



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**DISEÑO DE UN TALLER QUE PROMUEVE HABILIDADES DE
IDENTIFICACIÓN Y ELABORACIÓN DE PROBLEMAS TIPO PISA**

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
LIC. OSCAR MONTIEL GONZÁLEZ

DIRECTOR DE TESIS
DRA. MARÍA ARACELI JUÁREZ RAMÍREZ

CO-DIRECTOR DE TESIS
DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR

PUEBLA, PUE.

JUNIO 2020



BUAP

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que el C:

LIC. OSCAR MONTIEL GONZÁLEZ

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 06 de diciembre de 2019, con la tesis titulada:

“DISEÑO DE UN TALLER QUE PROMUEVE HABILIDADES DE IDENTIFICACIÓN Y ELABORACIÓN DE PROBLEMAS TIPO PISA”

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 30 de junio de 2020

DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV
COORDINADOR DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.



BUAP/2020/1498

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 Sur, edif. FM1
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por la confianza y apoyo recibido durante dos años a través de la beca, la cual me permitió continuar y concluir mis estudios de maestría y realizar este trabajo de investigación, importantes para mi formación académica.

A mi directora de tesis Dra. Araceli Juárez Ramírez por la paciencia y confianza al permitirme elegir mi tema de tesis, un tema que me agrada bastante. Agradezco a mi co-directora Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar, por su tiempo, paciencia y cuidadosas revisiones de este trabajo, siempre asesorándome con críticas constructivas.

A mi jurado de tesis por su tiempo y disposición para la revisión, por la ayuda en sus observaciones y toda su experiencia que compartieron en el coloquio. A mis profesores de la maestría en educación matemática, cada uno me aportó bastante para mi formación académica.

A mi familia por su infinita paciencia durante mi ausencia en estos años de estudio, especialmente a mis padres, Mario y Martha. A mi esposa e hijas, gracias por todo.

A mi colega Lizbeth, por su apoyo técnico que me ha facilitado bastante este trabajo.

ÍNDICE

RESUMEN	7
ABSTRACT	8
INTRODUCCIÓN	9
Capítulo 1.....	10
1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	10
1.1 Antecedentes del problema.....	10
1.2 Justificación.....	11
1.3 Objetivo	13
1.4 Pregunta de investigación.....	13
Capítulo 2.....	14
2 MARCO TEÓRICO PISA.....	14
2.1 Características de PISA	14
2.2 Visión general de lo que evalúa PISA	15
2.2.1 El contenido matemático.....	16
2.2.2 El proceso matemático	16
2.2.3 Las situaciones en que se utilizan las matemáticas	16
2.3 Definiciones en el área de matemáticas.....	16
2.3.1 Organización del área de conocimiento	17
2.3.2 Competencia Matemática.....	21
2.3.3 Alfabetización matemática.....	25
2.3.4 Fases para la solución de un problema.....	25
2.3.5 Matematización	26
2.3.6 Metodología para construir problemas.....	28
2.4 Justificación del curso taller como herramienta para lograr el objetivo	31
Capítulo 3.....	34
3 METODOLOGÍA.....	34
3.1 Diseño del Curso Taller para Elaboración de Problemas tipo PISA	34
3.1.1 Justificación por análisis de contenido.....	34
3.2 Actividades propuestas	34
3.2.1 Instrumentos de recolección de datos.....	34

3.2.2	Lecturas asignadas.....	42
3.2.3	Investigaciones (libros, identificar problemas)	42
3.2.4	Elaboración de problemas	42
Capítulo 4.....		47
4	Resultados.....	47
4.1	Estructura del curso taller	47
4.1.1	Descripción de la primera sesión.....	48
4.1.2	Descripción de la segunda sesión.....	50
4.1.3	Descripción de la tercera sesión	51
4.1.4	Descripción de la cuarta sesión	52
4.2	Experiencias del curso taller.....	52
4.2.1	Encuesta exploratoria	53
4.2.2	Análisis de Problemas tipo PISA en libros de texto.....	55
4.2.3	Elaboración de problemas	58
4.2.4	Validación de Problemas.....	60
4.3	Reflexiones	62
Conclusiones.....		64
Bibliografía		65

Tablas y figuras

Figura 1 Los elementos del área de conocimientos de matemáticas	17
Figura 2. Elementos en la solución de un problema	27
Figura 3Elementos de la metodología PISA	30
Figura 4. Proceso de elaboración de problemas	31
Figura 5. Hoja 1 de encuesta	35
Figura 6. Hoja 2 de encuesta	35
Figura 7. Hoja 3 de encuesta	37
Figura 8. Hoja 4 de encuesta	38
Figura 9. Hoja 5 de encuesta	39
Figura 10. Hoja 6 de encuesta	40
Figura 11. Hoja 7 de encuesta	41
Figura 12. Formato de elaboración de problema, hoja 1	43
Figura 13. Formato de elaboración de problema, hoja 2	44
Figura 14. Formato de elaboración de problema, hoja 3	45
Figura 15. Estructura del curso taller	47
Figura 16. Ejemplo 1 de problemas de encuesta exploratoria.....	53
Figura 17. Ejemplo 2 de problemas de encuesta exploratoria.....	54
Figura 18.Ejemplo 3 de problemas de encuesta exploratoria.....	54
Figura 19. Ejemplo 4 de problemas de encuesta exploratoria.....	55
Figura 20. Ejemplo 1 problema PISA.	55
Figura 21. Ejemplo 2 problema PISA.	56
Figura 22. Ejemplo 3 problema PISA.	57
Figura 23. Ejemplo 4 problema PISA.	57
Figura 24. Ejemplo 1 de elaboración de problema.....	58
Figura 25.Ejemplo 2 de elaboración de problema.....	59
Figura 26. Ejemplo 1 de validación de problema.....	60
Figura 27. Ejemplo de validación de problemas	61
Figura 28. Ejemplo de encuesta final, hoja 1	62
Figura 29. Ejemplo de encuesta final, hoja 2	63

RESUMEN

En esta investigación se presenta el diseño de un taller para docentes de matemáticas con la finalidad de promover habilidades de identificación y elaboración de problemas tipo PISA, debido a que esta metodología promueve el desarrollo de competencias y la movilización de los conceptos matemáticos para aplicarlos en situaciones diarias.

Este taller se diseña basándonos en el marco teórico propuesto por el proyecto OCDE-PISA, el cual primero se estudiará detalladamente para poder identificar las características de los problemas PISA, y después poder clasificarlos, elaborarlos y validarlos mediante el diseño de formatos.

Las actividades fueron seleccionadas cuidadosamente para lograr una familiarización con el marco de referencia indicado y poder movilizar este conocimiento en la elaboración de problemas de matemáticas con estas características.

Palabras clave: taller PISA matemáticas, elaboración de problemas, problemas de matemáticas

ABSTRACT

In this research, the design of a workshop for mathematics teachers is presented with the proposal of promoting identification and elaboration skills of PISA-type problems, because this methodology promotes the development of competences and the mobilization of mathematical concepts to apply in situations daily.

This workshop is designed based on the theoretical framework proposed by the OECD-PISA project, which will first be studied specifically to be able to identify the characteristics of PISA problems, and after being able to classify, elaborate and validate them through the design of formats.

The activities were determined to become familiar with the indicated frame of reference and to mobilize this knowledge in the elaboration of mathematical problems with these characteristics.

Keywords: PISA math workshop, problem-making, math problems

INTRODUCCIÓN

En este trabajo se propone el diseño de un taller que busca promover la metodología de elaboración de problemas de matemáticas tipo PISA en docentes de nivel básico secundaria con especialidad en matemáticas. Los objetivos que se persiguen con este taller son: familiarizar a los participantes con la metodología de PISA para identificar y clasificar los problemas; así como para elaborar y validar problemas que cumplan con los lineamientos de este programa de evaluación internacional.

El marco teórico que sustenta el diseño del taller contempla los términos necesarios que establecen los expertos del proyecto PISA-OCDE, desde la definición del área de conocimiento, la alfabetización matemática, hasta las situaciones o contextos que utilizaremos más adelante para elaboración de los problemas.

En el planteamiento del problema establecemos la siguiente pregunta de investigación: ¿Qué tipo de actividades se deben proponer a docentes de matemáticas para promover los conocimientos y habilidades necesarios para identificar y elaborar problemas tipo PISA?

El diseño del taller propone la estructura de las cuatro sesiones planificando las actividades, y también se diseñan los formatos para la elaboración de reactivos y la validación de los mismos, justificando la propuesta mediante análisis de contenido.

En el capítulo de resultados se presentan todas las actividades que conforman el taller, así como el reporte de una experiencia de aplicación de este taller a un grupo de 17 profesores

Capítulo 1

1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Antecedentes del problema

El Programme for International Student Assessment (PISA) se establece para contribuir al desarrollo de los países miembros de la OCDE y generar indicadores del capital en educación para una sociedad. Tal capital lo constituyen los conocimientos, destrezas, competencias y otros rasgos individuales de sus ciudadanos, que son relevantes para el bienestar personal, social y económico.

El estudio PISA tiene una interpretación comprensiva: debe mostrar la capacidad de los estudiantes para enfrentarse con los problemas cotidianos más variados por medio de las matemáticas. Atreverse a pensar con ideas matemáticas es la descripción actualizada de un ciudadano matemáticamente ilustrado. En sus relaciones con el mundo natural y social, y en su vida cotidiana, los ciudadanos se enfrentan regularmente a situaciones en las que usan el razonamiento cuantitativo o espacial u otras nociones matemáticas que ayudan a clarificar, formular y resolver problemas.

La Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) contempla una serie de indicadores educativos entre las magnitudes económicas y de desarrollo que expresan el nivel de vida de una sociedad. Estos indicadores muestran la calidad del sistema educativo, entre otros, por medio del rendimiento de los escolares en una serie de disciplinas básicas, que comprenden los dominios de lectura comprensiva, competencia matemática y científica; esto se conoce como alfabetización de los escolares. Conocer en qué medida los jóvenes que finalizan la escolaridad obligatoria están preparados para la sociedad del siglo XXI y sus desafíos es un empeño de los países de la OCDE y un modo de evaluar la calidad de sus sistemas educativos (Rico, 2005a).

Actualmente hay diversos estudios de distintos grupos consolidados como el grupo de expertos en matemáticas (Mathematics Expert Group) en el proyecto PISA, el Australian Council of Educational Research (ACER) y el Instituto Freudenthalen, ellos proponen ítems bajo ciertos estándares, evalúan y analizan los datos. El problema es que están muy dispersos los conceptos en las pruebas y consideramos que la creación de un banco de problemas más “cercano” a nuestro entorno, y debidamente sistematizado puede ayudar a la adquisición de competencias. No se trata de enseñar conceptos, sino de proponer una metodología para abordar las situaciones y problemas.

La cantidad de actividades cotidianas donde influyen las matemáticas es extensa, y no solo se reduce a operaciones básicas con los números debido a que el individuo en su entorno debe presupuestar, organizar, ordenar, prever, tomar decisiones, optimizar recursos como el tiempo, medir riesgos, comparar y observar regularidades en comportamientos sociales, económicos y naturales.

Para “medir” la adquisición de estas habilidades existen distintos tipos de pruebas estandarizadas internacionales, entre ellas PISA (Programme for International Student Assessment). A los países miembros de la OCDE (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico) les interesa promover políticas que mejoren el bienestar económico y social de las personas, y una variable importante que incide en este bienestar es la educación, específicamente interesa conocer que tan preparados están nuestros estudiantes para la sociedad del siglo XXI y las habilidades matemáticas que la época exige.

Dicha prueba no se limita a evaluar la adquisición de un concepto, sino a la habilidad para movilizar los conocimientos en distintos dominios de la vida cotidiana, y aplicarlos en la solución de problemas. La prueba incluye tres áreas: lectura de comprensión, matemáticas y ciencias.

1.2 Justificación

En la actualidad y en el futuro inmediato, todos los países necesitan ciudadanos competentes en matemáticas, capaces de enfrentarse a una sociedad compleja y rápidamente cambiante. La información accesible ha ido creciendo de manera exponencial y los ciudadanos tienen que ser capaces de decidir cómo tratar esta información. Los debates sociales hacen uso, cada vez más, de información cuantitativa para apoyar las afirmaciones. Un ejemplo de la necesidad de la competencia matemática se observa en que, a menudo, a las personas se les pide en encuestas y estudios que den opiniones y valoraciones sobre la exactitud de diferentes conclusiones y afirmaciones. El ser capaz de juzgar la solidez de las afirmaciones de tales argumentos es, e irá siendo cada vez más, una característica crucial del ciudadano responsable. Los pasos del proceso de matematización tratados en este trabajo constituyen elementos fundamentales a la hora de utilizar las matemáticas en este tipo de situaciones complejas. El no saber utilizar las nociones matemáticas puede llevar a adoptar decisiones confusas en la vida personal, a creer más fácilmente en las pseudociencias y a tomar decisiones poco informadas en la vida profesional y social.

Un ciudadano con competencia matemática se da cuenta de lo rápido que se producen los cambios y de la consiguiente necesidad de ir aprendiendo a lo largo de toda la vida y debe adaptarse a estos cambios de una manera creativa, flexible y práctica ya que es una condición necesaria para tener éxito. Las destrezas aprendidas en la escuela probablemente no serán suficientes para cubrir las necesidades de los ciudadanos en la mayor parte de la vida adulta.

