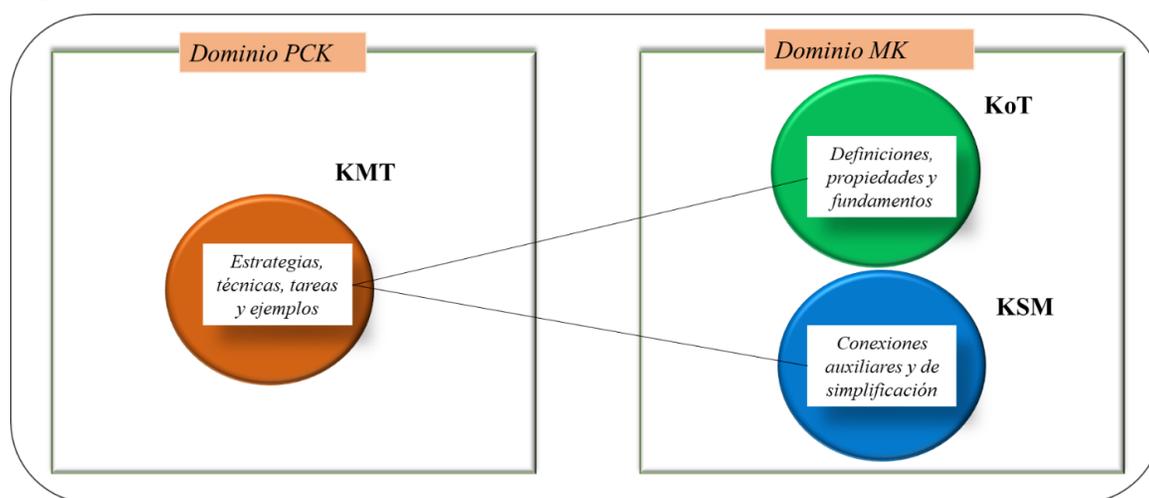


a) Relaciones intra-dominios entre el KMT y el KFLM; b) Relaciones intra-dominios entre el KFLM y el KMT

Fuente: elaboración propia

Por otro lado, se logró establecer relaciones de tipo inter-dominios, donde el subdominio KMT se relacionó con los subdominios KoT y el KSM. Es decir, en esta relación la profesora utiliza el “juego batalla naval” como estrategia de enseñanza para saber cómo los estudiantes manejan el orden de las coordenadas al localizar un punto. Además, tiene presente que en el plano completo los estudiantes pueden utilizar el conjunto de los números enteros que se muestran en la extensión de algunos cuadrantes. Por consiguiente, el hecho de trabajar con el plano completo le permite reforzar la ubicación de puntos en la recta numérica de números enteros. En efecto, aquí el punto de partida es la categoría de estrategia, técnicas, tareas y ejemplo (KMT) movilizándolo las categorías de definiciones, propiedades y fundamentos (KoT) y las conexiones auxiliares y de simplificación perteneciente al KSM, como se muestra en la Figura 21.

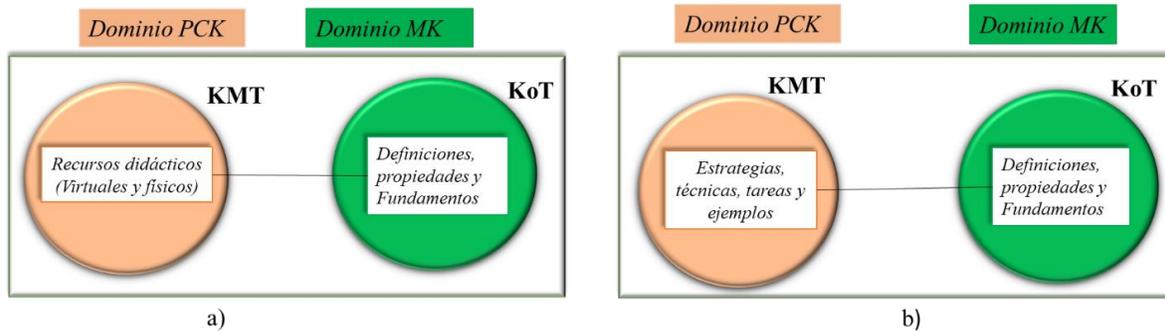
Figura 21. Relaciones inter-dominios



Fuente: elaboración propia

Otra relación inter-dominio se estableció entre los subdominios KMT y KoT, donde la profesora, utiliza la página web como un medio para extraer de ella actividades potentes para llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de la localización del plano cartesiano. Cabe resaltar, que mediante esta página web la profesora agrega otros ítems a la actividad con el propósito de que sus estudiantes identifiquen los cuatro cuadrantes y elementos del plano. Aquí, se relaciona la categoría de recursos didácticos (Virtuales y físicos) (KMT) con la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos del KoT, como se muestra en la Figura 21. Asimismo, dos de estos subdominios se relacionan nuevamente, en el momento de desarrollo del diseño de planeación con la categoría de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos del KMT y la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos del KoT (Ver Figura 22). Es decir, la profesora emplea la tarea “consulta” como estrategia de enseñanza, la cual permite a los estudiantes traer información del plano cartesiano y por ende conocer sus elementos.

Figura 22. Relaciones inter-dominio entre el KMT y el KoT

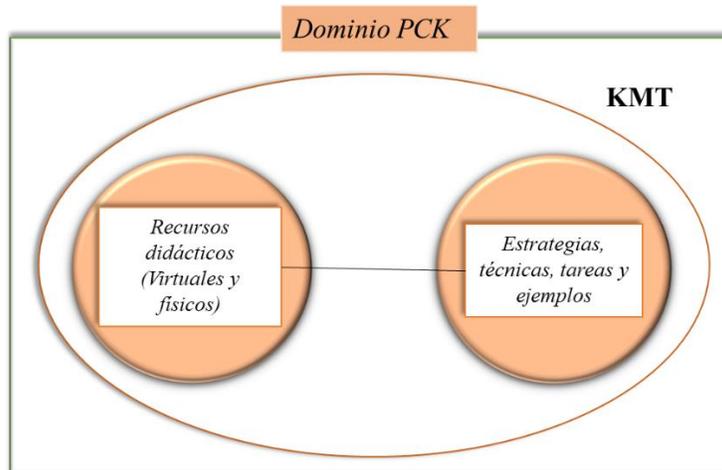


- a) Relaciones entre la categoría de recursos didácticos y la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos; b) relación entre la categoría de estrategia, técnica, tareas y ejemplo con la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos.

Fuente: elaboración propia

Una última relación se evidenció entre los conocimientos internos del subdominio KMT. Es decir, una relación de carácter intra-subdominio. Aquí, la profesora hace uso de la página web como un recurso didáctico virtual, la cual considera potente para identificar los elementos del plano cartesiano y saber dar las coordenadas de los objetos ubicados en los cuatro cuadrantes. Aquí se relacionaron la categoría de recursos didácticos (virtuales y físicos) con la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, ambas pertenecientes al KMT, como se muestra en la Figura 23.

Figura 23. Relación Intra- subdominio entre las categorías del KMT.



Fuente: elaboración propia

CAPÍTULO V. Discusión

5.1. Relaciones direccionales en resultados de maestra Mexicana

En la presente investigación, los resultados de la profesora Mexicana evidencian diferentes relaciones direccionales entre los subdominios del conocimiento didáctico del contenido (PCK), con el conocimiento de los temas (KoT) y la estructura de las matemáticas (KSM), perteneciente al dominio del conocimiento matemático (MK). Las Figuras 5, 6 y 7 describen las relaciones direccionales entre las categorías de algunos subdominios, evidenciadas por esta profesora. Estas relaciones de direccionalidad se explican detalladamente a continuación, donde un subdominio KMT movilizó o condicionó la emergencia de los subdominios KFLM y KMLS; este mismo subdominio movilizó la emergencia del KoT; y por último el subdominio KSM movilizó la emergencia del KoT y el KMT.

En la primera relación direccional $KMT \rightarrow (KFLM \text{ y } KMLS)$ que se estableció en la Figura 5, María, con la intención de enseñar el plano cartesiano, implementa la actividad “Batalla naval” como una estrategia (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT) que le permite adentrarse a ubicar puntos en el plano y además le lleva a resolver las posibles dificultades que podrían presentar los estudiantes. En esta relación, María expresa que el alumno puede presentar “un gran salto” cuando pasa de trabajar con una cuadrícula a trabajar con el plano cartesiano completo, pues en la cuadrícula se manejan los términos “horizontal” y “vertical” y en el plano cartesiano “abscisa” y “ordenada” (fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas KFLM). Asimismo, esta estrategia le permite establecer el conocimiento de la profundidad procedimental

que se debe desarrollar en el nivel donde se va a enseñar esta temática (nivel de desarrollo conceptual y procedimental esperado, KMLS), pues, mientras que en la cuadrícula sólo se considera la orientación vertical u horizontal, sin importar el orden, en el plano sí es relevante el orden de la abscisa y ordenada para localizar un punto.

Otra evidencia de relación direccional entre subdominios $KMT \rightarrow KoT$ (ver Figura 6) es cuando María emplea la actividad “¿Dónde están los semáforos?” con el objetivo de reflexionar mediante preguntas orientadoras o de cuestionamiento dónde están los semáforos en su comunidad. Este hecho es tomado como una estrategia de enseñanza (estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT), la cual permite emerger el orden de las coordenadas de los puntos y el lugar de referencia como también introducir los elementos atribuibles al plano cartesiano (definiciones, propiedades y fundamentos, KoT). Este resultado también fue encontrado por Padilla-Escorcía y Acevedo-Rincón, (2021; 2022) en los objetos matemáticos función seno y elipse, respectivamente, en sus representaciones geométricas mediante el uso de GeoGebra, donde saber el nivel de potencialidad de recursos materiales y virtuales en la enseñanza (KMT), guarda relación con saber las definiciones (KoT), aunque ellos no establecieron una relación direccional.

En una última relación de direccionalidad $KSM \rightarrow (KoT \text{ y } KMT)$, como se muestra en la Figura 6, se evidencia que María utiliza los temas de medida y distancia como conexiones auxiliares (KSM) con el propósito de resaltar la bidimensionalidad del plano (KoT), y moviliza el conocimiento acerca de los ejemplos para la enseñanza del plano cartesiano (KMT). Es decir, el GPS como un ejemplo para saber localizar un determinado lugar, observar el plano como una región de dos dimensiones y además medir el recorrido para llegar de un punto a otro. De esta manera, las relaciones encontradas en los resultados de la profesora Mexicana que se presentaron en este estudio fueron evidenciadas mediante el diseño de una planeación de clase, la cual no fue ejecutada por parte del profesor en el aula de Matemáticas. Esto marca la importancia de poder seleccionar formas de recolección de la información diferentes a la observación en el aula de clase. Este trabajo ha evidenciado relaciones direccionales entre subdominios del modelo MTSK que no han sido reportadas en la literatura.

5.2. Relaciones direccionales en resultados de maestra Colombiana

En resultados de la profesora Colombiana se evidenciaron diferentes relaciones direccionales entre los subdominios del conocimiento didáctico del contenido (PCK), con el

conocimiento de los temas (KoT) y la estructura de las matemáticas (KSM), perteneciente al dominio del conocimiento matemático (MK). En las Figuras 12, 14, 17 y 19 se describen las relaciones direccionales entre las categorías de algunos subdominios evidenciadas por esta profesora. Dichas relaciones se explican detalladamente a continuación, donde un subdominio KMT movilizó o condicionó la emergencia de los subdominios KoT y KSM; de igual manera, el KMT movilizó la emergencia del KFLM y KoT. Asimismo, el KMT movilizó la emergencia de una de sus categorías interna del subdominio junto con el subdominio KoT y, por último, el subdominio KFLM movilizó la emergencia del KMT

En la primera relación $KMT \rightarrow (KoT \text{ y } KSM)$ que se representa en la Figura 12, Nydia, con la intención de llevar a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje acerca del plano cartesiano, utiliza el juego “Batalla naval” como una estrategia (Estrategia, técnicas tareas y ejemplos, KMT) que le permite saber cómo los estudiantes se ubican en el primer cuadrante. Expresando “que cuando se da una posición en el plano primero se debe dar la horizontal y luego la vertical” (Definición, propiedades y fundamentos, KoT). Asimismo, esta estrategia de enseñanza le permite visualizar que trabajar con el plano completo es más complejo que trabajar con un solo cuadrante. Es decir, con el plano completo se conoce un conjunto numérico que es el de los enteros (Conexiones auxiliares) y, por otro lado, tiene presente que el hecho de que un estudiante pueda localizar puntos en el plano permite reforzar la ubicación de los números enteros en la recta (Conexión de Simplificación, KSM). Este resultado también fue encontrado en Zakaryan y Ribeiro (2016) con el objeto matemático números racionales, donde conocer y proponer ejemplos en relación con el objeto matemático (KMT), puede establecer algunas conexiones entre conceptos (KSM), permitiendo a la vez la introducción del tema matemático (KoT). En nuestro caso, se relacionaron las mismas categorías y el punto de partida fue el “juego Batalla naval” como estrategia de enseñanza (KMT) para reforzar el orden que deben llevar las coordenadas al localizar puntos (KoT) y el uso de conexiones del plano con otros temas matemáticos (KSM).

Una segunda relación de direccionalidad es entre el $KMT \rightarrow (KFLM \text{ y } KoT)$, como se muestra en la Figura 14. Aquí, la profesora Colombiana con sus deseos de enseñar propone en su diseño de planeación la tarea “Consulta”, como una estrategia que le va a permitir al estudiante conocer el plano cartesiano, sus elementos y cómo se localiza un punto en el mismo (Estrategia, técnicas, tareas y ejemplo, KMT). Asimismo, la tarea de consultar, le permite saber la forma como

los estudiantes van a interactuar con el plano cartesiano, expresando que, “muchos llevan un montón de investigación sin entender nada de lo que escriben. Sin embargo, hay otros que ya tienen más o menos ideas. Por ejemplo, se dice plano cartesiano y algunos llevan la gráfica, ubicando sus elementos, el origen, sus ejes y uno que otro ejemplo” (Maneras en que los estudiantes interactúan con el contenido Matemático, KFLM). Además, la consulta como estrategia le permite a la profesora dar a conocer cómo se forma el plano y qué elementos lo conforman, después de una puesta en común, expresando que “el plano es la intersección de dos rectas, y cuyas rectas son eje vertical y eje horizontal, las cuales dividen en cuatro cuadrantes al plano” (Definiciones, propiedades y fundamentos, KoT).

En la tercera relación de direccionalidad entre $KMT \rightarrow (KMT \text{ y } KoT)$, como se representa en la Figura 17. Aquí la profesora tiene conocimiento del uso de la página web (Liveworksheets), como un recurso para llevar a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje del plano cartesiano (Recursos Didácticos (materiales y físicos), KMT). Asimismo, la profesora emplea la actividad “Trabajando con los 4 cuadrantes” extraída de la página web, de la cual, hace ciertas adaptaciones como preguntas de cuestionamiento u orientación. Cabe resaltar, que esta actividad es tomada como una estrategia de enseñanza (Estrategia, técnicas, tareas y ejemplos, KMT). Por último, el hecho de utilizar la página web, le permite a la profesora llevar a cabo el objetivo de identificar los cuadrantes y elementos propios del plano cartesiano (Definiciones, propiedades y fundamentos, KoT). Flores et al. (2013) establecieron la relación entre KMT-KoT, ellos profundizaron en las opciones metodológicas que emplea la profesora en acción con sus alumnos para llegar a identificar las características y clasificación del objeto matemático. En nuestro estudio, la categoría de recursos didácticos se tomó como punto de partida, la cual permitió seleccionar la actividad como estrategia de enseñanza (KMT) e identificar los elementos de la LPC (KoT).

Una última relación de direccionalidad se evidencia entre $KFLM \rightarrow KMT$, como se muestra en la Figura 19. La profesora, con el propósito de localizar puntos en el plano cartesiano emplea actividades de total agrado para los estudiantes, es decir, actividades que despiertan el interés y motivación del alumno para aprender matemáticas, expresando que dichas actividades “además de hacer la operación se puede hacer el grafo o figura”, (Aspectos y emociones del aprendizaje de las matemáticas, KFLM). Asimismo, dicha actividad, la profesora la emplea como estrategia de enseñanza con el fin de que los estudiantes, una vez localicen los puntos en el plano, puedan trazar

la figura correspondiente mediante la secuenciación de esos puntos (Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, KMT).

Flores-Medrano et al. (2014) encontraron relación entre KFLM-KMT considerando para KFLM el conocimiento que sustenta las explicaciones acerca del propio proceso de apropiación de un objeto matemático, mientras que en el KMT se consideró las herramientas (técnicas y de recursos) que emplea el profesor para lograr esos fines. En nuestro caso, los subdominios que se relacionaron fueron los mismos, donde el punto de partida se da en el hecho de conocer actividades del agrado de los estudiantes para aprender matemáticas (KFLM), la cual, permitió ver las actividades que emplea la profesora como estrategias de enseñanza (KMT). Cabe resaltar, que en la relación encontrada por Flores-Medrano y colaboradores no se estableció la dirección de la relación.

De esta forma, las relaciones establecidas en los resultados de la profesora Colombiana, se tuvo como fuente principal el diseño de una planeación de clase, la cual se mostró como un escenario propicio donde se pueden estudiar las relaciones entre los subdominios del modelo MTSK y caracterizar el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, en comparación con otras investigaciones (e.g., Cayo y Contreras-González, 2020; Flores et al., 2013; Zakaryan y Ribeiro, 2016; Zakaryan et al., 2018) donde el escenario que se utilizó fue el aula de clase de matemáticas. En este sentido, el modelo MTSK permite estudiar el conocimiento del profesor en diferentes tareas relacionadas con la docencia, desde una preparación de clases hasta llegar a analizar el proceso de enseñanza en el aula (Advíncula et al., 2021).

Teniendo en cuenta las relaciones encontradas en los resultados de las profesoras mexicana y colombiana, se resalta la forma y dirección en que se relacionan los subdominios del PCK con algunos subdominios del MK. Es decir, expresar que existe una relación de direccionalidad entre dos o más subdominios es tener en cuenta qué subdominio toma el rol de condicionador y por otro lado qué subdominio toma el rol de movilizado. Un ejemplo de subdominio con el rol de condicionador en ambas profesoras fue el KMT con su categoría estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, el cual condicionó la emergencia de los subdominios KFLM, KMLS, KoT, KSM. De igual manera, este subdominio evidenció su rol de condicionador con su categoría de recursos didácticos (Virtuales y físicos) movilizándolo la emergencia del KoT. Por otra parte, el KSM y KFLM se evidenciaron como aquellos subdominios que condicionaron la emergencia de algunas

categorías. En el caso del KSM con su categoría de conexiones auxiliares movilizó la emergencia de la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos (KoT) y la categoría de estrategia, técnica, tareas y ejemplos (KMT). Cabe resaltar que, el KSM fue el único subdominio del MK que se identificó con el rol de condicionador y solo se evidenció en los resultados de la profesora mexicana. En la profesora colombiana el subdominio KSM cambió su rol de condicionador al de movilizador. Es decir, se presenta la relación de direccionalidad [KMT→ (KoT y KSM)], donde el KMT asume el rol de condicionador y moviliza la emergencia del KoT y el KSM. Por su lado, el KFLM condicionó la emergencia de las categorías de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT). Asimismo, un subdominio que toma el rol de movilizador en ambos diseños de planeación es el KoT, el cual se muestra con mayor presencia en las relaciones direccionales encontradas, condicionado por algunos subdominios del PCK. Cabe mencionar, que la relación de direccional entre KMT→(KFLM y KMLS) solo se evidenció en el diseño de la planeación de la profesora mexicana, con subdominios del conocimiento didáctico del contenido con el (KFLM y KMLS) como subdominios movilizadores por el KMT.

5.3. Otras relaciones encontradas entre los subdominios del MTSK

En las relaciones encontradas en los resultados de la profesora mexicana y colombiana se evidencia la influencia que ejercen ciertos subdominios, tanto dentro de un dominio, como entre subdominios de diferentes dominios. Asimismo, esta influencia también se evidenció entre los conocimientos de un mismo subdominio. Cabe resaltar, que dichas relaciones permiten ver cómo se movilizan algunos los subdominios del PCK en relación con los subdominios del MK (KoT y KSM).

