



# **BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**“REALIDAD AUMENTADA COMO ANDAMIAJE PARA LA COMPRENSIÓN  
DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL CONCEPTO DE FUNCIÓN  
CUADRÁTICA EN NIVEL MEDIO SUPERIOR”**

**TESIS  
PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
MAESTRO(A) EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

PRESENTA  
**ING. FRANCISCO JAVIER LÓPEZ HERNÁNDEZ**

DIRECTOR DE TESIS  
**DRA. YADIRA NAVARRO RANGEL**

CODIRECTOR DE TESIS  
**DR. OLGA LETICIA GÓMEZ FUCHS**

PUEBLA, PUE., MAYO 2020.



**BUAP.**

**DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR**  
**SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y**  
**ESTUDIOS DE POSGRADO, FCFM-BUAP**  
**P R E S E N T E:**

Por este medio le informo que el C:

**FRANCISCO JAVIER LÓPEZ HERNÁNDEZ**

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 03 de diciembre de 2019, con la tesis titulada:

***"REALIDAD AUMENTADA COMO ANDAMIAJE PARA LA  
COMPRENSIÓN DE LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL  
CONCEPTO DE FUNCIÓN CUADRÁTICA EN NIVEL MEDIO  
SUPERIOR"***

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

**A T E N T A M E N T E.**  
H. Puebla de Z. a 12 de mayo de 2020

**DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV**  
**COORDINADOR DE LA MAESTRÍA**  
**EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.**



Cop. Archivo  
DR. IS / 1969

Facultad  
de Ciencias  
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 sur, edif. FMI  
Ciudad Universitaria, Col. San  
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570  
01 (222) 229 55 00 Ext. 1550 y 1552

Esta investigación se realizó gracias al financiamiento del  
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)

De enero de 2018 a diciembre de 2019.

No. de CVU 884793

No busquen satisfacer su vanidad, enseñándoles demasiadas cosas. Despierten en ellos su curiosidad. Es suficiente abrir la mente, no sobrecargarla. Pongan solo una chispa. Si existe buena materia inflamable, se prenderá.

Anatole France.

*Le jardin d'Épicure*

## **AGRADECIMIENTOS PERSONALES**

Primero que nada, quiero agradecerte a ti lector, por dedicarle tiempo valioso a la lectura de la presente tesis de posgrado, esperando que sirva de base para lo que estás buscando, que te sirva de guía para empezar una investigación o inclusive de inspiración para cambiar tu práctica docente.

Durante la presente investigación tuve muchos días de dudas e inquietudes, desvelos e incertidumbre, trabajo arduo al investigar y buscar repositorios de los temas que enmarcan la presente pesquisa. Pero sobre todo de seguridad al saber que valdría la pena todo lo antes dicho, la esperanza de generar un cambio en la práctica docente y crear innovaciones tecnológicas para el aula.

Al iniciar la maestría recuerdo que pensaba que nos darían un instructivo sobre como dar clases, inclusive una guía, que absurdo mi pensar al darme cuenta de que sería todo lo contrario, no me dieron lo que pensaba, si no más de lo que esperaba; por ello agradezco a mis docentes que dejaron una huella positiva en mi formación como lo son: Dr. Eric, Dr. José Antonio, Dra. Dinazar, Dra. Lidia y Dr. Gabriel.

Empiezo a agradecer de manera personal a compañeras de maestría que me apoyaron durante este trayecto: Magda y Patty, gracias por su amistad y ayuda en todas las cuestiones matemáticas que faltaban pulir y que se que aun faltan...gracias Ruth, por estar ahí siempre que necesitaba un apoyo emocional, palabras, resolver dudas y sobre todo por subirte al mismo barco que yo, te agradezco porque sin ti esta tesis no tendría grupo experimental y sin duda agradezco que me acompañaras en las alegrías, nunca olvidaré tu filosofía "*las cosas pasan por algo*".

Le agradezco a la Dra. Yadira y la Dra. Lety, por tener paciencia y guiarme durante esta investigación, darme ánimos cuando sentía que no avanzaba y por animarme a escribir el artículo que tenemos publicado.

Agradezco a mi familia que me apoyo hasta el último momento. Pero sobre todo y no menos importante al dejarlo al final, a mi compañero de vida Richy, que me apoyo para la elaboración de este proyecto y que sin él las noches de desvelo hubiesen sido grises.

# ÍNDICE

<b>RESUMEN</b> .....	<b>1</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>2</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>4</b>
<b>MARCO DE REFERENCIA</b> .....	<b>6</b>
1.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	6
1.2. OBJETIVOS .....	7
1.2.1. <i>Objetivo General</i> .....	7
1.2.2. <i>Objetivos Específicos</i> .....	7
2. JUSTIFICACIÓN.....	7
3. IMPORTANCIA DE CÓMO NACE LA IDEA DE LA INVESTIGACIÓN .....	9
4. PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN .....	9
5. HIPÓTESIS .....	9
<b>ESTADO DEL ARTE</b> .....	<b>10</b>
2.1. DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS .....	10
2.2 DIFICULTADES EN EL APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES.....	12
2.3. TECNOLOGÍA, TIC Y EDUCACIÓN, TIC Y MATEMÁTICAS, REALIDAD AUMENTADA .....	13
<b>MARCO TEÓRICO</b> .....	<b>21</b>
3.1 MARCOS TEÓRICOS EN DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS .....	21
3.1.1 <i>Registros de representación semiótica</i> .....	21
3.2 TEORÍAS DE LA TECNOLOGÍA DIGITAL EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA.....	24
3.2.1 <i>Génesis instrumental</i> .....	25
<b>MARCO METODOLÓGICO</b> .....	<b>27</b>
4.1. PARADIGMA DE INVESTIGACIÓN .....	27
4.2 INGENIERÍA DIDÁCTICA.....	28
4.2.1 <i>Fase 1. Análisis preliminar</i> .....	28
4.2.2 <i>Fase 2. Concepción y análisis a priori</i> .....	34
4.2.3. <i>Fase 3. Experimentación</i> .....	34
4.2.4 <i>Fase 4. Análisis a posteriori y evaluación</i> .....	35
<b>RESULTADOS</b> .....	<b>36</b>
5.1 RESULTADOS DEL PRETEST.....	36
5.1.2. <i>Resultados Pretest CSC</i> .....	39
5.2.2 <i>Resultados Pretest Preparatoria Emiliano Zapata</i> .....	41
5.2 RESULTADOS DE LA MICRO INGENIERÍA. ANÁLISIS A PRIORI Y A POSTERIORI. ....	44
5.3 RESULTADOS DE LA ENCUESTA DE SATISFACCIÓN DE USO .....	46
<b>ANÁLISIS DE RESULTADOS</b> .....	<b>47</b>
6.1 COMPARACIÓN ENTRE BACHILLERATO GENERAL Y BACHILLERATO UNIVERSITARIO .....	47
6.2 COMPARACIÓN ENTRE GRUPOS DEL BACHILLERATO UNIVERSITARIO .....	48
6.3 ANÁLISIS A PRIORI Y POSTERIORI DEL GRUPO DE ESTUDIO.....	49
<b>CONCLUSIONES</b> .....	<b>51</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	<b>53</b>



## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 Criterios de búsqueda y análisis de la información .....	10
Tabla 2 Distribución de muestra y aplicación del pretest o prueba diagnóstica .....	29
Tabla 3 Ítems del Pretest y la articulación explorada .....	32
Tabla 4 Categoría de análisis y cuestiones planteadas a los alumnos .....	33
Tabla 5 Distribución de muestra por área propedéutica y turno.....	35
Tabla 6 Criterios de Puntuación de los Ítems.....	36
Tabla 7. Resultados de 15 alumnos tomados al azar .....	37
Tabla 8 Porcentajes de acierto del pretest por muestra.....	38
Tabla 9 Resultados Pretest Centro de Sistemas Computacionales .....	40
Tabla 10 Resultados Pretest 3°D Matutino Emiliano Zapata .....	41
Tabla 11 Resultados Pretest 3°A Matutino .....	42
Tabla 12 Resultados Pretest 3°D Vespertino.....	43
Tabla 13 Resultados Pretest Vs Postest .....	44
Tabla 14 Comparativo de medias Prueba T de Student para muestras independientes entre Bachillerato General y Bachillerato Universitario .....	47
Tabla 15 Comparativo de medias Prueba T de Student para muestras independientes entre grupos del Bachillerato Universitario.....	48
Tabla 16 Prueba T de Student para muestras relacionadas a priori Vs a posteriori .....	49

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Adaptación al español del modelo de la Función Didáctica de la Tecnología en Educación Matemática .....	24
Figura 2 Génesis Instrumental.....	25
Figura 3 Respuestas correctas reactivo 8.....	39
Figura 4 Pregunta 8 del pretest,.....	39
Figura 5 Respuestas al ítem 8 postest.....	45
Figura 6 Respuesta al ítem “Mis resultados de aprendizaje se han incrementado .....	46
<i>Figura 7 Respuesta al ítem “He mejorado mi capacidad de abstracción” .....</i>	<i>46</i>
Figura 8 Respuesta al ítem “Puedo afirmar que comprendo mejor el tema de función”.....	46
Figura 9 Respuesta al ítem “He mejorado mi capacidad de abstracción” .....	46

## Resumen

La presente investigación, para obtener el grado de Maestro en Educación Matemática, se centra en el análisis del aprendizaje del objeto matemático función en estudiantes de Nivel Medio Superior. Se presenta una búsqueda de antecedentes de investigaciones de la comprensión del tema, además del marco teórico necesario para abordarlo. Se realizó un análisis descriptivo de las dificultades alrededor de las representaciones semióticas del objeto función (gráfico, tabular, algebraico y lenguaje natural), analizando la articulación entre la conversión y la transformación mediante una prueba con diez ítems. Los datos analizados corresponden a 34 alumnos de un Bachillerato General Escolarizado (BGE) del Estado de Puebla y a 97 alumnos de un Bachillerato Universitario (BU) de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. De los resultados obtenidos se observa un mejor desempeño de los alumnos del BU.

Los resultados sirvieron como base para el desarrollo de una aplicación de realidad aumentada, ya que se puede observar poco dominio en las representaciones gráficas. Esta aplicación se realizó en Unity® y pretende fungir como andamiaje en la representación semiótica del objeto función. Se diseñó una secuencia didáctica de cinco momentos, los cuales incluían la intervención con realidad aumentada, la secuencia antes mencionada se aplicó a 18 de los 97 alumnos del Bachiller Universitario que trabajaron en un curso de remediación. Se aplicó la secuencia didáctica con Realidad Aumentada, teniendo resultados favorables al tener una mejoría en el postest.

Los alumnos aceptaron la aplicación de forma entusiasta, lo que queda demostrado en la encuesta de satisfacción de uso, donde se destacan las siguientes respuestas: *“mis resultados de aprendizaje se han incrementado”*, *“ahora dispongo de mayor autonomía en mi aprendizaje”*, *“he mejorado mi capacidad de abstracción”* y *“puedo afirmar que comprendo mejor el tema de función”*, entre otros, coincidiendo con resultados encontrados por Garzón y Acevedo (2019).

## Abstract

The present investigation, to obtain the degree of Master in Mathematical Education, focuses on the analysis of the learning of the mathematical function object in students of Upper Middle Level. We present a research background investigation of the understanding of the subject, in addition to the theoretical framework necessary to address it. A descriptive analysis of the difficulties around the semiotic representations of the function object (graphic, tabular, algebraic, and natural language) was performed, analyzing the articulation between conversion and transformation by means of a test with ten items. The data analyzed correspond to 34 students of a General School Baccalaureate (BGE) of the State of Puebla and 97 students of a University Baccalaureate (BU) of the Benemérita Autonomous University of Puebla. A better performance of the BU students is observed in the results.

The results served as the basis for the development of an augmented reality application since little mastery can be observed in the graphic representations. This application was made in Unity® and is intended as a scaffolding in the semiotic representation of the function object. A five-moment didactic sequence was designed, which included the intervention with augmented reality, the sequence was applied to 18 of the 97 students of the University Bachelor who worked in a remediation course. The didactic sequence with Augmented Reality was applied, delivering favorable results by having an improvement in the posttest.

Students exhibit favorable acceptance of the application, which is demonstrated in the satisfaction survey of use, which highlights the following answers: *“my learning results have increased”*, *“now I have greater autonomy in my learning”*, *“I have improved my capacity for abstraction”* and *“I can affirm that I better understand the topic of function”*, among others, coinciding with results found by Garzón and Acevedo (2019).

The present investigation, set to obtain the degree of Master in Mathematical Education, focuses on the analysis of the learning of the mathematical object of function in Upper Middle Level students. A search for background research on the understanding of the topic is presented, in addition to the theoretical framework necessary to address it. A descriptive analysis of the difficulties around the semiotic representations of the object of function (graphic, tabular, algebraic, and natural language) was performed, analyzing the articulation between conversion and transformation using a test with ten items.

The analyzed data correspond to 34 students of a General School Baccalaureate (BGE) of the State of Puebla and 97 students of a University Baccalaureate (BU) of the Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. From the results obtained, a better performance of BU students is observed.

The results served as the basis for the development of an augmented reality application since little dominance can be observed in the graphic representations. This application was made in Unity® and is intended to serve as scaffolding in the semiotic representation of the object of function. A didactic sequence of five moments was designed, which included the intervention with augmented reality, the sequence was applied to 18 of the 97 students of the University Bachelor who worked in a remediation course. The didactic sequence with Augmented Reality was applied, having favorable results by having an improvement in the posttest.

Students show favorable acceptance of the application, demonstrated in the survey of usage satisfaction, which highlights the following responses: "my learning results have increased", "now I have more autonomy in my learning", "I have improved my capacity for abstraction" and "I can affirm that I better understand the topic of function", among others, coinciding with results found by Garzón and Acevedo (2019).

## Introducción

La presente investigación tiene como objetivo el diseño, implementación y validación de una secuencia didáctica en la que se incorpora una aplicación de realidad aumentada FunciónAR (elaborada en conjunto con la Facultad de Ciencias de la Computación) alrededor del tema de función, centrándonos en función cuadrática.

Para ello la investigación se dividió en fases, la primera consistió en la revisión documental, enfocándonos en cinco criterios de búsqueda: *didáctica de las matemáticas, dificultades en el aprendizaje de funciones y gráficas, TIC y matemáticas, mediación con TIC y realidad aumentada (RA)*, lo anterior para fundamentar el trabajo; la segunda fase consistió en elaborar un instrumento pretest acerca de las representaciones semióticas del objeto matemático función, además de aplicar el pretest a 34 estudiantes del Centro de Sistemas Computaciones y 97 estudiantes de la preparatoria Emiliano Zapata de la BUAP, obteniendo de esta manera los requerimientos para el desarrollo de la aplicación de realidad aumentada; en la fase tres se diseñó, aplicó y validó una secuencia didáctica de cinco momentos, donde se incorpora el uso de la RA, en la fase cuatro se realizó el análisis de los resultados obtenidos. A continuación, se presenta un resumen del contenido de cada uno de los capítulos.

En el capítulo 1, titulado Marco de Referencia se presentan: el planteamiento del problema, los objetivos, la justificación, la importancia de cómo nace la investigación y la pregunta de investigación siendo esta última *¿De qué manera el uso de la realidad aumentada influenciará en la comprensión del concepto función y gráfica en estudiantes de segundo año de BGE y tercer año de escuelas de nivel medio superior de la BUAP?*

En el capítulo 2, titulado Estado del Arte, se presentan los criterios de búsqueda de la información, donde se analizaron 152 artículos, obteniendo un cuadro resumen, el cual puede ser observado completo en los anexos, además se presentan los hallazgos con mayor importancia en cada uno de los criterios.

En el capítulo 3, titulado Marco Teórico, se presentan de manera general los marcos teóricos en didáctica de las matemáticas, profundizando un poco más en la Teoría de Representaciones Semióticas de Duval (1995).

En el capítulo 4, titulado Marco Metodológico, se presenta el paradigma de investigación elegido, la metodología de ingeniería didáctica y cómo cada una de las fases se fue desarrollando en nuestra investigación.

En el capítulo 5, titulado Resultados, se presentan los resultados del pretest, los resultados de la micro ingeniería, análisis a priori y posteriori, además, de los resultados de la encuesta de satisfacción de uso la que medirá el grado de aceptación de la aplicación FunciónAR.

En el capítulo 6, titulado Análisis de Resultados, se presenta el análisis de los resultados de la comparación de medias por prueba t d student para muestras independientes y relacionadas, su discusión y validación de hipótesis.

En el capítulo 7, titulado Conclusiones, se presentan los resultados finales de la investigación, reflexiones del estudio que derivan del análisis, además de las recomendaciones para la enseñanza.

En el capítulo 8, titulado Bibliografía, se encuentran todos los artículos y libros citados en la investigación.

En el capítulo 9, titulado Anexos, se presentan los instrumentos de recolección de datos, el plan de clase, el plan de estudios, la secuencia didáctica, las actividades realizadas por los alumnos y el cuadro resumen del estado del arte.

## **Capítulo 1.**

### **Marco de Referencia**

#### **1.1 Planteamiento del problema**

El tema de funciones ha sido de gran interés por parte de los investigadores debido a la complejidad que puede llegar a presentar en los estudiantes para su comprensión; como lo señala Gómez (2015), el aprendizaje de las funciones ha mostrado ciertas complicaciones a través de la historia de la humanidad, lo que no deja de ser preocupante ya que una mala concepción de este concepto podría redundar en un bajo rendimiento en el aprendizaje del cálculo. Y el cálculo reúne una gran cantidad de subtemas que están íntimamente relacionados, lo que según Hitt (2003 citado en Gómez et al., 2015, p. 278) permite inferir que un manejo pobre de algunos de estos subconceptos puede impedir el desarrollo profundo de sus conceptos asociados, por lo que sería deseable que se promovieran conexiones entre nociones asociadas, que faciliten el acceso al cálculo.

Es por ello por lo que en esta investigación planteamos que, el uso adecuado de las herramientas tecnológicas enriquecidas como lo es la Realidad Aumentada (RA) facilita la construcción del conocimiento a través de experiencias significativas y su incorporación en las secuencias didácticas pueden influir de manera positiva en la comprensión del concepto de Funciones y Gráficas. Así lo comprueban los artículos analizados en el metaanálisis de Garzón y Acevedo (2019) quien concluye que la Realidad Aumentada coadyuva a un mayor aprendizaje. Los resultados positivos de la mediación de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) en la enseñanza permitirán que los docentes las incorporen en su práctica.

## **1.2. Objetivos**

### **1.2.1. Objetivo General**

Analizar la manera en que impactará en la comprensión del concepto de *Funciones y Gráficas Cuadráticas*, la implementación de una secuencia didáctica con apoyo de la realidad aumentada en tercer año nivel medio superior en una escuela de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP)

### **1.2.2. Objetivos Específicos**

1. Identificar los conocimientos previos requeridos para el aprendizaje de funciones y gráficas
2. Identificar y definir las dificultades recurrentes para el aprendizaje del tema de funciones y gráficas.
3. Diseñar una actividad de aprendizaje de funciones y gráficas.
4. Programar en Realidad Aumentada (RA) la secuencia didáctica
5. Implementar la secuencia didáctica aplicando RA.

## **2. Justificación**

Como lo señalan Aparicio y Cantoral (2004), uno de los factores indiscutibles e interventores hoy día en la enseñanza de las matemáticas, tiene que ver con la implicación de las tecnologías y las investigaciones emergentes en torno a la factibilidad en el uso de software y ambientes virtuales, orientados al plano didáctico a nivel superior en las matemáticas puras o sobre referentes interdisciplinarios como la ingeniería

La incursión de las nuevas herramientas pedagógicas en el contexto educativo en matemáticas genera una transformación sociocultural concerniente a la praxis pedagógica y didáctica actual (Parra y Díaz 2014). Es por ello que no nos podemos quedar atrás y pensar que la enseñanza se debe quedar en una escuela tradicional como señalan Abbot et al. (1999, p. 4) “La clase tradicional se divide en tres etapas, la primera involucra la corrección del trabajo del día anterior, a continuación el profesor presenta nuevo material a menudo trabajando en uno o dos nuevos problemas, esto escasamente seguido por uno que otro alumno que trabajan en problemas similares en el pizarrón y la parte final de la clase involucra a los estudiantes en tareas para el siguiente día”. Nuestra tarea como profesores del siglo XXI es romper con esta clase tradicional y hacer frente a las necesidades emergentes para preparar a nuestros alumnos a afrontar el mundo; se debe romper

el paradigma del enajenamiento de la tecnología y echar mano de ella para hacer más fructíferas nuestras clases y con propósito de comprensión.

Uno de los conceptos que podemos considerar susceptibles para aplicar la tecnología es el de funciones ya que es base para el desarrollo de otro conocimiento como lo cita Gómez et al. (2015, p.278): “López y Sosa (2008) consideran el concepto de función como uno de los pilares más importantes para el acceso al cálculo y la modelación de situaciones y fenómenos en varios ámbitos profesionales y de la ciencia, de modo que los resultados de aprendizaje y los procesos desarrollados en distintas ciencias pueden verse afectados por una inadecuada conceptualización y aplicación de este concepto. Por lo tanto, se hace necesario conocer y entender las causas que dificultan en los estudiantes su construcción a través de experiencias significativas”.

Para generar estas experiencias significativas, actualmente existen software graficadores de uso online y libres a los cuales algunos profesores acuden para la explicación del tema, sin embargo la mayoría de estos sólo consisten en la introducción de fórmulas y graficación por parte del programa, las limitaciones hasta ahora son: el uso desde una computadora, exposición magistral por parte del profesor y tareas con las cuales el profesor espera que se realicen para mejorar la comprensión del tema. Es por ello por lo que, en la presente investigación se propone la elaboración de una secuencia didáctica haciendo uso de una aplicación de Realidad Aumentada (RA) que, a diferencia de la realidad virtual, es una tecnología que complementa la percepción e interacción con el mundo real y permite al usuario estar en un entorno aumentado con información generada por una computadora (CEDICYT, 2018) o dispositivo (Tablet, celular) en nuestro caso. En otras palabras, de acuerdo con Garay et al. (2017, p. 20) “se entiende por Realidad Aumentada enriquecer la información física con información digital en tiempo real mediante dispositivos tecnológicos que permiten descifrarla (Basogain, Olabe, Espinosa, Roueche y Olabe, 2007; García et al. 2010; Muñoz, 2013). Por lo que la virtud de este tipo de tecnología es que permite al usuario interactuar con los objetos de aprendizaje (Cabero y Barroso, 2015,). Con ello el profesor lograra incorporar actividades a su secuencia didáctica para mejorar la comprensión del tema de Función y Gráfica”.

### **3. Importancia de cómo nace la idea de la investigación**

La idea de la investigación nace al realizar una observación en retrospectiva sobre el aprendizaje en el tema de función y gráfica, observo que la forma en que se enseña puede ser complementada con tecnologías tales como la realidad aumentada, que vi aplicada a los campos de medicina, arquitectura, diseño, computación, educación (geografía, ciencias naturales) durante el congreso del LKE (Language y Knowledge Engineering) realizado en la BUAP en noviembre de 2017, donde se pudo contactar con los involucrados directamente en el desarrollo y aplicación de esta tecnología. Al observar las virtudes de esta pude visualizar el uso de la RA en las matemáticas, específicamente en las aplicaciones de gráfica y función.

### **4. Pregunta de Investigación**

¿De qué manera el uso de la realidad aumentada influenciará en la comprensión del concepto función y gráfica en estudiantes de tercer año de escuelas de nivel medio superior de la BUAP?

### **5. Hipótesis**

Las hipótesis planteadas de la presente investigación son:

H0: La intervención con realidad aumentada no mejora la comprensión del concepto de función y gráfica en estudiantes de nivel medio superior.

H1: La intervención con realidad aumentada mejora la comprensión del concepto de función y gráfica en estudiantes de nivel medio superior.

## Capítulo 2

### ESTADO DEL ARTE

La revisión documental se realizó con base en los siguientes criterios, analizado un total de 152 artículos los cuales se resumen en la Tabla 1:

*Tabla 1 Criterios de búsqueda y análisis de la información*

	Número de artículos	Porcentaje
<b>Didáctica de las matemáticas</b>	10	6.58%
<b>Conceptos matemáticos, Funciones y gráficas (Dificultades)</b>	29	19.69%
<b>Realidad Aumentada</b>	42	19.08%
<b>TIC y Matemáticas</b>	47	30.92%
<b>Mediación con TIC</b>	24	15.79%
<b>Total</b>	152	

*Fuente: Elaborada por los autores*

A continuación, se presentan los hallazgos más importantes encontrados en cada uno de los criterios de búsqueda que conforman el sustento de la tesis. Adicional a ello se realizó un cuadro resumen de la revisión de literatura, se puede consultar en el Anexo 7.

#### 2.1. Didáctica de las Matemáticas

No podemos hablar de didáctica de la matemática sin remitirnos a D'Amore (2011) cuya obra con el mismo nombre, realiza un recorrido por esta ciencia que muy pocos saben abordar magistralmente. En la primera parte el sustantivo didáctica, el autor debate sobre ¿qué es la didáctica? Y empieza a dar pinceladas a didáctica de las matemáticas, D'Amore comienza debatiendo entre didáctica como adjetivo o como sustantivo donde nos dice que el término didáctico sólo aparece como adjetivo, mientras que hoy en día tiende a ser usado, entre los estudiosos que pertenecen al sector, incluso como sustantivo, precisamente para distinguir a

aquellos que se ocupan de la didáctica como ámbito científico de investigación; en seguida nos empieza a introducir las diferentes acepciones en la lengua italiana donde surgen dos didácticas la general y especial, en la lengua inglesa se usa didactics pero después como adjetivo se usa didactical; educational; teaching, utilizando el que nos convenga de acuerdo a sus sutiles diferencias. En la lengua francesa el término didactique se encuentra completamente ligado a la pedagogía haciendo uso más de esta última que de la primera.

A continuación, el autor nos introduce a los contenidos de la didáctica y como dice el autor si es difícil encontrar una definición para didáctica es un reto caracterizar los contenidos de la misma, teniendo diferentes interpretaciones, pero de las reflexiones más interesantes que realiza D'Amore es la de empezar caracterizando la pedagogía, poniendo en la mesa características ligadas a los aspectos prácticos donde se halla bajo el nombre de pedagogía, teorizaciones con exigencias más o menos elaboradas y con varias pretensiones que van desde la banal "receta" hasta enunciados y reglas didácticas profundas y generales; se va desde técnicas de estudio a metodología de enseñanza...lo que evidencia aún más por los múltiples intentos de crear modelos o de efectuar variaciones experimentales. En seguida el autor hace la diferencia ente didáctica en sí, didáctica en general y didáctica disciplinaria, entendiendo la primera como se le conoce y como es practicada por los especialistas, por los científicos, por parte de, en nuestro caso los matemáticos; la segunda consta de aserciones generales creíbles y garantizadas por reflexiones significativas conducidas por expertos en el sector; la última teniendo otros parámetros, paradigmas y objetivos. Con base en lo anterior y ahondando un poco más en el tema D'Amore empieza a delinear un tema de contenidos: los contenidos de la disciplina  $d$ , establecidos por ella misma, por su historia; los contenidos de la didáctica de esa disciplina  $D_d$ ; esta tiene como objetivo la sistematización de los elementos de la disciplina  $d$ ; los contenidos de otra teoría, que se podría identificar en como pasar más allá del caso específico de los contenidos de  $d$ , a los contenidos de  $D_d$ , independientemente de la disciplina  $d$  y aquí nos introduce la didáctica en general. Donde cita a Lacombe (1985, citado en D'Amore, 2011, p. 49): "La didáctica se refiere esencialmente a la transmisión de los conocimientos y de las capacidades; esta constituye, como consecuencia, el núcleo cognitivo de las investigaciones sobre la enseñanza". Lo anterior con respecto a la didáctica en general y de la didáctica de la matemática nos dice Douady (1984 citado en D'Amore 2011, p 49): es "el estudio de los procesos de transmisión y de adquisición de los diferentes contenidos de esta ciencia (la matemática) [y] se

propone describir y explicar los fenómenos relativo a las relaciones entre su enseñanza y su aprendizaje. No se reduce a buscar una buena forma de enseñar una determinada noción”.

Partiendo de lo anterior el autor nos explica su clasificación de dos didácticas, la didáctica A y la didáctica B; empezando con la primera como la didáctica de las matemáticas como arte; como divulgación de las ideas, fijando por tanto la atención en la fase de la enseñanza; la segunda como investigación empírica, fijando la atención en la fase de aprendizaje; algo que se podrá llamar como epistemología del aprendizaje de la matemática. La didáctica A puede servir a plantear y a veces a resolver problemas de gran importancia como: mejorar la imagen de la matemática, mejorar la imagen de sí mismo al hacer matemática, mejorar la atención, activar interés y motivación.

En las siguientes secciones de este capítulo nos reseña la Didáctica A como divulgación de ideas, donde nos adentra en el uso de la historia de las matemáticas para enriquecer algún tema en específico; dentro del apartado otros ejemplos de didáctica A, reseña todos aquellos instrumentos o innovaciones tecnológicas cuya finalidad es mejorar la comprensión de algún tema en específico; dentro del apartado límites de la didáctica A nos introduce sin mencionarlo a un término que hemos visto en educación matemática, el efecto Dienes, en el cual el alumno se vuelve dependiente del instrumento para lograr el dominio del tema, otras de las limitaciones que pone es la prueba piloto en grupos artificiales y dificultad al realizar investigaciones empíricas y caer en el error de transformarse en la tipología B.

Con base en lo anterior, nuestra investigación forma parte de la didáctica A donde desarrollamos una tecnología enriquecida que incorporamos en una clase de funciones cuadráticas, utilizándola como apoyo, evitando que el alumno caiga en el efecto Dienes.

## **2.2 Dificultades en el aprendizaje de las funciones**

El tema de funciones ha sido de gran interés por parte de los investigadores debido a la complejidad que puede llegar a presentar en los estudiantes para su comprensión; como lo señala Gómez et al. (2015), el aprendizaje de las funciones ha mostrado ciertas complicaciones a través de la historia de la humanidad, lo que no deja de ser preocupante ya que una mala concepción de este concepto podría redundar en un bajo rendimiento en el aprendizaje del cálculo. Y el cálculo reúne una gran cantidad de subtemas que están íntimamente relacionados, lo que según Hitt (2003 citado en Gómez et al., 2015, p. 278) permite inferir que un manejo pobre de algunos de estos subconceptos

puede impedir el desarrollo profundo de sus conceptos asociados, por lo que sería deseable que se promovieran conexiones entre nociones asociadas, que faciliten el acceso al cálculo.

Las principales dificultades que encuentra Gómez et al. (2015) en su estudio hecho con estudiante de educación media son que no identifican los elementos de una función y por lo mismo no encuentran relaciones de dependencia entre las magnitudes que intervienen en la situación, en cuanto a la identificación del patrón de regularidad y de crecimiento, presentan dificultades al trabajar con cantidades grandes en la variable independiente, esto conlleva a no identificar o elaborar un modelo de la situación. En cuanto al uso del concepto de ecuación, presentan dificultad para encontrar el valor de una incógnita dado el valor de la función. En general presentan dificultades para identificar una función en contextos cotidianos, sin embargo, se observó avance en sus estructuras cognitivas al ir trabajando.