Los requisitos para una ciudadanía competente y reflexiva afectan también al mundo del trabajo. A los trabajadores se les pide cada vez menos que realicen trabajos físicos repetitivos en su vida laboral. Por el contrario, participan activamente en el control de la producción de un gran número de máquinas de alta tecnología al tiempo que tratan con un gran flujo de información y participan en la solución de problemas en grupo. La tendencia es que cada vez más trabajos exigirán la capacidad de saber comprender, comunicar, utilizar y explicar conceptos y procedimientos basados en el pensamiento matemático. Los ciudadanos con competencia matemática tienden a apreciar las matemáticas como una disciplina dinámica, cambiante e importante que, a menudo, les resulta útil para sus necesidades.

Las matemáticas forman parte de la educación obligatoria en todos los países, ya que contribuyen plenamente al desarrollo individual y a la integración social. La educación matemática proclama como principio que todos los ciudadanos alcancen-por medio de las matemáticas- el máximo desarrollo posible de todas sus capacidades, individuales y sociales, intelectuales, culturales y emocionales (Rico, 1998).

Entre otras justificaciones para la adquisición de competencias matemáticas se encuentran las siguientes:

- Promueven destrezas de pensamiento de alto nivel.
- Forman parte de las dimensiones de la personalidad humana.
- Proporcionan sentido de utilidad y confianza en el propio trabajo.

Niis (1995) destaca dos tipos de argumentos en los estudios sobre fines de la educación matemática: argumentos utilitarios y argumentos de formación general.

Entre los argumentos utilitarios recoge los siguientes:

- Aquellos que centran su interés hacia las matemáticas escolares por la ayuda que proporcionan para desenvolverse en la vida.
- Los que destacan las necesidades ocupacionales.
- Aquellos otros que consideran importante su función subsidiaria como requisito previo para el estudio de otras ciencias.

La doble función que se viene dando al aprendizaje escolar de las matemáticas: se aprende matemáticas porque son útiles en otros ámbitos (en la vida cotidiana, en el mundo laboral, para aprender otras cosas...) y, también por lo que su aprendizaje aporta a la formación intelectual general, en concreto las destrezas susceptibles de ser utilizadas en una amplia gama de casos particulares, y que contribuyen, por sí mismas, a potenciar capacidades cognitivas de niños y niñas.

En la sociedad actual las personas necesitan, en los distintos ámbitos profesionales, un mayor dominio de ideas y destrezas matemáticas que las que precisaban hace solo unos años. La toma de decisiones requiere comprender, modificar y producir mensajes de todo tipo y en la información que se maneja cada vez aparecen con más frecuencia tablas, gráficos y fórmulas que demandan conocimientos matemáticos para su correcta interpretación. Por ello, los ciudadanos deben estar preparados para adaptarse con eficacia a los distintos cambios que se generan. Ahora bien, acometer los retos de la sociedad contemporánea supone, además, preparar a los ciudadanos para que adquieran autonomía a la hora de establecer hipótesis y contrastarlas, diseñar estrategias o extrapolar resultados a situaciones análogas.

1.3 Objetivo

- Diseñar un taller que promueva conocimientos y habilidades para la identificación y elaboración de problemas de matemáticas tipo PISA en docentes de secundaria.

1.4 Pregunta de investigación

¿Qué tipo de actividades se deben proponer a docentes de matemáticas para promover los conocimientos y habilidades necesarios para identificar y elaborar problemas tipo PISA?

Capítulo 2

2 MARCO TEÓRICO PISA

2.1 Características de PISA

El proyecto OCDE/PISA presenta evaluaciones sobre la competencia lectora, matemática y científica de los estudiantes, las escuelas y los países, proporciona nuevas perspectivas sobre los factores que influyen en el desarrollo de estas destrezas en el hogar y en la escuela, y examina cómo interactúan estos factores y cuáles son las implicaciones para el desarrollo de las políticas educativas.

Los motivos principales para utilizar este tipo de enfoque amplio son los siguientes:

- La aplicación de este conocimiento en la vida adulta depende de manera decisiva de la adquisición de unas destrezas y nociones más amplias. En matemáticas, cuando se trata de aplicarlas a las situaciones de la vida diaria, es más importante la capacidad del alumno para establecer un razonamiento cuantitativo y representar relaciones o interdependencias que saber responder a las preguntas típicas de los libros de texto.
- Los alumnos necesitan desarrollar ciertas destrezas amplias y generales. Entre ellas se cuentan la comunicación, la adaptabilidad, la flexibilidad, la capacidad para solucionar problemas y la utilización de las tecnologías de la información.

Los estudiantes deben ser capaces de organizar y regular su propio aprendizaje, de aprender en solitario o en grupo y de superar dificultades en el proceso de aprendizaje. Y para ello tendrán que ser conscientes de sus procesos de pensamiento, de sus métodos y estrategias de aprendizaje.

El proyecto OCDE/PISA adopta un enfoque distinto en diferentes aspectos:

- **Su origen:** la iniciativa la han tomado los gobiernos, y los resultados se dirigen a sus preocupaciones en materia de política educativa.

- **Su regularidad:** el compromiso de abarcar múltiples áreas de evaluación con actualizaciones cada tres años permite que los países efectúen un seguimiento regular y previsible de sus progresos para alcanzar las principales metas académicas.
- **El grupo de edad estudiado:** la evaluación de los jóvenes que están acabando el período de escolarización obligatoria aporta un indicador muy útil acerca del rendimiento de los sistemas educativos.
- **Los conocimientos y destrezas evaluados:** éstos no se definen a partir de un denominador común de los currículos nacionales, sino a partir de las destrezas que se consideran esenciales para la vida futura. Ésta es la característica más importante del proyecto OCDE/PISA. El proyecto OCDE/PISA no excluye los conocimientos y la comprensión basados en el currículum, pero los evalúa sobre todo en términos de la adquisición de destrezas y conceptos más amplios que permiten su aplicación cotidiana.

Este énfasis en la evaluación en términos de dominio funcional y de conceptos amplios resulta especialmente significativo si se tiene en cuenta el interés de los países en cuanto al desarrollo de capital humano, que la OCDE define como: «**los conocimientos, destrezas, competencias y otros atributos de los individuos que son importantes para el bienestar personal, social y económico**».

2.2 Visión general de lo que evalúa PISA

La evaluación de competencias transversales se contempla mediante la inclusión de un dominio sobre resolución de problemas. La evaluación PISA destaca la maestría en los procesos, la comprensión de conceptos y la habilidad para actuar en distintas situaciones dentro de cada dominio. Los conocimientos y destrezas evaluados no proceden, prioritariamente, del núcleo común de los currículos nacionales, sino de aquello que los expertos juzgan esencial para la vida adulta. Se considera que ésta es una característica importante del proyecto PISA/OCDE, ya destacada en los trabajos de Freudenthal (1973).

El diseño y la realización del estudio, dentro del marco establecido por el Consejo de Países Participantes, se encarga a un consorcio internacional dirigido por el Australian Council for

Educational Research (ACER, Consejo Australiano de Investigación Educativa). Otros socios de este consorcio son el Instituto Nacional Holandés de Investigación Educativa (CITO), la empresa estadounidense WESTAT y el Educational Testing Service (ETS, Servicio de Evaluación Educativa, de Estados Unidos) y el Instituto de Investigación sobre Política Educativa de Japón (NIER).

2.2.1 El contenido matemático

Se define principalmente en términos de cuatro ideas principales (cantidad, espacio y forma, cambio y relaciones e incertidumbre) y sólo de modo secundario en relación a los “contenidos curriculares” (como los números, el álgebra y la geometría).

2.2.2 El proceso matemático

Definido mediante las competencias matemáticas generales. Éstas incluyen el empleo del lenguaje matemático, la construcción de modelos matemáticos y las destrezas de solución de problemas. No obstante, dichas destrezas no se evalúan mediante preguntas distintas, ya que se presume que se necesitará un conjunto de competencias diversas para realizar cualquier ejercicio matemático propuesto. Por el contrario, las preguntas se organizan de acuerdo a “grupos de competencia” que definen el tipo de razonamiento necesario para resolverlas.

2.2.3 Las situaciones en que se utilizan las matemáticas

Determinadas a partir de la distancia a la que se encuentran de los estudiantes. El marco identifica cinco situaciones: personal, educativa, profesional, pública y científica.

2.3 Definiciones en el área de matemáticas

El área de matemáticas se ocupa de la capacidad de los estudiantes para analizar, razonar y comunicar ideas de un modo efectivo, al plantear, formular, resolver e interpretar problemas matemáticos en diferentes situaciones. La evaluación OCDE/PISA se centra en problemas del mundo real, de modo que va más allá de los casos y problemas que se plantean generalmente en las aulas. En el contexto del mundo real, a la hora de comprar, viajar, cocinar, gestionar su economía doméstica o valorar cuestiones políticas entre otras cosas, los ciudadanos se enfrentan con frecuencia a situaciones en las que el utilizar un razonamiento cuantitativo o espacial u otras aptitudes matemáticas les ayuda a aclarar, formular o resolver un problema. Este tipo de utilización de las matemáticas se basa en las destrezas que se han adquirido y practicado a través de los

problemas que se presentan generalmente en los libros de texto y en las clases. Sin embargo, estas destrezas requieren la capacidad de saber aplicarlas en un contexto menos estructurado donde no hay indicaciones tan claras y donde el estudiante debe decidir qué datos son los importantes y cómo aplicarlos para que resulten útiles.

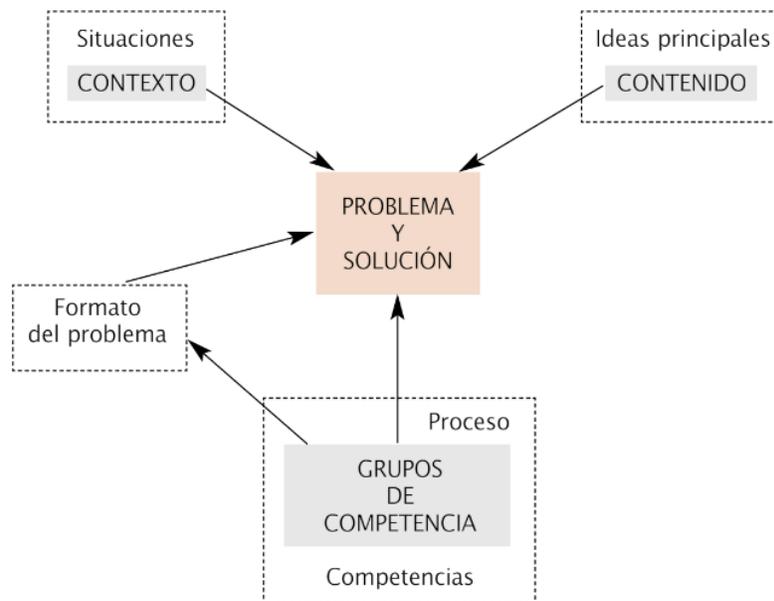


Figura 1 Los elementos del área de conocimientos de matemáticas

2.3.1 Organización del área de conocimiento

El marco conceptual de matemáticas del proyecto OCDE/PISA proporciona la base y la descripción de una evaluación que determine en qué medida los estudiantes de 15 años son capaces de manejar las matemáticas de una manera bien fundada al hacer frente a problemas del mundo real o bien, en términos más generales, una evaluación del grado de competencia matemática de los estudiantes de 15 años. Para describir más claramente el área de conocimiento evaluada deben distinguirse tres elementos:

- Las *situaciones o contextos* en que se sitúan los problemas;
- El *contenido matemático* del que hay que valerse para resolver los problemas, organizado según ciertas ideas principales; y, sobre todo,

- Las **competencias** que deben activarse para vincular el mundo real en el que se generan los problemas con las matemáticas, y, por tanto, para resolver los problemas. Estos elementos están representados de manera gráfica en el siguiente.

2.3.1.1 Situaciones o contextos

Un aspecto importante de la competencia matemática lo constituye el involucrarse en las matemáticas, es decir, ejercitar y utilizar las matemáticas en una amplia variedad de situaciones. Se ha reconocido, en efecto, que al resolver un individuo asuntos susceptibles de tratamiento matemático, las representaciones y los métodos que escoge a menudo dependen de las situaciones en las que se presentan los problemas.

La situación es la parte del mundo del estudiante en la que se localizan los ejercicios que se le plantean. Se sitúa a una distancia diversa del estudiante mismo. Dentro de la evaluación OCDE/PISA, la situación más cercana es la vida personal del estudiante. Luego se sitúan la vida escolar, la vida laboral y el ocio, seguidas de la vida en la comunidad local y la sociedad tal y como se presentan en la vida diaria. A mucha distancia de todas ellas están las situaciones de tipo científico. Para los problemas que se van a presentar, se definen y utilizan cinco tipos de situaciones: personal, educacional, profesional, pública y científica.

