



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

EXPLORACIÓN INICIAL DE HABILIDADES ESTUDIANTILES PARA DETECTAR ERRORES EN PROBLEMAS VERBALES CONTENIDOS EN LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE SECUNDARIA

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
LIC. ROBERTO GERARDO PÉREZ DELGADO

DIRECTOR DE TESIS
DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV

CO-DIRECTOR DE TESIS
MC. ADRIÁN CORONA CRUZ



DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que el C:

LIC. ROBERTO GERARDO PÉREZ DELGADO

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 09 de diciembre de 2019, con la tesis titulada:

***“EXPLORACIÓN INICIAL DE HABILIDADES ESTUDIANTILES
PARA DETECTAR ERRORES EN PROBLEMAS VERBALES
CONTENIDOS EN LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DE
SECUNDARIA”***

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 23 de junio de 2020

DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV
COORDINADOR DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



Agradecimientos

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico que me brindó sin el cual me hubiera sido imposible llevar a cabo y concluir mis estudios de maestría y las investigaciones correspondientes.

A la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado (VIEP) y a la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP) por haberme otorgado apoyos económicos con los cuales me fue posible asistir al 41° Congreso Anual del Capítulo Norte Americano del Grupo Internacional para la Psicología de la Educación de las Matemáticas (PME-NA). Esto me permitió compartir y publicar los resultados iniciales de esta investigación y convivir con investigadores renombrados.

Agradecimientos Generales

A todo el cuerpo académico del programa de la Maestría en Educación Matemática por crear un programa que me ayudó a desarrollar habilidades de investigación y que además representó un peldaño en mi desarrollo y crecimiento tanto personal como académico.

A mi asesor, el Dr. Josip, por insistir en la necesidad de desarrollar el pensamiento crítico en uno mismo y en los demás.

A la Dra. Lidia por siempre estar ahí, desde antes de comenzar la maestría.

A Aby por su eterno apoyo.

A Martha, por compartir su tiempo, sus alumnos y su salón de clases para llevar a cabo mi investigación.

Y a Eric y Dina por ser una luz en un oscuro camino.

Resumen	5
INTRODUCCIÓN	6
Capítulo 1	8
MARCO TEÓRICO	8
1.1 Libros de Texto	8
1.2 Problemas Verbales	9
1.3 Teoría de Situaciones de Tareas Auténticas	9
1.4 Importancia de Detectar Errores en Problemas Verbales Mal Planteados	11
Capítulo 2	14
METODOLOGÍA	14
2.1 Naturaleza de la investigación	14
2.2 Revisión documental de libros de texto y categorización de problemas verbales mal planteados	15
2.3 Diseño de instrumentos	19
2.3.1 Primera prueba	19
2.3.2 Segunda prueba	23
2.3.3 Tercera prueba	27
2.3.4 Entrevistas con acceso a internet	31
Capítulo 3	34
ANÁLISIS	34
3.1 Análisis de la aplicación de la primera prueba	34
3.1.1 Primera parte del instrumento - <i>Comprando harina</i>	34
3.1.2 Segunda parte del instrumento – La distancia entre la papelería y la escuela	39
3.1.3 Tercera parte del instrumento – <i>Una prueba de natación</i>	43
3.2 Análisis de la aplicación de la segunda prueba	45
3.2.1 Primera parte del instrumento – Recolectando insectos	46
3.2.2 Segunda parte del instrumento – <i>Elaboración de bolillos</i>	51
3.2.3 Tercera parte del instrumento – <i>La altura de una jirafa</i>	55
3.3 Análisis de la aplicación de la tercera prueba	57
3.3.1 Primera parte del instrumento – Recolectando insectos	57
3.3.2 Segunda parte del instrumento – <i>Elaboración de bolillos</i>	62
3.3.3 Tercera parte del instrumento – <i>La altura de una jirafa</i>	66
3.4 Entrevistas con acceso a internet	68
3.4.1 Análisis de las entrevistas correspondientes al problema <i>Una Prueba de Natación</i>	68
3.4.2 Análisis de las entrevistas correspondientes al problema <i>La Altura de una Jirafa</i>	82
Capítulo 4	90
CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES	90
Referencias	93

Figura 1. Problema verbal: Comprando harina	16
Figura 2: Problema verbal: Elaboración de bolillos	16
Figura 3. Problema verbal: Altura de una jirafa	17
Figura 4. Problema verbal: Una prueba de natación	17
Figura 5. Problema verbal: Recolectando insectos	18
Figura 6. Problema verbal: La distancia entre la papelería y la escuela	18
Figura 7. Ejemplo de justificación a primera pregunta	35
Figura 8. Ejemplo de justificación de la respuesta correspondiente a la primera pregunta	35
Figura 9. Ejemplo de justificación de la respuesta a la primera pregunta	36
Figura 10. Ejemplo de justificación a primera pregunta	36
Figura 11. Ejemplo de reformulación del problema	37
Figura 12. Ejemplo de reformulación del problema	38
Figura 13. Ejemplo de reformulación del problema	38
Figura 14. Ejemplo de diagrama y respuesta correctas del problema	40
Figura 15. Ejemplo de diagrama y respuesta correctas del problema	40
Figura 16. Ejemplo de diagrama correcto con respuesta incorrecta	41
Figura 17. Ejemplo de diagrama correcto con respuesta incorrecta	41
Figura 18. Ejemplo de justificación de la existencia de una única solución	42
Figura 19. Ejemplo de justificación de la existencia de una única solución	42
Figura 20. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema	43
Figura 21. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema	44
Figura 22. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema	44
Figura 23. Ejemplo de procedimiento de solución del problema	46
Figura 24. Ejemplo de procedimiento de solución del problema	46
Figura 25. Ejemplo de procedimiento de solución del problema	47
Figura 26. Ejemplo de procedimiento de solución del problema	47
Figura 27. Ejemplo de procedimiento de solución del problema	47
Figura 28. Ejemplo de procedimiento de solución del problema	48
Figura 29. Ejemplo de justificación de la existencia de múltiples respuestas al problema	49
Figura 30. Ejemplo de justificación de la existencia de una única respuesta al problema	49
Figura 31. Ejemplo de justificación de la existencia de una única respuesta al problema	50
Figura 32. Ejemplo de justificación de la existencia de una única respuesta al problema	50
Figura 33. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente	51
Figura 34. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente	52
Figura 35. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente	52
Figura 36. Ejemplo de reformulación del problema	53
Figura 37. Ejemplo de reformulación del problema	54
Figura 38. Ejemplo de reformulación del problema	54
Figura 39. Ejemplo de solución al problema	55
Figura 40. Ejemplo de solución al problema	56
Figura 41. Ejemplo de solución al problema	56
Figura 42. Ejemplo de procedimiento y respuesta al problema	58
Figura 43. Ejemplo de procedimiento y respuesta al problema	58
Figura 44. Ejemplo de procedimiento y respuesta al problema	58
Figura 45. Ejemplo de solución al problema utilizando el dato de 80 insectos	59
Figura 46. Ejemplo de solución al problema utilizando el dato de 80 insectos	59
Figura 47. Ejemplo de solución al problema utilizando el dato de 80 insectos	60
Figura 48. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema	60
Figura 49. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema	61
Figura 50. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema	61
Figura 51. Ejemplo de justificación de la incoherencia del problema	62
Figura 52. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente	63

Figura 53. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente	63
Figura 54. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente	63
Figura 55. Ejemplo de reformulación del problema	64
Figura 56. Ejemplo de reformulación del problema	65
Figura 57. Ejemplo de reformulación del problema	65
Figura 58. Ejemplo de justificación correspondiente a la pregunta de autenticidad del problema	66
Figura 59. Ejemplo de justificación correspondiente a la pregunta de autenticidad del problema	67
Figura 60. Ejemplo de justificación correspondiente a la pregunta de autenticidad del problema	67
Figura 61. Resultados de la búsqueda "medidas de alberca"	73
Figura 62. Resultados de la búsqueda "medidas de alberca olímpica"	73
Figura 63. Resultados de la búsqueda "medidas de la piscina mas grande del mundo "	74
Figura 64. Resultados de la búsqueda "medidas reglamentarias de una alberca olímpica "	75
Figura 65. Resultados de la búsqueda "natación en las olimpiadas como son?"	76
Figura 66. Liga del sitio wikipedia.org con el título "Natación en los Juegos Olímpicos"	76
Figura 67. Liga del sitio wikipedia.org con el título "Natación en los Juegos Olímpicos"	77
Figura 68. Resultados de la búsqueda "medida de una alberca olímpica"	77
Figura 69. Resultados de imágenes con la búsqueda "piscina de 950 metros"	78
Figura 70. Imagen del sitio que aparece al dar click en una imagen	79
Figura 71. Resultados de la búsqueda en imágenes con la búsqueda "piscina de 950 metros de largo"	79
Figura 72. Resultados de la búsqueda "cuanto mide una jirafa en promedio"	85
Figura 73. Resultados de la búsqueda "altura promedio de una jirafa"	86
Figura 74. Imagen del sitio misanimales.com/la-altura-una-jirafa/	87

Resumen

Se ha hablado extensamente sobre la necesidad de integrar habilidades de pensamiento crítico en los currículos, libros de texto y aulas en todos los niveles de la educación, sin embargo, aún es incierto cómo llevar esto a cabo (Willingham, 2007). Ennis (1996) caracteriza el pensamiento crítico a través de distintas habilidades y disposiciones como son las siguientes: analizar argumentos, preguntas, y su validez, identificar las posibles respuestas a preguntas (si las hay), juzgar la credibilidad de fuentes de información y, finalmente, buscar fuentes alternas de información. La propuesta de este trabajo de investigación es que la actividad de buscar y detectar errores en problemas verbales puede ayudar a desarrollar habilidades de pensamiento crítico ya que esto involucra todas las habilidades y disposiciones antes mencionadas. Esta tesis discute los resultados de un estudio realizado con alumnos mexicanos de secundaria con el fin de investigar sobre sus habilidades para detectar errores en problemas mal planteados y no-auténticos provenientes de libros de texto actualmente publicados y aprobados por la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG).

INTRODUCCIÓN

El pensamiento crítico es una habilidad de suma importancia para la vida y el trabajo en el Siglo XXI. Es por esto que agencias gubernamentales e instituciones educativas alrededor del mundo han hecho, desde hace años, un llamado para integrar esta habilidad en los currículos, libros de texto y salones de clases en todos los niveles educativos, sin embargo, aún es incierto cómo llevar esto a cabo. Willingham (2007) además señala que, hasta ahora, los programas que han intentado hacerlo han tenido resultados moderados.

De acuerdo a Willingham (2007), el pensamiento crítico consiste, en términos llanos, en ver ambos lados de alguna cuestión, estar abierto a nueva evidencia que contradiga las ideas propias, razonar de manera imparcial, exigir que las afirmaciones estén respaldadas por evidencia, resolver problemas, etc. Ennis (1996), por otro lado, caracteriza esta habilidad por medio de distintas capacidades y disposiciones que un pensador crítico debe poseer, algunas de ellas son:

- Analizar argumentos: el pensador crítico debe estar dispuesto a analizar argumentos y su estructura y, además, tener la capacidad de determinar si estos son válidos.
- Identificar y formular criterios para juzgar las posibles respuestas a una pregunta: ante una pregunta, el individuo debe tener la capacidad de identificar qué tipo de respuestas son plausibles o adecuadas para responder dicha pregunta.
- Hacer y responder preguntas de clarificación: el pensador crítico, ante una pregunta ambigua o mal planteada, debe tener la disposición y la capacidad de formular preguntas de clarificación, de igual forma, debe poder responder preguntas de esta naturaleza.
- Buscar fuentes alternas de información y juzgar su credibilidad: el individuo debe tener la disposición y capacidad de buscar fuentes alternas de información cuando la que se presente no cumpla con ciertos criterios de credibilidad.

La propuesta del presente trabajo de investigación es que la actividad de buscar y detectar errores en problemas verbales mal planteados puede ayudar a desarrollar habilidades de pensamiento crítico debido a que dicha actividad involucra todas las habilidades y disposiciones mencionadas anteriormente. Por ejemplo, para lograr detectar algún error en un problema mal planteado el alumno debe analizar los argumentos y preguntas contenidos en este y determinar si su estructura

es válida, también debe ser capaz de identificar y formular repuestas posibles para responder a las preguntas de dicho problema. Para demostrar que un problema está planteado incorrectamente debe poder sugerir un mejor planteamiento o algún contraejemplo que lo sugiera. Finalmente, una habilidad y disposición que debe poseer un alumno es la de buscar fuentes alternas de información para averiguar y demostrar que el planteamiento de un problema es incorrecto.

El objetivo de este trabajo de investigación fue de explorar las habilidades que posee un grupo de estudiantes de secundaria para detectar errores en problemas verbales matemático mal planteados. Varias investigaciones han observado que los problemas verbales con planteamiento incorrecto abundan en libros de texto de matemáticas de nivel secundaria en México (Slisko, et al, 2016; Zamora, 2017). Es por esto que se propone su uso como medio para investigar las habilidades para detectar errores de los alumnos de este nivel escolar. En México, la Secretaría de Educación Pública (SEP) es la autoridad a cargo del desarrollo de los planes de estudios y la creación o autorización de los libros de texto utilizados por profesores y alumnos de educación básica. La Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG) es un organismo público dependiente de la SEP cuyo objetivo es elaborar o autorizar estos libros y los publica en su página electrónica en el internet.

En la presente tesis se realizó una revisión documental de los 17 libros de texto de matemáticas de primer grado de secundaria de la base de datos de libros autorizados por CONALITEG y se encontraron múltiples problemas con errores en su planteamiento. Estos problemas fueron utilizados posteriormente para investigar las habilidades de pensamiento crítico de 91 alumnos de nivel secundaria.

En el primer capítulo se presenta el marco conceptual en el cual está basado el presente trabajo de investigación; se expone el estado actual de la investigación en libros de texto y problemas verbales, así como una breve explicación de la Teoría de Situaciones de Tareas Auténticas (Palm, 2008). El capítulo termina por exponer la importancia de detectar errores en problemas verbales de libros de texto. En el segundo capítulo se discute la metodología utilizada durante el trabajo de investigación y se exponen los instrumentos diseñados y aplicados para su realización. El tercer capítulo presenta los resultados obtenidos a partir de la aplicación de los instrumentos y su análisis

correspondiente. Por último, el cuarto capítulo expone las conclusiones del trabajo y una breve discusión al respecto.

Capítulo 1

MARCO CONCEPTUAL

1.1 Libros de Texto

Aunque la investigación de libros de texto ha crecido durante las últimas tres décadas, Fan (2013) argumenta que la mayoría de las investigaciones en esta área son de naturaleza meramente descriptiva. Es decir, solamente se han abordado preguntas de investigación como son las siguientes:

- ¿Quiénes son los autores de los libros de texto de matemáticas? (Y ¿quiénes deberían serlo?)
- ¿Cómo usan los maestros y alumnos los libros de texto? (Por ejemplo, ¿lo siguen al pie de la letra o solamente como una fuente de información?)
- ¿Hasta qué punto están los libros de texto adaptados al programa de estudios en distintos países?
- ¿Cómo se introducen las fracciones comunes y sus operaciones en cinco distintos libros de texto?
- ¿Cómo se presenta el conocimiento matemático en los libros de texto?
- ¿Cómo se ha vuelto más compleja la presentación de temas matemáticos?
- ¿Qué tipo de marco teórico se utiliza para abordar definiciones y construcciones geométricas?

Fan (2013) argumenta también, que los métodos utilizados en la investigación de los libros de texto carecen de rigor ya que la mayor parte de los estudios en esta área utiliza únicamente análisis documental y comparación de textos. Es decir, rara vez se utilizan métodos empíricos o

experimentales que sean rigurosos y sofisticados con el fin de recolectar información acerca de los libros de texto. Rezat (2013) argumenta que, mientras que el libro de texto está construido como un artefacto para la interacción con el alumno, hasta ahora se conoce muy poco acerca de dicha interacción. Es por esto que, en la presente investigación se estudió la interacción entre distintos libros de texto y alumnos de educación secundaria, mediante un estudio empírico y más riguroso utilizando problemas verbales mal planteados contenidos en dichos libros de texto.

1.2 Problemas Verbales

Si bien Semadeni (1995) indica que no es fácil proporcionar una definición completa y precisa de lo que es un problema verbal, Verschaffel et al. (2000) lo definen como una descripción verbal de alguna situación problemática en la que se plantean una o más preguntas cuyas respuestas se pueden obtener mediante la aplicación de operaciones matemáticas utilizando los datos contenidos en el enunciado. Es decir, preguntas que involucran únicamente operaciones sin ninguna contextualización no son consideradas como problemas verbales, aún cuando se verbalicen dichas preguntas. Por ejemplo, el enunciado “¿Qué número obtienes al sumar 2 y 3?” no es un problema verbal, mientras que “Paco tenía 2 canicas y compró 3. ¿Cuántas tiene ahora?” sí lo es. Tanto Semadeni (1995) como Verschaffel et al. (2000) argumentan que un problema verbal no necesariamente debe estar presentado exclusivamente en forma escrita, es decir, el problema puede contener tablas, dibujos, fotografías, videos, etc.

El problema verbal forma parte central de los libros de texto y, en general, de la matemática escolar tanto en educación básica como media superior. Sin embargo, mientras que autores como Gerofsky (1996) y Lave (1992) han sugerido realizar una re-examinación del papel que toman los problemas verbales en la matemática escolar, se ha dicho muy poco acerca de dicho papel (Verschaffel, et al, 2000). La propuesta de esta investigación es que el problema verbal puede utilizarse como un medio tanto para investigar como para desarrollar habilidades de pensamiento crítico en los alumnos y no únicamente como herramienta para desarrollar y ejercitar habilidades matemáticas.

1.3 Teoría de Situaciones de Tareas Auténticas

Tras observar que alumnos de matemáticas de educación básica, al enfrentarse a problemas verbales con situaciones o planteamientos absurdos o artificiales, suelen producir respuestas con consideraciones alejadas de la realidad, Palm (2008) propone caracterizar los problemas que emulan situaciones fuera del colegio de una manera clara y correcta.

A dicho tipo de problemas los denomina *auténticos* y deben cumplir con los siguientes aspectos:

Evento - Se refiere al evento descrito en el problema. En una simulación auténtica de una tarea de la vida cotidiana, es un requisito que el evento descrito en el problema haya ocurrido o exista una alta posibilidad de ocurrir.

Pregunta - Se refiere a la concordancia entre la tarea descrita en el problema y la situación correspondiente fuera de la escuela. La pregunta en el problema debe ser tal que bien podría ser planteada en el evento de la vida real descrito.

Propósito en el contexto de la tarea - Lo apropiado de una respuesta a una tarea y, por tanto, las consideraciones necesarias que se deben tomar, en ocasiones dependen del propósito de encontrar la respuesta. En otras tareas, el método de solución, por completo, depende del propósito. Por tanto, el propósito de la solución de la tarea en el contexto de la tarea debe ser tan claro para los estudiantes como lo sería en la correspondiente situación de la vida real. Esta claridad que se experimenta podría surgir como resultado de una declaración explícita del propósito de la tarea o podría ser experimentada implícitamente a través del contexto de la tarea.

Uso del lenguaje - Este aspecto se refiere a la terminología, la estructura de oraciones y la cantidad de texto utilizado para presentar la situación de la tarea. La tarea en el problema, por ejemplo, no debe incluir terminología que dificulte la solución del problema por parte de los estudiantes si la situación correspondiente de la vida real tampoco contiene dichas dificultades.

Información / datos - Este aspecto se refiere a la información (datos, modelos y condiciones dadas) en los que la solución al problema se puede basar. Se divide en tres sub-aspectos:

- *Existencia de información / datos* - Si este aspecto se simula con alta fidelidad entonces el

mismo tipo de información accesible en la situación de la vida real simulada también es accesible en la situación del problema. Diferencias en la información accesible pueden surgir si la información que se sabría en la situación simulada no se presenta en la situación del problema, o si información importante adicional se agrega a la tarea en el problema. La falta de información en una tarea escolar puede ocurrir cuando, por ejemplo, no se les proporciona valores numéricos a los alumnos, o cuando la descripción de la situación no posee suficientes características contextuales y, por tanto, los alumnos no obtienen una clara imagen general de la situación. Diferencias pueden surgir, también, si la información proporcionada en la tarea escolar se simplifica de manera sustancial o se presenta de manera más complicada que en la situación simulada.

- *Realismo de la información / datos* - En una simulación con alta fidelidad de este aspecto, los números y valores proporcionados son realistas en el sentido de que son idénticos o muy cercanos a los correspondientes en la situación simulada.
- *Especificidad de la información / datos* - En una simulación con alta fidelidad de este aspecto, la información proporcionada es específica y no general. El texto del problema describe una situación en el que los sujetos, objetos y lugares en el contexto de la tarea son específicos.

Algunos de los problemas utilizados en la presente investigación no cumplen con las características anteriores por lo que no son auténticos. En este trabajo se utilizaron varios problemas que no cumplen con la característica de contar con realismo de la información o los datos contenidos o, en otras palabras, constan de un contexto irreal. Esto se hizo para investigar cómo reaccionan alumnos de secundaria a dichos problemas.

1.4 Importancia de Detectar Errores en Problemas Verbales Mal Planteados

Existe una gran cantidad de investigaciones relacionadas a problemas verbales y la naturaleza de los errores cometidos por los alumnos al resolverlos (Verschaffel & De Corte, 1993, 1997; Verschaffel et al., 2000), sin embargo, también se debe prestar atención a la manera en la que los alumnos perciben y reaccionan a problemas con planteamientos incorrectos no intencionales que provienen de los libros de texto de matemáticas.

Está ampliamente documentado que los problemas verbales en libros de texto pueden contener errores o tener planteamientos artificiales o meramente absurdos (Palm, 2008; Puchalska & Semadeni, 1987). Por otro lado, existe el fenómeno, observado por diversos autores, de que los alumnos no suelen percibir cuando algún problema verbal posee datos faltantes o incorrectos (Frankenstein, 2009). Más aún, se ha observado que los alumnos tienden a realizar operaciones aritméticas con las cantidades proporcionadas en problemas verbales, aun cuando la pregunta correspondiente no tenga relación con los números proporcionados (IREM de Grenoble, 1979, citado en Puchalska & Semadeni, 1987). Un ejemplo del fenómeno anterior es el clásico y famoso problema de *La Edad del Capitán* (Baruk, 1985). Se ha sugerido por algunos autores que una de las razones por las que los alumnos no perciben los errores en un problema planteado incorrectamente es su conjunto de creencias acerca de la actividad de resolución de problemas matemáticos. Se ha observado por una gran cantidad de investigadores que los problemas verbales, lejos de ayudar y motivar a los alumnos a utilizar su sentido común y experiencia propia para resolverlos, estos suelen ser considerados como tareas o acertijos artificiales sin relación alguna con la realidad (Cooper, 1994; Davis, 1989; De Corte & Verschaffel, 1985; Frankenstein, 2009; Freudenthal, 1991; Palm, 2008; Puchalska & Semadeni, 1987; Schoenfeld, 1991; Verschaffel & De Corte, 1997). Puchalska y Semadeni (1987), por ejemplo, después de enfrentar a estudiantes de educación básica a problemas con datos faltantes o erróneos y dándoles la oportunidad de discutirlos y expresar sus dudas, concluyen que dicha actividad puede ayudar a desarrollar sus habilidades de lectura crítica de comprensión y, a su vez, comprender de mejor manera el objetivo de contestar o resolver un problema verbal.

Por otro lado, la habilidad de detectar errores en problemas verbales y, de manera más general, en formulaciones y enunciados de cualquier tipo, tiene implicaciones importantes para la vida cotidiana y laboral de cualquier individuo. En numerosos puestos laborales se requieren profesionistas capaces de detectar afirmaciones o enunciados formulados de manera incoherente. Por mencionar un ejemplo, en 1999, la sonda espacial Mars Orbiter, con un costo de 125 millones de dólares y construida por NASA y Lockheed Martin, se perdió en la atmósfera de Marte debido a un simple error no detectado en el que parte del software que lo controlaba estaba programado en unidades métricas mientras que otra parte lo estaba en unidades inglesas (<https://mars.nasa.gov/msp98/news/mco990930.html>).

Además, PISA (<https://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-results-volume-V.pdf>) sugiere implementar en el currículo educativo, actividades de *troubleshooting*, que consisten en detectar y corregir fallas en dispositivos mecánicos. Esta actividad de *troubleshooting* se puede llevar al ámbito matemático-verbal con el fin de detectar errores y fallas gramaticales, semánticas y numéricas en cualquier tipo de enunciado, específicamente en problemas verbales de libros de texto.

Capítulo 2

METODOLOGÍA

2.1 Naturaleza de la investigación

El objetivo de este trabajo de investigación fue el siguiente:

Explorar las habilidades que poseen estudiantes de secundaria para detectar errores en problemas verbales de matemáticas mal planteados.

Esta exploración se llevó a cabo en dos modalidades distintas en las que los alumnos contaron con:

1. El uso exclusivo de sus conocimientos previos.
2. El uso de conocimientos previos e información disponible en internet.

Por lo tanto, la pregunta de investigación es:

¿Cuáles son las habilidades que poseen estudiantes de secundaria para detectar errores en problemas verbales de matemáticas mal planteados?

Los instrumentos que se utilizaron para la obtención de datos fueron cuestionarios a base de lápiz y papel en una modalidad y, en la segunda modalidad, se realizaron entrevistas semi-estructuradas, durante las cuales, los alumnos entrevistados contaron con acceso a internet mediante una computadora portátil.

La exploración de las habilidades estudiantiles para detectar errores en problemas verbales matemáticos mal planteados se realizó de manera cualitativa. Esto es porque las preguntas, tanto en los cuestionarios como en las entrevistas, fueron diseñadas con el fin de investigar, además de dichas habilidades, las justificaciones que los alumnos proporcionan para indicar que los problemas están mal planteados o no.

