BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

DISEÑO DE ÁBACO PARA OPERACIONES BÁSICAS Y ECUACIONES DE PRIMER GRADO: UN ESTUDIO CON PERSONAS CON DISCAPACIDAD VISUAL

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
LIC. RAFAEL MEZA CRUZ

DIRECTOR DE TESIS
DR. ERIC FLORES MEDRANO
CO-DIRECTOR DE TESIS
DRA. DINAZAR ISABEL ESCUDERO ÁVILA

PUEBLA, PUE. MAYO 2019

AGRADECIMIENTO

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por su apoyo y patrocinio para la realización de este proyecto de tesis, otorgando apoyo financiero durante el periodo de enero 2017 a diciembre 2018.

CVU: 815091

AGRADECIMIENTOS Y DEDICATORIAS

Le agradezco a mi familia por acompañarme en el transcurso de la maestría, por ser mi fortaleza en los momentos de debilidad y por brindarme una vida llena de aprendizajes, experiencias y sobre todo felicidad. Les agradezco por apoyarme en todo momento, por los valores que me han inculcado, y por darme la oportunidad de tener una excelente educación en el transcurso de mi vida, educación que sentó las bases para alcanzar este nivel de estudios.

Agradezco a mis hermanos Amelia y Adrián por mostrarme su apoyo incondicional y a mi cuñada Sara por su nobleza y por brindarme el mismo cariño y apoyo de hermanos.

A mis compañeros y amigos de la maestría, les agradezco por haberme apoyado en las buenas y en las malas, sobre todo por sus grandes muestras de solidaridad en los momentos más difíciles de mi vida, por ayudarme y motivarme a seguir adelante para poder concluir la maestría.

Agradezco el apoyo y dedicación a los docentes de la maestría, por haber compartido conmigo sus conocimientos y darme la oportunidad de iniciar y concluir estos estudios. A pesar de no tener experiencia en la atención educativa de personas con discapacidad visual, siempre mostraron la apertura y sensibilidad al impartir sus clases

Gracias a los informantes, por tener la disposición de participar en la aplicación de la herramienta que se diseñó y por aportar su tiempo y sus ideas para beneficiar a más personas con discapacidad visual.

A mi padre, Rafael Meza Rodríguez, por ser mi ejemplo de vida, por apoyarme en todo lo que hago sin dudarlo, y por ser quien construyó este nuevo diseño de ábaco, de la mano conmigo, para que fuera utilizado en el desarrollo de este trabajo.

Agradezco especialmente a mi esposa Saraí, por su amor incondicional, por su tiempo, por apoyarme en el diseño de las imágenes para la presentación de este trabajo, pero especialmente por hacerme el hombre más feliz del universo al traer al mundo a mi único y verdadero amor, mi pequeña Lorena Meza Bernal, a la cual dedico especialmente esta tesis, pues la amé desde antes de nacer, la amé cuando la escuché por primera vez, la amé durante el tiempo que estuvo conmigo y la seguiré amando por toda la eternidad; siempre vivirá en mi mente, corazón y alma, a ella más que a nadie dedico este trabajo, porque con ella conocí el cielo, tuve la dicha de tener entre mis brazos la estrella más bella del universo, y ella fue el motivo más grande de mi vida para querer superarme. No pude ser más afortunado, no podía pedir más, pues tuve entre mis brazos a un angelito que tal vez no era digno de tener, pero sé que algún día lo seré, y cuando la vea le diré todo lo que fue y sigue siendo para mí, y que por ella pude lograr esta meta, le diré que ella fue el motor que me impulsó no solo a concluir este trabajo, sino el motor que impulsó todo en mi vida.

ÍNDICE

ÍNDICE DE IMÁGENES

RESUMEN

En México existen reformas que intentan garantizar el derecho a la educación de todos los niños, incluyendo, por su puesto, a los niños con discapacidad. Sin embargo, la inclusión de los alumnos con discapacidad al aula regular ha representado un verdadero reto.

En el caso de los alumnos con discapacidad visual (DV), la educación especial ha contribuido al desarrollo de herramientas que faciliten a los alumnos el acceso a los contenidos especificados en los planes y programas de estudio. Sin embargo, puede observarse que los docentes, en muchos de los casos, desconocen las herramientas existentes o desconocen cómo se utilizan; por otra parte, se puede observar que existen contenidos que siguen siendo inaccesibles a los alumnos con DV, pues las herramientas existentes aún no cubren todas las necesidades, las cuales solo abarcan hasta la resolución de la raíz cuadrada, como es el caso del ábaco Cranmer y la caja aritmética.