El contexto de un ejercicio lo constituye el modo concreto en que ésta se presenta dentro de una situación. Engloba los elementos específicos utilizados en el enunciado del problema que el ejercicio plantea. El proyecto OCDE/PISA incluye una variedad limitada de este tipo de ejercicios y en ellos se hace explícito el estrecho vínculo entre el problema y las matemáticas que subyacen en él. De manera más típica, los problemas que aparecen en la experiencia del día a día del estudiante no se plantean en términos matemáticos explícitos, sino que hacen referencia a objetos del mundo real. Los contenidos de estos ejercicios se denominan extramatemáticos y, entonces, el estudiante debe traducir estos contextos de los problemas a una formulación matemática.

2.3.1.2 Contenido matemático

En el proyecto OCDE/PISA 2003 se utiliza la siguiente lista de ideas principales para adaptarse a los requisitos del desarrollo histórico, la cobertura del área y la plasmación de las líneas principales del currículum escolar:

- *Cantidad*
- *Espacio y forma*
- *Cambio y relaciones*
- *Incertidumbre*

A través de estas ideas, el contenido matemático se organiza en un número suficiente de áreas para garantizar que las preguntas de la prueba cubran el conjunto del currículo pero, al mismo tiempo, en un número suficientemente pequeño para evitar una división demasiado detallada que resultase perjudicial a la hora de atender los problemas basados en situaciones reales.

La concepción básica de una idea principal es un conjunto que engloba hechos y conceptos y que cobra sentido y puede encontrarse a lo largo de un gran número de situaciones diferentes. Debido a su misma naturaleza, cada idea principal puede percibirse como una especie de noción general que trata algún tipo de dimensión de contenido matemático. Esto implica que las ideas principales no pueden definirse de manera exacta en función de otra existente, porque no se puede trazar una línea de separación clara entre unas y otras. Por el contrario, cada una de ellas representa una perspectiva o punto de vista que puede concebirse como poseedora de un núcleo, un centro de gravedad y, de algún modo, un área circundante difusa que permite la intersección con otras ideas principales. En principio, una idea principal posee una intersección con cualquier otra idea principal. Las cuatro ideas principales se resumen en el apartado siguiente y se tratan con mayor profundidad más adelante.

2.3.1.2.1 Cantidad

Esta idea principal se centra en la necesidad de cuantificar para organizar el mundo. Las características importantes engloban la comprensión del tamaño relativo, el reconocimiento de las regularidades numéricas y la utilización de los números para representar cantidades y atributos cuantificables de los objetos del mundo real (recuentos y medidas). Además, la cantidad tiene que ver con el procesamiento y comprensión de los números que de diferentes maneras se nos presentan. Un aspecto importante al tratar con la cantidad es el razonamiento cuantitativo. Los componentes esenciales del razonamiento cuantitativo son el sentido para los números, la representación de los números de diferentes maneras, la comprensión del significado de las

operaciones, la percepción de la magnitud de los números, los cálculos matemáticamente elegantes, la estimación y el cálculo mental.

2.3.1.2.2 Espacio y forma

Las regularidades se encuentran en todas partes: en el habla, la música, los vídeos, el tráfico, las construcciones y el arte. Las formas pueden considerarse como regularidades: casas, edificios de oficinas, puentes, estrellas de mar, copos de nieve, callejeros, hojas de trébol, cristales y sombras. Las regularidades geométricas pueden servir como unos modelos relativamente simples de muchas clases de hechos, y su estudio resulta posible y deseable en todos los niveles (Grünbaum, 1985). El estudio de la forma y las construcciones exige buscar similitudes y diferencias al analizar los componentes formales y al reconocer las formas en diferentes representaciones y diferentes dimensiones. El estudio de las formas está estrechamente vinculado al concepto de percepción espacial. Esto comporta aprender a reconocer, explorar y conquistar, para vivir, respirar y movernos con mayor conocimiento en el espacio en que vivimos (Freudenthal, 1973). Para conseguirlo es preciso comprender las propiedades de los objetos y sus posiciones relativas. Debemos ser conscientes de cómo vemos las cosas y de por qué las vemos de ese modo. Debemos aprender a orientarnos por el espacio y a través de las construcciones y formas. Ello significa entender la relación entre formas e imágenes, o representaciones visuales, tales como la relación entre una ciudad real y las fotografías y callejeros de esa ciudad. También presupone entender la representación en dos dimensiones de los objetos tridimensionales, la formación de las sombras y cómo interpretarlas, qué es la perspectiva y cómo funciona.

2.3.1.2.3 Cambio y relaciones

Cualquier fenómeno natural constituye una manifestación de cambio; el mundo que nos rodea presenta una gran cantidad de relaciones temporales y permanentes entre los diferentes fenómenos. Son ejemplo de ello los organismos, que cambian a medida que crecen, el ciclo de las estaciones, el flujo y reflujo de las mareas, los ciclos de desempleo, los cambios climatológicos y los índices bursátiles. Algunos de estos procesos de cambio comportan funciones matemáticas simples y pueden describirse o modelarse mediante ellas: funciones lineales, exponenciales, periódicas o logarítmicas, tanto discretas como continuas. No obstante, muchas relaciones pertenecen a categorías diferentes y, a menudo, el análisis de los datos resulta esencial para determinar qué tipo de relación se produce. A menudo las relaciones matemáticas adoptan la forma de ecuaciones o

desigualdades, pero también pueden darse relaciones de una naturaleza más general (p. ej., equivalencia, divisibilidad o inclusión, entre otras). El pensamiento funcional —es decir, el pensar sobre y en términos de relaciones— es uno de los objetivos disciplinarios más importantes de la enseñanza de las matemáticas (MAA, 1923). Las relaciones pueden darse en una gran variedad de representaciones diferentes, entre ellas la simbólica, la algebraica, la tabular y la geométrica. Las diferentes representaciones sirven a propósitos diferentes y poseen propiedades diferentes. Por esta razón, la traducción entre las diferentes representaciones tiene a menudo una importancia fundamental a la hora de ocuparse de diversas situaciones y tareas.

2.3.1.2.4 Incertidumbre

La actual “sociedad de la información” proporciona un gran número de informaciones que a menudo se presentan como precisas, científicas y en diverso grado ciertas. No obstante, en la vida diaria nos enfrentamos a resultados de elecciones inciertos, puentes que desmoronan, caídas de la bolsa, predicciones del tiempo poco fidedignas, predicciones desafortunadas del crecimiento de la población, modelos económicos que no funcionan bien y muchas otras demostraciones de la incertidumbre del mundo en que vivimos. La incertidumbre está pensada para sugerir dos temas relacionados: los datos y el azar. Estos dos fenómenos son objeto de estudio matemático por parte de la estadística y de la probabilidad, respectivamente. Las recientes recomendaciones relativas a los currículos escolares son unánimes al sugerir que la estadística y la probabilidad deberían ocupar un lugar mucho más importante que el que han tenido en el pasado (Committee of Inquiry into the Teaching of Mathematics in Schools, 1982; LOGSE, 1990; MSEB, 1990; NCTM, 1989; NCTM, 2000). Actividades y conceptos matemáticos importantes de esta área son la recogida de datos, el análisis y la presentación /visualización de los mismos, la probabilidad y la deducción. Ahora abordaremos el aspecto más importante del marco conceptual de las matemáticas: las competencias que los alumnos deben movilizar para tratar de resolver problemas. Estas competencias se tratan bajo el título genérico de procesos matemáticos.

2.3.2 Competencia Matemática

Las competencias matemáticas expresan los modos en que los estudiantes deben actuar cuando hacen matemáticas, es decir, los procesos a cuyo dominio debe estar orientada la formación. Estas competencias o procesos son objetivos generales a largo plazo de esa formación.

Dentro del proyecto OCDE/PISA la definición de competencia matemática es la siguiente:

La competencia matemática es la aptitud de un individuo para identificar y comprender el papel que desempeñan las matemáticas en el mundo, alcanzar razonamientos bien fundados y utilizar y participar en las matemáticas en función de las necesidades de su vida como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo.

El término competencia matemática se ha escogido para enfatizar el uso funcional del conocimiento matemático en numerosas y diversas situaciones y de manera variada, reflexiva y basada en una comprensión profunda. Por descontado, para que este uso sea posible y viable, se requieren una gran cantidad de conocimientos y de destrezas matemáticas básicas, y tales destrezas forman parte de nuestra definición de competencia.

La competencia matemática no debe limitarse al conocimiento de la terminología, datos y procedimientos matemáticos, aunque, lógicamente, debe incluirlos, ni a las destrezas para realizar ciertas operaciones y cumplir con determinados métodos. La competencia matemática comporta la combinación creativa de estos elementos en respuesta a las condiciones que imponga una situación externa.

La noción de competencia es central en el estudio PISA, hace referencia al objeto de la evaluación. Esta noción se utiliza en distintos momentos, con distintos usos e interpretaciones, y responde al modelo funcional de las matemáticas escolares. Las competencias o procesos generales elegidos por el proyecto PISA son:

Pensar y razonar. Argumentar. Comunicar. Modelizar. Plantear y resolver problemas. Representar. Utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones.

Una capacidad fundamental que comporta esta noción de competencia matemática es la aptitud para plantear, formular, resolver e interpretar problemas a través de las matemáticas en diferentes situaciones y contextos. Los contextos varían de los puramente matemáticos a aquellos en los que no se presenta ninguna estructura matemática o ésta no es evidente de entrada: la persona que plantee o resuelva el problema deberá introducir correctamente la estructura matemática. También es importante destacar que la definición no hace exclusivamente referencia a los conocimientos matemáticos mínimos exigibles, sino también a la realización y utilización de las matemáticas en situaciones que varían entre lo diario y lo inusual, entre lo simple y lo complejo.

Las actitudes y emociones relacionadas con las matemáticas, tales como la confianza en uno mismo, la curiosidad, la percepción de su interés e importancia y el deseo de hacer o comprender las cosas, no forman parte de la definición de competencia matemática, pero, no obstante, contribuyen a ella. En principio, se puede tener competencia matemática sin necesidad de albergar tales actitudes y emociones. No obstante, en la práctica, no es probable que alguien pueda ejercer y llevar a la práctica tal competencia si no cuenta con cierto grado de confianza en sí mismo, curiosidad, percepción de su interés e importancia y el deseo de hacer o comprender cosas que incluyan componentes matemáticos. Se reconoce la importancia de estas actitudes y sentimientos en relación con la competencia matemática. No forman parte de la evaluación de la competencia matemática, pero se tratarán en otras partes del proyecto OCDE/PISA.

2.3.2.1 Clasificación de las competencias matemáticas

Un individuo que deba participar con éxito en la matemática en una gran variedad de situaciones, contextos intra y extramatemáticos e ideas principales necesita poseer un número suficiente de competencias matemáticas que, juntas, puedan ser consideradas como una competencia matemática comprensiva. Cada una de estas competencias puede dominarse a diferentes niveles. Las distintas partes de la matemática se sirven de manera diferente de estas competencias, tanto en lo que se refiere a las competencias individuales como en relación con el nivel de dominio necesario. Para identificar y examinar estas competencias, el proyecto OCDE/PISA ha decidido utilizar ocho competencias matemáticas características que se basan en su forma actual en el trabajo de Niss (1999) y sus colegas daneses.

1. Pensar y razonar. Formular preguntas características de las matemáticas («Hay...?», «En ese caso, ¿cuántos?», «Cómo puedo hallar...»); conocer los tipos de respuestas que dan las matemáticas a esas preguntas; diferenciar entre los diferentes tipos de afirmaciones (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, aseveraciones condicionadas); y entender y tratar la amplitud y los límites de los conceptos matemáticos dados.

2. Argumentación. Saber lo que son las demostraciones matemáticas y en qué se diferencia de otros tipos de razonamiento matemático; seguir y valorar el encadenamiento de argumentos matemáticos de diferentes tipos; tener un sentido heurístico («¿Qué puede o no puede pasar y por qué?»); y crear y plasmar argumentos matemáticos.

3. Comunicación. Esto comporta saber expresarse de diferentes maneras, tanto oralmente como por escrito, sobre temas de contenido matemático y entender las afirmaciones orales y escritas de terceras personas sobre dichos temas.

4. Construcción de modelos. Estructurar el campo o situación que se quiere modelar; traducir la realidad a estructuras matemáticas; interpretar los modelos matemáticos en términos de “realidad”; trabajar con un modelo matemático; validar el modelo; reflexionar, analizar y criticar un modelo y sus resultados; comunicar opiniones sobre el modelo y sus resultados (incluyendo las limitaciones de tales resultados); y supervisar y controlar el proceso de construcción de modelos.

5. Formulación y resolución de problemas. Representar, formular y definir diferentes tipos de problemas matemáticos (por ejemplo, “puro”, “aplicado”, “abierto” y “cerrado”); y la resolución de diferentes tipos de problemas matemáticos de diversas maneras.

6. Representación. Descodificar y codificar, traducir, interpretar y diferenciar entre las diversas formas de representación de las situaciones y objetos matemáticos y las interrelaciones entre las varias representaciones; seleccionar y cambiar entre diferentes formas de representación dependiendo de la situación y el propósito.

7. Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico. Descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico y comprender su relación con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico/formal; manejar afirmaciones y expresiones con símbolos y formulas; utilizar variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.