Entre los hallazgos de la profesora mexicana, se evidenció dentro del dominio MK una relación intra-dominio entre el KSM y KoT, donde la categoría de conexiones auxiliares (KSM) movilizó la emergencia del conocimiento de definiciones, propiedades y fundamentos sobre el plano cartesiano. Otra relación intra-dominio se evidenció en el dominio PCK, entre el KMT, KFLM y KMLS, donde la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos emergió la categoría de fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas y el nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado.

De igual manera, se establecieron relaciones inter-dominio, donde diferentes subdominios del MK y el PCK se relacionaron entre sí. Por ejemplo, el KMT con el KoT, donde la categoría de

estrategias, técnicas, tareas y ejemplos movilizó la categoría de definiciones, fundamentos y propiedades. Asimismo, se estableció una relación entre el KSM con el KMT, donde la categoría de conexiones auxiliares condicionó la emergencia de la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos. En estas relaciones encontradas se resalta con mayor frecuencia la influencia del subdominio KMT, como un pilar fundamental al momento de planificar la clase sobre la LPC.

En el caso de la profesora colombiana se evidenciaron, en primera instancia, relaciones entre subdominios de diferentes dominios (inter-dominios). Por ejemplo, entre el KMT, KoT y el KSM, donde el KMT mediante la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos condicionó la emergencia de la categoría de definiciones, propiedades y fundamentos (KoT) y, por otro lado, la categoría de conexiones auxiliares y de simplificación, perteneciente al KSM. Otra relación de este tipo se evidenció entre el KFLM y el KMS, donde la categoría de aspectos y emociones del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) movilizó la emergencia de la categoría de conexiones transversales (KSM). De igual manera, se evidenciaron relaciones entre los subdominios de un mismo dominio (intra-dominio). Es decir, entre el KMT y el KFLM, donde la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos condicionó la emergencia de la categoría maneras en que los estudiantes interactúan con el contenido matemático (KFLM). Otra relación en este tipo de relaciones se dio entre el KFLM y el KMT, para este caso, la categoría de aspectos y emociones del aprendizaje de las matemáticas (KFLM) condicionó a la emergencia de la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos (KMT). Por otro lado, se evidenciaron relaciones entre los conocimientos de un mismo subdominio (intra-subdominio), donde el conocimiento de la categoría de recursos didácticos (virtuales y físicos) perteneciente al subdominio KMT, condicionó a la emergencia del conocimiento de la categoría estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, perteneciente al mismo subdominio.

Teniendo en cuenta los hallazgos de la profesora mexicana y colombiana se puede notar con mayor presencia el subdominio del KMT en las relaciones identificadas en ambas profesoras, donde las categorías de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, y recursos didácticos (virtuales y físicos) fueron el punto de partida para movilizar subdominios de un mismo dominio, subdominios de diferentes dominios y los conocimientos dentro de un subdominio. De igual manera, cabe destacar, la presencia del subdominio KSM con su categoría de conexiones auxiliares, la cual fue punto de partida para emerger los subdominios KoT y KMT. Cabe resaltar, que dicho subdominio

en función de condicionador, o como punto de partida, no se evidenció en la profesora colombiana. Asimismo, en los hallazgos de la profesora mexicana se resalta la presencia de la categoría nivel de desarrollo procedimental (KMLS), la cual no se evidenció en los hallazgos de la profesora colombiana y en contraste con anteriores investigaciones (e.g., Padilla-Escorcia y Acevedo-Rincón, 2021; Padilla-Escorcia y Acevedo-Rincón, 2022; Paternina-Borja et al., 2021), donde esta categoría no emergió.

De igual manera, los subdominios KoT y KSM se evidenciaron en todas las relaciones identificadas, pero como subdominios en condición de movilizados por otros subdominios del PCK. Asimismo, estos subdominios en comparación con las relaciones encontradas en los hallazgos de la profesora colombiana no se evidenció una relación intra-dominio.

Estas relaciones responden aún más al supuesto que se planteó al principio de la investigación (relaciones del PCK al MK). Cabe resaltar, que a pesar de que los subdominios del PCK no contienen conocimientos matemáticos, estos necesitan del dominio MK para que las profesoras construyan las estrategias de enseñanza-aprendizaje para desarrollar la localización en el plano cartesiano con sus estudiantes. Flores et al. (2013) dan a conocer las relaciones entre el MK y algunos subdominios del PCK, afirmando que, aunque estos últimos no contienen conocimiento matemático, sí necesitan de éste para su desarrollo. Por ejemplo, en el diseño de las planeaciones proporcionadas por las dos profesoras se evidencia la inclusión de estrategias de enseñanza, ejemplos útiles, uso de recursos didácticos y aspectos emocionales del estudiante sobre las actividades de total agrado y todo esto normado por el conocimiento matemático de dicho contenido (LPC).

Por último, las relaciones de carácter intra-dominio, intra-subdominio e inter-dominio, identificadas en ambas profesoras mediante el diseño de una planeación y una entrevista semiestructurada, están de acuerdo con el estudio de Delgado-Rebolledo y Espinoza-Vásquez (2021), de que es posible establecer relaciones entre conocimientos de un mismo subdominio, al interior de un subdominio o entre diferentes subdominios.

CONCLUSIONES

En los resultados de la presente investigación se evidencia el conocimiento de las dimensiones disciplinar y didáctica inmersa en la enseñanza de la LPC de dos profesoras de matemáticas, donde el diseño de una planeación de clase fue el punto de partida para convertir los indicios y oportunidades en evidencia de conocimiento, mediante preguntas de profundización llevadas a cabo en la entrevista semiestructurada. Cabe resaltar, que el diseño de planeación de clase se mostró como un escenario propicio donde se pueden establecer diferentes relaciones entre los subdominios del modelo MTSK. Asimismo, la planeación como una faceta propia del quehacer docente, deja ver la versatilidad del modelo MTSK, la cual resulta útil para caracterizar, analizar y estudiar de manera integral el conocimiento especializado que movilizan los profesores al momento de preparar una clase de matemáticas, pero acompañado de otros instrumentos que puedan transformar los indicios y oportunidades en evidencias de conocimiento, como en este caso, la entrevista semiestructurada. Padilla-Escorcía y Acevedo-Rincón (2021) resaltan la versatilidad del modelo MTSK, el cual permite caracterizar relaciones entre subdominios del conocimiento matemático como del didáctico, con el objetivo de profundizar en el conocimiento especializado del profesor.

En este sentido, en los hallazgos de las profesoras colombiana y mexicana se evidenciaron relaciones entre los subdominios del PCK con los subdominios KoT y KSM, las cuales se caracterizaron por poseer forma y dirección en cuanto a la manera en que se relacionan. Es decir, relaciones direccionales donde el subdominio que toma el punto de partida tiene un rol de condicionador y el subdominio cómo punto de llegada toma el rol de movilizado. Cabe mencionar que, el rol de condicionador lo puede tomar una categoría y el rol de movilizado lo puede tomar una o más categorías. En este sentido, una relación direccional entre los subdominios del modelo

MTSK se da cuando una categoría de un subdominio moviliza, condiciona o permite la emergencia de una o más categorías que sean del mismo subdominio o categorías de un subdominio del mismo dominio o de diferente dominio. En la mayoría de las relaciones direccionales identificadas en ambos resultados, las categorías de determinados subdominios del modelo MTSK condicionan, movilizan o permiten la emergencia de una o más categorías de este u otros subdominios. Un ejemplo de estas relaciones direccionales se evidenció en los hallazgos de la profesora mexicana, $KMT \rightarrow (KFLM \text{ y } KMLS)$; $KMT \rightarrow KoT$ y $KSM \rightarrow (KoT \text{ y } KMT)$. En cuanto a las relaciones direccionales de la profesora colombiana se identificaron las relaciones $KMT \rightarrow (KoT \text{ y } KSM)$; $KMT \rightarrow (KFLM \text{ y } KoT)$; $KMT \rightarrow (KMT \text{ y } KoT)$; $KFLM \rightarrow KMT$. Rebolledo y Zakaryan (2020) consideran evidencia de relaciones como las unidades de análisis donde se identifica un subdominio, que sustenta o condiciona la aparición de otro o más subdominios.

En este sentido, en la mayoría de las relaciones direccionales identificadas, el subdominio KMT con su categoría estrategias, técnicas, tareas y ejemplos asumió el rol de subdominio condicionador, movilizándolo a los subdominios KoT, KSM, KFLM y KMLS. Asimismo, este subdominio con su categoría recursos didácticos (virtuales y físicos) condicionó la emergencia mediante el uso de la página web de las categorías estrategia, técnicas, tareas y ejemplo (KMT) y de definiciones, propiedades y fundamentos (KoT). Cabe resaltar que, el KSM con su categoría de conexiones auxiliares se evidenció como un subdominio con rol de condicionador movilizándolo, mediante el uso de conceptos matemáticos (distancia y medida), la emergencia de las categorías de definiciones, propiedades y fundamentos (KoT) y la categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos del KMT.

Cabe mencionar que, en la presente investigación, las relaciones a identificar son entre los subdominios del PCK al KSM y KoT perteneciente al MK. Es decir, donde el punto de partida se centra en las categorías de los subdominios del PCK a las categorías de los subdominios KoT y KSM. Sin embargo, el KSM con su categoría de conexiones auxiliar es un factor interesante en el estudio, puesto que permitió o condicionó la emergencia del KoT y KMT. Otro factor sorpresa en las relaciones direccionales identificadas fue el hecho de la relación solamente con subdominios del PCK. Es decir, el KMT con su categoría de estrategias, técnicas, tareas y ejemplos, emergió mediante el uso del “juego batalla naval” las categorías de fortalezas y debilidades en el aprendizaje de las matemáticas (KFLM) y la categoría de nivel de desarrollo conceptual y

procedimental esperado (KMLS). En ese sentido, da pie para considerar que las relaciones que se logran establecer entre los subdominios del modelo MTSK, por lo general, no conservan la dirección en cuanto a la forma de relacionarse. La explicación en cuanto a la forma de relacionarse los subdominios del modelo se debe, en gran parte, a la forma en que el investigador aprovecha las oportunidades e indicios de conocimientos, ya sea en el análisis de un episodio de la clase o en una entrevista realizada al profesor.

Asimismo, los hallazgos encontrados en ambas profesoras evidenciaron relaciones entre los subdominios de un mismo dominio, relaciones entre subdominios de diferentes dominios y relaciones entre las categorías de un mismo subdominio. Delgado-Rebolledo y Zakaryan (2020) llamó a estas relaciones intra-dominio, inter-dominio e intra-subdominio. En estos hallazgos, se observa con mayor presencia las relaciones de carácter inter-dominio, donde el subdominio KMT, por un lado, logró la emergencia, tanto del subdominio KoT como del KSM y, por otro lado, el KSM permitió la emergencia del KMT. Otra relación evidenciada fue de carácter intra-dominio. Por ejemplo, en el caso del PCK se relacionaron los subdominios KMT, KFLM y KMLS y en el caso del dominio MK se relacionaron los subdominios KSM y KoT. Con estas evidencias de relación entre subdominios de un mismo dominio se deja ver la versatilidad que caracteriza el conocimiento especializado que poseen ambas profesoras al diseñar una planeación, donde el conocimiento matemático y el didáctico se hace presente al momento de llevar a cabo el quehacer docente. Otra relación que se evidenció entre los conocimientos de un mismo subdominio, fueron las categorías recursos didácticos (virtuales y físicos) y estrategias, técnicas, tareas y ejemplos del KMT. Cabe mencionar, que este tipo de relación solo se evidenció en la profesora colombiana. Todas estas relaciones muestran la riqueza y la utilidad del modelo como una herramienta de análisis para caracterizar de manera integral el conocimiento especializado del profesor de matemáticas.

Asimismo, la planeación se muestra como un espacio potente para próximas investigaciones con otros objetos matemáticos (e.g., Paternina-Borja et al., 2021), donde utilizaron el diseño de planeación con el objeto matemático de simetrías. Del mismo modo, Flores-Medrano et al. (2014) muestran la variedad de escenarios donde se puede analizar el modelo MTSK. Por ejemplo, lo que pasa en una clase, lo que planifica un profesor y la discusión entre pares.

Otro ejemplo, donde se utilizó el diseño de planeación para caracterizar el conocimiento especializado del profesor de matemática fue en la publicación de mi artículo titulado Conocimiento didáctico del profesor de matemáticas en la enseñanza de la localización en el plano cartesiano (Pacheco-Muñoz et al., 2022). Cabe mencionar, que la presente investigación se utilizó el diseño de planeación debido, a la pandemia generada por Covid-19, este tipo de situación resalta el diseño de planeación como un escenario alternativo a la observación en el aula de clase de matemáticas. Otros ejemplos de escenarios donde se pudo analizar el modelo MTSK durante el Covid-19, fue la propuesta de resolver un problema matemático con un profesor de secundaria en un curso del programa de maestría en línea o el hecho de analizar las grabaciones de un curso en el ámbito de la geometría con un formador de profesores (Escudero-Ávila et al., 2015 y Pascual et al., 2019). En ese sentido, la variedad de escenarios con que se estudia el modelo MTSK fortalecen y enriquecen la literatura científica y aún más el banco de relaciones entre los subdominios del modelo MTSK. Por tanto, las relaciones encontradas mediante el diseño de planeación en este estudio muestran la dirección y la forma como se relacionan las categorías de un mismo subdominio, las categorías de diferentes subdominios y categorías de subdominios de un mismo dominio. Asimismo, las relaciones establecidas dejan ver al modelo MTSK, como una herramienta útil para analizar, estudiar y caracterizar el conocimiento especializado del profesor de matemática y al diseño de planeación de clase como un escenario propicio donde se puede explorar y profundizar en el conocimiento disciplinar y didáctico que emplea el profesor de matemáticas con la intención de llevar a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje.

REFERENCIAS

- Acuña, C. (2001). Concepciones en graficación, el orden entre las coordenadas de los puntos del plano cartesiano. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, Distrito Federal*, 4(3), 203 - 217. <https://www.redalyc.org/pdf/335/33540301.pdf>
- Advíncula C.E., Beteta S. M., León R. J. C., Torres C. I. y Montes, M. (2021). El conocimiento matemático del profesor acerca de la parábola: diseño de un instrumento para investigación. *Uniciencia*, 35(1), 190-209. <https://doi.org/10.15359/ru.35-1.12>
- Aguilar-González, A., Muñoz-Catalán, C., Carrillo-Yáñez, J. y Rodríguez-Muñiz, J. L. (2018). ¿Cómo establecer relaciones entre conocimiento especializado y concepciones del profesorado de matemáticas? *PNA*, 13(1), 41-61. <http://hdl.handle.net/11162/190041>
- Ball, D., Thames, H. y Phelps, G. (2008). Conocimiento del contenido para la enseñanza: ¿Qué lo hace especial? *Revista de formación docente*, 59(5), 389-407. <https://doi.org/10.1177/0022487108324554>
- Bishop, A. (2005). *Aproximación sociocultural a la educación matemática*. Universidad del Valle.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., Montes, M. A., Escudero-Ávila, D. y Flores-Medrano, E. (Eds.). (2014). *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas*. Universidad de Huelva Publicaciones. <http://dx.doi.org/10.13140/2.1.3107.4246>
- Carrillo, J., Montes, MA, Contreras, LC, y Climent, N. (2017). Les connaissances du professeur dans une perspective basee sur leur spécialisation: MTSK [El conocimiento del profesor desde una perspectiva basada en su especialización: MTSK]. *Anales de didáctica y de ciencias cognitivas*, 22, 85–205. <https://doi.org/10.4000/adsc.756>
- Carrillo-Yáñez, J., Climent, N., Montes, M., Contreras, L. C., Flores-Medrano, E., Escudero-Ávila, D., Vasco, D., Rojas, N., Flores, P., Aguilar-González, Á., Ribeiro, M. y Muñoz-

- Catalán, M. C. (2018). The mathematics teacher's specialized knowledge (MTSK) model. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 236-253. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1479981>
- Durán, M. M. (2012). El estudio de caso en la investigación cualitativa. *Revista nacional de administración*, 3(1), 121-134. <https://doi.org/10.22458/rna.v3i1.477>
- Delgado-Rebolledo, R. y Zakaryan, D. (2020). Relationships Between the Knowledge of Practices in Mathematics and the Pedagogical Content Knowledge of a Mathematics Lecturer. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(3), 567-587. <https://doi.org/10.1007/s10763-019-09977-0>
- Delgado-Rebolledo, R. y Espinoza-Vásquez., G. (2021). ¿Cómo se relacionan los subdominios del conocimiento especializado del profesor de Matemáticas? In J. G. Moriel-Junior (Eds.), *Anais do V Congresso Iberoamericano sobre conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (pp. 288-295). Congresseme.
- Escudero, D. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas de secundaria* (Tesis de doctorado, Universidad de Huelva).
- Fonseca Castro, J. y Castillo Sánchez, M. (2013) Formación de Docentes de Matemática: Aspectos Relevantes *Uniciencia*, 27(1), pp. 2-14. <https://www.redalyc.org/pdf/4759/475947762001.pdf>
- Flores, E., Escudero, D. I. y Aguilar, A. (2013). Oportunidades que brindan algunos escenarios para mostrar evidencias del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 275-282). SEIEM. <https://www.seiem.es/pub/actas/index.shtml>
- Flores-Medrano, E. (2015). Una profundización en la conceptualización de elementos del modelo de Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK) [Tesis doctoral, Universidad de Huelva, España]. <http://hdl.handle.net/10272/11503>
- Flores-Medrano, E., Gómez-Arroyo, D., Aguilar-González, Á., y Muñoz-Rodríguez, L. (2022). What Knowledge Do Teachers Need to Predict the Mathematical Behavior of Students? *Mathematics*, 10(16), 2933. <http://dx.doi.org/10.3390/math10162933>

- Hernández, F., Lizardi, Y. y Zúñiga, J. (2015, del 16 al 20 de noviembre). El Conocimiento Especializado de los Profesores de Matemáticas en la Educación Primaria. Predictores Principales desde el MTSK en la Formación Docente Inicial. *XIII Congreso Nacional de Investigación Educativa*, Chihuahua, Chihuahua. <http://www.comie.org.mx/congreso/memoriaelectronica/v13/doc/1527.pdf>
- Hernández, R. (2014). *Metodología de la investigación*. Industria Editorial Mexicana
- Körner, A. (2012). *Informe Regional de Monitoreo del Progreso hacia una Educación de Calidad para Todos en América Latina y el Caribe: EPT 2012*. UNESCO.
- Moriel-Junior, J. G. y Carrillo, J. (2014). Explorando indicios de conocimiento especializado para enseñar matemática con o modelo MTSK. En M. T. González, M. Codes, D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación* (pp. 465-474). Salamanca: SEIEM. Matemática XVIII
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Ministerio de Educación Nacional.
- Padilla-Escorcía, I. A. y Acevedo-Rincón, J.P. (2021). Conocimiento especializado del profesor que enseña la reflexión de la función trigonométrica seno: Mediaciones con TIC. *Eco Matemático*, 12(1), 93-106. <https://doi.org/10.22463/17948231.3072>
- Pacheco-Muñoz, E., Juárez-Ruiz, E., y Flores-Medrano, E. (2022). Conocimiento didáctico del contenido en la enseñanza de la localización en el plano cartesiano. *Investigación e Innovación en Matemática Educativa* (7), 1-20. <https://doi.org/10.46618/iime>.
- Pino-Fan, L. R. y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.2015.p87-109.id552>
- Ricoy Lorenzo, C. (2006). Contribución sobre los paradigmas de investigación Educação. *Revista do Centro de Educação*, 31(1), 11-22. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=117117257002>
- Saiz, I. (2003). La derecha... ¿de quién? Ubicación espacial en el Nivel Inicial y en el primer ciclo de la EGB. Panizza, M. (Comp.). *Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y Primer Ciclo*

de EGB. *Análisis y Propuestas*, 245-287.

Secretaría de Educación Pública. (2017). *Aprendizajes Claves para la Educación Integral*. SEP.

Silverman, J. y Thompson, P. (2008). Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. *Journal of mathematics teacher education*, 11(6), 499-511.
<https://doi.org/10.1007/s10857-008-9089-5>

Scheiner, T., Montes, M. A., Godino, J. D., Carrillo, J. y Pino-Fan, L. R. (2019). What makes mathematics teacher knowledge specialized? Offering alternative views. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(1), 153–172.
<https://doi.org/10.1007/s10763-017-9859-6>.