Durante las entrevistas realizadas se grabó el audio y se video-grabó la pantalla de la computadora que utilizaron los alumnos con el fin de observar la interacción entre los alumnos y la computadora que utilizaron.

La población estudiada consistió de estudiantes de primer a tercer grado de secundaria provenientes de la ciudad de Puebla, México.

2.2 Revisión documental de libros de texto y categorización de problemas verbales mal planteados

Para realizar el diseño de los cuestionarios y las entrevistas se llevó a cabo una revisión documental de los 17 libros de matemáticas de primer grado de secundaria aprobados por la Comisión Nacional de Libros de Texto Gratuitos (CONALITEG) contenidos en el catálogo del año 2018 disponible en su sitio en línea (<https://libros.conaliteg.gob.mx>). La revisión documental se realizó con libros únicamente de primer grado de secundaria para asegurar que todos los alumnos estudiados tuvieran el nivel escolar necesario para comprender los problemas verbales contenidos en sus cuestionarios o entrevistas.

A partir de la revisión documental de dichos libros de texto, se encontraron múltiples problemas verbales con diversos errores y se agruparon en 4 distintas categorías no mutuamente excluyentes ya que cada problema puede pertenecer a más de una categoría.

Las 4 categorías son las siguientes:

- Problemas con redacción incorrecta o errores orto-tipográficos
- Problemas no auténticos con contextos artificiales o irreales
- Problemas con múltiples respuestas posibles
- Problemas con datos insuficientes

A continuación, se muestran ejemplos de los problemas verbales encontrados acompañados de una descripción de los errores en su planteamiento correspondientes a cada categoría antes mencionada.

A cada ejemplo de este conjunto de problemas verbales mal planteados se le ha agregado un título para referenciarlo en el trabajo posteriormente.

Ejemplo 1:

Comprando harina

10. Se compararon 3.75 kg de harina a un costo de 23.90 kg. ¿Cuánto se pagó en total?

Figura 1. Problema verbal: Comprando harina

Categoría correspondiente:

Problemas con redacción incorrecta o errores orto-tipográficos

- El enunciado indica que se “compararon” 3.75 kg de harina cuando la palabra correcta es “compraron”.
- Las unidades del costo mencionado son incorrectas.

Ejemplo 2:

Elaboración de bolillos

- d) Un panadero sabe que para elaborar 135 bolillos necesita 2 kg de azúcar. Realiza los cálculos mentalmente para contestar las siguientes preguntas:
- ¿Cuántos bolillos hará con 5 kg? _____
 - ¿Cuánta harina se necesita para 120 bolillos? _____

Figura 2: Problema verbal: Elaboración de bolillos

Categorías correspondientes:

Problemas con redacción incorrecta o errores orto-tipográficos

- El enunciado menciona únicamente el ingrediente azúcar mientras que la segunda pregunta habla del ingrediente harina.

Problemas con datos insuficientes.

- Es posible considerar que el problema posee datos insuficientes ya que el enunciado carece de información acerca del ingrediente harina.

Ejemplo 3:

Altura de una jirafa

En una fotografía Juan sale junto a una jirafa en el zoológico. Si él mide 1.50 m y en la fotografía su longitud es de 6 cm y la de la jirafa de 36 cm, ¿cuánto mide la jirafa? _____

Figura 3. Problema verbal: Altura de una jirafa

Categoría correspondiente:

Problemas no auténticos con contextos artificiales o irreales

- De acuerdo al sitio en línea de National Geographic, las jirafas suelen medir entre 4.3 m y 5.8 m (<https://www.nationalgeographic.com>).

Ejemplo 4:

Una prueba de natación

a) Juan y Luis están en una competencia de natación. La alberca mide de largo 950 metros. Juan siempre la recorre de ida y vuelta, mientras que Luis sólo recorre $\frac{4}{5}$ del total que nada Juan. ¿Cuántos metros recorrió cada uno?

Figura 4. Problema verbal: Una prueba de natación

Categorías correspondientes:

Problemas con redacción incorrecta o errores orto-tipográficos

- El enunciado indica la existencia de una competencia y posteriormente habla de la rutina de los nadadores fuera de la competencia por lo que los tiempos de las oraciones no son apropiados.

Problemas no auténticos con contextos artificiales o irreales

- De acuerdo a los estándares determinados por la Federación Internacional de Natación (FINA), las albercas olímpicas para competencias de natación deben poseer una longitud de 50 m o 25 m (<https://www.fina.org>).
- Si Luis recorre $\frac{4}{5}$ de la distancia que recorre Juan, entonces Luis tendría que abandonar la alberca antes de alcanzar alguno de los extremos.

Ejemplo 5:

Recolectando insectos

- b) Para un insectario de la clase de Biología, Braulio ha decidido recolectar insectos y a cada uno tomarle fotografías desde distintos ángulos: frontal, aérea, lateral derecho, lateral izquierdo, por debajo y dónde lo encontró, para posteriormente dejarlos ir. En total tiene 402 fotografías, si este trabajo debe tener al menos 80 insectos, ¿cuántos especímenes ha fotografiado? _____

Figura 5. Problema verbal: Recolectando insectos

Categorías correspondientes:

Problemas con redacción incorrecta o errores orto-tipográficos

- El enunciado “si este trabajo debe tener al menos 80 insectos” no es necesario.
- Las frases “aérea” y “dónde lo encontró” no corresponden a posibles “ángulos” de fotografías tomadas por Braulio.
- El enunciado “si este trabajo debe tener al menos 80 insectos” no es correcto pues el trabajo no consta de insectos sino de fotografías de insectos. Más aún, Braulio ha dejado ir todos los insectos que ha fotografiado por lo que no tiene ningún insecto.

Problemas no auténticos con contextos artificiales o irreales

- Según la definición de Real Academia Española, un insectario es una colección de insectos y no una colección de fotografías de insectos (<https://dle.rae.es>).

Problemas con múltiples respuestas posibles

- A partir del enunciado del problema, no es claro que, para obtener las 402 fotografías mencionadas, Braulio tomó fotografías de los 6 “ángulos” de cada insecto que ha fotografiado. Una posible respuesta al problema es que Braulio ha tomado fotografías de 80 insectos, cada uno por 5 ángulos, y 2 ángulos de 1 insecto adicional.

Ejemplo 6:

La distancia entre la papelería y la escuela

7. La casa de Fernando se encuentra a 3.72 km de la escuela. Sobre la misma avenida, se encuentra la casa de María, a 3.835 km de la escuela. Hay una papelería exactamente a la mitad de la distancia entre ambas casas. ¿A cuántos kilómetros de la escuela está la papelería? Escribe el procedimiento y argumenta tu respuesta.

Figura 6. Problema verbal: La distancia entre la papelería y la escuela

Categoría correspondiente:

Problemas con múltiples respuestas posibles

- Si la avenida es recta entonces existen dos posibles ubicaciones para la casa de María con respecto a la casa de Fernando y la escuela.
- Si la avenida no es recta entonces existen aún más configuraciones de dichos lugares.

2.3 Diseño de instrumentos

2.3.1 Primera prueba

Se diseñó una primera prueba para explorar la interacción estudiantil con los problemas de esta naturaleza y para ello se realizó un cuestionario que consta de tres partes distintas, cada una relacionada a uno de los problemas antes mencionados. La prueba contiene los tres siguientes problemas:

- *Comprando harina*
- *La distancia entre la papelería y la escuela*
- *Una prueba de natación*

La prueba está diseñada con el objetivo de investigar las habilidades que tienen los alumnos para encontrar errores en problemas verbales mal planteados, observar cómo re-plantean dichos problemas (si es que lo hacen) y, finalmente, indagar sobre su conocimiento de los contextos irreales en los problemas no auténticos.

Se aplicó dicha prueba a un grupo de 36 alumnos de primer grado de secundaria de un colegio ubicado en la ciudad de Puebla, México.

El cuestionario se muestra a continuación.

Parte 1

Comprando harina

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

10. Se compararon 3.75 kg de harina a un costo de 23.90 kg. ¿Cuánto se pagó en total?

Ahora contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Crees que el problema está planteado correctamente?

Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

a) Sí b) No c) No sé

2. Si tu respuesta fue “Sí” o “No sé”, ¿cuál sería tu respuesta a la pregunta del problema?

3. Si tu respuesta fue “No”, plantea el problema nuevamente de forma que pienses sea más correcto y describe tus razones.

3a. El problema reformulado:

3b. Mis razones son:

4. ¿Cuál sería tu respuesta al problema reformulado?

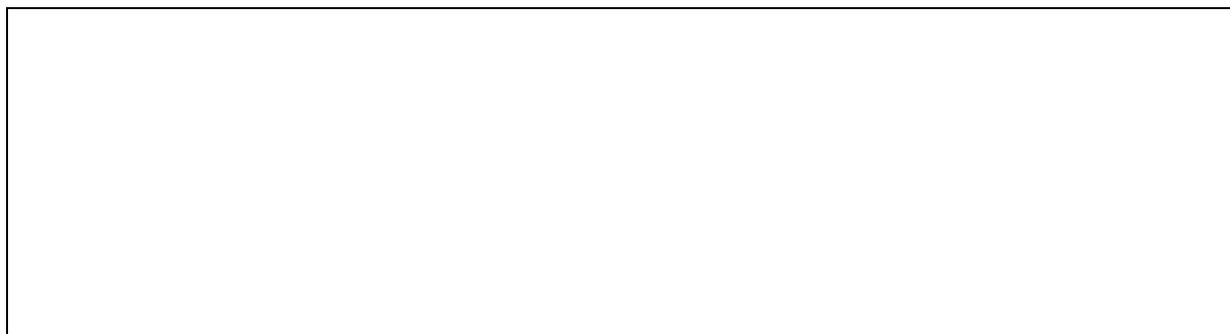
Parte 2

La distancia entre la papelería y la escuela

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

7. La casa de Fernando se encuentra a 3.72 km de la escuela. Sobre la misma avenida, se encuentra la casa de María, a 3.835 km de la escuela. Hay una papelería exactamente a la mitad de la distancia entre ambas casas. ¿A cuántos kilómetros de la escuela está la papelería? Escribe el procedimiento y argumenta tu respuesta.

1. Haz un diagrama o dibujo que describa la situación descrita en el problema.



2. ¿Cuál es tu procedimiento para encontrar la respuesta?

3. Tu respuesta es: La papelería está a _____ kilómetros de la escuela.

4. Hay alumnos que piensan que este problema tiene **dos diferentes respuestas** y que **ambas son correctas**. ¿Tienen razón? (a) Sí. (b) No. (c) No sé.

4a. Subraya tu respuesta y describe tus razones.

4b. Si tu respuesta fue “Sí”, dibuja dos diferentes ubicaciones que son posibles (según el texto del problema) para las casas de Fernando y María y para la papelería.

--	--

Parte 3

Una prueba de natación

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

- a) Juan y Luis están en una competencia de natación. La alberca mide de largo 950 metros. Juan siempre la recorre de ida y vuelta, mientras que Luis sólo recorre $\frac{4}{5}$ del total que nada Juan. ¿Cuántos metros recorrió cada uno?

Ahora contesta lo que se pide.

1. ¿Crees que esta situación pueda suceder en la vida real?

Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

- a) Sí b) No c) No sé

2. ¿Crees que los datos numéricos planteados en el problema corresponden a lo que ocurre en las competencias reales de natación?

Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

- a) Sí b) No c) No sé

2.3.2 Segunda prueba

Se diseñó una segunda prueba con el mismo objetivo de explorar la interacción estudiantil con los problemas de esta naturaleza para lo cual se diseñó un cuestionario que consta de tres partes distintas, cada una relacionada a uno de los problemas antes mencionados. La prueba contiene los tres siguientes problemas:

- *Recolectando insectos*
- *Elaboración de bolillos*
- *La altura de una jirafa*

Al igual que la primera prueba, la segunda prueba está diseñada con el objetivo de investigar las habilidades que poseen los alumnos para detectar errores en problemas mal planteados, observar cómo re-formulan dichos problemas (si es que lo hacen) y, finalmente, indagar sobre su conocimiento de los contextos irreales en los problemas no auténticos.

Dicha prueba se aplicó a 22 alumnos de grados 2° y 3° de secundaria, provenientes de un colegio ubicado en la ciudad de Puebla, México.

El cuestionario de la prueba se muestra a continuación.

Parte 1

Recolectando Insectos

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

b) Para un insectario de la clase de Biología, Braulio ha decidido recolectar insectos y a cada uno tomarle fotografías desde distintos ángulos: frontal, aérea, lateral derecho, lateral izquierdo, por debajo y dónde lo encontró, para posteriormente dejarlos ir. En total tiene 402 fotografías, si este trabajo debe tener al menos 80 insectos, ¿cuántos especímenes ha fotografiado? _____

Ahora contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál sería tu respuesta al problema? Describe tu procedimiento.

2. Hay alumnos que piensan que este problema tiene **más de una respuesta** y que **todas son correctas**. ¿Tienen razón? (a) Sí. (b) No. (c) No sé.

Subraya tu respuesta y describe tus razones.

3. Si tu respuesta a la Pregunta 2 fue “Sí”, encuentra dos diferentes cantidades de insectos y justifica por qué ambas respuestas son correctas.

4. Si tu respuesta a la Pregunta 2 fue “Sí”, reformula el problema para que solamente tenga una respuesta correcta. Proporciona la respuesta a tu pregunta con su procedimiento correspondiente y justifica.

Parte 2

Elaboración de Bolillos

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

d) Un panadero sabe que para elaborar 135 bolillos necesita 2 kg de azúcar. Realiza los cálculos mentalmente para contestar las siguientes preguntas:

- ¿Cuántos bolillos hará con 5 kg? _____
- ¿Cuánta harina se necesita para 120 bolillos? _____

Ahora contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Crees que el problema está planteado correctamente?

Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

- b) Sí b) No c) No sé

2. Si tu respuesta fue “Sí” o “No sé”, ¿cuáles serían tus respuestas a las preguntas del problema? Justifica.

3. Si tu respuesta fue “No”, plantea el problema nuevamente de forma que pienses sea más correcto y describe tus razones.

3a. El problema reformulado:

3b. Mis razones son:

4. ¿Cuál sería tu respuesta al problema reformulado?

Parte 3

La altura de una jirafa

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

En una fotografía Juan sale junto a una jirafa en el zoológico. Si él mide 1.50 m y en la fotografía su longitud es de 6 cm y la de la jirafa de 36 cm, ¿cuánto mide la jirafa? _____

Ahora contesta lo que se pide.

1. ¿Cuál sería tu procedimiento para encontrar la altura de la jirafa?

Describe el procedimiento, proporciona tu respuesta y justifica.

2. ¿Crees que los datos numéricos planteados en el problema corresponden a las alturas posibles de una persona y una jirafa?

Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

b) Sí b) No c) No sé

2.3.3 Tercera prueba

Se elaboró una tercera y última prueba con los mismos problemas contenidos en la segunda prueba:

- *Recolectando insectos*
- *Elaboración de bolillos*
- *La altura de una jirafa*

Las preguntas relacionadas al problema *Elaboración de bolillos* se formularon de la misma manera en esta prueba, mientras que las preguntas relacionadas a los problemas *La altura de una jirafa* y *Recolectando insectos* se modificaron con el fin de observar distintas habilidades de pensamiento crítico por parte de los alumnos.

Se aplicó dicha prueba a un grupo de 23 alumnos de segundo y tercer grado de secundaria de un colegio ubicado en la ciudad de Puebla, México.

El cuestionario correspondiente a dicha prueba se muestra a continuación.

Parte 1

Recolectando Insectos

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

b) Para un insectario de la clase de Biología, Braulio ha decidido recolectar insectos y a cada uno tomarle fotografías desde distintos ángulos: frontal, aérea, lateral derecho, lateral izquierdo, por debajo y dónde lo encontró, para posteriormente dejarlos ir. En total tiene 402 fotografías, si este trabajo debe tener al menos 80 insectos, ¿cuántos especímenes ha fotografiado? _____

Ahora contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Cuál sería tu respuesta al problema? Describe tu procedimiento.

2. ¿Crees que esta situación puede suceder en la vida real?

Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

a) Sí b) No c) No sé

Parte 2

Elaboración de Bolillos

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

- d) Un panadero sabe que para elaborar 135 bolillos necesita 2 kg de azúcar. Realiza los cálculos mentalmente para contestar las siguientes preguntas:
- ¿Cuántos bolillos hará con 5 kg? _____
 - ¿Cuánta harina se necesita para 120 bolillos? _____

Ahora contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Crees que el problema está planteado correctamente?

Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

- a) Sí b) No c) No sé

2. Si tu respuesta fue “Sí” o “No sé”, ¿cuáles serían tus respuestas a las preguntas del problema? Justifica.

3. Si tu respuesta fue “No”, plantea el problema nuevamente de forma que pienses sea más correcto y describe tus razones.

3a. El problema reformulado:

3b. Mis razones son:

4. ¿Cuál sería tu respuesta al problema reformulado?

Parte 3

La altura de una jirafa

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

En una fotografía Juan sale junto a una jirafa en el zoológico. Si él mide 1.50 m y en la fotografía su longitud es de 6 cm y la de la jirafa de 36 cm, ¿cuánto mide la jirafa? _____

Ahora contesta lo que se pide.

1. La jirafa es 6 veces más alta que Juan en la fotografía porque $36\text{cm} / 6\text{cm} = 6$. Entonces, en la vida real también debe serlo. Por lo tanto, para encontrar la altura de la jirafa se debe multiplicar la altura real de Juan por 6. Entonces, la altura de la jirafa es: $1.5\text{m} \times 6 = 9\text{m}$.

¿Estás de acuerdo con este resultado y el procedimiento para llegar a ella?

Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

c) Sí b) No c) No sé

2. ¿Crees que los datos numéricos planteados en el problema corresponden a las alturas posibles de una persona y una jirafa?

Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

d) Sí b) No c) No sé

2.3.4 Entrevistas con acceso a internet

Se diseñaron dos entrevistas distintas, cada una en torno a uno de los dos siguientes problemas no auténticos:

- *Una prueba de natación*
- *La altura de una jirafa*

Cada entrevista se aplicó a 5 estudiantes por lo que se realizaron 10 entrevistas a alumnos de secundaria que cursaban un taller de preparación para olimpiadas de matemáticas provenientes de la ciudad de Puebla, México.

Dichas entrevistas fueron de naturaleza semi-estructurada y se realizaron con el fin de indagar sobre las concepciones que tenían los alumnos con respecto a los datos contenidos en el problema correspondiente.

Durante las entrevistas se pidió a los alumnos que leyeran en voz alta dicho problema y que señalaran si, en su opinión, la situación podía suceder en la vida real. Posteriormente, se pidió a los alumnos que, con la ayuda de una computadora portátil, consultaran alguna fuente para verificar si los datos numéricos planteados en el problema correspondían con datos reales.

Se grabó el audio de dichas entrevistas y la pantalla de la computadora portátil que utilizaron los alumnos con el fin de observar la interacción entre el alumno y la computadora.

A continuación, se muestran los guiones de ambas entrevistas.

Guion de Entrevista - *Una prueba de natación*

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

- a) Juan y Luis están en una competencia de natación. La alberca mide de largo 950 metros. Juan siempre la recorre de ida y vuelta, mientras que Luis sólo recorre $\frac{4}{5}$ del total que nada Juan. ¿Cuántos metros recorrió cada uno?

¿Crees que esta situación pueda suceder en la vida real?

¿Crees que las cantidades planteados en el problema corresponden con lo que ocurre en las competencias reales de natación?

Con ayuda de la computadora, ¿qué puedes hacer para verificar si las cantidades del problema corresponden con datos reales?

¿Alguna vez te has topado con datos absurdos o irreales en alguna otra fuente como libros, revistas y noticias? ¿Qué hiciste al respecto?

¿Qué puedes hacer para verificar si los datos son reales o la información es verdadera en distintas fuentes como noticias, libros y revistas?

Guion de Entrevista – *La altura de una jirafa*

El siguiente problema se encuentra en un libro de matemáticas de primer grado de secundaria. Lee con atención el enunciado del problema.

En una fotografía Juan sale junto a una jirafa en el zoológico. Si él mide 1.50 m y en la fotografía su longitud es de 6 cm y la de la jirafa de 36 cm, ¿cuánto mide la jirafa? _____

La respuesta a este problema es 9 metros. ¿Cuál sería el procedimiento para llegar a este resultado?
¿Por qué?

¿Crees que las cantidades planteadas en el problema corresponden a las alturas posibles de una persona y una jirafa? ¿Por qué?

Con ayuda de la computadora, ¿qué puedes hacer para verificar si las cantidades del problema corresponden con datos reales?

¿Alguna vez te has topado con datos absurdos o irreales en alguna otra fuente como libros, revistas y noticias? ¿Qué hiciste al respecto?

¿Qué puedes hacer para verificar si los datos son reales o la información es verdadera en distintas fuentes como noticias, libros y revistas?

Capítulo 3

ANÁLISIS

3.1 Análisis de la aplicación de la primera prueba

3.1.1 Primera parte del instrumento - *Comprando harina*

Esta prueba está diseñada con el objetivo de investigar las habilidades que tienen los alumnos para encontrar errores en problemas verbales mal planteadas, observar cómo re-plantean dichos problemas (si es que lo hacen) y, finalmente, indagar sobre su conocimiento de los contextos irreales en los problemas no auténticos. Esta prueba contiene los tres siguientes problemas:

- *Comprando harina*
- *La distancia entre la papelería y la escuela*
- *Una prueba de natación*

Se aplicó dicha prueba a un grupo de 36 alumnos de primer grado de secundaria de un colegio ubicado en la ciudad de Puebla, México.

En cuanto a la primera parte del cuestionario se encontró que 18 alumnos de 36 mencionan que el problema *Comprando harina* está planteado incorrectamente debido a una o varias de las siguientes razones:

- a) Las unidades mencionadas no son correctas
- b) La palabra “compararon” no es la adecuada
- c) No está especificado el precio del kg de harina

A continuación, se muestran ejemplos de las justificaciones de algunos alumnos.

Ejemplo 1

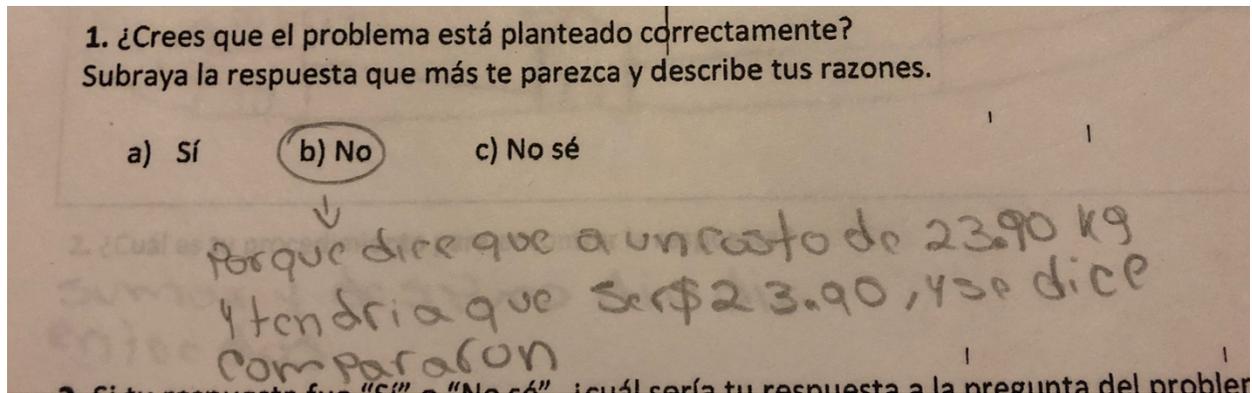


Figura 7. Ejemplo de justificación a primera pregunta

Justificación: *Porque dice que a un costo de 23.90 kg y tendría que ser \$23.90 y se dice compararon.*

Ejemplo 2

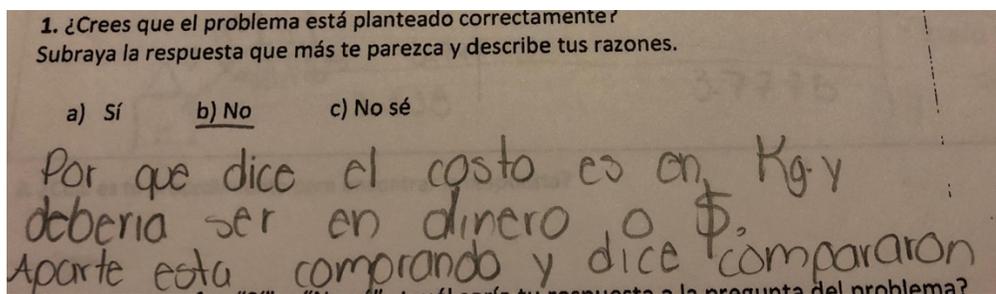


Figura 8. Ejemplo de justificación de la respuesta correspondiente a la primera pregunta

Justificación: *Porque dice el costo es en kg y debería ser en dinero o \$. Aparte está comprando y dice compararon.*

Ejemplo 3

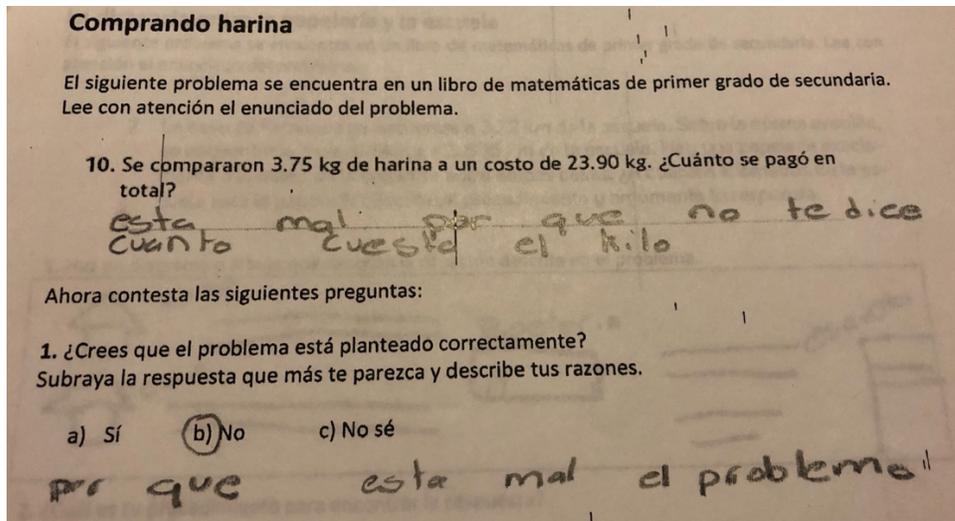


Figura 9. Ejemplo de justificación de la respuesta a la primera pregunta

Justificación: *Está mal porque no te dice cuánto cuesta el kilo.*

Ejemplo 4

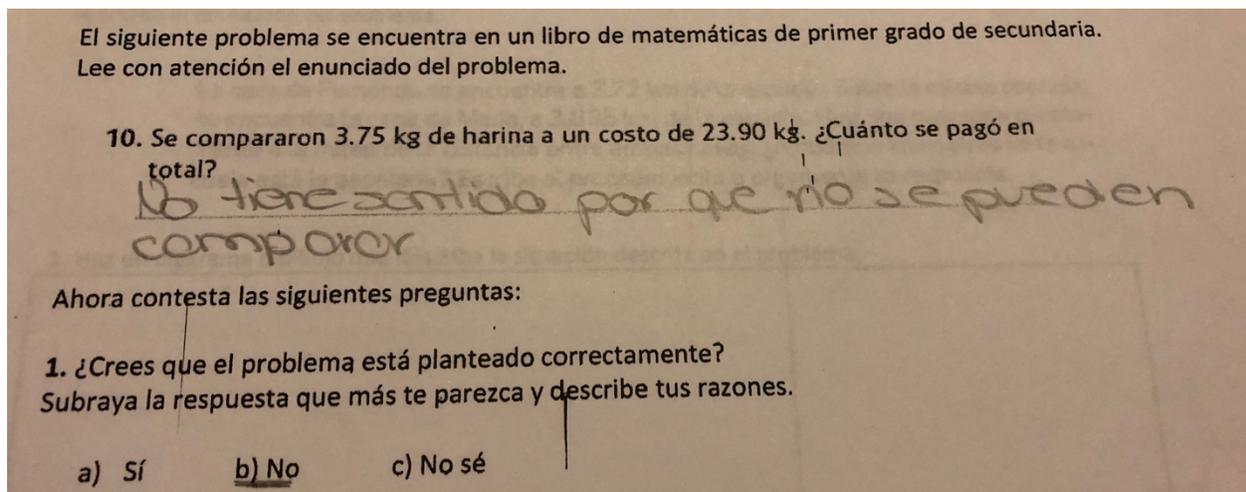


Figura 10. Ejemplo de justificación a primera pregunta

Justificación: *No tiene sentido porque no se pueden comparar.*

Lo anterior muestra que existen alumnos, la mitad de la muestra en este caso, que son capaces de detectar errores orto-tipográficos en problemas verbales cuando se les invita a hacerlo. Esto proporciona un indicio de que el fenómeno del problema de *La Edad del Capitán* puede ser remediado siempre y cuando se les invita a los alumnos a analizar los problemas verbales que se les proporcionan antes de intentar resolverlos.