8. Empleo de soportes y herramientas. Tener conocimientos y ser capaz de utilizar diferentes soportes y herramientas (entre ellas, herramientas de las tecnologías de la información) que pueden ayudar en la actividad matemática; y conocer sus limitaciones.

La intención del proyecto OCDE/PISA no consiste en desarrollar preguntas de prueba que evalúen las competencias arriba mencionadas por separado. Dichas competencias se entremezclan y a menudo es necesario, al ejercitar las matemáticas, recurrir al mismo tiempo a muchas competencias, de manera que el intentar evaluar las competencias por separado resultaría por lo general una tarea artificial y una compartimentación innecesaria del área. Las diferentes competencias que presenten los alumnos variarán considerablemente de una persona a otra. Esto

es en parte así debido a que todo el aprendizaje tiene lugar a través de experiencias, y «la elaboración del conocimiento propio tiene lugar a través de los procesos de interacción, negociación y colaboración» (De Corte, Greer y Verschaffel, 1996, pág. 510). El proyecto OCDE/PISA parte del hecho de que gran parte de las matemáticas que saben los estudiantes la han aprendido en la escuela. La comprensión de un área de conocimiento es algo que se va adquiriendo gradualmente. Con el tiempo van apareciendo maneras más formales y abstractas de representación y razonamiento como resultado de ir participando en actividades diseñadas para desarrollar ideas informales. La competencia matemática también se adquiere a través de experimentar interrelaciones asociadas en diferentes situaciones o contextos sociales.

Para describir y transmitir de manera productiva las capacidades de los estudiantes, así como sus puntos fuertes y sus puntos débiles desde una perspectiva internacional, es necesaria cierta estructura. Un modo de ofrecerla de una manera comprensible y manejable es describir grupos de competencias a partir de los tipos de requisitos cognitivos necesarios para resolver diferentes problemas matemáticos.

2.3.3 Alfabetización matemática

Para el estudio OCDE/PISA la alfabetización matemática es:

La capacidad individual para identificar y entender el papel que las matemáticas tienen en el mundo, hacer juicios bien fundados y usar e implicarse con las matemáticas en aquellos momentos en que se presenten necesidades en la vida de cada individuo como ciudadano constructivo, comprometido y reflexivo (OCDE, 2003)

2.3.4 Fases para la solución de un problema

Esta consideración es heredera de una importante tradición, que ha distinguido distintas fases en el proceso de resolución de problemas (Dewey, 1933; Polya, 1945). En esta misma tradición, los responsables del estudio PISA de matemáticas (OCDE, 2003) caracterizan la actividad de hacer matemáticas mediante cinco fases: Comenzar con un problema situado en la realidad. Organizarlo de acuerdo con conceptos matemáticos. Despegarse progresivamente de la realidad mediante procesos tales como hacer suposiciones sobre los datos del problema, generalizar y formalizar. Resolver el problema. Proporcionar sentido a la solución, en términos de la situación inicial.

La secuencia de estas fases caracteriza, en sentido amplio, la metodología de enseñanza de las matemáticas; es así como los matemáticos hacen matemáticas y las personas emplean las matemáticas en variedad de profesiones y trabajos.

2.3.5 Matemización

En el marco teórico de PISA el proceso de hacer matemáticas, que se conoce como matemización implica, en primer lugar, traducir los problemas desde el mundo real al matemático.

2.3.5.1 La matemización horizontal

Se sustenta sobre actividades como las siguientes:

- Identificar las matemáticas que pueden ser relevantes respecto al problema.
- Representar el problema de modo diferente.
- Comprender la relación entre los lenguajes natural, simbólico y formal.
- Encontrar regularidades, relaciones y patrones.
- Reconocer isomorfismos con otros problemas ya conocidos.
- Traducir el problema a un modelo matemático.

2.3.5.2 Matemización vertical

Una vez traducido el problema a una expresión matemática el proceso puede continuar. El estudiante puede plantear a continuación cuestiones en las que utiliza conceptos y destrezas matemáticas. Esta fase del proceso se denomina matemización vertical. La matemización vertical incluye:

- Utilizar diferentes representaciones.
- Usar el lenguaje simbólico, formal y técnico y sus operaciones.
- Refinar y ajustar los modelos matemáticos, combinar e integrar modelos.
- Argumentar y Generalizar.

La fase posterior en la resolución de un problema implica reflexionar sobre el proceso completo de matematización y sus resultados. Los estudiantes deberán interpretar los resultados con actitud crítica y validar el proceso completo. Algunos aspectos de esta fase de validación y reflexión son:

- Entender la extensión y límites de los conceptos matemáticos.
- Reflexionar sobre los argumentos matemáticos y explicar y justificar los resultados.
- Comunicar el proceso y la solución.
- Criticar el modelo y sus límites.

El siguiente esquema muestra los elementos antes mencionados que intervienen en la solución de un problema:

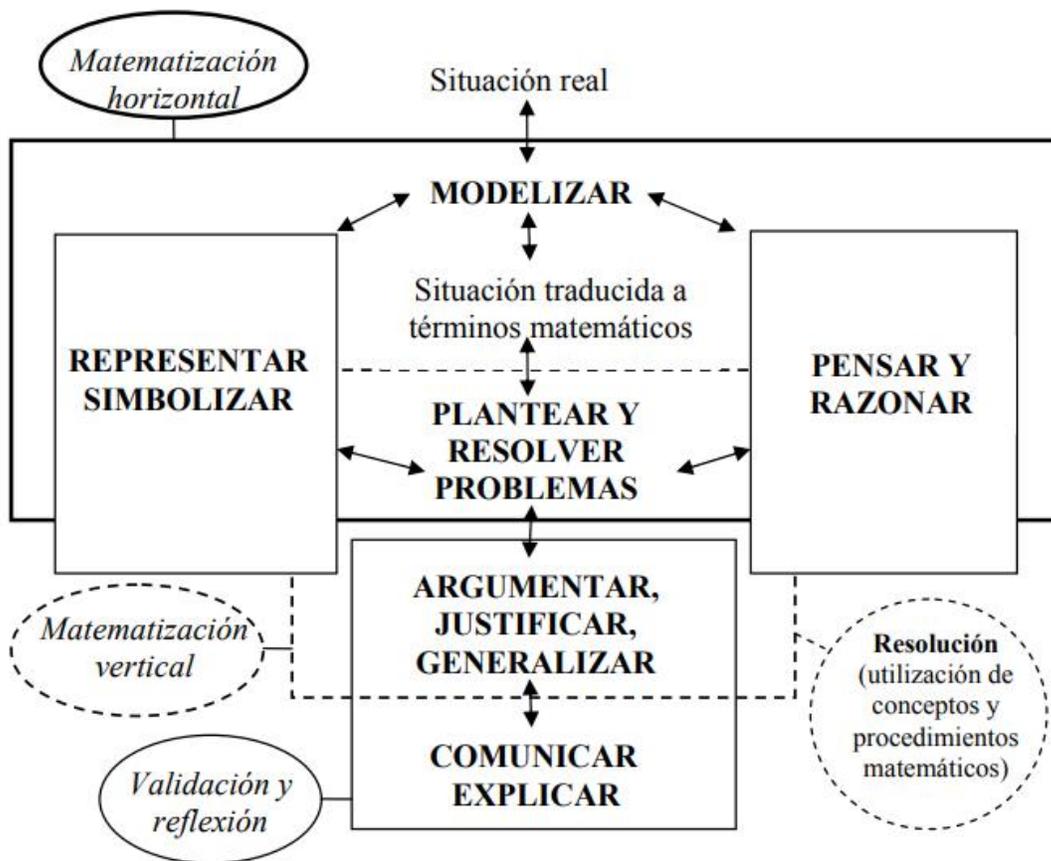


Figura 2. Elementos en la solución de un problema

2.3.6 Metodología para construir problemas

Los especialistas del proyecto de la OCDE-PISA preparan ítems que evalúen distintas etapas del proceso. Consideran una metodología como estrategia para construir ítems que supone los siguientes elementos:

Organización del dominio. (Situaciones y contextos. Contenidos matemáticos)

Procesos matemáticos (Matematización horizontal y vertical)

Las competencias (niveles de competencia)

Primer nivel. Reproducción o conocimientos rutinarios.

Segundo nivel. Conexiones e integración para resolver problemas estándar.

Tercer nivel. Razonamiento, argumentación, intuición y generalización para resolver problemas originales.

Los siguientes son ejemplos sobre los distintos niveles de competencia en los problemas de matemáticas;

Ejemplos de ítems de reproducción

Ejp.1. Resolver la ecuación $7x - 3 = 13x + 15$.

Ejp.2. Calcular la media de 7, 12, 8, 14, 15 y 9

Ejp.3. Escribir 69% como fracción.

Ejp.4. Si se colocan 1000 euros en una cartilla de ahorros de interés del 4%, ¿Cuántos euros habrá en la cuenta después de un año?

Ejemplos de ítems de conexión

Ejp.1. María vive a 2 kilómetros del colegio, Martín a 5. ¿A qué distancia vive María de Martín?

Ejp.3. Una pizzería sirve dos tipos de pizza redonda, del mismo grosor y diferentes tamaños. La pequeña tiene un diámetro de 3dm y cuesta 3 euros. La mayor tiene un diámetro de 4dm y cuesta cuatro euros. ¿Cuál es la pizza que tiene mejor precio? Explica tu razonamiento.

Ejemplo de ítem de reflexión.

Ejp.1. En un cierto país el presupuesto de defensa es de 30 millones de dólares para 1980. El presupuesto total para ese año es de 500 millones de dólares. Al año siguiente el presupuesto de defensa es de 35 millones de dólares, mientras que el presupuesto total es de 605 millones de dólares. La inflación durante el periodo que cubren los dos presupuestos es del 10%.

- A. Se le invita a hacer una exposición ante una sociedad pacifista. Intentas explicar que el presupuesto de defensa ha disminuido en este periodo. Explica cómo hacerlo.
- B. Se le invita a hacer una exposición ante una academia militar. Intentas explicar que el presupuesto de defensa se ha incrementado en este periodo. Explica cómo hacerlo.

Todos estos elementos expuestos son importantes, debido a que nos servirán de base para proponer un formato de diseño y validación de problemas con la metodología PISA. Resumimos los elementos revisados mediante el siguiente esquema:

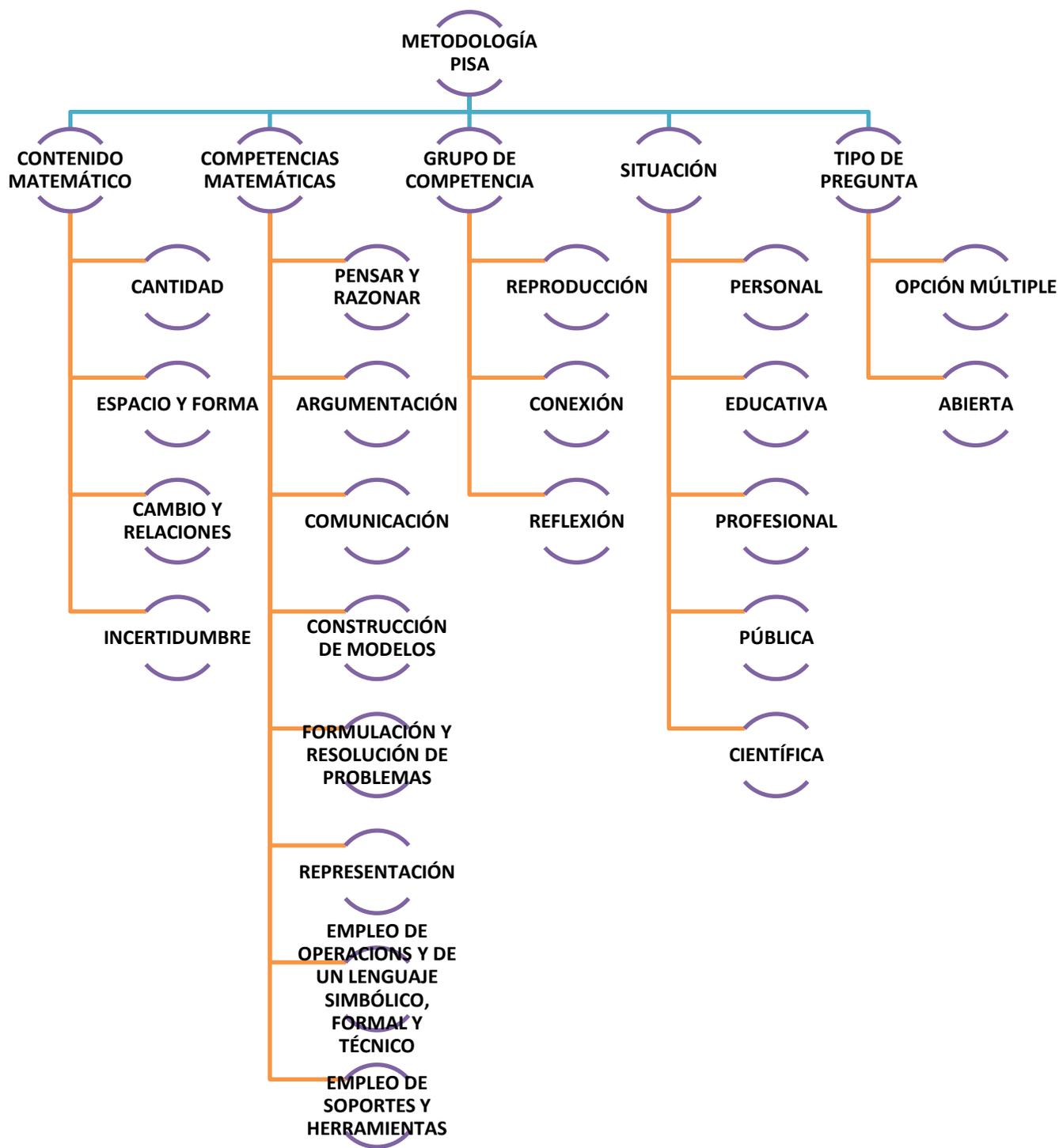


Figura 3 Elementos de la metodología PISA

Y para la elaboración de problemas en matemáticas, consideramos los siguientes procesos:



Figura 4. Proceso de elaboración de problemas

Considerando el diseño como la determinación de los elementos de la metodología antes señalada en nuestro problema, como son: competencias matemáticas, contenido matemático, tipo de pregunta, grupo de competencia y situación. La elaboración se refiere a enunciar el problema y también identificar sus soluciones, para asignar algún puntaje, dependiendo del dominio del estudiante. La validación del problema se realizara mediante la revisión de cada uno de los elementos anteriores y mediante la rúbrica mostrada en la hoja de diseño, que se refiere al proceso de matematización de los problemas. Finalmente, la evaluación se refiere a dar sugerencias o recomendaciones sobre cómo adaptar el problema a la metodología, o bien rechazarlo mediante los pasos anteriores, argumentando correctamente la decisión.