Prada et al. (2017) señala que el objeto matemático “función” se puede representar de cuatro formas: analítica (algebraica), tabular, gráfica o en lenguaje natural. La conversión permite la articulación entre los registros de representación en la enseñanza; estos son el resultado de la comprensión conceptual y cualquier dificultad que se presente, indica que la construcción del concepto aún no ha finalizado.

Dentro de las dificultades encontradas por Prada et al. (2017) en su estudio realizado en estudiantes de pregrado, los estudiantes no poseen una definición formal de función si no una noción intuitiva, prefieren una representación algebraica del tema función, les resulta nada llamativo trasladar entre un registro tabular y gráfico a un registro algebraico, sin embargo no existe dominio del lenguaje algebraico lo que impide que los estudiantes construyan las diferentes formas de representación semiótica de la función.

### **2.3. Tecnología, TIC y Educación, TIC y Matemáticas, Realidad Aumentada**

La educación se encuentra en renovación día con día, hemos dejado de lado la clase tradicional por las exigencias actuales de los alumnos y del currículo matemático, además de tomar los recursos alrededor, desde los libros, libretas, material didáctico y tecnologías, éstas últimas cumplen un factor importante e interventor en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, para poder elegir una de ellas se debe de tomar en cuenta las tecnologías por sí mismas y las investigaciones emergentes en torno a la posibilidad del uso de software y ambientes virtuales, orientados al plano

didáctico a nivel superior en las matemáticas puras o sobre referentes interdisciplinarios como la ingeniería.

La Realidad Aumentada (RA) es una tecnología emergente enriquecedora, que puede mejorar la comprensión de los temas impartidos en el área de las matemáticas, debido a que ayuda en la abstracción y acercamiento a los objetos matemáticos, antes considerados difíciles de acceder. De igual manera tiene como consecuencia mejoras en el estudiante como la atención, aprendizaje autónomo entre otros.

Siguiendo con la incursión de las nuevas herramientas pedagógicas en el contexto educativo en matemáticas, se sabe que éstas generan una transformación sociocultural concerniente a la praxis pedagógica y didáctica actual como lo mencionan Parra y Díaz (2014). Es por ello por lo que no nos podemos quedar atrás y pensar que la enseñanza se debe estancar en una escuela tradicional. Nuestra tarea como profesores del siglo XXI es romper con esta clase tradicional y hacer frente a las necesidades emergentes para preparar a nuestros alumnos a afrontar el mundo; se debe romper el paradigma del enajenamiento de la tecnología y echar mano de ella para hacer más fructíferas nuestras clases y con propósito de comprensión.

Uno de los conceptos que podemos considerar susceptibles para aplicar la tecnología es el de funciones ya que es base para el desarrollo de otro conocimiento como lo comenta Gómez et al. (2015), se considera el concepto de función como uno de los pilares más importantes para el acceso al cálculo y la modelación de situaciones y fenómenos en varios ámbitos profesionales y de la ciencia, de modo que los resultados de aprendizaje y los procesos desarrollados en distintas ciencias pueden verse afectados por una inadecuada conceptualización y aplicación de este concepto. Por lo tanto, se hace necesario conocer y entender las causas que dificultan en los estudiantes su construcción a través de experiencias significativas.

Para generar estas experiencias significativas, actualmente existen software graficadores de uso online y libres a los cuales algunos profesores acuden para la explicación del tema, sin embargo la mayoría de estos sólo consisten en la introducción de fórmulas y graficación por parte del programa, las limitaciones hasta ahora son: el uso desde una computadora, exposición magistral por parte del profesor y tareas con las cuales el profesor espera que se realicen para mejorar la comprensión del tema. Es por ello por lo que, en la presente investigación se propone la elaboración

de una secuencia didáctica haciendo uso de una aplicación de Realidad Aumentada (RA) que, a diferencia de la realidad virtual, es una tecnología que complementa la percepción e interacción con el mundo real y permite al usuario estar en un entorno aumentado con información generada por una computadora (CEDICYT, 2018) o dispositivo (Tablet, celular) en nuestro caso. En otras palabras, de acuerdo con Garay, et al. (2017, p. 20) “se entiende por Realidad Aumentada enriquecer la información física con información digital en tiempo real mediante dispositivos tecnológicos que permiten descifrarla” (Basogain, Olabe, Espinosa, Roueche y Olabe, 2007; García et al. 2010; Muñoz, 2013). Por lo que la virtud de este tipo de tecnología es que permite al usuario interactuar con los objetos de aprendizaje (Cabero y Barroso, 2015,). Con ello el profesor lograra incorporar actividades a su secuencia didáctica para mejorar la comprensión del tema de Función y Gráfica.

La anterior es una de las causas por las que proponemos el uso de la tecnología emergente Realidad Aumentada (RA) como recurso. En circunstancias ideales, el usuario percibe los objetos reales y virtuales coexistiendo en el mismo espacio.

Lo cual ayudaría a los alumnos a visualizar el concepto de función aplicado en situaciones reales que por medio de una aplicación de RA les sirva de andamiaje para interiorizar el concepto de función y poder transitar entre las distintas representaciones.

Se debe de analizar cómo influye la tecnología dentro del salón de clases para después abordar específicamente en la RA. Es por ello por lo que se retoma la idea de que uno de los puntos medulares en la educación son los recursos y las técnicas necesarias para poder impartir la clase, los estudiantes día a día exigen un mejor desempeño por parte del profesor y aunque la mayoría no lo hace audible, se observa que es necesario un cambio en el discurso matemático del profesor cuando el alumno se distrae, dibuja en su libreta, se encuentra presente pero ausente.

Para mitigar estas acciones por parte de los estudiantes Cubillo et al. (2014) proponen analizar la situación actual del aula de matemáticas que a pesar de tener como soporte básico los libros y apuntes para la enseñanza, actualmente surgen y se utilizan herramientas emergentes para hacer más fácil la praxis de los profesores y el aprendizaje de los estudiantes. Dentro de las tecnologías emergentes se tienen los ordenadores personales, smartphones y tablets que constituyen parte del ecosistema educativo de los alumnos, con éstos se abre la ventana del contenido virtual con la cual

se construye una red de datos disponible casi para todos. Las tecnologías actuales como la Web 2.0, los dispositivos móviles, los entornos virtuales o la realidad aumentada (RA), tienen el potencial para descubrir y proporcionar nueva información en cualquier ámbito (Carmigniani et al., 2010), distintos autores Facer et al. (2004); Williams et al., (2005) han investigado las ventajas del empleo de estas tecnologías en la transmisión y creación de conocimiento para el aprendizaje, ya que facilitan la adaptación y contextualización de los contenidos, lo que se ha denominado “aprendiendo a aprender con la tecnología” (Miglino y Walker, 2010; Roblyer et al., 2006)

Como comentan Cubillo y colaboradores (2014) en la actualidad se tienen muchos recursos para innovar en la clase, pero una de las dificultades con las que actualmente se enfrentan los profesores es saber si el uso de la tecnología es el adecuado o el estudiante está utilizándola para otros fines, lo cual llega a generar desconfianza en el profesorado (Cubillo et al., 2014).

Lo anterior se puede observar en el día a día en el salón de clases al realizar actividades que impliquen tecnología es recurrente que el alumno se encuentre chateando, navegando por redes sociales, viendo videos e inclusive haciendo los suyos, porque el estudiante ha transformado su papel en la interacción con la tecnología, el estudiante realiza todo tipo de contenido como videos, podcast, grabaciones que comparten en la red para ser visto por todos.

Aunado a lo anterior se tiene la diversidad del alumnado como lo menciona Cubillo et al. (2014) es importante considerar que la tarea de implicar la tecnología en la enseñanza y el estudio no es simple, debido a la variedad de recursos y de alumnos, no todos son los idóneos para algunos, se debe de considerar el ritmo de aprendizaje volviéndose una enseñanza aprendizaje personalizado. Siguiendo en esta línea, la combinación de los dispositivos móviles con nuevas tecnologías como la RA pueden conllevar una micro revolución en las técnicas de enseñanza y aprendizaje dada la gran difusión de estos dispositivos y el auge que está teniendo la RA.

La realidad aumentada (RA) es una de las tecnologías emergentes que se han empezado a utilizar en la educación, definida por Abud (2012) como una tecnología que complementa la percepción e interacción con el mundo real y permite al usuario estar en un entorno real aumentado con información adicional generada por la computadora. En circunstancias ideales, el usuario percibe los objetos reales y virtuales coexistiendo en el mismo espacio.

Otra de las definiciones más conocidas es la realizada por Azuma (1997) quien define la RA como la tecnología que permite que coexistan en el mismo espacio lo real y lo virtual, dando la posibilidad de interactuar con estos elementos en tiempo real.

Es por las bondades antes mencionadas que la RA ha sido utilizada en la educación aunado a que es uno de los avances tecnológicos transformadores de gran impacto, permite la creación de contenidos que podemos mostrar a los alumnos, presentando características de interactividad y tridimensionalidad. Mediante su uso percibimos mejoras en el proceso de enseñanza aprendizaje y las competencias tecnológicas tanto de alumnos como de docentes (Badia et al., 2016)

La RA no solo puede complementar la noción dinámica de la práctica de enseñanza (Thornton, Ernst, y Clark, 2012) además incorpora el uso de los sentidos tales como, el tacto, la vista y el oído (Pérez-López y Contero, 2013)

¿Qué tan útil es el uso de la RA en la educación? Esta pregunta se la han realizado investigadores y diversos estudios (Liu y Chu, 2010; Di Serio et al., 2013; Jara et al., 2011; Bujak et al., 2013; Chang et al., 2014) han demostrado su utilidad extrema para incrementar la motivación en el proceso de aprendizaje.

Diversos investigadores se han dado a la tarea de realizar metaanálisis o revisión de las investigaciones de RA y educación, como los autores Garzón y Acevedo (2019) quienes realizan un metaanálisis de los artículos alrededor del tema de realidad aumentada y educación, encontrando que muchos de los estudios que se han llevado a cabo (Akçayir y Akçayir, 2017; Antonioli, Blake, y Sparks, 2014; Diegmann, Schmidt-kraepelin, Eynden, y Basten, 2015; Wu, Lee, Chang, y Liang, 2013, citados en Garzón y Acevedo, 2019) para identificar las tendencias, ventajas, oportunidades y retos de la RA en la educación. Estos estudios han mostrado que el uso de la RA en la educación ha aumentado de manera constante desde 2010 y se ha arraigado efectivamente en entornos educativos. Otros estudios como los de (Ozdemir, Sahin, Arcagok, y Demir, 2018; Radu, 2014; Santos et al., 2014, citados en Garzón y Acevedo, 2019) tenían como finalidad una revisión sistemática de literatura que incluyó 32 artículos del 2003 al 2013. El estudio arrojó que la RA es más aplicada para enseñar Ciencias Naturales y Matemáticas y el grupo objetivo más común es el de estudiantes de licenciatura. Reveló que dentro de las ventajas más reportadas son los logros de

los aprendizajes y la motivación. Por otro lado, las limitaciones de los sistemas de RA más reportadas son la superposición de información y considerar la tecnología como intrusiva.

En el contexto Latinoamericano en específico Venezuela se tienen estudios sobre Realidad Aumentada y Educación como el de Ibáñez, Di Serio, Villarán, y Delgado Kloos (2013) quienes crearon una aplicación de RA para enseñar los conceptos básicos del electromagnetismo. En esta aplicación los estudiantes pueden explorar los efectos del campo magnético. Otro ejemplo es en México donde Salinas et al. (2013) realizaron un estudio de RA y el aprendizaje del cálculo en grupo de licenciatura, obteniendo una aceptación por parte de los usuarios y un impacto positivo.

Toledo y Sánchez (2017) señalan que los diferentes investigadores en el tema del uso de la RA presentan similitudes y concluyen en que se mejora la motivación, comprensión de los contenidos y las calificaciones de los temas tratados. Otra de las características presentes es la omnipresencia de los dispositivos y acceso a las redes, manteniendo la información y enseñanza todo el tiempo disponible para el estudiante.

Como se reportó anteriormente la mayoría de los trabajos se han llevado a cabo en educación superior y en educación primaria, pero no se han centrado en la educación medio superior y es por ello por lo que en este trabajo se reporta la investigación realizada en estudiantes del nivel preuniversitario donde se considera que los alumnos refuerzan conocimientos previos y afiancen nuevos para desarrollarse en la educación universitaria.

Pero no sólo debemos asegurar que el uso de la RA u otra tecnología sea adaptable a los distintos alumnos que se tiene, surge una nueva variable, ¿cuál es la incidencia sobre el estilo cognitivo? Para ello el autor Buitrago (2015) ha realizado investigaciones alrededor del tema enfocadas en la clase de matemáticas, donde comenta que es evidente el nivel de logro de aprendizaje y su relación con los procesos que se desarrollan dentro y fuera del aula. En este campo hay muchas investigaciones que llegan a la conclusión de que parece suficientemente probado que los estudiantes aprenden con más efectividad cuando se les enseña con sus estilos de aprendizaje predominantes. “La computación ubicua busca analizar la interacción persona-computador (Human-Computer Interaction-HCI) mediante la propuesta de tres paradigmas: a) la informática sensible al contexto (Context-aware Computing), b) Los dispositivos aumentados por computador y c) la interacción situada (Situating Interaction)” (Buitrago, 2015, p. 31). Este último intenta hacer

la conexión con el entorno del sistema a nivel de aplicación, y es aquí donde se puede ubicar a la RA que permite al usuario estar en contacto con su contexto, de tal manera que se concentra en el mundo real y no de manera aislada. “Al explotar las habilidades visuales y espaciales de los usuarios, la RA traslada información adicional al mundo real, en vez de introducir al usuario en un mundo virtual que existe dentro del ordenador...” (Buitrago, 2015, p. 33)

Buitrago realiza un estudio cuasiexperimental donde utiliza realidad aumentada para verificar su incidencia en el logro de aprendizaje, concluyendo que es significativo diseñar ambientes virtuales de aprendizaje que identifique las cualidades de los alumnos y trate de adecuarse dentro de lo posible a lo particular del comportamiento de los estudiantes, logrando un beneficio en aquellos estudiantes que tienden a presentar bajo desempeño y dificultades de adaptación.

Entre otras investigaciones realizadas alrededor del tema de RA en educación se tienen el de Thornton (2014) quien realizó la investigación titulada: Comprender como los resultados de los aprendices podrían ser afectados por la implementación de realidad aumentada en la introducción a un curso de introducción a la ingeniería. El propósito de su estudio fue investigar cómo influye la motivación cuando se incluye la RA en un curso introductorio de ingeniería gráfica. La muestra seleccionada fueron 50 estudiantes de la Universidad de Carolina del Norte, se les pedía realizar seis tareas que tenían uso de realidad aumentada (RA). La eficiencia de la RA fue examinada por medio de instrumentos de recolección de datos y metodología interpretativa que consistía en siete preguntas. El investigador concluye por medio de los resultados del MSQ que la RA tuvo un impacto positivo en la motivación intrínseca del estudiante; los resultados del PSVT-R indicaron que la habilidad de visualización de los estudiantes en el curso se incrementó. Las respuestas de los estudiantes a las preguntas revelan que disfrutaron la experiencia y creyeron que fue beneficiosa para obtener el éxito en el curso.

El estudio anterior es uno de los casos donde el uso de la RA muestra resultados positivos en la motivación de los estudiantes. A continuación, se presenta otro estudio realizado por Almoosa (2018) titulado “Un estudio de caso de tipo cualitativo en la aplicación de realidad aumentada en la educación: Dimensiones de aplicación estratégica”.

El propósito del estudio fue explorar la implementación de aplicaciones de RA en la educación en Estados Unidos para desarrollar una implementación estratégica. Debido a que fue un enfoque de

metodología cualitativo, se utilizaron entrevistas con maestros y alumnos, además de la observación de clase. Conclusiones del estudio arrojan que los profesores han reconocido la importancia de involucrar a los estudiantes en el proceso de aprendizaje. La clase centrada en el profesor es lo que muchos de los estudiantes recuerdan cuando viene a la mente la escuela. Lo que se necesita es crear un ambiente centrado en el estudiante, dejar al estudiante elegir, colaborar, comunicarse, utilizar pensamiento crítico y ser creativos.

Siguiendo en la línea de investigación del estudio anterior sobre la aceptación de la RA por parte de los profesores se tiene el estudio de Sansone (2014) titulado “Evaluando las percepciones del profesor acerca del valor de la realidad aumentada en el salón de clases”. La muestra fueron profesores en pre-servicio y servicio de la universidad privada de Tennessee, quienes realizaron una encuesta que consistía en datos demográficos, experiencias educativas y su percepción de la RA en el salón de clases. Después se les mostró un video usando la RA y finalmente se les aplicó una encuesta de salida que consistió en las percepciones de la RA en el salón de clases. Se realizó un análisis de Chi cuadrada de Pearson y la prueba Kurskal-Wallis H para analizar los resultados, arrojando conclusiones como: la percepción de los maestros cambió sin embargo no se muestran tendencias claras.

La realidad aumentada forma parte del proceso educativo actual, como una herramienta pedagógica para mejorar la praxis docente y ayudar a los estudiantes a acercarse a objetos matemáticos antes inaccesibles para él o de difícil abstracción, sin embargo, debe de ser aceptada por estudiantes y maestros para poder tener resultados positivos, donde el estudiante mejore la motivación y su aprendizaje, como ha sido demostrado en estudios mencionados en el texto.

La anterior es una de las causas por las que proponemos el uso de la tecnología emergente Realidad Aumentada (RA) como recurso. En circunstancias ideales, el usuario percibe los objetos reales y virtuales coexistiendo en el mismo espacio.

Lo cual ayudaría a los alumnos a visualizar el concepto de función aplicado en situaciones reales que por medio de una aplicación de RA les sirva de andamiaje para interiorizar el concepto de función y poder transitar entre las distintas representaciones.

## Capítulo 3

### MARCO TEÓRICO

#### 3.1 Marcos teóricos en didáctica de las matemáticas

Los autores Godino et al. (2006) realizan un análisis de las teorías que existen o que en su caso como dicen ellos hacen falta delimitar para poder entender lo que ocurre dentro de la didáctica de las matemáticas. Inician delimitando el término *cognición*, el cual es conflictivo por sí mismo y en general es ocupado para referirse a los conocimientos subjetivos y los procesos mentales del sujeto cuando es expuesto a un problema. La modelización anterior no toma en cuenta los diálogos que existen ni que de esas prácticas surgen objetos institucionales, los cuales a su vez condicionan los modos de pensar y actuar de los miembros de las instituciones. Es por ello por lo que, en la cognición matemática y general, se debe de distinguir la dualidad *individual e institucional* la primera derivada de la reflexión del sujeto ante un problema (cognitivo) y la segunda como el resultado del diálogo (epistémico).

En didáctica de las matemáticas, los modelos cognitivos utilizados no deben estar centrados en la psicología, ya que la finalidad esencial del estudio de las matemáticas es que el sujeto se apropie de los conocimientos matemáticos. Por lo cual existen teorías como: Situaciones Didácticas, TSD (Brousseau, 1986; 1998); Campos Conceptuales, TCC (Vergnaud, 1990; 1994); Antropológica de lo Didáctico, TAD (Chevallard, 1992; 1999); Dialéctica Instrumento-Objeto, DIO (Douady, 1986;1991); Registros de Representación Semiótica RRS (Duval, 1995; 1996), Ingeniería Didáctica de Artigue (1990) y el Enfoque Ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática, EOS (Godino, 2002).

##### 3.1.1 Registros de representación semiótica

Nuestra investigación está enmarcada por la teoría de Representaciones Semióticas de Duval, entre otras, Godino et al. (2006), realiza un análisis de la teoría de Duval desde la perspectiva de la cognición, del cual destacamos lo más relevante.

Duval (1995) se pregunta: “¿Es esencial esta utilización de varios sistemas semióticos de representación y expresión, o al contrario no es más que un medio cómodo pero secundario para el

ejercicio y para el desarrollo de las actividades cognitivas fundamentales?” (p.3). A lo cual responde con argumentos que se localizan más en la naturaleza del funcionamiento cognitivo del pensamiento humano: 1. El objeto matemático no se debe confundir con su representación, pues un mismo objeto matemático puede darse a través de sus distintas representaciones y muy diferentes entre sí. 2. Existen representaciones internas asociadas a las externas, donde el sujeto interioriza las representaciones externas, permitiendo así una mirada al objeto en ausencia del referente perceptible. 3. Las representaciones semióticas como medio de comunicación al exteriorizar las representaciones mentales (internas), como medio indispensable para la propia actividad matemática. Los conocimientos matemáticos están inmersos en la creación y desarrollo de sistemas semióticos que coexisten con la lengua natural y les confieren carácter de objetos. Duval (1995) afirma “no hay noesis sin semiosis; es la semiosis la que determina las condiciones de posibilidad y de ejercicio de la noesis” (p.5.), entendiendo como noesis, la aprehensión conceptual de un objeto y la semiosis, la aprehensión o la producción de una representación semiótica. 5. La conversión entre sistemas semióticos requiere un aprendizaje específico, el problema de la semiosis es el de la diversidad de sistemas de representación y la no congruencia que suele surgir por la conversión.

Pero a todo esto que son las representaciones semióticas, en Gómez et al. (2015) se encuentra la definición dada por Duval quien dice que “son producciones del sujeto con el uso de símbolos, que son remitidas a un sistema particular de signos y reproducidas en un registro determinado.” (p. 279) Hay elementos fundamentales en esta teoría, que pueden dinamizar o inhibir los aprendizajes de los estudiantes. Entre estos elementos tenemos: el uso de diversos registros de representación semiótica de un mismo objeto, la diferenciación entre representante y representado y la homogeneidad entre las representaciones, determinantes de la congruencias o incongruencias entre los diferentes registros disponibles del objeto.

Para Duval es indispensable la transformación de una representación semiótica en otra representación semiótica para que un objeto pueda ser codificado/decodificado y así tener la posibilidad de ser comprendido por alguien en este proceso de realizar transformaciones. Duval distingue dos tipos de transformaciones: el tratamiento, que es una transformación al interior de un registro determinado, el cual se realiza con cierta homogeneidad en las representaciones en juego,

y la conversión, que es una transformación de un objeto de un registro a otro, es decir, es decodificar una representación en un registro y codificarlo en otro.

En Prada et al. (2017) se discuten las palabras de Duval quien dice que existen al menos dos características de la acción cognitiva involucrada en el desarrollo de las habilidades matemáticas. Por otra parte, ocurre que no siempre los objetos matemáticos son accesibles mediante visualización.

Dentro del tema de Representación Semiótica, para Amaya et al. (2014) los contextos de representación que se utilizan en el salón de matemáticas emergen como un enlace para proponer problemas interesantes que permiten el análisis de las dificultades de comprensión de los estudiantes, las cuales pueden ser utilizadas para mejorar la actividad docente y generar un aprendizaje más significativo.

La anterior es una de las causas por las que proponemos el uso de la tecnología emergente Realidad Aumentada (RA) como recurso para definida por Abud (2012) como una tecnología que complementa la percepción e interacción con el mundo real y permite al usuario estar en un entorno real aumentado con información adicional generada por la computadora. En circunstancias ideales, el usuario percibe los objetos reales y virtuales coexistiendo en el mismo espacio.

Lo cual ayudaría a los alumnos a visualizar el concepto de función aplicado en situaciones reales que por medio de una aplicación de RA les sirva de andamiaje para interiorizar el concepto de función y poder transitar entre las distintas representaciones.

Que de acuerdo con Goss (2007) la metáfora del andamiaje propuesto por Vygotsky se relaciona con las interacciones con la zona de desarrollo proximal para describir como los maestros estructuran las tareas que le permitan al estudiante participar en tareas conjuntas que de otro modo estarían fuera de su alcance y luego se retira el apoyo o andamio a medida que los alumnos lo empiezan a realizar más independientemente.

### 3.2 Teorías de la Tecnología Digital en Educación Matemática

El Concejo Nacional de maestro de matemáticas, NCTM por sus siglas en inglés afirma que “La tecnología es una herramienta esencial para el aprendizaje de las matemáticas del silo XXI y todas las escuelas deben asegurar que todos sus estudiantes tengan acceso a ella” (NCTM, 2008). Pero no basta con saber que la tecnología debe de ser aplicada en la educación matemática sin conocer la finalidad de esta, Drijvers (2013) propone una versión adaptada de su trabajo con Boon y Van Reeuwijk del 2010, el cual distingue dos vertientes de la función didáctica de la tecnología en educación matemática: a) para hacer matemáticas y b) aprender matemáticas; donde esta última puede tener dos finalidades: 1. practicar habilidades y 2. desarrollar conceptos, este modelo se puede ver en la figura 1.

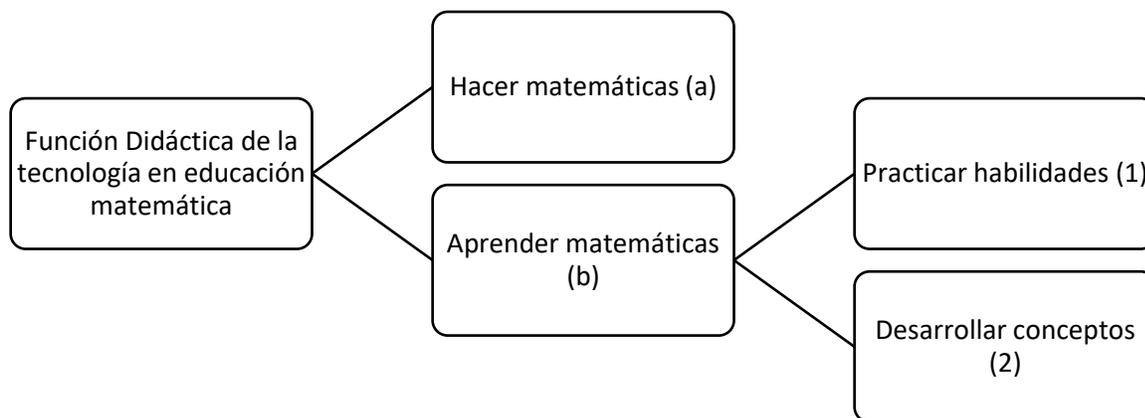


Figura 1. Adaptación al español del modelo de la Función Didáctica de la Tecnología en Educación Matemática

(Fuente: Adaptación de los autores del modelo de **Drijvers (2013, p.13)**)

Nuestra investigación se enmarca en la Función de Aprender Matemáticas en su vertiente de Desarrollo de Conceptos, siendo una de las más difíciles de alcanzar según Drijvers.

### 3.2.1 Génesis instrumental

Para entender cómo se relaciona la tecnología con la educación matemática, nos debemos remontar a la génesis instrumental (GI), la cual surge como la necesidad de entender el uso de la tecnología más allá de una herramienta, donde Doerr y Zangor (2000) distinguen cinco modelos del uso de la herramienta: *cálculo*, *transformación*, *análisis-recolección de datos*, *visualización* y *verificación*, donde el profesor cumple un papel importante al generar discusión alrededor del uso de la tecnología para lograr un aprendizaje y es aquí donde la teoría de la GI es el núcleo de la Teoría de la instrumentación (Monaghan, 2005) ya que lo entiende como el proceso del co-surgimiento de esquemas mentales y técnicas de herramientas mientras el trabajo con tecnología digital es esencial para el aprendizaje.

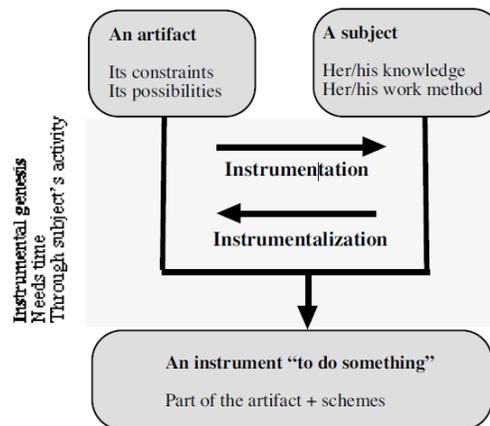


Figura 2 Génesis Instrumental  
(Fuente: Tomado de Trouche (2005, p. 144))

La Génesis Instrumental tiene dos componentes interconectados como se observa en la Figura 2:

1. El *proceso de instrumentalización*, directo hacia el artefacto/herramienta, el cual de acuerdo con Trouche (2005) conlleva a distintos escenarios como lo son: el descubrimiento y selección de claves pertinentes, personalización (adaptabilidad al usuario) y transformación de la herramienta.

2. El proceso de *instrumentación*, según Trouche (2005) es directo hacia el sujeto, es un proceso a través del cual las restricciones y potencialidades de la herramienta le dan forma al sujeto. De acuerdo con Defouad (2000) este tiene dos fases: la de la *explosión* donde nuevas técnicas y estrategias aparecen repentinamente para ser explotadas al máximo y es caracterizado por la oscilación, el cambio o la sobre verificación de la experiencia: la fase de la *purificación* donde el

uso del instrumento o herramienta parece llegar a un equilibrio con las estrategias y las técnicas que el instrumento propio ofrece, volviéndose parte del estudiante.

Nuestra aplicación de realidad aumentada se encuentra enmarcada en la GI ya que queremos que el estudiante pase por las etapas antes mencionadas, explorando la herramienta, detonando todo lo que puede hacer y al final encontrando un equilibrio entre lo que ofrece y el conocimiento que puede adquirir.

## Capítulo 4

### Marco Metodológico

El presente trabajo tiene corte cuantitativo, al realizar un estudio cuantitativo de los resultados del diagnóstico, instrumento a priori y posteriori de los estudiantes de la prueba. Además de evaluar las percepciones de los estudiantes. Dicho lo anterior comenzamos describiendo el paradigma de la investigación.

#### 4.1. Paradigma de investigación

“Un paradigma de investigación es una red de ideas coherentes sobre la naturaleza del mundo y de las funciones de los investigadores que, aceptadas por una comunidad de investigadores, condicionan las pautas de razonamiento y sustentan las acciones en la investigación (Bassey, 2003, citado en Escudero 2015, p 66)”

Partiendo de esta definición, el paradigma con el que abordemos nuestra investigación es de suma importancia ya que diseñará y tejerá el proyecto, además de dar el sustento a las decisiones tomadas.

De acuerdo con Escudero (2015, p.66) quién cita a Muñoz-Catalán (2010) “...todos los paradigmas expresan una interpretación particular de la realidad (perspectiva ontológica) y que, asegura que el conocimiento teórico que se produzca sea consistente con ella (hace referencia a la perspectiva epistemológica), incluyen un conjunto de modelo, reglas, técnicas y métodos de investigación. Podemos decir, entonces, que el paradigma incluye tres elementos: *una perspectiva ontológica, una perspectiva epistemológica y las perspectivas metodológicas*” (p. 148, énfasis de Escudero) estos tres elementos que conforman un paradigma de investigación serán considerados en nuestra investigación

Dentro de las perspectivas abordaremos la ontológica interpretando la realidad del aprendizaje del concepto de función gráfica, la perspectiva epistemológica que da fiabilidad a la teoría alrededor del tema y la serie de métodos, reglas, técnicas y modelos de investigación que usaremos que se refieren a la perspectiva metodológica (Escudero, 2015). Y respecto al paradigma escogeremos el *paradigma crítico* ya que consideramos es el que mejor se adapta a nuestra investigación, como cita Escudero (2015) “...el paradigma crítico que mencionan Latorre, Rincón y Arnal (1996) y

Ernesto (1998) como el que pretende conseguir la emancipación y la transformación de la realidad...” (p. 66, 67).