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *American Educational Research Association*, 15(2), 4-14
<http://links.jstor.org/sici?sici=0013189X%28198602%2915%3A2%3C4%3ATWUKGI%3E2.0.CO%3B2-X>

Shulman, L.S. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of new reform. *Harvard Educational Review*, 57(1), 1-22. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>

Stake, R. A. (2007). *Investigación con estudio de casos*. Ediciones Morata.

Zakaryan, D., Estrella Romero, MS, Espinoza-Vásquez, G., Morales, S., Olfos, R., Flores-Medrano, E. y Carrillo Yañez, J. (2018). Relaciones entre el conocimiento de la enseñanza y el conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas: caso de una profesora de secundaria. *Enseñanza de las Ciencias*, 36 (2), 0105-123.
<https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2260>

Zakaryan, D. y Ribeiro, M. (2016). Conocimiento de la enseñanza de los números racionales: una ejemplificación de relaciones. *Zetetiké*, 24(3), 301-321.
<http://dx.doi.org/10.20396/zet.v24i3.8648095>.

ANEXOS

Anexo 1: Diseño de la planeación de clase plano cartesiano de la profesora Mexicana

Escuela Primaria

C.C.T.:

Turno: matutino

Quecholac, Puebla

Mtra. María Eugenia Martínez Merino

abril de 2021

ANTECEDENTES

Se hace referencia a los resultados de las evaluaciones a nivel nacional de la prueba PLANEA como un antecedente por la situación de confinamiento por pandemia. Los resultados son los siguientes para sexto grado de primaria en México, se abordan por niveles de dominio.

Año	Nivel I Dominio insuficiente	Nivel II Dominio Básico	Nivel III Dominio satisfactorio	Nivel IV Dominio sobresaliente
2015	60.5%	18.9	% 13.8%	6.8%
2018	59.1%	17.9%	14.8%	8.2%

DIAGNÓSTICO

La Escuela se encuentra ubicada en la comunidad de Quecholac, pertenece al Estado de Puebla y es cabecera municipal. El grupo está formado por 15 hombres y 17 mujeres

Los resultados de un evaluación diagnóstica interna arrojan que el promedio del grupo en la asignatura de matemáticas es de 5.2. Con base en la observación se obtuvieron los ritmos de aprendizaje de los estudiantes los cuales son: 9.37% rápido, 53.12% moderado y 37.5% lento.

La escuela ofrece sus servicios a la comunidad con 4 grupos de cada grado, cuenta con domo para cancha de usos múltiples las áreas verdes son reducidas y los espacio de áreas deportivas suficientes, tienen tres cooperativas escolares y un desayunador. Los programas de apoyo a la escuela son: internet México conectado, desayunos calientes, ver bien para leer mejor; también cuenta con el apoyo del DIF y de SSA.

El personal lo conforman un director técnico y 24 docentes frente a grupo, personal de oficina e intendencia, la organización docente se centra en los CTs.

Los empleos de los padres de familia son muy variados, por ejemplo: campesino, construcción, comercio y oficios entre otros. Las madres de familia en su mayoría son amas de casa y un porcentaje reducido de las madres son empleadas. Algunos buscan empleos en Puebla, México y Estados Unidos. La minoría de los alumnos tiene una economía precaria pero algunos reciben algún tipo de beca. Todos los estudiantes cuentan con los servicios indispensables en sus hogares como son: electricidad, agua potable, drenaje.

La comunidad tiene servicios educativos desde preescolar hasta universidad a distancia por lo que pocos estudiantes salen a otros poblados a estudiar. Quecholac se encuentra en el triángulo rojo de robo de combustible por lo que en la mayoría

de la población se presenta una predisposición a la agresión verbal o física, esta conducta también se refleja entre la mayoría de los estudiantes. Son pocos los padres con mayor edad que cuenten con estudios para apoyar a sus hijos en las actividades escolares, es común que los hermanos mayores orienten a los menores

FORTALEZAS

Algunas fortalezas debido a su uso durante el ciclo escolar son: reglamento de salón de clases elaborado por los propios alumnos, uso de rubrica para las actividades académicas, evaluación continua, planificación de actividades académicas, uso de libros de biblioteca, uso de libros de texto, planes y programas 2011, manejo de las Tic's, libro para el maestro Aprendizajes clave, principios pedagógicos del modelo 2017, educación socioemocional.

DEBILIDADES

Con base en los resultados nacionales de la prueba PLANEA y los resultados del diagnóstico se infiere que el grupo presenta un rezago académico en el área de matemáticas, además, es el grupo con menor rendimiento escolar de sexto en la escuela, es posible que se encuentren dificultades de comprensión y de apropiación del lenguaje matemático aunado con la falta de escritura requerida para la asignatura.

Por todo lo anterior, se sugiere fortalecer el área de las matemáticas ya que la mayoría de los estudiantes carece de los conocimientos necesarios o no los recuerda. Uno de los temas que se estudian en sexto de primaria es la representación de puntos en el plano cartesiano, por lo que esta actividad pretende contribuir en el fortalecimiento de ubicación espacial.

ESCUELA PRIMARIA

C.C.T.: , CICLO 2020-2021

SESIÓN DE APRENDIZAJE "Ubicación de puntos en el plano"

Mtra. Responsable: María Eugenia Martínez Merino

PLANEACIÓN DIDÁCTICA		
Aspectos curriculares		
Nivel: Primaria	Campo de formación:	Tiempo clase:
Grado: Sexto	Pensamiento matemático	50 minutos
Turno: matutino	Vínculo con otras asignaturas: Geografía	Asignatura: matemáticas
Tema: Localizar puntos en el plano cartesiano.	Eje temático: Forma, espacio y medida	Propósito: Usar e interpretar representaciones para la orientación en el espacio, para ubicar lugares y para comunicar trayectos.
Aprendizaje esperado:	Resuelve situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano.	

Objetivo de la clase:	Que los alumnos descubran que para ubicar puntos en un sistema de coordenadas cartesianas es necesario establecer un orden para los datos y ubicar un mismo orden de partida.
Competencia a desarrollar:	comunicar información matemática Que los alumnos expresen, representen e interpreten información matemática contenida en una situación o en un fenómeno. Comprendan y empleen diferentes formas de representar la información cualitativa y cuantitativa relacionada con la situación; se establezcan relaciones entre estas representaciones; se expongan con claridad las ideas matemáticas encontradas; se deduzca la información derivada de las representaciones, y se infieran propiedades, características o tendencias de la situación o del fenómeno representado.
Enfoque:	Utilizar situaciones problemáticas que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolver los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. Al mismo tiempo, las situaciones planteadas deberán implicar los conocimientos y habilidades que se quieren desarrollar. Se pretende lograr un equilibrio en el cual interactúe docente, alumno y saberes. El conocimiento matemático adquiere sentido, para el sujeto, en función de los problemas que le permiten resolver.
Metodología de aprendizaje	Implementación de la ZDP de Vygotsky.

	<p>organización y trabajo colaborativo de equipo.</p>	<p>los estudiantes que al final de la actividad, se tomarán acuerdos para representar la información de un problema de representación de puntos en el plano cartesiano que sea común en su vida cotidiana.</p> <p>Uso de conocimientos previos: El estudiante recuerda los conocimientos ya adquiridos en la actividad 14 Batalla naval, en específico el uso de un sistema de referencia para ubicar puntos en una cuadrícula, para después relacionarlos con los nuevos aprendizajes</p>	
	<p>Se forman los equipos de trabajo Se pide que analicen y contesten en equipo la actividad 41, los incisos 1 y 2 de su libro de texto.</p>	<p>La actividad muestra una representación de los puntos en el plano antes no estudiada por los alumnos, por lo que en equipo deben tomar acuerdos para asignar un orden</p>	<p>Libro del alumno actividades 41 y 14. Copias con las preguntas</p>

<p>Actividad:</p>	<p>Localizar puntos en el primer cuadrante del plano cartesiano a partir de un referente de ubicación.</p>		
<p>Actividades y organización de los alumnos</p>	<p>Estrategias de evaluación (acciones, técnicas, instrumentos)</p>	<p>Recursos</p>	
<p>INICIO</p>	<p>En forma grupal se plantea la situación a resolver (¿Dónde están los semáforos?), se propicia la reflexión con las preguntas detonadoras. Se informa que discutirán la información y harán puestas en común para resolver la situación planteada. Posterior a la motivación y a las indicaciones se forman equipos mixtos de 4 personas, con diferente talento por las matemáticas y diferente ZDP, se nombra un responsable que contribuya a la adecuada</p>	<p>Motivación El docente inicia con las siguientes preguntas detonadoras y se pide a los alumnos que contesten con lo que conocen de su comunidad, ¿dónde están los semáforos? ¿Hay alguna actividad realizada con anterioridad que se relacione con la ubicación de los semáforos en la comunidad? ¿La actividad Batalla naval se relaciona con la pregunta de los semáforos?</p> <p>Producto deseado Se espera que haya diversidad de respuestas, por lo que se comenta a</p>	<p>Libros: Desafíos matemáticos 6° de primaria Libro para el maestro</p>

DESARROLLO	<p>Pueden consultar en su libro la actividad 14.</p> <p>Los equipos son monitoreados constantemente.</p> <p>Se proporciona una copia con las preguntas ya formuladas, deberán ser contestadas de forma escrita</p>	<p>a los datos y ubicar un mismo punto de referencia.</p> <p>Se da un tiempo para que observen, comenten y propongan los resultados.</p> <p>Posteriormente por equipos se lanzan las siguientes preguntas para propiciar la reflexión y que los alumnos descubran el orden para representar los puntos de forma correcta en el plano cartesiano. Los comentarios y reflexiones deben ser escuchados por todo el grupo.</p> <p>Con respecto al juego Batalla naval y la actividad ¿dónde están los semáforos? , ¿Qué observaron en las imágenes?</p> <p>El semáforo 3, ¿a cuántas calles del eje vertical se encuentra?</p> <p>El semáforo 3, ¿a cuántas calles del eje horizontal se encuentra?</p>	
------------	---	---	--

	<p>Nuevamente en equipos analizan, discuten y hacen puestas en común para resolver la situación que se plantea.</p>	<p>¿Qué lugar de referencia tomaron para empezar a contar y obtener el punto (7, 2)?, ¿por qué?</p> <p>Las coordenadas (7, 2) y (2,7) son el mismo punto?</p> <p>Durante la reflexión se enfatiza lo siguiente: los ejes son perpendiculares, el punto de origen tiene coordenadas (0,0), los valores (x, y) reciben los nombres de abscisa y ordenada, representan las distancias a los ejes vertical y horizontal respectivamente. De las reflexiones debe emerger el orden de las coordenadas de los puntos y el lugar de referencia.</p> <p>Posterior a la reflexión se pide a los alumnos que localicen y escriban las coordenadas de los puntos 4 y 5, además que ubique en el plano los puntos 6 y último.</p>	
--	---	---	--

CIERRE	En plenaria se reflexiona sobre las coordenadas de los puntos 4 y 5, así como las representaciones de los puntos 6 y último	Retroalimentación	Coordenadas de los puntos 4 y 5, Representación de los puntos 6 y 7.
--------	---	-------------------	--

RUBRICA DE EVALUACIÓN POR EQUIPOS

RASGO	EXCELENTE 1.25 punto	MUY BIEN 1 punto	BIEN 0.8	REQUIERE MEJORAR 0.6 puntos
Aporta ideas y opiniones				
Escucha con atención				
Se integra y trabaja de forma colaborativa				
Respeto las ideas del grupo				
Identifica e interpreta con claridad los datos planteados en el problema				

Utiliza estrategias efectivas y eficientes para resolver los problemas.				
La explicación tiene muchos detalles y es clara. El análisis del resultado se confronta con la teoría y la lógica				
El equipo participa y muestra interés durante la retroalimentación				
Total de puntos:				

Resultados PLANEA

<https://historico.mejoredu.gob.mx/evaluaciones/planea/resultados-planea/>

<https://historico.mejoredu.gob.mx/evaluaciones/planea/sexta-primaria-ciclo-2017-2018/>

Anexo 2: Cuestionario aplicado a la profesora Mexicana en la entrevista



Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática. Una exploración mediante una planeación de clase.

Fecha de Entrevista	29 de abril del 2021
Hora de inicio	6:00 pm
Hora de Finalización	7: 30 pm
Duración	1:30 pm
Lugar	Plataforma de Google Meet
Entrevistado	Profesor María Eugenia Martínez Merino
Labor	Licenciada en matemáticas y Magister en Docencia de la Matemática
Entrevistador	Ever José Pacheco Muñoz
Presentación de la visita: Soy estudiante de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla de la Maestría en Educación Matemática de primer semestre.	
Propósito de la Entrevista: Se le explicará a la profesora, que soy estudiante de la Maestría en educación Matemática, y estoy realizando una investigación enmarcada en el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática, es decir el modelo MTSK; el cual se encarga de conocer los conocimientos especializado que tiene el profesor desde un conocimiento del contenido matemático y conocimiento didáctico del contenido permeado por las diferentes creencias. Además, se le pedirá de manera respetuosa y amable la realización de una planeación de clase teniendo en cuenta el formato de planeación y como objeto matemático Localización en el plano Cartesiano para estudiantes sexto grado de básica secundaria.	
Objetivo de la Entrevista: Indagar y conocer sobre el conocimiento especializado que emplea la profesora colombiana en el diseño de la planeación de clase con la intención de enseñar la localización en el plano cartesiano.	
Nota: Se le pedirá permiso al entrevistado para tomar fotos y también se le dirá que la sesiones por Meet serán grabadas, dado que de ellas depende la siguiente etapa de investigación	
Preguntas abiertas del cuestionario ¿Cuántos años lleva ejerciendo como profesor de Matemática? ¿En qué nivel o grados usted realiza su quehacer docente? ¿Ha trabajado en otro nivel superior?, ¿cuál? ¿De qué manera aprovecha las fortalezas que brinda el contexto, la comunidad en relación con las matemáticas? ¿Qué ha hecho usted para aliviar o subsanar esas dificultades o ese rezago/ en parte en	

relación con las matemáticas?

¿Esas dificultades se ven reflejadas en las matemáticas?

¿Qué fue lo primero que se le vino en mente al diseñar esa planeación?

¿Por qué se hace necesario que la geografía esté vinculada con la matemática en relación con la localización de puntos en el plano?

¿Cree usted que con esas actividades que planteo se puede dar lo que usted busca?

¿Cuál es propósito de utilizar situaciones problemas o problemáticas en la localización en el plano cartesiano?

¿Qué tanto le aportan estas situaciones problemáticas a la enseñanza de la localización en el plano?

¿Qué incidencia tiene la teoría de desarrollo próximo en la enseñanza de la localización de puntos en el plano?

¿Dónde usted visiona también esta zona de desarrollo próximo digamos en ese objeto matemático que es la localización en el plano?

¿Conoce alguna otra teoría en la enseñanza de las matemáticas que podrías emplear en la localización de puntos en el plano?

¿Cómo genera usted esa reflexión en la clase en este caso la localización de puntos en el plano?

¿Cuál es el propósito de emplear preguntas detonadoras?

¿Tuvo en cuenta el interés de los estudiantes?

¿Por qué utilizó el libro solamente y no otro recurso?

¿Qué otros recursos se le viene a la mente por ejemplo?

¿En el desarrollo de su clase tiene en cuenta las dificultades del estudiante al momento de localizar puntos en el plano?

¿Qué dificultades puede presentar los estudiantes al momento de localizar los puntos en el plano profe?

¿Cuáles son esos conocimientos previos que necesita el estudiante para localizar puntos en el plano?

¿Usted qué tiene en cuenta para esa construcción de ese concepto de localización de puntos en el plano?

¿Cómo el estudiante interactúa en la localización en el plano cartesiano?

¿En su planeación usted emplea una conexión entre temas con el plano cartesiano?

¿Qué aspectos cree usted o qué definiciones puede identificar el estudiante al momento de localizar un punto en el plano cartesiano?

¿Qué es plano? y ¿Qué es localizar?

¿Qué busca usted con la retroalimentación en la planeación de clase?

Anexo 3: Transcripción de la entrevista de la profesora mexicana

EP: profe por ahora solamente es la entrevista profe/ hoy solamente es la entrevista/ hoy solamente es la entrevista

ME: ok/ iniciamos

EP: listo profe este eeee/ primero que todo antes de empezar/ reiterar/ vuelvo y le digo agradecerle por esta oportunidad que me permitió /// eee estar aquí reunido/ gracias por esa planeación que me envió / primero me voy a// las preguntas van enlazadas// en relación con esa experiencia que usted tiene ¿Cuántos años usted tiene lleva ejerciendo como profesor de matemáticas/ como profesora de matemáticas

EP: / Bueno tengo 25 años eee/ de servicio ya en la secretaría de educación/ pero inicié en escuelas particulares/ entonces de eso puedes ser 6 años y ya después ingresé a la SEP ↓vienen siendo↑ 31// mas o menos

EP: ok ok ok/ ¿En qué nivel estuvo laborando en ese tiempo profe?

ME: estuve laborando mis primeros 6 años preparatorias y en secundarias y actualmente estoy telesecundarias la modalidad ((...)) 25 años ya tengo

EP: y siempre esteee/ digamos no trabajo en primaria ni nada de estos cursos/ de estos grados

ME: si trabajé/ pero// no fue por decir un ciclo escolar nada fue un semiciclo y fueron tres meses

EP: Ok ok ok profe// profe su// digamos esa preparación que usted tuvo como profesora de matemáticas o digamos ¿fue por vocación o usted realizó una carrera a fin con las matemáticas?

ME: A mí como me gusto eso de enseñar/ me gusta este //enseñar entonces/ bueno me gusto la profesión de docente// eee a la mejor/ este cuando era más/ así como más chica/ como que no tenía definido/ qué es lo que quería/ y mucho menos matemáticas/ con el paso del tiempo / y creo que más o menos como por prepa/ me fui dando cuenta que tenía como un gusto por las matemáticas y entonces fue ↑ahí cuando me decidí aaa// estudiar más en el áreas de la ciencias exactas // eee sabía que no me había bueno en la BUAP//estaba la escuela de físico matemáticas/ en aquel entonces/ solo daban 4 carreras/ una de ella era la de matemáticas / y entonces bueno/ eso fue lo que motivó a inscribirme ahí en la universidad eee/

↓no se porque #razón/ también están las normales pero /// bueno ↑mi mi idea siempre fue una universidad

EP: ok profe↑ que bueno profe que bueno/ profe aparte de es/ bueno digamos/ esa licenciatura en matemáticas ¿usted tiene alguna otra especialización en la educación matemáticas?

EM: siii en el/// 15 o 16 no recuerdo bien // fue la maestría en educación matemáticas ↑ahí precisamente en la buap

EP: a ok// también es magíster/# profe ahora / en este momento voy a presentarle la planeación y vamos a hacerle preguntas en relación con la planeación

ME: ↓ si

EP: me permite un momento

ME: ↓SI (5´´)

EP; ¿profe está viendo la primera// ↑ppágina?

EM: si

EP: OK profe

ME: si ya se ve

EP: ok // ↑aquí esteee/ cuando usted coloca estos antecedentes profe

ME: Si

EP: ¿Qué busca con esto al momento de planear o ese diseño de esa planeación profe?