2.4 Justificación del curso taller como herramienta para lograr el objetivo

El taller introduce una metodología participativa y crea las condiciones para desarrollar la creatividad y la capacidad de investigación, siendo una de las formas de práctica educativa de

carácter paidocéntrico: el acento está puesto en el que aprende. Se propone esta metodología considerando los siguientes objetivos en los docentes participantes:

- Que hayan adquirido conocimientos relevantes para la resolución de los problemas.
- Que hayan internalizado la modalidad adaptativa de aproximación a los problemas utilizando la experiencia pertinente de una manera libre y creadora.
- Que sean capaces de cooperar eficazmente con los demás en estas diversas actitudes.
- Que trabajen, no para obtener la aprobación de los demás, sino en términos de sus propios objetivos socializados.

Dentro de la historia de la pedagogía contemporánea, a comienzos del siglo, Freinet utilizó el término “taller” para hacer referencia a las formas de establecer puentes y conexiones entre los conocimientos que se transmiten en el aula y la vida que desarrollan los niños.

Supuestos y principios pedagógicos del taller.

a) Es un aprender haciendo

Los conocimientos se adquieren en una práctica concreta que implica la inserción de un campo de actuación directamente vinculado con el futuro quehacer profesional de los estudiantes (talleristas).

El taller se fundamenta en el llamado “aprender haciendo”, fórmula acuñada por el filósofo-pedagogo John Dewey. Para él la experiencia concreta y vivida es la única fuente operativa del pensamiento. Este “aprender haciendo” implica:

- Una superación de la división tajante entre formación teórica y formación práctica, mediante una adecuada integración y globalización de ambas a través de la realización de un proyecto de trabajo.
- En el taller se otorga prioridad a la utilización de una metodología de apropiación del saber.
- Que los conocimientos teóricos, métodos, técnicas y habilidades se adquieran principalmente en un proceso de trabajo (haciendo algo).
- Que predomine el aprendizaje sobre la enseñanza.

b) Es una metodología participativa.

Se enseña y se aprende a través de una experiencia realizada conjuntamente, en la que todos están implicados e involucrados como sujetos/agentes. Debemos aprender a desarrollar conductas, actitudes y comportamientos participativos. Desarrollar actitudes y comportamientos participativos, y formarse para saber participar.

El taller es un entrenamiento para el trabajo cooperativo.

c) La relación docente/alumno queda establecida en torno a la realización de una tarea común.

Capítulo 3

3 METODOLOGÍA

El objetivo del taller, es promover conocimientos y habilidades para que el docente de secundaria sea capaz de identificar y elaborar problemas de matemáticas tipo PISA, y eso lo lograremos mediante una secuencia de actividades propuestas a los participantes, para que se familiaricen con el marco teórico propuesto por la OCDE y sean capaces de movilizar ese conocimiento para analizar problemas.

3.1 Diseño del Curso Taller para Elaboración de Problemas tipo PISA

3.1.1 Justificación por análisis de contenido

Los instrumentos de recolección de datos y los referentes al diseño y validación de problemas, se basan en el apartado 2.3.6 referente a la metodología para construir problemas y a sus elementos que participan.

3.2 Actividades propuestas

Presentaremos una secuencia de actividades, que se proponen en el desarrollo del taller, dando a conocer de manera gradual la metodología PISA mediante los siguientes elementos.

3.2.1 Instrumentos de recolección de datos

Nuestro primer instrumento auxiliar consta de siete hojas, distribuidas a lo largo de la sesión 1. La primera hoja solo incluye datos personales del docente y de su trabajo, años de servicio, entre otras, el objetivo es conocer sus características personales. Al principio se explica el objetivo de la encuesta y la institución que la respalda.



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS



Estudio exploratorio sobre problemas de matemáticas utilizando la metodología PISA

Objetivo

La encuesta pertenece a un trabajo de tesis de la Maestría en Educación Matemática de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México y tiene como finalidad realizar un análisis exploratorio de los conocimientos, habilidades y actitudes de los docentes con relación a las pruebas PISA en el área de matemáticas. La información recabada será confidencial y solamente se utilizara con fines académicos.

Datos personales

Nombre completo: _____

Centro de trabajo: _____

Dirección del centro de trabajo: _____

Estado: _____

País: _____

Grado máximo de estudios: _____

Años de servicio (en la docencia): _____

Materias que imparte actualmente: _____

Nivel educativo al que imparte materias: _____

Horas a la semana que imparte matemáticas: _____

Figura 6. Hoja 2 de encuesta

La siguiente hoja es sobre la familiarización del docente con la metodología PISA, y sobre las expectativas que tiene del curso taller.

Datos de experiencia docente

- ¿Qué significa la OCDE?
- ¿Qué es y que mide el examen PISA?
- ¿Conoce los resultados de México en las pruebas estandarizadas PISA?
- ¿Ha resuelto problemas de matemáticas tipo PISA?
- ¿Conoce la metodología PISA en el área de matemáticas?
- ¿Conoce alguna metodología para la elaboración de problemas en matemáticas?
- ¿Cree que las matemáticas son importantes para el alumno en el futuro? ¿Por qué?
- ¿Cuáles considera que sean algunos problemas de aprendizaje en el aula?
- ¿Qué expectativas tiene de este curso taller?

La tercera hoja solicita que el docente escriba o elabore tres problemas como los que utiliza en sus exámenes. Para eso se le solicito antes de la sesión llevar sus exámenes, para solo transcribir el

ejercicio. El objetivo de esta actividad es darnos cuenta de que los docentes no se basan en alguna metodología para realizar sus pruebas, dejando muy subjetiva la evaluación de competencias matemáticas. Necesita profesionalización esta elaboración, y necesita sustentarse en un marco teórico.

Actitudes

- Invente 3 problemas como los que utiliza en sus exámenes.

Problema 1.

Problema 2.

Problema 3.

Figura 7. Hoja 3 de encuesta

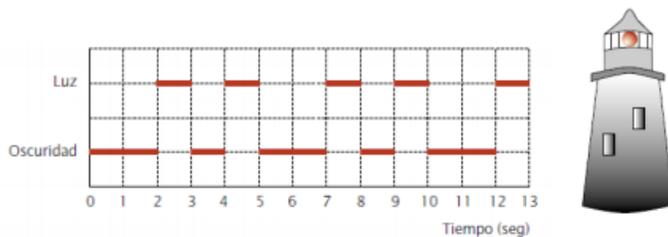
La cuarta y quinta hoja se solicita resolver el problema EL FARO, y la sexta sobre TIEMPO DE REACCION, y la séptima EL DEPOSITO DE AGUA son tres de los problemas liberados de pruebas PISA anteriores, y se persiguen dos objetivos: el docente deberá resolver el problema

utilizando sus recursos matemáticos y se familiarice con el formato de ellos, sobre todo la contextualización del mismo, y el tipo de preguntas que solicitan tanto de opción múltiple como abierta, además de verificar que estos problemas son de conexión y reflexión, ya que no solo basta hacer operaciones o seguir un algoritmo, sino también aplicarlo a la solución del mismo problema. También debe familiarizarse con distintos contenidos matemáticos, y en este caso son cantidad y cambios y relaciones.

Instrucciones: Lee y resuelve los siguientes problemas explicando el proceso para llegar a su solución.

Problema. EL FARO. Los faros son torres con un foco luminoso en la parte superior. Los faros ayudan a los barcos a seguir su rumbo durante la noche cuando navegan cerca de la costa.

Un faro emite destellos de luz según una secuencia regular fija. Cada faro tiene su propia secuencia. En el diagrama de abajo se puede ver la secuencia de un faro concreto. Los destellos de luz alternan con periodos de oscuridad.



Se trata de una secuencia regular. Después de algún tiempo la secuencia se repite. Se llama periodo de la secuencia al tiempo que dura un ciclo completo, antes de que comience a repetirse. Cuando se descubre el periodo de la secuencia, es fácil ampliar el diagrama para los siguientes segundos, minutos o incluso horas.

F1. ¿Cuánto dura el periodo de la secuencia de este faro?

- A. 2 segundos
- B. 3 segundos
- C. 5 segundos
- D. 12 segundos

F2. ¿Durante cuántos segundos emite este faro destellos de luz a lo largo de 1 minuto?

- A. 4
- B. 12
- C. 20
- D. 24

Figura 8. Hoja 4 de encuesta

F3. En la cuadrícula de abajo traza el gráfico de una posible secuencia de destellos de luz de un faro que emita 30 segundos de destellos de luz cada minuto. El periodo de esta secuencia debe ser de 6 segundos.

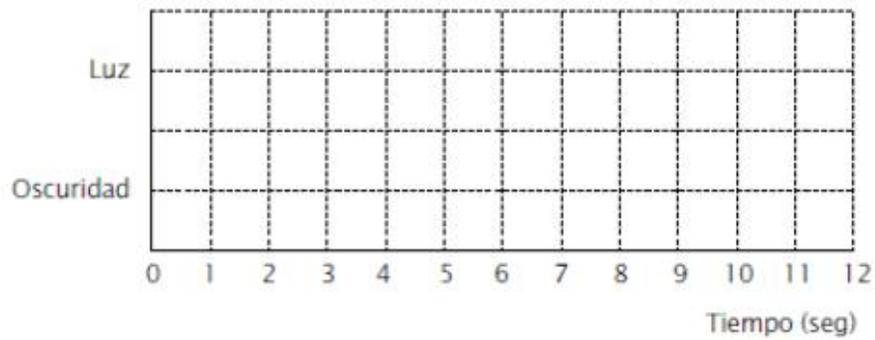


Figura 9. Hoja 5 de encuesta

Problema. TIEMPO DE REACCIÓN. En una carrera de velocidad, el tiempo de reacción es el tiempo que transcurre entre el disparo de salida y el instante en el que el atleta abandona el taco de salida. El tiempo final incluye tanto el tiempo de reacción como el tiempo de la carrera. En la tabla siguiente figura el tiempo de reacción y el tiempo final de 8 corredores en una carrera de velocidad de 100 metros.

<i>Calle</i>	<i>Tiempo de reacción (s)</i>	<i>Tiempo final (s)</i>
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	No acabó la carrera
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13



T1. Identifica a los corredores que ganaron las medallas de oro, plata y bronce en esta carrera. Completa la tabla siguiente con su número de calle, su tiempo de reacción y su tiempo final.

<i>Medalla</i>	<i>Calle</i>	<i>Tiempo de reacción (s)</i>	<i>Tiempo final (s)</i>
ORO			
PLATA			
BRONCE			

Hasta la fecha, nadie ha sido capaz de reaccionar al disparo de salida en menos de 0,110 segundos. Si el tiempo de reacción registrado para un corredor es inferior a los 0,110 segundos, entonces se considera que se ha producido una salida falsa porque el corredor tiene que haber salido antes de oír la señal.

T2. Si el tiempo de reacción del corredor que ha ganado la medalla de bronce hubiera sido menor, ¿podría haber ganado la medalla de plata? Justifica tu respuesta.

Figura 10. Hoja 6 de encuesta

Problema. EL DEPÓSITO DE AGUA. Un depósito de agua tiene la forma y dimensiones que se muestran en el dibujo. Inicialmente el depósito está vacío. Después se llena con agua a razón de un litro por segundo. **A1.** ¿Cuál de los gráficos siguientes muestra cómo va cambiando la altura del agua en la cisterna en función del tiempo?

