# BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL: UNA EXPLORACIÓN EN ADULTOS CON BAJA ESCOLARIDAD EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN SU CONTEXTO LABORAL

**TESIS**

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

**MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

PRESENTA

**BRIAN OMAR LÓPEZ VENTURA**

DIRECTOR DE TESIS

**DR. JOSÉ ANTONIO JUÁREZ LÓPEZ**

CO-DIRECTORA DE TESIS

**DRA. HONORINA RUIZ ESTRADA**

PUEBLA, PUE. NOVIEMBRE 2021

BUAP

DR. SEVERINO MUÑOZ AGUIRRE
SECRETARIO DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que el C:

***BRIAN OMAR LÓPEZ VENTURA***

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 01 de julio de 2021, con la tesis titulada:

***"ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL: UNA EXPLORACIÓN EN ADULTOS CON BAJA ESCOLARIDAD EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN SU CONTEXTO"***

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

**A T E N T A M E N T E.**
**H. Puebla de Z. a 17 de noviembre de 2021**

**DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR**
**COORDINADORA DE LA MAESTRÍA**
**EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.**

DRA´LAHR/l´agm*


Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 Sur, edif. FM1
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

Esta Investigación se realizó gracias al financiamiento del
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT),
De Diciembre de 2019 a Diciembre 2020.
Nº de CVU 958201

Itzia, Ian, Itzel.

Gracias por su apoyo, comprensión y paciencia.

## Agradecimientos

Quiero comenzar por agradecer a la vida por haberme permitido llegar hasta aquí, ha sido un duro trabajo desde que tome la decisión de ser profesor, de muchos sacrificios. Pero creo que ha valido la pena todo este esfuerzo.

A mi esposa Itzel que ha sido la principal motivación y motor de seguir preparándome, a mis hijos Itzia e Ian por su compresión y cariño desde inicio hasta el fin de esta travesía.

A mis padres Rosa y Alejandro que fundaron en mi la humildad, el respecto, la responsabilidad y sobre todo el sentido humano para valorar la vida, con sus exigencias y sacrificios lograron apoyarme para concluir mis estudios.

A mis hermanos Yael, Berenice y Alejandro por sus palabras de aliento, por su paciencia y tolerancia a mi carácter, con sus llamadas de atención cuando salía corriendo por alcanzar el autobús para no llegar tarde.

Al Dr. José Antonio Juárez López por creer en mí y haber tomado la decisión de apoyarme cuando tropecé, reconozco su preparación y profesionalismo. Le agradezco infinitamente su apoyo y la dirección de este trabajo.

## Índice



## CAPÍTULO I

## MARCO TEÓRICO

## CAPÍTULO II

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA



## CAPÍTULO III

## METODOLOGÍA



## CAPÍTULO IV

## RESULTADOS DE LA ENTREVISTA

**Índice de tablas**

**Resumen**

La presente investigación tiene como objetivo analizar las estrategias de cálculo mental que utilizan tres adultos no escolarizados en actividades de su contexto. Con un enfoque cualitativo descriptivo se analizaron los procedimientos de solución que emplearon las personas en cada planteamiento, para la entrevista semi - estructurada fue necesario la elaboración de planteamientos adaptados a cada persona de acuerdo a su actividad laboral. El instrumento fue diseñado y elaborado a partir de una entrevista previa y del consentimiento de los sujetos, la población observada para su selección debía cumplir ser adulto no escolarizado, es decir, que no concluyeron su escolaridad básica primaria y que son capaces o han demostrado la habilidad de realizar operaciones aritméticas para resolver planteamientos matemáticos. Es importante mencionar que esta investigación se enfoca en dicha población porque aún es escasa la evidencia que nos permite conocer lo que sucede en la mente de las personas sobre el cálculo mental.

**Palabras claves:** *Cálculo mental, estrategia de solución, adultos no escolarizados.*

**Abstract**

The present research aims to analyze the mental calculation strategies used by three out-of-school adults in activities in their context. With a descriptive qualitative approach, the solution procedures used by people in each approach were analyzed, for the semi-structured interview it was necessary to develop approaches adapted to each person according to their work activity. The instrument was designed and elaborated from a previous interview and the consent of the subjects, the population observed for its selection had to be an adult without schooling, that is, they did not complete their basic primary schooling and that they are capable or have demonstrated the ability to perform arithmetic operations to solve mathematical statements. It is important to mention that this research focuses on this population because the evidence that allows us to know what happens in people's minds about mental calculation is still scarce.

**Key words:** *Mental calculation*, *solution strategy*, *unschooled adults*.

## INTRODUCCIÓN

Este estudio tiene como objetivo analizar los procedimientos de cálculo mental que adultos no escolarizados utilizan cuando se les plantean situaciones de su contexto laboral. Estos procesos se realizan en la mente de la persona y llegar a ello resulta una tarea no fácil de obtener. Para observar qué es lo que sucede y analizar las estrategias de cálculo mental, la entrevista semi-estructurada nos permitió conocer las pautas y formas en las que se llevan a cabo estos procesos. Resulta interesante observar cómo estas personas muy habilidosas en sus negocios se cuestionan todo el tiempo ¿cuánto debo cobrar?, ¿cuánto debo dar de cambio?, ¿cuánto debo repartir?, ¿cuánto me queda?, ¿cuánto me sobra?, ¿para cuánto me alcanza? etc. Las soluciones a estas interrogantes presentan una estrategia de cálculo mental en particular, propósito central de esta investigación. Donde se pretende obtener evidencia que nos pueda ayudar a identificar aquellas estrategias de solución que aplican los adultos no escolarizados cuando resuelven problemas aritméticos de su contexto (en su trabajo), así como comprender la manera como desarrollan el conocimiento sobre el cálculo mental que se adquiere fuera de la escuela. Con este trabajo se espera obtener evidencia que ayude a estudiantes, maestros e investigadores sobre el cálculo mental como estrategia de aprendizaje. En México, investigadores como Ávila (1990) y Valiente (1995), han realizado estudios que han demostrado que los analfabetos son capaces de resolver problemas aritméticos complejos. Con el instrumento que se elaboró se recolectó dicha información y mediante un análisis cualitativo descriptivo se obtuvieron características propias de los procedimientos. Cabe mencionar que el instrumento utilizado se adaptó a las condiciones del contexto laboral de cada entrevistado y a la necesidad de involucrar a las personas en la ejecución de cálculo mental real.

A continuación, se presentan los capítulos donde se detalla la estructura de esta investigación sobre las estrategias de cálculo mental en adulto con escolaridad baja. En el Capítulo 1 se presentan los antecedentes sobre el cálculo mental en adulto, ejemplos y proceso de aplicación, el Capítulo 2 describe el planteamiento del problema y el propósito de dicho trabajo. En el Capítulo 3 se describe la elaboración y aplicación del instrumento, en el Capítulo 4 se muestra el análisis de los resultados obtenidos.

# CAPÍTULO I
# EL CÁLCULO MENTAL

## 1.1 ¿Qué es el cálculo mental?

Existen distintos significados sobre el cálculo: El cálculo mental, el cálculo estimado y el cálculo aproximado. Con respecto del primero, Pardo (2016) menciona que, a lo largo de la historia, físicos y matemáticos sobresalientes, por sus prodigiosas habilidades, han demostrado una gran capacidad para el cálculo mental. Por ejemplo:

> **Jedediah Buxton** (1707–1772), un gran fanático de la memoria y del cálculo, aprendió a calcular a la edad de 12 años, su fama lo llevó a Londres donde fue invitado a ver una obra de Ricardo III, al finalizar la obra se le preguntó si había sido de su agrado a lo que respondió que el actor había dicho 14445 palabras y dado 5202 pasos. Su gran capacidad para memorizar le permitía realizar multiplicaciones mentales de números de grandes cifras (Ciencia Popular, 2007).
>
> **Carl Friedrich Gauss** (1777-1855), quien a temprana edad ya demostraba habilidades para desarrollar cálculos aritméticos mentales cuando tenía tres años descubrió un error cometido por su padre al calcular el pago de unos sueldos. Además, a los diez años, su maestro solicitó a la clase encontrar la suma de los números del uno al cien, esto con el fin de mantener ocupado a sus alumnos quedó asombrado cuando en poco tiempo, Gauss levantó la mano y dio la respuesta correcta. (Aznar, 2007).
>
> **Jaime García Serrano** (1956-actual), un calculista matemático colombiano quien dice ostentar seis "records guinness" mundiales. Se le acredita el cálculo más rápido de $\sqrt{}$ con cien cifras decimales, la memorización de un número de 200 dígitos, cálculo de calendarios de cien mil años, cálculo de funciones trigonométricas y otras más. (García, 2012)

**Alberto Coto** (1970-actual), español, es la persona más rápida actualmente haciendo cálculos mentales posee varios "records guinness" mundiales por hacer la suma de 100 cifras escogidas al azar en 19,23 segundos y multiplicar dos números de 8 cifras cada uno en 56,5 segundos. Además, posee siete títulos mundiales de cálculo mental obtenidos entre los años 2004 y 2010. (Coto, A, 2014)[1]

El desarrollo de esta habilidad es sorprendente para muchas otras personas y se debe al medio en el que se encuentran. Por ejemplo, en nuestra vida cotidiana es fácil observar que los niños aprenden a hablar debido al contexto social en el que se ven envueltos, por otro lado, son pocas las personas que viven en un ambiente donde practican el cálculo mental.

Parece ser que, en la enseñanza tradicional, el cálculo mental se ha concebido como la práctica repetida de operaciones, siendo utilizada para obtener respuestas rápidas y precisas en la mente del sujeto, sin la necesidad de usar lápiz y papel. Gómez (2005) reporta que la estimación es el primer acercamiento al cálculo mental. Además, menciona que siempre existen errores al emplear cualquier instrumento de medición y que este error obliga a los sujetos a trabajar con datos y resultados aproximados.

## 1.2 Investigaciones previas acerca del cálculo mental

El cálculo mental es una parte primordial de las matemáticas. Además de ser una herramienta que sirve para responder de manera flexible y apropiada a diversas situaciones de la vida cotidiana, como la habilidad de procesar rápidamente en la mente y decidir si le conviene comprar un producto o no, si le alcanza para surtir su despensa, si le sobra, se cuestiona cuánto le sobra, si desea repartir un pastel a sus invitados, si es conveniente prestar dinero o simplemente regular sus actividades con relación del tiempo. Podríamos continuar con una gran lista de actividades que los adultos realizan todo el tiempo.

Diversas investigaciones como las de Ávila (1990), Valiente (1995), Fernández (2014), Cortés, Backhoff y Organista (2004), han mostrado a través de sus estudios, evidencias

[1] Tomado de: Anderson Gerley Pardo Abondano, Universidad pedagógica Nacional, Bogotá, D. C, Colombia (2016). Recuperado de: http://repositorio.pedagogica.edu.co/handle/20.500.12209/2158

sobre las estrategias y procedimientos de cálculo mental que utilizan los sujetos al enfrentarse con planteamientos adaptados, con el propósito de vislumbrar cómo operan la aritmética básica de la suma, resta, multiplicación y división.

Nys, Ventura, Fernandes, Querido, Leybaert y Content (2013), en su comparación de adultos educados y no escolarizados, muestran resultados significativos sobre las habilidades que presentan ambos, por un lado, los que recibieron una educación matemática y, por el otro, los que no recibieron instrucción formal en matemáticas mostraron procesos más largos y una tasa de errores más alta.

Las evidencias han mostrado que la descomposición de datos en decenas y centenas son las estrategias identificadas por investigadores y aplicadas por las personas adultas, por ejemplo, Mochón y Vázquez (1995) muestran cuatro procedimientos diferentes para resolver una adición que a continuación se describen.

57 + 36

50 + 7 + 30 + 6

50 + 30 + 7 + 6

Estrategia 1

57 + 36

57 + 30 + 6

Estrategia 2

57 + 36

57 + 3 + 36 - 3

60 + 33 = 93

Estrategia 3

57 + 36

57, 67, 77, 87

87 + 6 = 93

Estrategia 4

*En la estrategia 1*

Se observa una primera descomposición a unidades 50 y 30, una segunda descomposición de 7 y 6, efectuando como primera suma 50 + 30 y como segunda suma 7 + 6, para finalizar con una tercera suma 80 + 13 = 93

*En la estrategia 2*

Se repite la descomposición solo para el segundo valor 30 unidades y 6 unidades, después efectúa la suma 57 + 30 obtenido 87 unidades y finaliza con la suma de las 87 unidades más las 6 unidades 87 + 6 = 93.

*En la estrategia 3*

Se aplica un proceso diferente, resta 3 unidades a la segunda cantidad 36 – 3 = 33, para la primera cantidad realiza la suma de 57 decenas más 3 unidades 57 + 3 = 60, y finaliza con la suma 60 + 33 = 93.

Es la estrategia 4

Se tiene un proceso alterno, inicia con el primer valor 57 y comienza agregando 10 unidades para obtener 67, continua con la misma dinámica hasta terminar con las decenas del segundo valor, quedando únicamente 6 unidades sobrantes, para el final proceder con la suma de 87 más 6 unidades 87 + 6 = 93, obteniendo el resultado.