ME: lo que pasa es que// estos de eee el nivel que se viene dando en cuestión de aprendizajes en los alumnos// no es exactamente consecuencia del año pasado/ por decir algo hacemos el diagnóstico y decimos el grupo está en este nivel/ hoy tiene este porcentaje de rendimiento escolar/ ↑pero es que atrás vienen más cosas en que a la mejor estamos olvidando/ no la vamos a conocer todas/ pero si necesitamos mirar más atrás que es lo que está pasando/ ahí agregue como antecedentes lo que es de los exámenes planea/ bueno aquí en México esos exámenes son diagnósticos para los primeros grados/ es en primaria y es secundarias y se reportan a nivel nacional como un diagnóstico muy independiente que si la misma escuela quiere hacer un examen interno como diagnóstico/ pero sí considero que es bueno tener el antecedente de cómo estamos a nivel nacional/ hay muchas cuestiones [*que podría entrar*]de esta manera afectar

EP: [*ok profe*] dos preguntas en relación con lo que usted dijo ¿Qué cosas van dejando atrás o a que se refiere esas cosas? puede mencionar algunas/

ME: de lo que me refiero de ir más atrás

EP: si usted dice que/ hay cosas que se dejan atrás

ME: si/ ee por ejemplo/puede ser desde que escuela vienen/ no es que la escuela sea mala/ pero cada escuela su/ contexto y propia problemática que de alguna manera se busca resolver// pero el contexto influye ↑mucho/ otra situación también se ha observado por ejemplo/ hay generaciones donde los puntajes están un poquitico más altos y en generaciones donde eee los puntajes tienen un están más bajos y habría que ver qué fue lo que pasó en ese ciclo escolar por decir a nivel nacional/ ahorita pues no se no/ no hay planea del año pasado por eso no está ↑ahi// pero seria muy muy interesantes/ ver por ejemplo/ cómo está afectando la pandemia y cómo se refleja con los años atrasados porque eee/ posiblemente está afectando

EP: OK ok profe/ usted habla aquí de antecedente y de diagnósticos y en ese diagnóstico usted estudia la población que usted quiere estudiar/ ese proceso de enseñanza y aprendizaje como tal//

MA: aja

EP: yo veo que usted tiene en cuenta y los antecedentes/ pero mi pregunta va encaminada de qué manera refleja o usted tiene en cuenta para ese proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas / *¿De qué manera lo visiona usted en esta planeación?*

ME: el diagnóstico o el antecedente

EP: ↑Ambos

ME: Ambos/ ok

EP: ↓si

ME: con respecto al antecedentes/ la ventaja que yo puedo obtener es que como estoy en la comunidad y allá llevo como 10 o 12 años en esa misma comunidad en los ciclos escolares/ yo puedo decir //a pues a la mejor está en este año/ hubo este ↑problema/ por ahí mencioné que hay situaciones/ económicas y políticas que afectan/ entonces por decir/ un comentarios no **(Risas)** por ejemplos en ese ciclo escolar a la mejor un hubo mucho robo de hidrocarburos y entro el ejército y las condiciones cambiaron/ bueno eso es referente para mi// eee tener el resultado de antecedentes/ ese es un referente para mi/ y ver hasta donde, donde repercutió/ por decir un ejemplo esa situación que se vivió en la comunidad por ejemplo/ ahora con respecto al diagnostico / ahora con respecto al diagnóstico esto me está permitiendo identificar ¿cuáles son las deficiencias o las áreas de oportunidad en donde se debe// trabajar// hay hay una cosa que que pareciera que no debe de ser pero lamentablemente si sucede a veces algunas escuelas tienen ciertas condiciones y otras

ojo otras condiciones y eee eee si afecta/ no es lo mismo un grupo o una escuela donde pueden tener más o menos cierta infraestructura a otra donde está muy limitada/ donde yo estoy/ median/// por ser cabecera municipal llegan alumnos de diferentes escuelas/ no nada más de ahí y algunos que llegan de rancherías/ entonces/ si hay que tener en cuenta esas diferencias de como obtuvo el alumno el aprendizaje

EP: ok profe/ de qué manera aprovecha estas oportunidades/estas fortalezas profe/ que quizás le brinda ese// esa comunidad educativa/ ese contexto también/ para la planeación de clase/ o digamos esa enseñanza de las matemáticas

EM: Me puede repetir la pregunta es que no la escuche bien

EP: ¿De qué manera aprovecha estas fortalezas que le brinda el contexto/ la comunidad / relación a las matemáticas? educativa/ la institución educativa donde usted labora?

ME: de qué manera las aprovecho

EP: Si

ME: mire / he tratado de que/ eee/ por ejemplo en un ciclo escolar/ se formaron talleres / precisamente lo pido así/ la secretaría de educación/ se formaron talleres y en mi caso forme taller/ forme taller de un/// matemáticas recreativas/ la intención era enfocado al aprendizaje de las matemáticas/ pero más lúdicas// eee enfocado aaa/ manejar y de un lenguaje matemático no tanto a queee/ por ejemplo/ yo doy clases/ yo doy apuntes/ en ese taller no hay apuntes ni yo doy la clase/ la clase la hacen los mismo alumnos

EP: ok

EM: si se aclaran dudas/ y trabajamos en equipos/ eee/ si se guía el estudiante/ pero/ yo no expongo/ actuó a lo que analiza/ a lo que reflexiona/ a lo que aprende/ a lo que aprende del otro/ en lo que se puede ayudar aaa tratar de eee explicar/ tratar los conceptos con sus propias palabras de todas maneras están en una etapa donde eee se están apropiando apenas del lenguaje/ las definiciones que puedan tener/ ↓no son/ a la mejor/ las más apropiadas /pero las más/ a cercanas a sus interpretación/ y si poco a poco se van apropiando de ese concepto y lo van entendiendo eee/ yo siento que no es necesario aportar una definición/// ↑el solito la van ir construyendo

EP: ↓ ok profe

ME: entonces/bueno de esa manera trato de eee hacer mis clases también no nada más el taller/ más me dedico a la reflexión/ al análisis/ a discutirlo yyy oriento/ pero que/ yo doy apuntes/

EP: ok profe// profe aquí usted menciona que hay un rezago académico al área de las matemáticas/ puede mencionar así a grosso modo eee esas dificultades que usted puede ver reflejadas en los estudiantes/ en relación a ese rezago hacia el área de las matemáticas

ME: Si// eee// el rezago que yo veo es/// mi comunidad es rural yyy la mayoría de los jóvenes/ a corta edad/ se quedan ya sin estudio y se van a trabajar/ pocos son los que continúan o siguen el bachiller/ lo terminan, pero ya muy contaditos/ son lo que se van a una licenciatura/ el contexto/ económico los obliga// el tipo de cultura/ la comunidad bueno / se ve frecuente y común que jóvenes ya están formando parejas

EP: ok *¿qué ha hecho usted digamos como aliviar o subsanar esas dificultades o ese rezago/ en parte en relación a las matemáticas?*

ME: /// trato de eee// como le digo/ como de crear/ crear conciencia/ ósea/ algo así como dar algún consejo/ tu sabe si lo aceptas y a delante no tú sabes que no todo se puede también/ hay circunstancias que, aunque quiera el alumno simplemente/ no lo pueda hacer y se ve obligado a las circunstancias / pero sí puede apoyar de tal manera/ que pueda mejorar / que pueda aspirar a algo mejor/ pues ↑si porque no hacer lo

EP: *¿y esas dificultades se ven reflejadas en las matemáticas?*

ME: si ee// porque mira deee me ha tocado casos/ en que por ejemplo/ hay mamás/ que les dicen/ no reprobés matemáticas/ aunque seas con un 6 seis/ pero pasa/ ya desde ahí/ como que están mentalizando a que es muy difícil el área de las matemáticas y no importa con cuanto lo pases/ pero el chiste es pasar// yo creo que hay que cambiar esa mentalidad// las cosas no son// difícil si uno quiere/ si uno le dedica tiempo// y uno es perseverante/ a qui la situación que yo veo es que/ en especial en la comunidad/ y también en otros lados también/ es muy frecuente/ que los papás/ digan esa situación/ son difíciles/ pásala como sea/ aunque sea un 6 / yo digo que con esa actitud es// no se ya/ te está condicionando(RISAS)

EP: si si si si/ profe/ en esta planeación/ que usted diseñó *¿Qué fue eso que tuvo en mente/ lo primero/ lo primerito que tuvo en mente al momento de realizar digamos esa planeación?*

ME: lo primero que tuve en mente fue/ ir a buscar los planes y programas/ esos este/// tuve que buscar también // eee en el libro cuáles fueron las actividades que se relacionan/ los temas/ cual puede ser como// un antecedente/ para queee// diseñara esa planeación/ cuales son también/ las debilidades/ y las fortalezas/ que se tienen con el grupo para que también/ diseñara yyy// bueno a mí me gusta/ más como// le repito/ me enfoco más analizar/ no tanto aaa a que aquí está el

concepto/ aquí está la construcción y a partir de allí seguimos/ eee me gusta hacerlos reflexionar// entonces si tuve que tomar en cuenta esos detalles para hacer la planeación

EP: ok profe esteeee// usted me dice que tuvo en cuenta las fortalezas y las debilidades/ en este caso la localización de puntos en el plano/ *¿tuvo en cuenta también eso? ¿me imagino?*

ME: No le entendí

EP: Usted me dijo que tuvo en cuenta las fortalezas y debilidades/ usted también se visionó para hacer la planeación localización de puntos en el plano// esas fortalezas y esas debilidades/ ya de manera particular/ de manera específica

ME: Cuando en la planeación se refiere a localizar puntos en el plano, pero en las actividades anteriores no están viendo puntos en un plano, están bien punto, en una cuadrícula entonces pasar de una cuadrícula a un plano, pues si es un gran salto porque ya estamos hablando de coordenadas numéricas a la mejor en la cuadrícula podían diferenciar por ejemplo una letra de un número y talvez para ellos podrían ser la misma representación por ejemplo (a, 2) que como (2, a) pero el plano ya no, entonces si se necesita ver, que tan reafirmado tienen la idea de localizar puntos la cuadrícula/ para que esto le pueda ayudar/ a identificar el orden en el que se van a colocar los puntos de un cuadrante y también el punto a partir del cual van a empezar a contar para ubicarse

EP: *Ok profe// que es lo más relevante/ o importante para usted en una planeación// en este caso teniendo en cuenta el objeto matemático (localización de puntos en el plano)?*

ME: Híjole (Risas) me puso la pregunta muy difícil/ porque hay muchas cosas que son importantes// no se podría hacer una // o tratar de hacer una buena planeación/ sin tomar en cuenta mucha/ muchos aspectos/

EP: *¿Cómo cuáles?*

ME: pero como docente yo creo que/ es importante el// conocer el/ conocer el/ tema que vas a abordar

EP: *¿Qué otros aspectos serían importantes?*

ME: sus planes de estudios/ conocer/ lo que pretendes alcanzar/ para ver cómo lo vas a desarrollar/ ¿con qué medio/ con qué estrategias/ piensas lograrlos/ es que son muchas cosas/ una sola cosa no me a atrevería a decirlo que con una/pero son muchas// yyy el que si tú quieres// mejorar como docente/indiscutiblemente te tienes/ seguir actualizando

EP: Ok profe muy bien/ excelente/ profe para estructurar esos aspectos curriculares que usted mencionó acá / *¿Qué tuvo en cuenta ahí profe?*

ME: los aspectos curriculares

EP: ↑Claro

ME: Aja/ está el plan de estudios/ el enfoque de la asignatura/ el // el aprendizaje esperado//también para la planeación también tuve en cuenta el libro del maestro/ que hace algunas sugerencias didácticas// y si la reflexioné para ver si esas sugerencias/ las implementaba o no/ bueno y eso es lo que principalmente/ tomé en cuenta para la planeación

EP: *¿Eso de dónde lo sacó? /// todos esos aspectos*

ME: aja/ hay libros que saco la SEP con la reforma del 2017// saco libros tanto para primaria y secundarias// bueno yo los que conozco son de primarias, secundaria y preescolar// vienen por asignatura/ vienen guías para el maestro/ y bueno yo lo que trato de leer/ eso los materiales/ que dan para queee// pues tengas otro congruente de qué vas hacer/ por dónde vas entrar/ porque también/ con la reforma de la// nueva escuela mexicana/ también hubo muchos cambios yyy esos libros traen muchísima información

EP: ok profe que bueno que bueno/ profe usted / acá coloca la geografía/ *¿por qué se hace necesario que la geografía está vinculada con la matemática en la relación a la localización de puntos en el plano?*

ME: eee en geografía/ han visto lo que es/ un sistema de coordenadas/ bueno no sistema de coordenadas/ lo conocen como la rosa de los vientos/ se ubican en norte/ sur/ sureste y oeste no/ eee/ ese puede ser también un /// referente o un sistema de de representación// que puede ayudar para dar el paso a un sistema de coordenadas/ como un/ trabajo que ayuda a ubicar al estudiante//para después pasar a un sistema de coordenada// entonces por eso relacioné con/ con geografía en cuenta a la ubicación// porque tiene que ubicarse en su espacio yyy creo que también un poquito/ se relaciona también español/ el saberse expresar/ el saberse comunicar/ el saber redactar/ expresar las ideas que tienen y regularmente pasa que // el alumno escribe una cosa/ pero quería dar entender otra/ por eso la comunicación es importante el saber escribir la información que quiero dar

EP: Profe ahora usted coloca digamos/ digamos esos aspectos/ aprendizajes esperados/ propósitos/ creo que si no estoy mal objetivo de clase/ competencias a desarrollar *¿Cree usted que con esas actividades que planteo se puede dar lo que usted busca?*

ME: ↑ La batalla naval como antecedente, permite ver cómo están representando puntos en un cuadrícula, entonces en esta actividad trato de llevarlo hacia ese análisis y que ellos vayan

viendo si hay diferencias, sí hay similitudes en qué se parecen en que no, para que ellos puedan determinar cuál podría ser una opción de orden para esos puntos de localizarlos en el plano considero que si/ que pase de una actividad a otra/ pero haciendo una reflexión guiada// no los deje// tan solos porquese/ el libro marca que los alumnos/ lo tienen que descubrir/ pero cuando uno no está acostumbrado a reflexiones/ totalmente descubrir es difícil// eee los niños // yo sé que son listos y hábiles/ pero si no tienen la disciplina/ o el hábito/ algunos/ tal vez no lleguen a descubrir / por eso preferí guiarlos con las preguntas

EP: *¿Profe usted siempre utiliza situaciones problemas/ problemáticas en este caso en la localización en el plano cartesiano?*

ME: ummm si me enfoco más a eso si

EP: ¿Por qué?

ME: no soy tan/tan teórica tan teórica/ bueno yo he visto que/ los alumnos se aburren demasiado/ ya están bostezando/ es tan abstracto qué/ ya no la entienden/ y la pregunta clásica y eso para que me sirva/ donde lo voy a aplicar entonces ↑no casi no lo utilizo

EP: *¿Qué tanto le aportan estas situaciones problemáticas a la enseñanza de la localización en el plano? ¿qué tanto le aporta?*

ME: ↑ami

EP: tanto para usted/ para su enseñanza/ como tanto el proceso de aprendizaje para los estudiantes

ME: ok/ en cuanto a mi/ si me aportó porque/ aunque yo estoy trabajando desde secundaria eee se supone que debemos saber/ tanto lo que el docente de primaria y de preescolar/ tiene que enseñar/ no nada más porque yo estoy en secundaria/ solo debo saber lo de secundaria/ necesito un antecedente de qué hay atrás para que yo pueda enseñarlo/ como corresponden/ entonces esa actividad a mi ahorita me/ me permitió/ adentrarme al al al/ por decir al enfoque/ al al / los propósitos a los aprendizajes/ de primaria/ eso me ayuda aquí por ejemplo/ en secundaria/ cuando estoy viendo el tema localizar puntos yo ya tengo el antecedente de cómo se dio en primaria/ para que ahorita pueda abordarlo/ en secundaria y pueda darle una continuidad/ en cuanto a los alumnos el eee/ el aprendizaje/ tienen que darle una continuidad/ pero/ siempre avanzando/ y entonces tengo que buscar la manera de que/ al avanzar haya sido/ no se si la palabra correcta sea ilustrativo/ de tal manera que lo comprendan

EP: ok/ eso que usted me dice profe// cuando usted plantea situaciones problemáticas en el aula de matemáticas / usted tiene en cuenta el educando para eso

ME: ↑Si// eee/ mira/ con lo de las habilidades o el desarrollo de las habilidades (Risitas) múltiples/ trato de hacer equipos/ y que se distribuyan el trabajo a como más o menos ellos consideran/ que puedan desempeñarse en mejor// ee

EP: ok [*Una pregunta profe*]

ME: [((.....))]

EP: Adelante profe

ME: si/ lo escucho

EP: este/ aquí cuando usted coloca/ metodología de aprendizajes y coloca esta teoría del constructivismo de Vygotsky/ y plantea la Zona de desarrollo próximo/ la pregunta va *¿Qué incidencia tiene esta zona de desarrollo próximo en la enseñanza de la localización de puntos en el plano?*

ME: Mire si la tiene/ no me atrevería decir poca o mucha es así/ no me atrevería a decirlo/ pero sí la tiene/ en cuento se hacen los equipos o cuando yo hago los equipos/ trato de que sean más o menos 4 o 5 personas no más/ de que sean de ambos sexos// pero también busco que/ tengas diferentes gustos por las matemáticas o diferentes desarrollo de habilidades/ porque// eso me va permitir al que tiene desarrollada las habilidades/ guiar o ayudar a los integrantes o más o menos a orientar la actividad/ el que por decir no le agrada mucho/ tiene la oportunidad de aprender de los compañeros/ de que le ayuden los compañeros/ de que si tiene dudas/ tanto tenga el apoyo del equipo como del docente/ entonces// eee en el equipo todos/ estarían aprendiendo/ bueno reafirmando / y el otro comprendiendo y ahí en el socializar/ entraría esa zona de desarrollo de próximo

EP: Ok profe/ esa zona de desarrollo próximo/ que usted plantea/ ya usted me coloco un ejemplo/ trabajamos en grupo y todo está cuestión/ toda esta estrategia/ *¿Dónde usted visiona también esta zona de desarrollo próximo digamos en ese objeto matemático que es la localización en el plano?* ósea yo me imagino que usted/ voy a utilizar esta teoría porque va ayudar mucho// incluso/ digamos en esa construcción de ese conocimiento donde pone escena al estudiantes/ pero donde visiona también/ en que parte que se puede está dando esta teoría

ME: ↓ donde se visiona esta teoría/ puede estar por ejemplo/ eee/ cuando un estudiante/ directamente pregunta/ por decir en clase pregunta/ eee/ como docente vas orientando/ pero

involucras a los demás/ porque por ejemplo me hace la pregunta/ pero si yo le contesto tal vez/ tenga la respuesta muy rápida/ pero donde lo estoy haciendo reflexivo/ podría yo/ contestar con otra pregunta/ a otro alumno no por ejemplo/ tú qué dices de la pregunta/ este crees que si sea eso/ o puedeee le podemos dar otro enfoque/ aquí es tratar de que no// no volver a caer otra vez en la situación donde / donde el docente hace todo/ explica todo/ en donde solamente lleva la clase no/ hay hay muchas situaciones donde/ se puede dar esa zona de desarrollo próximo/ yo me atrevería a decir que a la mejor cuandooo// me siento en la computadora y tengo alguien del otro lado y estamos intercambiando información/ y él sabe más que yo/ ahí/ hay una zona de desarrollo próximo

EP: Claro profe// muy bien// profe *conoce alguna otra teoría/ en la enseñanza de las matemáticas/// que quizás podría utilizar aquí en esta planeación de clase// localización de puntos en el plano?*

EM: tal vez si la haya/ aunque no la busqué// necesito buscarlo bien/ para poder responder(risas) / necesito primero buscarlo porque bueno/ hablamos de teorías/ no estamos hablando de eee no es un método/ una estrategia o algo así no// (**Risas**) solo estamos hablando de unas teorías no (**Risas**) mejor primero busco

EP: Pero si *¿conoce alguna teoría en la enseñanza de las matemáticas?* o conoce también teorías en el aprendizaje de las matemáticas puede mencionar algunas

ME: No sé si exactamente sea/teoría, pero/// está la ingeniería didáctica/ está// no son teorías son metodologías de enseñanzas// no me atrevería a decir que son exactamente teorías/ a la mejor como decía es una metodología/ es una estrategia// sería una cosa de pensarlo bien(risa)

EP: listo profe/ listo profe / profe en esta planeación que usted hizo/ maneja alguna teoría personal o metodología personal digamos lo así/ que usted desarrolla acá

ME: Personal si eee//

EP: ¿cuál?

ME: No como / si no como estrategias/ de un tiempo hacia acá/ y le comentaba que el alumno reflexione mucho/ que que se vaya/ apropiando de un lenguaje/ entonces hago más reflexiones// hago más análisis/ de esas reflexiones/ ellos redactan a veces en textos/ ni siquiera en operaciones/ en resultados matemáticos/ nodo en textos/ lo que encontraron/ lo que descubrieron/ lo que hicieron/ cómo lo hicieron/ su estrategia/ por qué lo hicieron/ eee// bueno creo

EP: ok

ME: la reflexión/ si está ayudando a la comprensión

EP: profe y esa reflexión// esteee// como la genera usted/ por ejemplo// osea// deme un ejemplo de *¿Cómo genera usted esa reflexión en la clase en este caso la localización de puntos en el plano?*

ME: Hay una situación en la secuencia, en la cual se pregunta *¿Dónde están ubicados los semáforos en tu comunidad? a partir de ahí ya los estoy haciendo pensar, ¿Dónde están? ¿En la calle? ¿En la banqueta? sí, pero ¿dónde? ubícalos. ¿si yo quiero ir a tal semáforo cómo me basaría? ¿cómo me vas a decir está en este punto? ¿Cómo hago para llegar a este punto?* son unas series de preguntas donde se les hace reflexionar

EP; ↑Ósea que la pregunta es lo que le hace reflexionar?