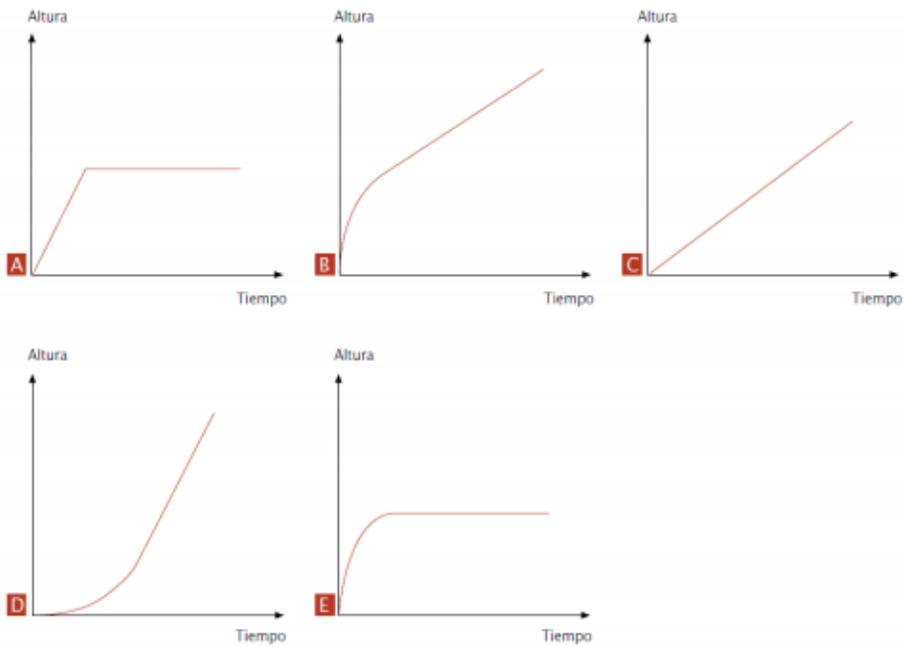
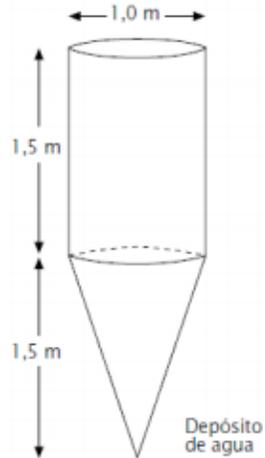


Figura 11. Hoja 7 de encuesta

3.2.2 Lecturas asignadas

Una de las lecturas asignadas al grupo de docentes, fue la titulada “La competencia matemática en PISA”, de Luis Rico, de la Universidad de Granada. Esto con la finalidad de que el docente se familiarice con los conceptos de PISA y el marco teórico propuesto por la OCDE.

3.2.3 Investigaciones (libros, identificar problemas)

La necesidad de conocer la metodología PISA se hace presente debido a que existen libros de renombradas editoriales que tienen algún apartado de problemas de esta modalidad, y resulta que no cumplen con los requisitos para serlo, y eso puede ser incorrecto, debido a que el alumno no se expone a situaciones más complejas y sus conocimientos quedan en el primer nivel, que es la pura reproducción, mientras que los problemas exigen un mayor dominio de los contenidos y se requiere trabajar en la conexión o en la reflexión.

3.2.4 Elaboración de problemas

Utilizando la ficha de diseño, se elaboraron problemas considerando los aspectos que menciona el marco teórico de la OCDE PISA.

Propuesta de ficha de diseño. Considerando las distintas características de la metodología PISA, se propuso un formato para el diseño y la validación de reactivos de este tipo. El formato propuesto es el siguiente:



BUAP

Diseño de Problemas con la Metodología PISA



Nombre del problema:

Competencias matemáticas:

Pensar y razonar	Argumentación
Comunicación	Construcción de modelos.
Formulación y resolución de problemas	Representación
Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico.	Empleo de soportes y herramientas.

Contenido matemático:

Cantidad	Espacio y forma
Cambio y relaciones	Incertidumbre

Tipo de pregunta:

Opción múltiple	Abierta
-----------------	---------

Grupo de competencia:

Reproducción	Conexión	Reflexión
--------------	----------	-----------

Situación:

Personal	Educativa	Profesional	Pública	Científica
----------	-----------	-------------	---------	------------

Enunciado del problema

Figura 12. Formato de elaboración de problema, hoja 1



Diseño de Problemas con la Metodología PISA



BUAP

Solución del problema

Máxima Puntuación:

Código 2:

Puntuación Parcial:

Código 1:

Ninguna puntuación:

Figura 13. Formato de elaboración de problema, hoja 2



Diseño de Problemas con la Metodología PISA



BUAP

Validación del Problema

		SI	NO
1	Comienza con un problema situado en la realidad		
2	Esta organizado de acuerdo con conceptos matemáticos		
3	Se puede despegar progresivamente de la realidad mediante suposiciones de los datos del problema, la generalización y la formalización		
4	Tiene solución matemática el problema		
5	Tiene sentido la solución el problema en sentidos de la realidad.		

Recomendaciones

Figura 14. Formato de elaboración de problema, hoja 3

Para validar un reactivo, básicamente nos basamos en el contenido matemático (cantidad, espacio y forma, cambios y relaciones, incertidumbre), grupo de competencia (reproducción, conexión, reflexión) y en la rúbrica de diseño de problemas de la hoja 3, mostrada en la figura anterior.

Capítulo 4

4 Resultados

4.1 Estructura del curso taller

Una vez expuestas las actividades con las cuales se pretende alcanzar nuestro objetivo, las estructuraremos basándonos en el siguiente diagrama que describe el proceso general del curso taller propuesto:

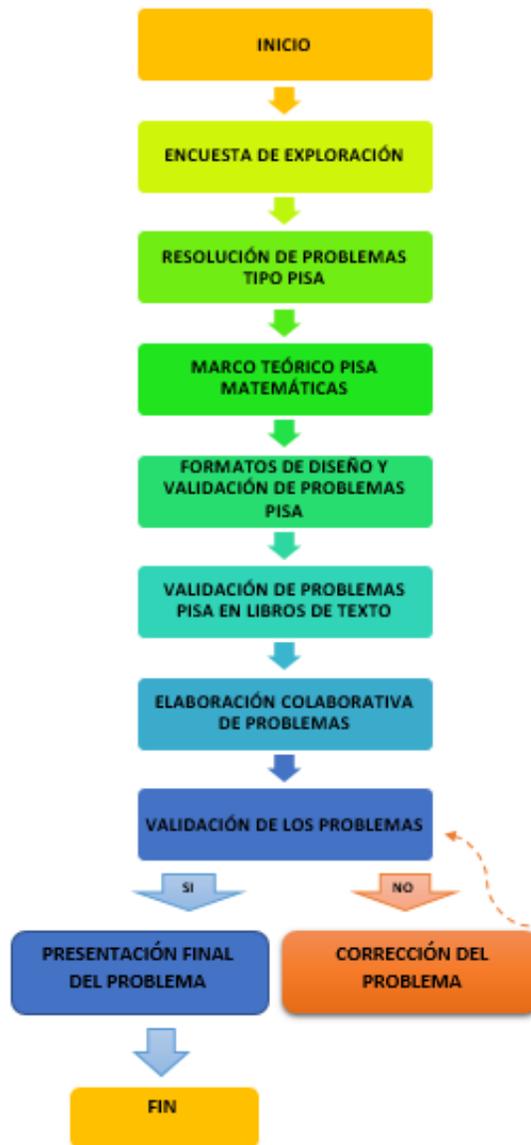


Figura 15. Estructura del curso taller

El curso considera trabajar cuatro sesiones de cinco horas presenciales y diez horas de trabajo fuera del taller, considerando las actividades de las sesiones de la siguiente manera. Además, se les facilitará a los docentes las diapositivas de cada sesión, con el objetivo de que dispongan del material seleccionado como los objetivos y terminología de la metodología.

Antes de empezar el taller, se les solicitará a los participantes llevar exámenes de matemáticas que ellos han elaborado y aplicado a sus alumnos, ya sea un examen diagnóstico, o de algún trimestre o un extraordinario, de preferencia ya calificados.

4.1.1 Descripción de la primera sesión

Sesión 1A	Objetivo: Recabar información sobre los conocimientos, habilidades y actitudes de los profesores de secundaria en pruebas PISA.
Descripción: Se aplicara una encuesta con el fin de conocer las competencias que posee el docente en pruebas estandarizadas.	
Producto: Encuestas contestadas. Presentación de informe de resultados.	

Sesión 1B	Objetivo: Resolución de problemas tipo PISA del examen diagnóstico, considerando el trabajo colaborativo. El objetivo es enfrentarlos a problemas que ya consideren la metodología PISA para su posterior clasificación. Promover el intercambio de ideas en las resoluciones.
Descripción: Resolver en grupo los problemas del examen, considerando el trabajo de equipo. Los equipos deben estar conformados por tres personas. Además, proponer un problema diferente por equipo, para resolverlo.	
Producto: Pedir a cada equipo que redacte el problema que se le asigne, para su posterior análisis.	

ACTIVIDAD	TIEMPO
Presentación	10 minutos
Diapositivas: El contexto de la educación moderna	20 minutos
Diagnostico Hoja 1: Datos personales y Hoja 2: Datos de experiencia docente	20 minutos
Diapositivas: Introducción	20 minutos
Hoja 3: Actitudes. Elaborar 3 problemas como los que utiliza en sus exámenes.	20 minutos
Compartir problemas	20 minutos
Hojas 4 y 5: Resolver el problema EL FARO Hoja 6: Resolver el problema TIEMPO DE REACCIÓN	20 minutos
Resolución colectiva de los problemas	20 minutos
Hoja 7: Resolver el problema PAGO POR SUPERFICIE Hoja 8: Resolver el problema EL DEPÓSITO DE AGUA	20 minutos
Resolución colectiva de los problemas	20 minutos

Tabla 1. Estructura de la sesión 1

Como actividad extra de esta sesión, se les solicitará a los docentes lean el artículo “La competencia matemática en PISA” del Dr. Luis Rico de la Universidad de Granada, y realicen un resumen de dos a tres cuartillas y lo envíen por correo antes de la sesión 2.

4.1.2 Descripción de la segunda sesión

Sesión 2ª	Objetivo: Conocer los antecedentes históricos de la prueba PISA, así como la clasificación de los problemas promovidos por sus expertos.
Descripción: Por equipos se asignará una lectura general sobre historia de PISA. Se les proporcionarán 30 minutos para preparar diapositivas o laminas y en plenaria se expondrán cada uno de los puntos abordados en la lectura.	
Producto: Diapositivas o laminas sobre los puntos referentes a la lectura.	
Sesión 2B	Objetivo: Mostrar los criterios que permiten la clasificación de un problema de matemáticas para que sea considerado tipo PISA.
Descripción: Lectura y elaboración de diapositivas.	
Producto: Diapositivas y exposición.	

Se comenta el artículo asignado la sesión pasada y se solicita que elaboren un mapa mental con conceptos que consideren claves, de preferencia en el pizarrón y de manera grupal, que cada participante escriba algún concepto que le haya llamado la atención. Al final se les solicita explicar lo que escribieron.

ACTIVIDAD	TIEMPO
Reflexión sobre la lectura del artículo de Luis Rico	20 minutos
Marco teórico de PISA	40 minutos
Resolver el problema CHATEAR	20 minutos
Marco teórico de PISA	40 minutos
Resolver el problema CAMELOS DE COLORES	20 minutos
Receso	30 minutos
Clasificación de problemas	15 minutos
Inención de un problema: SUMA DE FRACCIONES	20 minutos
Exposición de problemas	35 minutos
Diapositivas Bruno D'Amore	40 minutos

Tabla 2. Estructura de la sesión 2

La tarea de esta semana consiste en seleccionar dos problemas tipo PISA de algún libro de texto que utilicen y escanearlos en formato PDF para analizarlos en clase, no olvidando escanear la portada o los datos bibliográficos de la fuente de consulta.

4.1.3 Descripción de la tercera sesión

Sesión 3ª	Objetivo: Familiarizarse con la metodología PISA y aplicarla para identificar y adecuar problemas.
Descripción: Analizar una selección de problemas y convertirlos en tipo PISA. Cada docente deberá proponer un problema con las características antes mencionadas.	
Producto: Banco de reactivos.	

Sesión 3B	Objetivo: Elaboración de problemas tipo PISA considerando aprendizajes esperados específicos.
Descripción: Se eligen una serie de aprendizajes esperados considerados en el plan de estudios actual y en base a ellos se elaboran reactivos de la metodología PISA.	
Producto: Banco de reactivos.	

ACTIVIDAD	TIEMPO
Presentación Formato de Diseño de Problemas tipo PISA	30 minutos
Validación de reactivos PISA	40 minutos
Resolver el problema : LA FOCA	20 minutos
Diseño y elaboración de reactivos	50 minutos
Receso	40 minutos
Revisión de Reactivos tipo PISA	50 minutos
Resolver el problema: TARIFAS POSTALES	20 minutos
Diapositivas sobre dificultades en Matemáticas	30 minutos

Tabla 3. Estructura de la sesión 3

En esta sesión se entrega formato de problemas con metodología PISA para analizar los problemas que habían seleccionado de libros de texto y mediante la rúbrica, analizar y determinar si los problemas seleccionados cumplen con la metodología. Como actividad se les solicito en la sesión elaborar un problema por equipo y enviarlo considerando el formato de diseño, para exponerlo la cuarta sesión.