Estas evidencias muestran que el cálculo mental es una habilidad que desarrollan las personas en la vida cotidiana, donde los procedimientos pueden ser transmitidos por otras personas o adquiridos por la propia experiencia, cometiendo errores al inicio, pero perfeccionándolos hasta crear su propia estrategia o algoritmo. Al respecto, Carraher, Schliemann y Carraher (2011) mencionan que "en la escuela las matemáticas son una ciencia, que se enseña en un momento definido, en la vida las matemáticas son parte de la actividad de un sujeto que compra, vende, mide y encarga piezas de madera, que construye paredes y hace el cálculo del ángulo", retomando la cotidianidad de las personas, una solución matemática que se realiza en la calle puede reflejar una gran cantidad de información sobre los procesos de cálculo mental y cómo lo aplican en situaciones específicas.

Por su parte, Rathgeb y Green (2019) consideran un modelo para analizar y describir detalladamente los procesos de cálculo mental ordenando en categorías de fácil y difícil resolución, para los estudiantes que presentan dificultades en el aprendizaje de las matemáticas muestran una condición crítica para desarrollar herramientas de solución que van más allá del simple conteo, incluso mencionan que los expertos en educación matemática pueden no utilizar la estrategia de solución más adecuada, sin embargo estas investigaciones sobre el cálculo mental se han profundizado en estudiantes de educación básica (primaria y secundaria).

### 1.3 Sobre el cálculo mental de adultos en México

En México, Valiente (1995) reportó que personas analfabetas de la tercera edad realizaban operaciones aritméticas descomponiendo los datos del problema para poder dar soluciones, esto bajo la experiencia y la imaginación del sujeto. Por lo tanto, no se puede afirmar que una persona que no sabe leer ni escribir, no sea capaz de resolver problemas donde esté inmersa la aritmética básica, incluso podríamos pensar que son capaces de resolver problemas mucho más complejos de lo que se cree.

Otra investigación sobre los mecanismos y procedimientos de aprendizaje en adultos analfabetos, donde se ha mostrado que son capaces de resolver problemas aritméticos elementales e incluso cálculos más complejos, es la de Ávila (1990). En su estudio muestra evidencia en la que los adultos construyen sus propios algoritmos internamente y en ocasiones sin darse cuenta de ello, categorizando en niveles las estrategias de solución, evidenciando así que no existe relación entre el uso de los símbolos y la posesión de un gráfico de registro del desarrollo de la estrategia de cálculo.

Para las personas no contar con un algoritmo se convierte en un obstáculo para dar solución al problema, pero el tenerlo no garantiza el desarrollo de la estrategia. Esto se debe a que en la escuela se aprende a resolver problemas aritméticos mediante distintos procesos de solución, pero muchos de estos en la realidad pueden no ser no tan viables o resultan ser incomprensibles, esto motiva para explorar cómo es el cálculo mental en adultos con baja escolaridad.

Muchas de las actividades que realizan los adultos sobre el cálculo mental son practicadas y perfeccionadas con el tiempo debido a su enfrentamiento constante en resolver problemas con la necesidad de obtener resultados. Podemos afirmar que las personas han aprendido a operar números, ordenar valores, agrupar y clasificar en unidades, en decenas y en centenas, separar datos, contar objetos, etc., y un sin fin de procedimientos y conceptos matemáticos que han aprendido fuera de la escuela.

Aun cuando existe evidencia en diversas investigaciones que permite conocer sobre las estrategias de cálculo mental que implementan los adultos, es importante analizar a profundidad sobre aquellas estrategias que nos permitan identificar características especiales, ya que dichos procedimientos son adaptables y flexibles en diversos contextos.

Para muchas personas, el cálculo mental significa resolver problemas aritméticos de suma, resta, multiplicación y división, sin embargo, existe la creencia de que para resolver un problema matemático se requiere de conocimientos avanzados, de procedimientos matemáticos especiales y de una comprensión profunda de los números. En esta investigación encontramos que no es necesario contar con un avanzado conocimiento matemático para resolver problemas matemáticos.

### 1.4 Importancia del cálculo mental

En nuestra sociedad el cálculo mental juega un papel relevante, sobre todo en la escuela, por el proceso de hacer algoritmos, argumentos y demostraciones. La tecnología por su parte ha proporcionado al estudiante y al profesor una gran variedad de herramientas que le benefician en la enseñanza y el aprendizaje (como la calculadora, las computadoras y los teléfonos celulares), (Pardo, 2016). Sin embargo, con el uso excesivo de la tecnología algunos procesos asociados con las matemáticas han perdido relevancia, en especial el cálculo mental ha dejado de ser una necesidad de pensar.

Por otro lado, resolver problemas que involucren al cálculo mental se ha convertido en una herramienta poderosa para los adultos, para dar soluciones no solo precisas sino también respuestas rápidas. No es sencillo dominar esta habilidad, “las matemáticas son apreciadas por la sociedad como algo importante” (Corbalán 2011, pp. 40 – 45, citado por Fernández, 2014) para las personas adultas las matemáticas aprendidas de toda una vida son derivadas de la práctica cotidiana, al largo camino que han recorrido, de las formas que les rodean y de las matemáticas de la comunicación.

El cálculo mental ha dejado de ser practicado en la educación básica. Al respecto, Pardo (2016) menciona que “no es muy usado en las aulas de clase” y que su importancia “tiene su origen en la variedad de capacidades y habilidades que desarrolla en las personas”. De esta manera el conocer las estrategias de cálculo mental que aplican los adultos no escolarizados permitirá analizar la comprensión de número y el sentido numérico que aportan en sus procedimientos.

Con respecto a la enseñanza del cálculo mental en las escuelas, encontramos que ha dejado de practicarse, con la aparición de dispositivos electrónicos que limitan el desarrollo en los estudiantes de crear sus propios algoritmos matemáticos. En ese sentido, Chemello (1995) da respuesta a la interrogante ¿Cuál es la realidad en la escuela hoy sobre el cálculo mental?, menciona que las calculadoras traerán como consecuencia que los alumnos terminen por no saber operar y que olviden las tablas de multiplicar.

Como consecuencia, el cálculo escrito con el algoritmo usual, el uso de las reglas y la consecuente automatización serán cada vez menos comprendidas por la mayor parte de los alumnos, quienes no pueden dar solución a problemas cotidianos. El cálculo mental ha sido limitado, casi exclusivamente, por una simple memorización de hechos matemáticos, dejando de lado su valor como actividad de toma de decisiones y elección de estrategias, fruto de una reflexión personal y una autonomía sobre la solución de problemáticas sociales.

De esta manera, el cálculo mental es considerado por muchas personas como una actividad en la que se utiliza el cerebro sin ayuda de otros instrumentos como calculadoras o incluso lápiz y papel, y donde la habilidad se desarrolla con la práctica cotidiana de transacciones a los que se enfrenta el sujeto día a día, con el único propósito de dar soluciones a problemáticas de su contexto, mejorando sus estrategias al enfrentarse a problemáticas con mayor frecuencia, con mayor nivel de complejidad, que obligan a los adultos a obtener soluciones rápidas, confiables y exactas.

Por otro lado, en el trabajo de Sánchez, Butrón y Juárez (2020) sobre la calculadora descompuesta, mencionan que el uso de la calculadora puede favorecer al desarrollo de estrategias de cálculo mental siempre y cuando la implementación de las actividades sea de manera apropiada y bien diseñada. Además de destacar que dicha herramienta puede ser lo suficientemente poderosa en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Incluso en niveles superiores podría ayudar a los estudiantes a resolver problemas de manera flexible e ingeniosa.

### 1.5 Estrategias de cálculo mental

Antes de hablar sobre las estrategias de cálculo mental es necesario identificar que el cálculo puede desarrollarse en tres maneras diferentes, escrita, mental e instrumental. Cabe señalar que para esta investigación el cálculo mental es la prioridad, pero daremos una idea sobre las otras diversas formas de practicarlo.

- Cálculo escrito: se caracteriza por realizarse con ayuda del papel y lápiz, y la manera de obtener evidencia para estudiar los mecanismos de solución es mediante la resolución de problemas resueltos en papel.
- Cálculo mental: Habilidad que se desarrolla en la mente de las personas y que la manera de acceder a esta información es mediante una entrevista clínica para profundizar en dichas soluciones.
- Cálculo instrumental: Se caracteriza por el uso de herramienta auxiliares como el ábaco, calculadora, dedos, etc. Todas proporcionan diversas formas de obtener la solución al problema.

El término estrategia es utilizado en distintas disciplinas para explicar los fenómenos que ocurren al interior de ella. Para Rivera y Malaver (2011), la estrategia proviene de la noción competitividad, que deviene de la capacidad de relacionar, innovar, organizar, supervisar acciones y decisiones para mejorar desempeños. Para la población que se ha seleccionado (adultos con baja escolaridad), como se ha hecho mención en párrafos anteriores, tienen la capacidad de diseñar sus propias estrategias de solución, que les permite interactuar con gran agilidad y rapidez los procesos aritméticos.

Las técnicas empleadas en cálculo mental son útiles para realizar sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, mientras que las estrategias se centran en operaciones más complejas, esto se debe a que el aprendizaje es progresivo y una estrategia proviene de la forma peculiar de resolver un problema a partir de las experiencias adquiridas, y la técnica es una manera básica o estándar de responder a un ejercicio. Aunque muchas veces dicha técnica resulte todo lo contrario.

### 1.6 Operaciones aritméticas

Uno de los factores importantes que diferencia a los problemas aritméticos es el tipo de número con el que se expresan las cantidades. Para Castro, Rico y Castro (1995), el tipo de número para expresar una cantidad puede ser (natural, entero y decimal) y el tipo de magnitud que se asocia es (discreta y/o continua). En los primeros años de escolaridad los números empleados son casi exclusivamente números naturales y de magnitudes discretas. Por ello, nos referimos a la resolución de problemas aritméticos básicos por la existencia de este tipo de números y de ambas magnitudes.

Otra característica que se observa es sobre los problemas simples y compuestos, teniendo el número de relaciones que aparecen en la solución de un problema, por ejemplo, la información suministrada por la persona contiene una relación entre los datos numéricos en función de la cual el resolutor tiene que operar para obtener el resultado. Sea de manera simple donde interviene una sola relación o compuesta con más de una relación.

#### 1.6.1 La suma y la resta

Para dar solución a un ejercicio aritmético se necesita de una operación (suma, resta, multiplicación o división) según el tipo de solución, resulta simple por el uso de una operación o compuesta por el uso de dos o más operaciones distintas o una operación repetida varias veces. Aquí unos ejemplos:

Operación aritmética simple $3 + 4 = 7$

Operación aritmética compuesta $3 + 4 - 6 = 1$

Operación aritmética compuesta con repetición $2 + 3 + 8 - 2 = 11$

Para obtener la solución a problemas que requieren suma o resta, también llamados problemas de adición o sustracción, consideradas como operaciones inversas la resta puede concebirse como un caso especial de adición.

Para analizar lo anterior mencionaremos la propiedad conmutativa que en la escuela se desarrolla a menudo como estrategia para solución de problemas aritméticos. En su trabajo, Cáceres y Menacho (2015) indican que dicha propiedad se usa incluso antes de tener consciencia de ello y se afianza con tal fuerza que, aun sabiendo el resultado, mucha gente se siente más segura si lo obtiene conmutándolos, es decir, cambiando de posición o reordenando los valores.

Por otro lado, la tendencia de operar los valores comenzando por el sumando mayor 7 + 4 en lugar de 4 + 7, sigue observándose en varias ocasiones.

Por ejemplo:

$$a + b = c \qquad\qquad b + a = c$$

$$7 + 4 = 11 \qquad\qquad 4 + 7 = 11$$

Así como en la suma, también para la multiplicación se puede aprovechar la posibilidad de cambiar de orden los factores, por ejemplo, se desea multiplicar 3 x 4 muchas veces prefieren cambiar a 4 x 3 antes de responder, Además, en ocasiones, para una multiplicación de varios factores, el utilizar la propiedad conmutativa permite obtener productos más sencillos. Por ejemplo:

$$25 \times 7 \times 4 = 25 \times 4 \times 7 = 100 \times 7 = 700$$

Una propiedad que también se ha considerado es la distributiva, concepto que se puede estudiar con mayor profundidad en el álgebra, pero que se observa en los procedimientos de cálculo mental en los adultos, dado que la propiedad indica que dos o más términos presentes en una suma o en una resta y multiplicada por otra cantidad, resulta igual a la suma o la resta de la multiplicación de cada uno de los términos de la suma o la resta por el número (Jiménez, 2009).

Dicho de otra manera: un número multiplicado por la suma de otros dos resulta idéntica a la suma de los productos de cada uno de los sumandos por dicho número.

Por ejemplo:

- 16 x 4 = (10 + 6) x 4 = 40 + 24 = 64
- 28 x 2 = (30 - 2) x 2 = 60 - 4 = 56

**1. 6. 2 Mitades y dobles**

Por otra parte, Jiménez (2009) presenta como destreza el cálculo de cantidades dobles, lo cual significa que observa la aparición de valores repetidos, dicha aparición puede obtenerse a partir de la descomposición de valores, por ejemplo.