## **4.2 Ingeniería Didáctica**

La investigación está enmarcada en la metodología de la Ingeniería Didáctica (ID) propuesta por Artigue et al. (1995), en su libro titulado Ingeniería Didáctica en Educación Matemática donde explica que la ID es basada en las “...realizaciones didácticas, es decir sobre la concepción, realización, observación y análisis de las secuencias de enseñanza...” (p.36)

A diferencia de otras metodologías, la ID realiza un análisis y validación interna con análisis a priori y posteriori, ubicado en 4 fases:

- Fase 1. Análisis preliminar
- Fase 2. Concepción y análisis a priori
- Fase 3. Experimentación
- Fase 4. Análisis a posteriori y evaluación

### **4.2.1 Fase 1. Análisis preliminar**

En esta fase dentro de nuestra investigación, indagamos en las dificultades que presentan los alumnos alrededor de las representaciones semióticas del tema de funciones, formando de esta manera, nuestro marco de referencia, se seleccionó la muestra y se elaboró el instrumento de recolección de datos.

#### *Muestra seleccionada*

La metodología aplicada fue un análisis mixto Cuantitativo y Cualitativo, por lo cual se eligió **una muestra de alumnos de grupos de las preparatorias urbanas perteneciente a la BUAP y del Bachillerato Centro de Sistemas Computacionales (las cuales fueron elegidas con base en los resultados PLANEA, 2017)**, el área propedéutica elegida fue de humanidades y sociales, porque se acomoda su plan de estudios a los tiempos del trabajo de investigación, (revisar distribución en tabla 2.0)

---

 Tabla 2 Distribución de muestra y aplicación del pretest o prueba diagnóstica
 

---

Preparatoria	Nivel de Logro PLANEA	Área Propedéutica	Número de Alumnos
Emiliano Zapata	IV	Probabilidad y Estadística	97
Centro de Sistemas Computacionales	II	No aplica	34
		Total:	131

Fuente: Elaborada por los autores

Analizando cada nivel de PLANEA se encuentra lo siguiente:

En el nivel II de PLANEA dentro del aspecto evaluado *cambios y relaciones*, los estudiantes son capaces de calcular el valor faltante de una tabla que describe una situación de variación proporcional inversa. Identifican el modelo algebraico de las relaciones expresadas en una situación matemática de variación proporcional y el conjunto de valores que pertenecen a una gráfica.

En el nivel III PLANEA dentro del aspecto evaluado *cambios y relaciones*, los alumnos son capaces de identificar el conjunto de valores que varían con proporcionalidad directa o inversa y resuelven problemas en contexto de estos contenidos. Interpretan el modelo algebraico de una situación de variación proporcional, así como los parámetros de la función lineal dada su gráfica en una situación de contexto. Calculan un término específico de una sucesión. Realizan la operación suma de fracciones y calculan el valor numérico de las mismas.

En el nivel IV PLANEA dentro del aspecto evaluado *cambios y relaciones*, los estudiantes son capaces de resolver problemas en contexto de proporcionalidad mixta. Realizan la operación resta de funciones y calculan el valor numérico de las mismas. Determina el dominio y rango de una función con y sin contexto. Calculan las distancias entre dos puntos e identifican la expresión algebraica que representa a una cónica. Determina el valor de la pendiente de una recta y su ecuación, dada su gráfica.

*Contexto Externo.*

La escuela se ubica en el municipio de Puebla con domicilio en Calle 11 sur 502, perteneciente al Estado de Puebla, es un municipio que cuenta con una población de 6168883 habitantes, tiene una superficie de  $5343 \text{ km}^2$ , con una densidad de población de  $168 \text{ habitantes/km}^2$  (INEGI-2015), cuya ubicación en la entidad es en el centro, tipo de urbanización: urbano, colinda al este con las localidades de Amozoc, Tepatlaxco de Hidalgo, Cuantinchán, Tzicatloyán, al norte con: Tlaxcala; al oeste con: San Andrés Cholula, Cuatlancingo; al sur con: Huehuetlán el Grande y Teopantlán y al sureste con: Ocoyucan; y al suroeste con: Tizicatlacoyán.

Entre sus actividades socioeconómicas se encuentran las labores del Industria textil, turística, farmacéutica y automotriz, el comercio y servicios como: transporte y bancarios; en cuanto al elemento social tenemos alumnos procedentes de diferentes municipios aledaños como: San Pablo Xochimehuacán, San Pedro Cholula; y estados como: Tlaxcala, Oaxaca, Baja California, Chihuahua, Veracruz y Guerrero.

Las familias están integradas por un promedio mínimo de tres hijos, la mayoría de las familias son disfuncionales algunos padres se encuentran laborando en actividades profesionistas (Abogados, Maestros, Enfermeras, Militares, Médicos y Contadores) y empleados (Servicio Público, Comerciantes, Albañiles y Electricistas). Existen mujeres que cumplen la función de madre y padre (madre soltera), debido a estas circunstancias deben trabajar dentro de las maquilas, como empleadas domésticas, comercio formal e informal, etc. La mayoría de los tutores son subempleados, debido a su situación económica se deben de apoyar en los programas de seguridad social que brinda el gobierno, por lo que, puede provocar una ambigüedad en la aplicación de los valores.

En cuanto al aspecto cultural se denota un ambiente tradicionalista y conservador-religioso en donde las costumbres pueden modificar la convivencia de la comunidad, las cuales poco interfieren en el ámbito educativo, las actividades deportivas más frecuentes son: fútbol, basquetbol, voleibol, ajedrez y beisbol.

### *Contexto Interno*

El Bachillerato Estatal “Centro de Sistemas Computacionales”, con modalidad escolarizada, turno matutino, cuenta con cinco docentes y un directivo, todos ellos con título de licenciatura y uno estudiando maestría. Dos personas responsables del Área Administrativa.

La mayoría de los alumnos casi no desayunan en casa, esto provoca que algunos alumnos se limiten en su rendimiento escolar por la carencia de una necesidad básica de alimentación.

Las aulas que tiene el bachillerato están en condiciones óptimas para la atención de treinta a cuarenta alumnos, cuenta con tres grupos: uno de sexto, uno de cuarto y uno de segundo, con un total de 116 alumnos en matrícula, de los cuales son: 62 hombres y 54 mujeres. La institución tiene dos cañones disponibles para hacer uso de las TIC, se cuenta con un laboratorio de cómputo con 40 computadoras, una dirección, un área administrativa, doce aulas, módulo sanitario para mujeres y otro para hombres en buen estado, energía eléctrica, internet, drenaje y agua por pipas.

### *Características del Grupo*

H: 23, M: 16, dando un total de 39 alumnos. La mayoría de los alumnos muestran conocimiento de matemáticas básicas, pero hace falta desarrollar el razonamiento lógico-matemático para la solución de problemas; poco nivel de lectura comprensiva, análisis sintáctico y gramático básico, déficit de atención y falta reforzar los hábitos de estudios.

No tienen una predilección por algún campo disciplinar en específico por la falta de conocimiento básico, son colaborativos y ordenados, lo que requiere una mayor aplicación de estrategias enseñanza-aprendizaje para provocar una predilección por cualquier campo disciplinar. Con base a la prueba de Estilos de Aprendizaje (Honey y Alonso): Activos: 19%, Reflexivos: 28%, Teóricos: 16% y Pragmáticos: 37%.

### *Instrumento de recolección de datos (pretest)*

El pretest que se aplicó a las muestras de alumnos que describiremos más adelante, el instrumento es una réplica del propuesto por Prada et al (2017) en su trabajo “*Representación semiótica de la noción de función: concepciones de estudiantes que transitan del colegio a la universidad*”, quienes realizaron un estudio para identificar las distintas representaciones semióticas de alumnos

colombianos recién ingresados a una ingeniería. El instrumento se puede revisar en Anexo 1, en la tabla 3, se presentan los 9 ítems y los tipos de articulación propuestos por los autores:

*Tabla 3 Ítems del Pretest y la articulación explorada*

Ítem	Articulación
1	De gráfico a gráfico
2	De lenguaje cotidiano a gráfico o algebraico
3	De gráfico a lenguaje algebraico
4	De gráfico a lenguaje algebraico (pares ordenados)
5	De lenguaje algebraico a gráfico
6	De tabular a gráfico
7	De lenguaje algebraico a gráfico
8	Del gráfico a lenguaje algebraico
9	De lenguaje cotidiano a algebraico

*Fuente: Elaborada por los autores*

Dentro del pretest se tiene una pregunta 10 la cual es una modificación de la que proponen Gómez et al (2015) en su trabajo: “*Dificultades en el aprendizaje y el trabajo inicial con funciones en estudiantes de educación media*” el cual fue implementado en estudiantes colombianos que cursaban la materia de precálculo. La finalidad de esta pregunta extra del pretest es obtener producciones por parte de los alumnos y las transformaciones realizadas tipo conversión y tipo tratamiento. El ejercicio se presenta a continuación:

10. María Eugenia tiene un plan en una empresa de telefonía móvil consistente en un cargo fijo de \$800 y \$ 0.70 por cada minuto que consuma adicional. Se presentan una serie de preguntas relacionadas con el ejercicio que corresponden a una categoría de análisis definido por Gómez et al (2015), se presenta la tabla 4 con la categoría de análisis y la pregunta a la que se relaciona cada una de ellas:

---

 Tabla 4 Categoría de análisis y cuestiones planteadas a los alumnos
 

---

Pregunta	Categoría de análisis
a) ¿Qué cantidades interviene en la situación?	Identificación de los elementos de una función.
b) ¿Cuáles de las cantidades varían y cuáles permanecen fijas (constantes)? y ¿cómo se relacionan entre ellas?	Relación entre los elementos de una función.
c) Encuentra una expresión matemática que modele esta situación.	Modelación de una situación funcional
d) Describe el proceso que seguiste para responder la pregunta c)	Descripción de los procesos realizados tratando de dar respuesta a las preguntas o cuestiones planteadas.
e) Si se sabe que el valor de la factura fue de \$3635.00 ¿cuántos minutos adicionales consumió?	Utilización del concepto de ecuación para encontrar una incógnita
f) En un mes María Eugenia recibe una factura por \$3635.00. Al mes siguiente la factura viene por \$4314.0 ¿cuántos minutos adicionales consumió?	Identificación y uso del patrón de regularidad y de crecimiento de la función.

Fuente: Modificación de Gómez et al. (2015) p. 281.

De acuerdo con los resultados obtenidos que se discutirán más adelante, se observa que los alumnos presentan dificultad para realizar la conversión de la representación gráfica. Es por ello por lo que se pretende hacer uso de la Realidad Aumentada para que el alumno logre la transposición didáctica del uso de la aplicación a la comprensión del tema función.

#### **4.2.2 Fase 2. Concepción y análisis a priori.**

##### *Desarrollo de la aplicación FuncionAR*

La aplicación fue desarrollada en Unity®, el cual es un motor de juegos que permite tanto el desarrollo 2D como 3D, este cuenta con la opción de empaquetado a través de múltiples plataformas, Android, IOS, Windows, etc. De forma complementaria se decidió usar Vuforia, kit de desarrollo de software para realidad aumentada, se optó por esta herramienta debido a su versatilidad y rapidez en la creación de prototipos, así como su compatibilidad con Unity®. La aplicación presenta un arquero disparando una flecha en diferentes ángulos, en el cual el alumno podrá observar la trayectoria que presenta la flecha y la función que la describe.

##### *Planeación didáctica*

Se diseñó una secuencia didáctica de cinco momentos, cada uno con su inicio desarrollo y cierre; en el primer momento consistió en aplicar el diagnóstico, el objetivo del segundo momento fue explorar las nociones de la función, tipos de funciones, formas de discriminar cuando una gráfica es función o no, en el tercer momento el objetivo fue que el estudiante realice la conversión entre representaciones semióticas: lenguaje natural – algebraico- tabular-gráfico y en sentido inverso gráfico-tabular-algebraico-lenguaje natural; en el cuarto momento el alumno entrará en contacto con la aplicación de realidad aumentada; en el quinto momento se realizó un postest que es el mismo pretest y una encuesta de satisfacción de uso de la aplicación donde se indagará sobre la usabilidad de la herramienta. Se puede consultar la secuencia didáctica en los anexos. El plan de clase y las actividades de los estudiantes pueden ser revisadas en los Anexos 3 y 4 respectivamente.

#### **4.2.3. Fase 3. Experimentación**

En esta fase se implementó la secuencia didáctica, durante cuatro sesiones de cien minutos cada una. En la quinta sesión se aplicó el postest.

Apegándonos a la ID en lo referente a la micro ingeniería didáctica, la población de estudio se redujo a un grupo de estudiantes inscritos al curso extraordinario uno del ciclo escolar 2018-2019 de la Unidad de Aprendizaje Curricular “Estadística, Probabilidad y Temas Selectos de Matemáticas”, correspondiente al plan 06 del programa de bachillerato universitario (BU) en la Preparatoria Emiliano Zapata de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Integrado por

dieciocho estudiantes cuyas edades oscilaban entre diecisiete y dieciocho años, su distribución se muestra en la tabla 5.

*Tabla 5 Distribución de muestra por área propedéutica y turno.*

<b>Área Propedéutica</b>	<b>Matutino</b>	<b>Vespertino</b>
<b>Humanidades</b>	5	4
<b>Ciencias Sociales</b>	0	9

*Fuente: Elaborada por los autores*

#### **4.2.4 Fase 4. Análisis a posteriori y evaluación**

##### *Instrumento de recolección de datos postest*

Se aplicó la misma prueba de pretest, pero ahora como postest, al finalizar la secuencia didáctica.

##### *Encuesta de satisfacción de uso*

Las percepciones del uso de la aplicación por parte de los alumnos fueron evaluadas con una prueba Likert de 20 preguntas elaborada con Google Forms, la cual es una modificación de lo propuesto por Sacristán et al. (2017), se puede consultar en el Anexo 2. Teniendo una expectativa prometedora al incorporar la RA como andamiaje para la comprensión del objeto matemático función. Es importante saber, si el uso de la realidad aumentada, es decir, la mediación tecnológica se convierte en apoyo en el entorno académico o al contrario lo entorpece. Si los usuarios están satisfechos con la intervención y además logramos atraer su atención estaremos creando mejores aprendizajes fortaleciendo la atención, interacción profesor-tecnología-alumno y la confianza.

## Capítulo 5

### Resultados

#### 5.1 Resultados del pretest

Para evaluar las respuestas al pretest, los autores propusimos una escala, la cual se puede observar en la Tabla 6, donde se indica el criterio de cada puntuación.

*Tabla 6 Criterios de Puntuación de los Ítems*

Ítem	Criterio	Puntuación
1a	Determina que no es función, <u>argumenta con el uso de la regla vertical o argumenta el porqué de su decisión, trata de validarlo.</u>	1, <u>2-4</u>
1 b	Determina que es función, <u>argumenta con el uso de la regla vertical o argumenta el porqué de su decisión, trata de validarlo.</u>	1, <u>2-4</u>
2	Reconoce que si hay una función que cumpla con lo solicitado, <u>argumenta o realiza la deducción de la función.</u>	1, <u>2</u>
3	Inciso d	1
4	Identifica los 5 puntos, <u>ubica los puntos en la gráfica o argumenta con tabla o argumenta uso de la función.</u>	1, <u>2</u>
5	Inciso b, <u>subraya de manera correcta el dominio y rango</u>	1, <u>2</u>
6	Realiza de manera correcta el trazo del gráfico, iniciando en 1 y terminando en 7 en el eje de las x	1
7	Tabula y <u>realiza la gráfica</u>	1, <u>2</u>
8	Encuentra puntos notables, <u>realiza una tabla y busca la relación originando la función.</u>	1, <u>2</u>
9a	Realiza un esquema, <u>plantea una función</u>	1, <u>2</u>
9b	Realiza un esquema, <u>plantea una función</u>	1, <u>2</u>

10a	800, 0.70	1
10b	Reconoce los valores que quedan fijos, los que varían y <u>su relación</u> .	1, <u>2</u>
10c	Plantea una función	1
10d	Describe los pasos realizados para llegar a la función del inciso anterior	1
10e	Realiza la sustitución en la función, las operaciones y <u>llega al resultado 4050 minutos</u>	1, <u>2</u>
10f	Realiza la sustitución en la función, las operaciones y <u>llega al resultado 970 0 5020 minutos</u>	1, <u>2</u>

Fuente: Elaborada por los autores

A continuación, en la Tabla 7 se presentan las respuestas del diagnóstico de quince alumnos tomados al azar de la muestra de 97 alumnos del BU y sus puntuaciones de acuerdo con los criterios elegidos.

Tabla 7. Resultados de 15 alumnos tomados al azar

Ítem	Sujeto /Puntuación	Tiempo min	1a	1b	2	3	4	5	6	7	8	9a	9b	10a	10b	10c	10d	10e	10f	Total	
			0-4	0-4	0-2	0-1	0-2	0-2	0-1	0-2	0-2	0-2	0-2	0-2	0-1	0-2	0-1	0-1	0-2		0-2
1AM		60	1	1	0	1	1	2	1	2	1	0	0	0	1	1	0	0	0	0	12
2AM		52	1	3	2	1	2	0	1	0	1	0	0	0	1	2	1	0	2	2	19
3AM		60	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
4AM		60	3	0	0	1	1	2	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	10
5AM		60	2	2	1	1	2	2	1	2	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	16
6DV		43	4	0	2	1	2	0	1	1	0	1	0	1	2	1	1	1	2	2	21
7DV		60	1	0	0	0	2	1	1	0	0	1	1	1	2	1	1	1	2	2	16
8DV		57	4	4	2	1	2	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	2	2	30
9DV		48	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	2	0	0	2	2	2	11
10DV		48	0	2	2	1	1	1	0	0	0	1	0	1	2	1	1	2	1	1	16
11DM		55	0	0	1	0	2	2	1	0	0	0	0	1	2	0	0	1	1	1	11
12DM		60	0	0	0	1	2	1	0	1	0	1	2	1	2	1	1	1	0	0	13
13DM		60	0	1	0	1	2	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	7
14DM		60	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	2	1	1	1	1	0	10
15DM		60	0	0	2	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6

Fuente: Elaborada por los autores

En la Tabla 8 se presentan los porcentajes de aciertos del pretest

*Tabla 8 Porcentajes de acierto del pretest por muestra*

Ítem	BGE (34)	BU-1 (30)	BU-2 (28)	BU-3 (39)
1	14.71%	0.00%	3.57%	12.82%
2	26.47%	13.33%	28.57%	12.82%
3	47.06%	63.33%	64.29%	79.49%
4	14.71%	63.33%	53.57%	38.46%
5	8.82%	23.33%	21.43%	20.51%
6	44.12%	50.00%	71.43%	61.54%
7	5.88%	3.33%	7.14%	30.77%
8	0.00%	3.33%	0.00%	0.00%
9	2.94%	13.33%	8.93%	2.56%
10a.	55.88%	73.33%	92.86%	56.41%
10b.	26.47%	33.33%	75.00%	12.82%
10c.	26.47%	50.00%	85.71%	35.90%
10d.	20.59%	40.00%	78.57%	23.08%
10e.	8.82%	23.33%	78.57%	33.33%
10f.	8.82%	23.33%	71.43%	30.77%

*Fuente: Elaborada por los autores*

En la tabla 8 se puede observar que existe una relación entre el tipo de sistema educativo y nivel PLANEA, donde los alumnos que pertenecen al Bachillerato Universitario tienen un mejor desempeño. Cabe señalar que en cada tipo de bachillerato se estudia el mismo contenido en diferentes momentos, pero no por ello se estudia por más tiempo o mayor profundidad. No hay ventaja en términos del tiempo invertido en el estudio de cada tema.

Entre las preguntas donde se presenta el menor porcentaje de respuestas correctas es el reactivo 8 el cual pedía lo siguiente:

8. De acuerdo con la gráfica siguiente ¿cuál es la expresión algebraica para  $f(x)$  en función de  $x$ ?

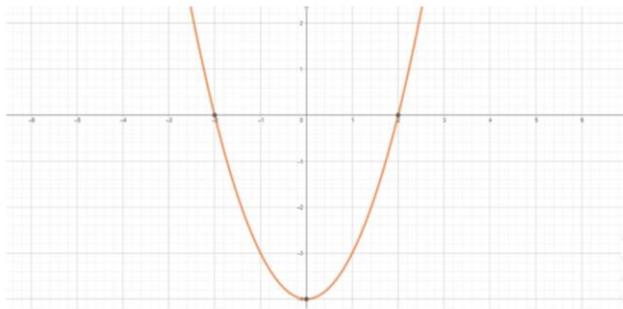


Figura 4 Pregunta 8 del pretest,

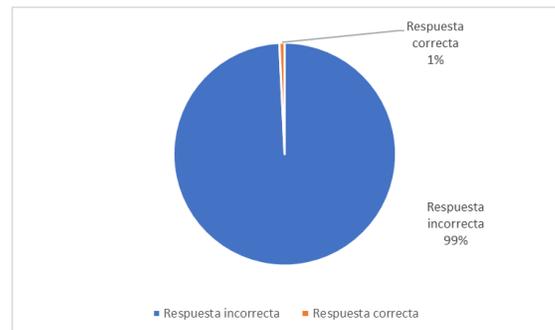


Figura 3 Respuestas correctas reactivo 8

En la figura 3 y 4 se puede observar el reactivo y el acierto total de la población respectivamente. A continuación, se presenta un análisis de los resultados por bachillerato.

### 5.1.2. Resultados Pretest CSC

En la tabla 9 se puede observar que de los treinta y cuatro estudiantes sólo cuatro de ellos logran puntuaciones mayores o iguales a veinte, lo que nos quiere indicar que el 88.23% de los estudiantes restantes cuentan con deficiencias para transitar entre las representaciones semióticas y los elementos de la función.

Los resultados evidencian que los estudiantes no dominan el tema de las funciones y presentan dificultades para identificar las mismas en sus distintas representaciones semióticas, teniendo mayor deficiencia en la representación gráfica, lo cual indican los reactivos 1 al 7.

Tabla 9 Resultados Pretest Centro de Sistemas Computacionales

		Resultados Pretest CSC																		
Ítem		1a	1b	2	3	4	5	6	7	8	9a	9b	10a	10b	10c	10d	10e	10f	Total	
Sujeto/Puntuación	Tiempo min	0-4	0-4	0-2	0-1	0-2	0-2	0-1	0-2	0-2	0-2	0-2	0-1	0-2	0-1	0-1	0-2	0-2	Máx 33	
NAI427	60	0	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	0	7	
BRB405	60	0	0	0	1	0	2	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	0	7	
AFE401	60	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	3	
CCAI406	60	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	
MGJ419	60	2	2	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	
BPA404	60	0	0	2	1	2	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	7	
LOLS418	60	0	0	0	0	2	0	0	0	0	1	0	1	2	0	0	0	0	6	
DMEJ412	60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
RMEAE432	60	0	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	6	
PCA429	45	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
BSB402	50	0	0	2	1	1	1	1	0	0	2	0	1	2	1	1	1	1	15	
GFD414	60	0	0	1	1	1	0	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	6	
LDK417	50	2	2	2	0	1	1	0	0	0	1	0	1	2	1	1	2	2	18	
MTE424	60	0	0	2	1	1	0	1	2	0	1	1	1	2	1	0	0	0	13	
CVCA409	60	0	0	0	1	1	2	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	10	
PMF431	60	3	3	2	1	2	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	20	
MMMA421	60	3	3	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	13	
MHE420	60	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	1	1	7	
FAJ413	60	2	2	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	2	1	1	0	0	12	
DSAA411	60	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	5	
DLVJY410	60	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
TSJ435	60	0	0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
PEJ428	60	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
MSR424	60	2	2	2	1	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	10	
GTA415	60	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	
MPJO426	45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	4	
HCI416	50	3	3	0	0	2	0	1	2	1	1	0	1	2	1	1	1	1	20	
TRLA434	60	3	3	2	1	2	1	0	1	0	2	1	1	1	1	1	2	2	24	
BTMJ04	60	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
VRD436	60	0	0	2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3	
PDD430	45	4	4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	2	1	1	2	2	20	
CCAK408	60	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	3	
MXJE425	60	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
MMDM423	60	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	

Fuente: elaborado por los autores

### 5.2.2 Resultados Pretest Preparatoria Emiliano Zapata

Los 30 estudiantes pertenecientes al 3°D matutino presentan un puntaje promedio de 9.87, puntaje mínimo de 4 y máximo de 18. El puntaje por reactivo, nos indica que presentan dificultades al identificar si una gráfica es función, al transitar del lenguaje gráfico al algebraico y tabular, de igual manera no identifican los elementos de las funciones. Esto se puede observar en la tabla 10.

Tabla 10 Resultados Pretest 3°D Matutino Emiliano Zapata

Resultados Pretest 3DMATZAP																			
Ítem	1a	1b	2	3	4	5	6	7	8	9a	9b	10a	10b	10c	10d	10e	10f	Total	
Sujeto/Puntuación	Tiempo min	0-4	0-4	0-2	0-1	0-2	0-2	0-1	0-2	0-2	0-2	0-1	0-2	0-1	0-1	0-2	0-2	Máx 33	
201633253DM	60	0	0	1	1	2	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	10	
2016290613DM	60	0	0	1	1	2	1	0	1	1	1	0	0	1	1	0	0	10	
201632593DM	60	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	10	
2016388153DM	60	0	0	2	1	2	1	1	0	2	2	2	1	2	1	0	1	18	
2016540423DM	60	0	0	2	1	2	0	1	2	1	2	0	0	0	0	0	0	11	
2016459373DM	60	0	0	0	0	1	2	0	0	0	2	0	1	2	1	0	1	11	
2016194353DM	60	0	0	1	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	
2016575423DM	60	0	0	0	1	2	0	0	0	0	2	1	1	1	1	1	1	12	
2016192043DM	60	0	0	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	2	0	0	1	9	
2016335613DM	60	0	0	1	1	2	0	1	0	0	0	0	1	2	0	0	0	8	
2016338363DM	60	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1	2	1	1	2	12	
2016556493DM	60	0	0	0	0	1	2	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	8	
2016390823DM	60	0	0	1	1	2	2	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	12	
2016467883DM	45	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	5	
2016325003DM	60	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	6	
2016331913DM	60	0	0	2	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	7	
2016456223DM	60	0	0	0	0	2	2	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	6	
2016395943DM	60	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	1	2	1	1	2	13	
2016222093DM	59	0	0	1	0	2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	6	
2016332763DM	59	0	0	1	1	2	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	8	
2016265173DM	58	0	0	0	0	1	0	1	0	0	2	0	1	1	1	1	2	12	
2016190083DM	56	0	0	0	1	2	0	0	0	0	2	0	0	1	0	1	2	11	
2016338823DM	56	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	1	2	1	1	2	14	
2016503723DM	55	0	0	1	1	2	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	2	12	
2016287233DM	53	0	0	1	0	2	2	1	0	0	0	0	1	1	1	1	2	14	
2016567643DM	55	0	0	1	0	2	2	1	0	0	0	0	1	2	0	0	1	11	
2016259143DM	60	0	0	0	1	2	1	0	1	0	1	2	1	2	1	1	0	13	
2016384543DM	60	0	1	0	1	2	0	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	7	
2016190753DM	60	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	2	1	1	1	10	
2016253713DM	60	0	0	2	1	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	6	

Fuente: Elaborada por los autores

De los resultados del 3°A matutino arrojaron que los 39 alumnos en promedio tienen puntaje total de 10.13, con un mínimo de 1 y máximo de 21, presentando más dificultades en la identificación de elementos de una función.

Tabla 11 Resultados Pretest 3°A Matutino

Resultados Pretest 3AMATZAP																			
Ítem	1a	1b	2	3	4	5	6	7	8	9a	9b	10a	10b	10c	10d	10e	10f	Total	
Sujeto/Puntuación	Tiempo min	0-4	0-4	0-2	0-1	0-2	0-2	0-1	0-2	0-2	0-2	0-2	0-1	0-2	0-1	0-1	0-2	0-2	Máx 33
2016451673AM	60	0	0	0	1	1	2	0	2	1	1	0	0	0	0	0	0	0	8
2016395793AM	60	0	0	0	1	1	2	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	7
2016177183AM	60	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	4
2016222813AM	60	0	0	0	1	1	0	1	2	1	0	0	0	2	0	0	2	2	12
2016335533AM	60	2	0	0	1	2	2	1	2	1	1	0	0	1	0	0	0	0	13
2016529833AM	60	1	0	2	0	2	1	0	0	0	0	0	1	2	1	1	2	2	15
20165165863AM	60	0	0	2	1	2	1	1	2	0	0	0	1	2	1	1	2	2	18
2016258253AM	60	4	3	0	1	1	0	1	2	1	0	0	0	2	0	0	2	2	19
2016204243AM	60	0	0	0	1	2	0	1	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	8
2016391483AM	60	2	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	2	2	14
2016456873AM	60	0	0	1	1	1	1	0	2	1	1	0	0	1	1	1	0	0	11
2016325713AM	60	2	2	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	10
2016680383AM	59	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	2	0	9
2016468653AM	57	3	3	0	1	1	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	14
2016573473AM	56	3	3	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
2016561363AM	56	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2016523133AM	56	2	0	2	1	2	0	1	2	1	1	0	1	1	0	0	0	0	14
2016330613AM	55	0	0	0	1	2	0	1	0	0	1	0	1	1	0	0	1	0	8
2016475923AM	54	0	0	0	1	2	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	2	2	13
2016394123AM	53	0	1	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
2016395133AM	53	4	4	0	1	2	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	2	2	21
2016470723AM	53	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	5
2016263653AM	53	0	0	0	1	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
2016396643AM	51	3	2	0	0	2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8
2016484483AM	51	0	0	0	1	1	2	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	7
2016225593AM	51	0	2	1	1	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	2	2	12
2016388243AM	51	0	0	1	1	2	0	0	0	0	1	0	1	1	1	0	2	2	12
2016260073AM	51	0	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	6
2016288143AM	50	2	0	1	0	1	1	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0	9
2016455773AM	44	0	0	0	1	2	0	0	2	0	1	0	1	1	1	1	2	2	14
2016192753AM	40	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
2017718923AM	40	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
2016262643AM	40	0	0	0	1	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	7
2016627833AM	40	0	0	2	1	2	0	1	2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	19
2016679563AM	60	1	1	0	1	1	2	1	2	1	0	0	1	1	0	0	0	0	12
2016566513AM	52	1	3	2	1	2	0	1	0	1	0	0	1	2	1	0	2	2	19
2016469063AM	60	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
2016203403AM	60	3	0	0	1	1	2	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	10
2016568463AM	60	2	2	1	1	2	2	1	2	0	1	0	1	1	0	0	0	0	16

Fuente: Elaborada por los autores.

Los resultados del 3°D Vespertino evidenciaron un mayor dominio en los elementos de una función y dificultades menores comparadas con los otros grupos al transitar entre las representaciones. Teniendo un puntaje total promedio de 14.57, con un mínimo de 8 y un máximo de 30.