4.1.4 Descripción de la cuarta sesión

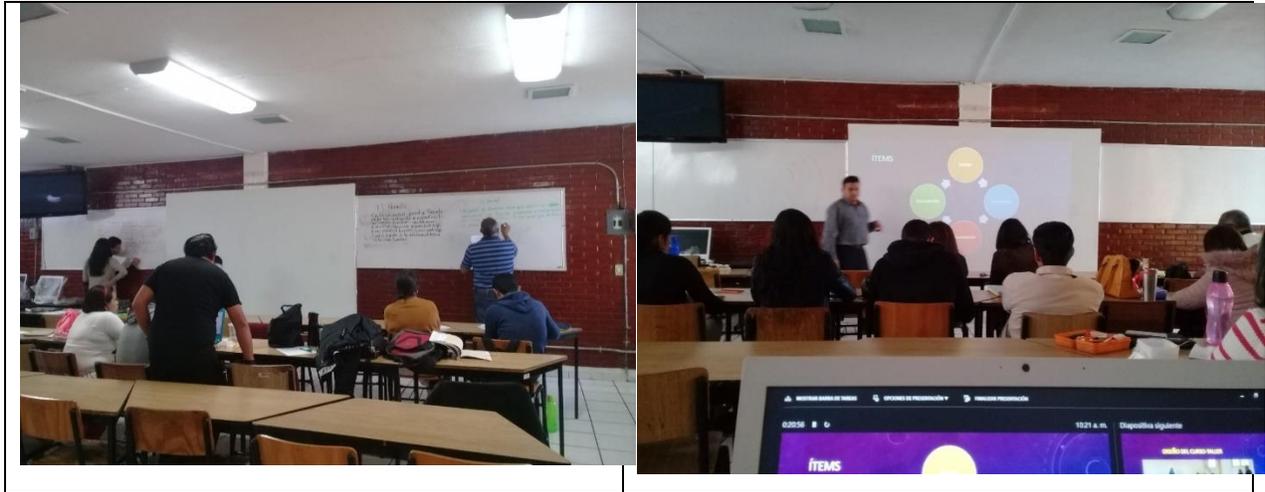
Sesión 4ª	Objetivo: Validación de los problemas elaborados en la sesión anterior.
Descripción: Considerando los criterios para determinar un problema con la metodología PISA, validar cada uno de los reactivos elaborados anteriormente por medio de una rúbrica.	
Producto: Validación y refinamiento de reactivos anteriores.	

Sesión 4B	Objetivo: Verificar mejoramiento en las habilidades de los docentes.
Descripción: Aplicar la misma encuesta diagnostica a los participantes.	
Producto: Exámenes contestados, gráficas y análisis.	

En esta sesión se pide elaborar dos reactivos por persona, considerando el formato de diseño de elaboración. Al final se expondrán en plenaria para recibir retroalimentación de los compañeros docentes.

4.2 Experiencias del curso taller

El taller se realizó en la ciudad de Tlaxcala en noviembre del 2019. Se registraron 17 docentes participantes, en su mayoría de escuelas particulares.



4.2.1 Encuesta exploratoria

Se muestran algunos problemas que proponen los docentes al inicio del taller, donde nos podemos dar cuenta que al elaborar sus exámenes solo se quedan en el primer nivel de competencia, esto es, la pura reproducción de conocimiento. Mostramos algunos ejemplos.

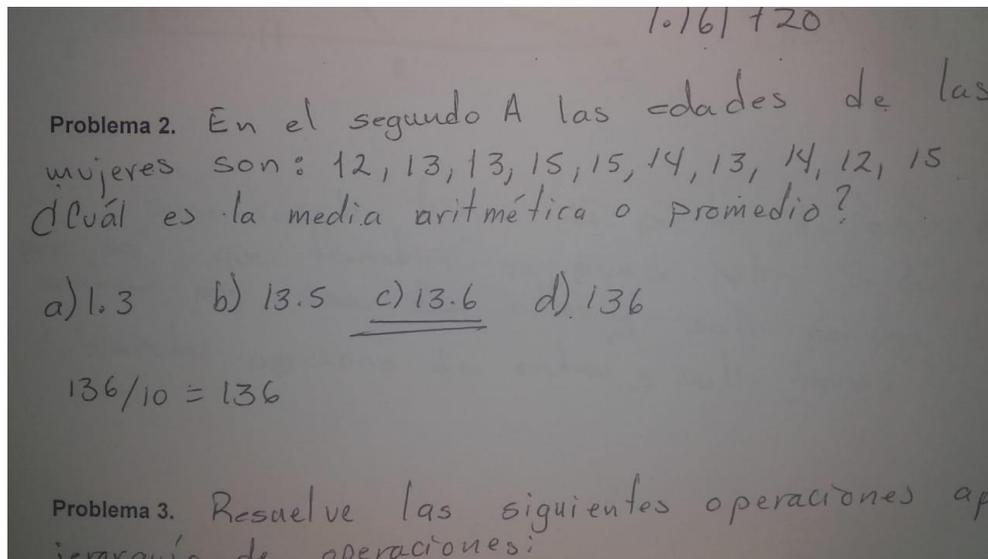


Figura 16. Ejemplo 1 de problemas de encuesta exploratoria

$136/10 = 136$

Problema 3. Resuelve las siguientes operaciones aplicando jerarquía de operaciones:

$$9 - 8 \times 7 + 7 + 2 - 3$$

$$9 - 56 + 7 + 2 - 3 = \underline{\underline{-38}}$$

$$6 - 5 + (3 \times 4^2) =$$

$$6 - 5 + (3 \times 16) =$$

$$6 - 5 + 48$$

$$1 + 48 = \underline{\underline{49}}$$

Figura 17. Ejemplo 2 de problemas de encuesta exploratoria

Problema 1.

Resuelve por notación científica las siguientes cantidades.

a) $80,000 =$ c) $= 0.000000054 =$

b) $7.3000000 =$

Problema 2.

Un grifo vierte 8 litros de agua en una hora. ¿Cuántos litros verterá en 25 minutos?

Figura 18. Ejemplo 3 de problemas de encuesta exploratoria

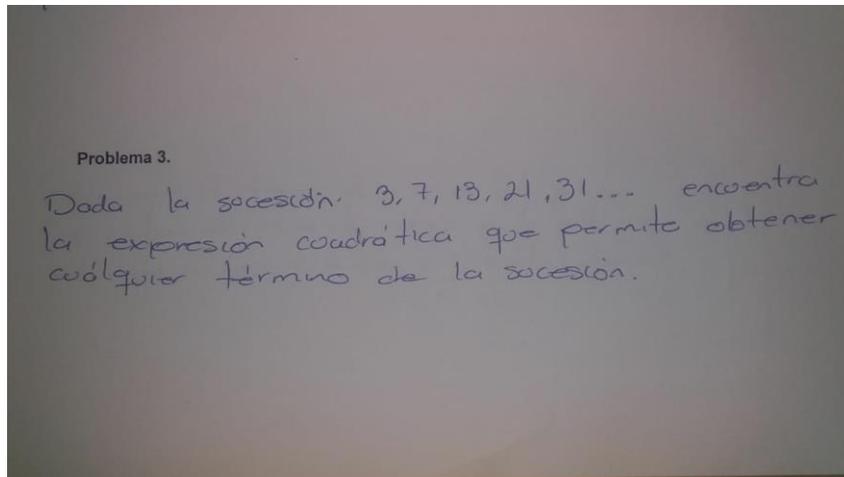


Figura 19. Ejemplo 4 de problemas de encuesta exploratoria

4.2.2 Análisis de Problemas tipo PISA en libros de texto

Se realizó una investigación considerando los libros de texto y los problemas que ellos catalogan como tipo PISA. Encontramos que la gran mayoría de ellos no cumplen con esta exigencia y podemos rescatar que esta actividad ayudó mucho a que fueran capaces de clasificar los problemas.

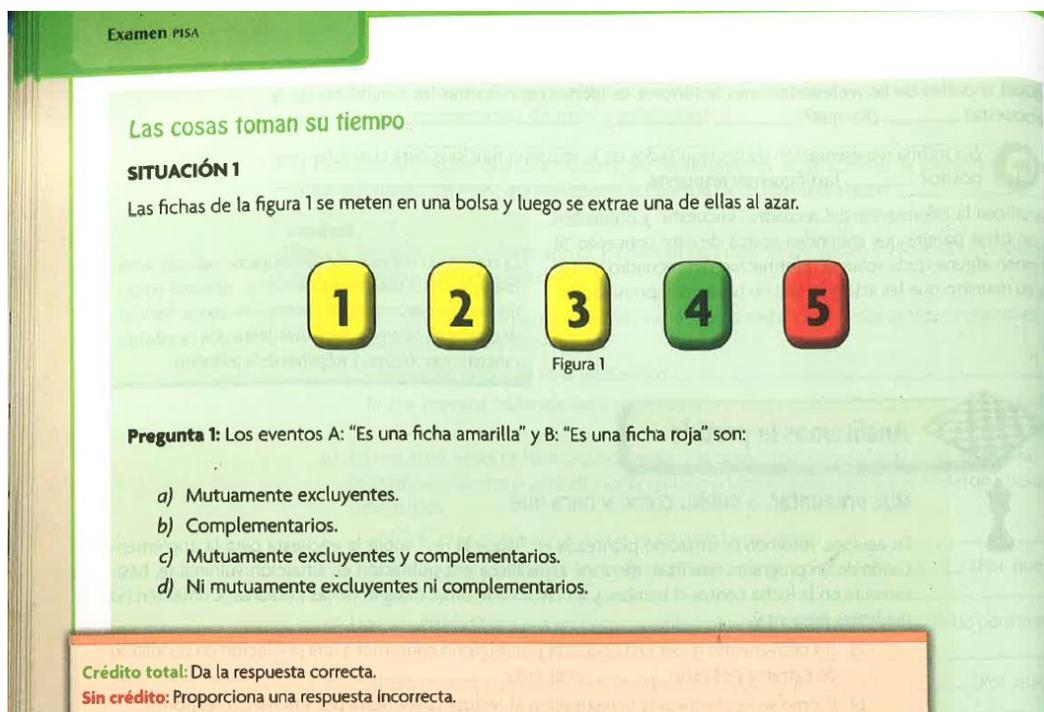


Figura 20. Ejemplo 1 problema PISA.

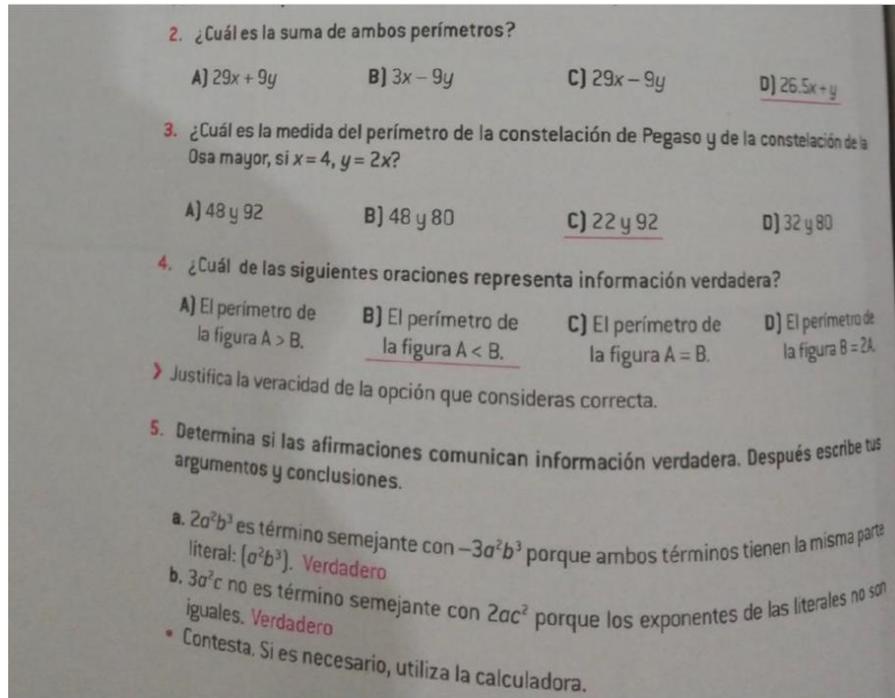


Figura 22. Ejemplo 3 problema PISA.

En el caso de la pregunta 3 solo se debe sustituir la expresión por los valores de la variable. Martínez , M., Lugo , J., & Villegas, J. (2015). *Matemáticas 2. Todos juntos. Recursos didácticos*. Santillana.

Evaluación tipo PISA

Lee y analiza detenidamente cada situación y responde según lo que se indique.

1. Arturo compró un terreno con la intención de tener su negocio de imprenta y su casa juntos, ahora está iniciando y su terreno es mediano, mide 720 m².

Observa el esquema y responde: ¿cuál es la expresión algebraica en su forma más simple que permite conocer las dimensiones del terreno?

a)	$2x^2 + 6x - 360 = 0$
b)	$4x^2 + 12x - 720 = 0$
c)	$x^2 + 3x - 180 = 0$
d)	$2x(2x + 6) = 720$

• ¿Cuál es el valor de x ?