9 + 8 = 8 + 8 + 1 = 16 + 1 = 17

Algunos otros casos pueden no ser sumando, sino restando:

7 + 6 = 7 + 7 - 1 = 14 - 1 = 13

Un caso más se puede presentar en la división, esto puede presentarse para evitar números decimales o cuando no se tiene un dominio de la división.

La Mitad de 11 (10 + 1) / 2 = 5 + 5 + 1/2 =5 1/2

**1. 6. 3 La descomposición en suma y resta**

En este procedimiento se trata de descomponer uno o dos cantidades (suma o resta), por ejemplo, (17 = 10 + 7, 19 = 20 - 1) respectivamente, de tal manera que la forma en que se transforme la operación inicial en otra equivalente sea más sencilla, permitiendo obtener el resultado del cálculo, por ejemplo;

16 + 18 + 6 = 10 + 6 + 10 + 8 + 6 = 10 + 10 + 6 + 6 + 8 = 20 + 12 + 8 = 20 + 20 = 40

Normalmente las descomposiciones se presentan de acuerdo con la cantidad, por ejemplo:

18 + 19 = 17 + 19 + 1 = 17 + 20 = 10 + 20 + 7= 30 + 7 = 37

Para resolver la suma de 18 + 19 se observa que el valor más cercano a 20 es 19 por lo que resta 1 al 18 para agregarlo a 19, para obtener 20 y comenzar a ejecutar valores múltiplos de 10, continua en descomponer 17 en 10 + 7, para efectuar 20 + 10, para finalizar 30 + 7 y obtener el resultado.

Este procedimiento puede asociarse con el tema del redondeo que se presenta a continuación.

**1. 6. 4 Redondeo en la suma y la resta**

Para realizar una suma donde los valores terminan en 8 y 9 resulta útil completar o redondear o compensar las cantidades. Ejemplo.

$$38 + 19 = 38 + 20 - 1 = 58 - 1 = 57$$

$$33 + 29 = 33 + 30 - 1 =63 - 1 = 62$$

Hasta el momento no se tiene evidencia de un caso como el siguiente, al menos no identificado en estudios con adultos analfabetos.

$$38 - 29 = 40 - 2 - 30 + 1 = 40 - 30 -2 + 1 = 10 - 2 + 1 = 10 + 1 - 2 = 11 - 2 = 9$$

Para la resta resulta un proceso no tan practicado por la complejidad de las mismas operaciones, considerando que se requiere de un conocimiento más completo de operaciones aritméticas debido a la aparición del signo negativo, cabe mencionar que para este trabajo no se espera obtener este proceso, sin embargo, se considera como una alternativa de solución para futuras investigaciones.

**1. 6. 5 La multiplicación y la división**

Ahora analizaremos qué sucede en la multiplicación, siendo un caso donde se puede aprovechar la posibilidad de cambiar el orden de los factores, aun cuando se conoce el resultado de la multiplicación 3 x 7. Muchas personas prefieren conmutar mentalmente 7 x 3 antes que responder, en ocasiones para una multiplicación de varias cantidades el utilizar la propiedad conmutativa nos permite obtener productos más sencillos.

Por ejemplo:

$$15 \times 7 \times 2 = 15 \times 2 \times 7 = 30 \times 7 = 210$$

En algunos casos como el siguiente conviene analizar y observar que una multiplicación es una suma de factores iguales

$$115 \times 2 = 115 + 115 = 230$$

**1. 6. 6 La descomposición en la multiplicación y en la división**

Al igual que la suma se trata de descomponer un factor en sumas o restas, incluso buscando redondeos para después aplicar la propiedad distributiva:

$$13 \times 7 = (10 + 3) \times 7 = 70 + 21 = 91$$

$$19 \times 4 = (20 - 1) \times 4 = 80 - 4 = 76$$

$$28 \times 12 = 28 \times (10 + 2) = 280 + 56 = 836$$

Para realizar una multiplicación de un número por un factor, por ejemplo 27 x 6, se inicia por operar, no por las unidades como se realiza en el cálculo escrito, si no se inicia por las decenas (20 x 6 = 120), para posteriormente multiplicar las unidades (7 x 6 = 42) y finalmente sumar los resultados (120 + 42 = 162). Este tipo de estrategias presenta características similares a la factorización que a continuación se explica.

**1.7 La Factorización**

Es una parte de la descomposición de uno o varios factores en otros más simples, aplicando la propiedad asociativa de la multiplicación, pero, aunque no siempre sucede esto, se acude a la propiedad conmutativa.

$$12 \times 15 = 3 \times 4 \times 3 \times 5 = 3 \times 3 \times 4 \times 5 = 9 \times 20 = 180$$

Que, si bien esta estrategia tiene mucha relación con los múltiplos, por ejemplo, los múltiplos del 3 son 3, 6, 9, 12, 15, ... Y los múltiplos de 5 son 5, 10, 15, 20, ...

De esta manera se puede apreciar la aparición de múltiplos en común como el 3 y 5, y que esto permite descomponer en factores el 12 y 15.

Sin embargo, existen casos en que ambos números sean pares y resulta como estrategia de cálculo lo siguiente; dividir entre 2 uno de ellos para operar en el otro valor, aquí un ejemplo:

$$12 \times 28 = 56 \times 6 = 3 \times 112 = 336$$

Dividir el menor de ellos $\frac{12}{6} = 2$

El resultado multiplica al segundo valor $2 \times 28 = 56$

División de menor valor nuevamente $\frac{6}{3} = 2$

El resultado multiplica al segundo valor $2 \times 56 = 112$

Finalmente multiplicar por el segundo valor $3 \times 112 = 336$

Continuando con la factorización en el algoritmo de la división, desde un punto de vista más técnico se puede preguntar las veces que cabe el divisor en el dividendo, pero también podemos utilizar la transformación de la división por la multiplicación para la solución de aritméticos.

De esta manera se puede calcular el siguiente ejemplo 15:3 expresando en algoritmo multiplicación en;

$$3 \times ¿? = 15$$

Comenzando por una búsqueda de valores

$$3 \times 4 =12$$

$$3 \times 5 = 12$$

Concluyendo que el valor que satisface el producto es 5, resulta un proceso fácil de aplicar.

Jiménez, (2009) presenta en su trabajo un caso especial de la división, se desea resolver $\frac{195}{3}$, la estrategia aplicada para este ejemplo consiste en separar el numerador en decenas y unidades para ejecutar la división por separado, a continuación, desglose de la estrategia.

Separación de valores en el numerador 19 decenas y 5 unidades

$$\frac{19-1}{3} = \frac{18}{3} = 6$$

Sobra 1

Se une el sobrante y las 5 unidades 15

Se realiza la división $\frac{15}{3} = 5$

Ambos resultados forman parte de resultado final $\frac{169}{3} = 65$

Es importante mencionar que esta estrategia puede funcionar para casos especiales, y considerar que el denominador debe ser múltiplo del numerador como característica fundamental, aunque no se ha encontrado mayor evidencia.

### 1.8 Resolución de problemas

Para Palmas y Block (2014) los adultos con baja o nula escolaridad suelen desarrollar una habilidad significativa para el cálculo mental, el cual nos permite anticipar que las personas generan matemáticas en su actividad cotidiana, al resolver un determinado tipo de problemas en su vida. Marín, Niebles, Sarmiento y Valvuena (2017) mencionan que la resolución de problemas matemáticos y la comprensión lectora se han concebido tradicionalmente como espacios de conocimiento de complejidad creciente, lo que puede estar asociado al alto grado de abstracción para la resolución del problema, esto tiene mucho que ver con la disposición de actitudes y el comportamiento de los aprendices en virtud de favorecer el desarrollo de competencias, muchas de ellas inherentes a la resolución de situaciones problemáticas por los estudiantes.

Esta misma idea se puede considerar para las personas adultas que han desarrollado y practicado dicha habilidad fuera de la escuela, y que cumplen el mismo propósito de resolver problemas, donde la disposición, actitud y el comportamiento de estas personas se convierte en la necesidad de operar con éxito sus cálculos mentales al momento de realizar una compra, de saber cuánto debe cobrar, de saber cuánto regresar de cambio, etc. Situaciones que dependen del éxito o fracaso de su negocio y del ingreso económico para su hogar.

Diversas investigaciones se han centrado en el análisis de resolución de problemas matemáticos, partiendo de la población estudiantil, clasificando, identificando, obteniendo un gran número de evidencias donde se vislumbren las estrategias de solución a planeamientos matemáticos, haciendo a un lado la matemática aprendida fuera del contexto escolar.

Por su parte, la efectividad en la resolución de problemas matemáticos, como mencionan Gil, Guerrero y Blanco (2006), quienes parten del hecho de que gran parte de los estudiantes conciben la matemática como un conocimiento complejo, generando un sentimiento de intranquilidad, temor, ansiedad, inseguridad, descontento e incertidumbre. Sin embargo, y a pesar de su competencia y dominio es imprescindible el aporte de aprendizajes útiles para resolver problemas cotidianos y atender a las demandas y necesidades de la compleja sociedad actual.

### 1.9 Problemas aritméticos

En los primeros años de escolaridad básica y una vez conocidas las operaciones aritméticas se inicia la enseñanza de problemas que se resuelven empleando precisamente esas operaciones (resolución aritmética), tras adquirir dichas competencias en el aula el siguiente paso es la resolución de problemas algebraicos. Pero qué sucede con las personas que no concluyeron su escolaridad básica, pero que han logrado resolver problemas aritméticos y perfeccionando sus estrategias de solución.

El empleo de estas operaciones aritméticas cobra sentido cuando son utilizadas para dar solución a una problemática real, que puede ser enseñada en el aula, pero que se desarrolla y profundiza con la práctica, donde tal práctica puede ocurrir dentro y fuera de la escuela, siendo esta última donde se centra esta investigación.

La solución de problemas aritméticos en adultos con escolaridad baja (analfabeta), para Delprato y Fuenlabrada (2003), proporciona información relevante que permite destacar su valor didáctico como recurso de interacción entre los adultos y las leyes del sistema de numeración, así como de sus representaciones. El juego del "Cajero" que presentan las autoras busca valorar y recuperar las nociones y usos sociales de los números y las cuentas, resaltando el conocimiento matemático de los adultos.

**1. 10 Relación entre el cálculo mental y la resolución de problemas**

El cálculo mental es muy utilizado por la mayoría de las personas que trabajan haciendo cuentas en distintas situaciones donde el resultado para estos oficios seleccionados debe ser exacto y rápido, de lo contrario el cliente resultará inconforme con el cambio devuelto, además de perder su ganancia en dicha compra, esto debido a un mal empleo de la operación aritmética utilizada.

> "Una aritmética existe por necesidad de una actividad humana y solo tiene sentido en el intercambio de los productos que genera o moviliza" (Aroca, 2015, p. 553)

La práctica aritmética de nuevas experiencias en cada caso (venta) hace que las personas desarrollen y mejoren sus estrategias de cálculo mental, de tal manera que la actividad reflexiva de cada persona, sus procesos sobre sus producciones y su saber ante la resolución de problemas, es lo que le permite construir sus nuevos conocimientos en una interacción continua.

El cálculo mental influye en la capacidad de solucionar el problema, ya que permite en las personas establecer relaciones numéricas y obtener conclusiones a partir de las mismas, lo cual le da los medios de controlar sus resultados.

Entonces podemos entender que alguien "sabe matemáticas" cuando se hace evidente su capacidad de utilizar adecuada y flexiblemente herramientas y recursos matemáticos para actuar, proceder y resolver problemas de la vida cotidiana. Así mientras más ejercita el cálculo mental una persona, esta se encontrará en posibilidades de ir descubriendo poco a poco nuevas, diferentes y sencillas estrategias de solución, teniendo el control de juzgar lo razonable que pueden ser los resultados.

# CAPÍTULO II

# PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

## 2.1 Antecedentes

El cálculo mental es el “conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan sin recurrir a un algoritmo preestablecido, para obtener resultados exactos a aproximados” (Parra, como se citó en Galeano y Ortiz, 2008). Es decir, se caracteriza por la presencia de una diversidad de técnicas que se adaptan a los números en juego y al conocimiento de su preferencia.

En Mochón y Vázquez (1995) el cálculo mental no debe ser confundido con el cálculo estimado y aproximado, ya que únicamente el cálculo mental se trabaja con datos exactos para generar respuestas mentales a un ejercicio aritmético, sin utilizar ayuda externa, siendo solamente la mente la que trabaja y teniendo como base el cálculo reflexivo.

Para Ortega y Ortiz (2002) todo esto implica una reflexión que conlleva toma de decisiones y elección de la estrategia más adecuada que proporcione la respuesta acertada, de tal manera que el cliente y el vendedor estén de acuerdo en el intercambio. Para este tipo de cálculo se requiere de manipulación y habilidades como el conteo, el redondeo, la descomposición, la factorización, la combinación numérica, etc. Que sirven para poder modificar los datos iniciales y de esta forma trabajar cómodamente con otros más fáciles de calcular.