Más aún, 5 del total de 36 alumnos reformulan el problema de manera coherente. A continuación, se muestran ejemplos de reformulaciones del problema *Comprando harina* contenido en la primera parte del cuestionario.

Ejemplo 1

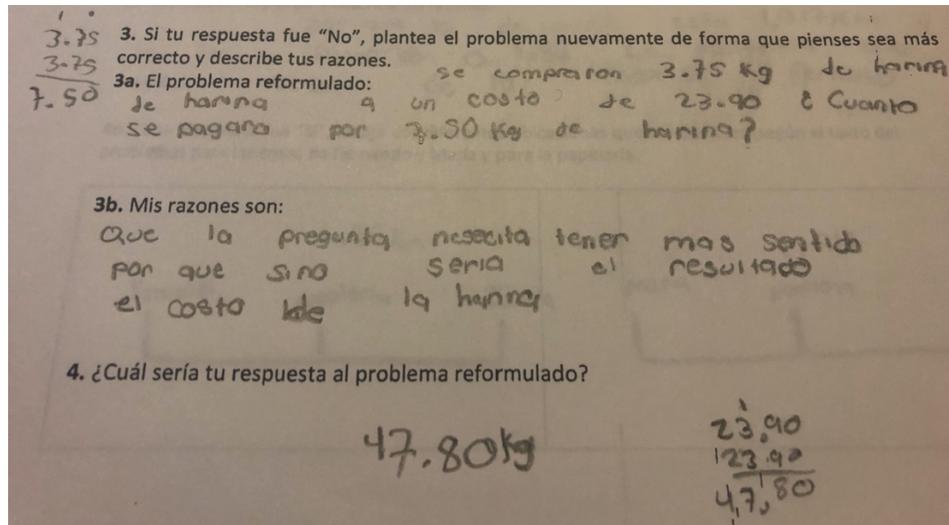


Figura 11. Ejemplo de reformulación del problema

Reformulación: *Se compraron 3.75 kg de harina a un costo de 23.90. ¿Cuánto se pagará por 7.50 kg de harina?*

Justificación: *Que la pregunta necesita tener más sentido porque si no sería el resultado el costo de la harina.*

Respuesta al problema reformulado: *47.80 kg*

Observación: Aunque las unidades de la respuesta propuesta por el alumno son incorrectas, el alumno reformula el problema de manera adecuada añadiendo una nueva incógnita, a saber, el precio a pagar por el doble de la cantidad original de harina. Se puede observar que, además, el alumno realiza operaciones para obtener el doble de la cantidad planteada en el problema y el doble del precio correspondiente.

Ejemplo 2

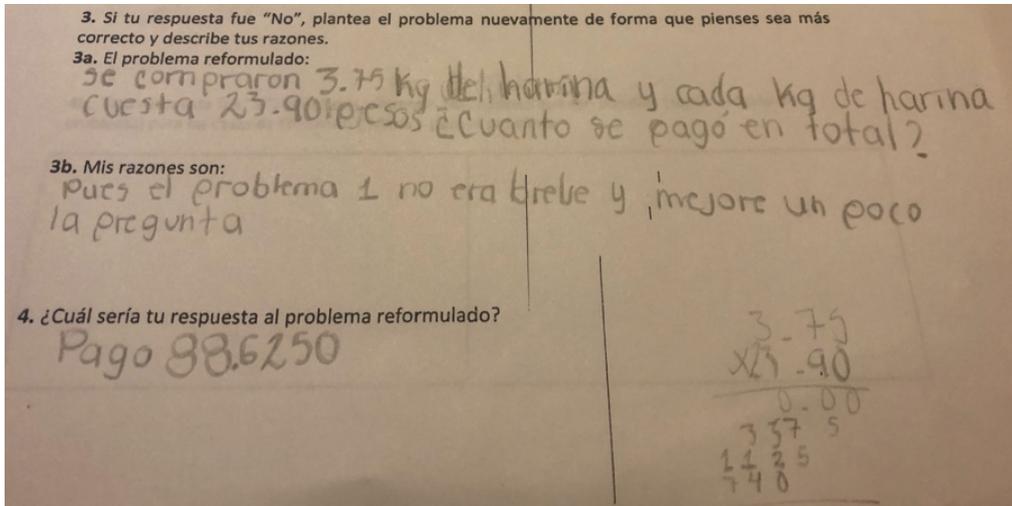


Figura 12. Ejemplo de reformulación del problema

Reformulación: *Se compraron 3.75 kg de harina y cada kg de harina cuesta 23.90 pesos. ¿Cuánto se pagó en total?*

Justificación: *Pues el problema 1 no era breve y mejoré un poco la pregunta.*

Respuesta al problema reformulado: *Pagó 88.6250*

Observación: El alumno reformula el problema de manera adecuada y, aunque su respuesta no es completamente correcta, es posible observar que razonó correctamente el procedimiento para llegar a ella ya que realizó la multiplicación correspondiente.

Ejemplo 3

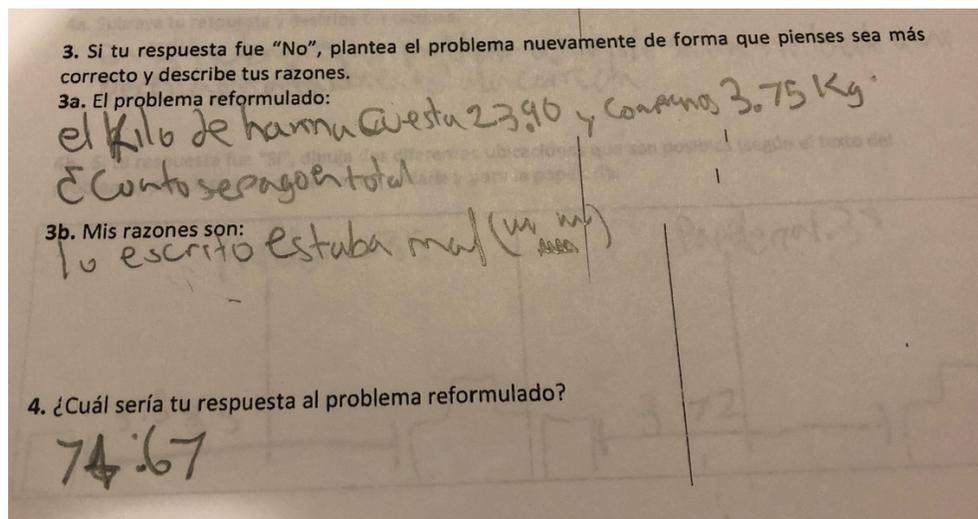


Figura 13. Ejemplo de reformulación del problema

Reformulación: *El kilo de harina cuesta 23.90 y compramos 3.75 kg. ¿Cuánto se pagó en total?*

Justificación: *Lo escrito estaba mal.*

Respuesta al problema reformulado: 74.67

Observación: El alumno reformula el problema correctamente, aunque su respuesta no es correcta.

Lo anterior deja entrever que existen alumnos que no solamente logran detectar errores en problemas mal planteados, sino que también poseen la habilidad para replantear el problema de manera coherente. Es posible entonces, que una de las razones por las que los alumnos no proporcionan respuestas coherentes a problemas verbales mal planteados es que no se les invita a analizar y replantear el problema. Es decir, es posible que una forma de remediar la conducta de intentar resolver problemas mal planteados es invitarlos a analizar y reformular dichos problemas.

3.1.2 Segunda parte del instrumento – La distancia entre la papelería y la escuela

En cuanto a la segunda parte del cuestionario concerniente al problema *La distancia entre la papelería y la escuela*, se encontró que ningún alumno indica la existencia de más de una respuesta posible para la pregunta del problema. Los diagramas y respuestas de los alumnos a esta parte de la prueba se categorizaron de la siguiente manera:

1. El alumno realiza un diagrama que representa adecuadamente la situación y obtiene una respuesta correcta a la pregunta del problema.

(n = 6) (Total = 36)

Ejemplo 1

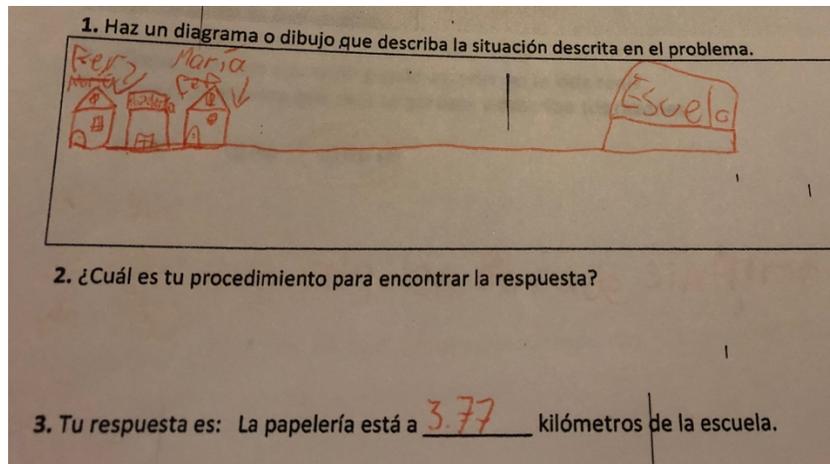


Figura 14. Ejemplo de diagrama y respuesta correctas del problema

Ejemplo 2

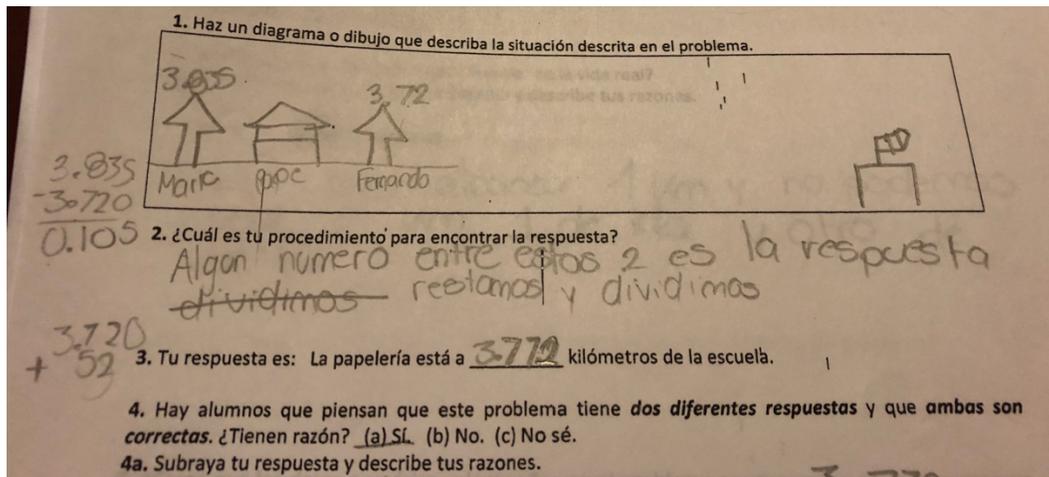


Figura 15. Ejemplo de diagrama y respuesta correctas del problema

- El alumno realiza un diagrama que representa adecuadamente la situación, pero no obtiene una respuesta correcta a la pregunta del problema.

(n = 7)

Ejemplo 1

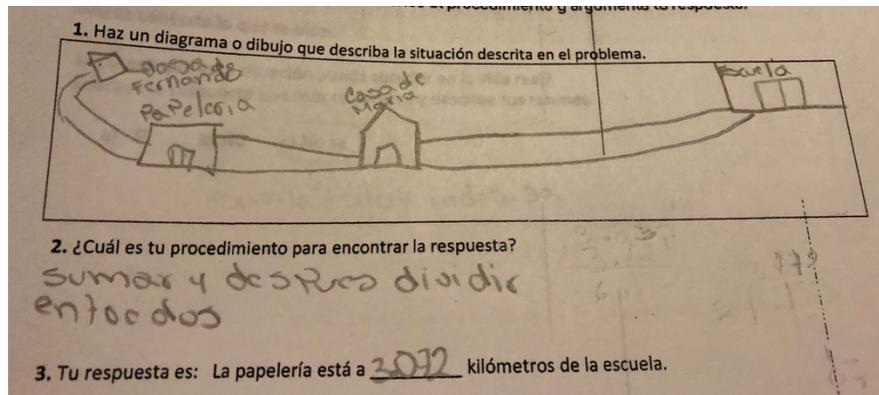


Figura 16. Ejemplo de diagrama correcto con respuesta incorrecta

Ejemplo 2

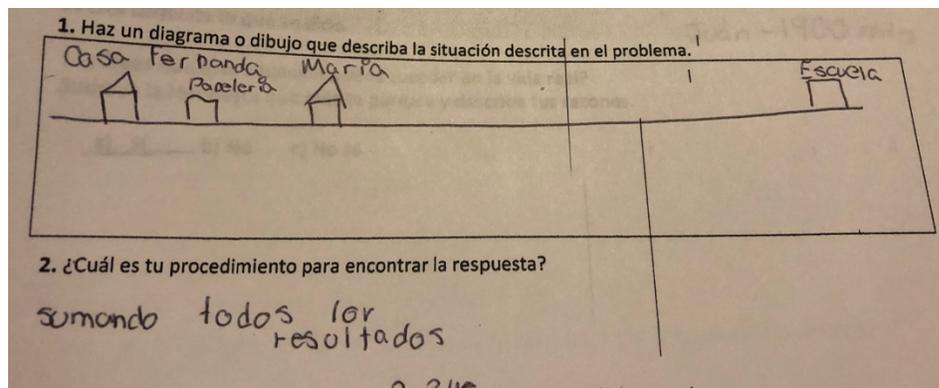


Figura 17. Ejemplo de diagrama correcto con respuesta incorrecta

- El alumno no realiza un diagrama que representa adecuadamente la situación y tampoco obtiene una respuesta correcta a la pregunta del problema.
(n = 13)

Como se mencionó antes, se encontró que ningún alumno indica que existen múltiples respuestas posibles al problema. Más aún, existen alumnos que justifican de diversas maneras la existencia de una única solución. A continuación, se muestran ejemplos de las correspondientes justificaciones.

Ejemplo 1

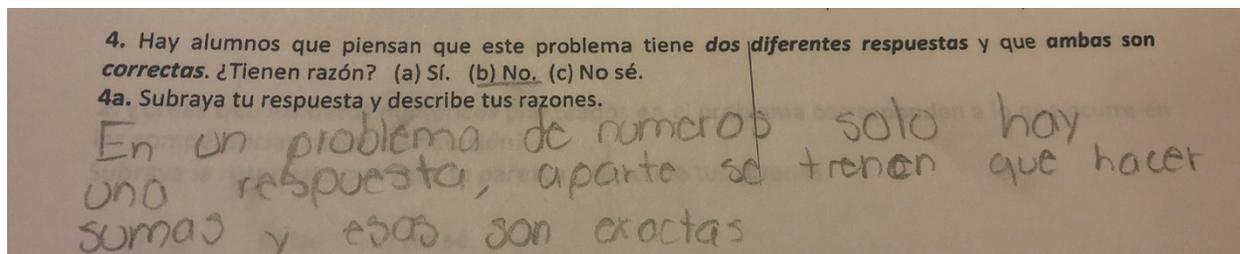


Figura 18. Ejemplo de justificación de la existencia de una única solución

Justificación: *En un problema de números solo hay una respuesta, aparte se tienen que hacer sumas y esas son exactas.*

Ejemplo 2

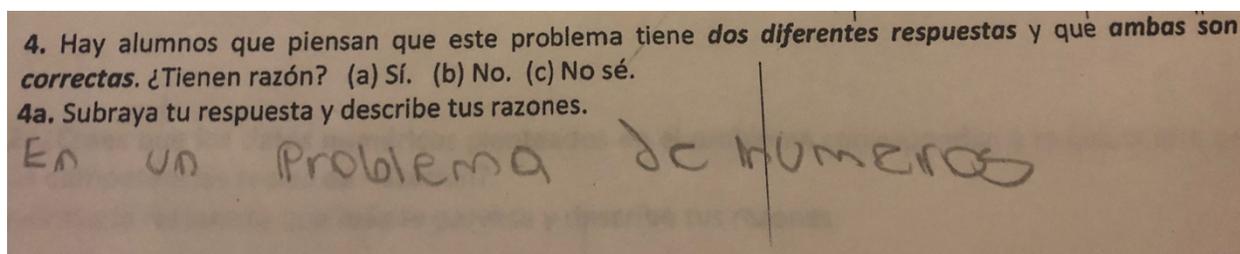


Figura 19. Ejemplo de justificación de la existencia de una única solución

Justificación: *Es un problema de números.*

Este resultado confirma lo expuesto por distintos autores en cuanto a las creencias de los alumnos correspondientes a la actividad de resolución de problemas verbales, más específicamente, en cuanto a la creencia de la existencia de una única respuesta para cada problema verbal contenido en un libro de texto (De Corte & Verschaffel, 1985; Gerofsky, 1996; Kilpatrick, 1985; Lave, 1992; Schoenfeld, 1991). Parece ser que una creencia bastante difícil de romper es que los problemas verbales poseen siempre una y una sola respuesta, aún cuando se le invite al alumno a analizar y considerar que el problema puede poseer más de una respuesta posible. Las justificaciones que proporcionan los alumnos van acorde a lo encontrado por las investigaciones antes mencionadas, es decir, una creencia común es que en problemas verbales donde se involucran números o cantidades, se deben realizar operaciones aritméticas y de estas siempre se obtiene una única solución.

3.1.3 Tercera parte del instrumento – *Una prueba de natación*

En cuanto a la tercera parte de la prueba que contiene el problema *Una prueba de natación*, se encontró que 9 alumnos del total de 36 indican que la situación no puede suceder en la vida real o que los datos numéricos planteados no corresponden con lo que ocurre en competencias reales de natación debido a alguna o varias de las siguientes razones:

- a) La distancia es muy grande y poca gente puede nadarla
- b) La alberca es muy grande / No existen albercas con esas medidas
- c) Ambos nadadores deben nadar la misma distancia en una competencia

A continuación, se muestran ejemplos de las razones que algunos alumnos proporcionan para justificar que la situación no puede suceder en la vida real.

Ejemplo 1

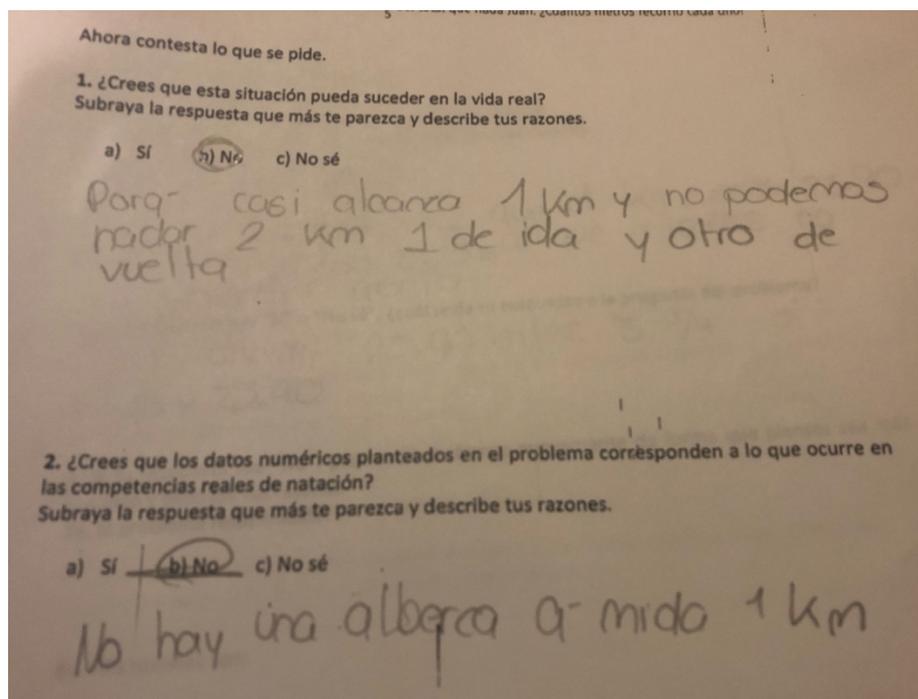


Figura 20. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema

Justificación a la pregunta 1: *Porque casi alcanza 1 km y no podemos nadar 2 km, 1 de ida y otro de vuelta.*

Justificación a la pregunta 2: *No hay una alberca que mida 1 km.*

Ejemplo 2

Ahora contesta lo que se pide.

1. ¿Crees que esta situación pueda suceder en la vida real?
Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

a) Sí b) No c) No sé

por que es muy grande la alberca

2. ¿Crees que los datos numéricos planteados en el problema corresponden a lo que ocurre en las competencias reales de natación?
Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

a) Sí b) No c) No sé

no se

Figura 21. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema

Justificación a la pregunta 1: *Porque es muy grande la alberca.*

Ejemplo 3

1. ¿Crees que esta situación pueda suceder en la vida real?
Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

a) Sí b) No c) No sé

No porque si es una competencia todos los nadadores deben nadar la misma distancia, porque sino quedarían descalificados.

2. ¿Crees que los datos numéricos planteados en el problema corresponden a lo que ocurre en las competencias reales de natación?
Subraya la respuesta que más te parezca y describe tus razones.

a) Sí b) No c) No sé

En las competencias todos los nadadores deben de empezar igual y recorrer lo mismo, es lo que pienso ya que hace 4 años fui a una escuela de natación y participe en 203 competencias de mi escuela.

Figura 22. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema

Justificación a la pregunta 1: *No, porque si es una competencia, todos los nadadores deben nadar la misma distancia, porque si no quedarían descalificados.*

Justificación a la pregunta 2: *En las competencias todos los nadadores deben de empezar igual y recorrer lo mismo, es lo que pienso yo que hace 4 o 5 años fui a una escuela de natación y participé en 203 competencias de mi escuela.*

Se observó que ningún alumno menciona explícitamente que las medidas de las albercas para competencias normalmente poseen medidas de 50 o 25 ms. Esto puede deberse a que los alumnos estudiados no han tenido experiencia previa con la actividad de natación en una alberca olímpica. También es posible que, aún cuando hayan tenido dicha experiencia, desconozcan las medidas de dichas albercas. De hecho, varios de los alumnos mencionan que nunca han estado en competencias de natación y es por esto que posiblemente no conocen esta información.

Por otro lado, existen algunos alumnos que parecen tener noción de que 1 km es una distancia significativamente larga, por lo que sería difícil para una persona nadarla. También hay alumnos que comprenden que los competidores deben nadar la misma distancia durante la misma competencia. Nuevamente, es posible observar que existen alumnos que son capaces de detectar errores relacionados a la autenticidad de este problema cuando se les invita hacerlo.