Tabla 12 Resultados Pretest 3°D Vespertino

Resultados Pretest 3DVESPZAP																			
Ítem	1a	1b	2	3	4	5	6	7	8	9a	9b	10a	10b	10c	10d	10e	10f	Total	
Sujeto/Puntuación	Tiempo min	0-4	0-4	0-2	0-1	0-2	0-2	0-1	0-2	0-2	0-2	0-1	0-2	0-1	0-1	0-2	0-2	Máx 33	
2016390683DV	60	0	0	2	1	2	0	1	2	1	0	0	0	0	0	0	0	9	
2016329683DV	66	0	0	0	1	2	0	1	0	0	0	0	1	1	0	0	1	8	
2016393283DV	60	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0	1	1	1	1	0	0	9	
2016575443DV	66	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	1	1	1	2	12	
2016678293DV	56	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	2	11	
2016646983DV	53	2	0	2	0	1	0	1	0	1	0	0	1	2	1	1	2	16	
2016195653DV	55	0	0	0	0	2	0	0	0	0	2	2	1	2	1	1	2	15	
2016194193DV	53	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	2	1	0	2	13	
2016680413DV	51	0	0	0	1	2	2	0	0	0	1	1	1	2	0	0	1	11	
2016450113DV	48	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	0	1	2	1	1	2	13	
2016227173DV	50	0	0	1	1	2	0	1	0	0	2	2	1	2	1	1	2	18	
2016259023DV	45	0	0	2	0	0	0	1	0	0	1	0	1	2	1	1	2	13	
2016337033DV	45	0	0	2	1	2	2	0	0	1	1	0	1	2	1	1	2	17	
2016573163DV	47	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	1	1	2	15	
2016187933DV	47	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0	2	12	
2016194913DV	47	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	1	0	2	1	1	2	15	
2016542443DV	47	0	0	1	0	2	2	1	0	1	0	0	1	2	1	1	2	16	
2016194113DV	48	0	0	0	1	2	0	0	0	1	1	0	1	2	1	1	1	12	
2016285413DV	48	0	0	1	1	2	0	1	0	0	1	1	1	2	1	1	2	16	
2016230213DV	43	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	2	1	1	2	12	
2016464033DV	43	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	2	1	1	2	15	
2016260763DV	44	0	0	2	1	2	2	1	2	1	1	0	1	2	1	1	1	19	
2016205033DV	44	0	0	1	1	2	2	1	0	1	0	0	1	2	1	1	2	17	
2016206143DV	43	4	0	2	1	2	0	1	1	0	1	0	1	2	1	1	2	21	
2016487173DV	60	1	0	0	0	2	1	1	0	0	1	1	1	2	1	1	2	16	
2016195803DV	57	4	4	2	1	2	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	30	
2016284163DV	48	0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	2	0	0	2	11	
2016504993DV	48	0	2	2	1	1	1	0	0	0	1	0	1	2	1	1	2	16	

Fuente: Elaborada por los autores.

En el Anexo 5, se presentan y analizan producciones realizadas por los sujetos de la muestra

## 5.2 Resultados de la micro ingeniería. Análisis a priori y a posteriori.

Se trabajó con dieciocho estudiantes la secuencia didáctica con RA. Se presentan los resultados del pretest Vs posttest. En la Tabla 13 se puede observar una mejoría considerable del estudiante 2 que pasa de 18 a 30 puntos teniendo una diferencia de 12, el estudiante 9 mejora 17 puntos, el estudiante 18 es el que se tiene una mejora mayor, teniendo una mejora de 25 puntos.

Tabla 13 Resultados Pretest Vs Posttest

Sujeto/Puntuación	Ítem 1a		1b		2		3		4		5		6		7		8		9a		9b		10a		10b		10c		10d		10e		10f		Total	Máx 33	
	0-4	0-4	0-2	0-1	0-2	0-2	0-1	0-2	0-2	0-2	0-2	0-2	0-1	0-2	0-1	0-2	0-1	0-1	0-2	0-2	0-1	0-2	0-1	0-1	0-2	0-2	0-1	0-1	0-2	0-2	0-2	0-2	0-2	0-2			
2016678293DV	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	Pretest		
	4	4	2	1	2	2	1	0	2	1	1	1	1	2	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	27	Postest		
2016227173DV	0	0	1	1	2	0	1	0	0	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	18	Pretest		
	4	4	2	1	2	0	1	2	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	30	Postest			
2016336093AV	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	Pretest			
	4	4	1	1	1	0	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	2	1	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	24	Postest			
2016450113DV	0	0	0	1	2	0	0	0	0	1	0	1	2	1	0	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	13	Pretest			
	0	2	2	1	2	2	1	2	2	1	2	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	25	Postest			
2017718223AV	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	10	Pretest			
	4	4	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	28	Postest			
201623106	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Pretest		
	4	4	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	28	Postest			
2016464033DV	0	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	15	Pretest			
	4	4	0	1	1	2	1	0	1	1	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	23	Postest			
201694113DV	0	0	1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	2	1	0	1	2	1	0	2	1	0	2	2	1	0	2	2	2	2	2	2	13	Pretest			
	4	4	2	1	2	0	1	2	2	1	0	1	2	1	0	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	28	Postest			
2016646993DV	2	0	2	0	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	2	1	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	16	Pretest				
	4	4	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	33	Postest				
2016561363A	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	Pretest			
	4	4	1	2	2	2	1	0	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	18	Postest			
2016204243AM	0	0	0	1	2	0	1	2	0	2	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	8	Pretest			
	4	4	2	1	2	2	1	1	2	2	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	31	Postest				
2016470723AM	0	0	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	Pretest			
	4	4	2	1	2	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	29	Postest			
2016575143DV	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	12	Pretest			
	0	1	2	1	2	2	1	1	1	1	1	1	0	1	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	21	Postest			
2016504993DV	0	2	2	1	1	1	0	0	0	1	0	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	1	16	Pretest				
	0	0	2	1	2	2	1	0	2	1	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	21	Postest			
2016385123AV	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	Pretest			
	4	3	2	1	2	0	1	2	2	2	2	2	2	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	22	Postest				
2016452863AV	0	0	1	1	0	0	0	0	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	15	Pretest				
	0	0	2	1	1	1	1	1	1	2	2	0	1	2	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	20	Postest				
2016177183AM	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	Pretest				
	4	4	2	1	1	2	1	1	2	2	0	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	29	Postest				
2016393283D	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	9	Pretest				
	4	4	2	1	2	0	1	1	2	2	0	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	28	Postest				

Fuente: Elaborada por los autores

En la figura 3 se observan las mejoras de las respuestas al ítem 8, de donde 1 de 131 no contestaron correctamente a 3 de 18 que contestan de manera correcta en el postest. El pretest del grupo de BU tuvo una media de 11.53, la muestra de 18 estudiantes obtuvo una media en el pretest de 10.22 y con la intervención esta media se incrementó a 25.83.

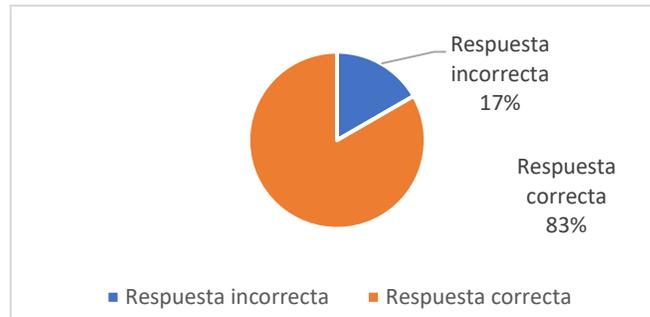


Figura 5 Respuestas al ítem 8 postest

### 5.3 Resultados de la encuesta de satisfacción de uso

De los resultados obtenidos de la encuesta de satisfacción de uso, en las figuras 6 a 9, se presentan los resultados más sobresalientes.

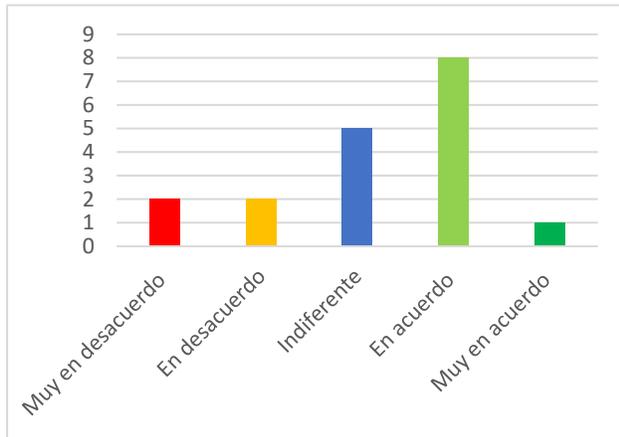


Figura 6 Respuesta al ítem “Mis resultados de aprendizaje se han incrementado”

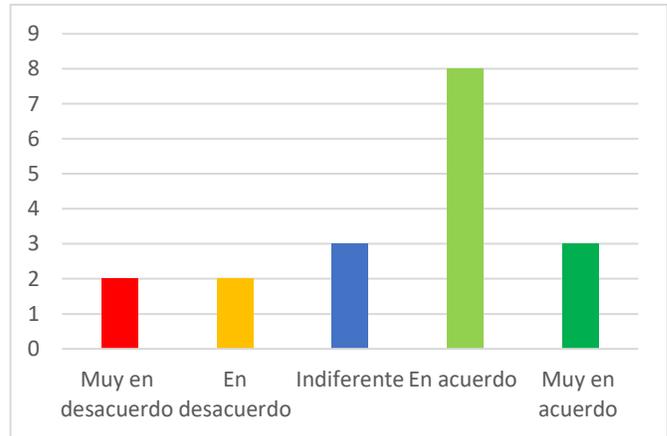


Figura 7 Respuesta al ítem “He mejorado mi capacidad de abstracción”

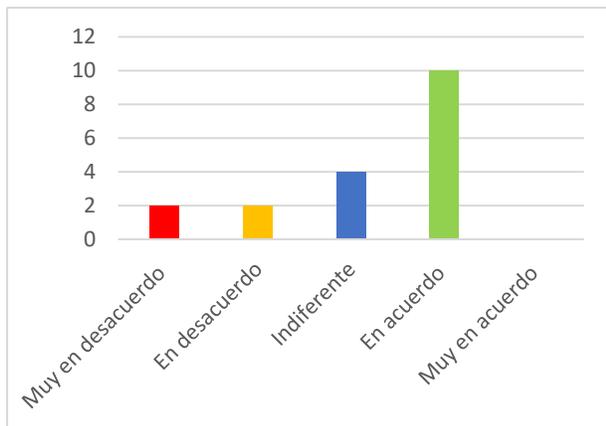


Figura 9 Respuesta al ítem “He mejorado mi capacidad de abstracción”

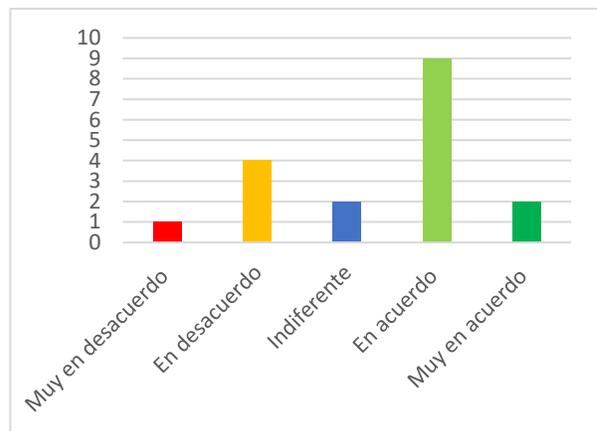


Figura 8 Respuesta al ítem “Puedo afirmar que comprendo mejor el tema de función”.

## Capítulo 6

### Análisis de Resultados

Los resultados se analizaron con el programa SPSS 20 para corroborar las hipótesis a continuación se presentan la comparación de medias por medio de Prueba T de student para muestras independientes, obteniendo lo siguiente.

#### 6.1 Comparación entre Bachillerato General y Bachillerato Universitario

En la tabla 14 se muestra un resumen de la comparación de medias sin asumir varianzas iguales entre el Bachillerato General y los 3 grupos del Bachillerato Universitario:

*Tabla 14 Comparativo de medias Prueba T de Student para muestras independientes entre Bachillerato General y Bachillerato Universitario*

Grupos para comparar	Sig bilateral	Diferencia de medias
CSC Vs 3DMZap	1.31	-1.952
CSC Vs 3DVZap	0.00	-6.630
CSC Vs 3AMZap	1.24	-2.187

Las hipótesis para validar son las siguientes:

H0: Los resultados del examen diagnóstico del bachillerato universitario BUAP son similares a los resultados del bachillerato general escolarizado CSC

H1: Los resultados del examen diagnóstico del bachillerato universitario BUAP no son similares a los resultados del bachillerato general escolarizado CSC

Derivado de los resultados que se muestran en la tabla 14, tenemos elementos suficientes para rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa, donde los resultados no son similares en el examen diagnóstico entre el Bachillerato Universitario BUAP y el BGE.

## 6.2 Comparación entre grupos del Bachillerato Universitario

En la tabla 15 se muestra un resumen de la comparación de medias sin asumir varianzas iguales entre los grupos del Bachillerato Universitario:

*Tabla 15 Comparativo de medias Prueba T de Student para muestras independientes entre grupos del Bachillerato Universitario*

Grupos para comparar	Sig bilateral	Diferencia de medias
3DMzap Vs 3DVZap (1)	0.000	-4.705
3DMZap Vs 3AMZap (2)	0.801	-0.262
3DVZap Vs 3AMZap (3)	0.000	4.443

Las hipótesis para validar son las siguientes:

H0: Los resultados del examen diagnóstico en el bachillerato universitario BUAP son similares en ambos turnos (1 y 3)

H1: Los resultados del examen diagnóstico en el bachillerato universitario BUAP no son similares en ambos turnos (1 y 3)

H0: Los resultados del examen diagnóstico en el bachillerato universitario BUAP son similares entre áreas terminales (D: Sociales y A: Humanidades) (2 y 3)

H1: Los resultados del examen diagnóstico en el bachillerato universitario BUAP no son similares entre áreas terminales (D: Sociales y A: Humanidades) (2 y 3)

Derivado de los resultados que se muestran en la tabla 15, tenemos elementos suficientes para rechazar ambas hipótesis nulas y aceptar las hipótesis alternativas, donde los resultados no son similares en el examen diagnóstico en el Bachillerato Universitario BUAP en ambos turnos y ambas áreas terminales.

### 6.3 Análisis a priori y posteriori del grupo de estudio.

En la tabla 16 se muestra la comparación de medias arrojado por la Prueba T de student para muestras relacionadas del grupo de estudio.

*Tabla 16 Prueba T de Student para muestras relacionadas a priori Vs a posteriori*

		Prueba de muestras relacionadas					t	gl	Sig. (bilateral)
		Diferencias relacionadas							
		Media	Desviación típ.	Error típ. de la media	95% Intervalo de confianza para la diferencia				
					Inferior	Superior			
Par 1	1a i - 1a o	-2.944	1.697	.400	-3.788	-2.101	<u>-7.362</u>	17	.000
Par 2	1b i - 1b o	-3.056	1.731	.408	-3.916	-2.195	<u>-7.489</u>	17	.000
Par 3	2 i - 2 o	-1.167	.924	.218	-1.626	-.707	-5.359	17	.000
Par 4	3 i - 3 o	-.444	.616	.145	-.751	-.138	-3.063	17	.007
Par 5	4 i - 4 o	-.889	.758	.179	-1.266	-.512	-4.973	17	.000
Par 6	5 i - 5 o	-1.111	.963	.227	-1.590	-.632	-4.893	17	.000
Par 7	6 i - 6 o	-.444	.511	.121	-.699	-.190	-3.688	17	.002
Par 8	7 i - 7 o	-.944	.873	.206	-1.378	-.511	-4.592	17	.000
Par 9	8 i - 8 o	-1.444	.784	.185	-1.834	-1.055	<u>-7.818</u>	17	.000
Par 10	9a i - 9a o	-.556	.784	.185	-.945	-.166	-3.007	17	.008
Par 11	9b i - 9b o	-.556	.784	.185	-.945	-.166	-3.007	17	.008
Par 12	10a i - 10a o	-.278	.461	.109	-.507	-.049	-2.557	17	.020
Par 13	10b i - 10b o	-.556	.856	.202	-.981	-.130	-2.755	17	.014
Par 14	10c i - 10c o	-.167	.383	.090	-.357	.024	-1.844	17	.083
Par 15	10d i - 10d o	-.278	.461	.109	-.507	-.049	-2.557	17	.020
Par 16	10e i - 10e o	-.278	1.127	.266	-.838	.283	-1.045	17	.311
Par 17	10f i - 10f o	-.500	1.043	.246	-1.019	.019	-2.034	17	.058

Par	Total, i -	-15.611	6.723	1.585	-18.954	-12.268	-9.852	17	.000
18	Total o								

Las hipótesis para validar son las siguientes:

Con base al total de la prueba:

H0: La intervención con realidad aumentada no mejora la comprensión del concepto de función y gráfica en estudiantes de nivel medio superior.

H1: La intervención con realidad aumentada mejora la comprensión del concepto de función y gráfica en estudiantes de nivel medio superior.

Derivado de los resultados que se muestran en la tabla 16, en el último renglón donde se evalúa el total de la prueba hay elementos suficientes para rechazar la hipótesis nula y aceptar la hipótesis alternativa, lo que nos permite afirmar que la secuencia didáctica con apoyo de la realidad aumentada promueve la comprensión de la función y sus cuatro representaciones semióticas en los estudiantes del Bachillerato Universitario BUAP.

Las diferencias más significativas se encuentran en las preguntas 1-a, 1-b, 2 y 8, las cuales están enfocadas a la representación gráfica de la función cuadrática en la que se prestó especial énfasis por la herramienta desarrollada en Realidad Aumentada (RA).

## Conclusiones

De los resultados encontrados en el instrumento a priori de los reactivos 1 al 9, se puede observar en general de los cuatro grupos donde se aplicó, una dificultad para poder transitar entre las representaciones semióticas de las funciones, específicamente la gráfica. Coincidimos con los resultados presentados por Prada et al. (2017) donde concluye que la definición que poseen los estudiantes de función no es formal cayendo en lo intuitivo, de igual manera los alumnos no se sienten seguros de trabajar con representaciones gráficas y trasladarse a una expresión algebraica o tabular.

Con respecto a la pregunta 10 se coincide con Gómez et al. (2015) en que los alumnos no identifican ni relacionan los elementos de la *relación funcional* presentada en la situación.

Los resultados mostraron desde el pretest que tenían dificultades en la abstracción, tratamiento y conversión de las funciones y es aquí donde la realidad aumentada incorporada a la secuencia didáctica sirvió como andamiaje para lograr los aprendizajes necesarios para los temas posteriores.

Esta investigación se centró en la aplicación de la RA en el BU debido a que se contó con mejores condiciones para la ejecución. Es fundamental en el aula que los docentes tengan una apertura hacia el uso de herramientas tecnológicas ya que son ellos o ellas quienes finalmente determinan el momento adecuado para la intervención didáctica con realidad aumentada.

La docente del BU propuso trabajar con dieciocho estudiantes que requerían estímulos y apoyo adicional para el aprendizaje del tema de funciones, por ser estudiantes que se fueron a extraordinario. Esta selección de estudiantes permitió trabajar de manera adecuada y personalizada. Los estudiantes tenían en común el interés de comprender un tema básico y necesario para temas futuros que son parte del currículo.

Coincidimos con Garzón y Acevedo (2019) en que la incorporación de la RA en la educación matemática mejora la motivación como punto de partida para lograr aprendizajes autónomos y capacidad de abstracción para el aprendizaje del tema de funciones. De manera particular mejora la visualización del comportamiento de trayectoria de objetos en movimiento que describen una función cuadrática. Lo anterior quedó confirmado a través de nuestra encuesta de satisfacción y se corroboró con el postest.

De los análisis realizados con SPSS, se puede concluir que el tener el curso de Funciones en distinto momento del currículo, en estudiantes de Bachillerato Universitario (BU) parece apoyarles ya que se muestran más preparados para afrontar el tema, que los estudiantes de Bachillerato General (BGE), el mapa curricular de ambos se puede observar en el Anexo 6. En el caso de los estudiantes de BU tienen un acercamiento a los conceptos base para el aprendizaje de funciones como lo son: conjuntos, variables y leyes algebraicas, caso contrario en los alumnos de BGE.

De igual manera se observan diferencias entre estudiantes del mismo sistema educativo (BU) pero distinto turno, como diferentes áreas terminales (social y humanidades), temas que pueden ser la base para estudios futuros cuyo objetivo final sea demostrar y explicar, quedando en esta investigación un precedente de ello.

Finalmente, los análisis con SPSS demostraron que la secuencia didáctica con apoyo de la Realidad Aumentada tiene un impacto positivo en general, viendo mejores resultados en las preguntas cuya finalidad es evaluar la transición del alumno entre las representaciones algebraicas y gráficas.

Este trabajo es base para estudios futuros, esperando que sirva para otros investigadores y que sea motivación para crear nuevos recursos, evaluar las percepciones de los profesores en su uso, además de la motivación en el aula.

## Bibliografía

- Abbott, S., Fennema, E., y Romberg, T. A. (1999). *Mathematics Classrooms That Promote Understanding*, Mahwah, New Jersey, USA, Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
- Abud, M. A. (2012). Modelo de objetos de aprendizaje con realidad aumentada. *Revista Internacional de La Educación En ...*, 5(1), 1–7.
- Almoosa, A. S. (2018). *A qualitative case study in augmented reality applications in education: Dimensions of strategic implementation* (PhD dissertation). University of Northern Colorado, Greeley, Colorado, USA.
- Amaya, D.,A., T.,R., Pino-Fan, L. R. y Medina, R. A. (2016), Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una función. *Educación Matemática*. 28(3), 111-144.
- Aparicio E. y Cantoral, R. (2004). Sobre la noción de continuidad puntual: un estudio de las formas discursivas utilizadas por estudiantes universitarios en contextos de geometría dinámica. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 17, 341-347.
- Artigue, M. (1990). Epistémologie et didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 10(2-3), 241-286.
- Artigue, M., Douady, R., y Moreno, L. (1995), *Ingeniería Didáctica en Educación Matemática*, Bogota, Colombia, Grupo Editorial Iberoamericano.
- Azuma, R. (1997). A Survey of Augmented Reality. *Presence: Teleoperators and Virtual Environments*, 6(4), 355-385.
- Badia, A., Chumpitaz, L., Vargas, J. y Suárez, G. (2016). La percepción de la utilidad de la tecnología conforma su uso para enseñar y aprender. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 18(3), 95-105.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactiques des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7(2), 33-115
- Brousseau, G. (1998). *La théorie des situations didactiques*. Grenoble, France: La Pensée Sauvage.
- Buitrago P., R., D., (2015). Incidencia de la realidad aumentada sobre el estilo cognitivo: caso para el estudio de las matemáticas. *Educación y Educadores*, 18(1), 27–41.
- Bujak, K. R., Radu, I., Catrambone, R., MacIntyre, B., Zheng, R., y Golubski, G. (2013). A

- psychological perspective on augmented reality in the mathematics classroom. *Computers y Education*, 68, 536–544. doi:10.1016/j.compedu.2013.02.017
- Carmigniani, J., Furht, B., Anisetti, M., Ceravolo, P., Damiani, E., Ivkovic, M. (2010). Augmented reality technologies, systems and applications. *Multimedia Tools and Applications*, 51(1), (341-377).
- CEDICYT (2018), Realidad Aumentada, Ciudad de México, México.: Centro de Difusión de la Ciencia y Tecnología, IPN. Recuperado de:  
<http://www.cedicyt.ipn.mx/RevConversus/Paginas/RealidadAumentada.aspx>
- Chang, K. E., Chang, C. T., Hou, H. T., Sung, Y.-T., Chao, H.-L., y Lee, C.-M. (2014). Development and behavioral pattern analysis of a mobile guide system with augmented reality for painting appreciation instruction in an art museum. *Computers y Education*, 71, 185–197. doi:10.1016/j.compedu.2013.09.022
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19 (2), 221-266.
- Cubillo A., J., Martín G., S., Castro G, M., y Colmenar S., A. (2014). Recursos Digitales Autónomos Mediante Realidad Aumentada. *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 17(2), 241–274.
- D'Amore, B. (2011), Introducción a la didáctica de la matemática (Trad. A. Balderas, Rev. I. Fandiño). En *Didáctica de Matemática* 2ª ed. (pp. 33-72). Bogotá, Colombia: Didácticas Magisterio.
- Defouad, B. (2000). *Etude de geneses instrumentales liées a l'utilisation de calculatrices symboliques en classe de premiere S* (Doctoral Thesis). Université Paris VII, Paris, France.
- Di Serio, Á., Ibáñez, M. B., y Kloos, C. D. (2013). Impact of an augmented reality system on students' motivation for a visual art course. *Computers y Education*, 68, 586–596. doi:10.1016/j.compedu.2012.03.002
- Douady, R. (1986). Jeux de cadres et dialectique outil-objet. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 7 (2), 5-31.
- Douady, R. (1991). Tool, object, setting, window: elements for analysing and constructing

- didactical situations in mathematics. En, A. J. Bishop y S. Melling Olsen (Eds). *Mathematical knowledge: its growth through teaching*, (pp. 100-130).
- Doerr, H. M., y Zangor, R. (2000). Creating meaning for and with the graphing calculator. *Educational Studies in Mathematics*, 41(2), 143-163
- Drijver, P. (2013). Digital technology in mathematics education: why it works (ord doesn't). *PNA*, 8(1), 1-20.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Berna: Peter Lang.
- Duval, R. (1996). Quel cognitive retenir en didactique des mathématiques?. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 16(3), 349-382.
- Escudero, A. D. I. (2015). *Una caracterización del conocimiento didáctico del contenido como parte del conocimiento especializado del profesor de matemáticas en secundaria* (tesis doctoral). Universidad de Huelva, Huelva, España.
- Facer, K., Joiner, R., Stanton, D., Reid, J., Hull, R., y Kirk, D. (2004). Savannah: mobile gaming and learning? *Journal of Computer Assisted Learning*, 20(6), (399-409).
- Garay, U., Tejada, E., y Maiz, I. (2017), Valoración de objetos educativos enriquecidos con realidad aumentada: una experiencia con alumnado de máster universitario. *Pixel-Bit Revista de Medios y Educación*, 50, 19-31.
- Garzón, J., y Acevedo, J. (2019). Meta-analysis of the impact of Augmented Reality on students' learning gains. *Educational Research Review*, 27, 244–260.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 22(2-3), 237-284.
- Godino, J. D., Font, V., Contreras, A., y Wilhelmi, M. R. (2006). Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 117-150.
- Gómez, G. M. E., Hernández, P. H. E., y Chaucánés, J. A. E. (2015). Dificultades en el aprendizaje y el trabajo inicial con funciones en estudiantes de educación media. *Sicentia et Technica*, 20(3), 278–285.
- Goss, M., Stillman, G., y Vale, C. (2007), *Teaching secondary school mathematics. Research and practice for the 21st century*, Australia: Allen y Unwin, 29-30.
- Jara, C. A., Candelas, F. A., Puente, S. T., y Torres, F. (2011). Hands-on experiences of

- undergraduate students in Automatics and Robotics using a virtual and remote laboratory. *Computers y Education*, 57(4), 2451–2461.
- Liu, T.-Y., y Chu, Y.-L. (2010). Using ubiquitous games in an English listening and speaking course: Impact on learning outcomes and motivation. *Computers y Education*, 55(2), 630–643.
- Miglino, O., y Walker, R. (2010). Teaching to teach with technology-a project to encourage take-up of advanced technology in education. *Procedia- Social and Behavioral Sciences*, 2(2), (2492 -2496).
- Monaghan, J. (2005, Octubre). *Computer algebra, instrumentation and the antropological approach*. Artículo presentado en la 4th Conferencia del CAME, Virigina, VA.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2008). *The role of technology in the teaching and learning of mathematics*.
- Parra R., O., y Díaz P., V. R. (2014). Didáctica de las matemáticas y tecnologías de la información y la comunicación. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 8(2), 60–81.
- Pérez, L., D., y Contero, M. (2013). Delivering educational multimedia contents through an augmented reality application: A case study on its impact on knowledge acquisition and retention. *TOJET: The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 12(4), 19-28.
- PLANEA (2017) Resultados PLANEA en Educación Medio Superior, Ciudad de México, México.: Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes, SEP. Recuperado de <http://planea.sep.gob.mx/ms/>
- Prada, N. R., Jaimes, C. L.A., y Hernández, S. C.A. (2017). Representación semiótica de la noción de función, concepciones de los estudiantes que transitan del colegio a la universidad. *Panorama*, 11(20), 34-44
- Roblyer, M. D., Edwards, J., Havriluk, M. A. (2006). Integrating educational technology into teaching. Pearson/Merrill Prentice Hall.
- Sansone, B., C. (2014) *Evaluating eductor's perceived value of augmented reality in the classroom* (PhD Disertation). Union University, Jackson, USA.
- Salinas, P., González-Mendivil, E., Quintero, E., Ríos, H., Ramírez, H., y Morales, S. (2013). La realidad aumentada y el aprendizaje del Cálculo. *Compendio de innovación educativa*. Recuperado de <http://hdl.handle.net/11285/593757>
- Thornton, T., Ernst, J. V., y Clark, A. C. (2012). Augmented reality as a visual and spatial

- learning tool in technology education. *Technology and Engineering Teacher*, 71(8), 18-21.
- Toledo, M., P., y Sánchez, G., J., M. (2017). Realidad Aumentada en Educación Primaria: efectos sobre el aprendizaje. *Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*. 16(1), 79-92.
- Trouche, L. (2005). An Instrumental Approach to Mathematics Learning in Symbolic Calculator Environments. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators; Turning a Computational Device into a Mathematical Instrument* (pp. 137-162). New York, USA: Springer.
- Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didactiques des Mathématiques* 10(2-3), 133-170.
- Vergnaud, G. (1994). Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel. En, M. Artigue, R. Gras, C. Laborde et P. Tavinot (Eds.), *Vingt ans de Didactique de Mathématiques en France. Hommage à Guy Brousseau et Gérard Vergnaud* (pp. 177-191). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- Williams, M., Jones, O., Fleuriot, C., y Wood, L. (2005). Children and emerging wireless technologies. *Proceedings of the SIGCHI conference on Human factors in computing systems-CHI '05*, (819).

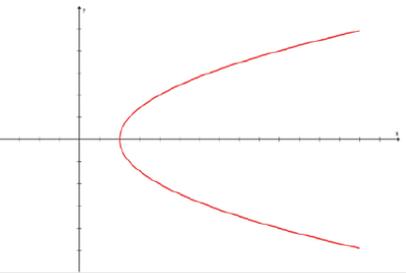
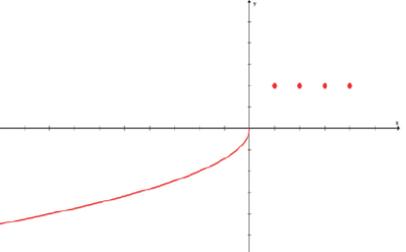
# **ANEXOS**

## Anexo 1. Instrumento Pretest y Postest.

 		<h3>EXAMEN DIAGNÓSTICO FUNCIONES</h3>	
<b>Maestría en Educación Matemática.</b>		<b>Unidad Académica:</b>	
<b>ÁREA FORMATIVA:</b>		<b>GRUPO:</b>	
<b>PROFESOR:</b>		<b>TIPO DE EXAMEN:</b> Diagnóstico	
<b>NOMBRE DEL ALUMNO:</b>		<b>FECHA:</b>	
<b>MATRICULA:</b>		<b>CALIFICACION:</b>	

Esta actividad tiene como finalidad la exploración de los conocimientos que poseen los estudiantes que inician el estudio de funciones, sobre conocimientos previos necesarios para afrontar la asignatura exitosamente. No se trata de un examen y por eso las respuestas no incidirán en la evaluación de la materia. Para que las respuestas sirvan en un proceso de evaluación y mejora en la impartición de este tema para futuros ciclos es importante responder francamente.