Las estrategias de cálculo mental se entienden como la principal habilidad en la resolución de ejercicios aritméticos, y con ello, pensar en que deberían funcionar con cualquier operación, pues una estrategia en sí depende de la manera en que se manejen los datos, mientras que los métodos son las maneras en que se concretan las estrategias de operación, los datos y las relaciones numéricas involucradas en los datos, y los procedimientos son las secuencias ordenadas y explícitas de cálculos que desarrollan los métodos hasta llegar al resultado (Valencia, 2013).

Por lo tanto, las estrategias de cálculo mental son más que simples procedimientos y que se encuentran más allá del papel, pues están en el plano de lo cognitivo y adaptable dependiendo de cómo se presenta la situación para ejercer el cálculo mental. De esta manera se contrapone a los algoritmos convencionales y universales que se aprenden en la escuela.

Los resultados que muestra el Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes (PISA) 2016 en México, se obtiene de un promedio de 408 puntos en matemáticas, lo que significa que está por debajo del promedio OCDE de 490 puntos, lo que sitúa al país al lado del desempeño de Albania y Georgia. Aunque ha habido un aumento desde 2003 al 2015, se sigue obteniendo un promedio por debajo de la media.

En promedio en los países OCDE, casi uno de cada cuatro estudiantes es decir (23%) no alcanza el nivel básico de competencia (nivel 2), en matemáticas los estudiantes que no alcanzan este nivel pueden de vez en cuando realizar procedimientos rutinarios tales como operaciones aritméticas en situaciones donde todas las instrucciones se les son dadas. Pero tienen problemas identificados como una simple situación del mundo real que puede ser representada matemáticamente, (por ejemplo; comparar la distancia total entre dos rutas alternativas, convertir el precio de una moneda a otra diferente). Datos extraídos de OCDE.

## 2.2 Justificación

Existe abundante información sobre estrategias de cálculo mental. Sin embargo, estas se centran en estudiantes de distintos niveles, mencionando que este estudios tiene la particularidad de analizar característica, identificar distintas estrategias de solución, con el propósito de implementar nuevas o rediseñar alternativas para la enseñanza y aprendizaje del cálculo mental en el aula.

Pero se ha estudiado poco sobre las estrategias de cálculo mental en adultos con baja escolaridad o nula (analfabetas), la información que se ha presentado ha servido para identificar que se ha hecho y se hace falta investigar, dando origen a la inquietud de este trabajo.

La enseñanza de la aritmética ha cambiado a través de las diferentes propuestas curriculares desarrolladas en los últimos veinte años Galeano y Ortiz (2008). Por lo que la importancia de conocer el desarrollo del pensamiento numérico entendido como la compresión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones, son conceptos esenciales de esta investigación.

De ahí que la presente investigación nos permitirá explorar y analizar las estrategias de cálculo mental que desarrollan las personas analfabetas en la resolución de problemáticas de su contexto,  además de evidenciar una matemática real.

Se pretende que los resultados aquí mostrados ayuden a comprender y mejorar las estrategias de cálculo mental en un ambiente escolar. Por ello, se presentan alternativas de solución de cálculo mental, que sirvan para motivar a estudiantes, profesores e investigadores a dar resultados favorables, lo que será un logro significativo para la investigación y así mismo para futuros profesores que deseen seguir contribuyendo con el estudio del cálculo mental y ayudar a estudiantes a incrementar sus habilidades matemáticas.

## 2.3 Objetivos de la investigación

### 2.3.1 Objetivo general

Explorar las estrategias de cálculo mental que aplican tres adultos con baja escolaridad, en la resolución de problemas aritméticos básicos de su contexto.

### 2.3.2 Objetivos específicos

- Conocer las estrategias de solución de cálculo mental que aplican adultos con baja escolarizados en la resolución de problemas aritméticos básicos: suma, resta, multiplicación y división.

- Analizar los procedimientos de solución de cálculo mental que aplican adultos con baja escolarizados cuando operan aritméticos básicos.

# CAPÍTULO III

# METODOLOGÍA

## 3.1 Método

La diferencia que presenta esta investigación en relación con las ya descritas, es el diseño de un instrumento adaptado al contexto de cada sujeto, mientras que los demás muestran actividades que pueden no ser de su contexto o realidad. De tal manera que el propósito de esta investigación no es clasificar o considerar niveles de solución, sino conocer los procesos que utilizan los adultos no alfabetizados para dar solución a situaciones problemáticas reales.

## 3.2 Tipo de investigación

Así, para esta investigación se optó por el estudio de caso con tres adultos no alfabetizados cuidadosamente elegidos. La elección de estudio de caso y el método cualitativo se debe al tipo de estudio realizado, el cual se caracteriza por precisar todas aquellas estrategias de cálculo mental que aplican los adultos para resolver un problema de su contexto y que merecen atención dentro del mundo de la investigación en educación matemática.

La elección del tipo de estudio se debe a las múltiples variables que se pueden obtener, Cohen y Manion (2002) mencionan que un estudio de caso es estudiar profundamente y analizar intensamente el fenómeno inmerso, con visión para establecer generalizaciones de una unidad individual. Por otra parte, Álvarez (2012) comenta que el estudio de caso es de carácter revelador porque permite observar e identificar los procesos desconocidos en una investigación y mostrar a los investigadores enormes relevancias.

El estudio de caso es todo lo opuesto a una metodología uniforme, porque es adaptable a cada realidad y adquiere modalidades específicas en función del contexto y su finalidad, de esta manera la importancia de adaptar el instrumento al contexto del entrevistado es la característica principal de la investigación. Esto nos permitió reportar y profundizar en aquellas estrategias que aplican los adultos no escolarizados sobre el cálculo mental al resolver situaciones de su vida cotidiana.

### 3.3 Diseño de investigación

El uso de la entrevista semi–estructurada fue con el propósito de obtener información relevante acerca de las estrategias de cálculo mental que utilizan tres personas en su quehacer cotidiano, donde los sujetos que cuidadosamente se seleccionaron debían cumplir la característica de ser adulto analfabeto. Es decir, que no concluyeron su educación básica (primaria). Para esto fue necesario observar a las personas en sus diversos contextos, incluso en varias ocasiones la ejecución de cálculos aritméticos en sus transacciones cotidianas, seleccionando los distintos oficios en donde se encuentran personas adultas laborando. Derivado de la selección y observación previa se diseñó el instrumento que posteriormente se aplicó a cada persona, adaptándose a la actividad laboral de cada sujeto, de tal manera que nos permitiría constatar las estrategias de cálculo mental que han aprendido y perfeccionando estas personas fuera de la escuela.

### 3.4 Características de los sujetos estudiados

En la comunidad de Ixtenco, municipio del Estado de Tlaxcala, la población que en su mayoría es habitada por personas adultas mayores y que resulta interesante, incluso sorprendente observar cómo resuelven problemas matemáticos elementales sin haber concluido sus estudios de nivel básico (primaria). Las personas saben trabajar las cuatro operaciones básicas; suma, resta, multiplicación y división, y han diseñado sus propios procedimientos de aplicación, donde muchos de ellos presentan estrategias interesantes por analizar dada la aparente facilidad con la que lo hacen ver para los demás.

Se han identificado hasta ahora a tres personas que han sido observadas en un primer acercamiento en sus actividades cotidianas. La persona 1 es una señora que vende tortillas hechas a mano. La persona 2 es una señora que vende frutas. La persona 3 es una señora que vende pollo en una tienda.

Cuando se observa a la señora que vende tortillas y le pagan con un billete de $100 pesos, resulta interesante la manera de efectuar el cálculo en la mente y logra devolver el cambio correcto. Cuando se observa a la señora de las frutas que vende dos kilogramos de manzanas más dos kilogramos y medio de naranjas, más un kilogramo de papas, logra operar en la mente varias cantidades y con distintos precios cada uno, y por si fuera poco sin cometer errores, logra calcular y cobrar lo justo para el cliente. Cuando se observa a la señora que vende pollo y calcula mentalmente lo que debe cobrar por despachar un kilogramo de pollo y devuelve el cambio exacto, son evidencias que nos permiten apreciar la facilidad con la que operan los datos y una agilidad mental para obtener resultados exactos.

Por lo anterior, la necesidad de construir mejores estrategias de solución se presenta en cada intercambio de productos incluso creando procedimientos más rápidos, perfeccionándolos en cada acción. Dado que el empleo del cálculo mental no solamente se encuentra en el hecho de atender un negocio comercial sino en otras actividades como tandas, cajas de ahorros, préstamos a amigos o familiares y pago de deudas o mercancía financiadas. Por lo que, el cálculo mental está presente en gran parte de sus actividades.

### 3.5 Instrumento de la investigación

El instrumento que se aplicó fue adaptado al contexto laboral de los sujetos, derivado de las primeras observaciones que se realizaron a las personas en su actividad comercial. Mediante el uso de la entrevista semi-estructurada y de los planteamientos como guía se buscó orillar al sujeto a ejecutar operaciones mentales y observar sus estrategias de cálculo que aplica para dar solución a los planteamientos. Las situaciones que se plantean en el cuestionario provienen de su realidad, ya que estas son las más practicadas y dominadas por los entrevistados.

Es importante mencionar que el tipo de pregunta que se utilizó es abierto, debido a que las respuestas obtenidas son el objeto de estudio que se desea explorar. Como todo proceso de indagación, la entrevista semi-estructurada realizada nos permitió profundizar sobre las estrategias de cálculo mental, siendo una tarea no tan fácil de realizar, que bien vale la pena reconocer que el trabajo realizado por parte del entrevistador fue impulsar al sujeto a realizar mentalmente sus procedimientos.

Para un análisis más preciso se grabó en audio las conversaciones con el fin de identificar las estrategias de cálculo mental que nos ayudasen a comprender sus métodos de solución que han aprendido. Para lograr esto fue necesario informar a cada persona la dinámica antes de cada entrevista para establecer un diálogo de confianza, seguridad y sobre todo para que se sintiese más cómoda durante el desarrollo de la entrevista. Por otra parte, se tomó nota de las eventualidades presentadas durante la entrevista para posteriormente proceder a su análisis.

El tiempo estimado para cada entrevista dependió de la habilidad con la que respondían las personas, no se presionó al entrevistado para no obstaculizar su respuesta, siendo tolerante con el tiempo e incluso si la pregunta resultaba de difícil acceso se podría pasar a la siguiente, para que al final se retomara la pregunta pendiente.

### 3.6 Descripción del instrumento

A continuación, se describe el instrumento que se aplicó para recolectar la información sobre las estrategias de cálculo mental en la resolución de problemas aritméticos de su contexto.

El instrumento que se diseñó para la entrevista semi-estructurada se compone de dos momentos:

- El primer momento se conformó de nueve preguntas que consisten en examinar las actividades de las personas y su contexto laboral. Ver anexo.

- El segundo momento se compuso de 18 planteamientos adaptados a cada oficio y que consiste en explorar los procedimientos y estrategias de cálculo mental que aplican las personas en su actividad laboral y cotidiana. Ver anexo.

De los 18 Planteamientos que se elaboraron, del 1 al 6 son planteamientos adaptados a la señora que vende tortilla, los planteamientos 7 a 12 se adaptaron a la señora que vende pollo y del 13 al 18 se adaptaron a la persona que vende frutas.

Como ya se ha mencionado dichos planteamientos fueron adaptados a cada oficio y provenientes de su realidad, ya que son los más practicados y dominados por los entrevistados.

Para la presentación de resultados se seleccionaron aquellas respuestas por su relevancia e interés para esta investigación. Para identificar las respuestas se asignó (E) al entrevistador y (S1, S2, S3) para el sujeto entrevistado.

El registro de los resultados en tablas se utilizó para identificar el procedimiento aplicado y de esta manera explorar la estrategia de solución aplicada, que se describe en el siguiente capítulo.

# CAPÍTULO IV

# RESULTADOS DE LA ENTREVISTA

## 4.1 Resultados de la entrevista

En este capítulo se presenta los resultados obtenidos de las entrevistas aplicadas a las tres personas con distintos oficios, dicha información es la respuesta inédita de los entrevistados. Cabe señalar que ha resultado difícil obtener las respuestas de los planteamientos propuestos dado que los adultos no están acostumbrados a justificar ni compartir. Es relevante mencionar que la interpretación por parte del entrevistador juega un papel muy importante, que más adelante se retoma.

El primer momento se compone de nueve preguntas que tienen el propósito de explorar su contexto laboral y algunos indicios sobre sus saberes previos matemáticos, en especial las preguntas 5, 6, 7, 8 y 9 que pretenden indagar sobre algunos conceptos matemáticos y su relación con su actividad laboral.

A continuación, se presentan las preguntas diseñadas.

1. ¿Qué edad tiene?
2. Su nivel escolar concluido
3. ¿A qué se dedica?
4. ¿Qué tiempo lleva trabajando?
5. ¿En su trabajo realiza alguna operación matemática?
6. ¿Qué operaciones matemáticas efectúa?
8. ¿Ha tomado algún curso o taller de matemáticas?
9. ¿Utiliza el papel y lápiz para resolver cálculos?

Para mostrar las respuestas de las personas se presenta la siguiente tabla donde se puede observar que la totalidad son personas adultas y con baja escolaridad básica (primaria).

Tabla 1.