ME: Si/ el cuestionarlo y que él parta de algo que conoce// por ejemplo el semáforo/ el semáforo que está en su comunidad. Durante la reflexión de la actividad se enfatiza/ lo siguiente: los ejes son perpendiculares/ el punto de origen tiene coordenadas (0,0) / los valores x e y reciben los nombres de abscisa y ordenada/ representan las distancias a los ejes vertical y horizontal/ respectivamente. De las reflexiones debe emerger el orden de las coordenadas de los puntos y el lugar de referencia

EP: oook profe// excelente excelente// profe *¿Aquí cuando usted coloca/ estas preguntas detonadoras// que buscan con estas preguntas detonadoras?* aparte de motivar que colocó allá arriba

ME: me puede decir cuáles son las preguntas

EP: Bueno este// digamos/ englobamos la // digamos en en/ digamos como una unidad// y digamos que// De qué manera/ digamos lo así inciden en esa enseñanza/ en ese aprendizaje/ estas preguntas detonadoras o que busca usted con estas preguntas detonadoras.

ME: lo que busco es guiarlo// guiarlos en la reflexión/ aquellos/ por decir/ si no se habían dado cuenta/ eee/ cuestionarlos para que// solos/ vayan analizando/ se den cuenta de la situación/ y puedan venir/ encontrando sus resultados/ esas preguntas lo que pretenden/ es guiarlos/

EP: ok eee profe// digamos en esas preguntas detonadoras/ *¿tuvo en cuenta el interés de los estudiantes? ¿Qué más tuvo en cuenta aparte de de ese interés de los estudiantes?*

ME: /// por ejemplo/ me enfoque a su comunidad/ ahí si hay semáforos afortunadamente/ **(Risas)** coincidió con la actividad/ que mencionaba/ o preguntaba/ y dónde está el semáforo tal?/ entonces trate de eee/ guiar con la preguntas de dónde están los semáforos en tu comunidad/ ahí

debían decir/ en tal lugar/ o en la esquina/ donde está la tienda por la mitad de tal/ pero bueno eso eso tal vez no sea/ una respuesta/ que todos conozcan porque/ si a la mejor/ esa representación/ la pongo en un/ papel/ y yo no soy de la comunidad/ tal vez no/ no dé con esa ubicación/ entonces debería ser una/ ubicación un poquito más/ más específica/ de lo que se pretende/ es de guiarlos/ y que ellos vayan/ analizando

EP: ok profe// esteee veo que// nada más utilizó profe desafíos matemáticos de sexto de primarias- libro para el maestro

ME: ↑si

EP: solo se basó en el libro para el diseño de esta planeación profe

ME: lo leí si lo leí// le repito hay una parte/ donde yo veo las sugerencias/ son buenas/ pero hay una parte donde yo veo que// se deja solo al alumno/ para que reflexione y él descubra/ el orden de los números para hacer las coordenadas/ le repito// si el alumno está habituado/ lo va a lograr/ pero si el alumno no está habituado a esa forma de reflexionar// le va a constar trabajo

EP: ¿por qué utilizó el libro// solamente y porque no otro recurso?

ME: ok/// eee/ por ejemplo/ el localizar lugares/tiene un croquis o saber la trayectoria o la ubicación de por decir el/ de dónde camina o de donde/ toma el camión no se/ de la escuela a la su casa// después empezar a a localizar/ como en el libro dice puntos en una cuadrícula// yyy después tratar de llegar a localizar/ puntos en el plano/ eee los temas desde localizar// desde donde estoy/ desde donde camino/ desde mi trayectoria/ eee por ejemplo una cuadra que le tengo que dar vuelta/ que no puedo atravesar la casas// ese// esa situación de ubicarse/ en el espacio es la que/ tiene que ir desarrollando y es la que yo tomo en cuenta/ cómo se fue/ ubicando/ en las diferentes actividades/ anteriores/ para poder desarrollar esta

ME: /// ahí sí es cuestiones de tiempo (risa) // tenía yo poquito tiempo para hacerla (**Risas**)

EP: ah ok// eso que si hubiera tenido/ el tiempo del mundo hubiera utilizados otros recursos

ME: yo creo que si/ hubiera buscado otra opción/ porque también/ mi mi intención/ era/ yo diseñar la actividad (**Risas**) pero por el tiempo// este no no no puede//

EP: ¿qué otros recursos se le viene a la mente por ejemplo?

ME: ¿Para llevarlos a esa situación?

EP: Si

ME: ↑ eee por un momento se me se me cruzó por ahí la idea de un GPS eee// por ejemplo o de/ la aplicación MAP que tienen en el celular oooo// ((...)) en geografía a ellos los manda a//

hacer un mapa// o un croquis de un su comunidad// esas ideas se me vinieron // eee// pero en cuanto al mapa al croquis/ tenía yo que buscarle a ver si/ en qué grado venia/ y como lo vieron/ en cuanto a la aplicación de del celular/ me puse pensar bueno a la mejor/ si el niño conoce/ la aplicación/ pero si hay unos que no/ o no la manejan ahí sería un conflicto para los niños y partir de// de de un punto en el/ en la aplicación/ de su celular me pase yo a un punto en el plano/ así como que/ahí me/ detuvo/ este bueno si// por ejemplo

EP: *profe// porque le gusta trabajar en grupo? y aquí usted menciona/ bueno la primera es/ ¿por qué le gusta colocar a los estudiantes a trabajar en grupo? y usted menciona con diferentes talentos/ ¿a qué se refiere esa parte ahí?*

ME: Porque me gusta eee/ una // bueno creo que tienen que socializar/ el aprendizaje/ la otra es que cuando están equipos/ ellos se sienten/ como acompañados/ como aquí está mi cuate mi amigo/ y bueno se sienten más en confianza/ / y al final se sienten mejor// adquirir o desarrollar/ un mejor aprendizajes/ la otra situación también/ es que eso a mí me permite/ monitorear y por ejemplo voy a un equipo/ veo lo que están haciendo/ y cuestiono/voy a otro equipo e igual/ veo y cuestiono y ahí lo dejo con la duda(**Risas**)/ que él piensen/ y si me ha funcionado/

EP: ese cuestionamiento es lo que usted dice/ es esa metodología o teoría personal de usted cierto

ME: Podría ser eee// pero hay el que dicen que/ es bueno el aprendizaje en equipo// eee no precisamente porque sea mía (**Risas**) / pero si es bueno el aprendizaje eee colaborativo y hay muchas estrategias que dicen// que que el aprendizaje// se desarrolla mejor socializando y en colaboración/ ahora en cuanto aaa// diferentes zonas de desarrollo próximo/ está la otra/

EP: Si si si profe

ME: esteee

EP: ¿Quería decir algo?

ME: noo iba yo contestar esa

EP: a ok

ME: en una ocasión eee yo hacía el comentario de a la mejor/ diferentes/ gustos por la matemáticas/ si a ti te gusta de diferentes manera/ a la mejor tienes diferente/ desarrollo o diferentes habilidades en cuanto a la Matemática/ en una ocasión también eee/ decir bueno/ diferentes nivel/ cognitivo// y si me hicieron pensar/ porque bueno como me viste el nivel cognitivo/ entonces ahí como qué/ si me hizo pensar y no puedo utilizar esa/// no se esa palabra/ esa situación// ((**vibrador**

de celular)) de nivel cognitivo// aquí quería tener/ diferente agrado/ tener diferentes habilidades/ que se relaciona con tener diferentes// grato de desarrollo próximo/ no exactamente decir/ Fulanito tiene este y zutanito tiene este/ porqueee/ creo que lo haces mediante la observación/ tú sabes como docente/cuando tienes ciertas habilidades un alumno y cuando otro alumno/// le hacen falta ciertas habilidades// pero eso tú lo sabes mediante la observación y a partir de ahí / puedes llegar a decir que tienen diferentes zonas de desarrollo próximo/ porque afirmar diferentes grado nivel cognitivo/ tendría yo que tener un instrumento para decir cómo lo medí

EP: *ok profe/ esteee / ¿profe la estrategia que emplea/ que está empleada en ese diseño/ en el desarrollo de su clase/ tiene en cuenta las dificultades del estudiante al momento de localizar puntos en el plano?*

ME: eee/ traté de de cómo diré/// de ver cuáles eran las posibles dificultades/ a las que me pudiera yo enfrentar// precisamente para el diseño// ellos pasan de una cuadrícula aa al plano cartesiano yyy// de una combinación de letra número pasan a dos números/// llevan un orden/ entonces/ si lo tomé en cuenta((**vibración de teléfono**)) por eso puse las preguntas// que si habían visto o o vieron una imagen y la otra y que podrían decir/ entre una cuadrícula y el plano que dé repente se// les ponen en el libro// porque así estudian // ya vienen en eee un plano en el primer cuadrante y les ponen unas coordenadas ya numéricas y de repente dicen/ el alumno tienen que descubrir// pero si pensé/ no todos/ no todos van a llegar a eso/ tienees que guiarlos/ entonces si lo tomé en cuenta

EP: *este eee ¿Qué dificultades/ puede presentar los estudiantes al momento de localizar los puntos en el plano profe? Osea esas dificultades que usted vea o se reflejan/ digamos que/// usted de manera natural en la clase*

ME: Para empezar en cuanto a una cuadrícula pues le llaman horizontal y vertical para el sistema de coordenadas ya en el plano le cambia el nombre abscisas y ordenadas, resulta que, si debo poner cuidado en el orden, pero, ese orden tiene que ver con unas coordenadas, abscisas y ordenadas. En cuanto a colocar el punto de origen en el sistema de coordenadas/ eso también le va a generar un conflicto// porque // ((**vibración de teléfono**)) si me está diciendo/ por ejemplo que no es lo mismo/ que en el libro marca (7,2) que (2,7) como le voy a hacer con la coordenada (0,0) /// no se/ ↑se me ocurre/ el niño podría pensar/ que hay dos ceros

EP: ↓ si

ME: pues no se/ se me ocurre/ no

EP: si si si profe

ME: o no lo pienso/ o ese mismo cero/ pero que lo repitió// pudiera pensar así// entonces/ eso le va a generar un conflicto

EP: ok profe ↑profe esteee esteee/ usted habla aquí del uso de conocimientos previos/ *¿Cuáles son esos conocimientos previos que necesita el estudiante para localizar puntos en el plano?*

ME: me base/ en la actividad de localizar punto en una cuadrícula// ese referente de ubicar puntos/ es el que medio el paso para llegar ubicar puntos en el plano y porque también lo relacione con geografía/ porque se trata de localizar eee un lugar/ un punto/ pero con la rosa de los vientos/ es ubicación/ que que le permite como antecedente/ llegar aaa como conocimientos previos llegar a lo que es// el plano cartesiano y la localización de puntos

EP: *ok profe/ este tuvo en cuenta algunas definiciones/ conceptos previos para localización de puntos en el plano?*

ME: // Revise así rápido el libro/ y creo que no hay definiciones/ nada más menciona/ por decir eee/ el eje de las abscisas se llama tal/ el eje de las ordenadas se llama tal// pero le etiquetan un nombre/ como tal no hay definición [cuando]

EP: [¿ Usted maneja algún concepto o defición para esta planeación?]

ME: eee no// no porque// eee tomando el libro del maestro/ le repito etiqueta a los ejes como abscisas y ordenadas/ pero no como una definición //como una etiqueta // porque dice ahora ya no use eje horizontal y vertical///

EP: ↑Profe para/ digamos a veces/ en la planeación/ encontramos/ inicio/ desarrollo y cierre/ en ese desarrollo digamos lo así/// para esa construcción del concepto de localización de puntos en el plano// digamos/ *¿Qué tiene en cuenta usted? sabiendo de que algunas claro está esteee planeaciones/ el momento de desarrollo aaa veces es donde estructuración como tal del concepto matemáticos del objeto matemático/ en este caso la localización en el plano/ ¿usted qué tiene en cuenta para esa construcción de ese concepto de localización de puntos en el plano?*

ME: (5´´) Mira lo que pasa es que/ yo creo que// como concepto/ todavía no// yo creo que están dando el plano y apenas identificando/ pero ósea están// como construyendo// pero en base a lo que apenas están aprendiendo// como tal/ una construcción acabada/ no la tienen// un concepto o una definición/ del concepto tampoco lo tienen/ yo me atrevería decir que están en cómo / está apenas iniciando/ su proceso de construcción// no lo pide todavía

EP: ok profe/ eee en su planeación visiona *¿Cómo el estudiante interactúa con el objeto matemático/ en este caso la localización en el plano cartesiano?*

ME: aja// este no le entendí la pregunta/ perdón

EP: *¿usted visiona al momento de diseñar esas actividades/ esa estrategia de trabajar en grupo / usted visiona cómo el estudiante interactúa o de qué manera interactúa con el objeto matemáticos?*

ME: // mmm ↑ si eee trato de// anticiparme o de imaginar qué podría pasar/ si el estudiante de acuerdo a las condiciones/ podrían hacerlo o no podrían hacerlo o yo le estoy poniendo/ una actividad muy/ elaborada/ porque a la mejor no (()) si trato de anticiparme

EP: Ok profe usted tiene en cuenta/ esos aspectos emocionales de esa enseñanza en la localización en el plano?

ME: ↑Si/ al estar haciendo equipos/ al guiarlos/ al no dejar lo solos si estoy tomando en cuenta la situación de emocional/ decía a la mejor él/ decía a la mejor él/ el que se sienta// rodeado de sus amigos/ el que yo tengo la confianza de preguntarle o no se/ de dice le no le entiendo o no sé lo que que está pidiendo/ si se toman en cuenta/ ee también el el // el guiarlo/ el que no se sienta/ como que es muy difícil y ya se sienta frustrado/ de ahí el que/busque la manera de meter esas preguntas// guidoras y no dejarlos solos a que/ como dice el libro/ que el alumno descubra// todos tenemos diferentes habilidades (**Risas**) / y yo digo hay quien puede/ pero también hay quien no puede

EP: Exacto profe

ME: y también hay que mirar/ quien se le dificulta

EP: Profe / *¿Cómo qué aspectos emocionales/ se presentan esa aula de matemáticas?*

ME:/// eee/ por decir/ a esta planeación

EP: SI

ME: eeee/// yo digo que la confianza eee en mi equipo/ el que puedo colaborar/ el que puede trabajar/ a la mejor/ el// sentirme bien/ porque esa confianza me está dando//la/ como que me abre las puertas / a no sentirme/ estresado/ frustrado// en eee/ el queee/ en ese grupo/ me sienta que si puedo/si puedo trabajar/que encajo en el grupo/ que adapte a él/ y eso me permitir despertar las ganas de trabajar

EP: ok profe// *¿Por qué en grupos y no individual?*

ME: eee/ porqueee// descubrir o darte cuenta de algo/ no siempre es fácil/ hay quien a veces lo tenes aquí al frente y no lo vemos (**Risas**) y cuando trabajas en equipos/ trabajas de forma de forma colaborativa/ eee/ aporta el uno aporta el otro/ y de todas las ideas// a la mejor surge/ eee/ lo que se espera/ o ((**vibración del teléfono**)) no se / puedes encontrarse las ideas y ahí/ sale una discusión y un análisis y de ese análisis/ si encontraron la respuesta/ ahí tienen que pasar/ yo siento que si le genera conflicto// pasar de una cuadrícula a un plano/ a localizar puntos/ y manera las coordenadas de los puntos/ talvez para algunos resulte/ difícil//

EP: ok profe ↑profe// ya para terminar me faltan tres pregunticas/ *¿En su planeación maneja/ una conexión entre temas/ por ejemplo en la localización/ de de puntos en el plano?*

ME: Hay otra vez/ me puede repetirme la pregunta

EP: Maneja alguna conexión/ digamos/ de temas / primero que todo una conexión de temas?

ME: Aja/

EP: digamos para ese desarrollo/de ese/ de la localización el plano cartesiano

ME: ¿Cuáles serían esos temas?

EP: Si

ME: ok/// eee/ por ejemplo/ el localizar lugares/tiene un croquis o saber la trayectoria o la ubicación de por decir el/ de dónde camina o de donde/ toma el camión no se/ de la escuela a la su casa// después empezar a a localizar/ como en el libro dice puntos en una cuadrícula// yyy después tratar de llegar a localizar/ puntos en el plano/ eee los temas desde localizar// desde donde estoy/ desde donde camino/ desde mi trayectoria/ eee por ejemplo una cuadra que le tengo que dar vuelta/ que no puedo atravesar la casas// ese// esa situación de ubicarse/ en el espacio es la que/ tiene que ir desarrollando y es la que yo tomo en cuenta/ cómo se fue/ ubicando/ en las diferentes actividades/ anteriores/ para poder desarrollar esta

EP: ok ↑profe// este/ *¿Qué aspectos/ cree usted o definiciones puede identificar el estudiante al momento de localizar un punto en el plano cartesiano?* digamos esas características/ esos elementos que se hacen necesarios para la localización en el plano cartesiano

ME: eee/ ¿Qué pueden implicar?