3.2 Análisis de la aplicación de la segunda prueba

La segunda prueba fue diseñada con el mismo objetivo de explorar la interacción estudiantil con los problemas de esta naturaleza para lo cual se diseñó un cuestionario que consta de tres partes distintas, cada una relacionada a uno de siguientes problemas:

- *Recolectando insectos*
- *Elaboración de bolillos*
- *La altura de una jirafa*

Al igual que la primera prueba, la segunda prueba está diseñada con el objetivo de investigar las habilidades que poseen los alumnos para detectar errores en problemas mal planteados, observar

cómo re-formulan dichos problemas (si es que lo hacen) y, finalmente, indagar sobre su conocimiento de los contextos irreales en los problemas no auténticos.

Dicha prueba se aplicó a 22 alumnos de grados 2° y 3° de secundaria, provenientes de un colegio ubicado en la ciudad de Puebla, México.

3.2.1 Primera parte del instrumento – Recolectando insectos

En cuanto al problema *Recolectando insectos*, las respuestas y procedimientos de los alumnos para resolver el problema se categorizaron de la siguiente manera:

1. El alumno hace caso omiso del dato correspondiente a los 80 insectos y realiza la división de 402 fotografías entre los 6 ángulos por insecto para obtener el resultado de 67 especímenes.

(n = 8) (Total = 22)

Ejemplo 1

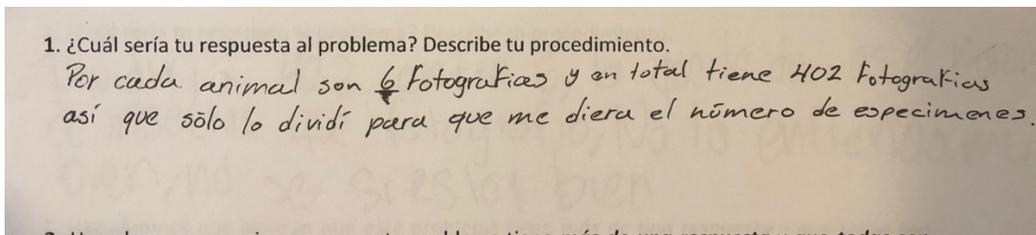


Figura 23. Ejemplo de procedimiento de solución del problema

Respuesta: 67 especímenes

Justificación: Por cada animal son 6 fotografías y en total tiene 402 fotografías así que sólo lo dividí para que me diera el número de especímenes.

Ejemplo 2

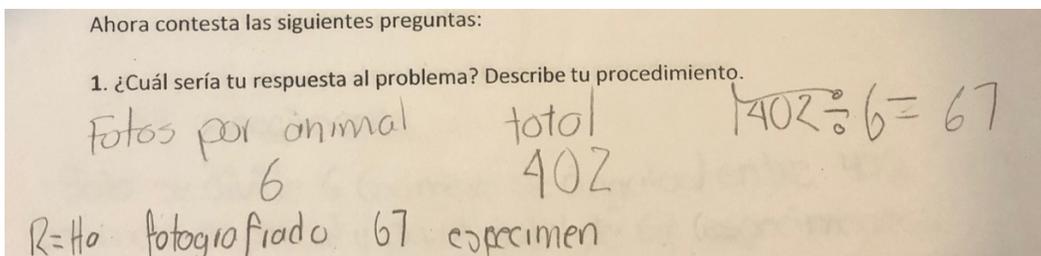


Figura 24. Ejemplo de procedimiento de solución del problema

Respuesta: 67 especímenes

Justificación: Fotos por animal: 6. Total: 42. $402 / 6 = 67$.

Ejemplo 3

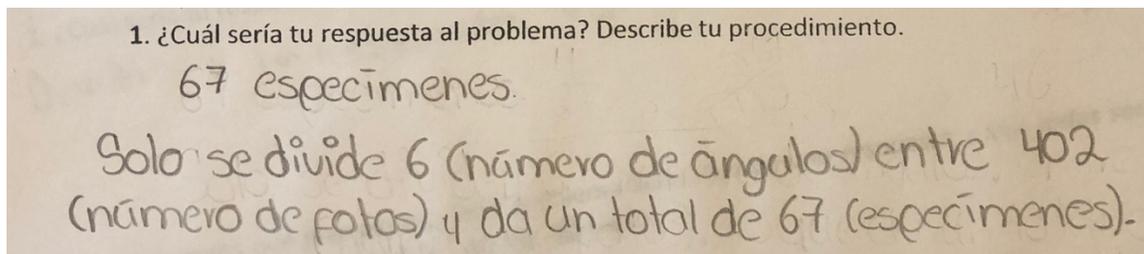


Figura 25. Ejemplo de procedimiento de solución del problema

Respuesta: 67 especímenes.

Justificación: Solo se divide 6 (número de ángulos) entre 402 (número de fotos) y da un total de 67 (especímenes).

2. El alumno utiliza el dato de 80 insectos para proporcionar una respuesta y/o argumentar que el problema está mal planteado.

(n=5)

Ejemplo 1

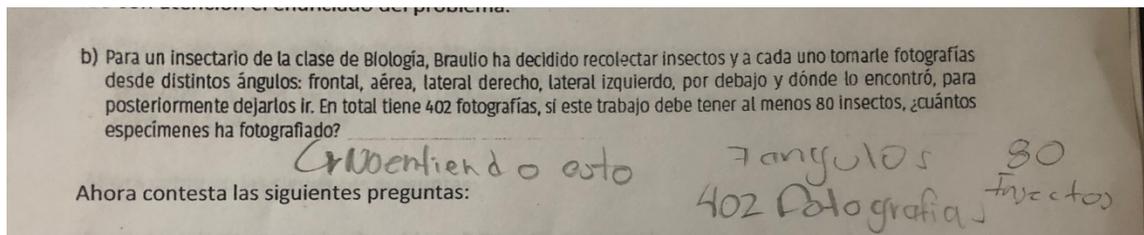


Figura 26. Ejemplo de procedimiento de solución del problema

Respuesta: 80 insectos

Justificación: No entiendo esto. 7 ángulos, 402 fotografías, 80 insectos.

Ejemplo 2

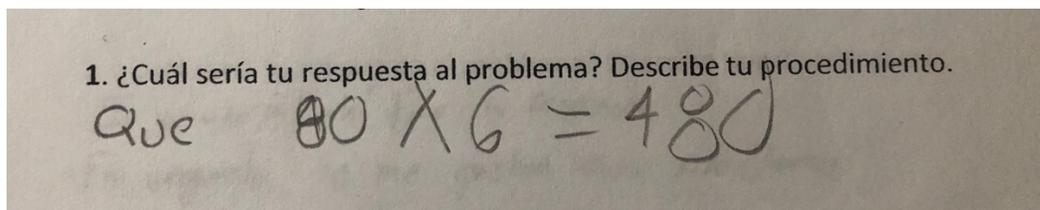


Figura 27. Ejemplo de procedimiento de solución del problema

Respuesta / justificación: $80 \times 6 = 480$

Observación: Aparentemente, el alumno considera que se han fotografiado 80 insectos, como sugiere el problema, y se han tomado 6 ángulos para cada uno lo que da un total de 480 fotografías.

Ejemplo 3

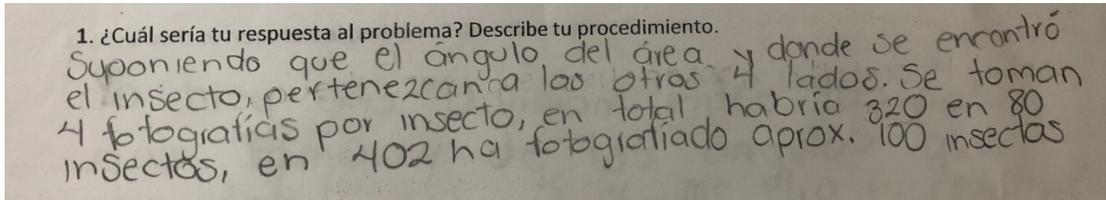


Figura 28. Ejemplo de procedimiento de solución del problema

Respuesta: 100 insectos

Justificación: Suponiendo que el ángulo del área y donde se encontró el insecto pertenezcan a los otros 4 lados. Se toman 4 fotografías por insecto, en total habría 320 en 80 insectos, en 402 ha fotografiado aprox. 100 insectos.

Observación: El alumno considera que solamente se existen 4 ángulos a fotografiar para cada insecto por lo que concluye que para un total de 80 insectos se deben tener 320 fotografías. Posteriormente utiliza el dato de 402 fotografías para concluir que se han fotografiado aproximadamente 100 insectos. El alumno intenta dar sentido a todos los datos proporcionados en el problema para llegar a un resultado.

En cuanto a la primera parte del cuestionario, se encontró que solamente 1 alumno de 22 menciona que el problema *Recolectando insectos* tiene más de una respuesta debido a la siguiente razón:

- a) El número de fotos por insecto puede variar

A continuación se muestra el ejemplo de la justificación de dicho alumno.

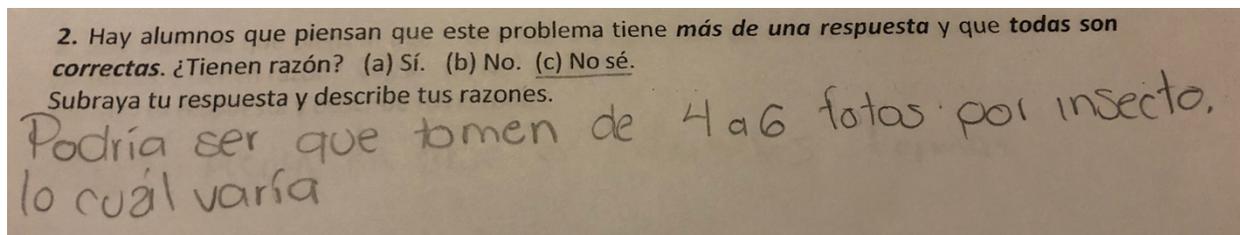


Figura 29. Ejemplo de justificación de la existencia de múltiples respuestas al problema

Justificación: Podría ser que tomen de 4 a 6 fotos por insecto, lo cual varía.

Se encontró que 4 alumnos argumentan que el problema solamente cuenta con una única respuesta por alguna de las siguientes razones:

- a) Utilizando el procedimiento correcto se obtiene una única solución
- b) La cantidad de insectos es exacta
- c) No pueden existir más respuestas

Algunas de las justificaciones se muestran a continuación.

Ejemplo 1.

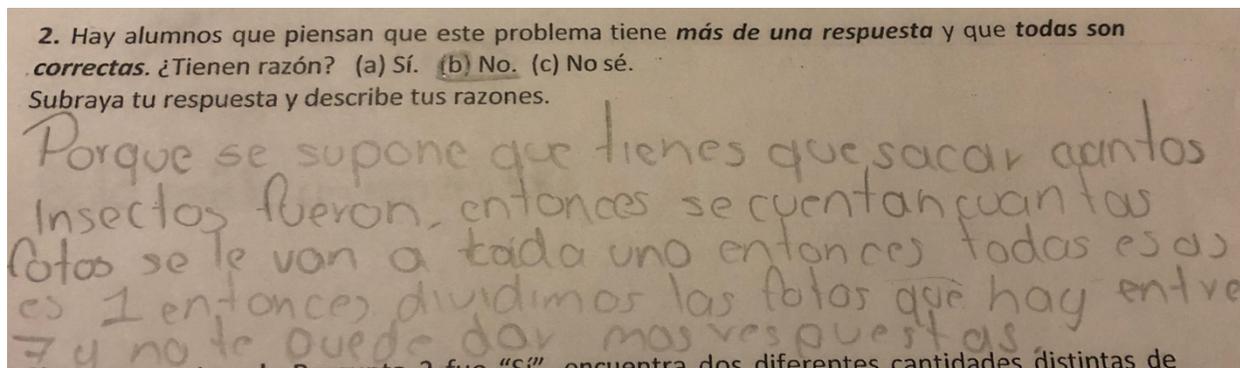


Figura 30. Ejemplo de justificación de la existencia de una única respuesta al problema

Justificación: Porque se supone que tienes que sacar cuántos insectos fueron, entonces se cuentan cuántas fotos se le van a cada uno, entonces todas es de 1, entonces dividimos las fotos que hay entre 7 y no te puede dar más respuestas.

Ejemplo 2.

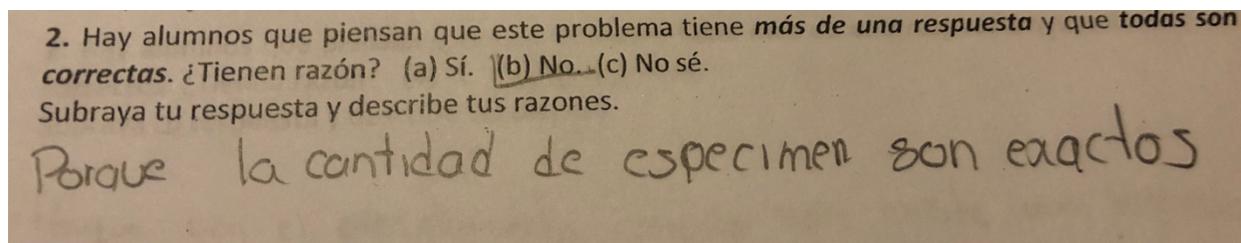


Figura 31. Ejemplo de justificación de la existencia de una única respuesta al problema

Justificación: Porque la cantidad de especímenes son exactos.

Ejemplo 3.

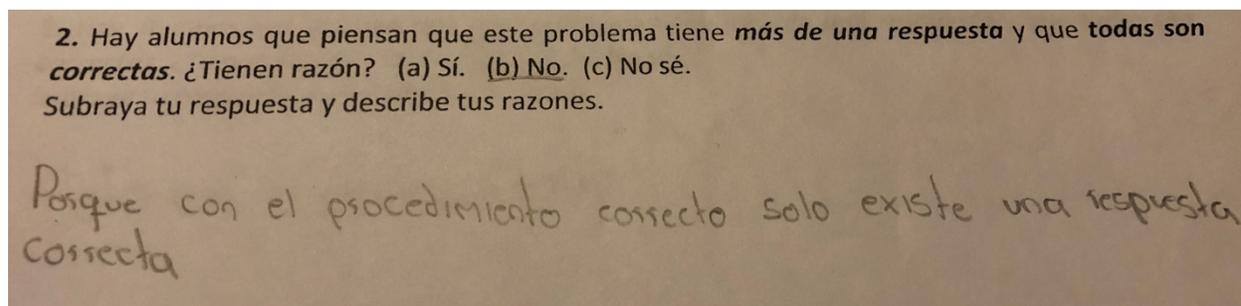


Figura 32. Ejemplo de justificación de la existencia de una única respuesta al problema

Justificación: Porque con el procedimiento correcto solo existe una respuesta correcta.

Nuevamente, es posible observar que los alumnos, en su mayoría, indican que el problema no puede poseer múltiples respuestas, lo que confirma lo observado en los resultados de la prueba anterior y los resultados de las investigaciones antes mencionadas.

3.2.2 Segunda parte del instrumento – *Elaboración de bolillos*

En cuanto a la segunda parte del cuestionario, se observó que 12 alumnos de 22 indican que el problema *Elaboración de bolillos* está planteado incorrectamente debido a una o varias de las siguientes razones:

- a) Los datos son insuficientes
- b) No se menciona la cantidad necesaria de harina

A continuación, se muestran algunos ejemplos de las justificaciones los alumnos.

Ejemplo 1.

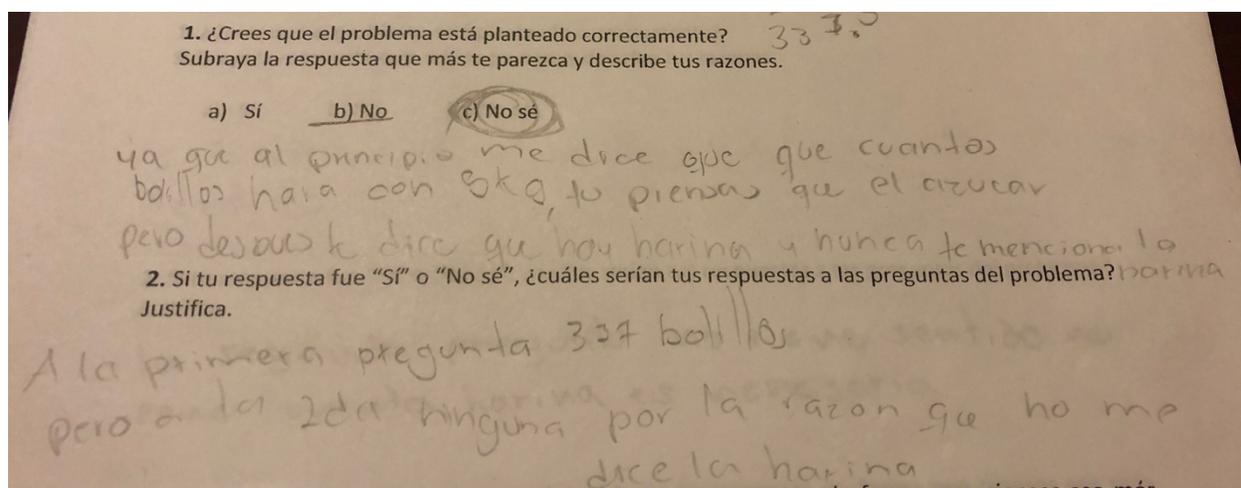


Figura 33. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente

Justificación a la primera pregunta: No sé, ya que al principio me dice que cuántos bolillos hará con 5 kg, tú piensas que es azúcar, pero después te dice que hay harina y nunca te menciona la harina.

Justificación a la segunda pregunta: A la primera pregunta 337 bolillos pero la segunda ninguna por la razón que no me dice la harina.

Ejemplo 2.

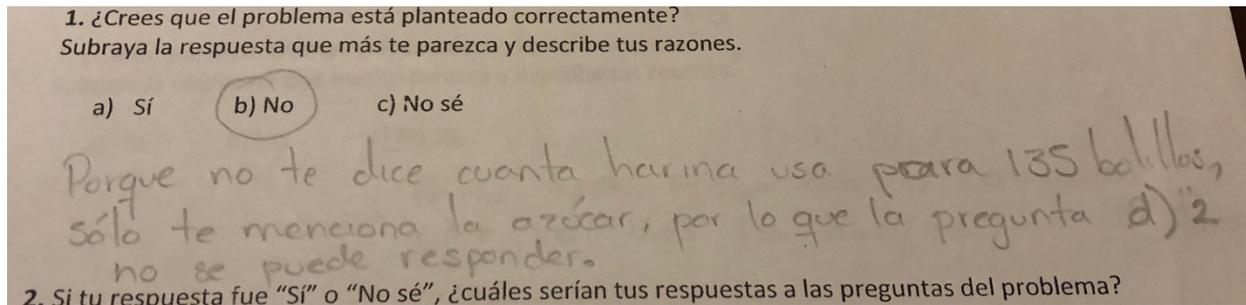


Figura 34. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente

Justificación: No. Porque no te dice cuánta harina usa para 135 bolillos, sólo te menciona la azúcar, por lo que la pregunta 2 no se puede responder.

Ejemplo 3.

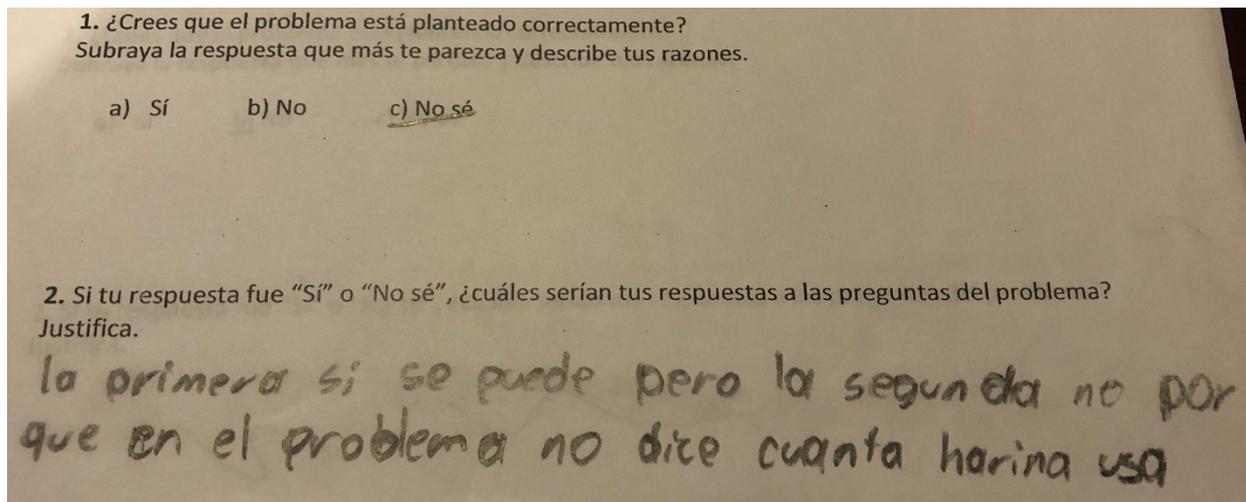


Figura 35. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente

Justificación a la segunda pregunta: La primera sí se puede, pero la segunda no porque en el problema no dice cuánta harina usa.

Lo anterior muestra que un poco más mitad, 12 de 22, de los alumnos estudiados mediante esta prueba poseen la habilidad de detectar cuándo un problema tiene datos faltantes cuando se les invita a analizar el problema antes de resolverlo. Esto, nuevamente, sugiere que una posible manera de

remediar el fenómeno del problema de *La Edad Del Capitán* es invitar a los alumnos analizar los problemas verbales y determinar si están planteados correctamente.

Se observó que 3 de los 22 alumnos reformulan el problema de manera coherente, a continuación se muestran ejemplos de dichas reformulaciones.

Ejemplo 1.

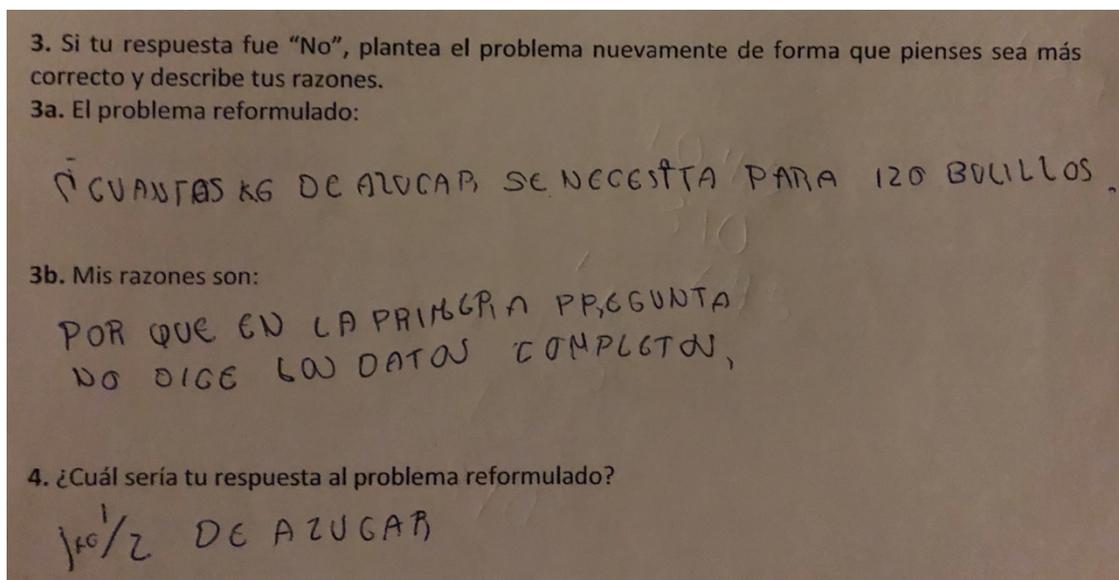


Figura 36. Ejemplo de reformulación del problema

Problema reformulado: ¿Cuántos kg de azúcar se necesitan para 120 bolillos?

Razones: Porque en la primera pregunta no dice los datos completos.

Respuesta: 1.5 kg de azúcar.

Ejemplo 2.

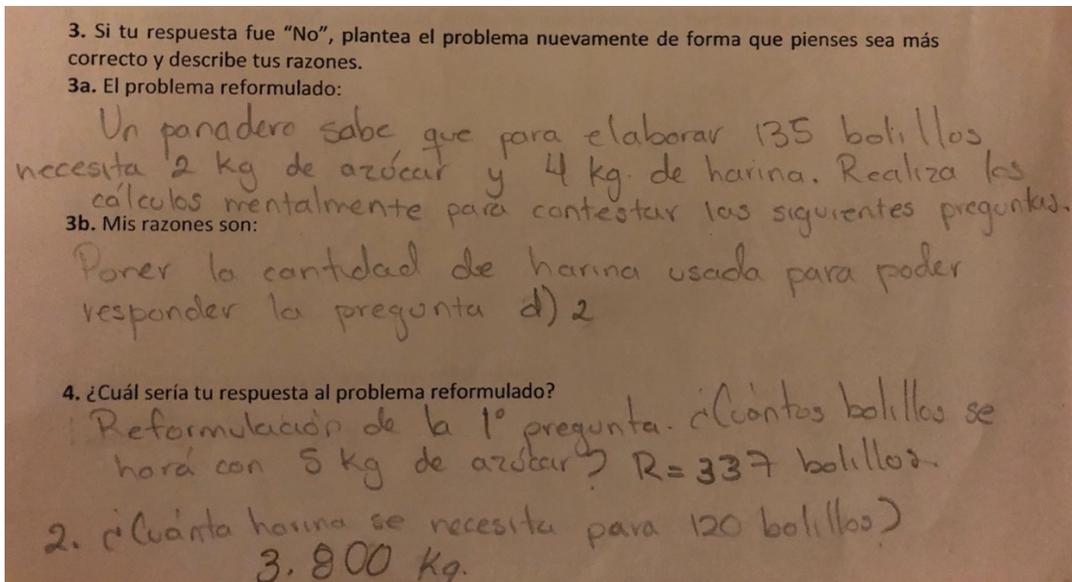


Figura 37. Ejemplo de reformulación del problema

Problema reformulado: Un panadero sabe que para elaborar 135 bolillos necesita 2 kg de azúcar y 4kg de harina. Realiza los cálculos mentalmente para contestar las siguientes preguntas.