Resultados primer momento de la entrevista

| | Oficio | Edad | Nivel escolar | Años laborando | Operaciones matemáticas | Cursos o taller matemáticas |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Informante 1 | Vendedora de tortillas | 64 | 5 grado primaria | 24 | Si (sumas) | No |
| Informante 2 | Vendedora de frutas | 62 | Primaria concluida | 20 | Si (suma y multiplicación) | No |
| Informante 3 | Vendedora de pollo | 60 | Primaria concluida | 20 | Si (multiplicación) | No |

Nota: Las personas entrevistadas resultaron todos adultos mayores a 60 años con una escolaridad mínima, incluso uno de ellos con escolaridad trunca. Nos referimos a escolaridad básica (primaria).

## 4.2 Entrevista 1: Vendedora de tortillas hechas a mano

Momento 2 de la entrevista

Las preguntas 1, 2 y 3, son para establecer los precios de los productos.

*1. ¿Cuánto cuesta un kilogramo de tortilla?*

El kilogramo de tortilla cuesta $13 pesos

*2. ¿Cuánto cuesta un kilogramo de gorditas?*

El kilogramo de gorditas cuesta $16 pesos

*3. ¿Cuánto cuesta un kilogramo de tlacoyos?*

El kilogramo de tlacoyos cuesta $20 pesos

Después de obtener los precios, se inició con los planteamientos.

Planteamiento 1

E: Una persona compra tres kilogramos de tortillas y paga con un billete de $50 pesos ¿Cuánto da de cambio?

S1: 3 por 13 son 39, entonces $11 pesos de cambio

Tabla 2.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 1 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Multiplicación | Redondeo | Valor faltante | Suma | Respuesta |
| 3 x 13 = 39 | 39 y 1 = 40 | 40 para 50 faltan 10 | 1 + 10 = 11 | 11 de cambio |

*Nota:* La estrategia de solución obtenida presenta 4 pasos para obtener el resultado y conocer cuánto tendrá que devolver de cambio.

Esta persona aplica algoritmos conocidos como la multiplicación y la suma, además, de utilizar procedimientos como el redondeo y valor faltante, procesos que observaremos en las siguientes soluciones.

Planteamiento 2

E: Si vende cuatro kilogramos y medio de tortillas ¿Cuánto cobra?

S1: (Se toma un tiempo y responde) 59 pesos.

E: Describa como obtuvo su resultado.

S1: De medio son 7, 3 por 4 son 12, de 4 son 40 y 12 son 52, entonces 52 y 7 son 59 pesos.

Obsérvese la tabla en la siguiente página

Tabla 3.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 2 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| División | Multiplicación | Multiplicación | Suma | Suma | Respuesta |
| 13 ÷ 2 = 6.5 (1)7 | 3 x 4 = 12 | 4 x 10 = 40 | 40 + 12 = 52 | 52 + 7 = 59 | 59 pesos |

*Nota:* Para el primer proceso (1) la persona no menciona la división, además de utilizar el redondeo para obtener 7, la persona comenta que evita trabajar con decimales porque pocos traen cambio de $50 centavos.

Para resolver este planteamiento la persona opera el costo de un kilogramo de tortilla $13, pero usa únicamente las 3 unidades y los multiplica por la cantidad de kilogramos comprados 4, es decir, separa el 13 en 10 + 3.

| | |
|---|---|
| Opera con las unidades | 3 x 4 = 12 |
| Después multiplica la decena por la unidad | 10 x 4 = 40 |
| Finalmente, suma ambos resultados | 12 + 40 = 52 |
| Sin olvidar la cantidad del medio kilogramo | 52 + 7 = 59 |

Planteamiento 3

E: Le encargan 21 kilogramos de tortillas en paquetes de 3 kilogramos ¿Cuántos paquetes deberá entregar?

S1: Si cada paquete tiene 3 kilos, (se queda callado un momento y dice) 12, 15, 18, son 21, si cada paquete tiene 3 kilos, entonces son 7 paquetes.

E: Podría explicarme un poco más.

S1: Realice una operación de 3 por 7 son 21 kilogramos.

Tabla 4.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 3 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Comienza con el valor | Multiplicación | Multiplicación | Multiplicación | Multiplicación | Respuesta |
| 3 | 3 x 4 = 12 | 3 x 5 = 15 | 3 x 6 = 18 | 3 x 7 = 21 | 7 paquetes |

*Nota:* La persona al inicio muestra evidencia de aplicación de múltiplos de 3, al murmurar la serie 12, 15, 18, 21.

Al profundizar en la pregunta la persona menciona que va realizando la multiplicación de 3 x 4, 3 x 5, 3 x 6, 3 x 7 hasta obtener el valor solicitado, tomando como constante el 3 y efectuando la multiplicación sucesiva. Existe evidencia de que las personas presenta conocimientos de las tablas de multiplicar, al menos de la tabla del 3.

Planteamiento 4

E: Le encargan 15 kilogramos en paquetes de 2 kilogramos y medio ¿Cuántos paquetes deberán entregar?

S1: Son 6 paquetes

E: ¿Podría explicarme como sabe que son 6 paquetes?

S1: Si cada paquete tiene dos y medio, dos paquetes son cinco, entonces dos más dos son diez y dos más son 15 kilos, son 6 paquetes.

Obsérvese la tabla en la siguiente página

Tabla 5.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 4 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Suma | Suma | Suma | Suma | Múltiplos de 5 | Suma | Resultado |
| 2.5 + 2.5 = 5 kilogramos | 2.5 + 2.5 = 5 kilogramos | 5 + 5 = 10 kilogramos | 2.5 + 2.5 = 5 kilogramos | 5, 10, 15 kilogramos | El número de veces que aparece 2.5 | 6 paquetes |

*Nota:* La persona al inicio indica que 2.5 y 2.5 son 5, pero no comenta utilizar la división.

Para la solución a este planteamiento es importante indicar que la persona empleó los dedos para establecer los paquetes, asocia que 2.5 kilogramos con un dedo de su mano y con un dedo más contabiliza 5 kilogramos, esto le permite seguir agregando los demás dedos, para concluir que 6 se relacionan con 15 kilogramos de tortillas y de esta manera responde que son 6 paquetes los que deberá entregar.

Planteamiento 5

E: ¿Cuántos kilogramos de tortillas puede despachar con $30 pesos?

S1: De 1 son 13, de 2 son 26, le doy 2 kilogramos y le sobran 4 pesos

Tabla 6.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 5 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Inicia | Multiplica | Redondeo | Respuestas | |
| 13 | 13 x 2 = 26 | 26 para 30 son 4 | 2 kilogramos | Sobran 4 pesos |

*Nota:* La persona comienza por el costo de un kilogramo de tortilla para resolver el problema.

Todo comienza con el precio de un kilogramo de tortilla $13 y multiplica por 2, al indagar por qué utiliza el 2, ella comenta que por 3 kilogramos no le alcanzaría, porque cobraría más de $30 pesos. Así qué pudo haber estimado o recordado alguna cantidad previa.

Planteamiento 6

E: Suponga que inicia el día con $30, a medio día le pagan $350 de un préstamo que realizó, al finalizar del día obtiene una venta de $670 ¿Cuánto dinero tiene al final del día?

S6: 350 y 670, (se escucha un silencio prolongado), de 3 y 6 son 9, 70 y 50 son 120, entonces son 900 y 120, 1020 y de 30 son 1050.

Tabla 7.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 6 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Suma | Suma | Suma | Suma | Respuesta |
| 3 + 6 = 9 | 50 + 70 = 120 | 900 + 120 = 1020 | 1020 + 30 = 1050 | 1050 |

*Nota:* Este planteamiento, aunque no es habitual para esta persona, en una de las ocasiones se observó que alguien le llevo dinero a la informante, quien lo junto con la venta de tortillas.

La descomposición de cantidades de centenas a decenas forma parte de los procedimientos aplicados y el reacomodo para operarlos son parte de las habilidades que se muestran en esta estrategia de solución.

En la primera suma 3 + 6 que corresponden a las centenas 300 + 600. Aquí la persona solamente menciona sumar las unidades, aunque más adelante retoma la cantidad real 900. Continúa sumando las decenas 50 + 70 = 120, dando el resultado 1020. Para finalizar agregando el último sumando 30 para obtener 1050 como respuesta final al planteamiento 5.

### 4.3 Entrevistas 2: Vendedora de pollo

Momento 2 de la entrevista

Las preguntas 1, 2 y 3, son para establecer los precios de los productos.

*1. ¿Cuánto cuesta un kilogramo de pollo entero?*

El kilogramo de pollo cuesta $35 pesos

*2. ¿Cuánto cuesta un kilogramo de pierna y muslo?*

El kilogramo de pierna y muslo cuesta $65 pesos

*3. ¿Cuánto cuesta un kilogramo de pechuga?*

El kilogramo de pechuga cuesta $66 pesos

Después de obtener los precios, se inició con los planteamientos.

Planteamiento 7

E: Una persona compra un kilogramo de pierna y muslo y le pagan con un billete de $100 pesos ¿Cuánto da de cambio?

S2: serían 35 pesos

La persona en un inicio mencionó la resta. Sin embargo, al transcurrir unos segundos y quedarse callada, pasó al redondeo indicando 65 + 5 son 70, y sumar 70 + 30 = 100. Por lo que concluye que 30 + 5 = 35, y de esta manera sabe que deberá regresar de cambio $35 pesos. En la tabla 8 se presenta la secuencia de operaciones involucradas en sus estrategias de cálculo.

Tabla 8.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 7 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Resta | Redondeo | Suma | Suma | Resultado |
| 100 - 35 | 65 + 5 = 70 | 70 + 30 = 100 | 30 + 5 | 35 de cambio |

*Nota:* La persona mencionó la resta en la entrevista, pero no efectúa el algoritmo de resta para resolver el planteamiento 7.

Planteamiento 8

E: Si vende dos kilogramos y medio de pechuga ¿Cuánto cobra?

S2: Si un kilo cuesta 70 pesos, entonces por 2 kilos son 140 pesos y de medio kilo son 35, entonces 140 y 35 son 175 pesos.

La estrategia registrada en la tabla 9 muestra el uso de tres operaciones aritméticas básicas. Sin embargo, al profundizar en la división de $\frac{70}{2}$, a la persona le resulta difícil compartir su proceso. Únicamente comenta que, de 70 son 35 y continua con la siguiente operación. Esto puede ser por la cotidianidad con la que se presenta este caso, no ejecuta la división mental, más bien memoriza resultados de experiencias anteriores.

Tabla 9.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 8 | | | |
|---|---|---|---|
| Multiplicación | División | Suma | Respuesta |
| 2 x 70 = 140 | 70 / 2 = 35 | 140 + 35 = 175 | 175 pesos |

*Nota:* Se observan tres aritméticos básicos para resolver este planteamiento.

Planteamiento 9

E: Le encargan 21 kilogramos de pollo en paquetes de 3 kilogramos ¿Cuántos paquetes deberá entregar?

S2: Si en cada paquete debe haber 3 kilos (se queda callada un momento y responde) por 5 son 15, por 6 son 18 son 7 paquetes.

Se deduce que, la vendedora de pollo solo utilizó la multiplicación para dar solución al planteamiento 9, aproximándose en cada multiplicación sucesiva, al resultado solicitado. Comienza con multiplicar 3 x 5, y así hasta llegar a la multiplicación de 3 x 7. Al cuestionarle por qué comenzó multiplicando 3 x 5 y no 3 x 1, cómo ejemplo, la vendedora argumentó que no puede ser menor a 5 kilogramos, porque serían muchos paquetes.

En la tabla 10 se presentan los pasos secuenciados de las multiplicaciones que aplica la vendedora de pollo al planteamiento 9.

Tabla 10.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 9 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Comienza con el valor | Multiplicación | Multiplicación | Multiplicación | Respuesta |
| 3 | 3 x 5 = 15 | 3 x 6 = 18 | 3 x 7 = 21 | 7 paquetes |

*Nota:* Para este planteamiento la persona utilizó únicamente el algoritmo de la multiplicación.

Planteamiento 10

E: Le compran 15 kilos de pollo y le piden paquetes de 2 kilos y medio ¿Cuántos paquetes deberá entregar?

S2: [Se toma un tiempo y responde] de 15 kilos, serían 6 bolsas

E: ¿Podría explicarme cómo obtiene su resultado?

S2: Si en cada bolsa hay 2 kilos y medio, por 2 son 5 kilos, (se toma 2 dedos de la mano y menciona), en otra bolsa 2 kilos y medio por 2, ya son 10 kilos. Entonces, faltan otras 2 bolsas para 15 kilos. Serían 6 bolsas.

En la tabla 11 se presenta una secuencia de pasos similares a la entrevista 1, tabla 5. Donde la vendedora de tortillas y la vendedora de pollo aplican la estrategia de asociar valores a los dedos de su mano para establecer paquetes. La diferencia que presenta es la manera de operar los valores, la vendedora de tortilla suma 2.5 + 2.5 = 5 y la vendedora de pollo multiplica 2.5 x 2 = 5, llegando al mismo resultado 6 paquetes, pero mostrando un proceso diferente.