EP: no/ digamos que pueden identificar ya el estudiante/ digamos/ con esta planeación de clase

ME: Como pueden darse cuenta una cuadrícula no es lo mismo que un plano, puede darse cuenta de que ubicarse en un plano tiene que ver de donde estoy y hacia dónde quiero llegar o dónde está el punto. Es decir que debe haber una distancia, entonces estoy hablando de medida y cuando ubico un punto en el plano, eso tiene que ver con una ubicación espacial, ahí se está hablando de un plano de dos dimensiones. Por ejemplo, en la aplicación del celular se puede dar cuenta de una ubicación no solamente en sistema de coordenadas sino en toda una región de espacios porque le pintan ahí unos globitos y le dice ciertos lugares y se está ubicando. También se puede dar cuenta que necesita como un GPS o un punto de referencia para ubicarse. A partir de ahí, voy a empezar a medir para ver cuantos kilómetros voy a recorrer para llegar algún lugar, pero partir de ese lugar

EP: ↑profe

ME: si

EP: para usted *¿qué es plano?* y *¿Qué es localizar?*

ME: /// si nos vamos un poquito a la geografía y arquitectura el plano son dos dimensiones/ es una región o un cierto lugar que tiene/ mayor especificación de señalamientos/ por decir un punto no es mucho más general/ y la otra cual es

EP: ↑localización *¿Qué localizar?*

ME: Localizar es// decir en donde está/ en donde se ubica

EP: *¿Qué busca usted con la retroalimentación en la planeación de clase?*

ME: si en/// ahí la organice de tal manera que/ después deee/ contestar todas las preguntas/ hay una parte dondeee se deja que ellos la hagan/ pero// son nuevas preguntas/ si también están diseñadas/ en el libro/ después de que hacen eso// ya en// en siguen estando en equipos/ pero en plenario participan por equipos/ por ejemplo queee/ qué descubrieron? *¿qué aprendieron?* / *¿Qué nuevo vieron?* *¿qué le llamó la atención?* *¿este qué diferencia encontraste?* eee *¿qué se te hizo difícil?* *¿por qué se te hizo difícil?* *¿qué se te hizo fácil?* y eso/ discusión en todo el grupo/ para que se vayan/ fortaleciendo lo que aprendieron y si hubo dudas/ aun cuando haya habido dudas en el equipo/ en el grupo se esclarece/

EP: profe

ME: Aja//

EP: *EN esa retroalimentación// ya ellos o usted/ le da ciertos ítems/ digamos este/ es la ordenada/ esta abscisa/ digamos ellos tienen la noción de identificar esas partes del plano?*

ME: /// eee ↑s/ que, aunque yo siento que/ puede haber todavía dificultades/ no es tan fácil/ pasar de repente a ahora darme una coordenada con dos puntos y/ perdón/ bueno con dos números// eee/ repito yo siento que todavía están en proceso de construcción

EP: ↓ok

ME: tal vez y si me localicen/ tal vez en ese momento/ si lo identificaron o lo comprendieron/ pero se necesita ir reforzando/ porque si no lo que aprendieron/ tal vez en ese momento/ como no lo practican/// el cerebro también se le cierra a la información y elimina ((...)) (risas)

EP: ok profe/ este/ digamos estas sesiones de preguntas/ que le prepare para usted/ espero que hay sido productivo// para usted/ y creo que hacer esa reflexión en base a una planeación de clase/ creo que enriquece aún mucho más ese quehacer docente/ de esa parte/ como uno es profesor debe reflexionar y eso nos permite mirar/ esteee/ que podemos mejorar/ que podemos agregar/ en donde estoy fallando/ porque también debemos tener en cuenta eso/ también nuevamente agradecerle/ por este espacio que me permitió/ estar acá / y no/ agradecido de todo corazón //

ME: No no hay/ ahora si/ no hay nada que agradecer/ este/ siempre que se pueda/ este tratamos de/ colaborar/ de apoyar// como dicen en/ de seguir en el trabajo/ porque al final de cuenta hacemos lo que nos gusta/ y bueno también agradecerte también la oportunidad que me dieron de trabajar. Hasta luego, fue un placer

EP: igualmente profe/ hasta pronto y muchas gracias

Anexo 4: Diseño de la planeación de clase plano cartesiano de la profesora colombiana

PROFESOR (A): Nydia Valero	AREA: Matemáticas	ASIGNATURA: MATEMATICAS	GRADO: 701
PERIODO: 3	SEMANA- FECHA:	Lugar: aula de clase Colegio San Bernardino IED	Tiempo total estimado: 2 sesiones de 45 minutos
ESTANDAR: Identifico características de localización de objetos en sistemas de representación cartesiana y geográfica.			
DERECHOS BASICOS DE APRENDIZAJE(DBA):	Reconoce el plano cartesiano como un sistema bidimensional que permite ubicar puntos como sistema de referencia gráfico o geográfico.		
TEMAS Y SUBTEMAS:	PLANO CARTESIANO REPRESENTACION DE PUNTOS EN EL PLANO CARTESIANO		
PROPOSITO DE APRENDIZAJE:	El estudiante conoce el plano cartesiano y sus elementos, además, identifica las coordenadas de un punto en el plano.		
COMPETENCIAS PARA TRABAJAR:	Resolución de problemas.		
DESEMPEÑOS:	<ul style="list-style-type: none"> - El estudiante reconoce las características del plano cartesiano y sus elementos. - El estudiante identifica la coordenada (x,y) como el par ordenado donde x indica la posición en el eje X y, y la posición en el eje Y - Dada la coordenada de un punto, el estudiante ubica el punto y determina el cuadrante o eje en el que se ubica. 		
Metodología de aprendizaje	Se trabaja una metodología interactiva, donde el estudiante y el docente interactúan mediante el dialogo a través de preguntas que permitan profundizar en el tema, además el docente propicia la participación y el debate. (método comunicativo (García,L., 1998).		
Perfil del estudiante (Contexto social) Describe las características sociales y culturales de los estudiantes.	Estudiantes con edades entre los 10 y 12 años, participativos, respetuosos, con gusto por la matemática. Se ubican en el barrio Bosa San Bernardino en la ciudad de Bogotá, el estrato socioeconómico del barrio donde residen es 1. Algunos con familias monoparentales, otros viven con los abuelos y padres, o con los dos padres y hermanos. Varios de los estudiantes provienen de otras regiones del país, algunos son desplazados. Durante el periodo de aislamiento, aproximadamente el 50% de los estudiantes tuvo la posibilidad de conectarse a las clases virtuales, el 30% trabajo solo con las guías y el resto se desconecto totalmente de lo propuesto por la institución.		
MOMENTOS DE LA CLASE			
INICIO:	Motivación: se iniciará jugando por grupos con el juego de batalla naval, primero se explicará en que consiste el juego, cuáles son las reglas del juego. También se recalcará la importancia de dar bien la coordenada donde se ubica cada barco, iniciando por el número (que indica la abscisa y luego la letra que indica la ordenada). Como consulta se deja indagar sobre el plano cartesiano y la ubicación de puntos para socializar en la próxima sesión.		
DESARROLLO:	Explicación: a partir de la consulta de los estudiantes se realizará una puesta en común donde se buscará conceptualizar que es el plano cartesiano, sus elementos, la ubicación de un punto dada su coordenada. Posteriormente, se realizarán ejemplos donde el estudiante ubique puntos en el plano dada la pareja ordenada y luego trace el polígono uniendo los puntos ubicados. También se realizarán ejemplos donde identifique la coordenada de un punto, dando pistas del valor de la abscisa, la ordenada o la ubicación en los ejes, o en un cuadrante determinado. Posteriormente, los estudiantes realizaran la actividad, donde inicialmente deben ubicar los puntos dada la coordenada y luego trazar la figura (en esta parte se les da el plano cartesiano) La segunda parte los estudiantes deben trazar el plano, ubicar el grupo de puntos y trazar el polígono resultante al unir los puntos. Finalmente, se dará un plano cartesiano con la ubicación de algunos objetos para que los estudiantes respondan algunas preguntas de ubicación de los objetos según ciertas condiciones. Para reforzar la ubicación de puntos en el plano los estudiantes realizaran la actividad 2 en el enlace: https://wordwall.net/es/resource/3478326/plano-cartesiano		
CIERRE:	Se trabajara en la sala de sistemas con el aplicativo en busca del tesoro disponible en https://proyectodescartes.org/miscelanea/materiales_didacticos/juego_de_coordenadas-JS/index.html		

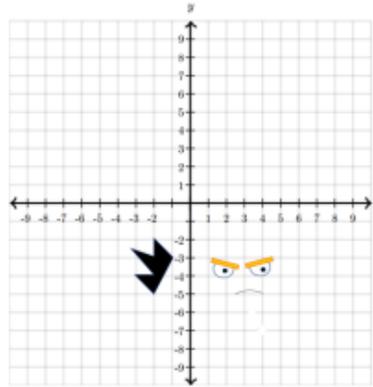
ANEXOS



ACTIVIDAD 1

1. Ubica en el plano cartesiano los siguientes puntos. Luego, unir los puntos siguiendo el orden alfabético

- | | |
|-----------|-----------|
| A (4, -6) | L(-1, 3) |
| B(4, -5) | M(0, 2) |
| C(5, -5) | N(-1, 1) |
| D(3, -4) | Ñ (0, 1) |
| E(2, -5) | O(0, 0) |
| F(3, -6) | P(1, 1) |
| G(6, -6) | Q(2, 1) |
| H (2, 1) | R(-1, -3) |
| I(2, 2) | S(-2, -5) |
| J(1, 3) | T(-3, -6) |
| K(1, 2) | U(3, -6) |



2. En el cuaderno. Ubicar cada grupo de puntos en un plano cartesiano diferente. Unir en orden los puntos y escribir el nombre de la figura

Grupo 1 { A (5, -3) B (-2, -3) C (-5, 5) }

Grupo 3 { A (1, 1) B (4, 7) C (7, 1) D (1, 5) E (7, 5) }

Grupo 2 { A(-3, 1) B(0, -2) C (-3, -5) D(-6, -5) E(-9, -2) F(-6, 1) }

Grupo 4 { A(-5, -3) B(-2, -6) C(2, -2) D(4, -4) E(4, 3) F(-2, 3) G(-1, -1) }

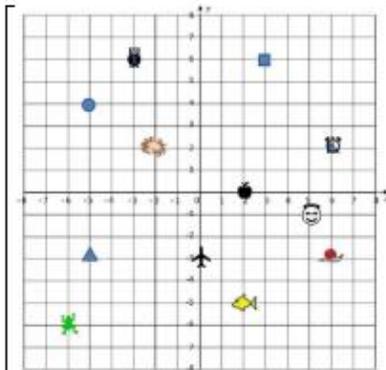


Imagen tomada de <https://es.liveworksheets.com/gr1856599os>

3. Observa el plano cartesiano y escribe la coordenada de cada objeto:

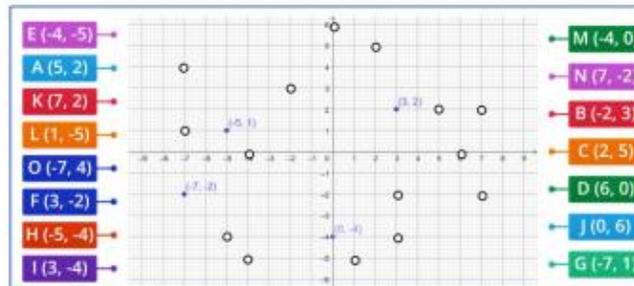
Cangrejo (. , .)	Circulo (. , .)
Triangulo (. , .)	Carita (. , .)
Reloj (. , .)	Búho (. , .)
Caracol (. , .)	Cuadrado (. , .)
Avión (. , .)	Sapo (. , .)
Manzana (. , .)	Pez (. , .)

Responde las preguntas:

- ¿Qué objetos se ubican en la misma ordenada?
- ¿Qué objetos se ubican con la misma abscisa?
- ¿Cuáles objetos tienen abscisa negativa?
- ¿Cuáles objetos tienen ordenada positiva?
- ¿Qué objetos se encuentran sobre el eje x?
- ¿Qué objetos se encuentran sobre el eje y?
- ¿Qué objetos se encuentran en el cuadrante I?
- ¿Qué objetos se encuentran en el cuadrante II?
- ¿Qué objetos se encuentran en el cuadrante III?
- ¿Qué objetos se encuentran en el cuadrante IV?

ACTIVIDAD 2 (WORWALL)

Unir cada pareja ordenada con el punto que corresponde en el plano cartesiano.



Tomada de <https://wordwall.net/es/resource/3478326/plano-cartesiano>

Anexo 5: Cuestionario Aplicado en la entrevista con la profesora colombiana



Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática. Una exploración mediante una planeación de clase.

Fecha de Entrevista	9 de febrero del 2022
Hora de inicio	5:00 pm
Hora de Finalización	6: 30 pm
Duración	1:30 pm
Lugar	Plataforma de Google Meet
Entrevistado	Profesor Nidya Valero
Labor	Licenciada en matemáticas y Magister en Docencia de la Matemática
Entrevistador	Ever José Pacheco Muñoz
<p>Presentación de la visita: Soy estudiante de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla de la Maestría en Educación Matemática de primer semestre.</p>	
<p>Propósito de la Entrevista: Se le explicara a la profesora, que soy estudiante de la Maestría en educación Matemática, y estoy realizando una investigación enmarcada en el Conocimiento Especializado del Profesor de Matemática, es decir el modelo MTSK; el cual se encarga de conocer los conocimientos especializado que tiene el profesor desde un conocimiento del contenido matemático y conocimiento didáctico del contenido permeado por las diferentes creencias. Además, se le pedirá de manera respetuosa y amable la realización de una planeación de clase teniendo en cuenta el formato de planeación y como objeto matemático Localización en el plano Cartesiano para estudiantes sexto grado de básica secundaria.</p>	
<p>Objetivo de la Entrevista: Indagar y conocer sobre el conocimiento especializado que emplea la profesora colombiana en el diseño de la planeación de clase con la intención de enseñar la localización en el plano cartesiano.</p>	
<p>Nota: Se le pedirá permiso al entrevistado para tomar fotos y también se le dirá que la sesiones por Meet serán grabadas, dado que de ellas depende la siguiente etapa de investigación</p>	
<p>Preguntas abiertas del cuestionario</p> <p>¿Cuántos años lleva ejerciendo como profesor de Matemática?</p> <p>¿En qué nivel o grados usted realiza su quehacer docente?</p> <p>¿Ha trabajado en otro nivel superior?, ¿cuál?</p> <p>¿Qué fue lo primero que se le vino en mente al diseñar esa planeación?</p> <p>¿Qué nociones trae el estudiante, me las puede mencionar?</p> <p>¿Qué aspectos fueron relevantes para su planeación?</p> <p>¿en cuenta en la parte en la planeación para plasmar la parte curricular? ¿De dónde extrajo?</p> <p>¿Qué le aporta la resolución problema al diseño de planeación de clase teniendo en cuenta el objeto matemático que es el plano cartesiano?</p> <p>¿Cree usted que con estas actividades que usted plasmó, puede lograr los propósitos de aprendizajes?</p> <p>¿Qué le aporta el juego Batalla Naval la enseñanza de localización en el plano?</p> <p>¿Qué términos o elementos del juego batalla naval se relacionan con el plano cartesiano?</p>	

¿Cree usted que existiría un gran salto de trabajar con una cuadrícula (juego batalla naval) al plano cartesiano?

¿Qué dificultades podrían presentar los estudiantes de pasar de trabajar con la letra y el número a trabajar con la abscisa y ordenada?

¿Existe una confusión por parte del estudiante al momento de localizar puntos en el plano?

¿Qué propósito busca con el hecho de realizar un compartir de ideas teniendo en cuenta la tarea de consulta?

¿En el interactuar de ideas, hay una construcción de concepto de plano cartesiano? ¿Usted la da?

¿Qué definición o concepto les da usted a los estudiantes de plano cartesiano?

¿Cómo hace usted para retroalimentar todos estos aprendizajes?

Anexo 6: Transcripción de la entrevista de la profesora colombiana

EP: sí como le decía mi nombre es Ever Pacheco soy estudiante de maestría de la buap licenciado en matemática también egresado de la Universidad del Atlántico/ soy del municipio de Sabanalarga no sé si/ tenga conocimiento de por allá de la costa/ agradezco de todo corazón que haya aceptado esta invitación y bueno aquí/ en esta entrevista la importante es usted

NV: jejejej

EP: jeje ¿Me recuerda su nombre profe?

NV: Nidya Valero

EP: Nidya Valero

NV: Nidya Valero de aquí de Bogotá licenciada en matemáticas de la Universidad pedagógica Nacional magister en Docencia de la Matemática también de la Universidad Pedagógica Nacional

EP: ok/ que bueno/ que bueno profe/ un gusto para mi/ bueno /voy a empezar a grabar no le pedí permiso/ pero bueno/empecé a grabar y vamos a empezar esta entrevista/ quizás también usted tiene cosas que hacer allá/ para salir de esto rápido

NV: mmm

EP: voy a presentar y con base a esa planeación que usted me envió vamos a hacer esa entrevista semiestructurada/ si/

NV: listo

EP: /// ¿Por ejemplo/ allí está viendo la planeación

NV: Si/ señor

EP: ok/ como una pregunta a mera de introducción sería ¿cuántos años lleva usted ejerciendo como profesora de matemáticas? Esa sería la pregunta cómo introductoria a esa entrevista semiestructurada

NV: yo trabajé desde el 2000 que fue cuando me gradué desde la licenciatura/ inicie 6 años y medios trabajando en primaria en las matemáticas de cuarto y quinto especialmente y año en

tercero y ya ingrese al distrito/ el sistema público/ ahí/ he estado en el mismo colegio/ desde el 2007 en secundaria/ en cualquiera de los grados de secundaria/ de sexto a once/ por el tamaño de colegio generalmente nos toca tres grados/ puede ser sexto, séptimo octavo dependiendo de cómo se organice año a año/ desde allí solo secundaria

EP: veo que dio clases en todos los niveles/ lo que logro observar allí

NV: Si/ y generalmente en convenios con los compañeros uno escoge los chicos desde sexto y sigue con el proceso hasta once/ pues mientras se pueda/ no sea por ninguna situación admirativa debiéramos de cambiar de grado/ pero generalmente/ siempre se trata de llevar todo el proceso desde que lo reciben desde primaria

EP: profe y esta vocación/ esta profesión fue de vocación o al comienzo estudió una carrera a fin con las matemáticas

NV: No/ yo siempre/ estudié licenciatura en matemáticas/ entonces siempre por gusto/ me llamo la atención ser profesor de matemáticas/ en el colegio me gusta mucho

EP: me gusta esa parte/ de su perfil/ como le comentaba/ en el estudio que estamos realizando la profe de acá de México tiene el perfil igual que usted/ y por lo tanto al momento de agregar esos resultados/ en esa investigación que estamos realizando/ no va a ver la diferencia en cuento al perfil/ por también la profe es magister/ entonces me parece interesante esa parte/ ahora ya enfocándonos en la planeación/ **¿Qué fue lo primero que se le vino en mente al diseñar esa planeación?**

NV: Generalmente/ en la institución nosotros no hacemos una planeación/ así tan rigurosa con tantos elementos/ este año lo hemos tratado de incluir derechos básicos/ los estándares/ pero generalmente uno va como al día/ qué va a trabajar/ plano cartesiano/ cuando me dijiste plano cartesiano/ por eso te pregunte/ si son los movimientos rígidos/ en el plano o solo lo inicial/ si y en lo general uno recuerda qué ha trabajado/ está prácticamente esta planeación yo la realicé para poder cumplir con el compromiso que tenía contigo porque / lo que hemos llevado durante la pandemia/ esto se ha dejado como a un lado/ hemos trabajado otras cosas/ ya con el curso que tenía el año pasado en séptimo estamos trabajando algo de plano cartesiano/pero ya ellos traían algo de nociones/ más de movimientos en el plano/ empecé acordarme más o menos que inicié trabajando plano cartesiano/ qué cosas uno tiene en cuenta cuando más o menos se empieza con

grado sexto por allá al final o grado séptimo cuando trabajo con regularidad cómo inicia lo del plano

EP: para no dejar pasar eso que mencionó eso allí ¿Qué nociones trae el estudiante me las puede mencionar?

NV: pues cuando iniciamos esto ellos generalmente trabajan sobre el primer cuadrante/ ellos no trabajan el plano en general/ algunos los asemejan con jueguitos/ que ellos han trabajado en primaria/ pero en generalmente es eso/ algunos esporádicamente dicen eje x, y si se acuerdan /pero generalmente es ubicar los punticos en el primer cuadrante y ya y confundiendo mucho cual es el que va primero/ ¿cuál es el de la horizontal?, ¿cuál es el de la vertical? Y pues en la explicación también genera alguna confusión en ellos

EP: ok/ profe yo sé que hay muchos aspectos importantes en una planeación y si nos enfocamos en esta planeación/ *¿qué aspectos fueron relevantes para su planeación?*

NV: Bueno para mirar la planeación/ lo primero era enfocar que era lo que queríamos trabajar/ para el caso de plano cartesiano solo mirar/ que ellos conozcan o reconozcan ¿qué es un plano cartesiano? / ¿Cuáles son sus elementos? ¿Cómo se dividen los cuatro cuadrantes? ¿Cuál es la coordenada de la abscisa y cuál es la ordenada? Es cómo mirar qué quiero lograr con ellos

EP: Si/ ok profe/ ahora/ usted acá nos menciona acerca de los estándares/ los derechos básicos/ los propósitos de aprendizajes ¿Qué tuvo en cuenta allí para poder plasmar eso en su planeación? ¿De dónde extrajo?