El objetivo de esta investigación es analizar la utilidad y uso de un nuevo diseño de ábaco, para la enseñanza-aprendizaje no solo de operaciones básicas, sino también el manejo de números negativos y la resolución de ecuaciones de primer grado en personas con DV. Este trabajo da respuesta a la pregunta de investigación: ¿Cómo diseñar una herramienta que permita a los alumnos con discapacidad visual aprender a resolver operaciones básicas, manejar números negativos y ecuaciones de primer grado?

Esta pregunta de investigación fue respondida a través de un método cualitativo, en el cual participaron dos informantes con discapacidad visual mayores de 18 años, con los cuales se realizaron sesiones de trabajo abordando los diferentes contenidos matemáticos en el ábaco.

Los resultados obtenidos nos indican que el ábaco diseñado es una herramienta útil para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en personas con discapacidad visual y que se puede implementar en un aula regular para trabajar con niños con DV a la par que con niños normovisuales.

ABSTRACT

In Mexico, there are reforms that seek to guarantee the education right for all children, including, of course, children with disabilities. However, the inclusion of students with disabilities in the regular classroom has represented a real challenge.

In the case of students with visual disabilities (VD students), special education has developed tools that ease students to access to the contents specified by the educational plans and programs. However, in many cases, teachers do not know the existing tools or they do not know how to use them. Moreover, there are contents that are still inaccessible to VD students because the existing tools do not yet cover all the needs, which nowadays only cover the resolution of the square root, as is the case of the Cranmer abacus and the arithmetic box.

The aim of the present research was to evaluate the usefulness and use of a new abacus design for the teaching-learning, not only of basic operations, but also the management of negative numbers and the resolution of first-degree equations in VD people. The present work answered the research question: How to design a tool that allows VD students to solve basic operations, handle negative numbers and first degree equations?

This research question was answered through a qualitative method, in which two DV informants older than 18 years, participated in working sessions approaching the different mathematical contents in the new abacus.

The results obtained indicated that the designed abacus is a useful tool for teaching mathematics to VD people and can be implemented in a regular classroom to work with VD children at the same time as with normovisual children.

INTRODUCCIÓN

Este proyecto se desarrolló con la finalidad de apoyar a los docentes a dar una respuesta a las necesidades educativas especiales de los alumnos con discapacidad visual, específicamente, en la materia de matemáticas. En este trabajo se muestra el desarrollo de un nuevo diseño de ábaco, sobre el cual se proporcionan sugerencias didácticas, ejercicios graduales y secuenciados, que abarcarán los principales contenidos matemáticos en educación básica, específicamente, en la implementación y enseñanza de números negativos y ecuaciones de primer grado.

En el capítulo 1 se plantean los objetivos, la pregunta de investigación, la justificación y estructura de este trabajo.

En el capítulo 2 abordaremos el marco teórico que sustenta este trabajo, revisaremos los antecedentes, algunas definiciones, la atención educativa en alumnos con DV y su proceso de enseñanza-aprendizaje en el área de las matemáticas. Se puntualizará la enseñanza de las matemáticas a través del uso de herramientas y el uso del ábaco Cranmer. Para finalizar se explicará en qué consiste la propuesta del nuevo diseño de ábaco.

En el capítulo 4 se mostrará el análisis realizado sobre los datos obtenidos, cómo se dividieron los temas en cada una de las sesiones y qué se trabajó en cada una de ellas y, finalmente, se analizarán las dificultades que los informantes tuvieron al momento de realizar operaciones de suma, resta, multiplicación y división, además de los comentarios que aportaron información relevante a la investigación.

Finalmente, en el capítulo 5 abordaremos las conclusiones de esta investigación, a partir de los resultados de este trabajo.

Capítulo 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La inclusión de las personas con discapacidad en la educación es un tema central en la actualidad y de suma importancia. Tomando en consideración que el artículo tercero de la constitución señala que “todo individuo tiene derecho a recibir educación”, las escuelas regulares tienen la responsabilidad social de facilitar la incorporación de personas con discapacidad al ámbito educativo,

La inclusión educativa busca favorecer la ampliación y democratización de las oportunidades de formación en el marco del concepto de aprendizaje a lo largo de la vida y de la educación como un derecho (ONU, 1994).