• ¿Cuál es la relación entre el área de estacionamiento y al área de las secciones cuadradas?

Figura 23. Ejemplo 4 problema PISA. Benitez, M., & Arraiga, A. (2014). *Matemáticas por competencias 3*. Pearson.

4.2.3 Elaboración de problemas

Se muestra un ejemplo de elaboración de problemas utilizando el formato de diseño propuesto.



BUAP

Diseño de Problemas con la Metodología PISA

Nombre del problema: **La misión Mars Pathfinder**

Competencias matemáticas

Pensar y razonar	Argumentación
Comunicación	Construcción de modelos.
Formulación y resolución de problemas	Representación
Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico.	Empleo de soportes y herramientas.

Contenido matemático

Cantidad	Espacio y forma
Cambio y relaciones	Incertidumbre

Tipo de pregunta

Opción múltiple	Abierta
-----------------	---------

Grupo de competencia

Reproducción	Conexión	Reflexión
--------------	----------	-----------

Situación

Personal	Educativa	Profesional	Pública	Científica
----------	-----------	-------------	---------	------------



KFM
Facultad de Ciencias
Físico Matemáticas

Enunciado del problema

Una de las misiones científicas más exitosas en el planeta Marte ha sido la misión *Mars Pathfinder*, la cual incluía una base y un vehículo.

La nave de la misión *Mars Pathfinder* llegó a Marte el 04 de julio de 1997 y se suspendió la transmisión de señales el día 27 de septiembre.

En este periodo, se realizaron 8.5 millones de mediciones de temperatura, presión atmosférica, velocidad del viento, etc., y recibieron 16500 imágenes.

El vehículo *Sojourner*, utilizado en la misión *Mars Pathfinder* obtenía energía a través de tres paneles solares que cada uno se muestra a escala 1:17, es decir, cada centímetro en él representa 17 cm del original:



Un panel solar es una superficie formada por delgadas láminas fabricadas con un mineral de Silicio que al ser bañado por la luz del Sol produce energía eléctrica.

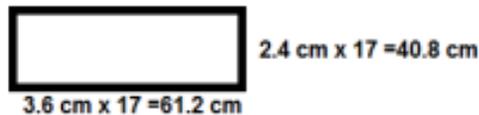
En promedio, un panel solar de 1 m por 1.95 m es capaz de producir una energía de 320 Watts ¿Cuánto mide el área del panel solar del vehículo *Sojourner*?, ¿Cuánta energía es capaz de producir en total la superficie del vehículo *Sojourner*?

Figura 24. Ejemplo 1 de elaboración de problema



Solución del problema

Primero calculamos la superficie total real de un panel solar, como la escala es 1:17 cm, entonces:



Luego su área es $A = 0.408 \text{ m} \times 0.612 \text{ m} = 0.249696 \text{ m}^2$

Ahora para determinar la energía que produce un panel aplicamos una regla de tres:

$$\frac{1.95 \text{ m}^2}{0.249696 \text{ m}^2} = \frac{320 \text{ W}}{x}$$

Así, la potencia es $x = 40.9757 \sim 41 \text{ W}$ y como son tres paneles se tiene que 123 W .

Máxima Puntuación: 2 puntos

Código 2: El área es de 0.249696 m^2 por panel (0.749088 m^2 en total) con una energía de 123 W .

Puntuación Parcial: 1 punto

Código 1: Solo llega a mostrar el área de un panel (0.249696 m^2) y la potencia de un panel ($40.9757 \sim 41 \text{ W}$).

Ninguna puntuación: 0 puntos

Código 0: Otras respuestas

Figura 25. Ejemplo 2 de elaboración de problema

4.2.4 Validación de Problemas

Una de las actividades solicitadas a los docentes fue verificar en libros de texto si el problema se basaba en la metodología PISA. Se muestra el siguiente ejemplo de validación.



Diseño de Problemas con la Metodología PISA



BUAP
Problemas tipo PISA

En el siguiente trabajo mostraremos problemas tipo PISA que tienen algunas bibliografías que se trabajan en el aula. El propósito es validar el problema, es decir, verificar que en efecto sea PISA y de no serlo se modificará para ajustarlo a la metodología PISA. Además, se mostrará los resultados de aplicar un problema PISA antes y después de su validación para comparar los procedimientos de los estudiantes en cada caso.

Problema 1

V. Miles de capitalinos disfrutarán esta tarde del desfile que inaugurará el festival navideño. La ruta abarcará 2.9 km y transitarán ángeles blancos, soldaditos de plomo, piñatas humanas, pastores, arlequines en zancos, nacimientos gigantes, bailarines y un escuadrón acrobático. El número de participantes en el desfile es tal que se agruparán en filas de 3 en 3, 5 en 5 o 25 en 25, pero no podrán organizarse de 4 en 4 ni de 9 en 9. ¿Cuántos participantes desfilarán si sabemos que es mayor que 1 000, pero menos que 1 250?

a) 1 005 participantes
b) 1 020 participantes
c) 1 050 participantes
d) 1 200 participantes

FUENTE: Mancera, E. & Basurto, E. (2016). *Matemáticas 1*. México: Pearson Educación.

Validación del Problema

		SI	NO
1	Comienza con un problema situado en la realidad		X
2	Esta organizado de acuerdo con conceptos matemáticos	X	
3	Se puede despegar progresivamente de la realidad mediante suposiciones de los datos del problema, la generalización y la formalización		X
4	Tiene solución matemática el problema	X	
5	Tiene sentido la solución el problema en sentidos de la realidad.	X	

Irving Aarón Díaz Espinoza

Figura 26. Ejemplo 1 de validación de problema



BUAP

Diseño de Problemas con la Metodología PISA



Recomendaciones

Dejar la pregunta cómo tipo abierta para que el alumno use procedimientos diversos para encontrar la solución. Al dejar los incisos lo único que tiene que hacer el alumno es verificar la división entre 3, 5, 25 y 4, 9; pero ya no haría una deducción de cómo construir los números divisibles entre 1000 y 1250 que es el objetivo del problema.

Nombre del problema: El desfile

Competencias matemáticas

Pensar y razonar	Argumentación
Comunicación	Construcción de modelos.
Formulación y resolución de problemas	Representación
Empleo de operaciones y de un lenguaje simbólico, formal y técnico.	Empleo de soportes y herramientas.

Contenido matemático

Cantidad	Espacio y forma
Cambio y relaciones	Incertidumbre

Tipo de pregunta

Opción múltiple	Abierta
-----------------	---------

Grupo de competencia

Reproducción	Conexión	Reflexión
--------------	----------	-----------

Situación

Personal	Educativa	Profesional	Pública	Científica
----------	-----------	-------------	---------	------------

Enunciado del problema

En la ciudad de Apizaco el próximo viernes los ciudadanos disfrutarán del desfile que inaugurará el festival navideño. La ruta abarcará 2.9 km y transitarán ángeles blancos, soldaditos de plomo, piñatas humanas, pastores, arlequines de zancos, nacimientos gigantes, bailarines y un escuadrón acrobático. El número de participantes en el desfile es tal que se agruparán en filas de 3 en 3, en 5 en 5 o 25 en 25, pero no podrán organizarse en 4 en 4 ni de 9 en 9. ¿Cuántos participantes desfilarán si sabemos que es mayor que 1000, pero menos que 1250?

Solución del problema

Recordando los criterios de divisibilidad: para ser divisible entre 5 debe ser su última cifra cero o cinco, para ser divisible entre 4 deben ser sus últimas dos cifras ceros o múltiplo de cuatro, para ser divisible entre 25 deben ser sus últimas dos cifras

Irving Aarón Díaz Espinoza

Figura 27. Ejemplo de validación de problemas

4.3 Reflexiones

Se muestra una de las encuestas finales.

The image shows a handwritten survey form titled "Encuesta sobre el Curso Taller de Elaboración de Problemas de Matemáticas utilizando la Metodología PISA". The form is from BUAP (Benito Juárez Autonomous University of Puebla) and the Faculty of Physical and Mathematical Sciences (FCFM). The survey asks for feedback to improve the course. The respondent has provided detailed answers to the questions.

BUAP **FCFM**
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

Encuesta sobre el Curso Taller de Elaboración de Problemas de Matemáticas utilizando la Metodología PISA

Para enriquecer este curso taller y mejorar en las siguientes versiones, su opinión es muy importante. Ayúdenos a mejorarlo contestando ampliamente las siguientes preguntas:

- ¿Qué es y que mide el examen tipo PISA?
PISA. - Es un programa internacional para evaluar estudiantes de hasta 15 años. Es un examen que se centra en establecer si los estudiantes utilizan lo aprendido en resolver problemas de la vida real. Mide la capacidad de analizar, razonar y comunicar eficazmente su resolución.
- ¿Había resuelto problemas de matemáticas tipo PISA antes de este curso?
¿De qué grupo de competencia?
*Si. De libros de texto de algunas editoriales
Del grupo de pensar y razonar.*

7

- ¿Qué conocimientos nuevos adquiriste? ¿Qué fue lo más relevante?
x Que se necesitan ciudadanos alfabetizados matemáticamente.
x Aprendi a desarrollar problemas o reactivos bajo un esquema PISA. Diseñandolo bajo pautas establecidas.
x Que podemos ser agentes de cambio en nuestra juventud, sociedad y país (lo más relevante)

Figura 28. Ejemplo de encuesta final, hoja 1

- ¿Qué habilidades desarrollaste en este taller?

x Como estructurar un reactivo
x como enfocar conocimientos/evaluación
* Qué evalué y porqué lo evalué

- ¿Consideras que tu actitud sobre tu práctica docente ha cambiado?
Describe acciones que implementarás.

Si claro, ahora me centro en:
que lo que mis alumnos aprenden
lo pongan en práctica.

- ¿Qué creencias en su práctica docente ha modificado este curso en usted?

La creencia de cumplir con
contenidos solamente.

- ¿Qué recomendaciones le haría?

x Tratar reactivos que impliquen
lo abstracto del álgebra.

- ¿Qué dudas o inquietudes quedaron pendientes?

* Me gustaría saber niveles
alcanzados en otros países como
los del primer mundo en el
programa PL30

Figura 29. Ejemplo de encuesta final, hoja 2

Notamos que el curso generó inquietudes y los docentes se vuelven más cuidadosos al considerar el tipo de problemas que pondrán en sus exámenes.

Conclusiones

El enfoque que propone el proyecto OCDE-PISA no se limita a evaluar la adquisición de un concepto, sino a la habilidad para movilizar los conocimientos en distintos dominios de la vida cotidiana y aplicarlos en la solución de problemas. Esto es de suma importancia ya que en la actualidad y en el futuro inmediato, todos los países necesitan ciudadanos capaces de enfrentarse a una sociedad compleja y cambiante.

En este trabajo se adoptó el marco teórico del proyecto OCDE PISA para el diseño de un curso taller para docentes de matemáticas de secundaria. Basados en los criterios de este marco se elaboraron formatos de diseño y de validación de problemas. Durante el curso taller se da a conocer a los profesores los fundamentos teóricos de este programa de evaluación con la finalidad de que comprendan la forma en la que están estructurados los problemas tipo PISA.

El diseño del taller propone cuatro sesiones presenciales y actividades extra clase, cuidadosamente planificadas. Entre las actividades realizadas en el taller se consideran lectura de artículos, resolución y exposición de la solución de problemas de manera colaborativa, la revisión de libros de texto, la elaboración y la validación de problemas mediante fichas de diseño.

En esta tesis también se reporta la aplicación del taller a un grupo de profesores de secundaria con una encuesta de diagnóstico y otra de salida. Es de mucha utilidad para el docente basarse en un marco teórico, en este caso para elaborar problemas de matemáticas, y poder validar el contenido en libros de texto. Al final se nota la diferencia de la primera encuesta diagnóstica al elaborar ejercicios de nivel de reproducción, y la última donde son capaces de elaborar problemas de conexión o de reflexión y ser conscientes de esta situación.

Con la implementación de este taller se espera que los docentes participantes enriquezcan y profesionalicen su trabajo, especialmente en lo que se refiere a la identificación y el planeamiento de problemas de matemáticas de secundaria. Como trabajo a futuro se pretende reportar el impacto de este taller en los profesores participantes y mejorar el diseño del mismo.

Bibliografía

Devlin, K. (1994) *Mathematics: The Science of Patterns*. New York: Scientific American Library

Dewey, J. (1933) *How we think*. Lexington, MA: Heath & Company.

Freudenthal, H. (1973) *Mathematics as an Educational Task*. Dordrecht: Reidel.

National Council of Teachers of Mathematics (2000) *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM

OCDE (2003) *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. París: OCDE.

Polya, G. (1945) *How to solve it*. Princeton University Press.

Rico, L. (2004): "*Evaluación de Competencias Matemáticas. Proyecto PISA/OCDE 2003*".

Rico, L. (2006): "*Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas*". *Revista de Educación*, pp. 275-294.

Secretaría de Educación Pública. *Modelo educativo para la educación obligatoria. Educar para la libertad y la creatividad*. México 2017

Secretaría de Educación Pública. *Propuesta curricular para la educación obligatoria 2016*. México 2016.