¿Cuántos bolillos se harán con 5 kg de azúcar?

¿Cuánta harina se necesita para 120 bolillos?

Razones: Poner la cantidad de harina usada para poder responder la pregunta 2.

Respuesta: 337 bolillos, 3.800 kg.

Ejemplo 3.

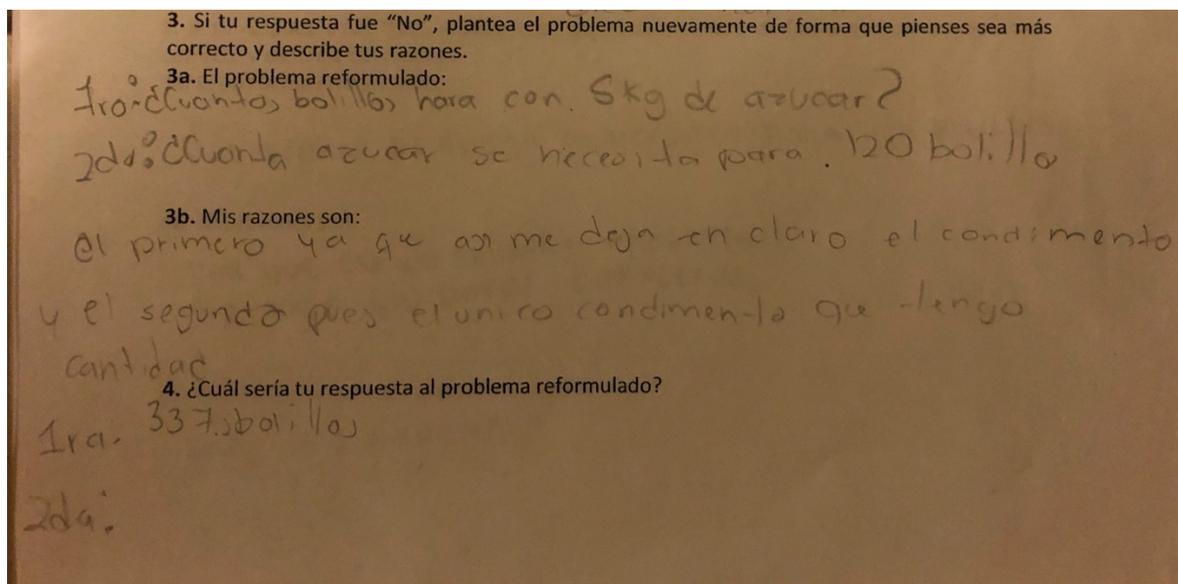


Figura 38. Ejemplo de reformulación del problema

Problema reformulado: ¿Cuántos bolillos hará con 5kg de azúcar? ¿Cuánta azúcar se necesita para 120 bolillos?

Razones: El primero ya que así me deja en claro el condimento y el segundo pues el único condimento que tengo cantidad.

Respuesta: 337 bolillos.

En estos ejemplos es posible observar que, a pesar de que los alumnos reformulan el problema de manera coherente, no proporcionan respuestas correctas a sus propias reformulaciones. Esto puede deberse a que estos alumnos poseen habilidades de pensamiento crítico lo suficientemente desarrolladas como para detectar los errores en problemas mal planteados pero sus habilidades matemáticas aún son deficientes.

3.2.3 Tercera parte del instrumento – *La altura de una jirafa*

En cuanto a la tercera parte del cuestionario, se encontró que ningún alumno de los 22 indica que los datos en el problema *La altura de una jirafa* no corresponden con las alturas posibles de una jirafa real.

Únicamente 4 alumnos utilizan algún método correcto de resolución de problemas proporcionales para obtener la respuesta correcta. A continuación se muestran ejemplos de dichos procedimientos.

Ejemplo 1.

1. ¿Cuál sería tu procedimiento para encontrar la altura de la jirafa?
Describe el procedimiento, proporciona tu respuesta y justifica.

Alczer una regla de 3, es decir

1. 50m	— 60m	150 x 36 ÷ 6 = 9?
c?	— 36cm	

Altura de Juan — 6cm
1. 50m
Altura jirafa — 36cm
c? Imágen

Figura 39. Ejemplo de solución al problema

Justificación: Hacer una regla de tres.

Ejemplo 2.

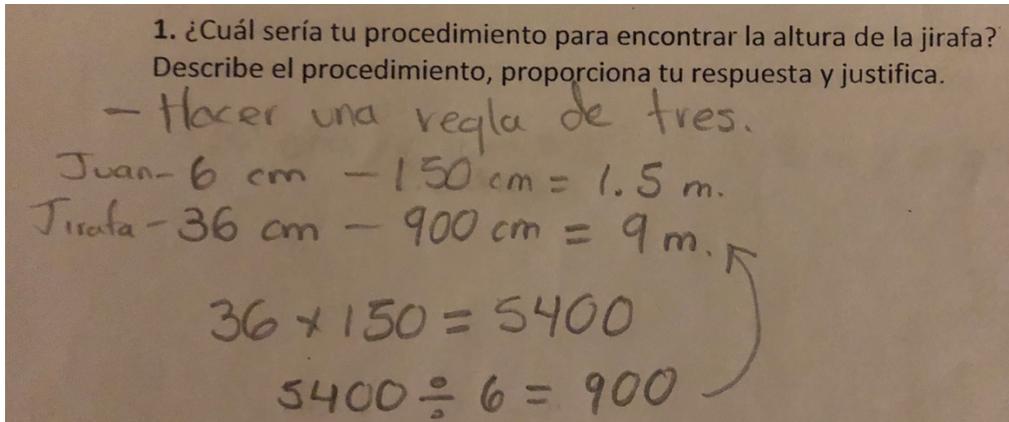


Figura 40. Ejemplo de solución al problema

Justificación: Hacer una regla de tres

Ejemplo 3

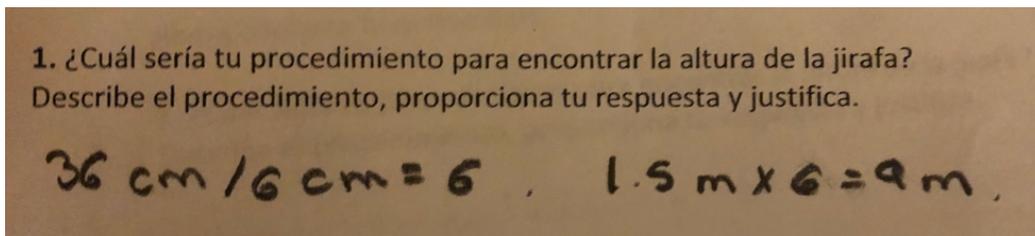


Figura 41. Ejemplo de solución al problema

Así como con el problema *Una Prueba de Natación*, los alumnos no logran detectar los datos no auténticos en el problema *La Altura de una Jirafa*. Esto puede deberse a que estos alumnos no han tenido experiencia previa con estos animales.

En cuanto a los métodos de resolución de los alumnos, solamente 4 de los alumnos estudiados logran resolver el problema de manera adecuada.

3.3 Análisis de la aplicación de la tercera prueba

La tercera y última prueba se diseñó con los mismos problemas contenidos en la segunda prueba:

- *Recolectando insectos*
- *Elaboración de bolillos*
- *La altura de una jirafa*

Las preguntas relacionadas al problema *Elaboración de bolillos* se formularon de la misma manera en esta prueba, mientras que las preguntas relacionadas a los problemas *La altura de una jirafa* y *Recolectando insectos* se modificaron con el fin de observar distintas habilidades de pensamiento crítico por parte de los alumnos.

Se aplicó dicha prueba a un grupo de 23 alumnos de segundo y tercer grado de secundaria de un colegio ubicado en la ciudad de Puebla, México.

3.3.1 Primera parte del instrumento – Recolectando insectos

En cuanto al problema *Recolectando insectos*, las respuestas y procedimientos de los alumnos para resolver el problema se categorizaron de la siguiente manera:

1. El alumno hace caso omiso del dato correspondiente a los 80 insectos y realiza la división de 402 fotografías entre los 6 ángulos por insecto para obtener el resultado de 67 especímenes.

(n = 6) (Total = 23)

Ejemplo 1

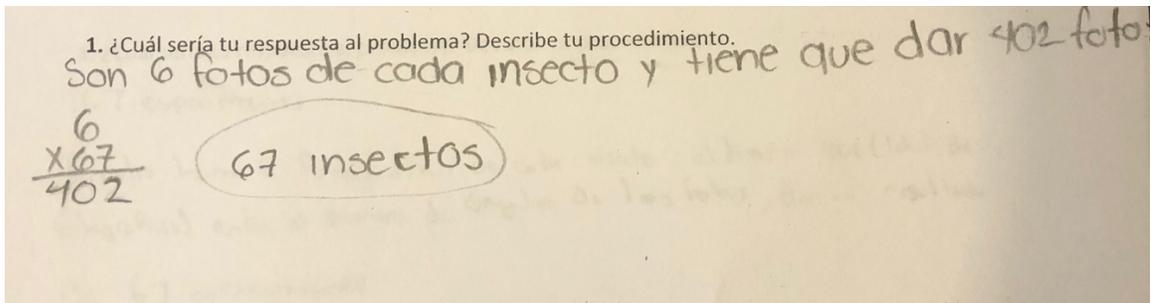


Figura 42. Ejemplo de procedimiento y respuesta al problema

Respuesta: 67 insectos

Justificación: Son 6 fotos de cada insecto y tiene que dar 402 fotos

Ejemplo 2

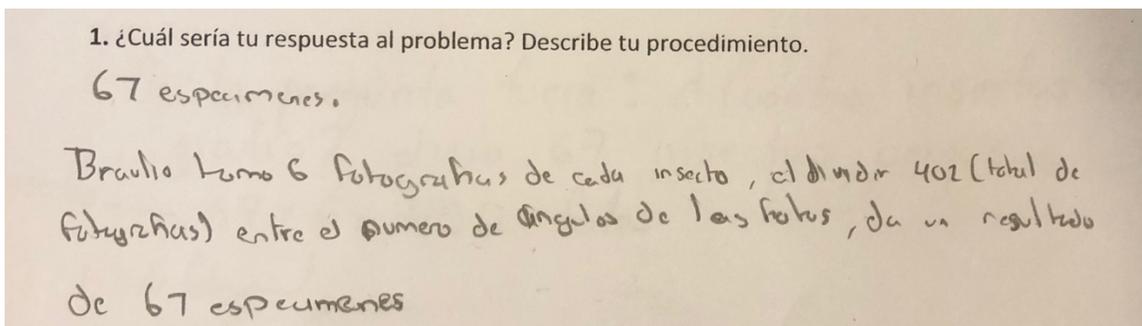


Figura 43. Ejemplo de procedimiento y respuesta al problema

Respuesta: 67 especímenes

Justificación: Braulio tomó 6 fotografías de cada insecto, al dividir 402 (total de fotografías) entre el número de ángulo de las fotos, da un resultado de 67 especímenes.

Ejemplo 3

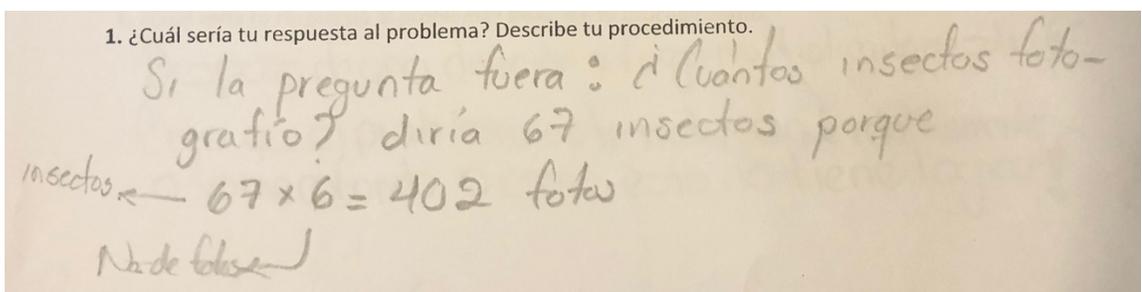


Figura 44. Ejemplo de procedimiento y respuesta al problema

Respuesta: 67 insectos

Justificación: Si la pregunta fuera: ¿Cuántos insectos fotografió? Diría 67 insectos porque $67 \text{ (insectos)} \times 6 \text{ (no. De fotos)} = 402 \text{ fotos}$

2. El alumno utiliza el dato de 80 insectos para proporcionar una respuesta y/o argumentar que el problema está mal planteado.

(n = 5)

Ejemplo 1.

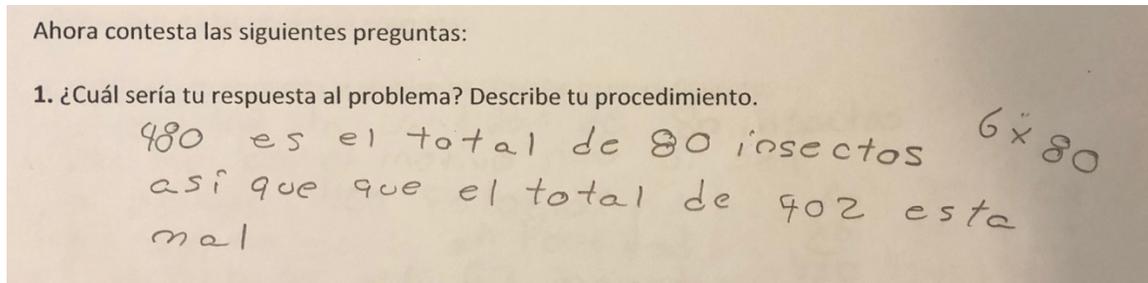


Figura 45. Ejemplo de solución al problema utilizando el dato de 80 insectos

Respuesta: 80 insectos

Justificación: 480 es el total de 80 insectos (6×80) así que el total de 402 está mal.

Ejemplo 2.

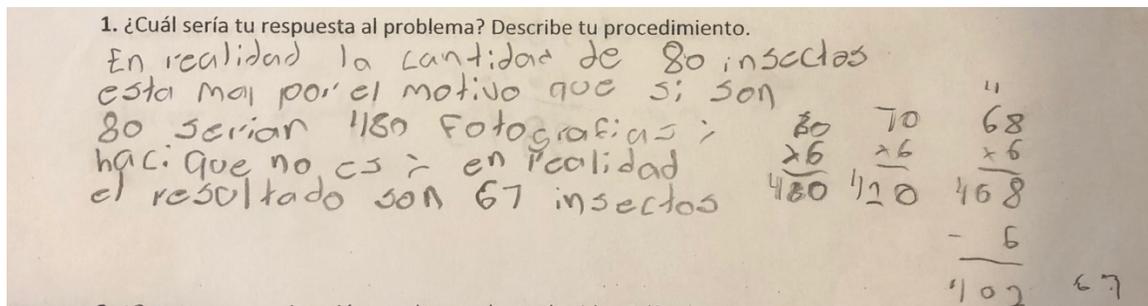


Figura 46. Ejemplo de solución al problema utilizando el dato de 80 insectos

Respuesta: 67 insectos

Justificación: En realidad la cantidad de 80 insectos está mal por el motivo que si son 80 serían 480 fotografías así que no es en realidad el resultado. Son 67 insectos.

Ejemplo 3.

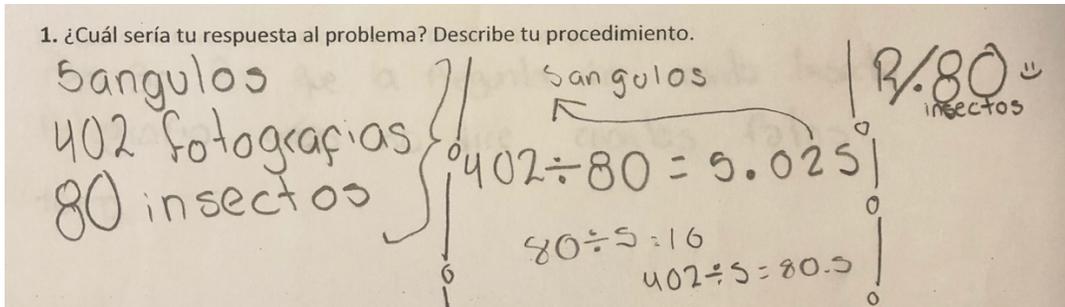


Figura 47. Ejemplo de solución al problema utilizando el dato de 80 insectos

Respuesta: 80 insectos

Justificación: 5 ángulos, 402 fotografías, 80 insectos.

3. Otras respuestas y respuestas en blanco.

(n = 12)

De los 23 alumnos, 5 de ellos indican que el problema tiene errores, sin embargo, ninguno de ellos argumenta que existen múltiples respuestas posibles. Nuevamente, es posible observar que persiste una creencia acerca de la existencia de una única solución para cada problema verbal.

En cuanto a la segunda pregunta sobre la autenticidad del problema, únicamente 4 alumnos del total de 22, indican que la situación podría no ocurrir debido a una o varias de las siguientes razones:

- a) Es difícil capturar insectos
- b) Es difícil tomar fotografías a insectos
- c) Existen insectos peligrosos

Ejemplo 1.

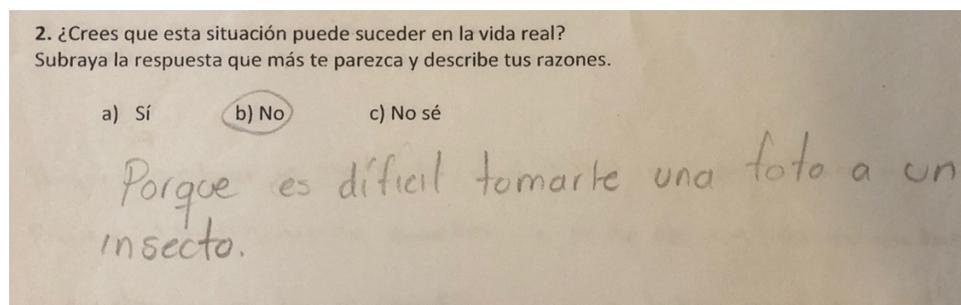


Figura 48. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema

Respuesta: No

Justificación: Porque es difícil tomarle una foto a un insecto.

Ejemplo 2.

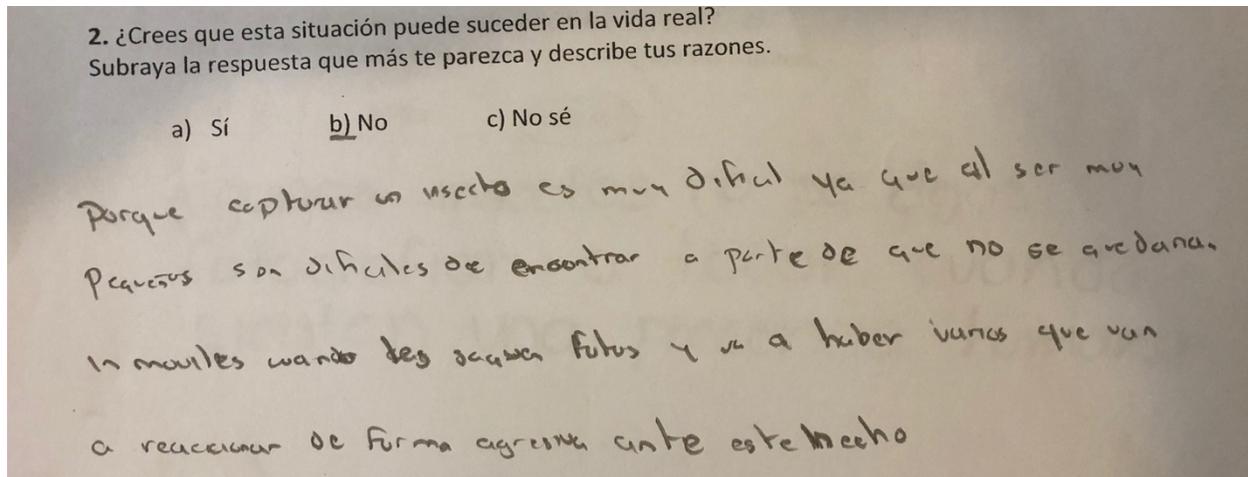


Figura 49. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema

Respuesta: No

Justificación: Porque capturar un insecto es muy difícil ya que al ser muy pequeños son difíciles de encontrar, a parte que no se quedan inmóviles cuando les sacas fotos y va a haber varios que van a reaccionar de forma agresiva ante este hecho.

Ejemplo 3

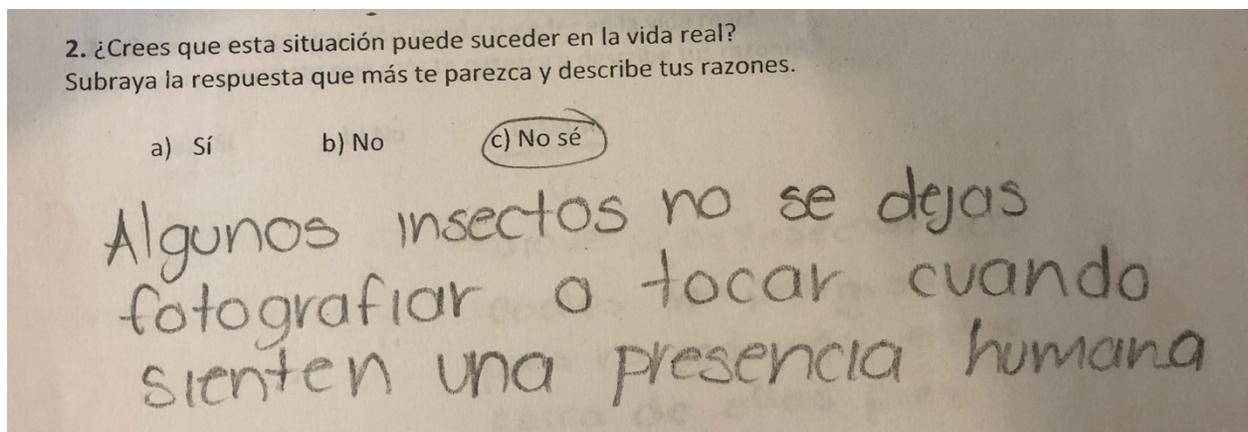


Figura 50. Ejemplo de justificación de la no-autenticidad del problema

Respuesta: No sé.

Justificación: Algunos insectos no se dejan fotografiar o tocar cuando sienten una presencia humana.

Por otro lado, existe un alumno que proporciona una explicación sobre la incoherencia presente con el dato relacionado a los 80 insectos. A continuación se muestra su justificación.

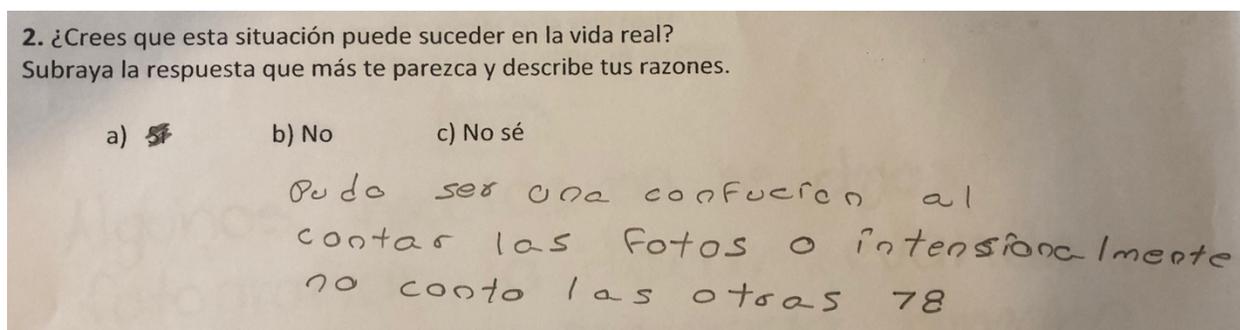


Figura 51. Ejemplo de justificación de la incoherencia del problema

Respuesta: Sí.

Justificación: Pudo ser una confusión al contar las fotos o intencionalmente no contó las otras 78.

Estos resultados sugieren que existen alumnos que consideran que esta situación no puede suceder en la vida real. Sin embargo, la actividad de recolección de insectos por parte de estudiantes de licenciaturas y posgrados en biología es común, pero es de esperarse que alumnos de educación básica no posean dicha información.

3.3.2 Segunda parte del instrumento – Elaboración de bolillos

En cuanto a la segunda parte del cuestionario, se observó que 8 alumnos de 23 indican que el problema *Elaboración de bolillos* está planteado incorrectamente debido a una o varias de las siguientes razones:

- a) Los datos son insuficientes
- b) No se menciona la cantidad necesaria de harina

Ejemplo 1

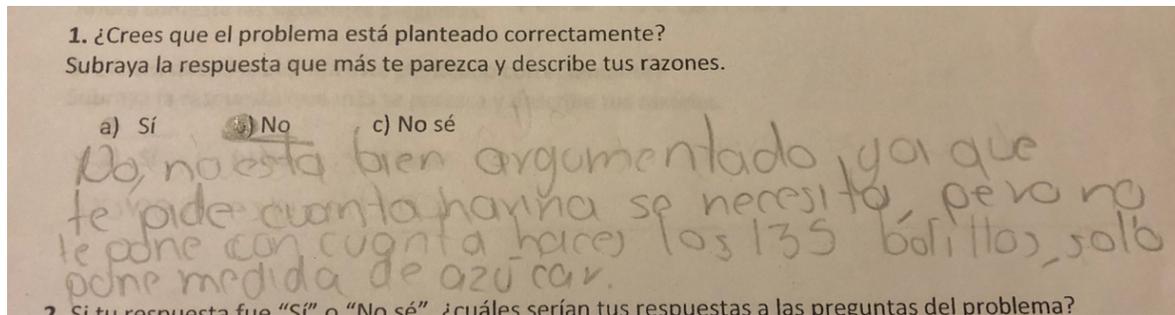


Figura 52. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente

Respuesta: No

Justificación. No está bien argumentado ya que te pide cuánta harina se necesita, pero no te pone con cuánta haces los 135 bolillos, solo pone medida de azúcar.