NV: en el derecho básico de aprendizaje/ pues/ traté de buscar un derecho que se acomodara lo que se quiere con lo de plano cartesiano/ no recuerdo si este lo saqué de grado séptimo o está en grado sexto/ porque generalmente uno mira acá o en el contexto donde yo estoy/ los derechos que aparecen en el grado séptimo servirían más para grado octavo y los sexto servirían más grado séptimo/ entonces no recuerdo si los que de grado séptimo pero no un busca en el derecho de aprendizaje que esté relacionado con esa parte introductoria del plano cartesiano y ese fue el que coloqué ahí/ pues con base en ese ya planteada sobre todo los desempeños que era como más/ lo que llamamos antes como indicadores de logro/ como esas evidencias de aprendizajes

EP: ok profe/ veo que usted utiliza competencias a trabajar resolución de problema/ ahora la pregunta es *¿qué le aporta esa resolución problema al diseño de planeación de clase teniendo en cuenta el objeto matemático que es el plano cartesiano?*

NV: la idea no es solo que ubique el punto/ sino que trate de resolver situaciones que a partir de esa ubicación de los puntos él pueda responder /de pronto aquí es más complejo porque uno /generalmente la resolución de problema mira es/ en la parte numérica/ venga cuál es el problema/ cuál es la operación que me sirve y la respuesta y el análisis más o menos/ en el plano cartesiano uno trata de ver que esa resolución sea como una resolución a ciertas situaciones que se le coloca a estudiante para que pueda y por medio del plano cartesiano o la ubicación de puntos en ese plano él pueda dar respuesta/ que una de las preguntas que aparecían en la planeación en el primer anexo/ hacía referencia a esa parte de la resolución del problema/ donde estaba en el plano y habían varias preguntas que/ ¿cuál es el objeto que se ubica allí? ¿Cuáles se encuentran sobre el eje x y sobre el eje y? como en ese sentido no/ la resolución de situaciones

EP: ok **¿Cree usted que con estas actividades que usted plasmó allí puede lograr todo esto/ los propósitos de aprendizajes/ estos desempeños que usted coloca?** Bueno si logra recordar las actividades

NV: sí yo de hecho aquí tengo/ la planeación/ que te envié/ de **los desempeños tenía que el estudiante reconocía el plano cartesiano en sí/ cuáles son sus elementos/ identificaba el par ordenado/ determinando que x es el eje x y la posición de y está en el eje Y / y frente a eso se planteaba las preguntas por las diferentes actividades es por eso que en el primero ellos ya tenían algo de nociones de plano cartesiano pues era en ubicar esos puntos en el plano para hacerlo más dinámico tratar de hacerle una figurita/ es copia de la idea que tiene de los libros de acá animaplano/ porque allí también trabajan la idea de plano cartesiano/ lo que pasa es que ellos trabajan el primer cuadrante entonces aquí los **adapte** para que aquí trabajar con los otros cuadrantes y hay otra actividad si no que no la tenía allí/ como un aplicativo donde ellos puedan trabajar o reforzar lo que estamos trabajando de plano cartesiano**

EP: profe esa noción que usted me habla de plano cartesiano donde los estudiantes solo utilizan el primer cuadrante *¿En dónde los desarrollan los estudiantes?*

NV: como te dije eso lo trabajan en primaria generalmente llegan allá/ en los textos que a veces trabajamos hay unos que son de didácticas y matemáticas que creo es que se llama la editorial y ellos lo que hacen es asociar ciertas operaciones con ciertos puntos y trazar el dibujito/ trazar la figura/ pero eso solamente se queda en colocar los puntos y positivo prácticamente en el primer cuadrante/ no trabajan nada de extensión con los negativos/ entonces lo que se trató de hacer en esa actividad que inclusive se aplicó con los estudiantes de séptimo fue llevar esa idea pero ya al plano cartesiano completo

EP: o sea que esa noción le sirvió a usted/ por ejemplo para tenerla en cuenta en su planeación

NV: si/ porque la tuve en cuenta ahí porque pues cuando nosotros trabajamos hace algunos años con estos libros son actividades que a ellos les gusta si/ porque además de tener la operación y nos permite hacer el grafo y mirar venga qué muñeco me va salir/ qué figura me va salir entonces aquí aproveché la ubicación de los puntos/ unan los puntos en forma consecutiva y mire a ver qué figura le sale/ esta es un poquito más compleja y luego se hacen los dibujos más sencillos/ por ejemplo el triángulo y allí se aprovecha para mirar perímetro/ tipos de polígonos algo así no trabajarlo tampoco solo o aislado el plano cartesiano/ que solo sea ubicar los puntos sino tratar de retomar otras cosas que ellos han trabajado ante

EP: profe ¿la metodología interactiva que le brinda a usted y al estudiante al localizar puntos en el plano cartesiano?

NV: bueno/ este un tema/ es un tema que les llama mucho la atención a ellos más que se le facilita/ entonces uno dice bueno vamos a iniciar plano cartesiano o algo así a ellos les gusta mucho/ hemos trabajado a veces como dice en la planeación/ por eso lo coloque allí con un juego/ porque ellos a veces trabajan ese batalla naval entonces es como dar suposición del barquito y pues uno hace referencia que primero tiene que nombrar la horizontal y luego la vertical que ahí están en letras y números y ya después al empezar a ubicar / esa temática le permiten a ellos lograr llevar una gran participación / ellos son los que les gusta decir venga yo paso al tablero/ venga yo ubico/ así le quede mal no interesa ellos le gusta pasar venga yo hago la figura en esta de hacer los dibujitos ellos les llamó mucho la atención y pues cuando de pronto se les dificulta o al trazar el plano cartesiano que es donde/ cuando uno les da el plano es más fácil/ cuando ellos los deben trazar si presentan algunas dificultades en la ubicación de los puntos es decir por el tamaño de las

unidades porque generalmente no usan el mismo tamaño por ejemplo está de cero a uno de uno a dos o de dos a tres ellos piensan que es independientes o usan solamente los números que están en el ejercicio sin tener en cuenta la escala pues esos errores permiten que ellos estén preguntando y uno vaya y revise y corrija si/ para que puedan realizar las actividades

EP: si profe interesante eso que dice usted allí/ hablamos de un perfil del estudiante **¿usted tiene en cuenta el perfil del estudiante al diseñar esa planeación?**

NV: Bueno los estudiantes como dice ahí son estudiantes de escasos recursos no/ entonces no puede de pronto estar pidiendo grandes cosas con ellos en cuanto a lo económico que fotocopias/ entonces uno trata de llevarles las cosas que hay /o de pronto esa parte de ese contexto social se debe tener en cuenta porque uno quisiera hacer otras cosas de pronto cuando fue lo de la pandemia/había más facilidad para enviar lo del enlace pero si embargo todos no lo hacían que no tenían los recursos para acceder a esas herramientas que uno les da y pues ahorita estando en presencialidad lo que uno puede hacer es llevarles como su copia y tratar de mirar más o menos que todos tengan acceso a esa copia y más que pedirles que lleven objetos o lleven cosas para hacer y lo otro es mirar que las actividades sean llamativas para ellos/ no que atrás de vengán aburridos de sus casas porque muchas veces tienen problemas/ porque muchas veces llegan sin comer y demás/ uno les ponga tediosa la clase/ si no que traten de pasar una clase alegres ahí mientras van aprendiendo/ trata uno de mediar esas cosas

EP: Profe acá en la iniciación en este momento de la clase/ usted me dice que ha utilizado el juego batalla naval ***¿Qué busca usted con el juego/ le aporta a la enseñanza de localización en el plano?***

NV: ese nos ayuda a mirar más o menos como ellos están/ ósea como se ubican en ese plano pues que también es el primer cuadrante prácticamente/pero que ahí utilizan más que los números/ un número y una letra entonces ahí lo que se hace es/ refuerzos para que ellos empiecen a acostumbrarse a que primero cuando uno da una posición en el plano le da la componente horizontal y luego la vertical generalmente cuando uno va ver el juego batalla naval hace lo contrario porque está dispuesto que uno está por unos y el número creo que es la vertical y la horizontal es la letra entonces uno dice(1,a) (1,d) trata de desaprender eso del juego pero con el fin de que ellos empiecen a reconocer que primero cuando usamos plano cartesiano usamos o damos

la componente horizontal y luego la componente vertical para ubicar los puntos/ pues esa es la idea o intención de hacer el juego de batalla naval

EP: este profe/ una pregunta en relación con eso/ *¿Qué términos o elementos del juego batalla naval se relaciona con el plano cartesiano?*

NV: bueno ahí como es la introducción no hablamos ni de abscisas ni de ordenada solamente tratamos de decir bueno los horizontales empezamos a introducir que ese va hacer nuestro eje x sin embargo lo ampliamos la noción de qué es/ pues como le digo ya ellos traen alguna idea desde primaria y el ubicar o al dar esa coordenada que ubique exactamente un punto que no puede estar en otro lado// y allí también es importante lo del origen también/ donde se cruzan los dos/ donde se origina el plano/ entonces es importante también recalcarles ahí

EP: Cree usted ahora hablando de ese juego o de ese primer cuadrante o de esa cuadrícula digamos lo así/ ¿cree usted que existiría un gran salto de trabajar de una cuadrícula al plano cartesiano?

NV: ¿De pasa de trabajar del primer cuadrante a todos?

EP: Dejar de trabajar el estudiante ya no con la cuadrícula si no con el plano completo

NV: si/ debe cambiar la forma/ la percepción de ellos no/porque aparte estamos conociendo o están conociendo otro conjunto numérico que son los numéricos y el plano cartesiano nos permiten también reforzar esa parte de la ubicación en la recta de los números enteros/ mirar que del origen a la izquierda vendrían los negativos y ahí nos van ampliando los cuadrantes o del origen hacia abajo en el eje Y también trabajamos los números negativos/ siendo como rigurosa el uno trabajar el plano cartesiano vertical horizontal/ porque si no lo quisiera rotar/ ya como que la noción de vertical horizontal/ pues se pierde ahí/ si trabajamos rotado el plano cartesiano / pues importante que sea como uno lo trabaja o lo gire que sean perpendiculares los dos ejes

EP: ¿Qué dificultades se podrían pensar que los estudiantes pueden cometer allí de ya no trabajar con esta cuadrícula donde se va a trabajar con la letra y el número y ahora vamos a trabajos con las abscisas y ordenadas?

NV: Bueno aunque uno dice abscisa y ordenada bueno ellos generalmente se le olvida que esta es la abscisa y esta es la ordenada/ ellos generalmente dicen esta es la X y esta es la Y/ pues ya uno no les complica mucho la vida dándole esos nombres/ bueno listo esto/ la primera

componente va en el eje X que es el horizontal más que abscisas ellos trabajan con horizontal y vertical si/ les queda más fácil para empezar a ubicar sus puntos/ entonces de pronto esa rigurosidad a uno en el lenguaje matemático a veces se la deja a un lado/ porque en sí lo que uno necesita es que ellos ubiquen su punto, en qué cuadrante le queda y si le toca hacer una figura les quede bien y que de pronto más adelante cuando estemos hallando distancias que si realmente quedaron bien ubicados los dos puntos que uno de/ pues la distancia pueda corresponder entonces como ese nombre de abscisas y ordenada le queda a uno como a un lado si/ más yo y generalmente ellos esos nombres los olvidan/ más ele eje X y el eje X y la horizontal y la vertical

EP: *¿Existe una confusión allí/ al momento de localizar puntos el estudiante? por ejemplo*

NV: Si/ hay muchos que confunden/ aunque uno haga el refuerzo que la primera va en la horizontal y luego en la vertical/ muchos confunden y uno de los errores que ellos cometen es que tú le dices (3,5) entonces ellos marcan dos puntos marcan uno en el 3 y otro en el 5/ tres en el eje x y cinco en el eje y/ entonces como ese cruce a veces se les olvida/ entonces toca al iniciar trazar las líneas punteadas donde se van a cruzar esos puntos y es donde corresponde ese es un error/ el otro es/ si se dice (3,5) él ubica (5,3) pues otro error que pueden cometer

EP: Cómo invertir el la

NV: si/ Invertir el X y el Y/ y el otro es el que te decía hace un rato/ y es que ellos la unidad de medida no siempre es la misma/ entonces de 0 a 1 por ejemplo en su cuaderno qué es cuadrulado lo toman de un cuadrito/ pero de 1 a 2 ya empiezan de dos cuadritos y más adelante si no les alcanzan la hoja/ entonces empiezan hacer más pequeñas o más grande no tienen en cuenta que pueden llevar una escala por eje/ y si uno por ejemplo les coloca valores que no sean seguidos a ellos nos les interesa/ a muchos tienen el error de escribir 1 luego el 5 luego el 10 porque lo lo necesitaba sin tener en cuenta la escala

EP: **Si muy cierto/ muy bueno/ ahora profe acá yo veo que en este momento de la clase usted dice bueno/ en este momento de la clase vamos a consultar vamos a indagar sobre el plano cartesiano y la ubicación de puntos para socializar en la próxima sesión/ listo se hace ese momento/ ese compartir de ideas**

NV: si

EP: Luego de ese compartir de ideas/ **¿A qué se llega?**

NV: Si/ generalmente/ depende de la clase lo largo que sea/ que uno deja la tarea/ prácticamente que es el consultar en la siguiente uno inicia con esas preguntas qué consultaron qué indagaron/ muchos llevan un montón de investigación sin entender nada de lo que escriben/ sin embargo hay otros como ya tienen más o menos ideas/ llevan generalmente ideas/ uno dice plano cartesiano llevan la gráfica ubicando sus elementos el origen que estos son sus ejes y uno que otro ejemplo hay unos que son muy concretos y otros como te digo traen todo lo que más encuentren aunque no entienden mucho de lo que está ahí y con base en los que ellos van diciendo uno va interactuando corrigiéndoles como institucionalizando ya lo que es plano cartesiano/ cómo ubicar los puntos cuáles son sus elementos

EP: Digamos en ese interactuar de ideas **¿hay una construcción de concepto de plano cartesiano? ¿Usted la da?**

NV: como te digo después de que ya socializamos/ entonces bueno empezamos concretamos en sí el plano cartesiano/ cómo está formado para que nos sirvan/ cómo ubican los puntos/ cuáles son sus elementos/ como ya retomar eso que ellos dijeron y que complementen lo que tienen ahí o aclarar de pronto esas dudas que les surgieron cuando hicieron la consulta

EP: Bien/ una pregunta profe/ **¿Qué definición o concepto les da usted a los estudiantes de plano cartesiano?**

NV: ¿Qué definición de plano cartesiano? / bueno/ más que manejar una definición uno les dice/ como se forma el plano cartesiano/ más que la intersección de dos rectas/ pues es la organización en espacio plano donde el plano está conformado por dos ejes/ el eje vertical el eje horizontal eso nos divide todo el plano en cuatro regiones/ ¿cómo se llaman esas regiones? ¿cómo se llama la región donde se cruzan las dos rectas/ corresponden al origen/ también se les da la noción de abscisa y ordenada y ese punto que podemos ubicamos en cada plano o que podemos ubicar en cualquier lado del plano que lo nombramos como la coordenada y esa coordenada está conformada por la abscisa y la ordenada

EP: ok/ y aquí pasando el momento de desarrollo que es la parte más nutrida de la planeación/ en los ejemplos que usted utiliza acá de ubicación de puntos en el plano dada la pareja

ordenada/ *¿Qué dificultades pueden presentarse en esos ejemplos/ pero que el estudiante lo realice en ese momento?*

NV: ¿Qué dificultades presenta el estudiante?

EP: ¿Cómo lo visiona usted? Desde la parte que/ el estudiante es esto/ puede ser esto/ *¿cómo lo visiona usted a los estudiantes?*

NV: las dificultades como te mencioné anteriormente/ si yo les doy el plano/ la gráfica del plano ellos ubican los puntos/ pues ahí no tengo el problema de la escala/ de que no use bien la escala y de cómo ubican los puntos porque generalmente hay varios niños/ donde está el origen empiezan a contar desde uno/ entonces el cero/ percibe uno cuando introduce la recta numérica para ellos el cero cómo qué/ venga el cero si tiene valor si lo ubico en la recta y lo mismo pasa en el plano/ por eso allá empiezan cómo desde el uno/ entonces cuando uno les da el plano y se los da numeraditos y les explican y de pronto junto al plano un ejemplo para que ellos hagan el ejercicio mientras uno va/ como uno va mirándolos guiándolos si ellos hacen correctamente el ejercicio/ pero cuando ya lo coloca uno/ solitos ubiquen estos puntos tracen el plano entonces algunos optan por hacer un plano por cada punto/ otros les dicen a uno/ no/ en un mismo plano les caben varios puntos para ubicar/ entonces toca/ no todos pero si hay algunos que tienden hacer eso/ piensan que de pronto como que uno/ a cada punto lo relaciona con una letra mayúscula les decimos vamos debemos ubicar el punto A y el punto A es (3,8) en el plano hacen solamente el punto A el punto B en otro plano hacen el punto B/ hay algunos que tienden hacer eso/entonces toca hacer eso dirigiendo de que cierto conjunto de puntos ubíquenlos en tal plano además porque generalmente además de ubicar los puntos/ yo los complemento con tracen la figura miren qué polígonos / está representado para ir uniéndolos con lo que trabajamos con lo de polígonos

EP: **Y esa confusión que usted plantea allí/ que el estudiante utiliza un plano por un solo punto fue condicionado por el uso de la cuadrícula?**

NV: no/ no creo/ yo creo que es más de instrucción y más como está propuesto el ejercicio/porque de pronto uno les dice ubique los siguientes puntos en el plano y como los empiezan a enumerar A B C D que generalmente uno empieza así las letras seguidas yo pienso que es más por la instrucción más porque no entiendan o por el uso de la cuadrícula

EP: Ok profe

NV: ahí que dificultades de pronto también se ven/ cuando uno les da con la ordena o la abscisa cero ubiquen (5,0) generalmente no saben dónde ubicarla o (0,5) entonces el cero (0) ahí les causa varias confusiones/ ese es otro error que de pronto ellos comenten

EP: la importancia del cero (0)

NV: uju

EP: Profe la pregunta que usted realiza en esta actividad/ en ese momento de la clase yo me imagino que usted debe tenerlas de la actividad/ esas preguntas ¿qué busca con ellas? Que usted le realiza al estudiante para reforzar/ quizás ese conocimiento o en ese momento de aprendizaje qué busca con es esas preguntas/ porque aquí dice responda a las preguntas según las condiciones

NV: Ah sí/ que aparecen ahí en el anexo/ pues / esas preguntan buscan que ellos/ uno que ellos distingan cuáles son los cuadrantes ósea que cómo se divide el plano cuál es la región que corresponde al cuadrante uno dos y por eso algunas preguntas dicen/ qué objetos se encuentran en el cuadrante I qué objetos se encuentran en el cuadrante II/ósea como que distingan los elementos que hacen parte del plano cartesiano/ en otras dicen qué objetos se ubican en la misma ordenada o cuáles se ubican en la misma abscisa o cuáles están con abscisa en el eje Y o sobre el eje Y o sobre el eje X/ entonces como que empiezan a mirar qué elementos son propios del plano cartesiano y que ellos los empiecen a identificar

EP: muy bien profe / **¿Cómo hace usted para retroalimentar toda esta enseñanza/ todos estos aprendizajes por parte de/ porque no veo/ esa retroalimentación acá, aunque usted muestra los anexo y actividades**

NV: ¿cómo la evaluación? cierto

EP: epa

NV: Sí más o menos/ por lo generalmente ellos hacen la actividad yo las recibo cuando algún punto que no está bien ubicado pues uno lo encierra ahí /le hace la observación y ya en los casos donde uno ve que son más complicados uno/ pues no donde el error es más notorio/ que definitiva no ubico el punto o porque está confundiendo el eje X el eje Y/ con ellos se hace la retroalimentación uno a uno/ sin embargo/ generalmente uno y revisa a cada uno ↑y luego hace la corrección en clase de todos los puntos/ mirar venga este era así/ este era así/ y pues con la ayuda

de ellos /ya cuando la actividad esté revisada pues ellos son más participativo/ entonces venga usted qué opino/ usted qué escribió aquí/cómo soluciono esto y por eso hay varias actividades/ porque por ejemplo también hay esa de los aplicativos cuando se puedan utilizar donde ellos mismo pueden autoevaluarse/ mirarse cómo le va no/ en esos aplicativos generalmente le da de una vez la valoración y les dice que está mal

EP: Profe una pregunta/ Usted tiene en cuenta el contexto? Por qué no diseñó una actividad incluyendo el contexto o la localidad donde vive el estudiante

NV: No/ en este caso no la/ no la ubiqué

EP: ok/ no era necesario ahí

NV: ¿señor?

EP: ¿Qué si no era necesaria?

NV: No/ la verdad en este caso no la consideré/ pues porque son niños más de séptimo/ pues ya primaria les ponen a hacer/ como el mapa del barrio y ubique he/ bueno en este caso no lo tuve en cuenta para realizar la planeación

EP: Profe una pregunta en relación a esta planeación/ utilizó digamos/ una teoría o una metodología personal/ digamos lo así/ por la creencia del profesor yo utilizo esta metodología/ porque esta me funciona en mis clases utilizó para esta planeación alguna teoría/ alguna metodología personal?