Obsérvese la tabla en la siguiente página

Tabla 11.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 10 | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Inicia | Multiplicación | Multiplicación | Suma | Suma | Suma | Resultado |
| 2.5 | 2.5 x 2 = 5 kilogramos | 2.5 x 2 = 5 kilogramos | 5 + 5 = 10 kilogramos | 5 + 5 + 5 = 15 | El número de veces que aparece 2.5 | 6 bolsas |

*Nota:* Para un mayor análisis pueden revisar la entrevista 1 previa, el planteamiento 4 y la tabla 5, donde se describen los procedimientos de solución.

Planteamiento 11

E: ¿Cuántos kilogramos de pollo puede despachar con $30 pesos?

S5: Como 2 0 3 piezas, depende.

Para este planteamiento la persona indicó que le resulta difícil obtener el resultado, ya que depende del precio y del peso del producto. Y que para realizar este proceso debe utilizar calculadora.

No respondió al planteamiento.

Planteamiento 12

E: Suponga que le pagan $670 de una deuda, otra persona le paga $350 y una tercera $50 ¿Cuánto tiene en total?

S2: 670 y 350, si 350 y 50 son 400, de 600 son 1000, 1070 tengo en total.

E: ¿Podría explicarme qué procedimiento usó?

S2: Me dieron 350 y 50 son 400 pesos. Después tomé los 600 y con los 400 son 1000. Y por último tomo los 70 son 1070.

Tabla 12.

| Procedimientos aplicados al planteamiento 12 | | | |
|---|---|---|---|
| Suma | Separa | Suma | Suma |
| 350 + 50 = 400 | 670 - 70 = 600 | 600 + 400 = 1000 | 1000 + 70 = 1070 |

*Nota:* Este planteamiento, aunque no lo usa frecuentemente la informante, en una de las ocasiones que acudí a comprar pollo, se observó que alguien le llevo dinero y lo junto con la venta del día.

Para resolver el Planteamiento 12, la vendedora acomoda los datos y suma 350 + 50 = 400, para la siguiente cantidad separa las decenas 670 - 70 = 600. Cabe señalar que la persona no menciona el uso de la resta, continua con la suma de 400 + 600 = 1000, para finalizar con la suma, 1000 + 70 = 1070.

## 4.4 Entrevistas 3: Vendedora de frutas

Momentos 2 de la entrevista

Las preguntas 1, 2 y 3, son para establecer los precios de los productos.

*1. ¿Cuánto cuesta un kilogramo de manzana?*

El kilogramo de manzana cuesta $32 pesos

*2. ¿Cuánto cuesta un kilogramo de naranja?*

El kilogramo de naranja cuesta $12 pesos

*3. ¿Cuánto cuesta un kilogramo de plátano?*

El kilogramo de manzana cuesta $6 pesos

Después de obtener los precios, se inició con los planteamientos.

Planteamiento 13

E: Una persona compra 2 kilogramos de manzana, 3 kilogramos naranja y 2 kilogramos de plátano y le pagan con un billete de $100 pesos ¿Cuánto da de cambio?

S3: 64 de manzana, 32 de naranja son 96 y 12 de plátano, son 108, le faltan 8 pesos

Para resolver el Planteamiento 13, la vendedora ejecuta diversas operaciones aritméticas que en la tabla 13 se registran. Sin embargo, el cálculo presenta un error por parte del informante que a continuación se explica.

Tabla 13.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 13 | | | |
|---|---|---|---|
| Multiplica | Suma | Suma | Respuesta |
| 32 x 2 = 64 | 32 + 64 = 96 | 96 + 12 = 108 | 108 |

*Nota:* Este resultado presenta un error en el siguiente cálculo, el costo de un kilogramo de naranja es de $12, al verificar el costo de 3 kilogramos de naranja son $36 pesos, el sujeto cobró $32.

El reacomodo de los datos es relevante para llegar a la solución, establece en primer lugar las cantidades de los productos y posteriormente ejecuta las operaciones más sencillas. Es en este instante cuando se presenta el error. Sin embargo, la vendedora continúa operando las demás cantidades concluyendo que le faltan $8 pesos, sin percatarse del error.

Planteamiento 14

E: Si vende 2 kilogramos y medio de manzana ¿Cuánto da de cambio si pagan con un billete de $100?

S3: Sumo los 2 kilos que serían 64 más el medio 16 son 80 pesos

S3: Regreso 20 pesos, para 100 pesos.

En la tabla 14, se presentan los procesos aritméticos efectuados por la vendedora de frutas mostrando una gran agilidad matemática, incluso respondiendo muy rápidamente el Planteamiento 14. Además, de utilizar el algoritmo de división o al menos mencionar que la mitad de 32 son 16. Podría observarse un conocimiento matemático de fracciones.

Tabla 14.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 14 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Suma | División | Suma | Valor faltante | Resultado |
| 32 + 32 = 64 | 32 / 2 = 16 | 64 + 16 = 80 | 80 para 100 | 20 |

*Nota:* Para este planteamiento la persona aplicar la división "la mitad de 32 son 16" o bien podría ser un proceso memorístico derivado a sus experiencias, al efectuar el proceso.

Planteamiento 15

E: Suponga que compran un costal de naranjas, ¿cuántas bolsas de 5 kilogramos le alcanza si el costal tiene 60 kilogramos?

S3: Si de 5 kilos por 10 lleva 50 kilos, para 10 kilos son 2 bolsas, entonces 10 y 2 son 12 bolsas, son los 60 kilos del costal, entonces 10 y 2, son 12 bolsas.

La solución al Planteamiento 15 resultó interesante debido a que la vendedora de frutas no utilizo la división, sino que multiplica rápidamente 5 x 10, tomando el 5 como el constante y a 10 como valor arbitrario, continuando con la siguiente multiplicación 5 x 2 = 10. Observe la tabla 15.

Tabla 15.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 15 | | | |
|---|---|---|---|
| Multiplicación | Multiplicación | Suma | Respuesta |
| 5 x 10 = 50 | 2 x 5 = 10 | 10 + 2 = 12 | 12 bolsas |

*Nota:* Para la solución al Planteamiento 15 la persona hace uso de algoritmos como la multiplicación y la suma.

Planteamiento 16

E: Le compran 15 kilogramos de naranja y le piden paquetes de 2 kilos y medio ¿Cuántos paquetes deberá entregar?

S3: Si 2 paquetes son 5 kilogramos entonces 4 paquetes con 10 kilos, por lo tanto 6 paquetes son 15 kilogramos

Los pasos que se presenta en la tabla 16, donde el informante realiza la suma de paquetes de 2 kilogramos y medio para obtener 5 kilogramos, estableciendo como prioridad la cantidad de paquetes. De esta manera la vendedora determina que deben entregar 6 paquetes de 2.5 kilogramos cada uno, dando un total de 15 kilogramos de naranjas que debe despachar al cliente.

Obsérvese la tabla en la siguiente página

Tabla 16.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 16 | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Inicia | Suma de paquetes | Suma de paquetes | Suma de kilos | Suma de kilos | Resultado |
| 2 paquetes son 5 kilos | 2 + 2 son 10 paquetes | 2 + 2 + 2 son 6 paquetes | 5 + 5 = 10 kilogramos | 5 + 5 + 5 = 15 kilogramos | 6 paquetes |

*Nota:* Las soluciones que se han obtenido de las tres entrevistas y que se muestran en las tablas 5 y 11 previamente, los resultados han sido similares.

Se refiere a procesos similares, porque en las tres entrevistas las personas asocian los paquetes con los dedos de su mano, 2 paquetes (2 dedos) de 2.5 kilogramos cada paquete suman 5 kilogramos, repitiendo este proceso hasta obtener 15 kilogramos que el problema plantea. Puede observarse en tablas 5, 11 y 16, respectivamente.

Planteamiento 17

E: ¿Cuántos kilogramos de naranja puede despachar con $30 pesos?

S5: Son 2 kilogramos y le sobran 6.

En la tabla 17 que a continuación se presenta, la vendedora ejecuta rápidamente la multiplicación para determinar que 2 kilogramos de naranja son 24 y mediante el redondeo determina el cambio a devolver indicando que de 24 para 30 le faltan 6.
De esta manera responde que con $30 pesos puede despachar 2 kilogramos de naranja y le sobran $6 pesos al cliente.

Obsérvese la tabla en la siguiente página

Tabla 17.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 17 | | |
|---|---|---|
| Multiplicación | Redondeo | Respuesta |
| 2 x 12 | 24 para 30 son 6 | 2 kilogramos y le sobra 6 de cambio |

*Nota:* La estrategia de solución utilizada es la multiplicación y el redondeo a decenas para obtener el resultado.

Planteamiento 18

E: Suponga que le pagan $670 de una deuda, otra persona le paga $350 y una tercera $50 ¿cuánto tiene en total?

S3: 670 y 350, 7 y 5, 120, 6 y 3, 900, son 1020, y los 50, entonces son 1070,

En la tabla 18 se describen los pasos que la vendedora de frutas aplicó en la solución al Planteamiento 18.

Tabla 18.

| Procedimientos aplicados al Planteamiento 18 | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Suma | Suma | Suma | Suma | Suma |
| 670 + 350 | 5 + 7 = 12 | 6 + 3 = 9 | 900 + 120 = 1020 | 1020 + 50 = 1070 |
| | 50 + 70 = 120 | 600 + 300 = 900 | | |

*Nota:* Este planteamiento resulta interesante por las distintas estrategias con la que fueron resueltas, observe tabla 6 y 12 previamente.

Para la solución de este problema el sujeto realiza una transformación de decenas a unidades para luego ejecutar la operación de manera sencilla, sin perder de vista el valor posicional que ocupan las cantidades, es decir, de la suma de 670 + 350, ejecuta primero 5 + 7 que representan las decenas en la cantidad original.

Después opera 6 + 3 que representa las centenas de la cantidad original, para realizar la suma de ambos resultados como siguiente proceso. Para el siguiente paso la vendedora regresa como primer momento las cantidades 5 + 7 = 12 a 120 unidades y 6 + 3 = 9 a 900 centenas, para posteriormente sumar 120 + 900 = 1020. Dejando como proceso final la suma 1020 + 50 = 1070.

**4.5 Análisis de resultados**

A partir de los resultados se logró obtener evidencias significativas que han permitido explorar y profundizar las estrategias de cálculo mental. Comencemos por identificar algunas similitudes y/o diferencias en la estrategia de solución, que para el desglose de los procedimientos se optó por presentar en tablas de registro. Cabe mencionar que una actividad importante e influyente es la interpretación del investigador teniendo toda precaución de no alterar la información obtenida.

Observe el siguiente conjunto de tablas:

Tablas 5, 11 y 16.

Tablas 7, 12 y 18.

Para analizar las distintas estrategias obtenidas de cada entrevista, se han ordenado por planteamiento, indicando procesos significativos para esta investigación, generando algunas similitudes o diferencias que puedan ayudar al estudio del cálculo mental, tanto en su proceso constructivo como en la estrategia de solución final.

Recordando que una estrategia de solución es aquella que permite resolver una problemática en una situación en particular, pero que no se puede asegurar que funcione en diversos casos, en esta investigación se ha observado que algunos procedimientos son aplicados de la misma manera por distintas personas dando soluciones a sus problemas aritméticos. En las siguientes tablas se presenta un análisis sobre las estrategias detectadas, así como algunos otros procedimientos como valor faltante y redondeo.

Aunque el planteamiento diseñado pretendía lograr en los entrevistados el desglose de procesos aritméticos como la multiplicación para saber el costo a cobrar, la suma para obtener el total a cobrar, la resta para saber el cambio que deberá devolver y la división para repartir o separar y/o agrupar. Aunque en algunos casos no hay indicios de dichos algoritmos, en la escuela es una instrucción fundamental de aprendizaje para los estudiantes.

Para los Planteamientos 1, 7 y 13 donde el objetivo es calcular el costo a cobrar de la mercancía a vender y la cantidad a devolver al cliente (cambio), se puede apreciar la multiplicación en los distintos casos para conocer la cantidad a cobrar, sin embargo, al determinar el cambio que debe regresar al cliente, no hay una evidencia clara de la resta, los informantes utilizan el redondeo y valor faltante, comenzando a agregar valores de la cantidad a cobrar, ejemplo;

$$39 \text{ y } 1 = 40$$

Después del redondeo a la cantidad inmediata entera 40, menciona un valor faltante de 10 para llegar al 50, y finaliza con una suma de 1 + 10 para concluir con el resultado (cambio a regresar) es de 11 pesos.

Esta estrategia es aplicada de manera similar en la entrevista 2

$$65 + 5 = 70$$

$$70 + 30 = 100$$

$$30 + 5 = 35 \text{ de cambio}$$

Para estos primeros resultados no hay evidencia de la resta.

Para el Planteamiento 2, con el objetivo de observar a las personas la forma de operar sus algoritmos en cantidades no enteras, es decir, con la consigna de realizar operaciones con cantidades de medio kilogramo.

Por ejemplo, la señora que vende tortillas, no menciona que utiliza el algoritmo división para saber el costo de medio kilogramo de tortillas, solo menciona que la mitad de 13 es 6.5, pero redondeó a 7 argumentando que pocas personas traen cambio, es difícil identificar el algoritmo que ocupan para dividir, considerando que es poco usual pedir 1/3 de kilogramo de algo, las personas están familiarizadas con mitades o medios y cuartos de kilo.