1. A continuación, se presentan una serie de gráficas en el plano cartesiano. Por favor identifique cuáles representan gráficas de funciones y justifique su respuesta:

a. 	Justificación:
b. 	Justificación:

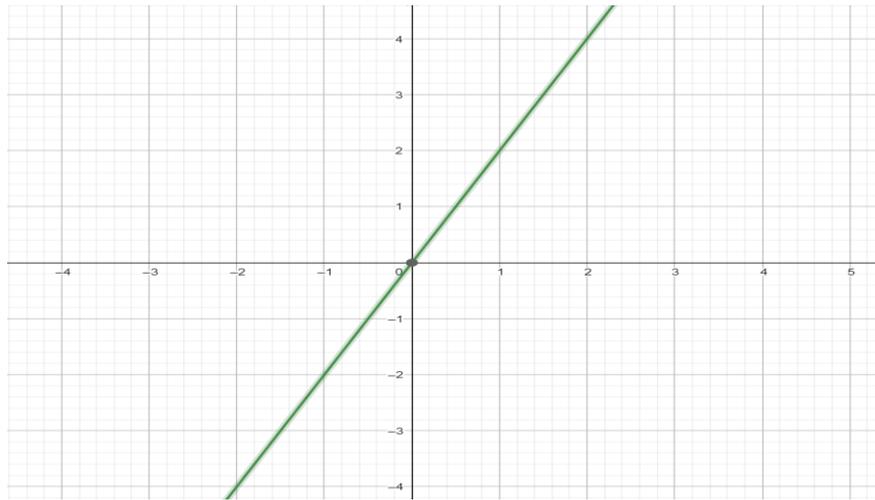
2. Lea con atención y analice el siguiente planteamiento. ¿Existe una función que asigne a cada número diferente de cero su cuadrado? Si\_\_\_ No\_\_\_

Explique: \_\_\_\_\_

Observa la gráfica y contesta

3. De las siguientes expresiones algebraicas, ¿cuál corresponde a la gráfica?

- a.  $f(x) = x + 1$
- b.  $f(x) = -x$
- c.  $f(x) = x/2$
- d.  $f(x) = 2x$



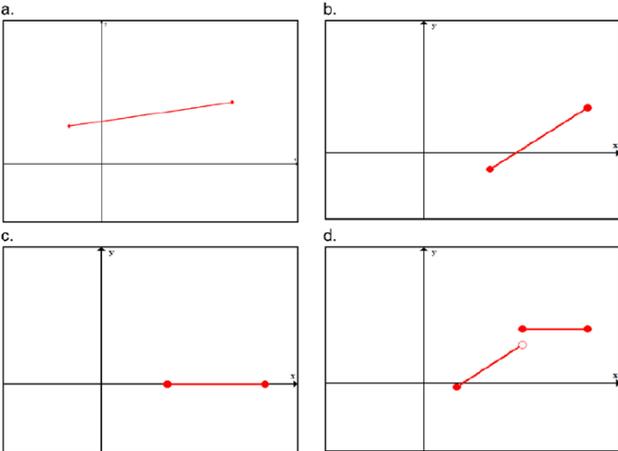
4. ¿Cuáles de los siguientes pares ordenados son puntos que pertenecen la gráfica de la función  $f$  de la pregunta 3?

$[(0,1), (1,2), (1/2,1), (-2, -4), (4,8), (100,200)]$

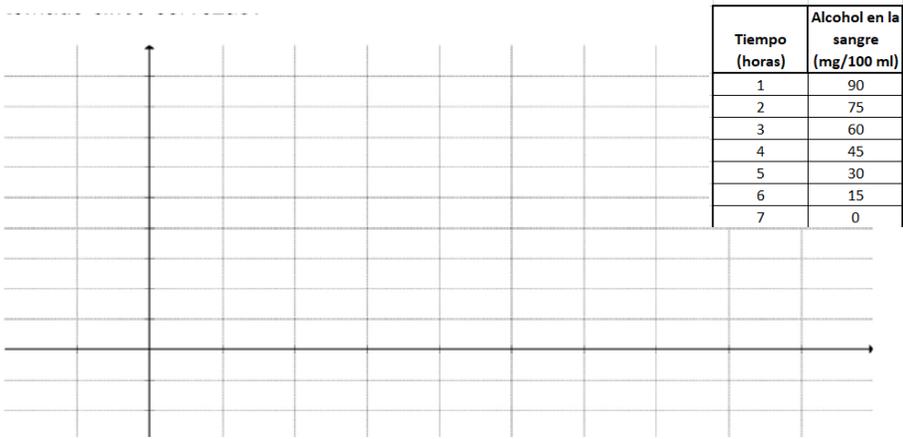
Justifique su

respuesta: \_\_\_\_\_

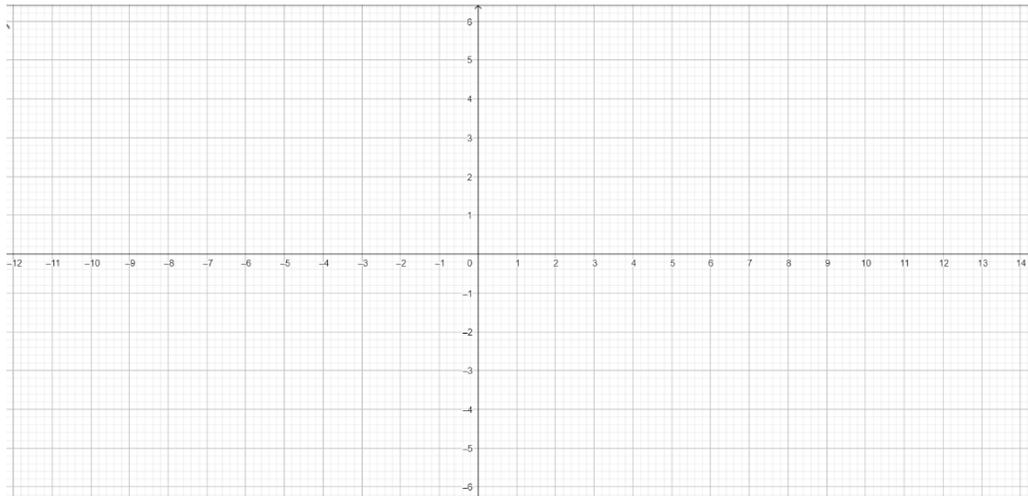
5. Identifique cuál de las siguientes gráficas representa una función cuyo dominio es  $\{2 \leq x \leq 6\}$  y su rango es  $\{-1 \leq f(x) \leq 4\}$ . Marcando el dominio con color rojo y el rango en color azul.



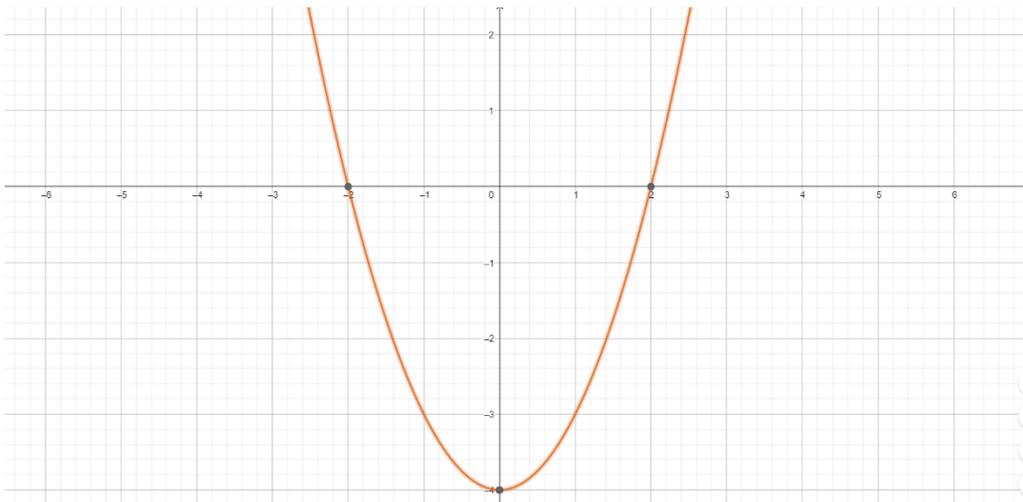
6. Represente gráficamente la información que se suministra en la tabla en respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cuál es el contenido de alcohol en sangre después de haber tomado cinco cervezas?



7. Dibuje la gráfica de la siguiente función:  $f(x) = \frac{1}{x}$  para todo  $x \in R - \{0\}$



8. De acuerdo con la gráfica siguiente ¿cuál es la expresión algebraica para  $f(x)$  en función de  $x$ ?



9. Para cada una de las situaciones propuestas a continuación proponga una expresión algebraica que la represente. Argumente también si representa un ejemplo de función.
- a. La longitud de un lote de forma rectangular es tres veces su ancho. Encuentre la expresión que define el área en función del ancho del lote

---



---



---



---

- b. Un rectángulo tiene un área de  $12\text{m}^2$ . Encuentre una expresión que exprese su perímetro en términos de la longitud de uno de sus lados.

---

---

---

---

10. María Eugenia tiene un plan en una empresa de telefonía móvil consistente en un cargo fijo de \$800 y \$0.70 por cada minuto que consuma adicional. Analiza y contesta las siguientes preguntas:

- a. ¿Qué cantidades interviene en la situación?
- b. ¿Cuáles de las cantidades varían y cuáles permanecen fijas (constantes)? y ¿cómo se relacionan entre ellas?
- c. Encuentra una expresión matemática que modele esta situación.
- d. Describe el proceso que seguiste para responder la pregunta c)
- e. Si se sabe que el valor de la factura fue de \$3635.00 ¿cuántos minutos adicionales consumió?
- f. En un mes María Eugenia recibe una factura por \$3635.00. Al mes siguiente la factura viene por \$4314.0 ¿cuántos minutos adicionales consumió?

## Anexo 2.

### Encuesta de Satisfacción del Uso de la Aplicación

# Encuesta de Satisfacción de Uso de la Aplicación FunciónAR

A continuación se presenta una encuesta de satisfacción de uso de la aplicación, te pedimos contestes sinceramente, para poder hacer mejoras a la aplicación.

\*Obligatorio



**Benemérita Universidad Autónoma de Puebla**  
**Facultad de Físico Matemáticas**  
**Maestría en Educación Matemática**



Género

Mujer

Hombre

Matrícula

Tu respuesta

## Unidad Académica

 Preparatoria Emiliano Zapata Preparatoria Tepeaca

## Turno

 Matutino Vespertino

Selecciona una de las 5 respuestas con la que te sientas más identificado en cada oración siguiente \*

	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	Indiferente	En acuerdo	Muy en acuerdo
Mis resultados de aprendizaje se han incrementado	<input type="radio"/>				
Me divierto aprendiendo	<input type="radio"/>				
Dispongo de mayor autonomía en mi aprendizaje	<input type="radio"/>				
He mejorado mi proceso de aprendizaje	<input type="radio"/>				
He incrementado mi capacidad de abstracción	<input type="radio"/>				
He aumentado mi motivación	<input type="radio"/>				
He podido autoevaluar mi proceso de aprendizaje	<input type="radio"/>				
La aplicación ofrece un entorno facilitador de aprendizaje	<input type="radio"/>				

He utilizado tecnología digital para aprender	<input type="radio"/>				
Esta metodología me ha gustado más que la tradicional	<input type="radio"/>				
El tiempo dedicado a la clase con la aplicación ha sido mayor que en una clase tradicional	<input type="radio"/>				
Puedo verificar mis puntos fuertes, débiles y oportunidades	<input type="radio"/>				
Creo que el aprendizaje es más activo y experiencial	<input type="radio"/>				
He solucionado el problema planteado en la clase	<input type="radio"/>				
Con el problema resuelto puedo resolver más problemas similares	<input type="radio"/>				
Veo más posibilidades para mostrar al profesor o a mis compañeros lo que he aprendido	<input type="radio"/>				
Tengo más posibilidades de trabajar a mi propio ritmo	<input type="radio"/>				
He tenido facilidad para acceder al contenido de aprendizaje	<input type="radio"/>				
Mis interacciones con el profesor han sido más positivas	<input type="radio"/>				
Puedo afirmar que comprendo mejor el tema de función	<input type="radio"/>				

## Anexo 3. Plan de Clase de la Secuencia didáctica.

 <p>GOBIERNO DEL ESTADO <b>PUEBLA</b> La que realmente importa eres tú.</p>	<p>SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN OBLIGATORIA DIRECCIÓN DE BACHILLERATOS ESTATALES Y PREPARATORIA ABIERTA</p>	 <p>CSA Centro de Sistemas Computacionales S.C.</p>
<p><b>SUPERVISIÓN ESCOLAR:</b> <u>065-Región Libres, Puebla</u> <b>FECHA DE ELABORACIÓN:</b> <u>Mayo 2019</u></p>		
<p><b>MODALIDAD:</b> <u>Bachillerato General Escolarizado</u> <b>NOMBRE DEL BACHILLERATO:</b> <u>Centro de Sistemas Computacionales</u> <b>CLAVE:</b> <u>21PBH0199D</u> <b>CICLO ESCOLAR:</b> <u>2018-2019</u> <b>SEMESTRE:</b> <u>Cuarto</u> <b>GRUPO:</b> <u>A</u></p>		
<p><b>ASIGNATURA:</b> Cálculo <b>Unidad:</b> Sesión de Reforzamiento <b>No. DE SESIONES:</b> 3</p>		
<p><b>PROPÓSITO DEL CAMPO DISCIPLINAR:</b> <u>Al finalizar la sesión de reforzamiento el alumno podrá identificar y conceptualizar los diferentes elementos de las funciones, la clasificación y representación gráfica y simbólica. Determinará si una gráfica es función o no.</u></p>		
<p><b>COMPETENCIAS POR DESARROLLAR</b></p>		
<p><b>GENÉRICAS</b></p>		
<p style="text-align: center;"><b>COMPETENCIA:</b></p> <p>CG05- Desarrolla innovaciones y propone soluciones a problemas a partir de métodos establecidos.</p>	<p style="text-align: center;"><b>ATRIBUTOS:</b></p> <p>A1. Sigue instrucciones y procedimientos de manera reflexiva, comprendiendo cada uno de sus pasos contribuye al alcance de un objetivo.</p> <p>A2. Ordena información de acuerdo con categorías, jerarquías y relaciones.</p>	
<p><b>ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA/APRENDIZAJE</b></p>		
<p>Horizonte de Búsqueda</p> <p>Nomenclatura y componentes de una función</p> <p><b>Sesiones para generar el concepto de Función</b></p> <p>Ejercicios Para inicia con el tema de funciones:</p> <p>Actividad 1: Queremos resolver el siguiente problema por tanteo:</p> <p>Las edades de tres hermanos, Juan, Alberto y Ana suman 72 años. Sabemos que Juan, el mayor, tiene el triple de edad que Ana, la más pequeña, y que la edad de Alberto es el doble que la de Ana. ¿Cuáles son las edades de los tres hermanos?</p> <p>Para ello confeccionaremos una hoja de cálculo con el programa EXCEL a partir de las siguientes instrucciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Escribe el título y los nombres de los hermanos tal como se ven en la figura.</li> <li>• Introduce en la celda A6 "Suma actual", en la A8 "Suma de edades correcta" y en</li> </ul>		

la celda D8 el número 72.

- Introduce en la celda B4 un valor cualquiera, por ejemplo 9.
- Introduce en la celda C4 la fórmula  $=2*B4$ .
- Introduce en la celda D4 la fórmula  $= B4*3$ .
- Introduce en la celda D6 la fórmula  $= B4+C4+D4$

	A	B	C	D
1	<b>Problema de las edades</b>			
2				
3		Ana	Alberto	Juan
4		9	18	27
5				
6	Suma actual			54
7				
8	Suma de las edades correcta			72

- Varía el valor de la celda B4 para que la "Suma actual" sea 72.  
¿Cuáles son las edades de los tres hermanos?

Actividad 2. Traduce los siguientes enunciados en expresión algebraica y resuelve:

- Pedro vive a 180 km de su lugar de trabajo. Prevé salir de casa a las 9 horas y conducir la velocidad de 50 km/hora. ¿A qué hora llegará al trabajo?
- En 3 estantes de una librería hay 129 manuscritos. En el segundo hay 7 más que en el primero. En el tercero hay el doble que en el segundo. ¿Cuántos manuscritos hay en cada estante? (utiliza un dibujo o esquema para apoyarte)
- La temperatura de la tierra a unos pocos metros de la superficie permanece constante a unos 20°C tanto en invierno como en verano. A medida que profundizamos la temperatura se incrementa de manera constante unos 10°C por kilómetro. ¿A qué profundidad debe perforar una compañía geotérmica para alcanzar un punto cuya temperatura sea de 55°C?
- Un comerciante tiene dos tipos de vino que cuestan 72 pesos y 40 pesos un cuarto, respectivamente. ¿Qué cantidad debe tomar de cada tipo para obtener 50 cuartos de una mezcla de ambos vinos cuyo valor sea de 60 pesos el cuarto?

Tema Funciones

Actividad 3. Resuelve los siguientes problemas:

- Si un móvil se desplaza a velocidad constante, el espacio que recorre en un tiempo dado se calcula multiplicando la velocidad por el tiempo. Decimos que el espacio depende o es función del tiempo. Si indicamos con las variables  $e$  y  $t$  el espacio y el tiempo, respectivamente, de un móvil que se mueve a velocidad constante, por ejemplo, de 5m/s.
  - Expresa de forma algebraica el espacio en función del tiempo
  - Realiza una tabla del tiempo cero al tiempo 15 (segundos)
  - Realiza una gráfica con los datos anteriores.

2. En una entidad bancaria hay una tabla que muestra las equivalencias entre el euro y el dólar:

Dólares	9	18	24	36
Euros	10	20	30	40

- Cuando se ha confeccionado esta tabla se ha cometido un error. ¿Cuál?
- Dibuja la gráfica de esta relación a partir de la tabla anterior.
- Halla una fórmula que permita saber el n.º de dólares conociendo el n.º de euros.

**Actividad 4.**

**Se inicia** la sesión con una lluvia de ideas responde las preguntas:

- ¿Qué viene a su mente cuando escucha función matemática?
- ¿Qué utilidad tiene la representación gráfica de una función en la interpretación del comportamiento de un fenómeno cotidiano?
- ¿Qué diferencia tiene una función cuadrática de una función lineal?
- ¿Sabes que fenómenos son modelados con las funciones cuadráticas?

**DESARROLLO**

Analice el siguiente enunciado: Considera que una marca chocolatera desea vender sus productos en una caja de base cuadrada sin tapa y que, para tal propósito, posee en existencia, láminas cuadradas de 15 cm de lado. El gerente de producción propone que con esas láminas se construyan las cajitas, de manera que contengan un volumen máximo posible. Para ello, se cortará un cuadrado de longitud desconocida en cada esquina de las láminas, para luego doblar y pegar los lados resultantes con cintas decorativas especiales, formando así el empaque de los chocolates.

Utilice una hoja reciclada, divídela de tal manera que obtenga un cuadrado, recorte la hoja restante y piense que es la lámina con la que se realizará la caja de chocolates; con ayuda del profesor siga las indicaciones del gerente y vaya asignando valor a cada lado como 15 cm y réstele los cuadrillos a recortar siendo ahora  $15-2x$  de ambos lados. Llegando al final a una función de volumen con respecto a  $x$ :  $V(x) = x(15 - 2x)^2$ .

Utiliza GeoGebra o Desmos para graficar la función y contesta lo siguiente:

- a) ¿Qué sucede cuando le quitamos 2.5 cm a cada esquina?
- b) ¿Cómo interpretas el punto (7.5,0)?

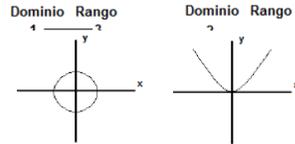
**Actividad 5**

Resuelva los siguientes ejercicios:

1. Indique de las siguientes relaciones cuales son funciones:



2. Identifique cuál de las gráficas representa una función:



3. Tabule y grafique  $f(x) = x^3 - 3x$  Verifique con Desmos o Geogebra

### Actividad 6

#### CIERRE

1. Un automóvil consume un litro de gasolina por cada 12 km que recorre. Una persona que viaja en ese automóvil, con frecuencia desea saber qué distancia puede recorrer cuando consume cierto número litros. Identifique si existe una función y sus componentes.

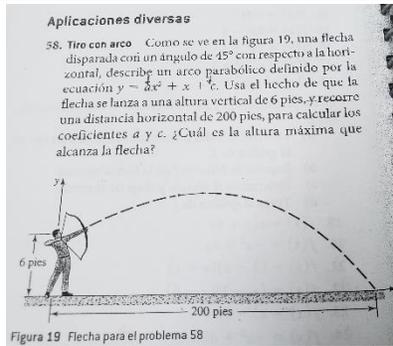
#### Horizonte de Búsqueda

Representaciones de las funciones

#### Inicio

Se te presenta una aplicación llamada FunciónAR, sigue las instrucciones del aplicador junto con tu maestro.

¿Cómo resolvería el siguiente problema?



Discute con tus compañeros

## DESARROLLO

Utiliza la aplicación para comenzar

## CIERRE

Discute con tus compañeros:

- ¿Lo que hiciste en papel se parece a lo que se puede hacer con la aplicación?
- ¿Recomendarías su uso?

## INICIO

En plenaria se discute sobre la aplicación:

- ¿si les gustó o no?
- ¿que podrían mejorar?
- ¿consideras que es una herramienta poderosa para visualizar las matemáticas? Si, No, ¿Por qué? ¿En quién recae la responsabilidad?
- Comenta tu experiencia.

## DESARROLLO

Examen Postest

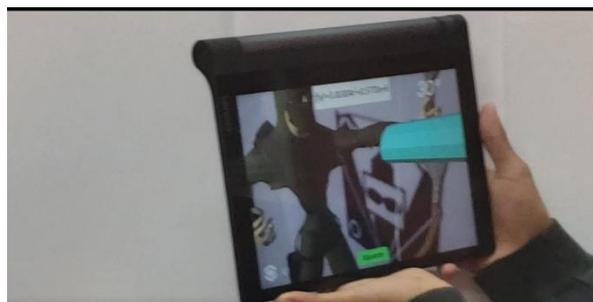
## CIERRE

Encuesta de Satisfacción de uso

Discusión en general sobre la aplicación.

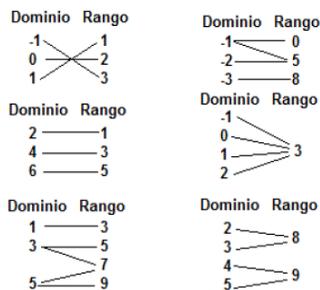
## Actividades con alumnos

A continuación, se presentan evidencias del uso de la aplicación de realidad aumentada como parte de las actividades de la secuencia didáctica.

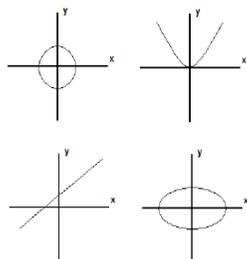


## Anexo 4. Actividades de los estudiantes

1. Contesta las siguientes preguntas, se lo más expresivo posible.
  - a. ¿Qué viene a su mente cuando escucha función matemática?
  - b. ¿Qué utilidad tiene la representación gráfica de una función en la interpretación del comportamiento de un fenómeno cotidiano?
  - c. ¿Qué diferencia tiene una función cuadrática de una función lineal?
  - d. ¿Sabes que fenómenos o situaciones son modelados con las funciones lineales?
  - e. ¿Sabes que fenómenos o situaciones son modelados con las funciones cuadráticas?
  
2. Analice el siguiente enunciado: Considera que una marca chocolatera desea vender sus productos en una caja de base cuadrada sin tapa y que, para tal propósito, posee en existencia, láminas cuadradas de 15 cm de lado. El gerente de producción propone que con esas láminas se construyan las cajitas, de manera que contengan un volumen máximo posible. Para ello, se cortará un cuadrado de longitud desconocida en cada esquina de las láminas, para luego doblar y pegar los lados resultantes con cintas decorativas especiales, formando así el empaque de los chocolates.
  - a) Dibuja la situación
  - b) Sigue los pasos del profesor para llegar a la función que modele la situación.
  - c) Utiliza GeoGebra o Desmos para graficar la función y contesta lo siguiente:
    - a. ¿Qué sucede cuando le quitamos 2.5 cm a cada esquina?
    - b. ¿Cómo interpretas el punto (7.5,0)?
  
3. Resuelve los siguientes ejercicios, Justifica tu respuesta.
  - a) Indique de las siguientes relaciones cuales son funciones:

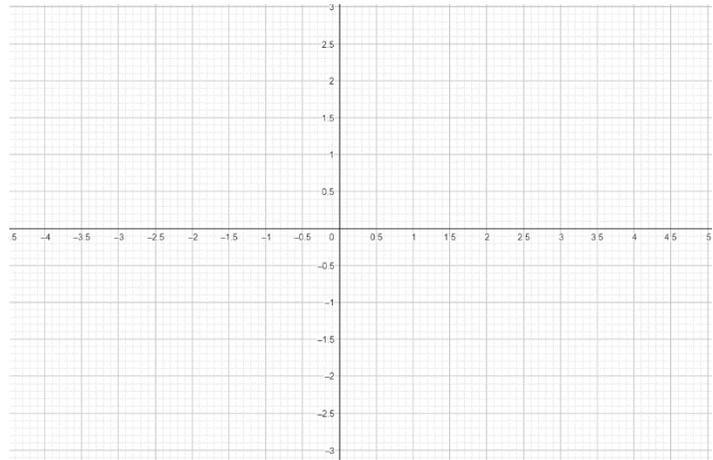


- b) Identifique cuál de las gráficas representa una función:



c) Tabule y grafique  $f(x)=x^3-3x$  Verifique con Desmos o GeoGebra

x	F(x)
-2	
-1.5	
-1	
-0.5	
0	
0.5	
1.0	
1.5	
2.0	





## Anexo 5. Producciones de los alumnos

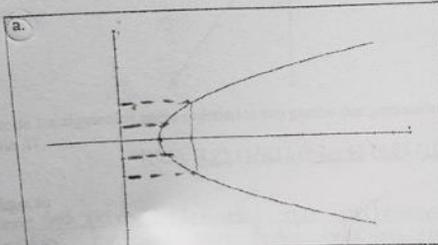
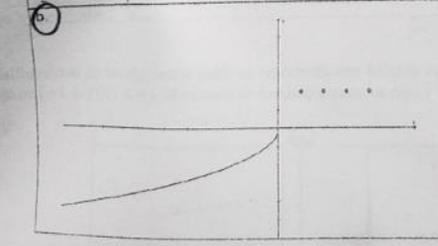
### 5.1 Producciones instrumento de recolección de datos a priori

#### Sujeto 1 ejercicio 1

El sujeto determina que no es función el inciso a debido a que mientras  $x$  tiene un valor, y toma 2 valores, lo que evidencia su conocimiento sobre el valor del dominio no le pueden corresponder dos valores del contra dominio.

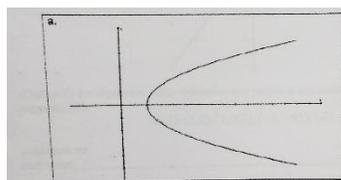
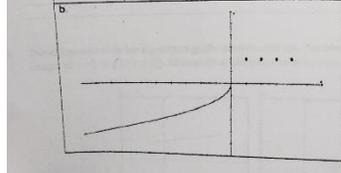
En el inciso b, su argumento puede ser considerado no del todo válido, al decir que si uno varía el otro de igual manera lo hace, sin embargo, identifica cual es función y cuál no lo es.

1. A continuación, se presentan una serie de gráficas en el plano cartesiano. Por favor identifique cuáles representan gráficas de funciones y justifique su respuesta:

<p>a.</p> 	<p>Justificación: No es función porque, mientras <math>x</math> toma un valor, y toma 2.</p>
<p>b.</p> 	<p>Justificación: es una función porque los valores de <math>y</math> varían con los valores de <math>x</math></p>

#### Sujeto 2 ejercicio 1

El sujeto, llega a la respuesta sin argumentar.

<p>a.</p> 	<p>Justificación: No representa gráfica de función.</p>
<p>b.</p> 	<p>Justificación: Sí representa gráfica de función.</p>

Sujeto 3 ejercicio 1

El sujeto 3 argumenta de manera coherente y correcta la razón del porque no es función el inciso a, sin embargo, no contesta el inciso b.

1. A continuación, se presentan una serie de gráficas en el plano cartesiano. Por favor, representen gráficas de funciones y justifique su respuesta:

$f(x)$ (x) 	<p>a.</p>	<p>Justificación: Esta no es una función porque se repiten los mismos valores en x y para ser una función no se puede repetir el mismo valor de entrada con el de salida.</p>
	<p>b.</p>	<p>Justificación:</p>

Sujeto 4

ejercicio 7

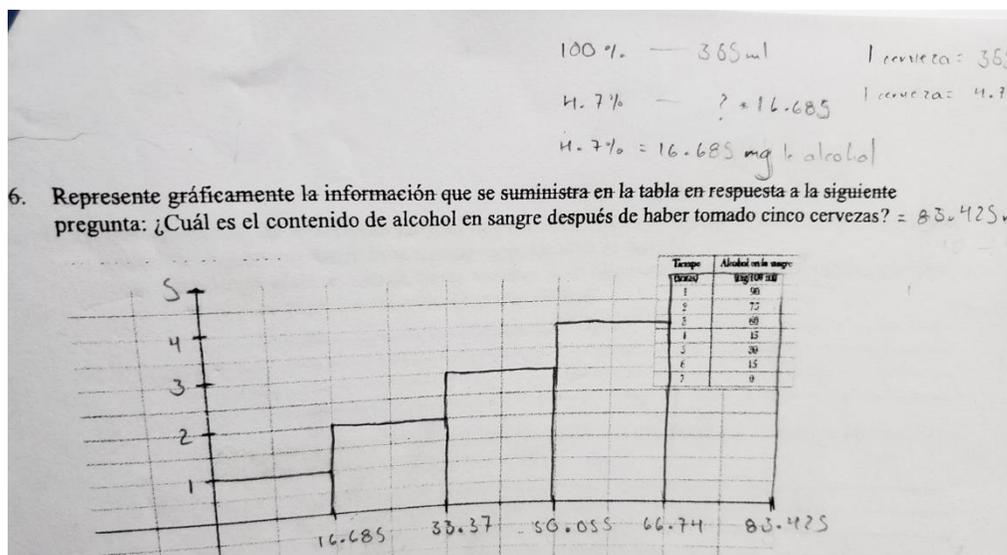
El sujeto 4 es uno de los que se acercó más a la gráfica de la función, pero las asíntotas al eje de las abscisas y al eje de las ordenadas no se identifica.