NV: Pues la metodología/ pues no lo que tú te refieres es a la interactiva/ fue porque/ pues yo qué hago/ entonces empieza uno a mirar si es constructivismo o si es conductismo no sé qué/ es algo más interactivo que uno usa/ venga empecemos con un juego o una actividad de entrada y luego tratemos que con eso dar a involucrarlos ya en el tema y actividad a socializar/ pues las actividades que ellos les permitan reforzar/ que uno les ha explicado y pues la evaluación/ como te digo el tema de plano cartesiano es un tema que para ellos/ aunque si hay errores y dificultades en algunos casos no es un tema tan complicado para ellos/ ni es tema que no les guste/ al contrario ellos muestran siempre afinidad por este tipo de trabajo en geometría

EP: veo que utiliza mucho está página por ejemplo/ yo estuve viendo la actividad y allí/ yo me imagino que al momento de usted realizar una tarea visiona/ uno visiona verdad/ qué puede hacer el estudiante o cómo trabajar cómo puede interactuar el estudiante con esa actividad

NV: Si/ uno mira porque si tú como tú ves la página esas son muchas actividades y si tu colocas plano cartesiano/ te salen varias trata de mirar/ cuál de esas me puede servir para lo que yo necesite ahorita/ entonces por ejemplo si yo necesitaba reforzar a ellos si el punto/ dado el punto me den la coordenada pues por ejemplo esa que estaba ahí me servían más que de pronto otra/ porque esa traía el plano completo/ hay varias que decía plano cartesiano y te va salir/ generalmente te sale el primer cuadrante/ porque son muchas actividades para primaria/ pues uno trata de hacer la revisión/ y cuáles se adaptan a lo que yo quiero hacer con ellos

EP: profe usted me dijo que esta clase es para séptimo verdad

NV: Si/ pues ahorita para séptimo/ por cómo vamos en temáticas/ pero al final de sexto por ejemplo que a veces uno alcanzar de hacer la introducción de los números enteros/ puede trabajar lo que es el plano cartesiano/ cuando ubica los puntos en la recta numérica/ entonces y si tú lo mira en los libros de textos/ cuando uno empieza la introducción a los números enteros/ también aparece el plano cartesiano no lo dejan a lo último con el capítulo de geometría sino que ahí está incluido en números enteros/ entonces/ pues cuando alcanzamos en grado séptimos a introducir números enteros ahí podemos comenzar a trabajar plano cartesiano

EP: ósea que cuando el estudiante llega séptimo ya trae conocimientos previos

NV: si/ y en séptimo lo que uno le da fuerza es a los movimientos en el plano/ a los movimientos rígidos a la rotación/ a la translación

EP: ok profe/ muchas gracias por este espacio que me facilitó

NV: gracias a usted/ espero que le haya servido algo de mi experiencia/ perdone que no le haya ayudado antes

EP: mil Gracias/ hasta luego

NV: hasta luego

Anexo 7. Indicadores generales y específicos de las categorías del modelo MTSK (localización en el plano cartesiano)

Subdominio	Categoría	Indicador general	Indicadores de Ever en particular	Preguntas de Ever
KFLM (Conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas)	<i>Teorías de Aprendizaje en EM y personales</i> Aquí se refleja la necesidad de que el docente sea consciente de cómo los estudiantes piensan y construyen conocimiento al abordar actividades y tareas matemáticas. Incluye la comprensión del alumno para familiarizarse con los diferentes elementos de contenido y las características de cada elemento que pueden ofrecer ventajas de aprendizaje o, por el contrario, presentar dificultades.	Conoce teorías de aprendizaje en EM que le permiten comprender cómo los estudiantes construyen conocimiento. Conoce que los estudiantes aprenden a partir de tareas complejas que cuestionan sus conocimientos (teoría personal) (No vamos a crear una pregunta de este indicador, sino que se observará si emerge durante la entrevista). Conoce teorías personales basadas en su experiencia docente que le permiten comprender cómo aprenden los estudiantes y las ventajas o dificultades que pueden presentar.	Conoce teorías del aprendizaje (ZDP) para propiciar la reflexión y construcción al momento de localizar lugares en su comunidad y puntos u objetos en el plano cartesiano.	¿En su planeación para la enseñanza de la localización de puntos en el plano cartesiano implementó alguna teoría de aprendizaje en EM? ¿En su planeación para la enseñanza de la localización de puntos en el plano cartesiano, hizo usted manejo de una teoría o método personal?
	<i>Fortalezas y Debilidades en el Aprendizaje de las Matemáticas</i> En esta categoría, el conocimiento del profesor de matemáticas incluye la conciencia de dónde los estudiantes tienen dificultades y, a la inversa, dónde muestran sus fortalezas, tanto en general como con respecto a un contenido específico. Este tipo de conocimiento, así como el conocimiento sobre errores, obstáculos y dificultades asociados a la matemática en general y a los temas concretos, o de potencialidades para el aprendizaje asociadas a un contenido matemático previo, se consideran en esta categoría. Zakaryan et al. (2018).	Conoce y prevé dónde los estudiantes tienen dificultades en el aprendizaje de las matemáticas en general o en un contenido específico. Conoce y prevé dónde muestran sus fortalezas en el aprendizaje de las matemáticas en general o en un contenido específico. Conoce y prevé los errores que pueden cometer los estudiantes en el aprendizaje de objetos matemáticos específicos. Conoce las dificultades de los estudiantes en el uso de distintos instrumentos para el aprendizaje de objetos matemáticos específicos.	Conoce las fortalezas en el aprendizaje de la localización en el plano cartesiano. Conoce las dificultades que los estudiantes presentan al pasar de trabajar con una cuadrícula utilizando términos como horizontal y vertical a trabajar en el plano con coordenadas llamadas ordenadas y abscisas en el aprendizaje de la localización en el plano cartesiano. Conoce y prevé los errores que puede cometer el estudiante al momento de interactuar con los elementos que componen en el plano cartesiano.	¿Qué fortalezas presentan los estudiantes al momento de aprender a localizar puntos en el plano cartesiano? ¿Qué dificultades pueden presentar los estudiantes al momento de aprender la localización de puntos en el plano cartesiano? ¿Qué dificultades pueden presentar los estudiantes al momento de trabajar con una cuadrícula a localizar puntos en el plano cartesiano? ¿Qué errores pueden cometer los estudiantes al momento de aprender a localizar puntos en el plano cartesiano? ¿Qué dificultades pueden presentar los estudiantes al utilizar distintos instrumentos para el aprendizaje de la localización en el plano cartesiano?
	<i>Maneras en que los estudiantes Interactúan con el Contenido Matemático</i>	Conoce los procedimientos convencionales o no convencionales que los estudiantes utilizan	Conoce los procedimientos convencionales o no convencionales	¿Conoce usted procedimientos convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes cuando

	<p>Aquí se evidencian los procedimientos y estrategias convencionales o no convencionales que los estudiantes utilizan para hacer matemáticas, así como la terminología utilizada para hablar de contenidos específicos. Es decir, las diferentes formas en que los alumnos interactúan con los contenidos matemáticos.</p>	<p>para hacer matemáticas.</p> <p>Conoce las estrategias convencionales o no convencionales que los estudiantes utilizan para hacer matemáticas.</p> <p>Conoce el lenguaje y vocabulario común que utilizan los estudiantes para designar contenidos matemáticos específicos.</p> <p>Conoce las diferentes formas en que los estudiantes interactúan con los contenidos matemáticos específicos.</p>	<p>que los estudiantes utilizan para localizar puntos en el plano cartesiano.</p> <p>Conoce diferentes estrategias convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes, al momento de localizar puntos tanto en una cuadrícula como en el plano cartesiano.</p> <p>Conoce el lenguaje y vocabulario común de los estudiantes: “cuadra” y “vuelta” para localizar un lugar determinado lugar.</p>	<p>localizan puntos en el plano y cómo las utiliza para la enseñanza del plano cartesiano?</p> <p>¿Conoce estrategias convencionales o no convencionales que utilizan los estudiantes al momento de localizar puntos en el plano Y cómo las utiliza para la enseñanza de la LPC?</p> <p>¿Qué términos comunes utilizan los estudiantes al localizar puntos en el plano o al localizar lugares en la comunidad?</p> <p>¿Cómo les llama a los ejes del plano cartesiano?</p>
	<p><i>Aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas</i></p> <p>Incluye cosas cotidianas que despiertan la motivación, los intereses y expectativas del estudiante con relación a las matemáticas (ambos en general y en términos de áreas específicas).</p>	<p>Conoce aspectos emocionales del aprendizaje de las matemáticas.</p> <p>Conoce qué cosas cotidianas despiertan la motivación, el interés y las expectativas del estudiante para aprender en general o en áreas específicas.</p> <p>Conoce cómo incluir cosas cotidianas que despiertan la motivación, el interés y expectativas del estudiante con relación al aprendizaje de las matemáticas.</p>	<p>Conoce qué emociones manifiestan los estudiantes durante el aprendizaje de localización en el plano cartesiano y cómo las toma en cuenta para la enseñanza.</p> <p>Conoce qué cosas cotidianas despiertan el interés, motivación y expectativas del estudiante al momento de localizar puntos en el plano cartesiano.</p> <p>Conoce cómo incluir cosas cotidianas que despierten la motivación, el interés y expectativas del estudiante al momento de localizar puntos en el plano cartesiano.</p>	<p>¿Qué emociones reflejan los estudiantes durante el aprendizaje de localización en el plano cartesiano y cómo las toma en cuenta para la enseñanza de la localización en el plano cartesiano?</p> <p>¿Qué cosas cotidianas del contexto de los estudiantes pueden despertar su interés, motivación y expectativas al momento de aprender a localizar puntos u objetos en el plano cartesiano?</p> <p>¿Cómo aprovecha usted cosas cotidianas del contexto de los estudiantes para motivar y despertar el interés en el aprendizaje de la localización en el plano?</p>
<p><i>KMT (Conocimiento de la enseñanza de las matemáticas)</i></p>	<p><i>Teorías de la Enseñanza de las Matemáticas</i></p> <p>Hace referencia al conocimiento teórico (tanto personal como institucional) específico de la enseñanza de las matemáticas que se puede aplicar en el diseño de oportunidades de aprendizaje.</p>	<p>Conoce teorías formales de enseñanza en EM o del objeto matemático específico que se pueden aplicar en el diseño de oportunidades de aprendizaje.</p> <p>Conoce el modelo educativo de la enseñanza de las matemáticas de su institución y cómo se puede aplicar en el diseño de oportunidades de aprendizaje.</p>		
	<p><i>Recursos Didácticos (Físicos y Digitales)</i></p>	<p>Conoce recursos materiales y/o virtuales y su</p>		

	<p>Se incluye el conocimiento de recursos y materiales didácticos, incluidos libros de texto, manipulables, recursos tecnológicos, pizarras interactivas. De igual manera, este conocimiento va más allá de la mera conciencia de estos recursos y cómo se utilizan, para abarcar la evaluación crítica de cómo pueden mejorar la enseñanza de un tema en particular, y las limitaciones que conlleva.</p>	<p>potencialidad y limitaciones para la enseñanza de las matemáticas.</p> <p>Conoce la incidencia de los recursos físicos y digitales en la mejora de la enseñanza de un tema en particular y las limitaciones que podría tener.</p>		
	<p><i>Estrategias, Técnicas, Tareas y Ejemplos</i></p> <p>Aquí el conocimiento del profesor se evidencia en las formas o estrategias al momento de representar contenidos específicos (ya sea a través de metáforas, situaciones o explicaciones).</p> <p>Tener conciencia del potencial de actividades, técnicas estrategias, ejemplos y contraejemplos para la enseñanza de contenidos matemáticos, así como las posibles limitaciones y obstáculos.</p>	<p>Conoce tareas acordes en la enseñanza de un contenido específico, para propiciar el aprendizaje de los estudiantes.</p> <p>Conoce estrategias de enseñanza a través de metáforas, situaciones o explicaciones, preguntas orientadoras y de cuestionamiento para representar un contenido matemático específico.</p> <p>Conoce ejemplos y contraejemplos para la construcción de conceptos matemáticos específicos, así como sus posibles limitaciones y obstáculos.</p>	<p>Conoce tareas acordes (batalla naval), en la enseñanza de la localización en el plano cartesiano, para propiciar el aprendizaje de los estudiantes.</p> <p>Conoce estrategias de enseñanza a través de preguntas orientadoras y de cuestionamiento para localizar lugares en su entornos y puntos, figuras u objetos en el plano cartesiano.</p>	<p>¿Qué tareas implementa, en la enseñanza de la localización en el plano cartesiano para propiciar el aprendizaje de los estudiantes?</p> <p>¿Conoce estrategias de enseñanza a través de situaciones o preguntas orientadoras y de cuestionamiento para localizar lugares en su entornos y puntos, figuras u objetos en el plano cartesiano?</p>
<p><i>KMLS (Conocimiento de los estándares del aprendizaje de las matemáticas)</i></p>	<p><i>Resultados de aprendizaje esperados (2013)</i></p> <p>Aquí se evidencia, el conocimiento del docente de todo lo que el estudiante debe o puede lograr en un nivel particular, en combinación con lo que el estudiante ha estudiado previamente y las especificaciones para los niveles posteriores.</p> <p><i>Expectativas de aprendizaje de un contenido matemático en un nivel específico (2018)</i></p>	<p>Conoce los estándares básicos de competencias matemáticas y/o aprendizajes esperados a desarrollar por los estudiantes en el nivel particular (mexicano o colombiano, según sea el sujeto), establecidos en los lineamientos curriculares o criterios públicos de calidad.</p> <p>Conoce lo que el estudiante debe o puede lograr en un nivel particular, y los aprendizajes matemáticos previos que debe tener el estudiante y las especificaciones para los niveles posteriores con respecto al objeto matemático.</p>	<p>Conoce los estándares básicos de competencias de matemáticas y/o aprendizajes esperados en el nivel de primaria en la localización en el plano cartesiano</p> <p>Conoce lo que el estudiante debe o puede lograr en un nivel particular y los aprendizajes matemáticos previos y especificaciones para los niveles posteriores con respecto a la localización en el plano cartesiano.</p>	<p>¿Qué estándares básicos de competencias de matemáticas y/o aprendizajes esperados conoce usted para el aprendizaje de la localización en el plano cartesiano?</p> <p>¿Qué aprendizajes previos matemáticos debe haber desarrollado el estudiante para localizar lugares en su entorno y puntos en el plano cartesiano y que se requiere para niveles posteriores?</p>

	<p><i>Nivel esperado de desarrollo conceptual o procedimental</i></p> <p>Incluye el conocimiento de los contenidos matemáticos que se van a enseñar en cualquier nivel en particular. Este conocimiento lo adquiere el docente a partir de las especificaciones curriculares pertinentes o abstrayendo las habilidades específicas que se deben trabajar en un momento determinado.</p> <p><i>Nivel de desarrollo conceptual o procedimental esperado para un determinado momento escolar</i></p>	<p>Conoce los contenidos matemáticos curriculares a enseñar en el nivel de su sistema educativo.</p> <p>Conocimiento del profesor sobre qué deben desarrollar sus estudiantes del concepto matemático y los procedimientos relacionados.</p>		
	<p><i>Secuencia de temas</i></p> <p>Para este subdominio la cuestión de la secuenciación de temas, la exigencia de los estudiantes en cuanto a los conocimientos y habilidades requeridos para una determinada tarea lleva al docente a ubicar los temas tanto de forma retrospectiva, en cuanto a los conocimientos adquiridos previamente, como de forma prospectiva, de acuerdo con los conocimientos que deberán adquirir para abordarlos posteriormente.</p>	<p>Conoce la secuenciación del tema que se está enseñando con los temas previos y consecuentes en cuanto a los conocimientos y habilidades requeridos para una determinada tarea.</p>	<p>Conoce la secuenciación del tema de localización en el plano cartesiano que se va a enseñar con respecto a los temas previos (Uso de la cuadrícula) y consecuentes en cuanto a los conocimientos y habilidades requeridos para una determinada tarea (batalla naval).</p>	<p>¿Qué secuenciación anterior y posterior de temas debe desarrollar el estudiante para localizar puntos en el plano cartesiano en cuanto a los conocimientos y habilidades requeridos para la tarea?</p>
	<p><i>Definiciones, propiedades y conocimientos</i></p> <p>Aquí el profesor conoce las definiciones y sabe cómo elegir conjuntos de propiedades apropiados para caracterizar objetos matemáticos. Además, se hace énfasis en referencia a conexiones con elementos del mismo tema.</p>	<p>Conoce las definiciones, significados y propiedades adecuadas que permiten caracterizar los objetos matemáticos.</p> <p>Conoce los temas y las conexiones que existen entre los elementos de un mismo tema.</p>	<p>Conoce los términos o elementos matemáticos al momento de localizar puntos tanto en una cuadrícula (Horizontal, vertical) como en el plano cartesiano (abscisa, ordenada).</p> <p>Conoce las conexiones que existen entre los elementos de tema localización en el plano cartesiano.</p>	<p>¿Qué términos o elementos matemáticos involucran el tema de localización de puntos en el plano cartesiano?</p> <p>¿Qué conexiones existen entre los elementos del tema localización en el plano cartesiano?</p>
	<p><i>La fenomenología y aplicaciones</i> Según (Gómez y Cañada, 2016), (como lo citó en Carrillo- Yañez et al., 2018) considera el conocimiento del docente de modelos</p>	<p>Conoce modelos atribuibles a un tema como fenómenos que pueden servir para generar conocimiento matemático, en particular para la</p>		

<i>KoT</i> (Conocimiento de los temas)	atribuibles a un tema, viéndose estos como fenómenos que pueden servir para generar conocimiento matemático, entre ellos, los que aparecen en la creación del propio concepto. Además, se tienen en cuenta los tipos de problemas a los que se pueda aplicar el contenido con sus contextos y significados.	creación de conceptos. Conoce situaciones o problemas del contexto y significado de los estudiantes, a los que se puede aplicar el contenido matemático.		
	<i>Registros de Representación</i> Hace referencia al conocimiento de los diferentes registros en los que se puede representar un tema. Teniendo en cuenta a Duval (1995) en los que se puede emplear a un tema (gráfico, algebraico, aritmético, pictográfico, a través del lenguaje natural, etc.)	Conoce diferentes registros (verbal, gráfico,) para representar un determinado tema matemático. No habla de la conversión entre registros de representación, lo que si se observa en el cuestionario que mandó la Dra. Diana.	Conoce los diferentes registros de representación gráfico, algebraico o de lenguaje natural para representar puntos en el plano cartesiano.	¿Qué registro de representación puede emplear al momento de representa el tema de localización en el plano cartesiano?
	<i>Procedimientos</i> Hace referencia a los procedimientos involucrados en un tema, incluye el conocimiento de cómo hacer algo, cuándo hacer algo, por qué se hace algo y las características de los objetos resultantes.	Conoce cómo, cuándo y por qué aplicar diversos procedimientos involucrados en un tema y las características de los objetos resultantes.	Muestra conocimiento de procedimiento involucrado en el tema de localización en el plano cartesiano.	¿Qué procedimiento están involucrados en el tema de localización en el plano cartesiano?
<i>KSM</i> (Conocimiento de la estructura de las matemáticas)	<i>Conexiones Asociadas con la simplificación</i> Reconocen los enlaces del material en cuestión al contenido anterior. En este caso, las matemáticas más avanzadas se contextualizan retrospectivamente en el contenido más elemental sobre el que se basan.	Conoce conexiones del tema en cuestión con contenidos matemáticos anteriores (no curriculares sino de las matemáticas) más elementales o simples. Las matemáticas más avanzadas se contextualizan retrospectivamente con contenido más elemental.	Conoce cómo se contextualiza retrospectivamente el tema de localización en el plano cartesiano con contenido más elemental como la cuadrícula o la batalla naval.	¿Qué temas enseñados previamente enlaza usted como conexión para la localización en el plano cartesiano?
	<i>Conexiones de Complejidad</i> Poder reflexionar o entender el mismo concepto desde otra área más avanzada que en la se presenta. En términos de un aumento en la	Conoce, reflexiona o entiende el mismo concepto desde o conectado a otro tema más avanzado como una ayuda para la asimilación futura.	Conocimiento que tiene la profesora de la localización en el plano como una complejización del conocimiento de la rosa de los vientos y la cuadrícula ya enseñados previamente a los estudiantes en cursos previos.	

	<p>complejidad, un ítem se relaciona con material de contenido posterior, de manera que las matemáticas previas, más elementales, se ven desde un punto de vista posterior, más avanzado como una ayuda para la asimilación futura (Carrillo-Yañez et al., 2018).</p>			
	<p><i>Conexiones Auxiliares</i></p> <p>Se refiere a la participación necesaria de un elemento en procesos más amplios.</p>	<p>Conoce la conexión de elementos matemáticos de temas auxiliares para el desarrollo de un tema o proceso matemático más amplio.</p>		
	<p><i>Conexiones transversales</i></p> <p>Resultan cuando diferentes elementos de un contenido matemático tienen características en común.</p>	<p>Conoce la conexión entre diferentes elementos de un contenido matemático que tienen características en común.</p>		