Esta característica se pudo apreciar en todas las personas entrevistadas, sin embargo, consideramos que el medio donde se desarrollan estos procesos aritméticos ha provocado una memorización de cantidades por ejemplo la mitad de 32, la mitad de 70, etc. Resultados que las personas obtuvieron de manera rápida en la entrevista.

En relación con la persona que vende pollo, al principio empleó la división para saber el costo de medio kilogramo de pechuga, sin embargo, al profundizar, repite el mismo procedimiento, la mitad de 70 es 35. Aquí nos detendremos para reflexionar sobre este proceso, y surge la siguiente pregunta ¿Qué sucederá si le piden 1/3 de kilogramo? ¿Cómo deberá obtener la cantidad?

Para la vendedora de fruta 3 se puede observar que realiza a división,

$$\frac{32}{2} = 16$$

De esta manera determina el costo de medio kilogramo de manzana, aunque es un claro ejemplo de algoritmo de división, la persona menciona que la mitad de 32 es 16. Habría que explorar los procedimientos aplicados si debe calcular el costo de 1/3 de kilogramo de manzana. Se puede concluir que existe evidencia de que las personas operan fracciones internamente, lo que resulta difícil es obtener sus procesos de solución, ya que muchas de las actividades similares como 1/2, 1/4 o 3/4 son procedimientos practicados por años.

Para el Planteamiento 3, con el objetivo de operar el algoritmo de la división para repartir 21 kilogramos en paquetes de 3 kilogramos, se obtuvieron resultados interesantes. Tal es el caso de la señora que vende tortilla y de la señora que vende pollo, sus procedimientos fueron bastante similares por comenzar por usar múltiplos y multiplicar, por ejemplo;

| Señora que vende tortillas | Señora que vende pollo |
| --- | --- |
| 3 x 4 = 12 | 3 x 5 = 15 |
| 3 x 5 = 15 | 3 x 6 = 18 |
| 3 x 6 = 18 | |

Al solicitar a los entrevistados explicar su procedimiento, aplican ambos sujetos la misma estrategia, multiplicar por una constante hasta encontrar el valor deseado.

La persona que vende frutas aplicó un proceso diferente. El planteamiento consistió en repartir un costal de 60 kilogramos en paquetes de 5 kilogramos, el cual la persona multiplica 5 x 10 = 50 e indica que le faltan 10 para los 60, para que, de esta manera determine que debe tener 12 paquetes, el proceso que siguió fue el siguiente:

5 x 10 = 50

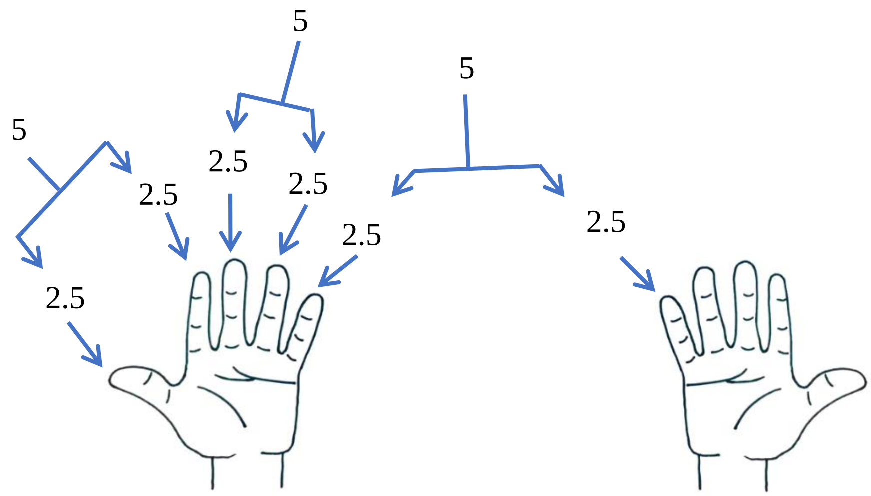
5 x 2 = 10

10 + 2 = 12 bolsas

Para estos tres casos las personas aplicaron la multiplicación asignando un valor constante y comenzar a multiplicar hasta encontrar el resultado solicitado.

En el Planteamiento 4, que tenía un propósito similar al planteamiento anterior, excepto que para este problema era operar con decimales o fracciones, para las tres personas entrevistadas la estrategia de solución resultó similar, comenzando por asignar que 2 paquetes de 2.5 son 5 kilogramos, en este problema los sujetos usan sus dedos para apoyarse en la solución, tomando 2 dedos para determinar que tienen 5 kilogramos, consecuentemente comienzan a sumar otro par de dedos, así sucesivamente, sin perder la cuenta de los kilogramos que deben repartir, suman otros 2 dedos y concluyen que deben ser 6 paquetes, con 2.5 en cada paquete.

Suma de pares de dedos




5 + 5 + 5 = 15 kilogramos

Suma de pares de dedos 2 + 2 + 2 = 6

Sin embargo, para determinar el resultado suma los dedos para saber la cantidad de paquetes, aunque resultó una estrategia especial, las tres personas entrevistadas mostraron una solución similar.

Para el Planteamiento 5, que tiene el propósito de conocer la cantidad en kilogramos que puede vender cuando se le presenta una cantidad limitada, es decir, una persona llega a la tienda y pregunta ¿cuánto me puede vender con $30 pesos? Este planteamiento se diseñó a partir de que algunas personas piden el kilogramo de algo, pero cuando se trata de pagar los clientes en ocasiones no llevan dinero suficiente, por esta razón el cliente pregunta ¿para cuánto me alcanza?

En la entrevista realizada a la señora que vende pollo resultó un caso difícil de interpretar. La persona manifestó que debe usar la calculadora porque el precio depende del peso, aunque efectuó una estimación mencionó que le alcanzaría para 3 a 4 piezas. Pero para esta investigación la estimación no es lo que se pretende analizar.

Para el análisis de la entrevista a la persona que vende frutas, se observaron los procedimientos aplicados y la rapidez con la que respondió. Primero estableció el costo de un kilogramo, después multiplicó 2 x 12 = 24 para conocer el precio por 2 kilogramos de naranja y finaliza redondeando 24 para 30 faltan 6. Por lo tanto, la señora menciona que con $30 le alcanza para 2 kilogramos, teniendo un sobrante de $ 6 pesos.

Para el Planteamiento 6, donde el objetivo es resolver una situación que a menudo experimentan las personas como el pago o abono de un préstamo (dinero). Durante la observación algunos clientes acuden a la tienda a pagar un préstamo, una cuenta atrasada o simplemente a depositar dinero adicional. Al final del día las personas realizan el corte de caja, es decir, realizan una sumatoria de la venta total de día, el planteamiento tiene el objetivo de analizar la estrategia aplicada.

Al analizar los resultados se pudo observar una gran diversidad de procedimientos. Comenzaremos con la señora que vende tortillas, la descomposición de cantidades para efectuar la suma, por ejemplo; 350 + 670

Descomposición y suma de centenas a unidades 3 + 6 = 9

Suma de decenas 50 + 70 = 120

Regresa al valor posicional 9 a 900

Suma las centenas 120 + 900 = 1020

Finaliza con la suma 1020 + 30 = 1050

El reacomodo de cantidades para ejecutar los algoritmos se puede apreciar al seleccionar la primera cantidad a operar, por lo que ha resultado interesante la estrategia aplicada.

Para la persona que vende pollo, el procedimiento aplicado es

Suma las siguientes cantidades 350 + 50 = 400

Quita, ya que no menciona la resta 670 - 70 = 600

Suma los resultados obtenidos 400 + 600 = 1000

Suma el resultado y el sobrante anterior 1000 + 70 = 1070

En esta estrategia de solución se puede observar que el reacomodo o reordenamiento de cantidad es un proceso de solución bastante utilizado en cálculo mental.

Para la vendedora de pollo, el procedimiento aplicado fue el siguiente: 670 + 350

Separa las decenas y convierte en unidades 5 + 7 = 12

Separa las centenas y convierte en unidades 6 + 3 = 9

Regresa al valor posicional ambas cantidades 900 + 120 = 1020

Finalmente, suma 1020 + 50 = 1030

Como se puede apreciar la conversión de las cantidades de decenas a unidades y de centenas a unidades, resultan ser procesos interesantes por la manera en la que han sido ejecutados, por la destreza con la que fueron aplicados y sin equivocarse, al dar resultados correctos. De esta manera, se pudo determinar que las estrategias de las tres personas fueron diferentes, pero en similitud de procedimientos.

Después de un análisis podemos mencionar que los procesos de solución que los sujetos han mostrado han sido significativos por la manera en la que operan y dan solución al planteamiento. El cambio de valores de decenas a centenas y viceversa se observa por la necesidad de efectuar la descomposición, agilizando los cálculos y permitiendo operar en la mente procesos sencillos por realizar.

Incluso se puede observar que cambian el valor posicional de la cantidad, esto con el objetivo de convertir las decenas en unidades y centenas en decenas, según sea la necesidad. Valdría la pena estudiar con mayor profundidad y con distintos ejemplos. Sin embargo, no ha resultado sencillo de analizar debido a que a los informantes les fue difícil expresar y compartir estos procesos. Dicho esto, ha resultado un trabajo intenso la interpretación de las estrategias de solución de las tres vendedoras entrevistadas.

A partir de los resultados obtenidos y de su análisis se han identificado diferentes soluciones a los planteamientos aplicados y que se han descrito en el documento sobre desarrollo del cálculo mental, incluso podrían ser diferentes en los ejecutados en el aula de clase. Bien valdría la pena aplicarlos en estudiantes y comparar con los descritos en este trabajo.

## CONCLUSIONES

El cálculo mental, como se ha mencionado en todo el documento, es una habilidad que utilizan muchas personas para dar soluciones a distintas situaciones. Para Mochón y Vázquez (1995), Ávila (2003), Ávila (2005), Ortega y Ortiz (2002), el cálculo mental son una serie de procedimientos aritméticos mentales que realizan las personas sin ayuda del papel y lápiz. Con la presente investigación se pudo observar que una estrategia puede estar acompañada de procesos distintos e incluso estrategias que en el sector escolar no se observan y si vamos más a la práctica escolar hay procesos que no se permiten emplear en el aula.

Las personas que se seleccionaron para la entrevista han estado practicando por mucho tiempo el cálculo mental y que no debemos desatender por la valoración social que significa para ellos, por el grado de dominio que suelen tener sobre la numeración y el cálculo no escrito (Palmas y Block, 2013). Ya que han pasado por un proceso riguroso de práctica, cometiendo errores en sus procesos y experimentando nuevas situaciones día con día. Esto nos lleva a reflexionar que en un nivel escolar la práctica del cálculo debe tener un proceso similar además de una vinculación con el contexto.

Comprender los procesos de solución que muestran las personas ha resultado interesante por la manera en la que operan los algoritmos, detonando procesos simples y complejos, descubriendo incluso en algunos casos similitudes en la estrategia utilizada. Tal fue el caso del planteamiento 4 que consistió en repartir en paquetes de 2.5 kilogramos, aun cuando las personas emplearon los dedos de sus manos la estrategia fue similar.

Para lograr identificar los procesos de solución que las personas comunican a través de sus cálculos aritméticos, ha resultado un trabajo de observación detallada, ya que en ocasiones resulta difícil interpretar las estrategias de solución por no estar acostumbrados a compartir dichos procesos, para esta parte de la investigación la interpretación es un trabajo delicado, sobre todo poniendo toda la atención para no modificar o malinterpretar las estrategias.

La actividad que resultó complicada para los adultos y que se pudiera pensar sufrió una modificación en la entrevista, fue el momento de solicitar a las personas describir sus procedimientos matemáticos, e incluso al no lograr explicar con detalle sus operaciones, se propició que la pregunta fuera modificada para una mayor comprensión del problema, por lo que la interpretación de los relatos resultó más compleja de lo esperado y en algunos casos se solicitó profundizar o reafirmar la estrategia relatada.

Una estrategia detectada es el reacomodo de los valores de tal manera que le permita a la persona comenzar por operar la más abstracta como primer proceso hasta concluir con la operación más sencilla. Pero dentro de las estrategias de solución la descomposición de los valores y el reacomodo de los mismos, continúan siendo algunas de sus mayores habilidades para dar solución a las problemáticas.

Queremos destacar también la relación que hay entre las matemáticas del grupo de comerciantes, ya que se ha logrado el reconocimiento y la identificación de las estrategias de cálculo, lo que podemos concluir de esta relación, es cuando diferenciamos las matemáticas de un grupo sociocultural en específico de la matemática abstracta, básicamente hacemos ese contraste desde la parte procedimental, de tal forma que se aborden las situaciones y los problemas matemáticos, sin embargo, si se analizan detalladamente las matemáticas de estos grupos, podemos ver su relación directa con las matemáticas formales.

Las habilidades de cálculo mental que se han explorado, a pesar de contar con la escolarización primaria baja, los sujetos de más de 60 años poseen una capacidad para resolver problemas y no se ha podido observar un fuerte apego hacia los métodos enseñados en la escuela para resolver sumas, restas, multiplicaciones y divisiones.