7. Dibuje la gráfica de la siguiente función:  $f(x) = \frac{1}{x}$  para todo  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$

$f(1) = \frac{1}{1} = 1$ $f(2) = \frac{1}{2} = .5$ $f(3) = \frac{1}{3} = .33$ $f(-1) = \frac{1}{-1} = -1$ $f(-2) = \frac{1}{-2} = -.5$ $f(-3) = \frac{1}{-3} = -.33$		<table border="0"> <tr><td>-3</td><td>-.3</td></tr> <tr><td>-2</td><td>-.5</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>.5</td></tr> <tr><td>3</td><td>.33</td></tr> </table>	-3	-.3	-2	-.5	-1	-1	0	0	1	1	2	.5	3	.33
-3	-.3															
-2	-.5															
-1	-1															
0	0															
1	1															
2	.5															
3	.33															

## Sujeto 5 ejercicio 6

El sujeto 5 evidencia un arraigo al gráfico estadístico de histograma.



## Sujeto 6, ejercicio 9

El sujeto obtiene expresiones algebraicas en ambos incisos, pero no pone condiciones para las variables para que puedan ser considerados como funciones. Simplemente lo relaciona a x.

9. Para cada una de las situaciones propuestas a continuación proponga una expresión algebraica que la represente. Argumente también si representa un ejemplo de función.

a. La longitud de un lote de forma rectangular es tres veces su ancho. Encuentre la expresión que define el área en función del ancho del lote

$a = \frac{l}{3}$      $l = 3a$   
 = ancho     $a \square = b \cdot h = l \cdot a$   
 = longitud     $a \square = 3a \cdot a$   
                    $a \square = 3a^2$

$P(a) = \frac{l}{3}$   
 Representa un ejemplo de función porque tiene la forma en la que se escribe uno.

b. Un rectángulo tiene un área de  $12m^2$ . Encuentre una expresión que exprese su perímetro en términos de la longitud de uno de sus lados.

$12m^2 = a \cdot l$   
 $P = 2a + 2l$   
 $\frac{12m^2}{l} = a$      $P = 2\left(\frac{12m^2}{l}\right) + 2l$

$P = 2\left(\frac{12m^2}{l}\right) + 2l$   
 Con que también podría ser un ejemplo de función, se me hace conocida la expresión solo que cambiaría la "l" por una "x".

## Sujeto 7, Ejercicio 10

El sujeto 7 es de los pocos que argumentan sus respuestas del ejercicio 10, siendo uno de los más completos.

10. María Eugenia tiene un plan en una empresa de telefonía móvil consistente en un cargo fijo de \$800 y \$ 0.70 por cada minuto que consuma adicional. Analiza y contesta las siguientes preguntas:

- ¿Qué cantidades interviene en la situación?  $800$  y  $0.70$
- ¿Cuáles de las cantidades varían y cuáles permanecen fijas (constantes)? y ¿cómo se relacionan entre ellas?  $800$  es constante y  $0.70$  va variando de acuerdo a  $x$
- Encuentra una expresión matemática que modele esta situación.  $f(x) = 800 + \frac{7x}{10}$
- Describe el proceso que seguiste para responder la pregunta c)
- Si se sabe que el valor de la factura fue de \$3635.00 ¿cuántos minutos adicionales consumió?
- En un mes María Eugenia recibe una factura por \$3635.00. Al mes siguiente la factura viene por \$4314.0 ¿cuántos minutos adicionales consumió?

d) Si  $800$  es constante así se representa en la función  $f(x) = 800 + \frac{7x}{10}$ ,  $(\frac{7x}{10})$  se obtiene del variante  $0.70$  de acuerdo a los minutos adicionales ( $x$ )

e)  $3635 = 800 + \frac{7x}{10} \Rightarrow 3635 - 800 = \frac{7x}{10}$   
 $\Rightarrow 2835 = \frac{7x}{10} \Rightarrow (10)(2835) = 7x \Rightarrow 28350 = 7x$   
 $\Rightarrow \frac{28350}{7} = x \Rightarrow 4050 = x$  Consumió 4050 minutos adicionales

f)  $4314 \Rightarrow 0.7 \overline{) 3514} \rightarrow 7 \overline{) 35140}$   
 $\Rightarrow -4050 \Rightarrow$  la diferencia de minutos es de 70 minutos

Handwritten calculations on the left side of the page:

$$\begin{array}{r} 3635 \\ - 800 \\ \hline 2835 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4050 \\ \times 0.70 \\ \hline 2835.00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4050 \\ \times 0.70 \\ \hline 2835.00 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4314 \\ - 800 \\ \hline 3514 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3514 \\ - 4050 \\ \hline 1070 \end{array}$$

## 5.2 Producciones secuencia didáctica

1. Contesta las siguientes preguntas, se lo más expresivo posible.

a. ¿Qué viene a su mente cuando escucha función matemática?

Gráficas de parábolas y líneas rectas, a la relación de un valor de entrada al que se le asigna un único valor de salida.

b. ¿Qué utilidad tiene la representación gráfica de una función en la interpretación del comportamiento de un fenómeno cotidiano?

Lo desconozco pero supongo que se relaciona con algunas aplicaciones que puede tener la física como tiro parabólico o algo similar a eso.

c. ¿Qué diferencia tiene una función cuadrática de una función lineal?

La estructura de la función como tal y que toda función lineal se grafica como una línea recta, la función cuadrática generalmente se grafica como una parábola.

d. ¿Sabes que fenómenos o situaciones son modelados con las funciones lineales?

Exactamente no lo sé pero creo que con problemas que incluyan variables como el tiempo, la velocidad, la aceleración, etc.

e. ¿Sabes que fenómenos o situaciones son modelados con las funciones cuadráticas?

Lo desconozco, sin embargo, opino que se vincula de una u otra forma con problemas y aplicaciones de la física.

2. Analice el siguiente enunciado: Considera que una marca chocolatera desea vender sus productos en una caja de base cuadrada sin tapa y que, para tal propósito, posee en existencia, láminas cuadradas de 15 cm de lado. El gerente de producción propone que con esas láminas se construyan las cajitas, de manera que contengan un volumen máximo posible. Para ello, se cortará un cuadrado de longitud desconocida en cada esquina de las láminas, para luego doblar y pegar los lados resultantes con cintas decorativas especiales, formando así el empaque de los chocolates.

a) Dibuja la situación

b) Sigue los pasos del profesor para llegar a la función que modele la situación.

c) Utiliza GeoGebra o Desmos para graficar la función y contesta lo siguiente:

a. ¿Qué sucede cuando le quitamos 2.5 cm a cada esquina?

b. ¿Cómo interpretas el punto (7.5,0)?



$$A = l^2 \text{ o } l \times l$$

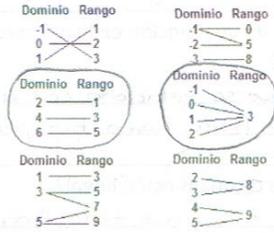
$$V = x (15 - 2x)^2$$

$$V(x) = x (15 - 2x)^2 \rightarrow \text{Función}$$

3 cm de cada cuadrado

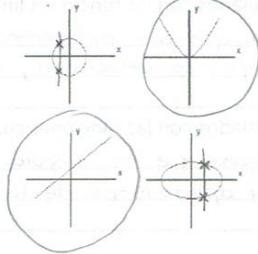
3. Resuelve los siguientes ejercicios, Justifica tu respuesta.

a) Indique de las siguientes relaciones cuales son funciones:



Parque a todos se les asigna un valor de salida siguiendo un orden determinado y coherente.

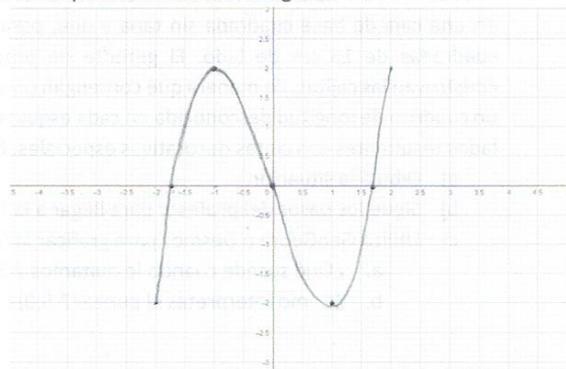
b) Identifique cuál de las gráficas representa una función:



La gráfica 2 y la 3 son funciones ya que la primera es cuadrática y la otra es lineal.

c) Tabule y grafique  $f(x)=x^3-3x$  Verifique con Desmos o Geogebra

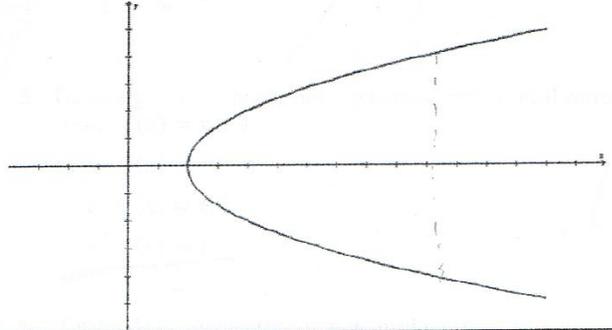
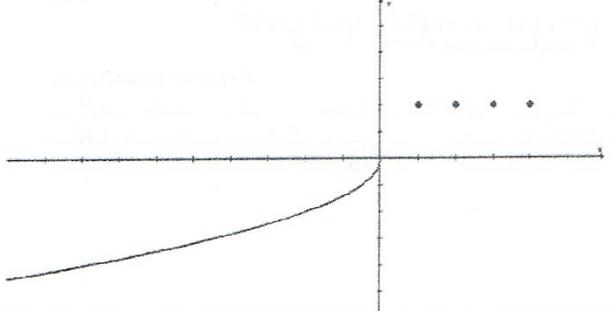
x	F(x)
-2	-2
-1.5	-1
-1	2
-0.5	1.2
0	0
0.5	-1.5
1.0	-2
1.5	0
2.0	2



### 5.1 Producciones instrumento de recolección de datos a posteriori

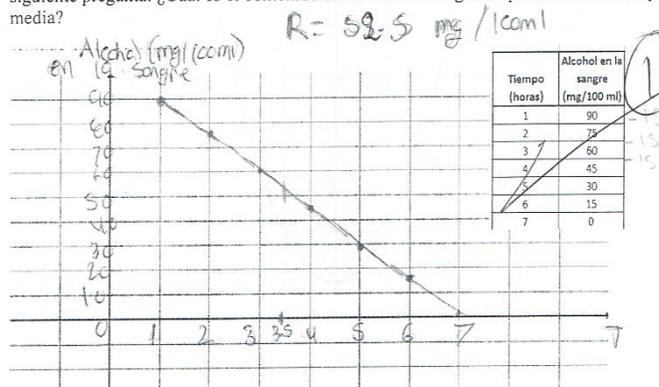
El sujeto en la pregunta 1 utiliza la regla de la recta vertical y argumento su uso, además de utilizar la definición de correspondencia.

1. A continuación, se presentan una serie de gráficas en el plano cartesiano. Por favor identifique cuáles representan gráficas de funciones y justifique su respuesta:

<p>a.</p> 	<p>Explicación:</p> <p>No es una gráfica de funciones, ya que no cumple con la regla de la línea. Esta regla indica como se marco en la gráfica que cada valor de entrada de este tiene un valor de salida y <del>no tiene</del></p>
<p>b.</p> 	<p>Explicación:</p> <p>Si es una función, ya que si tiene un valor de salida por cada valor de entrada.</p>

El sujeto realiza de manera correcta la gráfica, dejando los puntos notables de la gráfica y obteniendo el porcentaje de alcohol en la sangre.

6. Represente gráficamente la información que se suministra en la tabla en respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cuál es el contenido de alcohol en sangre después de tres horas y media?



En la pregunta 7, grafica de manera correcta, permaneciendo la asíntota del lado del eje de las x positivo, sin embargo, del lado del eje negativo, no se logra distinguir.

En la pregunta 8, logra dar la función, esta pregunta se comentó en el análisis de datos y es una de las mejoras observables, el poder contestar esta pregunta

$f(x) = \frac{1}{x}$        $\frac{1}{x} = 0$   
 $= \frac{1}{0}$        $x = 0$

7. Dibuje la gráfica de la siguiente función:  $f(x) = \frac{1}{x}$  para todo  $x \in \mathbb{R} - \{0\}$

$f(x)$	$x$
-3	$-\frac{1}{3}$
-2	$-\frac{1}{2}$
-1	-1
0	0
1	1
2	$\frac{1}{2}$
3	$\frac{1}{3}$

8. De acuerdo con la gráfica siguiente ¿cuál es la expresión algebraica para  $f(x)$  en términos de  $x$ ?

$f(x) \cong x^2 - 4$

## Anexo 6. Planes curriculares

En el Plan 06 curricular del Bachillerato Universitario de la BUAP se tiene Matemáticas 1 el primer año, Matemáticas 2 El segundo año, Estadística para 5° Semestre de Humanidades t Sociales; Cálculo en el 5° semestre del tercer año para las especialidades de Ciencias Naturales y Exactas. Presentando el tema de Funciones hasta el 6° semestre de Humanidades y Sociales.

Tabla 17 Mapa Curricular del Bachillerato Universitario de la BUAP

**MAPA CURRICULAR DEL PLAN 06 POR COMPETENCIAS**

NIVEL TRONCO COMUN									
	CAMPO DISCIPLINAR HUMANIDADES			CAMPO DISCIPLINAR CIENCIAS SOCIALES	CAMPO DISCIPLINAR COMUNICACIÓN			CAMPO DISCIPLINAR CIENCIAS NATURALES	CAMPO DISCIPLINAR MATEMÁTICAS
<b>1er año</b>	Psicología y Desarrollo humano (3 horas, 6 cred.)	Filosofía (4 horas, 8 cred.)	Cultura Física I (2 horas, 2 cred.)	Historia Universal Moderna (4 horas, 8 cred.)	Lenguaje (4 horas, 8 cred.)	Lengua extranjera I (5 horas, 9 cred.)	Informática I (2 horas, 2 cred.)	Química (6 horas, 10 cred.)	Matemáticas I (4 horas, 8 cred.)
<b>2º año</b>	Orientación Educativa: Vocacional y Profesiográfica (3 horas, 6 cred.)	Arte (4 horas, 8 cred.)	Cultura Física II (2 horas, 2 cred.)	Historia de la Sociedad Mexicana (4 horas, 8 cred.)	Lenguaje e investigación (4 horas, 8 cred.)	Lengua extranjera II (5 horas, 9 cred.)	Informática II (2 horas, 2 cred.)	Biología (6 horas, 10 cred.)	Matemáticas II (4 horas, 8 cred.)
<b>3er año</b>			Cultura Física III (2 horas, 2 cred.)	Economía y Sociedad Mexicana (4 horas, 8 cred.)	Literatura (4 horas, 8 cred.)	Lengua extranjera III (5 horas, 9 cred.)	Informática III (2 horas, 2 cred.)	Física (6 horas, 10 cred.)	Estadística (4 horas, 8 cred.)
									Cálculo (4 horas, 8 cred.)
	<b>NIVEL PROPEDEÚTICO</b>								
	1. Epistemología (2 horas, 4 cred.)  2. Psicología y competencias exitosas (2 horas, 4 cred.)  3. Arte y diseño (2 horas, 4 cred.)			1. Introducción al Derecho y las Ciencias Políticas (2 horas, 4 cred.)  2. Introducción a las Ciencias Económico Administrativas (2 horas, 4 cred.)  3. Introducción a las Ciencias Sociales (2 horas, 4 cred.)	<b>Ciencias Naturales y de la Salud</b>			<b>Ingenierías</b>	
					1. Educación ambiental y para la salud (2 horas, 4 cred.)  2. Bioquímica (2 horas, 4 cred.)  3. Temas selectos de Biología (2 horas, 4 cred.)			1. Física para ingenierías (2 horas, 4 cred.)  2. Química para ingenierías (2 horas, 4 cred.)  3. Temas selectos de Física (2 horas, 4 cred.)	
<b>Pensamiento Creativo y Espíritu Emprendedor (2 horas, 4 cred.)</b>									

Tabla 18 Contenido temático por unidad y materia del Bachillerato Universitario

Unidad	Matemáticas 1	Matemáticas 2	Probabilidad y Estadística
1	Números Enteros	Geometría Euclidiana	Probabilidad
2	Fracciones	Ángulos y triángulos	Probabilidad Clásica y Métodos de Conteo
3	Número Reales	Congruencia de Triángulos	Probabilidad Condicional e Independencia
4	Razones y Proporciones	Semejanza de triángulos y teorema de Pitágoras	VARIABLES ALEATORIAS Y DISTRIBUCIONES DE PROBABILIDAD
5	Terminología Algebraica mínima y operaciones básicas con Polinomios	Polígonos	Estadística Descriptiva
6	Obtención de Productos por simple inspección, factorización.	Cuadriláteros	Análisis Exploratorio de Datos
7	Fracciones algebraicas Racionales	Circunferencia	Modelado Mediante Ecuaciones
8	Exponentes y Radicales	Razones trigonométricas	Inecuaciones
9	Ecuaciones y Sistemas de ecuaciones	Trigonometría Analítica	<b>Funciones</b>
10	<b>Funciones y Gráficas</b>	Identidades Trigonométricas	
11		Gráficas y Ecuaciones Trigonométricas	
12		Lugares Geométricos y la Línea	
13		Circunferencia	
14		Parábola, Elipse e hipérbola	

Como se observa en la tabla 2, los estudiantes ven las Funciones y sus gráficas en la Unidad 10 de Matemáticas 1 donde se enfocan en Concepto de Función, Plano Cartesiano y Gráfica de función, para completar el tema en Probabilidad y estadística, viendo Dominio y rango, función lineal, cuadrática, racional, exponencial y por trozos. Siendo este uno de los motivos por el que los estudiantes tengan una mejor preparación que los estudiantes de Bachillerato General Escolarizado, ya que en su plan de estudios no se contempla la Función con anterioridad, como se mostrará a continuación.

Tabla 19 Mapa curricular Bachillerato General Escolarizado

PRIMER SEMESTRE		SEGUNDO SEMESTRE		TERCER SEMESTRE		CUARTO SEMESTRE		QUINTO SEMESTRE		SEXTO SEMESTRE	
ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H	ASIGNATURA	H
ÁLGEBRA	4 8	GEOMETRÍA Y TRIGONOMETRÍA	4 8	GEOMETRÍA ANALÍTICA Y FUNCIONES	4 8	CÁLCULO	4 8	ESTADÍSTICA	4 8	ECOLOGÍA Y DESARROLLO SUSTENTABLE	3 6
TALLER DE LECTURA Y REDACCIÓN I	3 6	TALLER DE LECTURA Y REDACCIÓN II	3 6	TALLER DE LECTURA Y REDACCIÓN III	3 6	TALLER DE LECTURA Y REDACCIÓN IV	3 6	LITERATURA I	3 6	LITERATURA II	3 6
INTRODUCCIÓN A LAS CIENCIAS SOCIALES	3 6	HISTORIA REGIONAL	3 6	HISTORIA DE MÉXICO	3 6	ESTRUCTURA SOCIOECONÓMICA DE MÉXICO	3 6	HISTORIA UNIVERSAL	3 6	MÉXICO EN EL CONTEXTO UNIVERSAL	3 6
METODOLOGÍA Y TALLER DE INVESTIGACIÓN	3 6	ORIENTACIÓN EDUCATIVA	3 6	ORIENTACIÓN VOCACIONAL	3 6	BIOLOGÍA I	3 6	BIOLOGÍA II	3 6	BIOLOGÍA III	3 6
QUÍMICA I	3 10	QUÍMICA II	3 10	FÍSICA I	3 10	FÍSICA II	3 10	ORIENTACIÓN PROFESIONAL	2 4	FILOSOFÍA	3 6
ÉTICA Y VALORES I	3 6	ÉTICA Y VALORES II	3 6	INFORMÁTICA	3 6	APLICACIONES INFORMÁTICAS	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6
INGLÉS I	3 6	INGLÉS II	3 6	INGLÉS III	3 6	INGLÉS IV	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6
EDUCACIÓN FÍSICA I	3 3	EDUCACIÓN FÍSICA II	3 3	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	3 3	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	3 3	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6	FORMACIÓN PROPEDEÚTICA	3 6
EDUCACIÓN ARTÍSTICA I	3 3	EDUCACIÓN ARTÍSTICA II	3 3	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	3 3	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	3 3	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	3 3	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	3 3
	30 34		30 34		30 34		30 34	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	3 3	FORMACIÓN PARA EL TRABAJO	3 3
									30 34		30 34

COMPONENTE BÁSICO

COMPONENTE PROPEDEÚTICO

COMPONENTE DE FORMACIÓN PARA EL TRABAJO

Tabla 20 Contenido por materia y por unidad del Bachillerato General Escolarizado

Unidad	Álgebra	Geometría y Trigonometría	Geometría Analítica y Funciones	Cálculo	Estadística
1	Teoría de Conjuntos	Definiciones Fundamentales y el estudio del triángulo	Sistema de coordenadas cartesianas y línea recta	Límites y Continuidad	Estadística descriptiva
2	Expresiones Algebraicas	Polígonos y Circunferencia	Circunferencia Elipse y parábola	La Derivada	Introducción a la probabilidad
3	Ecuaciones de primer y segundo grado	Trigonometría	Funciones	Aplicaciones de la Derivada	Estadística Inferencial

En el Bachillerato General Escolarizado en la unidad dedicada a funciones, Se estudia la nomenclatura y los componentes de una función: dominio, imagen, regla de correspondencia y gráficas, tipos y operaciones de funciones, así como inecuaciones.

## **Anexo 7**

### **Cuadro Resumen, Revisión de la Literatura**

Conceptos Matemáticos - Funciones y gráficas

Autores	Título	Palabras Clave	Marco Teórico	Marco Metodológico	Conclusiones
Amaya, D. A. T. R., et al (2016)	Evaluación del conocimiento de futuros profesores de matemáticas sobre las transformaciones de las representaciones de una función	<i>profesores en formación, función, representaciones semióticas, prácticas matemáticas.</i>	Sobre los conocimientos del profesor se centra en teoría de Shulman, Pino-Fan, Godino, Font (2016); con respecto a representación semiótica de función retoma teorías de Duval, Godino, Parra y Pino-Fan (2016).	Cuestionario aplicado a 90 futuros profesores de matemáticas de la Universidad de Sucre, Colombia: 28 del tercer semestre, 28 del sexto semestre y 34 del octavo semestre. Se partió del supuesto que los desempeños de los estudiantes de los tres grupos eran diferentes, teniendo en cuenta la cantidad de cursos de didáctica y de matemática tomados por unos y otros.	Al evaluar la Dimensión matemática del cdm de los futuros profesores de matemáticas, se encontraron serias dificultades con la comprensión de la noción función, específicamente con la identificación y uso de los elementos de las funciones involucradas, la identificación de los interceptos al origen sin ayuda gráfica y el análisis de los valores extremos, así como con los intervalos de crecimiento la modelación de las funciones y la identificación de la pendiente de la función lineal.
Andrade, J. M. y Saraiva M. J. (2012)	Múltiples representaciones: una contribución para el aprendizaje del concepto de función.	<i>Concepto de Función, Representación semiótica de una función, Conexiones entre las representaciones, Concepto imagen de una función, Concepto definición de una función.</i>	Siguió la teoría definida por Duval (registro de representación semiótica) y la teoría cognitivista de Vinner (concepto imagen y concepto definición).	La metodología de investigación adoptada es de tipo cualitativo e interpretativo. La recolección de los datos incluyó un cuestionario inicial, informes escritos por los estudiantes en las clases a lo largo de la unidad didáctica “Funciones” y una entrevista a una pareja de estudiantes al final de la enseñanza de la respectiva unidad.	Los resultados indican que la coordinación que los estudiantes hacen entre los diversos registros de representación de una función y de diferentes funciones, les permite lograr diferentes expectativas de una función. La paradoja cognitiva de la comprensión matemática fue destacada por esas estudiantes, a través de la coordinación que hicieron

					de los registros de representaciones semióticas (lenguaje natural, algebraico, tablas y gráficos), que les permitió dejar de confundir el objeto matemático función con su representación y, aún, lograr una fuerte convergencia del concepto imagen al concepto definición de función.
Arce, M. y Ortega, T. (2013)	Deficiencias en el trazado de gráficas de funciones en estudiantes de bachillerato	<i>Bachillerato; Errores y dificultades; Función; Representación gráfica de una función; Trazado de gráficas</i>	Representaciones de Duval. Errores de representaciones de Rico, Dificultades de aprendizaje de las matemáticas de Socas.	Se realiza un análisis de trazado de las gráficas existentes en los cuadernos de matemáticas de los estudiantes de 1° de Bachiller	El docente a través de ciertos errores didácticos puede provocar deficiencias. Existen limitaciones actuales.
Castaño, G. J. (2008)	Una aproximación al proceso de comprensión de los numerales por parte de los niños: relaciones entre representaciones mentales y representaciones semióticas.	<i>Cognición en matemática, representaciones semióticas y numeración, representaciones numéricas, aprendizaje de las matemáticas, sistema decimal de numeración. Enseñanza de las matemáticas, sistema decimal, aplicaciones (matemáticas).</i>	El desarrollo de las representaciones mentales se efectúa como una interiorización de las representaciones semióticas de la misma manera que las imágenes mentales son una interiorización de los preceptos (Vygotsky, 1985; Piaget, 1968, Denis, 1989). Representaciones Semióticas Duval	Análisis de estudios de transcodificación numérica	Es posible afirmar que las reglas que explican los errores identificados en los estudios de transcodificación numérica obedecen a construcciones que los niños van haciendo, relacionadas con unas formas particulares de acercamiento al tema, y que muy seguramente algunas de estas reglas podrían ser distintas en la medida en que se hicieran acercamientos diferentes.

Castro, R. M. G. et al. (2017)	Registros de representación semiótica del concepto de función exponencial. Parte I	<i>función exponencial, representación matemática, ganancia de Hake, entendimiento de los estudiantes, nivel de entendimiento de Hitt</i>	El fundamento de esta investigación es la Teoría de registros de representación semiótica, propuesta por Duval (1993). ¿Existe alguna relación entre los niveles de entendimiento conceptual que define Hake (1998) y los niveles de comprensión de Hitt (1998)?	Instrumento de evaluación y una secuencia didáctica que involucrara el uso y conversión de distintos registros de representación semiótica. La implementación se llevó a cabo en el semestre enero-junio de 2015 en el Instituto Tecnológico de Ciudad Juárez (ITCJ) en dos grupos de estudiantes de ingeniería inscritos en la materia de Cálculo Diferencial. Para el análisis de resultados, se utilizaron la ganancia normalizada y niveles de entendimiento de Hake (1998) y los niveles de comprensión de Hitt (1998).	encontramos que 50% de los estudiantes expuestos a un proceso de aprendizaje con base en el uso de conversiones entre diversos registros de representación semiótica, apenas logró utilizar e identificar representaciones tabulares, gráficas y algebraicas de la función exponencial. Otro 25% de estos estudiantes alcanzaron una transformación
D'Amore, B. (2006)	Objetos, significados, representaciones semióticas y sentido.	<i>Registros Semióticos, sentido de un objeto matemático, objeto matemático, cambio de sentido.</i>	Teorías de Radford, Duval	Análisis de los investigado en el tema.	Entonces, ¿cuál es la naturaleza del objeto matemático? No parece que haya otra respuesta que no sea la estructural, formal, gramatical (en sentido epistemológico), y al mismo tiempo la estructural, mental, global, (en sentido psicológico) que los sujetos construimos en nuestros cerebros a medida que se enriquecen nuestras experiencias.

D'Amore, B. et al (2015)	Análisis de los antecedentes histórico-filosóficos de la paradoja cognitiva de Duval	<i>Paradoja Cognitiva de Duval, Semiosis y noesis, Construcción cognitiva del objeto matemático, representación semiótica de un objeto matemático.</i>	El estudiante puede confundir el objeto matemático O, que está tratando de construir cognitivamente, con una determinada representación semiótica R(O) de dicho objeto (Duval).	Análisis de los antecedentes y lo que hay alrededor de las Representaciones Semióticas de DUVAL	En resumen y para cerrar este análisis teórico, la paradoja permanece porque no puede ser de otra forma; porque es ella parte de la realidad cognitiva.
Duval R. (2006)	A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics	<i>cognitive paradox, figural organization, knowledge object, language, mathematics learning, recognition, multifunctional and monofunctional registers, noncongruence, representation, representation conversion, semiotic representation, semiotic system, thinking processes, treatment</i>	Teorías del propio DUVAL	Análisis de los trabajos de él mismo.	Changing representation register is the threshold of mathematical comprehension for learners at each stage of the curriculum. It depends on coordination of several representation registers and it is only in mathematics that such a register coordination is strongly needed.
Elia, I. y Spyrou, P. (2006)	How students conceive function: a triarchic conceptual-semiotic model of the understanding of a complex concept.	<i>function, representations, compartmentalization, concept definition, concept image, triarchic conceptual-semiotic</i>	Representaciones de una Función Hitt, Duval	Cuestionario de transformación de representaciones semióticas,	Such an idea is the identification of "function" by a large percentage of students with the narrow concept of one-to-one function. Another idea was that function is an analytic relation between two variables

		<i>model, similarity diagram, implicative method</i>			
Fonseca, B. C. et al (2014)	Desarrollo de un modelo epistemológico de referencia en torno a la modelización funcional.	<i>Modelo epistemológico de referencia, tres niveles de modelización funcional, teoría antropológica de lo didáctico</i>	Teoría antropológica de lo didáctico, niveles de modelación	Análisis de una situación de aprendizaje	La puesta en marcha de un proceso de estudio que permita la plena integración escolar de la actividad de modelización funcional sólo será posible si se cumple un conjunto de condiciones que no se dan espontáneamente.
García, M. P. T. et al (2016)	El uso de manipulables para propiciar la comprensión del significado de ecuaciones lineales en la escuela secundaria.	<i>Ecuaciones lineales, balanza concreta, registros de representación semiótica.</i>	Teoría de los Registros de Representación Semiótica desarrollada por Raymond Duval en 1998	Estudio de caso, implementando una secuencia didáctica con uso de la balanza.	Con base al análisis de resultados, se considera que la balanza constituyó un valioso recurso para lograr incidir positivamente en el aprendizaje de la noción de ecuación lineal con una incógnita y de dos variables.
Gómez, G. E. M. et al (2015)	Dificultades en el Aprendizaje y el Trabajo Inicial con Funciones en Estudiantes de Educación Media	Funciones, patrón de regularidad, registros, representación semiótica	Representaciones Semióticas de Duval, trabajos de Godino	Estudio descriptivo de casos, Estudio Mixto. Técnicas de recolección de datos: cuestionario, observación participante y grupos de discusión.	Encontraron las dificultades que presentan los alumnos
Manuela, D. M. y Sena, T. V. (2012)	The role of visual representations for structuring classroom mathematical activity.	<i>Visualization in mathematics education. Visual representations. Drawings. Geometry. Activity Theory</i>	Estudios de visualización de Zimmermann y Cunningham, Dibujos y estructuras, Polya	Observación participante con aproximación etnográfica de una clase.	Los dibujos juegan un papel importante en el aprendizaje de las matemáticas.