Ejemplo 2

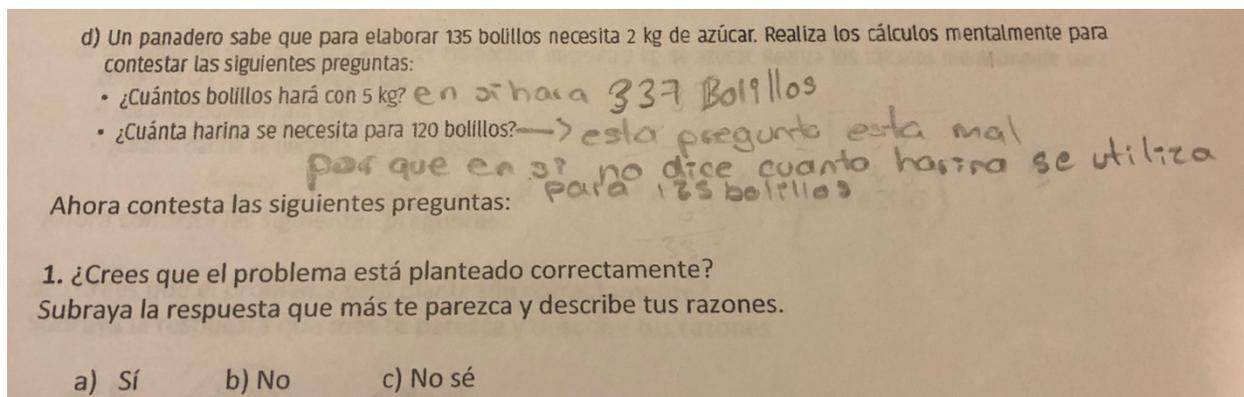


Figura 53. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente

Justificación: Esta pregunta está mal porque en sí no dice cuánta harina se utiliza para 135 bolillos.

Ejemplo 3

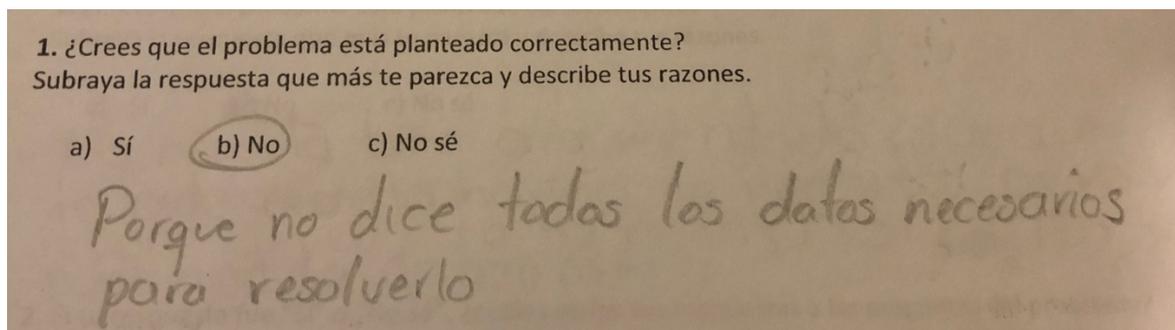


Figura 54. Ejemplo de justificación de por qué el problema está planteado incorrectamente

Respuesta: No

Justificación: Porque no dice todos los datos necesarios para resolverlo.

Así como con los errores orto-tipográficos, parece ser más sencillo para los alumnos detectar datos faltantes en los problemas verbales mal planteados que la existencia de múltiples respuestas.

Se observó que 6 de los 23 alumnos reformulan el problema de manera coherente, a continuación se muestran algunos ejemplos de dichas reformulaciones.

Ejemplo 1

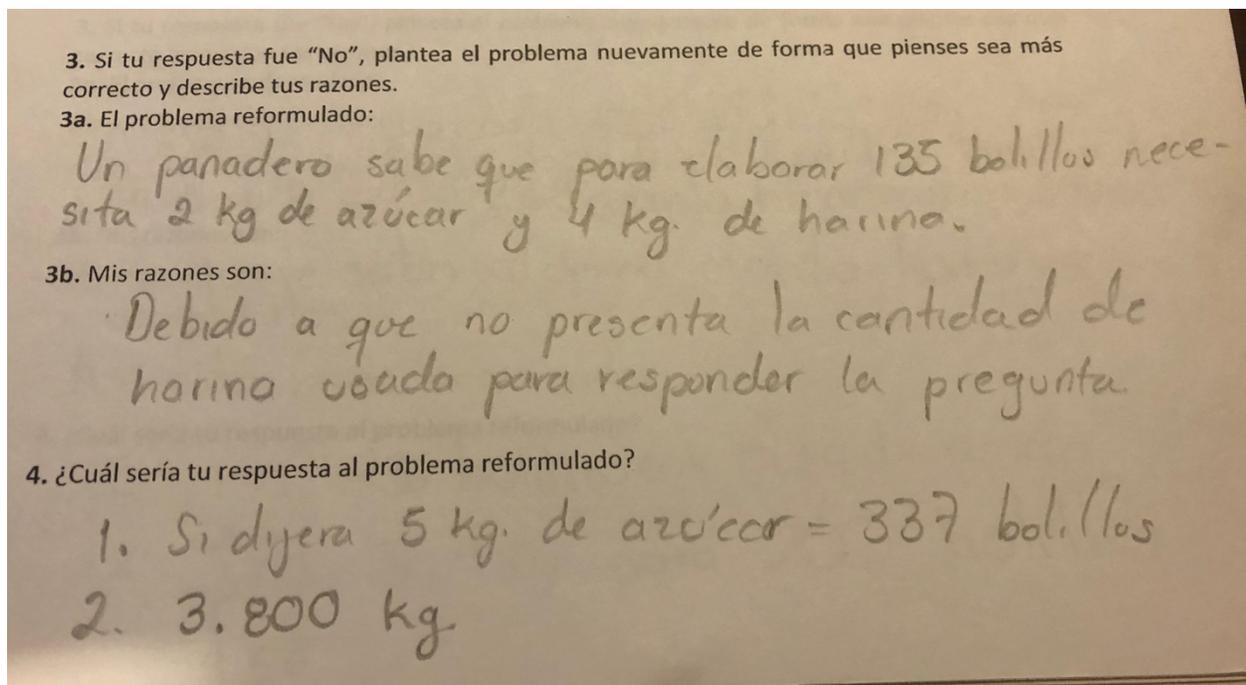


Figura 55. Ejemplo de reformulación del problema

Problema reformulado: Un panadero sabe que para elaborar 135 bolillos necesita 2 kg de azúcar y 4 kg de harina

Razones: Debido a que no presenta la cantidad de harina usada para responder la pregunta.

Respuestas al problema reformulado: 1 – Si dijera 5 kg de azúcar = 337 bolillos. 2 – 3.800 kg.

Ejemplo 2

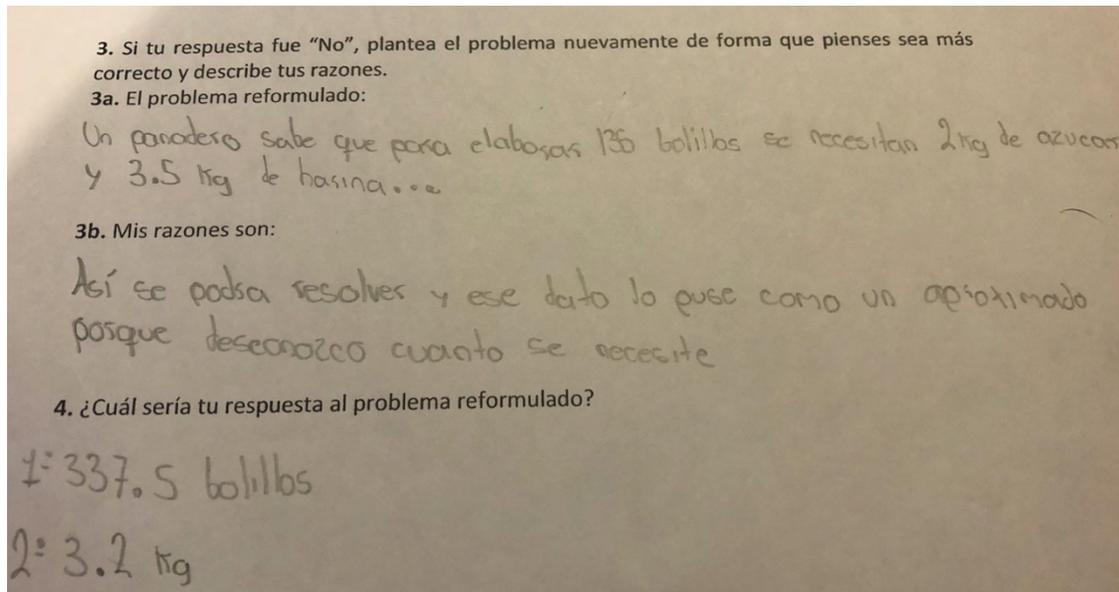


Figura 56. Ejemplo de reformulación del problema

Problema reformulado: Un panadero sabe que para elaborar 135 bolillos se necesitan 2 kg de azúcar y 3.5 kg de harina...

Razones: Así se podría resolver y ese dato lo puse como un aproximado porque desconozco cuánto se necesita.

Respuestas al problema reformulado: 1- 337.5 bolillos 2- 3.2 kg.

Ejemplo 3.

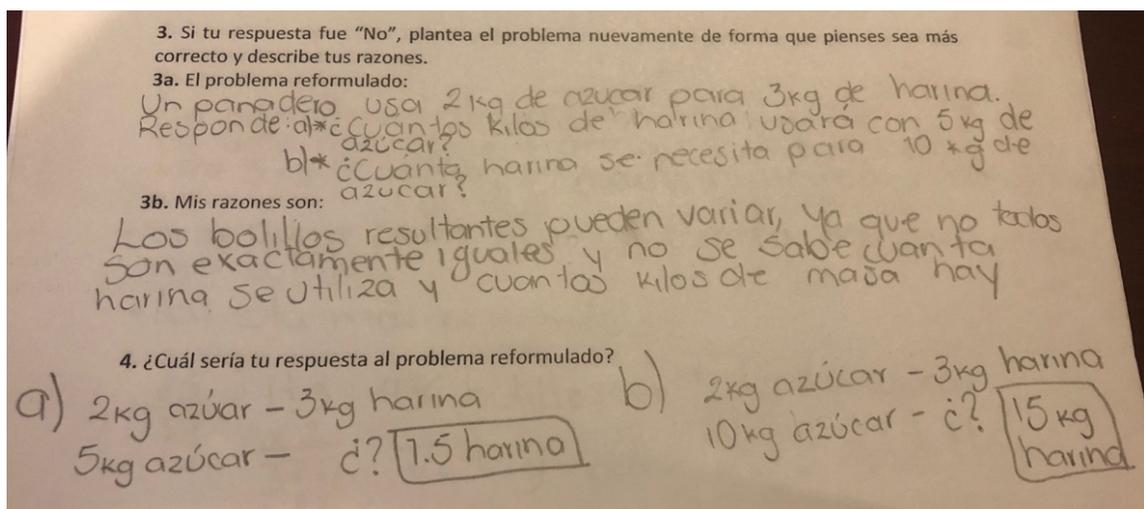


Figura 57. Ejemplo de reformulación del problema

Problema reformulado: Un panadero usa 2 kg de azúcar para 3 kg de harina. Responde a) ¿Cuántos kilos de harina usará con 5 kg de azúcar? b) ¿Cuánta harina se necesita para 10 kg de azúcar?

Razones: Los bolillos resultantes pueden variar, ya que no todos son exactamente iguales y no se sabe cuánta harina se utiliza y cuántos kilos de masa hay.

Respuestas al problema reformulado: a) 7.5 harina b) 15 kg harina

Se puede observar que, aún cuando los alumnos reformulan los problemas de manera coherente, aún cometen errores al proporcionar las respuestas correspondientes. Esto de nuevo confirma lo observado en las pruebas anteriores, es decir, existen alumnos que logran comprender que existen errores de planteamiento en el problema pero que aún poseen deficiencias en habilidades matemáticas.

3.3.3 Tercera parte del instrumento – *La altura de una jirafa*

En esta parte de la prueba se proporciona el procedimiento y el resultado correcto ya que el objetivo no era evaluar sus habilidades aritméticas sino observar si los alumnos notaban que la altura de la jirafa no puede ser real. Se observó que ningún alumno de los 23 indica que el resultado en el problema no corresponde con la altura posible de una jirafa real.

A continuación se muestran ejemplos de sus justificaciones.

Ejemplo 1

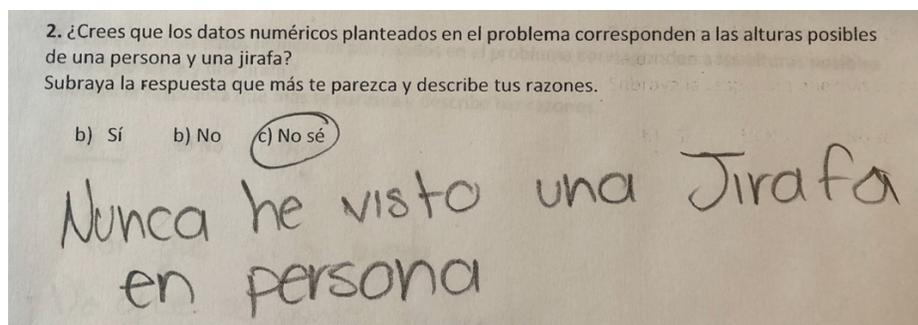


Figura 58. Ejemplo de justificación correspondiente a la pregunta de autenticidad del problema

Respuesta: No sé

Razones: Nunca he visto una jirafa en persona.

Ejemplo 2

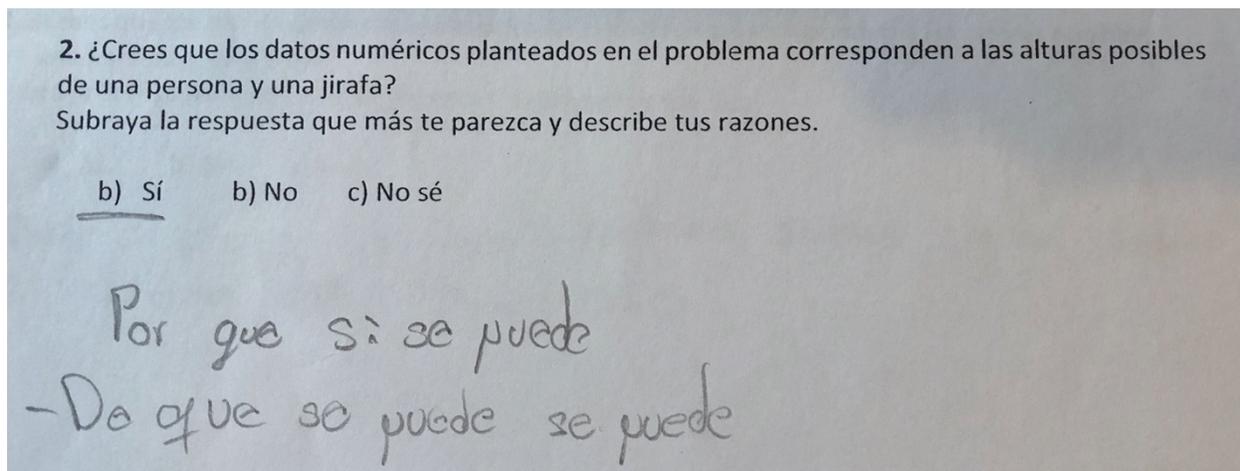


Figura 59. Ejemplo de justificación correspondiente a la pregunta de autenticidad del problema

Respuesta: Sí

Razones: Porque sí se puede. De que se puede, se puede.

Ejemplo 3

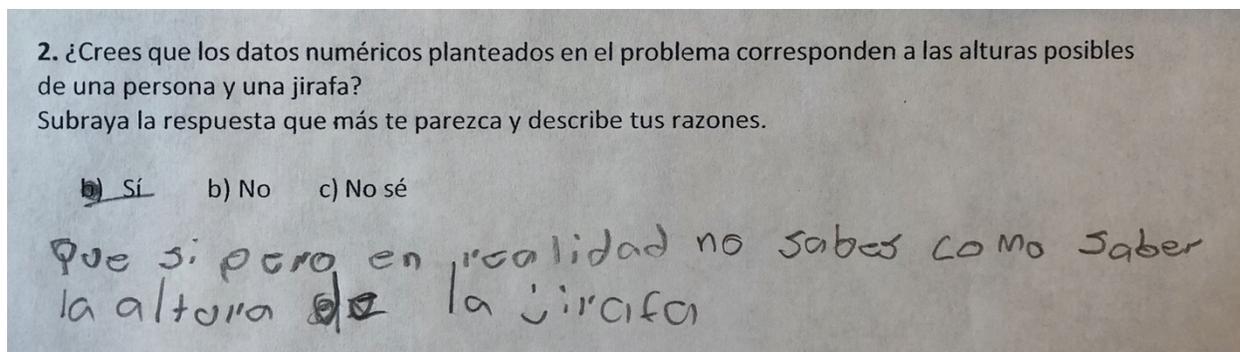


Figura 60. Ejemplo de justificación correspondiente a la pregunta de autenticidad del problema

Respuesta: Sí

Razones: Que sí, pero en realidad no sabes cómo saber la altura de una jirafa.

Estos resultados pueden deberse a que ninguno de los alumnos ha tenido experiencia previa con estos animales. Sin embargo, en la siguiente sección se podrá observar que, mediante el uso de dispositivos con acceso a internet, existen alumnos que logran determinar que los contextos son irreales en problemas en los problemas no auténticos de *La altura de una jirafa* y *Una prueba de natación*.

3.4 Entrevistas con acceso a internet

Las dos entrevistas se diseñaron cada una en torno a uno de los dos siguientes problemas no auténticos:

- *Una prueba de natación*
- *La altura de una jirafa*

Cada entrevista se aplicó a 5 estudiantes por lo que se realizaron 10 entrevistas a alumnos de secundaria que cursaban un taller de preparación para olimpiadas de matemáticas provenientes de la ciudad de Puebla, México.

Dichas entrevistas fueron de naturaleza semi-estructurada y se realizaron con el fin de indagar sobre las concepciones que tenían los alumnos con respecto a los datos contenidos en el problema correspondiente.

Durante las entrevistas se pidió a los alumnos que leyeran en voz alta dicho problema y que señalaran si, en su opinión, la situación podía suceder en la vida real. Posteriormente, se pidió a los alumnos que, con la ayuda de una computadora portátil, consultaran alguna fuente para verificar si los datos numéricos planteados en el problema correspondían con datos reales.

Se grabó el audio de dichas entrevistas y la pantalla de la computadora portátil que utilizaron los alumnos con el fin de observar la interacción entre el alumno y la computadora.

3.4.1 Análisis de las entrevistas correspondientes al problema *Una Prueba de Natación*

Esta entrevista se aplicó a 5 alumnos de grados entre primero y tercero de secundaria provenientes de distintos colegios en la ciudad de Puebla, México, que cursaban un taller preparativo para

olimpiadas de matemáticas. Los nombres de dichos alumnos han sido modificados para resguardar identidad.

A continuación se muestra el análisis de algunos fragmentos de las transcripciones de dichas entrevistas a los alumnos: Ángel, Daniel, Víctor, Carlos y David.

Primera pregunta - *¿Crees que esta situación pueda suceder en la vida real?*

Se observó que los 5 alumnos entrevistados indican que la situación sí puede ocurrir en la vida real por distintas razones.

Ejemplo 1

Ángel: Sí. Porque pueden ser deportistas y entrenan y pues pueden nadar eso.

Ejemplo 2

Daniel: Sí porque no está dando nada que no se pueda hacer, nada más te está pidiendo resolver una simple operación. Si hay una competencia con Juan y Luis, Juan gana pero Luis quiere saber cuánto recorre y sabe que recorrió $\frac{4}{5}$ pues entonces ahí puede haber el caso de cuántos metros recorrió.

Ejemplo 3

Carlos: Sí. Porque dos personas podrían estar en una competencia y pues la alberca podría tener esas medidas y entonces, como uno pues siempre recorre la ida y la vuelta pero el otro solo recorre $\frac{4}{5}$ de lo que nada el otro pues creo que sí podría pasar porque no es algo que esté fuera de los límites que se podría hacer.

Entrevistador: *¿De qué límites estás hablando?*

Carlos: De que sí se puede hacer en un espacio real. (El alumno muestra gestos que sugiere que está pensando o haciendo cuentas mentalmente).

Entrevistador: ¿En qué piensas?

Carlos: Pues cuánto mediría la alberca, así en un espacio real, como que la alberca sería muy grande, 950 metros sería casi un kilómetro.

Ejemplo 4

Víctor: Pienso que sí podría, aunque es un caso bastante específico por el hecho de los 4/5 del total que nada Juan. Porque sí creo que exista una persona que nade una misma alberca de ida y vuelta y que tal vez haya otra persona que se canse o que simplemente no tenga la misma condición y que nade menos que esa persona.

Pregunta 2 - ¿Crees que las cantidades planteadas en el problema corresponden con lo que ocurre en las competencias reales de natación?

Al realizar esta pregunta, se observó que los 5 alumnos indican que las cantidades no corresponden con datos reales por alguna o varias de las siguientes razones:

- a) La alberca es muy grande.
- b) Nadie puede nadar la distancia correspondiente.
- c) En una competencia los competidores deben nadar la misma distancia.

Ejemplo 1

Víctor: No creo. Como que los 950 metros se me hace mucho, es casi 1 km. Como que nadie se avienta un km nadando.

Ejemplo 2

David: Supongo que lo que mide la alberca, no sé cuánto mide una alberca pero supongo que es algo más o menos correcto. Pero pues es una competencia me imagino que todos recorren de ida y vuelta. La situación de Luis no sé qué pase en la vida real.

Ejemplo 3

Daniel: No. Sinceramente no porque para mí, 950 metros se me hace mucho. Yo he ido a natación y a lo mucho recorro 15 metros de una alberca de largo. Entonces, al momento de que sea 950 metros debe ser una alberca inmensa pero, quién sabe, alguien se puede tomar el tiempo en hacer las medidas de la alberca. Todo es posible.

Entrevistador: ¿Alguien se puede tomar el tiempo para qué?

Daniel: Hacer las medidas de la alberca.

Entrevistador: O sea, ¿construir la alberca?

Daniel: Así es.

Ejemplo 4

Carlos: No, porque la alberca sería muy grande y dice que Juan va de ida y vuelta entonces recorrería casi 2 km y pues la otra persona recorrería $\frac{4}{5}$ que sería casi lo mismo.

Observaciones:

Las respuestas de los alumnos a estas dos preguntas parecen sugerir que tienen clara la diferencia entre lo que *puede* ocurrir y lo que *normalmente* ocurre en la vida real con respecto a competencias de natación.

Todos indican que la situación podría suceder, es decir, alguien podría construir una alberca con las medidas mencionadas en el problema y, además, podrían existir competidores que nadaran esas distancias, incluso, es posible que uno de los competidores no termine la competencia debido a cansancio.

Sin embargo, todos los alumnos indican que estas medidas no corresponden con lo que normalmente sucede en la vida real ya que las albercas suelen tener medidas más pequeñas y los competidores deben nadar la misma distancia durante una competencia.

Tercera pregunta – *Con ayuda de la computadora, ¿qué puedes hacer para verificar si las cantidades del problema corresponden con datos reales?*

Para analizar la interacción de los alumnos con la computadora, se video-grabó la pantalla de la computadora personal que cada alumno utilizó cuando se realizó esta pregunta. Todos llevaron a cabo una búsqueda por medio de algún buscador en el internet.

Se observó que Ángel y Víctor concluyeron que los datos del problema sí pueden corresponder con datos reales ya que Ángel realizó la búsqueda de la alberca más grande del mundo y encontró que su medida es de 1013 metros mientras que Víctor encontró que existen pruebas de 1000 metros de nado libre. Por otro lado, Daniel concluyó que las cantidades del problema no corresponden con datos reales ya que al realizar la búsqueda de la frase “alberca de 950 metros” no encontró ninguna imagen de una alberca con dicha medida. Carlos y David concluyeron que las cantidades no corresponden con datos reales debido a que encontraron que la medida de una alberca olímpica es de 50 metros.

A continuación, se muestran algunos ejemplos de las transcripciones de esta parte de la entrevista e imágenes de la pantalla de la computadora que utilizaron.

Ejemplo 1

Ángel: Investigar sobre las medidas de la alberca más grande del mundo.

Entrevistador: ¿Dónde lo investigarías?

Ángel: En internet.

Entrevistador: Aquí tienes una computadora conectada al internet, ¿qué harías para investigar lo que acabas de decir?

Ángel: Entrar a internet, buscar albercas, medidas. (El alumno abre la aplicación Google Chrome e ingresa la frase “medidas de alberca” en el buscador Google.)