Después de haber analizado los resultados de este estudio, a decir verdad, resultó interesante e intrigante ver cómo las personas, a pesar de su escolaridad baja lograron obtener el resultado con relativa rapidez, que, si bien el tiempo de respuesta no fue considerado para esta investigación, es importante mencionar que casi fue de manera instantánea, o al menos la mayoría de las operaciones fueron resueltas de ese modo.

Muchas de las experiencias que en la escuela se pueden practicar, pueden no estar adaptadas a desarrollar una mente flexible para diseñar estrategias de solución nuevas, sino a una repetición de saberes, o en su caso pueden no ser significativas para el estudiante, y que esto origine errores de cálculo mental cuando el estudiante se enfrente a situaciones de su contexto, como cuando acuden a la tienda a comprar y aplican sus algoritmos.

El tiempo de práctica de cálculo mental en las actividades cotidianas debería ser habitual con la posibilidad de ser transmitida entre estudiantes para generar nuevas estrategias de solución, mejorando los procedimientos previos y perfeccionando los nuevos procesos con planteamientos reales.

Por otro lado, una de las dificultades para avanzar en el aprendizaje matemático se relaciona con la estrategia de solución deficiente o mal empleado durante la resolución de problemas aritméticos. En el cálculo mental se deben aprovechar los procesos de solución que las personas utilizan, como estrategias de enseñanza para el desarrollo de habilidades y aunque en las clases puedan ser reforzadas con ayuda de la tecnología no se debe dejar de lado el uso de los procedimientos mentales.

De esta manera las evidencia que aquí presento podrán ser de utilidad y readaptadas para ser aplicadas en el aula como una estrategia de enseñanza de matemáticas contextuales.

**Referencias**


Álvarez, C. (2012). La elección del estudio de caso en investigación educativa. *Gaceta de Antropología, 28*(1). http://www.gazeta-antropologia.es/wp-content/uploads/G28-1-14-CarmenAlvarez-JoseLuisSanFabian.pdf

Aroca, A. (2015). Aritmética en un municipio del nororiente colombiano. *Revista U.D.C.A Actualidad & Divulgación Científica*, *18*(2), 553-561.

Ávila, A. (2003). Cálculo escrito y pérdida de significación. Universidad Pedagógica Nacional, 22-26. https://crefal.org/decisio/images/pdf/decisio_4/decisio4_saber5.pdf

Ávila, A. (2005). El saber matemático de los analfabetos. Origen y desarrollo de sus estrategias de cálculo. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, *20*(3), 55-95.

Carraher, T. Schliemann, A. y Carraher, D. (2011). *En la vida diez, en la escuela cero*. Siglo XXI.

Cáseres Ruíz, H. S. y Menacho Pari, L. G. (2015). *Aplicación de estrategias de cálculo mental en la resolución de problemas aritméticos verbales aditivos y multiplicativos en los estudiantes del cuarto grado de Educación Primaria de la Institución Educativa Tribuno Francisco Mostajo Nº 40162 del Distrito De Paucarpata* [Tesis profesional, Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa]. Repositorio Institucional - Universidad Nacional de San Agustín de Arequipa.

Castro, E. Rico, L. y Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelación.* Editorial Iberoamericana. http://funes.uniandes.edu.co/677/1/Castro95Estructuras.pdf

Chemello, G. (1997). El cálculo en la escuela: Las cuentas, ¿Son un problema? *Los CBC y la enseñanza de la matemática, 1-14.* http://www.ceip.edu.uy/IFS/documentos/2015/matematica/chemello_cuentassonunproblema.pdf

Cohen, L. y Manion, L (2002). *Métodos de investigación educativa*. La Muralla.

Cortés, J. Backhoff, E. y Organista, J. (2004). Estrategias de cálculo mental utilizadas por estudiantes de nivel secundaria de Baja California. *Educación Matemática*, *16*(1), 149 – 168.

Delprato, M. F. y Fuenlabrada, I. (2003). Un recurso didáctico que favorece el acceso de adultos analfabetos a la simbolización de los números y las operaciones de suma y resta. *Revista Decisio*, 4, 37-40. https://www.crefal.org/decisio/images/pdf/decisio_4/decisio4.pdf

Fernández Jiménez, L. (2014). *Cálculo mental* [Tesis profesional, Universidad de la Rioja]. Repositorio - Universidad de la Rioja. https://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000726.pdf

Galeano-Ramírez, M. Y. y Ortiz-Ruíz D. S. (2008). *El cálculo mental como estrategias para desarrollar el pensamiento numérico* [Tesis profesional, Universidad de Antioquia]. Repositorio - Universidad de Antioquia. http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/handle/123456789/1062

Gálvez, G. Cosmelli, D. Cubillos, L. Leger, P. Mena, A. Tanter, É. Flores, X. Luci, G. Montoya, S. y Soto, J. (2011). Estrategias cognitivas para el cálculo mental. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 14*(1), 9-40.

Gil, N. Blanco, L. y Guerrero, E. (2006), EL papel de la efectividad en la resolución de problemas matemáticos. *Revista Educación, 340*(1), 551-569.

Gil, N. Guerrero, E. y Blanco, L. (2006). El dominio afectivo en el aprendizaje de las matemáticas. *Electronic Journal of Research in Educational Psychology*, *4*(1), 47-72. https://www.redalyc.org/pdf/2931/293123488003.pdf

Gómez, A. (2005). La enseñanza del cálculo mental. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 4,* 17–29. http://funes.uniandes.edu.co/14573/

Jiménez-Ibáñez, J. J. (2009). Estrategias de cálculo mental.

http://docentes.educacion.navarra.es/jjimenei/downloads/estrategiascmental.pdf

Marín, F. Niebles, M. Sarmiento, M. y Valbuena, S. (2017). Mediación de las tecnologías de la información en la comprensión lectora para la resolución de problemas aritméticos de enunciado verbal. *Revista Espacios*, *38*(20), 1-20. https://www.revistaespacios.com/a17v38n20/a17v38n20p20.pdf

Mochón, S. y Vázquez, J. (1995). Cálculo mental y estimación: Métodos, resultados de una investigación y sugerencias para su enseñanza. *Educación Matemática,3*(7), 93–105.

Nys, J. Ventura, P. Fernandes, T. Querido, L. Leybaert, J. y Content, A. (2013). Does math education modify the approximate number system? A comparison of schooled and unschooled adults. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(1), 13-22.

Ortega, T. y Ortiz, M. (2002). Cálculo mental. https://www.seiem.es/docs/educacion/CM1ciclocompleto.pdf

Palmas, S. y Block, D. (2014). Acceso a la representación escrita de los números naturales: una secuencia didáctica para adultos de baja escolaridad o nula escolaridad. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *17*(2), 165-189.

Pardo, Abondano. A. G. (2016). ¿Y qué del cálculo mental? [Tesis profesional, Universidad Pedagógica Nacional] Repositorio - Universidad Pedagógica Nacional.

Programa Para la Evaluación Internacional de Alumnos, PISA (2016). Resultados de PISA 2015, México, Editorial OCDE, https://www.oecd.org/pisa/PISA-2015-Mexico-ESP.pdf

Rathgeb, E. y Green, M. (2019). Developing flexibility in mental calculation. *Educacao & Realidade*, *44* (2), 1-17. https://doi.org/10.1590/2175-623687078

Rivera, H. y Malaver, M. (2011). ¿Qué estudia la estrategia?. Universidad del Rosario, 99, 5-25. https://www.urosario.edu.co/urosario_files/a0/a0235d32-301a-4066-9027-789035821cb3.pdf

Sánchez, L. Butrón, P. O. y Juárez, J. A. (2020). Estrategias de cálculo mental mediante el uso de la calculadora descompuesta en estudiantes de secundaria. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, *16*(59), 121-139.

Valencia, M. (2013). Desarrollo del cálculo mental a partir de entrenamiento en combinaciones numéricas y estrategias de cálculo. *Números, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, *8*(84), 5-23.

Valiente, S. (1995). Análisis de cuatro algoritmos operatorios obtenidos en investigación de campo con adultos analfabetas. *Educación Matemática*, *7*(2), 60-73.

ANEXOS

Cuestionario aplicado a las personas seleccionadas para explorar el cálculo mental.

**Entrevista 1: Señora que vende tortillas hechas a mano**

Momento 1 de la entrevista

1. ¿Qué edad tiene?
2. Su nivel escolar concluido
3. ¿A qué se dedica?
4. ¿Qué tiempo lleva trabajando?
5. ¿En su trabajo realiza alguna operación matemática?
6. ¿Qué operaciones matemáticas efectúa?
8. ¿Ha tomado algún curso o taller de matemáticas?
9. ¿Utiliza el papel y lápiz para resolver cálculos?

Momento 2 de la entrevista

Las preguntas 1, 2 y 3, son para establecer los precios de los productos.

1. *¿Cuánto cuesta un kilogramo de tortilla?*
2. *¿Cuánto cuesta un kilogramo de gorditas?*
3. *¿Cuánto cuesta un kilogramo de tlacoyos?*

Después de obtener los precios, se inició con los planteamientos.

Planteamiento 1

Una persona compra tres kilogramos de tortillas y paga con un billete de $50 pesos ¿Cuánto da de cambio?

Planteamiento 2

Si vende cuatro kilogramos y medio de tortillas ¿Cuánto cobra?

Planteamiento 3

Le encargan 21 kilogramos de tortillas en paquetes de 3 kilogramos ¿Cuántos paquetes deberá entregar?

Planteamiento 4

Le encargan 15 kilogramos en paquetes de 2 kilogramos y medio ¿Cuántos paquetes deberán entregar?

Planteamiento 5

¿Cuántos kilogramos de tortillas puede despachar con $30 pesos?

Planteamiento 6

Suponga que inicia el día con $30, a medio día le pagan $350 de un préstamo que realizo, al finalizar del día obtiene una venta de $670. ¿Cuánto dinero tiene al final del día?

**Entrevistas 2: Señora que vende pollo**

Momento 1 de la entrevista

1. ¿Qué edad tiene?
2. Su nivel escolar concluido
3. ¿A qué se dedica?
4. ¿Qué tiempo lleva trabajando?
5. ¿En su trabajo realiza alguna operación matemática?
6. ¿Qué operaciones matemáticas efectúa?
8. ¿Ha tomado algún curso o taller de matemáticas?
9. ¿Utiliza el papel y lápiz para resolver cálculos?

Momento 2 de la entrevista

Las preguntas 1, 2 y 3, son para establecer los precios de los productos.

1. *¿Cuánto cuesta un kilogramo de pollo entero?*
2. *¿Cuánto cuesta un kilogramo de pierna y muslo?*
3. *¿Cuánto cuesta un kilogramo de pechuga?*

Después de obtener los precios, se inició con los planteamientos.

Planteamiento 7

Una persona compra un kilogramo de pierna y muslo y le pagan con un billete de $100 pesos ¿Cuánto da de cambio?

Planteamiento 8

Si vende dos kilogramos y medio de pechuga ¿Cuánto cobra?

Planteamiento 9

Le encargan 21 kilogramos de pollo en paquetes de 3 kilogramos ¿Cuántos paquetes deberá entregar?

Planteamiento 10

Le compran 15 kilos de pollo y le piden paquetes de 2 kilos y medio ¿Cuántos paquetes deberá entregar?

Planteamiento 11

¿Cuántos kilogramos de pollo puede despachar con $30 pesos?

Planteamiento 12

Suponga que le pagan $670 de una deuda, otra persona le paga $350 y una tercera $50 ¿Cuánto tiene en total?

**Entrevistas 3: Señora que vende frutas**

Momento 1 de la entrevista

1. ¿Qué edad tiene?
2. Su nivel escolar concluido
3. ¿A qué se dedica?
4. ¿Qué tiempo lleva trabajando?
5. ¿En su trabajo realiza alguna operación matemática?
6. ¿Qué operaciones matemáticas efectúa?
8. ¿Ha tomado algún curso o taller de matemáticas?
9. ¿Utiliza el papel y lápiz para resolver cálculos?

Momentos 2 de la entrevista

Las preguntas 1, 2 y 3, son para establecer los precios de los productos.

1. *¿Cuánto cuesta un kilogramo de manzana?*
2. *¿Cuánto cuesta un kilogramo de naranja?*
3. *¿Cuánto cuesta un kilogramo de plátano?*

Después de obtener los precios, se inició con los planteamientos.

Planteamiento 13

Una persona compra 2 kilogramos de manzana, 3 kilogramos naranja y 2 kilogramos de plátano y le pagan con un billete de $100 pesos ¿Cuánto da de cambio?

Planteamiento 14

Si vende 2 kilogramos y medio de manzana ¿Cuánto da de cambio si pagan con un billete de $100?

Planteamiento 15

Suponga que compran un costal de naranjas ¿Cuántas bolsas de 5 kilogramos le alcanza si el costal tiene 60 kilogramos?

Planteamiento 16

Le compran 15 kilogramos de naranja y le piden paquetes de 2 kilos y medio ¿Cuántos paquetes deberá entregar?

Planteamiento 17

¿Cuántos kilogramos de naranja puede despachar con $30 pesos?

Planteamiento 18

Suponga que le pagan $670 de una deuda, otra persona le paga $350 y una tercera $50 ¿cuánto tiene en total?