Martínez, P. R. y Trigueros G. M. (2012)	Students' understanding of the general notion of a function of two variables	<i>APOS. Schema. Two-variable function. Representations. Semiotic representation theory</i>	Teoría APOS, Duval,	Una prueba con descomposición genética, seguida por entrevistas semi estructuradas,	Finally, we can assert that results of this study, together with those of the previous one, show a completer and more detailed picture of students' understanding of two-variable function which can encourage teachers to design activities.
Montiel, M. et al. (2009)	Using the onto-semiotic approach to identify and analyze mathematical meaning when transiting between different coordinate systems in a multivariate context.	Double and triple integration. Multivariate functions. Spherical and cylindrical coordinates. Semiotic registers. Onto-semiotic approach. Personal-institutional duality	La aproximación ontosemiótica de Godino y sus coautores a un objeto matemático. Representaciones semióticas de Duval.	Instrumento de prueba para verificar las representaciones, entrevista semi estructurada.	Based on the onto-semiotic approach, it can be added to this general conclusion that it is also important to emphasize the anthropological and socio-cultural character of this knowledge, indicating the tensions between the personal and institutional meanings.
Morales, S. A. y Cordero, O. F. (2013)	La graficación modelación y la serie de Taylor una sociepistemología del cálculo.	<i>Resignificación, serie de Taylor, modelación, graficación, predicción.</i>	Situación de modelación de movimiento, uso de las gráficas en el discurso escolar	Secuencia didáctica, observación participante	El diseño y la puesta en escena de la SM-M permitió ver de qué manera se relacionan temas, como, por ejemplo, funciones, velocidad constante, aceleración, expresiones analíticas.
Naziev, A. (2018)	The Role of Language in Teaching and Learning Mathematics	<i>mathematics, teaching, and learning, language, imagery thinking, functional brain asymmetry</i>	Revisión de teorías de lenguaje	Análisis documental de lo abordado en el área del lenguaje.	Our research has shown that teaching mathematics should be done in a humanitarian way. Teaching mathematics must be an activity directed to the discovering of proofs.

Ortega, T. y Pecharromán, C. (2014)	Errores en el aprendizaje de las propiedades globales de las funciones	Errores, Aprendizaje, Acciones, Propiedades, Funciones, Gráficas, Estadios	Enfoque Lógico Semiótico de Socas, Modelo de coordinación de Registros de Duval	Estudio Cualitativo. Técnicas de recolección de datos: Entrevistas	En general, predominan los aprendizajes del estadio semiótico, en el que la información se obtiene de forma directa de la gráfica
Páez, P. C. R. et al. (2016)	Significado mostrado al resolver ecuaciones lineales	<i>Afecto, Emoción, Creencias y Actitudes; Álgebra y Pensamiento Algebraico; Actividades Y Prácticas De Enseñanza; Educación Bachillerato</i>	Representaciones semióticas de Duval.	Estudio de caso de alumnos de segundo año de preparatoria.	La representación gráfica representó un problema real para los estudiantes. Además, de acuerdo con lo que comentaron los estudiantes en sus entrevistas, se mencionó que el registro gráfico en el salón de clases no es tan frecuentemente visto como el algebraico.
Pino-Fan, L. R. et al (2017)	Analysis of the underlying cognitive activity in the resolution of a task on derivability of the absolute-value function: two theoretical perspectives.	<i>Absolute value; Cognitive analysis; Derivative; Networking of theories. Onto-semiotic approach; Theory of registers of semiotic representation</i>	Representaciones Semióticas de Duval	Estudio de networking de las teorías de Representaciones semióticas y la Aproximación ontosemiótica. Instrumento de evaluación, entrevista semiestructurada.	The results of the comparison of analysis presented in comparison of the analysis section show that between these two theoretical perspectives there are complementarities that would allow performing more precise and finer cognitive analysis, from the subjects' production.
Pópulo, P. M y Gil, D. R. (S.A.)	Dificultades de aprendizaje del componente gráfico matemático IS-LM de los alumnos de macroeconomía de la universidad de Sevilla	<i>Dificultades de aprendizaje, funciones lineales, alumnos universitarios, macroeconomía.</i>	Teoría de representaciones de Duval, Modelo IS-ML por Hicks,	Muestreo no probabilístico de tipo accidental. Se aplica una prueba,	El uso de la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje de funciones ofrece a los estudiantes la posibilidad de manipular sus representaciones y realizar traslaciones entre ellas.

Prada N. R. et al (2016)	Comprensión de la noción de función y la articulación de los registros semióticos que la representan entre estudiantes que ingresan a un programa de ingeniería.	<i>Representaciones semióticas, variaciones conceptuales, registros semióticos.</i>	Representaciones semióticas de Duval, Teoría de los campos conceptuales de Vergnaud.	Estudio de naturaleza cualitativa y de carácter interpretativo. Se presenta un instrumento de evaluación. Análisis de los resultados.	Queda de manifiesto la deficiencia en el manejo del concepto de función. Problemas en la lectura e interpretación de gráficas.
Prada N. R. et al (2017)	Representación semiótica de la noción de función: concepciones de los estudiantes que transitan del colegio a la universidad	función, representaciones semióticas, articulación de registros, concepción.	La investigación toma como marco de referencia la articulación de los trabajos de diversos investigadores, especialmente los de Duval y Hitt.	La metodología utilizada es de tipo cuantitativo y es de naturaleza descriptiva. Los datos fueron recolectados mediante una prueba de ocho ítems, en los que se utilizan diversos registros de representación en torno al concepto de función.	La noción de función que poseen los estudiantes no se corresponde con una definición formal; en su lugar, manifiestan una serie de variaciones conceptuales que, en algunos casos, se encuentran más próximas a una noción intuitiva.
Prada, N. R. et al (2017-2)	Representaciones semióticas alrededor del concepto de función en estudiantes de ingeniería.	<i>articulación de registros, función, registro algebraico, registro gráfico, representaciones semióticas.</i>	Representaciones semióticas de Duval. Hitt, Amore	Investigación cuasiexperimental, Aplicación de pretest y postest, trabajo en aula de aprendizaje cooperativo.	Los docentes de matemáticas debemos propender en el aula no solo por la utilización de diversos registros de representación, sino también por la articulación coherente entre ellos. De esta forma, el estudiante podrá llegar a una mejor construcción y comprensión de los conceptos matemáticos.
Santi, G. (2011)	Objectification and semiotic function	<i>Mathematical objects. Semiotics. Meaning. Activity. Objectification. Semiotic function</i>	Representaciones Semióticas de Duval, onto semiótica de Godino y coautores.	Investigación de tipo experimental, diseñando una secuencia didáctica, aplicándola y evaluándola.	Meaning is the consequent of a semiotic function in which the antecedent and the consequent can be any kind of "object".

Trigueros, M. y Martínez, P. R. (2010)	Geometrical representations in the learning of two-variable functions	<i>APOS. Graphic representation. Schema. Two-variable functions. Representations</i>	Teoría APOS y TRS de Duval	Se aplica un instrumento y se realizan entrevistas semiestructuradas.	This study gives evidence that the understanding of graphs of functions of two variables is not easy for students.
Didáctica de las Matemáticas					
<b>Autores</b>	<b>Título</b>	<b>Palabras Clave</b>	<b>Marco Teórico</b>	<b>Marco Metodológico</b>	<b>Conclusiones</b>
D'Amore, B. y Fandiño, P. M. I. (2012)	Análisis de situaciones de aula en el contexto de la práctica de investigación; un punto de vista semiótico.	<i>situaciones de aula, práctica investigativa, representaciones semióticas de los objetos matemáticos, dualidad signifiicante /significado</i>	Teorías Semióticas, Amore, TRS Duval	Análisis de estudios anteriores bajo el enfoque semiótico.	Las sugerencias ingenuas del docente van desde las banales e inútiles prácticas normativas hasta trucos del todo contraproducentes que cambian la atención del problema por una serie de convenciones semióticas absurdas.
Figuroa, I. A. (2018)	Las relaciones cognitivas y conductuales en las interacciones didácticas.	<i>interacciones didácticas, categorías cognitivas, categorías conductuales, aprendizaje por competencias</i>	Enfoques socioculturales y sociolingüístico en el estudio de interacciones. Enfoque por competencias desde la escuela.	Investigación cualitativa basada en el estudio exploratorio de casos en dos instituciones educativas públicas de la ciudad de Lima, Perú; realizan observación de 32 sesiones de clases y realizan entrevistas a docentes.	Queda claro que las acciones comunicativas intencionadas que se desarrollan en el aula entre docente y estudiantes encierran, implícita o explícitamente, un tipo de aprendizaje y todo lo que es posible aprender se constituye en una interacción.
Font, V. y Contreras, A. (2008)	The problem of the particular and its relation to the general in mathematics education	<i>Process of generalization and particularization. Generic element. Semiotic function</i>	Enfoque ontosemiótico Godino, Batanero y otros	Análisis de estudios de la generalización e idealización de conceptos matemáticos.	In this article we have set out the processes of generalization, which apart from being related to representational, idealization and materialization processes, can also be closely related to other processes such as, for example, metaphorical

					processes which we have not analyzed in detail in this paper.
Godino, J. D. et al (2006)	Una visión de la didáctica francesa desde el enfoque ontosemiótico de la cognición e instrucción matemática.	<i>Marcos teóricos, matemática educativa, conocimiento, concepciones, esquemas, significados.</i>	Teorías de situaciones didácticas, antropológica de lo didáctico y teoría de campos conceptuales. Enfoque Ontosemiótico.	Análisis de las nociones de las teorías de situaciones didácticas, antropológica de lo didáctico y teoría de campos conceptuales, bajo el enfoque ontosemiótico.	El análisis instruccional se apoya en la adopción de un modelo epistemológico sobre las matemáticas y un modelo de cognición individual por lo que su estudio lo hemos considerado previo.
Gordon, S. (2010)	The state of mathematics education today: what happens in the math classroom.	<i>Economics Education. Mathematics Education</i>	Matemáticas, matemáticas modernas, guerra de las matemáticas.	Análisis del estado de las matemáticas en el salón de clases. Búsqueda bibliográfica.	Sin conclusión
Pinet, P. R. (2005)	Matemática en Contexto. Entrevista Patricia Camarena Gallardo	<i>Matemática educativa, matemática en contexto, transposición contextualizada, metodología Dipsi.</i>	Matemáticas en Contexto	Entrevista Semiestructurada	Hay toda una evolución, donde hay muchos conceptos intuitivos, hay muchos caminos equivocados y la mayor parte de las veces, el matemático es quien viene atrás limpiando y desechando todo.
Romero, S. J. D. (2014)	Relación subjetiva -objetiva en el desarrollo del pensamiento matemático de objetos reales a objetos matemáticos en la educación, didáctica de las operaciones matemáticas.	<i>operaciones matemáticas, contexto, construcción deconstrucción, número de raíces de los objetos geoméricamente perfectos.</i>	Efecto Dienes, teorías de Piaget,	Talleres de Socialización Secuencia didáctica,	Generar procesos que desarrollen habilidades del pensamiento es disponer emocionalmente al sujeto a confiar en su racionalidad respecto a aquello que observamos, sin detenerse a pensar en la incapacidad para resolver problemas

## TIC y Matemáticas

Autores	Título	Palabras Clave	Marco Teórico	Marco Metodológico	Conclusiones
Arévalo, D. M. A. y Gamboa S. A. A. (2015)	Las tecnologías de la información y de la comunicación, en el currículo de matemáticas: orientación desde las políticas y los proyectos educativos.	<i>Políticas digitales, proyectos educativos digitales, currículo, educación matemática</i>	Políticas alrededor de la educación y la incorporación de las TIC en el currículo de las matemáticas	Estudio de enfoque cualitativo utilizando el análisis de contenido vertical.	Se concluye que para que exista una integración exitosa de las TIC en el currículo y se cuente con resultados de aprendizaje alentadores se hace necesario que las instituciones reevalúen sus prácticas educativas desde su concepción, planeación y ejecución, abran sus puertas a la innovación científica y tecnológica e incorporen los saberes y las experiencias que circulan en la cotidianidad.
Attard, C. y Northcote, M. (2011)	Mathematics on the move: Using mobile technologies to support student learning.	<i>Matemáticas, móviles,</i>	Interacción con TIC, percepciones de los profesores	Columna informativa sobre el uso de las TIC en matemáticas.	The evidence gathered can be used to assess mathematical content and mathematical processes because you can capture the student's verbal reasoning and problem-solving skills.
Azeem, M. (2010)	Unintentional Implicit Mathematics Values: Utilization of Information and Communication Technology in Mathematics	<i>ICT, mathematics values, usage of ICT in classroom, ICT, and student</i>	El papel tradicional de la tecnología en la educación, papel actual de la tecnología en la educación, adopción de la tecnología en el salón de clases, Las tres fases de la integración de la tecnología: familiarización, utilización, integración, reorientación y evolución.	Se utilizan test para saber la experiencia con la tecnología de estudiantes y profesores. Tipo de investigación descriptiva.	El uso de las TIC es de mayor utilidad para la enseñanza en comparación con otras.

Benítez, A. A. F. y Jurado, R. Y. (2017)	Escritura y lectura de gráficas cartesianas en un ambiente digital	<i>escritura, lectura, movimiento corporal, sensor de movimiento, gráfica cartesiana, tecnología.</i>	Falsas conceptualizaciones de gráficos por Clement. Freudenthal, Conceptografía.	Secuencia didáctica incorporando sensores de movimiento para crear gráficos.	Mejora de la interpretación y lectura de gráficas por parte de los alumnos.
Bosch, H. E. et al. (2017)	Innovaciones didácticas para ciencias y matemáticas asistidas por TIC	<i>Innovación, didáctica, ciencias, tecnología, experimentación</i>	Corrimiento de paradigma, Unidades didácticas innovadoras para la educación experimental de la ciencia asistida por TIC, estructura de secuencias didácticas,	Se realiza e implementa una secuencia didáctica con el uso de un campo magnético. Observación participante.	Es necesario un cambio de aula clásica por aula laboratorio.
Cardeño, E. J. et al (2017)	La incidencia de los objetos de aprendizaje interactivos en el aprendizaje de las matemáticas básicas, en Colombia	<i>Objetos Interactivos de Aprendizaje, matemáticas escolares, TIC, Descartes JS, enseñanza, aprendizaje autónomo y colaborativo.</i>	Trabajo colaborativo y autónomo, programa Descartes JS, Objetos interactivos de aprendizaje.	Corte cualitativo, observación participante,	La enseñanza de las matemáticas, en el nivel de Básica Primaria, mediante los OIA y la incorporación de la Tecnología en las escuelas y en sus aulas, logra aprendizajes matemáticos significativos.
Castillo, S. (2008)	Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.	<i>Constructivismo, matemática educativa, práctica pedagógica, TIC</i>	Constructivismo e incorporación de las TIC,	Revisión bibliográfica	Las teorías relacionadas con la innovación en la educación sugieren que las tecnologías actúan como catalizadoras del proceso de cambio.
Crisan, S. (2005)	How mathematics teachers' own learning experiences with ICT affects their classroom practice	<i>TIC</i>	Las experiencias de profesores con las TIC y como han modificado su práctica diaria	Columna informativa	Reflection on these experiences influenced teachers' conceptions of how they thought their teaching and their pupils' understanding of mathematics would benefit from using various ICT applications and hence used it accordingly in their lessons.

Cruz, P. I. M. y Puentes, P. Á. (2012)	Innovación Educativa: Uso de las TIC en la enseñanza de la Matemática Básica Educational Innovation: Use of ICT in teaching of Basic Mathematics	<i>matemáticas; destrezas; didáctica; tecnología.</i>	Uso de las TIC en la educación matemática	Secuencias de aprendizaje con uso de las TIC aplicadas a estudiantes.	El alumno adquiere nuevas destrezas, más habilidades y por lo tanto demanda más al docente.
Dallemolle, J. J. et al. (2014)	REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E GEOMETRIA ANALÍTICA: UMA EXPERIÊNCIA COM FUTUROS PROFESSORES	<i>Registros de representación semiótica, Geometría Analítica, Enseñanza y Aprendizaje, Tecnologías de la Información y Comunicación.</i>	Representaciones Semióticas de Duval. DAmore	Enfoque cualitativo, estudio de caso, Utilización de Secuencia didáctica con medio virtual SIENA, aplicación de prueba.	El sistema inteligente SIENA mostro eficiencia, contribuyendo en la identificación de errores de registro.
De las Fuentes, M. et al. (2010)	Impacto en las Competencias Matemáticas de los Estudiantes de Ecuaciones Diferenciales a Partir de una Estrategia Didáctica que Incorpora la Calculadora	<i>competencias matemáticas, lenguaje simbólico formal, representaciones semióticas, ecuaciones diferenciales</i>	Representaciones semióticas de Duval, Competencias matemáticas, incorporación de la tecnología en la enseñanza en matemáticas.	Pretest y post test, se implementó una secuencia didáctica con el uso de la calculadora.	La utilización de problemas o actividades que incorporen contextos extra-matemáticos, promueve en los estudiantes que visualicen la similitud en nuevos contextos.
García, S. A. y Molchanova V. S. (2018)	Inclusion of techno-pedagogical model in mathematics teaching-learning process.	<i>techno-pedagogical model, ICT, perception, financial mathematics, spreadsheet.</i>	La integración de la Historia de las matemáticas, lo medios virtuales como herramientas de transferencia de aprendizaje.	Estudio descriptivo y con análisis factorial, no probabilístico y seleccionado por conveniencia.	the importance of understanding that Mathematics are present in daily life, in everything we see around us, it will always be present at a time or activity when we need a calculation, even if we do not use complex formulas or specific algebra equations.
Gómez, B. A. L. et al. (2017)	Propuesta para el tratamiento de interpretación global de la	<i>Función cuadrática, interpretación global, coordinación entre</i>	TRS Duval, Dificultades en las representaciones.	Estudio de caso	Los resultados de la exploración muestran que el uso de GeoGebra presenta un gran potencial para el

	función cuadrática mediante el uso del software GeoGebra.	<i>registros, variables visuales y unidades simbólicas significativas.</i>			tratamiento de la vía de interpretación global, pues permite discriminar la congruencia entre las características visuales de la parábola y las semánticas de la expresión algebraica que intervienen para la conversión de tales representaciones.
Guaypatín, P. O. A. (2017)	Una aproximación a la aplicación de las TICS en la didáctica de la matemática.	<i>TIC, didáctica, matemática, educación, habilidades, software</i>	Conductismo, paradigma socio-critico,	Revisión del uso de las TIC en matemáticas.	Con el uso de la computadora como medio didáctico se concreta la relación ciencia-tecnología-producción al integrar diferentes herramientas.
Hernández, S. C. A. y Jaimes, C. L. A. (2016)	Modelos de aplicación de ecuaciones diferenciales de primer orden con GeoGebra: actividades para resolver problemas de mezclas.	<i>Enseñanza superior, Ecuaciones diferenciales, GeoGebra, Registros de representación semiótica.</i>	TRS de Duval, algunos estudios sobre dificultades.	Diseño de una actividad. Metodología descriptiva,	La implementación de estas actividades con el apoyo de recursos tecnológicos, se da un giro al proceso de enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones diferenciales,
Hyde, R. (2004)	What do mathematics teachers say about the impact of ICT on pupils learning mathematics?	<i>Sin palabras clave</i>	Sin un marco teórico específico	Columna informativa sobre el tema	El entusiasmo general del uso de las TIC es favorable ya que ayuda a afrontar y solucionar problemas.
Johnston, W. P. y Johnston, W. S. (2004)	ICT in teaching and learning mathematics: Where have come from and where are we going	<i>Sin palabras clave</i>	Sin un marco teórico específico	Columna informativa sobre el tema	Es tiempo de construir esperanza, utilizar TIC en el salón de clases con su propia pedagogía.
Marín, D. V. (2012)	Matemáticas y TIC juntas, pero no revueltas	<i>Sin palabras clave</i>	Reflexiones sobre la formación de profesores de Rico	Columna	Las experiencias que hasta aquí traen los autores tanto nacionales como internacionales ponen de relieve la gran variedad de aportaciones que

					Matemáticas-TIC y TIC-Matemáticas tienen hoy.
Méndez, S. N. M. (2016)	Modelo teórico- didáctico tecnológico didáctico para el aprendizaje de las matemáticas en la formación básica secundaria	<i>Educación, Proceso de Enseñanza Aprendizaje, didáctica compleja, TIC (Tesaurus Unesco).</i>	Proceso de Enseñanza Aprendizaje de la Matemática	Revisión bibliográfica sobre el tema	De esta manera se logra que el estudiante obtenga la habilidad de reconocer un polinomio teniendo como base la relación entre el contenido cognitivo-procedimental, las TIC como método de interacción a partir de la plataforma web y su herramienta interactiva, así como el uso de la Tablet como medio para obtener dicha habilidad.
Mendo, O. L. et al. (2015)	Modelación del movimiento a través del iPad para el estudio del concepto de función.	<i>Modelación, Función, Dispositivos móviles.</i>	TRS de Duval.	Ingeniería didáctica de Artigue,	A partir de nuestra investigación preliminar concluimos que, para construir el concepto de función, es necesario que el estudiante se enfrente al análisis de las diversas representaciones de forma simultánea.
Nardín, A. A. et al (2015)	UTILIZACIÓN DE GUÍAS DIDÁCTICAS DE MATEMÁTICA EN EXE-LEARNING EN CIENCIAS TÉCNICAS	<i>guías didácticas, exe-learning, estudio independiente.</i>	Exe-learning,	Estudio de caso de tipo descriptivo	El impacto que ha tenido el uso de guías didácticas apoyadas en exe-learning en varios grupos de estudiantes se refleja en la aceptación que los mismos han hecho del uso de este recurso,
Navarro, F. R. J. et al (2017)	Percepción de los docentes sobre las buenas prácticas con un aplicativo móvil para la	<i>tecnología y educación, tecnología educativa, matemáticas y</i>	Percepciones de los docentes del uso de la tecnología	Diseño de investigación de tipo cualitativo, uso de la entrevista, tipo descriptivo.	El aplicativo móvil fue probado por los docentes, quienes reconocieron las virtudes y posibilidades de este tipo de materiales en el contexto

	enseñanza de matemáticas*	<i>enseñanza de matemáticas.</i>			educativo, particularmente para la enseñanza de matemáticas
Novo, M. L. et al. (2017)	Inteligencia conectiva para la educación matemática infantil	<i>Conexionismo, cerebro conectivo, educación matemática, enseñanza-aprendizaje, metodología didáctica, estrategias didácticas, aplicación didáctica, Educación Infantil.</i>	Conexionismo y aprendizaje, Conexionismo y matemáticas.	Estudio con paradigma interpretativo, enfoque cualitativo y uso de la investigación acción y la teoría fundamentada.	Las conexiones prácticas tienen una relevancia especial dado que son las responsables de conectar los conocimientos con la vida cotidiana.
Oldknown. A. (2004)	What would it take to get ICT established in the math's department?	<i>Sin palabras clave</i>	ICT software, hardware analysis	Investigación sobre gastos y tecnología.	Se debe de tener en cuenta el gasto que se tenga hoy tendrá grandes beneficios después.
Oldknown, A. (2006)	Let us get the so won the road	<i>Sin palabras clave</i>	Sin marco teórico específico	Investigación sobre materiales disponibles de TIC y matemáticas	Han surgido muchas herramientas, se deben de probar para escoger la que se adecue a la práctica.
Oldknown, A. (SA)	ICT bringing mathematics to life and life to mathematics	<i>Sin palabras clave</i>	Sin marco teórico específico	Investigación de TIC y matemáticas	Se debe de relacionar las actividades de las TIC con el mundo del estudiante.
Olivier, R. O. Z. y Díaz, L. J. R. (2016)	El uso de las Tecnologías en la enseñanza-aprendizaje de la matemática en la Universidad Experimental de las Fuerzas Armadas, Núcleo Sucre	<i>matemáticas, tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC), aprendizaje, enseñanza, formación.</i>	TIC y matemáticas,	Estudio de tipo bibliográfico.	Una de las vías más efectivas para la gestión del proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática mediante el uso de las TIC parte de reconocer a la tarea telemática como medio para contribuir al mejoramiento del aprendizaje de los estudiantes,

Parra, R. O. y Díaz, P. V. (2014)	Didáctica de las matemáticas y tecnologías de la información y comunicación	<i>Tecnología, didáctica, matemática educativa, contar, TIC.</i>	Didáctica de las matemáticas	Investigación de corte teórico descriptivo, basado en la revisión documental.	Al incluir el referente problematizador, se justifica la innovación, creatividad y versatilidad de comprender y enseñar las matemáticas en diferentes ámbitos
Ramos, H y Nieto, S. (2014)	Visualización de funciones de dos variables mediante el programa Mathematica	<i>funciones de dos variables; gráfica de una función; conjuntos de nivel; programa Mathematica;</i>	Mathematica	Secuencia de pasos para la visualización de funciones.	Herramienta de uso común en el aula, que permite que sean los propios alumnos los que puedan adaptar esta técnica para visualizar otras funciones de su interés.
Ruíz, M. L. et al. (2016)	Prerrequisitos deficientes con software matemático en conceptos nuevos	<i>herramienta de uso común en el aula, que permite que sean los propios alumnos los que puedan adaptar esta técnica para visualizar otras funciones de su interés</i>	La matemática en el contexto de las ciencias.	Investigación de tipo comparativo	De esta manera se puede concluir que el uso de software para apoyar los procesos operacionales en prerrequisitos favorece el desarrollo de las habilidades operativas de los conceptos por aprender.
Ruíz, C. O. et al. (2016)	USO DE TECNOLOGÍA PARA LA DIFERENCIACIÓN A TRAVÉS DEL CONCEPTO DE VARIACIÓN PARTE I	<i>Diferenciación por diferencias, variación, función, cálculo diferencial, Excel.</i>	Objeto matemático de la derivada	Diseño de una metodología (secuencia didáctica con apoyo de Excel)	Representa una oportunidad para aprovechar la tecnología, como una herramienta de apoyo a la docente
Sánchez, A. (2015)	Estrategias para el aprendizaje de las funciones reales con la plataforma Moodle	<i>plataforma educativa Moodle; aprendizaje cognitivo; competencias tecnológicas; funciones reales.</i>	Tecnologías y funciones reales	Diseño de secuencia didáctica con Moodle	La formación del pensamiento matemático en el estudiante que se apoya de los recursos tecnológicos se basa en la conformación de las debidas competencias tecnológicas como soporte para el desarrollo y

					dominio de las debidas destrezas y habilidades de carácter matemático.
Sacristán S. C. et al (2017)	Flipped classroom y didáctica de las matemáticas en la formación online de maestros de Educación Infantil	<i>Clase inversa; Aprendizaje Inverso; Formación de maestros; Educación Online.</i>	Flipped Classroom	Estudio exploratorio de campo	Las valoraciones de Los alumnos ponen De manifiesto que el Aprendizaje es más activo y experiencial, el tiempo de inversión es mayor; el clima que promueve el profesor suele facilitar el aprendizaje y las interacciones con el profesor son mejores.
Sivakova, D. et al (2017)	ICT- The Educational Programs in Teaching Mathematics	<i>ICT-educational programs, teaching mathematics, mathematical terms, mathematical procedures, problem situations.</i>	TIC y matemáticas estudios previos	Investigación acción, es social y descriptiva.	Enables students to facilitate the adoption of mathematical concepts and procedures and easily identifying and resolving problem situations in math.
Thorvaldsen, S. et al. (2012)	The Use of ICT Tools in Mathematics: A Case-control Study of Best Practice in 9th Grade Classrooms	<i>mathematics teaching, ICT, digital tools, spreadsheet</i>	Herramientas digitales, práctica pedagógica y efectos de aprendizaje, habilidades del maestro,	Análisis de creencias y actitudes con respecto al uso de las TIC	learning effect through technology rather than just with it
Triana, M. M. M. et al (2016)	Una dimensión didáctica y conceptual de un instrumento para la Valoración de Objetos Virtuales de Aprendizaje. El caso de las fracciones	<i>OVA, TIC, profesor, enseñanza, instrumento y criterios de valoración.</i>	Integración y uso de TIC en el aula, los OVA su uso e integración en el sistema de enseñanza, valoración de los OVA. Conocimiento pedagógico y tecnológico del contenido	Estudio de corte cualitativo interpretativo,	El instrumento diseñado aportó a la formación del profesor en su criterio para la integración de OVA, como apoyo de los procesos de enseñanza en el área de matemática; un instrumento que puso de manifiesto las ventajas de la utilización de las TIC

Triantafillou, C. y Potari, D. (2010)	Mathematical practices in a technological workplace: the role of tools	<i>Workplace mathematics. Place value. Algebraic and spatial relations. Mathematical invariants. Problem-solving strategies. Thinking and communicative tools</i>	Práctica matemática en el lugar de trabajo, práctica matemática como una herramienta mediadora.	Aproximación etnográfica	These situations can challenge existing views and knowledge of mathematics that they have developed during their school and academic experiences and possibly help them to make connections.
Villareal, F. J. et al (2017)	El desarrollo de habilidades investigativas a partir de resolución de problemas. Las matemáticas y el estado nutricional de los estudiantes	<i>matemáticas, educación, índice de masa corporal, habilidades de investigación.</i>	TIC y contexto, IMC,	Planeación y puesta en práctica de una secuencia didáctica	Los estudiantes aborden los problemas desde diferentes puntos de vista; además, que puedan ver relaciones de las matemáticas con otros aspectos de la vida.
Villarraga, M. E. et al. (2012)	Acercando al profesorado de matemáticas a las TIC para la enseñanza y aprendizaje	<i>TIC, Educación Matemática, procesos matemáticos, pensamiento matemático, formación de profesores, representación semiótica.</i>	TIC y matemáticas, profesores, TRS Duval	Estudio piloto	La transformación de una representación desde un registro a otro es un proceso que se había realizado en las clases de matemáticas de forma rutinaria; sin embargo, el uso de las TICS ha permitido observar su potencialidad,
Winslow, C. (2003)	SEMIOTIC AND DISCURSIVE VARIABLES IN CAS-BASED DIDACTICAL ENGINEERING	<i>didactical engineering, Maple, semiotics, undergraduate teaching</i>	TRS Duval, efecto Jordiano	Secuencia didáctica basada en CAS	Solutions in themselves are rarely the chief objectives of mathematical discourse

					in learning situations, and the discursive shifts alluded to may lead to a number of didactically problematic effects
Yanitelli, M. et al. (2014)	Estudio de movimientos en tiempo real. Dificultades de aprendizaje en dos diseños didácticos diferentes.	<i>Tecnologías digitales, dificultades de aprendizaje, gráficas de variables cinemáticas.</i>	Dificultades específicas de aprendizaje, estudios previos del tema	Enfoque cualitativo interpretativo de los estudios previos	Si bien a los estudiantes les es más familiar el uso y apropiación de los recursos digitales, la interpretación de las gráficas y su modelado matemático, esencia de la descripción física del movimiento, les demanda internalizar información específica y por lo tanto un mayor esfuerzo cognitivo.
Yook, K. L. E. (2011)	WEB based mathematics	<i>Sin palabras clave</i>	TIC y matemáticas	Estudio de caso	Teaching with the web does not signal the end of classroom management woes. The types of problems encountered can be rather daunting and deter teachers from utilizing the web to teach mathematics.
Zaldivar, H. L. y Cruz, L. Y. (2014)	Una mediación didáctica contextualizada para la fijación de los conceptos matemáticos.	<i>fijación de conceptos; mediación didáctica contextualizada; conceptos matemáticos.</i>	TIC y matemáticas	Diseño y aplicación de una secuencia didáctica con objetivo principal la fijación de conceptos matemáticos	Con estas reflexiones podemos plantear que con el desarrollo alcanzado por la ciencia y la tecnología en el proceso de fijación de conceptos matemáticos de la EP se adquiere

					una calidad superior cuando esté presente una mediación didáctica contextualizada que incluya a las TIC
--	--	--	--	--	---