La educación especial es una modalidad que el sistema educativo crea para apoyar a las personas con discapacidad. Sin embargo, para algunos autores es una forma de segregación porque involucra un proceso excluyente de los alumnos con discapacidad de las escuelas regulares (Aquino, 2012).

De acuerdo con SEP (2010) la educación para personas con discapacidad visual inició con la creación de la primera escuela para niños ciegos en París, Francia en 1784 por Valentín Haûy. Además menciona que posteriormente se funda una escuela para ciegos en 1804 en Viena por Johan Klein; otra en 1832 en Estados Unidos y la de Cuba en 1878. Asimismo, según SEP (2010) en el siglo XX, se extendió la educación a las personas con discapacidad visual en diferentes partes del mundo: en América Latina y Barcelona en 1893; Chile en 1900; Colombia en 1925; Perú en 1935; Venezuela en 1936 y Uruguay en 1950. En México, en 1870 se inauguró la Escuela Nacional de Ciegos, siendo la primera escuela de este tipo en América Latina.

En México, la educación especial se centra en la educación básica, abarcando el nivel de inicial, primaria y secundaria. A partir de 1993 se impulsa de manera importante la reestructuración de los servicios de educación especial buscando promover la integración educativa de los alumnos en las aulas de escuela regular (SEP, 2006).

Los Centros de Atención Múltiple (CAM) son los servicios escolarizados que brindan educación básica a los alumnos con discapacidad, discapacidad múltiple o trastornos del desarrollo que requieren adecuaciones curriculares altamente significativas. Las Unidades de Servicio de Apoyo a la Educación Regular son los servicios encargados de apoyar el proceso de inclusión de alumnos con necesidades educativas especiales, prioritariamente aquellas asociadas con discapacidad y/o aptitudes sobresalientes, en las escuelas de educación regular en los diferentes niveles educativos (SEP, 2006). En estos servicios se plantea la enseñanza de diversos conocimientos a través de sistemas específicos de apoyo como el sistema Braille a los niños ciegos.

A pesar de la reestructuración de los servicios de educación especial a través de los cuales se pretende dar mayor facilidad de acceso a la educación a los niños con discapacidad, se hizo necesario dar mayor fuerza al proceso de inclusión, por lo que en 2005 se aprueba en México la Ley General de Personas con Discapacidad y posteriormente en 2011 se decreta la Ley General para la Inclusión de las Personas con Discapacidad (LGIPD), cuyo propósito es "promover, proteger y asegurar el pleno ejercicio de los derechos humanos y libertades fundamentales de las personas con discapacidad, asegurando su plena inclusión a la sociedad en un marco de respeto, igualdad y equiparación de oportunidades" (LGIPD, art.1°, 2011).

En la actualidad, en el ámbito educativo, la atención de alumnos con Discapacidad Visual (DV) ha resultado un verdadero reto para los docentes de educación especial o escuela regular. Para dar respuesta a las necesidades educativas especiales de los alumnos con Discapacidad Visual se han diseñado diferentes herramientas, algunas con la finalidad de apoyar el manejo del Sistema Braille como método de lecto-escritura, entre las cuales destacan: la maquina Perkins, el punzón y la regleta, la impresora Braille, libros Braille, etc. En lo que respecta al uso de las tecnologías, se han diseñado programas como son Jaws y el NVDA, los cuales se utilizan como lectores de pantallas y facilitan al alumno con DV el uso de la computadora. De la misma forma, en el área de las matemáticas existen herramientas de apoyo como son los números en relieve, material concreto, caja aritmética, el ábaco Cranmer, etc.

Sin embargo, las herramientas utilizadas para la enseñanza de las matemáticas a niños con DV, no han cubierto las necesidades de enseñanza-aprendizaje en niveles más avanzados como la resolución de problemas algebraicos, específicamente, la enseñanza de ecuaciones de primer grado. Los instrumentos como el Ábaco Cranmer se limitan a la enseñanza de operaciones aritméticas llegando únicamente hasta la enseñanza de la raíz cuadrada. Por otra parte, los docentes de grupo de escuela regular en el Estado de Puebla no cuentan con formación académica en el manejo del Sistema Braille, el cual es un sistema de escritura que sirve de apoyo para la enseñanza de las matemáticas, del mismo modo no utilizan herramientas como el ábaco Cranmmer, la caja aritmética, u otros, limitándose a enseñar a los niños normovisuales a través de las estrategias comunes con el uso del pizarrón, el cual no puede ser visto por el niño con DV lo que limita seriamente su aprendizaje.