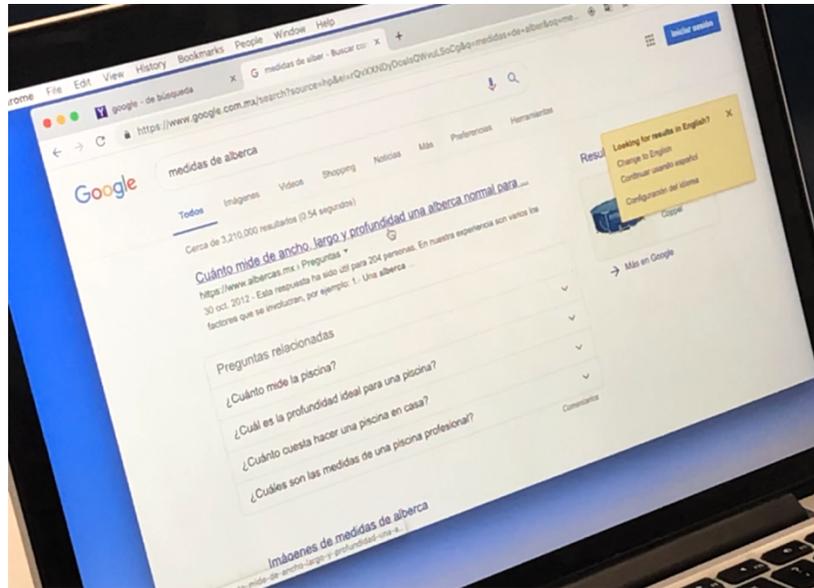


Figura 61. Resultados de la búsqueda "medidas de alberca"

(Al cabo de 4 segundos, Ángel cambia su búsqueda por la frase “medidas de alberca olímpica”. El alumno parece leer la información que aparece en la siguiente imagen y al cabo de 5 segundos cambia su búsqueda nuevamente por la frase “medidas de la piscina más grande del mundo”)

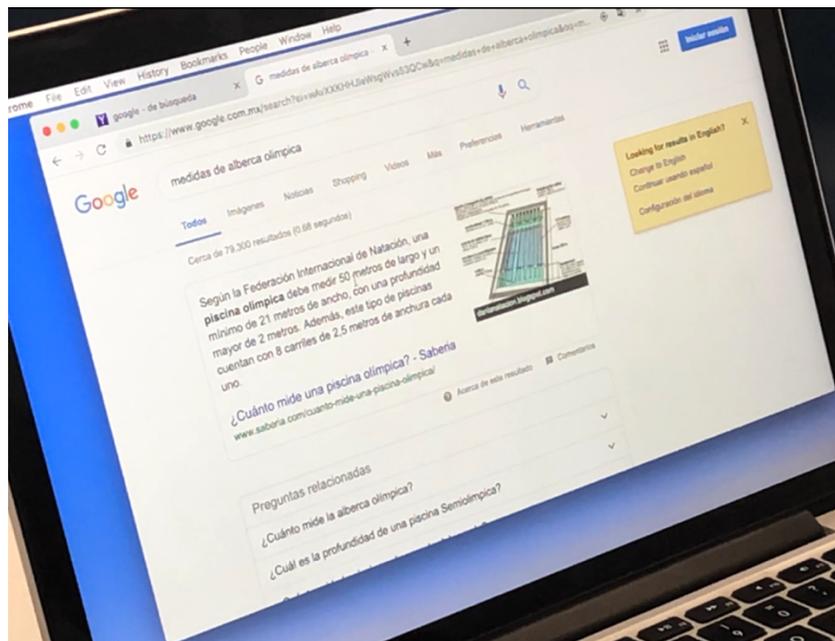


Figura 62. Resultados de la búsqueda "medidas de alberca olímpica"

Entrevistador: ¿Qué estás buscando?

Ángel: Medidas normales de alberca.

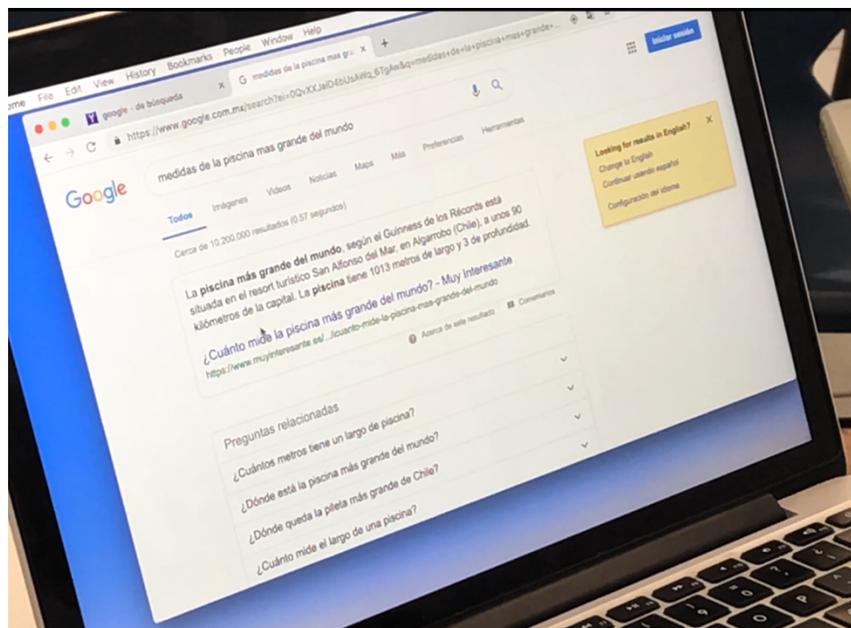


Figura 63. Resultados de la búsqueda "medidas de la piscina mas grande del mundo "

Ángel: Aquí está.

Entrevistador: ¿Qué encontraste?

Ángel: Que la piscina tiene 1013 metros de largo y esto supera lo que dice el problema. (el alumno parece leer la información y al cabo de 8 segundos el entrevistador continúa con la entrevista)

Entrevistador: ¿Entonces, qué puedes concluir?

Ángel: Que sí es posible.

Ejemplo 2

Víctor: Pues buscar medidas reglamentarias de una alberca. (El alumno ingresa al buscador Google y busca la frase "medidas reglamentarias de una alberca". El buscador sugiere completar la frase a "medidas reglamentarias de una alberca olímpica".) No sé si sea olímpica pero supongo que sí, ¿no? Voy a suponer que sí porque están en una competencia de natación, entonces, sí. Yo buscaría una alberca olímpica.

El alumno realiza la búsqueda con la frase "medidas de una alberca olímpica".

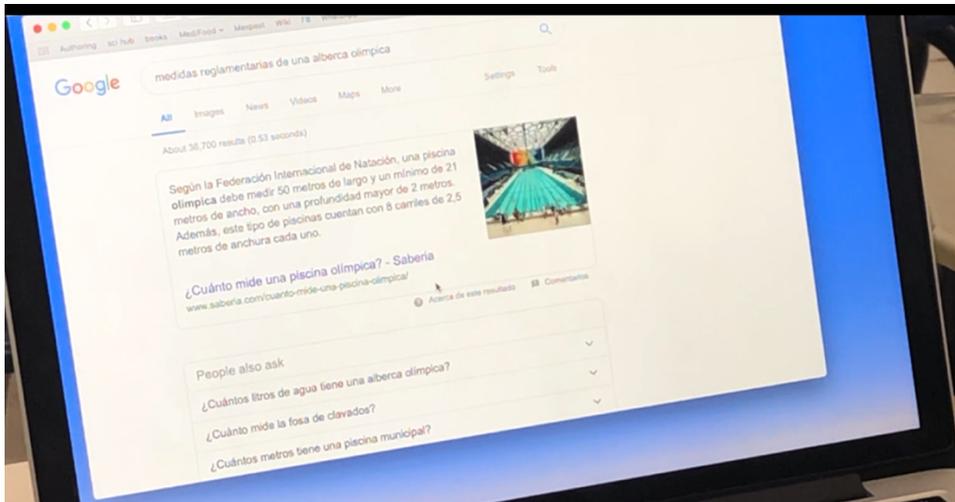


Figura 64. Resultados de la búsqueda "medidas reglamentarias de una alberca olímpica "

Víctor: Pues en el momento ya nos sale una página que nos dice, según la Federación Internacional de Natación una piscina olímpica debe medir 50 m de largo y mínimo 21 m de ancho. O sea, ya nos está diciendo que de largo mínimo debe medir 50 m. (pausa por 3 segundos) O sea, podría medir 950 pero, como que no.

Entrevistador: ¿Por qué "como que no"?

Víctor: No sé, hay algo que me dice que no es posible que una persona se aviente 950 m nadando.

Entrevistador: ¿Por qué no?

Víctor: Porque he nadado, o sea, sé nadar y todo. Y yo me canso con 10, 20 metros, 30. Pues como que no, no siento que alguien tenga la suficiente condición física para llegar a 950 m.

Entrevistador: ¿Qué más puedes hacer con la computadora para verificar si estos datos corresponden con datos reales?

El alumno menciona que podría buscar las distintas longitudes de las competencias de natación y realiza una búsqueda utilizando la frase: "natación en las olimpiadas como son?"

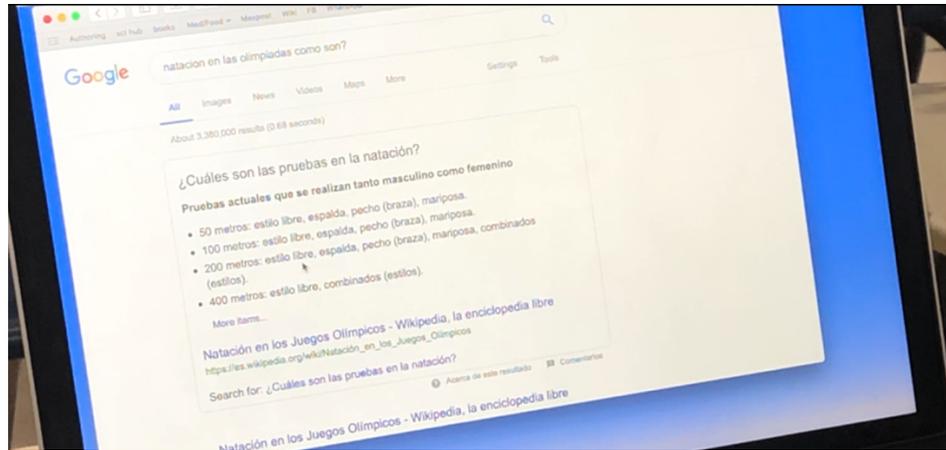


Figura 65. Resultados de la búsqueda "natación en las olimpiadas como son?"

Víctor: Aquí está de cuánto son las pruebas. 50 metros, 100, 200 y 400. (Posteriormente el alumno ingresa a la liga "more ítems" lo que lo lleva a una entrada de la página de internet <https://es.wikipedia.org> con el título "Natación en los juegos olímpicos".



Figura 66. Liga del sitio wikipedia.org con el título "Natación en los Juegos Olímpicos"

Al buscar información en dicha liga, el alumno encuentra datos de pruebas adicionales.)

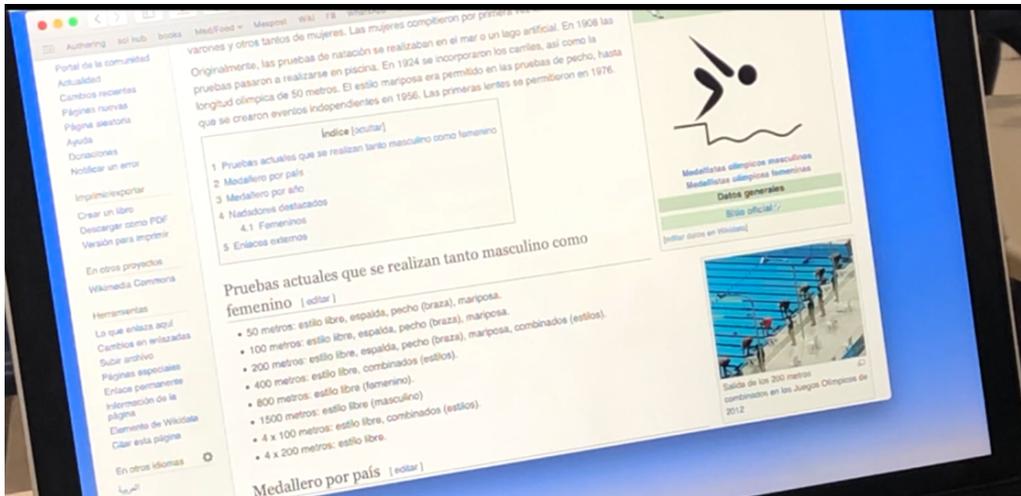


Figura 67. Liga del sitio wikipedia.org con el título "Natación en los Juegos Olímpicos"

Víctor: Ah, sí hay 1500 metros. Estilo libre. Entonces eso dice que sí hay una de 950 metros. Ok, entonces ya verifiqué que sí se puede los 950 metros.

Ejemplo 3

David: Pues puedo buscar cuánto mide de largo una alberca olímpica. (El alumno realiza una búsqueda en Google con la frase "medida de una alberca olímpica".)

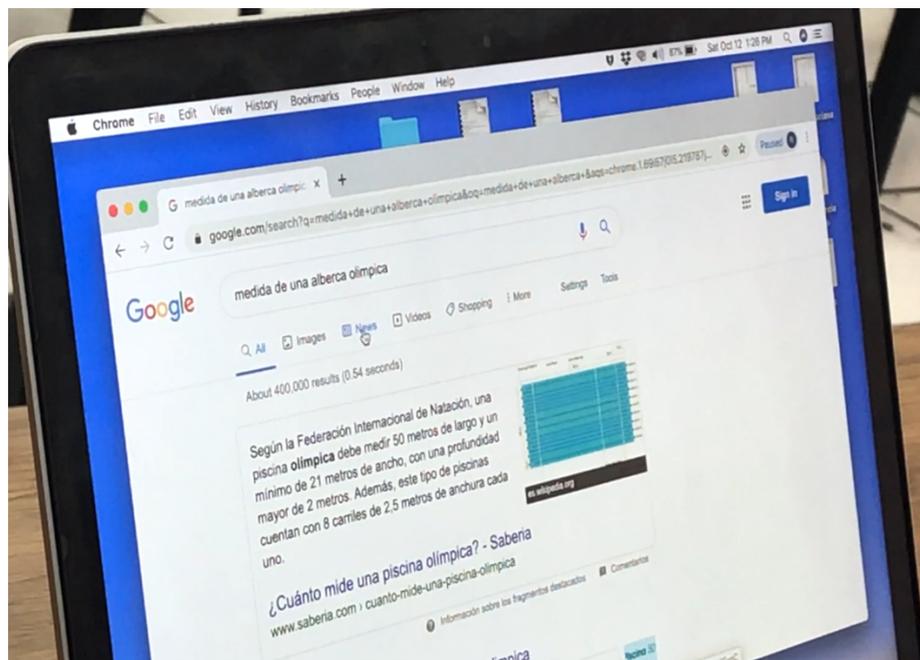


Figura 68. Resultados de la búsqueda "medida de una alberca olímpica"

David: Ok, aparece que mide 50 de largo por 21 de ancho así que no está del todo cerca de la realidad, supongo.

Entrevistador: ¿Por qué? ¿A qué te refieres?

David: Bueno, dice que mide 50 metros de largo una piscina olímpica y aquí (refiriéndose al problema) dice que mide 950 entonces no corresponde. Supongo.

Entrevistador: Entonces, ¿qué puedes decir de los datos del problema?

David: Supongo que están modificados para que se hagan operaciones de una forma distinta, pero no son como reales, supongo.

Ejemplo 4

Daniel: Podría verificar si existe esta alberca. (El alumno realiza una búsqueda en Google utilizando la frase “piscina de 950 metros” e inmediatamente entra a la sección de “imágenes”.)

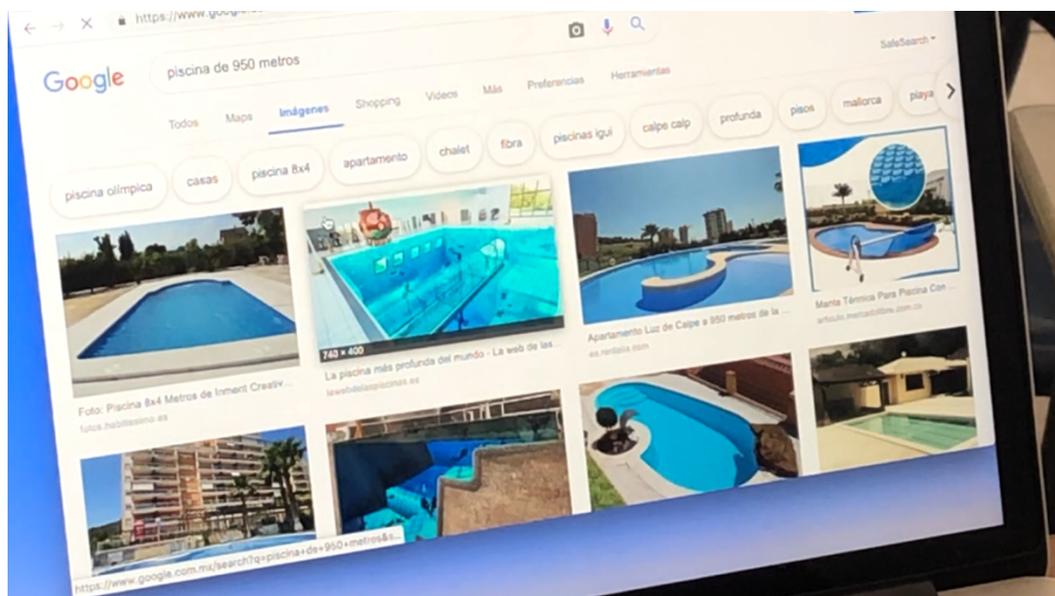


Figura 69. Resultados de imágenes con la búsqueda "piscina de 950 metros"

Daniel: Y pues, algunas se ven que no son de 950 metros.

Entrevistador: ¿Cómo de cuántos metros se ven?

Daniel: Esta se ve bastante pequeña. (Apunta a una en la pantalla) No sabría decirle. (Posteriormente da click en una de las imágenes y aparece la siguiente imagen)

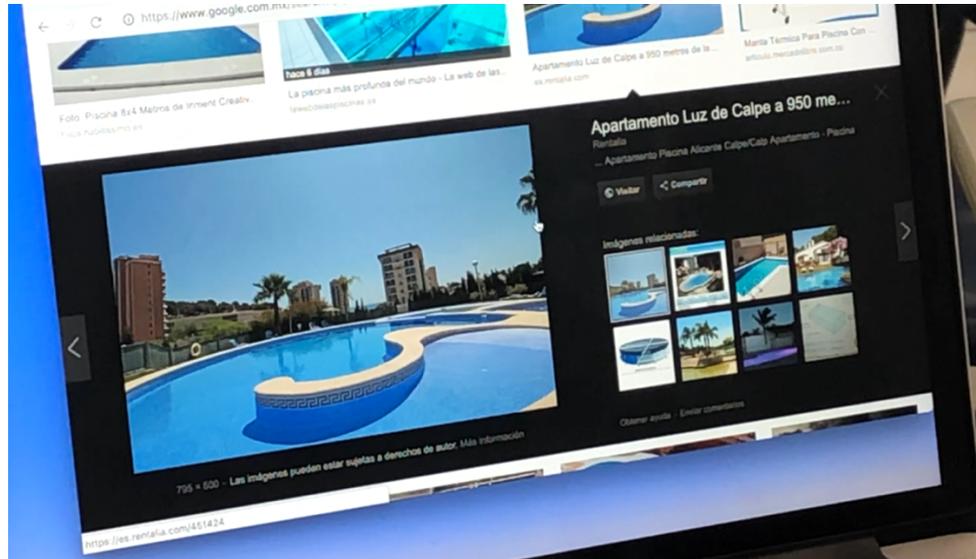


Figura 70. Imagen del sitio que aparece al dar click en una imagen

Daniel : Y nos aparece “apartamento de 950 metros”. Cuando nos salen este tipo de cosas, significa que nadie ha encontrado una piscina que mida 950 metros de largo. Entonces nos aparece algo relacionado. Pusimos “piscina” y nos aparecen piscinas, pusimos la cantidad “950 metros” y nos aparecen 950 metros. Pero a ver, vamos a buscar algo más específico. (El alumno realiza la búsqueda con la frase “piscina de 950 metros de largo” aún en la sección de “imágenes”.)

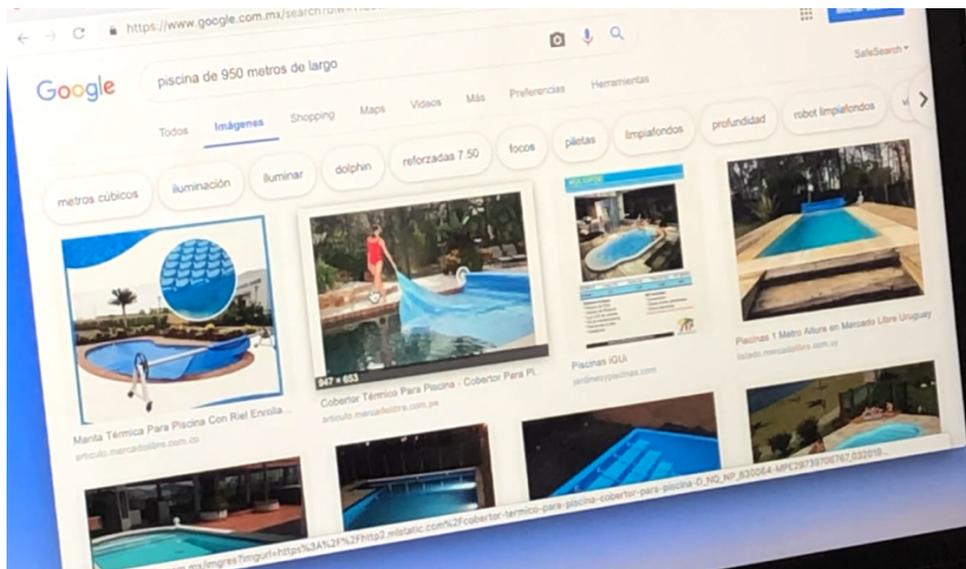


Figura 71. Resultados de la búsqueda en imágenes con la búsqueda "piscina de 950 metros de largo"

Daniel: Y, como le dije, es un número muy grande para una piscina, es bastante. Alguien se puede tomar el tiempo y hacer una piscina de 950 metros podríamos nadarla y recrearla pero como le dije, no hay ningún caso que nos diga Google que este problema pueda ser un poquito real. Sí se puede pero con tiempo y dinero. Entonces se puede hacer pero yo digo que no existe, porque sinceramente es una alberca muy grande.

Cuarta pregunta - *¿Alguna vez te has topado con datos absurdos o irreales en alguna otra fuente como libros, revistas y noticias? ¿Qué hiciste al respecto?*

Con respecto a esta pregunta, se observó que los 5 alumnos se han enfrentado a datos absurdos o irreales y, específicamente, 4 de ellos mencionan que han resuelto problemas de matemáticas con datos incoherentes.

A continuación se muestran algunos ejemplos de transcripciones de esta parte de la entrevista.

Ejemplo 1

Ángel: Pues sí. La maestra, a veces, nos pone cantidades muy grandes y problemas que sí son muy absurdos.

Entrevistador: ¿Te acuerdas de alguno?

Ángel: No muy bien, pero son como de “María compró un millón y cacho de dulces para compartirlos con sus diez mil y cacho de amigos”.

Entrevistador: ¿Y qué has hecho en esas ocasiones?

Ángel: Pues resolverlos.

Entrevistador: ¿No tuviste ningún problema?

Ángel: No.

Entrevistador: Simplemente los resuelves.

Ejemplo 2

Víctor: Podría ser el clásico, que te presentan con frutas. Es un ejemplo muy simple, el clásico de “Pedrito come 10 manzanas”. Como que alguien no se va a comer 10 manzanas en 30 segundos. Ese podría ser un ejemplo muy simple de algunos datos que suenan irreales

Entrevistador: ¿Y qué has hecho al respecto?

Víctor: Como normalmente son en clase, no me dedico a reclamar, por así decirlo, y decir “esto no puede pasar en la vida real”. Hago el ejercicio y ya ni modo, lo que me salió, aunque yo sepa que no puede pasar esto.

Ejemplo 3

Carlos: Sí.

Entrevistador: ¿Te acuerdas de algún ejemplo?

Carlos: Ahorita no me acuerdo de algún ejemplo que haya visto en algún libro o algún lugar.

Entrevistador: ¿Y qué hiciste al respecto cuando viste esos datos?

Carlos: Pues en sí, como se tenía que hacer el problema, pues se toman esos datos que están en el libro para llegar al resultado. Sin tomar en cuenta si se puede o no, pues se sigue haciendo el problema de matemáticas para llegar al resultado.

Entrevistador: ¿Eso fue en clase?

Carlos: Sí, fue en clase.

Entrevistador: ¿Y no hiciste nada al respecto? ¿Lo resolviste y ya?

Carlos: Sí, el maestro llegó a comentar que, aunque no tuviera sentido, que se tenía que llegar al resultado.

Ejemplo 4

David: Supongo. En problemas básicos, como de conteo, de esos que ponen en la primaria, de personas que llevan muchas frutas o cosas así, pero que exageran.

Entrevistador: ¿Y recuerdas de algún problema que hayas hecho donde exageran?

David: No lo sé, supongo, cuando estaba chiquito, hice un problema de sumas, decía algo así de “Juan lleva 15 sandías, o cosas así”.

Entrevistador: ¿Qué has hecho en esas ocasiones cuando te enfrentas a problemas con datos no reales?

David: Pues, creo que el objetivo es, como, más bien que cuestionarte, bueno, o sea sí lo deberías hacer pero es que puedas resolverlo. Entonces, la intención que apliques ciertas herramientas para que te salga, entonces no me fijado muchas veces en eso, solamente en la resolución del problema.