## Mediación con TIC

Autores	Título	Palabras Clave	Marco Teórico	Marco Metodológico	Conclusiones
Alberdi, M. C. (2014)	Innovación educativa con TIC en la Universidad. Estudio de caso: Carrera de Comunicación Social.	<i>innovación, educación, virtualización, entornos</i>	Entornos virtuales educativos, uso de las TIC	Estudio de caso con corte interpretativo y datos de tipo cuantitativo y cualitativo, Cartografía	El diseño de situaciones educativas significativas para la construcción de conocimientos en un modelo innovador con la incorporación de entornos virtuales de aprendizaje supone considerar múltiples elementos.
Barrios, T. H. et al. (2014)	Educación y ágora digital: retos y horizontes para la formación humanística.	<i>Educación, humanidades, TIC, sociedad digital, educación superior.</i>	Educación y formación humanística en la sociedad digital, ágora digital, TIC y formación humanística.	Revisión bibliográfica	Tanto la tecnofilia como la tecnofobia deben descentrarse en los escenarios de la educación, familia, escuela o cualquiera que sea. No hay alternativa sino el aprendizaje y el acompañamiento a los hijos.
Belarmino C. V. (2014)	Utilización de TIC, competencias básicas y calidad de la educación.	<i>Apropiación pedagógica, Calidad de la educación, Competencias pedagógicas en TIC, Impacto y visibilización.</i>	Uso de las TIC, Percepciones	Investigación acción, cuestionarios y observaciones.	Las TIC se constituyen en medios para mejorar, cambiar, innovar y transformar las prácticas educativas y la acción del maestro en el aula de clase, pero este efecto transformador depende del compromiso y del enfoque pedagógico o planteamiento didáctico con que se utilicen las TIC en los procesos de aprendizaje.
Builes, M. R, A, (2015)	El aporte de Computadores para Educar en la implementación de la Enseñanza Innovadora	<i>Apropiación, Articulación de herramientas</i>	Situación actual de las TIC en ciertas regiones de Colombia	Corte cualitativo, enfoque de investigación acción, etnográfico,	Los beneficiarios de CPE y partícipes de este

		<i>pedagógicas, Herramientas TIC, Investigación acción participativa IAP, Investigación acción educativa IAE, Saber.</i>			proyecto de investigación, reconocen que su saber puede llegar a ser teoría pedagógica, en cuanto la práctica que viven a diario en el aula puede ser objeto de sistematización, confrontación, mejora y validación
Chiecher, C. A. C. y Lorenzati, B. K. P. (2017)	Estudiantes y tecnologías. Una visión desde la lente de docentes universitarios.	<i>estudiantes universitarios; tecnologías de la información; profesorado universitario; enseñanza universitaria.</i>	El adolescente hoy inmerso en un mundo de pantallas, el alumno de hoy y las pantallas en la educación,	Estudio de tipo exploratorio, entrevista semiestructurada,	El estudio realizado mostró con claridad que aun cuando los docentes entrevistados consideran importante renovar la enseñanza de acuerdo con las características de los jóvenes actuales, ninguno menciona la necesidad de formación propia para una inclusión exitosa de las TIC en sus prácticas.
Chumpitaz, C. L. y Rivero, P. C. (2012)	Uso cotidiano y pedagógico de las TIC por profesores de una universidad privada de Lima.	<i>uso cotidiano y pedagógico, TIC, educación superior, profesores universitarios.</i>	TIC y educación, uso de las TIC y constructivismo.	Estudio de tipo descriptivo, se identifican y describen las tecnologías que se ocupan en el proceso de enseñanza aprendizaje.	Se manifiesta como una solicitud de parte de los docentes una «mayor asesoría» y «motivación para que emigren y conozcan las plataformas y recursos digitales». Plantean a su vez que haya «promoción de talleres de capacitación».
Concari, S. B. (2014)	Tecnologías emergentes ¿cuáles usamos?	<i>Tecnologías emergentes, TIC, enseñanza de las ciencias, estrategias didácticas.</i>	Tecnologías y las nuevas demandas en el sector educativo	Estudio exploratorio sobre las tecnologías y una síntesis de los que más se utilizan.	Empleando la analogía de Ángel Fidalgo Blanco (2012), “mientras las tecnologías se comportan como una liebre, el

					mundo educativo se asemeja a una tortuga...” ¡Nunca alcanzaremos a las tecnologías! Pero, las tecnologías están aquí y podemos escoger y utilizar aquellas que nos son útiles para nuestros propósitos educativos.
Danieli, M. E. (2017)	Enseñar Tecnología con TIC: saberes docentes y trayectorias	<i>Enseñanza con TIC – Saberes docentes - Trayectoria – Relación con el saber - Profesores de Tecnología</i>	Inclusión efectiva Conocimiento tecnológico pedagógico, saberes de los docentes, formación docente.	Metodología cualitativa de corte exploratorio y descriptivo, Uso de la entrevista.	A modo de conclusión se podría afirmar que los saberes didácticos sobre las TIC para enseñar Tecnología presentan algunos rasgos comunes y dan cuenta de un espacio dinámico, en movimiento.
González, A. M. A. et al (2016)	Aplicación de las TIC en modelos educativos blended learning: una revisión sistemática de literatura	<i>Aprendizaje virtual, estudiante, formación, modelo, TIC.</i>	Conceptualización del blended learning, ventajas, características, aplicabilidad, y su evaluación	Revisión sistemática de literatura en torno al tema	El análisis de las diversas experiencias educativas acerca de la implementación de la modalidad blended learning, destaca el impacto positivo y ajuste al entorno donde se desarrolle.
Lozano, D. S. O. (2014)	Prácticas innovadoras de enseñanza con mediación TIC que generan ambientes creativos de aprendizaje	<i>Ambientes creativos de aprendizaje, Currículo, Mediación de las TIC, Prácticas innovadoras de enseñanza.</i>	Enseñanzas innovadoras de las ciencias con TIC	Estudio de tipo descriptivo.	La enseñanza con mediación de las TIC eleva la concentración y el compromiso de los estudiantes; motiva y potencializa sus capacidades creativas; genera cambios culturales hacia lo digital y la era del conocimiento.
Miranda, T. L. A. (2015)	Estrategias pedagógicas mediadas con las TIC TAC,	<i>Aprendizaje significativo, autonomía,</i>	TIC, tipos de ambientes o escenarios de aprendizaje, paradigma de aprendizaje,	Paradigma cualitativo, interpretativo,	Más y mejores

	como facilitadoras del aprendizaje significativo y autónomo.	<i>enfoque colaborativo, estrategias pedagógicas, mediación, ple y tic-tac.</i>	teoría y concepción curricular, enfoque de evaluación, PLE,		estrategias mediadas con las TIC, hasta convertirlas en TAC con una visión que arrastre hacia la pedagogía de la autonomía.
Moreno, Ch. J. J. et al. (20014)	Modelo de evaluación para valorar el cambio en las prácticas docentes con TIC	<i>TIC y Educación, Formación de Docentes en TIC, Modelos de Evaluación, Formación Inicial de Docentes en TIC.</i>	TIC, Modelo de evaluación, su definición y arquitectura.	Propuesta del modelo de evaluación	Finalmente, además de la evaluación, el modelo tiene otros alcances: donde más que como un instrumento de valoración de la experiencia CPE, plantea una idea alternativa para la evaluación de procesos de formación docente en TIC
Oriol, E. J. y Mediavilla, M. (2016)	El efecto de las TIC en la adquisición de competencias. Un análisis por tipo de centro educativo	<i>Sin palabras clave</i>	Efectos positivos de las TIC	Análisis empírico,	Se confirma la importancia de las variables actitudinales con respecto a los ordenadores y del pronto inicio en el contacto con las TIC.
Pineda, M. E. O. y Orozco, P. A. P. (2016)	Ecosistemas de aprendizaje con gestión de TIC. Una estrategia de formación desde la pedagogía praxeológica	<i>Ecosistemas de Aprendizaje, TIC, Pedagogía Praxeológica, Creatividad, Cognición, Ambientes Híbridos</i>	Ecosistema de aprendizaje con TIC, praxeología, las TIC como ejercicio de creatividad,	Investigación de tipo observación participante, interpretativo descriptivo.	Un cambio de actitud hacia los procesos de enseñanza y aprendizaje no basta para la articulación de las TIC al currículo.
Posada, S. M. F. y Sánchez, G. O. E. (2015)	COMPRESIONES DE UN MODELO PARA LA EDUCACIÓN EN AMBIENTES VIRTUALES EN LAS PRÁCTICAS DE ENSEÑANZA	<i>Educación, enseñanza, práctica, TIC, virtual.</i>	Modelo EAV,	Método emergente con técnicas de triangulación de las fuentes, mediante entrevistas, guía de observación no participante,	Se elaboraron 2 tipos de instrumentos: el primero un instrumento para la entrevista en profundidad, específicamente semiestructurada, la cual contó con

	DE DOCENTES: Diplomatura en Docencia Universitaria con énfasis en Ambientes Virtuales de Enseñanza y de Aprendizaje de la Universidad Pontificia Bolivariana				un guion de preguntas predeterminadas. Para el segundo instrumento, se diseñó un formato de observación no participante a los cursos seleccionados de la muestra con base en los mediadores pedagógicos del Modelo EAV que también fueron los principales tópicos del primer instrumento.
Sabulsky, G. y Arevalo E. A. (2017)	Profesores memorables, entre la vocación y la práctica hay lugar para las TIC	<i>Enseñanza – Vocación – Trayectoria – Tecnología – Innovación</i>	Revisión de profesores memorables	Enfoque biográfico narrativo, uso de la entrevista semiestructurada	Visión constructivista de la enseñanza y el aprendizaje, donde encontramos que la actividad del estudiante y la interacción son el motor central para la apropiación de los Contenidos.
Valencia, A. A. et al. (2018)	Actitudes de docentes universitarios frente al uso de los dispositivos móviles con fines académicos.	<i>alfabetización tecnológica; educación y tecnología; innovaciones pedagógicas; educación superior; profesores.</i>	Conceptualización del m learning	Tipo de investigación exploratorio descriptivo cualitativo. Muestreo no probabilístico por criterio,	Las motivaciones para integrar las TIC en los procesos de educación están asociadas a las facilidades para adaptarse a ellas, a ampliar los conocimientos y prepararse mejor para la realidad laboral que cada vez, es más innovadora y orientada a generar eficiencias y optimizar tiempos.
Yong, T. L. et al. (2017)	A regression analysis of elementary students' ICT usage vis-à-vis access to technology in Singapore	<i>Future school; ICT integration; one-to-one computing; Elementary school</i>	Diferencias en el uso de las TIC,	Estudio descriptivo correlacional.	Hence, it would be necessary to develop different sets of instructional strategies

					for the different subjects which integrates the use of ICT and follow up with professional development to enhance teaching practices and to promote the effective use of ICT in the classrooms
Zabala, C. et al. (2013)	Tendencias epistemológicas predominantes en el aprendizaje de las TIC en el área de la educación	<i>Epistemología, aprendizaje, educación, TIC.</i>	TIC, evolución de las tendencias epistemológicas de las TIC	Análisis de las tendencias	La tendencia empírico-deductiva, es decir, aquella que respondía a la experiencia y observación, sin descartar la valoración cuantitativa de sus acciones, comportamiento o actuación ante los problemas o situaciones, Esta situación afecta, sin duda, las condiciones para la inserción de las TIC, tanto en la formación como en el desempeño docente.

## Realidad Aumentada

Autores	Título	Palabras Clave	Marco Teórico	Marco Metodológico	Conclusiones
Abud, F. M. A. (2012)	Modelo de objetos de aprendizaje con realidad aumentada	<i>objetos de aprendizaje, realidad aumentada, interacción humano-computadora</i>	Elementos de un objeto de aprendizaje, realidad aumentada en libros de texto,	Propuesta de una aplicación de RA para el aprendizaje.	El uso de este modelo en el desarrollo de objetos de aprendizaje es una alternativa para el manejo de la interacción humano-computadora de una forma innovadora que puede ayudar a hacerlos más eficientes y atractivos.
Antoniolli, M. et al. (S.A.)	Augmented Reality Applications in Education	<i>augmented reality, science education, self-determination theory, Flow theory, situated learning theory, just-in-time learning, constructivism</i>	Constructivismo, Teoría del aprendizaje justo a tiempo. Relación ente el aprendizaje situado y la realidad aumentada.	Revisión de la literatura alrededor de la Realidad aumentada y sus aplicaciones en la educación.	RA ha ayudado a los alumnos a aprender más eficientemente e incrementado la retención del conocimiento.
Bacca, J. et al. (2014)	Augmented Reality Trends in Education: A Systematic Review of Research and Applications	<i>Augmented reality, Systematic review, Trends of AR, Personalization, Inclusive learning in augmented reality</i>	Tecnologías emergentes, estado actual de la realidad aumentada aplicada a la educación,	Revisión literaria con base en la metodología de Kitchenham (2004).	Este trabajo contribuye al conocimiento existente sobre RA aplicada a la educación.
Bellezza, A. et al. (2016)	Augmented reality: application in business and education.	<i>Sin palabras clave</i>	Realidad aumentada en la educación, tipos de beneficios.	Estudio de revisión de la información disponible acerca del tema.	La RA representa una nueva frontera en la cultura, ciencia, investigación y educación.

Bower, M. et al. (2014)	Augmented Reality in education – cases, places, and potentials	<i>Augmented Reality; AR; pedagogy; mobile; design-based learning; higher order thinking</i>	Realidad aumentada y sus usos. Realidad aumentada y educación, aprendizaje situado, constructivismo, aprendizaje por diseño.	Estudio de caso utilizando la RA	La importancia de la RA ofrece el conocimiento de una manera más cercana y relacionada al mundo que lo rodea.
Cabero, A. J. y Pérez, D. D. R. J. L. (2018)	Validación del modelo TAM de adopción de la Realidad Aumentada mediante ecuaciones estructurales.	<i>Technology Acceptance Model (TAM), Realidad Aumentada, Ecuaciones estructurales, Evaluación de materiales.</i>	Modelo TAM sugiere que la actitud hacia una tecnología depende de dos variables: la utilidad percibida y la facilidad de uso percibida. Realidad Aumentada.	Aplicación de una secuencia didáctica con uso de la RA y su evaluación.	De forma específica, el modelo SEM nos ha servido, como sugiere Cupani (2012), para confirmar la robustez del modelo teórico elaborado por nosotros para la RA, y que seguía la propuesta TAM formulada por Davis (1989).
Cabero, A. J. et al (2017)	Evaluación por y desde los usuarios: objetos de aprendizaje con Realidad aumentada	<i>Realidad Aumentada, Diseño, producción y evaluación de medios y materiales, Experiencia en el aula, Integración curricular de las TIC, Tecnologías emergentes.</i>	La RA como una tecnología emergente para la formación, producción de objetos de aprendizaje en la RA,	Evaluación por y desde los usuarios, aplicación de prueba a estudiantes universitarios.	La utilización de objetos de RA en la formación universitaria, despierta verdadero interés por los estudiantes
Cabero, A. J. et al (2017-2)	Dispositivos móviles y realidad aumentada en el aprendizaje del alumnado universitario	<i>tecnologías de la información y la comunicación; método de enseñanza; educación a distancia; telecomunicación.</i>	RA, motivación del uso de tecnologías emergentes,	Conocer el grado de motivación medido mediante el modelo IMMS, diseño experimental, aplicando pretest y postest,	También hay que indicar que el objeto producido en RA fue valorado positivamente por los estudiantes, tanto en lo que se refiere a su correcto funcionamiento técnico, como a la información presentada, y su facilidad de manejo y desplazamiento por el mismo.
Cabero, A. J. y Marín, D. V. (2018)	Blended learning y realidad aumentada: experiencias de diseño docente	<i>educación a distancia; blended learning; estilos de aprendizaje; realidad</i>	Informe Horizon, B-learning, realidad aumentada y sus características, B-learning y RA,	Estudio exploratorio con pretest y postest a estudiantes inmersos en esta modalidad de aprendizaje.	Para finalizar nuestro análisis, quiero indicar que estamos de acuerdo con lo expresado por Wei et al., (2015)

		<i>aumentada; diseño de materiales.</i>			cuando señalan que la incorporación de la RA a la formación pasa necesariamente por que el docente diseñe la acción formativa de manera creativa, a lo que nosotros añadiríamos a que se busquen marcos conceptuales desde donde justificar la integración del b-learning y la RA.
Calle, B. A. M. et al. (2017)	An augmented reality game to support therapeutic education for children with diabetes	<i>Realidad aumentada, educación, diabetes</i>	“gamificación”, aprendizaje basado en juegos, uso de móviles, realidad aumentada en ambientes reales.	Realización de un juego de realidad aumentada para la educación terapéutica de niños con diabetes.	Esta tecnología es muy versátil, ya que se puede jugar en cualquier lugar a cualquier hora. Tiene grandes beneficios y resulta en un aprendizaje enriquecido.
Carrillo, V. J. L. y Cortés, M. J. A. (2016)	Secuencias didácticas con realidad virtual: En el área de geometría en educación básica	<i>Comunicación educativa - estrategias didácticas - innovación educativa - realidad virtual - tecnología educativa.</i>	Tecno competencias, realidad aumentada y virtual aplicada a la educación.	Metodología cualitativa, observación directa de una secuencia didáctica.	Aun y cuando la evidencia del dominio de la competencia descrita como identificación y manejo de características básicas de las figuras geométricas, no parece resultar, en este caso, significativamente mejor, utilizando el dispositivo.
Cubillo, A. J. et al. (2014)	Recursos digitales autónomos mediante realidad aumentada.	<i>realidad aumentada, aprendizaje móvil, herramientas de autor, contextualización, preguntas con respuesta múltiple.</i>	Antecedentes de la RA, RA en la educación, aprendizaje colaborativo, herramientas de autoría en RA en educación, entorno de aprendizaje basado en RA (ARLE).	Metodología experimental, aplicando el ARLE.	Tras el experimento realizado se pudo concluir que el sistema ARLE ayudó a los estudiantes que lo emplearon a asimilar y estudiar los contenidos teóricos impartidos por los profesores.

Estapa, A. y Nadolny, L. (2015)	The Effect of an Augmented Reality Enhanced Mathematics Lesson on Student Achievement and Motivation.	<i>interactive learning environments; media in education. secondary education; simulations; teaching/learning strategies</i>	Comunidades de práctica, impacto de la AR, TIC en matemática.	Diseño cuasi experimental, aplicando la RA en un grupo piloto.	La realidad aumentada tiene el potencial de interactuar con el mundo real y cruzar la teoría con el aprendizaje situado.
Fernández, R. B. (2017)	Factores que influyen en el uso y aceptación de objetos de aprendizaje de realidad aumentada en estudios universitarios de educación primaria.	<i>Realidad aumentada, innovación educativa, estudiante universitario, valoración de la tecnología</i>	RA y educación. Modelo TAM.	Muestreo no probabilístico, cuestionario tipo Likert para analizar los niveles de aceptación.	La realidad aumentada es una tecnología que ofrece grandes posibilidades al ámbito educativo, pero no debemos olvidar que esta tecnología al igual que muchas innovaciones no debe centrarse únicamente en su incorporación en educación, sino que debe concentrarse más en el diseño, implementación e integración en entornos formales e informales de aprendizaje (Wu et al., 2013).
Fombona, C. J. y Vázquez, C. E. (2017)	Posibilidades de utilización de la geolocalización y realidad aumentada en el ámbito educativo	<i>Aprendizaje autónomo; geolocalización; realidad aumentada; TIC aplicadas a la educación.</i>	m-learning, geolocalización, geo posición, aplicaciones de realidad aumentada. Aplicaciones de RA y geolocalización.	Estudio descriptivo sobre el uso de las TIC en las escuelas.	La alta penetración de los dispositivos digitales móviles entre el alumnado se complementa con la valoración del profesorado sobre la funcionalidad didáctica de estas aplicaciones al permitir el desarrollo de prácticas educativas nuevas, desarrollando las capacidades de percepción interactiva y la concepción geográfico-espacial.

Garay, E. U. et al. (2017)	Valoración de objetos educativos enriquecidos con realidad aumentada: una experiencia con alumnado de máster universitario	<i>Realidad Aumentada, investigación, educación.</i>	Realidad Aumentada (Prendes, 2015) en casi todos los niveles educativos formales (Bongiovani, 2013; De Pedro & Méndez, 2012; Gutiérrez, 2014; Pei-Hsun y Ming-Kuan, 2013),	Se utiliza una encuesta tipo Likert que indaga sobre las características de este tipo de materiales: aspectos técnicos y estéticos, facilidad de navegación y desplazamiento por el entorno y guía/tutorial.	El estudio pone de manifiesto que la característica que mejor se valora de RA es la facilidad de navegación: objetos intuitivos, rápidos en su respuesta y sencillos de utilizar.
Giasiranis, S. y Sofos, L. (2017)	Flow Experience and Educational Effectiveness of Teaching Informatics using AR	<i>Augmented reality, Flow, Interactive learning environments, Secondary education</i>	RA en salones de clase, RA y aprendizaje,	Estudio experimental aplicando una secuencia con RA.	it contributes, to a great extent, to students' performance improvement and the second one is that it helps students experience the psychological state of Flow.
Grau, P. R. (2014)	Nuevos entornos corporativos de aprendizaje	<i>Sin palabras clave</i>	Gamificación	Reporte informativo sobre los entornos corporativos	Estos conceptos obligan a plantear los proyectos desde una perspectiva cada vez más estratégica, más amplia, de forma multidepartamental y multidisciplinar, creando un ecosistema de competencias y conocimientos con colaboraciones internas y externas, en definitiva, mucho más apasionante.
Gutiérrez, R. S. et al (2018)	Aprendizaje de los Conceptos Básicos de Realidad Aumentada por Medio del Juego Pokémon Go y sus Posibilidades como Herramienta de Mediación Educativa en Latinoamérica.	<i>realidad aumentada; Pokémon GO; video juegos; aprendizaje básico</i>	Realidad Aumentada, libros interactivos, juegos y RA.	Estudio cualitativo usando una encuesta por redes sociales.	Cuando se le preguntó al grupo objetivo sobre nuevas posibles aplicaciones con la RA, la mayoría consideraron aplicaciones de tipo pedagógico, lo cual es una muestra del alto potencial y aceptación que tiene esta tecnología en el sector educativo.

Hsin, Y. Ch. et al (2013)	Integrating a mobile augmented reality activity to contextualize student learning of a socioscientific issue.	<i>Sin palabras clave por ser un coloquio.</i>	RA como tecnología emergente.	Implementación de una secuencia de RA.	The study provides a case of how mobile AR can be incorporated into instruction to facilitate learning in an SSI context.
Joo, N. J. et al. (2017)	Augmented reality and pedestrian navigation through its implementation in m-learning and e-learning: Evaluation of an educational program in Chile.	<i>Authoring tools and methods Media in education Navigation Evaluation methodologies</i>	m-learning y e-learning,	Metodología mixta, enfoque experimental, aplicación de secuencia didáctica.	Is established as conclusion that from a context m-learning and e-learning, it is possible to implement a design of an educational experience about of heritage contained in the territory, with widely positive results.
Kiryakova, G. et al (2018)	The Potential of Augmented Reality to Transform Education into Smart Education	<i>Smart education, Digital natives, Augmented Reality, Smart things, and technologies.</i>	La educación inteligente, nativos digitales, las cosas inteligentes y tecnologías, la realidad aumentada como una herramienta de innovación digital para transformar la educación.	Análisis bibliográfico alrededor del tema de realidad aumentada.	Augmented Reality can bring significant and innovative changes in education to be in line with new needs and requirements of learners, teachers, and society.
Koutromanos, G. et al. (2015)	The use of augmented reality games in education: a review of the literature	<i>augmented reality games; mobile devices; formal and informal environments of learning</i>	Realidad aumentada, ventajas de la RA,	Revisión de literatura acerca del uso de la realidad aumentada en el contexto de la educación.	That even though existing research findings point to positive outcomes from the use of augmented reality in education, several research areas remain unexplored and several questions remain unanswered.
Lee, K. (2015)	Augmented Reality in Education and Training	<i>Augment Reality, Virtual Reality, Training, Educational Technology</i>	Ra en educación y entrenamiento,	Revisión literaria sobre el tema	There is much optimism of AR in education and training for the future. New technologies and information communications are not only powerful and compact enough to deliver AR experiences.

León F. et al (2018)	Estrategias de formulación de preguntas de calidad mediadas por realidad aumentada para el fortalecimiento del pensamiento científico.	<i>realidad virtual, tecnología educativa, innovaciones pedagógicas, pensamiento científico.</i>	Preguntas de calidad, RA, educación y RA.	Investigación de tipo cualitativo, paradigma interpretativo, intervención, observación participante.	La estrategia de formulación de preguntas de calidad mediada por realidad aumentada fortaleció el pensamiento científico en los estudiantes propiciando procesos cognitivos superiores necesarios a la hora de construir interrogantes
Marín D. V. (2016)	Posibilidades de uso de realidad aumentada en la educación inclusiva. Estudio de caso	<i>educación inclusiva; realidad aumentada; TIC; aula; estudiante</i>	Realidad aumentada y educación, educación inclusiva.	Estudio ex-post-facto, diseño de carácter descriptivo y correlacional.	Esta herramienta permite el desarrollo de la educación en general y de la inclusiva en particular, potencia la creatividad y la enseñanza a través de la experimentación y del libre descubrimiento.
Martínez H. H. et al (2017)	Modelos de Realidad Aumentada aplicados a la enseñanza de la Química en el nivel universitario	<i>realidad aumentada, química, enseñanza superior.</i>	Realidad aumentada y educación, RA y química, informe Horizon,	Se realizó un estudio exploratorio con corte cualitativo a cerca de la implementación de una secuencia didáctica con el uso de RA.	La valoración de los estudiantes de las asignaturas donde se aplicó la Realidad Aumentada muestra que la misma contribuyó a incrementar el interés por las asignaturas ya aumentar su comprensión de los contenidos.
Özenen, G. y Mert, S. (2015)	Evaluating the impact of augmented reality of augmented reality systems for model-making in architectural education and design studios	<i>architectural education, augmented reality, model-making</i>	TIC y educación, TIC y arquitectura, RA y arquitectura	Estudio exploratorio, haciendo una intervención con la aplicación de RA.	Considering the results of the present study it is concluded that the experience using AR technology has contributed new educational values that have a direct impact on model-making.

Parroquín. A. P. et al (2015)	Aplicación de realidad aumentada en la enseñanza de la física	<i>Realidad Virtual, Realidad Aumentada, desarrollo de software.</i>	RA y educación, RA y física.	Investigación de tipo tecnológica	Se alcanzó el objetivo de investigación al construir una aplicación web basada en Realidad Aumentada y se probó su utilidad en el aprendizaje de un tema de Física obteniéndose una ganancia.
Ponce, T. M. A. et al (2017)	Sistema computacional de realidad aumentada para la solidificación del aprendizaje en la educación básica	<i>Procesos, enseñanza, aprendizaje, tecnología, realidad aumentada.</i>	TIC y educación	Estudio exploratorio	Como conclusión el software naturaleza aumentada permitió desarrollar mayor capacidad de concentración, interacción, y comunicación maestro estudiante siendo de un gran aporte para elevar el nivel de rendimiento académico en el aula de clases.
Prendes E. C. (2015)	Realidad aumentada y educación: análisis de experiencias prácticas	<i>Realidad aumentada, educación, informe</i>	Realidad aumentada, niveles de RA, relevancia de la RA en la educación,	Investigación de tipo de exploratorio, búsqueda literaria.	Es complicado sacar conclusiones empíricas sobre la idoneidad de las propuestas presentadas a falta de más estudios que aborden la cuestión, lo cual es un campo de estudio abierto para futuras investigaciones.
Rizov T. (2015)	Augmented reality as a teaching tool in higher education.	<i>Augmented reality, Teaching techniques, Modernization.</i>	RA como herramienta de enseñanza, RA y la ingeniería.	Tipo de estudio empírico y cuantitativo.	This application is assisting the teachers in easier transfer of knowledge for the given course.
Sánchez, G. J. M. y Toledo, M. P. (2017)	Tecnologías convergentes para la enseñanza: Realidad Aumentada, BYOD, Flipped Classroom	<i>Bring Your Own Device (BYOD), Realidad Aumentada (RA), Entornos de aprendizaje,</i>	RA, Flipped Classroom, RA y la educación, uso de BYOD, cambios en el rol docente con las tecnologías emergentes.	Revisión literaria de tema.	La sustitución de los elementos del aula y la integración de materiales curriculares basados en RA es una oportunidad. Los autores de este trabajo aprecian que la convergencia

		<i>Aplicaciones Educativas, Implantación.</i>			entre BYOD, RA y FC es deseable y que aportaría contenidos y formas de impartir docencia novedosa, y mejoras en todos los ámbitos y niveles educativos.
Serin, H. (2017)	Augmented Technologies in the education: AR apps	<i>augmented technologies; education; education technology</i>	Que es realidad aumentada, el uso de la realidad aumentada en la educación, las ventajas del uso de la RA en la educación, limitaciones del uso de la RA, las actitudes de los estudiantes hacia la RA, puntos de vista de los profesores hacia la RA	Revisión literaria del tema.	Augmented reality applications are auxiliary tools for the education implementers in the process of learning and teaching. However, it is required to give guidance and orientation services to the teachers so that they can decently make use of these apps in the classroom settings.
Toledo, M. P. y Sánchez, G. J. M. (2017)	Realidad Aumentada en Educación Primaria: efectos sobre el aprendizaje	<i>Realidad Aumentada; Innovación Educativa; Educación de Primaria; Tecnología Educativa; Aprendizaje.</i>	Definición de RA, aplicación de la RA en educación.	Metodología de tipo mixto, se realizó entrevista semiestructurada, corte cuasiexperimental.	Comparando el grupo control y el experimental apreciamos que esta mejora es de más de 2 puntos sobre 10, por lo que podemos decir que el uso de esta metodología para la adquisición de conocimientos y la mejora del rendimiento de los alumnos es deseable y beneficiosa.
Vidal, L. M. et al (2017)	Realidad aumentada	<i>Realidad Aumentada</i>	RA, RA y educación.	Revisión literaria	Estas innovaciones tecnológicas, integradas cada vez más a los procesos docentes, facilitan sin lugar a duda un aprendizaje más activo e independiente y permiten la adquisición de las habilidades previstas en los programas de estudio

Yoon, S, et al (2016)	How Augmented Reality Enables Conceptual Understanding of Challenging Science Content	<i>Augmented reality, Challenging science content, Bernoulli's principle</i>	Bernoulli, realidad aumentada y educación.	Estudio exploratorio.	Convince us that AR can be used to support learning in informal environments through specific scaffolds. We have shown in this study that AR not only supports learning of science content but can also support learning of very challenging science content during brief periods of exploration.
--------------------------	---	--	--	-----------------------	---