Observaciones:

Con las distintas respuestas proporcionadas por los alumnos en esta parte de la entrevista, es posible notar que casi todos se han enfrentado a problemas no auténticos en el contexto del salón de clases. Sin embargo, ninguno menciona haber realizado ningún tipo de cuestionamiento al respecto, todo lo contrario, los alumnos parecen tener la noción de que un problema verbal no tiene que poseer datos que correspondan con la realidad pues el objetivo es solamente realizar operaciones matemáticas. Así como con las pruebas escritas, estos resultados confirman lo expuesto por diversas investigaciones en cuanto a las creencias de los alumnos sobre la actividad de resolución de problemas verbales (De Corte & Verschaffel, 1985; Gerofsky, 1996; Kilpatrick, 1985; Lave, 1992; Schoenfeld, 1991).

3.4.2 Análisis de las entrevistas correspondientes al problema *La Altura de una Jirafa*

Al igual que con la entrevista anterior, esta se aplicó a 5 alumnos de grados entre primero y tercero de secundaria provenientes de distintos colegios en la ciudad de Puebla, México, que cursaban un taller preparativo para olimpiadas de matemáticas. Los nombres de dichos alumnos han sido modificados para resguardar identidad.

A continuación, se muestra el análisis de algunos fragmentos de las transcripciones de dichas entrevistas a los alumnos: Juan, Alma, Alex, Montse y Pablo.

Primera pregunta - *La respuesta a este problema es 9 metros. ¿Cuál sería el procedimiento para llegar a este resultado? ¿Por qué?*

Se observó que todos los alumnos utilizan algún método de resolución proporcional para justificar que la respuesta es 9 metros.

Ejemplo 1

Alex: Pues primero, yo lo que haría sería sacar la relación entre el 1.50 y los 6 cm. Y pues como es obvio que 36 entre 6 es 6 pues lo multiplicas por 6 y listo.

Entrevistador: ¿Qué multiplicas por 6?

Alex: 1.50

Entrevistador: ¿Y cuánto te da 1.5...?

Alex: 9

Entrevistador: Entonces, ¿la jirafa mide...?

Alex: 9 metros

Ejemplo 2

Pablo: Pues yo supuse que 1.5 equivale a 6 m porque en la vida real mide 1.5 m, pero en la fotografía se muestra como 6 cm y la jirafa 36. 36 es un múltiplo de 6, para ser exacto, es 6 veces por 6. Así que eso me dio a entender que la jirafa es 6 veces más que la altura de él.

Entrevistador: ¿Y cuánto es eso?

Pablo: 9 metros

Segunda pregunta - *¿Crees que las cantidades planteadas en el problema corresponden a las alturas posibles de una persona y una jirafa? ¿Por qué?*

3 de los 5 alumnos mencionan que el dato correspondiente a la altura de la jirafa es muy grande ya que consideran que las jirafas reales suelen medir menos de 9 metros.

Ejemplo 1

Juan: Sí, ¿no?

Entrevistador: ¿Por qué?

Juan: Porque una persona normal mide aproximadamente 1.50 a 2 metros y la jirafa creo que son de 6 m para arriba

Ejemplo 2

Alma: Pues nunca he visto una jirafa real, pero supongo que sí. Y de la persona también, porque pues, yo mido eso.

Ejemplo 3

Alex: Sinceramente no. O sea, sí puede haber gente no de muy alta estatura pero dudo que haya jirafas de 9 metros.

Entrevistador ¿Por qué?

Alex: Yo he ido al zoológico y he visto jirafas altas pero no tan altas como de 9 m.

Tercera pregunta - *Con ayuda de la computadora, ¿qué puedes hacer para verificar si las cantidades del problema corresponden con datos reales?*

Se observó que todos los alumnos realizaron una búsqueda en el sitio Google y encontraron en distintos sitios que la altura de una jirafa suele ser mucho menor a 9 metros. Todos concluyen que los datos del problema son incorrectos. Esto sugiere que el internet puede utilizarse en el salón de clases como una herramienta extremadamente útil para desarrollar habilidades de pensamiento crítico y de detección de errores en problemas verbales mal planteados.

Por otro lado, todos los alumnos utilizaron la primera fuente que apareció en el buscador y ninguno de ellos mencionó nada sobre la confiabilidad de dicha fuente. Esto parece indicar que estos alumnos suelen considerar que los datos que aparecen en una búsqueda deben ser verdaderos aunque esto podría deberse al contexto de la entrevista en el que se encontraban.

Ejemplo 1

Montse: Buscar cuánto mide una jirafa en promedio

Entrevistador: Ok. ¿Puedes hacerlo? (La alumna realiza una búsqueda en el buscador Google con la frase “cuanto mide una jirafa en promedio”)

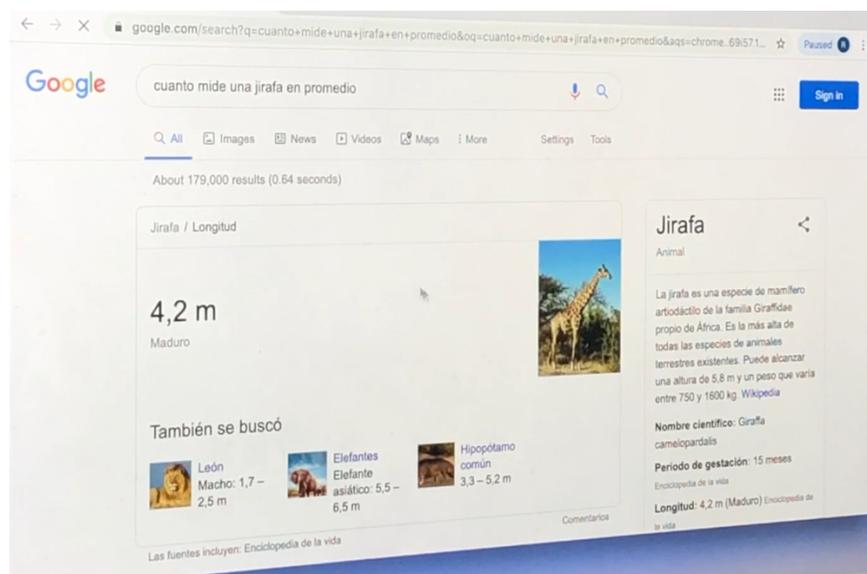


Figura 72. Resultados de la búsqueda "cuanto mide una jirafa en promedio"

Montse: 4.2 metros

Entrevistador: Entonces, ¿qué puedes decir de los datos del problema?

Montse: ¿Cómo? No entiendo

Entrevistador: ¿Cuál es la respuesta del problema?

Montse: 9 metros

Entrevistador: ¿Qué buscaste tú?

Montse: Cuánto mide una jirafa en promedio. 4.2 metros.

Entrevistador: Ya encontraste cuánto mide una jirafa, y el problema dice que mide...

Montse: 9 metros

Entrevistador: Entonces ¿qué te parece ese dato en el problema?

Montse: La cantidad del problema me parece un poco exagerada porque eso puede llegar a confundirnos un poco más.

Entrevistador: ¿Por qué te puede llegar a confundir?

Montse: Porque podemos pensar que eso es irreal ya que es muy alta. Aparte eso no tendría sentido porque en la fotografía sería la altura de Juan por 6. Entonces eso sería algo muy ilógico.

Entrevistador: ¿Por qué es ilógico?

Montse: Porque en la vida real eso no podría tener una representación física.

Ejemplo 2

Alma: Investigaría la altura promedio de una jirafa y de una persona.

Entrevistador: ¿Puedes hacer con la computadora? (La alumna realiza una búsqueda en el sitio Google con la frase “altura promedio de una jirafa”).

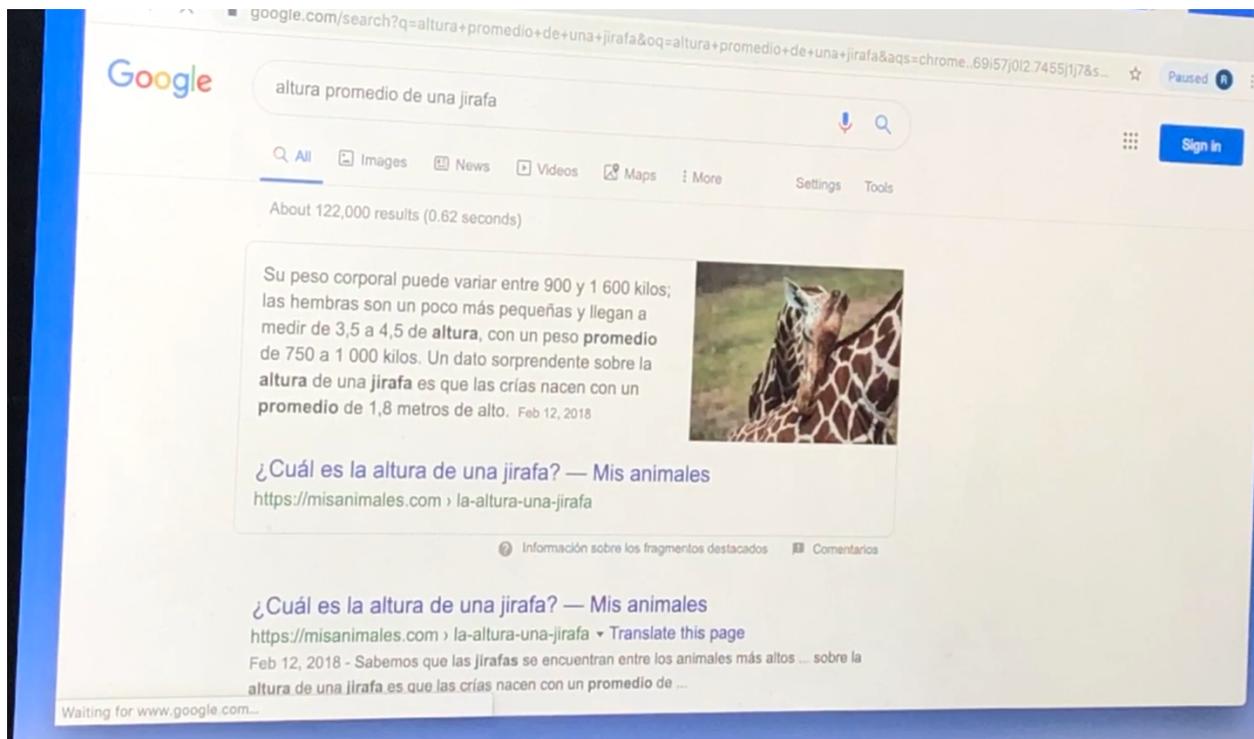


Figura 73. Resultados de la búsqueda "altura promedio de una jirafa"

(Posteriormente, la alumna ingresa a la primera liga que le aparece (misanimales.com) y recorre el sitio buscando la información correspondiente de la altura de una jirafa)

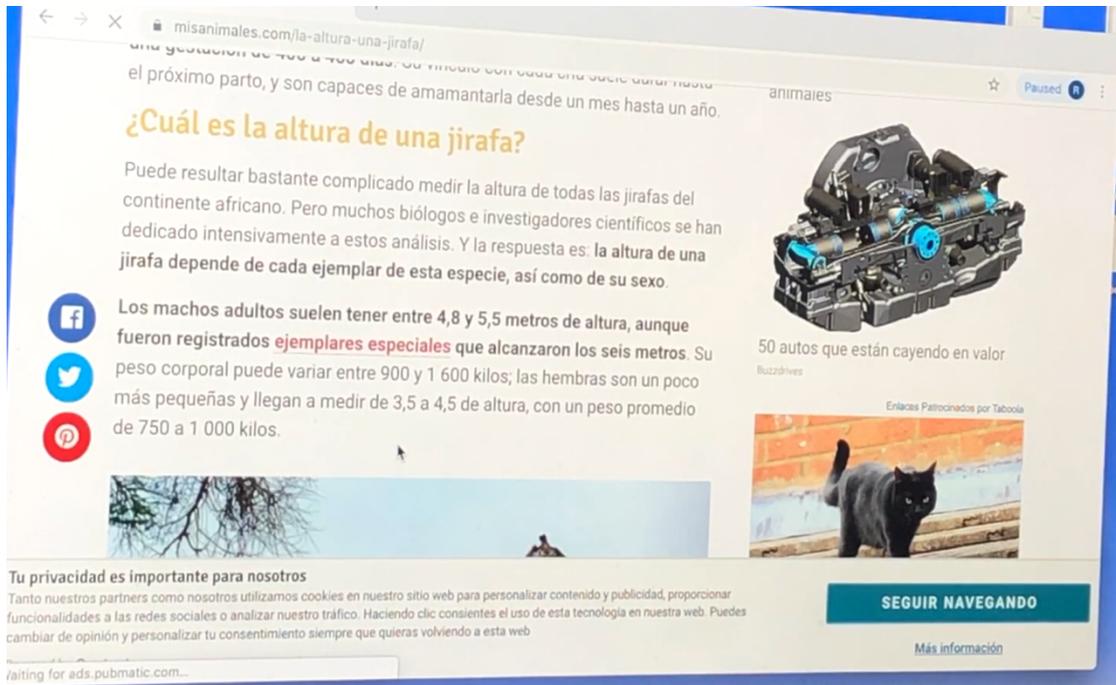


Figura 74. Imagen del sitio misanimales.com/la-altura-una-jirafa/

Alma: Uy. Dice que las jirafas machos suelen tener entre 4.8 y 5.5 metros de altura. Entonces la altura de la jirafa sería exagerada.

Entrevistador: ¿Por qué dices que es exagerada?

Alma: Porque aquí dice que la jirafa mide 9 metros (se refiere al problema) y aquí dice (apunta a la computadora) que la jirafa mide entre 4.8 y 5.5 metros.

Entrevistador: Entonces, ¿qué puedes decir de ese dato numérico?

Alma: Que está muy exagerado.

Entrevistador: ¿A qué te refieres con exagerado?

Alma: Fue muy irreal porque son 9 metros en el problema y estaría muy alta.

Cuarta pregunta - *¿Alguna vez te has topado con datos absurdos o irreales en alguna otra fuente como libros, revistas y noticias? ¿Qué hiciste al respecto?*

Todos los alumnos indican que sí se han tenido experiencias previas con problemas verbales que contienen datos irreales o incorrectos en contextos escolares como sus libros o clases de matemáticas. Varios de ellos consideran que estos problemas se pueden y deben resolver aún

cuando los datos no tengan relación con la realidad. Esto, nuevamente confirma lo expuesto por las investigaciones antes mencionadas sobre las creencias del papel que toma el problema verbal en la escuela, a saber, que solamente se considera como una herramienta para ejercitar habilidades matemáticas aún cuando no tengan relación con la realidad.

Ejemplo 1:

Alma: En algunos problemas, no todos, nos ponen como datos muy gigantes.

Entrevistador: ¿Dónde?

Alma: En la facultad (se refiere a los cursos de preparación para olimpiadas matemáticas).

Entrevistador: ¿Y en la escuela?

Alma: En la escuela nos ponen solo las ecuaciones que debemos resolver.

Entrevistador: Y cuando te han puesto problemas con datos muy gigantes ¿qué hiciste al respecto?

Alma: En primera sí lo vi extraño porque son datos muy datos muy raros de ver, pero terminé haciendo el problema porque las comparaciones son figurativas.

Entrevistador: ¿A qué te refieres con figurativas?

Alma: No son reales, solo son ejemplos para entender mejor el problema.

Ejemplo 2:

Alex: Sí, obviamente. No todo lo que publican o dicen es verdad. Tienes que buscar fuentes confiables.

Entrevistador: ¿Has visto otros problemas de matemáticas con datos falsos o irreales?

Alex: Pues el hombre de las sandías que compró 100 sandías y cada sandía 2.5 en promedio, y ¿cuánto pesan las sandías? O algo parecido.

Entrevistador: ¿Y qué hiciste al respecto cuando te has enfrentado a este tipo de problemas?

Alex: Pues sinceramente ese me lo pusieron en la escuela y lo resolví fácilmente, pero a mí se me hace muy absurdo que una persona compre 100 sandías.

Entrevistador: Y lo resolviste...

Alex: Sí.

Quinta pregunta - ¿Qué puedes hacer para verificar si los datos son reales o la información es verdadera en distintas fuentes como noticias, libros y revistas?

Todos los alumnos mencionaron que normalmente realizan algún tipo de búsqueda, normalmente en internet, para verificar que la información en distintas fuentes es real.

Ejemplo 1

Pablo: Pues si en serio me interesa y quiero averiguar si es falso o real, busco otras noticias similares y busco la fuente. Y he visto varias formas de evitarlo, que dicen que por lo menos encuentra 3 fuentes que sean de confianza que digan lo mismo. También intenta buscar la fuente para ver si es confiable.

Ejemplo 2

Juan: Investigo.

Entrevistador: ¿Dónde investigas?

Juan: En Google, en internet

Entrevistador: Y ¿cómo decides si lo que dice Google es verdadero?

Juan: Pues ellos también investigan los datos verdaderos y nos los dan a nosotros.

Capítulo 4

CONCLUSIONES Y COMENTARIOS FINALES

Errores en libros de texto

A partir del análisis documental realizado a los 17 libros de texto de primer grado de secundaria actualmente aprobados por CONALITEG, se encontraron múltiples problemas con planteamientos incorrectos. Por lo tanto, es imperativo que esta agencia gubernamental lleve a cabo una revisión más minuciosa de los libros de texto que se autorizan para el uso en el aula. El profesor, por su parte, también debe conocer a fondo el libro de texto que está utilizando y, en caso de detectar errores como los que se han presentado en el presente trabajo, estar preparado para modificar o adaptar la lección. El problema verbal mal planteado se puede utilizar como medio para investigar y desarrollar las habilidades estudiantiles de pensamiento crítico.

Detección de errores orto-tipográficos y de redacción

A partir del análisis de los cuestionarios aplicados en las tres distintas pruebas se ha observado que más de la mitad de los alumnos que participaron en el estudio son capaces de detectar errores orto-tipográficos en problemas que los contienen y algunos son capaces de reformular el problema correctamente. Esto muestra que existen alumnos que son capaces de detectar errores en problemas mal planteados cuando se les invita a hacerlo y, por tanto, estos alumnos poseen habilidades de pensamiento crítico que actualmente no están desarrollando debido a que el currículo, los programas educativos, sus salones de clase y los libros, en general, no promueven el análisis de problemas del libro de texto para determinar si están planteados correctamente. Por lo tanto, es recomendable que dicha actividad de análisis de problemas verbales, para determinar si están planteados correctamente, se promueva en el aula para desarrollar habilidades de pensamiento crítico.

Múltiples respuestas

De los 36 estudiantes que realizaron la primera prueba, se observó que ninguno de ellos es capaz de encontrar más de una solución diagramática o numérica del problema *La distancia entre la papelería y la escuela*. También existen alumnos que indican que el problema solo tiene una solución y algunos de ellos lo justifican señalando que es un problema “de números” y por lo tanto solo debe tener una solución. Esto puede deberse a las concepciones que poseen estos alumnos con respecto a los problemas verbales y sus soluciones, lo cual es consistente con las investigaciones reportadas anteriormente. Estos alumnos parecen considerar que los problemas verbales en los que se involucran operaciones aritméticas deben tener una única solución. En cuanto al problema *Recolectando insectos* en la segunda y tercera pruebas, solamente un alumno indica que el problema podría tener más de una solución. Algunos alumnos argumentan que el problema solamente puede tener una solución debido a que es un problema numérico o debido a la utilización del método correcto. Esto claramente representa un problema ya que, como se ha mostrado, existen problemas verbales en libros de texto con múltiples soluciones (intencionales o no) y, además, las problemáticas sociales y cotidianas suelen tener múltiples soluciones y métodos de resolución.

Contextos Irreales o Artificiales

Los resultados relacionados al problema *Una prueba de natación* en la primera prueba, sugieren que los alumnos no conocen las medidas de albercas para competencias y, en general, no tienen noción de la magnitud de una distancia de 950 m ya que solamente 9 alumnos del total de 36 señalan que el contexto del problema es irreal debido a que la distancia es muy grande para una alberca o que ambos nadadores deben recorrer la misma distancia. En cuanto al problema *La altura de una jirafa*, se observó que los alumnos no conocen la altura promedio de una jirafa. Sin embargo, a partir de las entrevistas realizadas, se observa que los alumnos son capaces de detectar contextos irreales cuando se les invita a hacerlo, por lo que es recomendable que se promueva la actividad de analizar los contextos de los problemas para desarrollar habilidades de pensamiento crítico y, además, para ayudar a acercar el problema a la realidad y que el alumno reconozca su aplicabilidad en la vida cotidiana.

Este trabajo sugiere que, una herramienta útil para promover el pensamiento crítico, es un dispositivo con conexión al internet para verificar los datos de los problemas planteados en el salón de clases o en el libro de texto. Por lo tanto, es recomendable invitar continuamente a los alumnos a verificar los datos en los problemas verbales matemáticos con el fin de que puedan desarrollar tanto la habilidad como la disposición de buscar fuentes alternas de información y juzgar su credibilidad y, así, desarrollar habilidades y disposiciones de pensamiento crítico, tal y como Ennis (1996) sugiere. Esto, además, tiene implicaciones importantes en la vida cotidiana ya que hoy en día es de suma importancia poseer la habilidad y disposición de verificar cualquier tipo de información en distintas fuentes.

Concepciones acerca de problemas verbales y su resolución

A partir de las entrevistas se pudo observar que los alumnos entrevistados consideran que, para que un problema verbal esté correctamente diseñado, no es necesario que los datos correspondan con datos reales, lo que es consistente con las investigaciones reportadas en este trabajo. Esto representa un problema, ya que, si bien, uno de los objetivos de los problemas verbales es desarrollar habilidades matemáticas, también es el de enseñar a resolver problemáticas reales y cotidianas.

Remediando el fenómeno del problema de *La Edad del Capitán*

El fenómeno del problema de *La Edad del Capitán* muestra que los alumnos intentan resolver problemas verbales sin antes analizar si están planteados correctamente. Este trabajo muestra que esto puede ser causado por una falta de habilidades de pensamiento crítico, en particular, habilidades de detección de errores en problemas verbales. A partir de la investigación en este trabajo es posible sugerir que la actividad de búsqueda y detección de errores puede ayudar a remediar el fenómeno del problema de *La Edad del Capitán* y, además, remover las nociones estudiantiles sobre la autoridad inquebrantable del libro de texto y los problemas contenidos en ellos.

Referencias

- Baruk, S. (1985). *L'âge du capitaine. De l'erreur en mathématiques*. Seuil.
- Cooper, B. (1994). Authentic testing in mathematics? The boundary between everyday and mathematical knowledge in National Curriculum testing in English schools. *Assessment in Education*, 1, 143-166.
- Davis, R.B. (1989) The culture of mathematics and the culture of schools. *Journal of Mathematical Behavior*, 8, 143-160.
- De Corte, E., & Verschaffel, L. (1985). Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *Journal of Mathematical Behavior*, 4(1), 3–21.
- Ennis, Robert H. (1996). *Critical thinking*. Prentice-Hall.
- Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education*, 45, 765–777. DOI 10.1007/s11858-013-0530-6
- Frankenstein, M. (2009). Developing a critical mathematical numeracy through real-world problems. En L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren & S. Mukhopadhyay. (Eds), *Words and worlds: Modeling verbal descriptions of situations*. 111-130. Sense.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education*. Kluwer.
- Gerofsky, S. (1996) A linguistic and narrative view of word problems in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 16(2), 36-45.
- Lave, J. (1992). Word problems: A microcosm of theories of learning. En P. Plicht & G. Butterworth (Eds), *Context and cognition: Ways of learning and knowing* (pp. 74-92). Harvester Wheatsheaf.

- Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37-58.
- Puchalska, E., & Semadeni, Z. (1987). Children's reaction to verbal arithmetic problems with missing, surplus or contradictory data. *For the Learning of Mathematics*, 7(3), 9-16.
- Rezat, S. (2013). The textbook-in-use: students' utilization schemes of mathematics textbooks related to self-regulated practicing. *ZDM Mathematics Education*, 45, 659–670. DOI 10.1007/s11858-013-0529-z
- Semadeni, Z. (1995). Developing children's understanding of verbal arithmetical problems. En M. Hejny & J. Novotná (Eds), *Proceedings of the International Symposium on Elementary Math Teaching* (pp. 27-32). Faculty of Education, Charles University.
- Schoenfeld, A.H. (1991). On mathematics as sense-making: An informal attack on the unfortunate divorce of formal and informal mathematics. In J.F. Voss, D.N. Perkins, & J.W. Segal (Eds), *Informal reasoning and education* (pp. 311-343). Lawrence Erlbaum Associates.
- Slisko, J., Corona Cruz, A., Ruiz-Estrada, H., & Pastrana-Sánchez, R. (2016). Problems with Physics-Related Contexts in Mathematics Textbooks for Mexican Secondary School: Some Alarming Examples of Artificial Problem Contextualizations. En T. Greczylo y E. Debowska (Eds.), *Key Competences in Physics Teaching and Learning*. Proceedings of the International Conference GIREP EPEC 2015 (pp. 225-233). Wroclaw: Institute of Experimental Physics, University of Wroclaw.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1993). A decade or research on word-problem solving in Leuven: Theoretical, methodological, and practical outcomes. *Educational Psychology Review*, 5, 239-256.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1997). Word problems. A Vehicle for authentic mathematical

understanding and problem solving in the primary school? In T. Nunes & P. Bryant (Eds), *Learning and teaching mathematics: An international perspective* (pp. 69-98). Hove, England: Psychology Press.

Verschaffel, L., Greer, B., De Corte, E. (2000). *Making Sense of Word Problems*. Swets & Zeitlinger.

Willingham, D.T. (2007). Critical thinking: Why is it so hard to teach? *American Educator*, 31(2), 8-19.

Zamora Corona, Y. (2017). *El uso de la balanza para el aprendizaje de las ecuaciones de primer grado: el caso de los libros de texto autorizados* (Tesis de maestría, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México). Recuperado de <https://repositorioinstitucional.buap.mx/handle/20.500.12371/213>