El objetivo de estudio de este trabajo es analizar la utilidad y uso de un nuevo diseño de ábaco, para la enseñanza-aprendizaje de operaciones básicas, manejo de números negativos y ecuaciones de primer grado en personas con DV.

Este proyecto intentará apoyar a la comunidad educativa (maestros y alumnos) a conocer e implementar un nuevo diseño de ábaco especial para utilizarlo en la enseñanza de las matemáticas, proporcionando sugerencias didácticas, ejercicios graduales y secuenciados que abarquen los principales temas de la educación básica, poniendo énfasis en la enseñanza de las ecuaciones de primer grado. En las conclusiones mostraremos cómo el uso de este ábaco en escuela regular es de fácil implementación por lo que el maestro puede ser capacitado para su uso no solo con alumnos con DV, sino también con alumnos normovisuales, lo que favorece la verdadera inclusión de los alumnos con DV a las actividades escolares.

En el desarrollo de este proyecto daremos respuesta a la pregunta de investigación: ¿Cómo diseñar una herramienta que permita a los alumnos con discapacidad visual aprender a resolver operaciones básicas, manejar números negativos y ecuaciones de primer grado?

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

En este capítulo se abordarán los antecedentes de la educación para personas con discapacidad, se hablará de los inicios de la educación y cómo fue cambiando del asistencialismo hasta lo que hoy llamamos modelo de inclusión, posteriormente se darán algunas definiciones como discapacidad, discapacidad visual, ceguera y baja visión, para manejar los términos adecuados. Asimismo, se abordará el tema sobre la atención educativa en alumnos con DV y la importancia de que los docentes tomen en cuenta a sus alumnos con discapacidad visual realizando adecuaciones e impulsándolos a participar en las actividades escolares.

Por otra parte hablaremos de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas a alumnos con discapacidad visual y lo importante que es el uso de herramientas para la enseñanza a este tipo de alumnos. Se dará una breve historia del ábaco y como surgieron los ábacos para personas ciegas. Finalmente, se explicará lo relacionado con el uso del nuevo diseño el cual se creó para enseñar ecuaciones de primer grado a personas con discapacidad visual

2.1 Antecedentes

El origen de la educación especial en México se sitúa en el año 1866 con la inauguración de la Escuela Municipal de Sordomudos que en 1867, por decreto presidencial, se transforma en nacional, y posteriormente con la creación de la Escuela Nacional para Ciegos en 1870. A partir de estos eventos, se crearon varios modelos de atención para las personas con discapacidad, desde el asistencialismo hasta la integración (Santana, Calderón y Ceja, 2012).

Actualmente el modelo de atención educativa para los alumnos con discapacidad orienta las acciones educativas hacia la inclusión, con el propósito de garantizar que todos los alumnos y las alumnas, sea cual sea su condición, se eduquen juntos en la escuela de su comunidad municipio o estado y participen de las actividades que se realizan en el aula y la escuela además de las oportunidades de aprendizaje que brinda la Educación Básica (SEP, 2018).

La educación inclusiva se apoya del modelo social, el cual se describe en el "Manual de Orientaciones para la Intervención Educativa de la Unidad de Servicios de Apoyo a la Educación Regular" y cuyo enfoque considera que la discapacidad no es inherente a las personas, la discapacidad es considerada un fenómeno social que se soporta en las barreras económicas, políticas, sociales y culturales que limitan a una persona para participar activamente en la sociedad. Desde este enfoque las limitaciones de una persona con discapacidad están determinadas por su contexto el cual no proporciona las condiciones necesarias que faciliten su participación en los diferentes ámbitos de la vida (SEP, 2011)

En el caso particular de las personas con discapacidad visual es importante definir en qué consiste este concepto, para lograr identificar las barreras sociales que existen en relaciona a esta condición; y aclarar, disminuir y quitar los obstáculos que impiden ofrecer una educación de calidad a este grupo de alumnos.

2.2 Algunas definiciones

Podemos encontrar diferentes definiciones de discapacidad, pero, según la Convención de los Derechos de las Personas con Discapacidad, "es un concepto que evoluciona y que resulta de la interacción entre las personas con deficiencias y las barreras debidas a la actitud y al entorno que evitan su participación plena y efectiva en la sociedad, en igualdad de condiciones con las demás," (ONU, 2006, p.1). La discapacidad puede ser Motriz, Visual, Mental, Auditiva. Este trabajo se centra en los aspectos educativos relacionados con la discapacidad visual.

La Organización Nacional de Ciegos Españoles define la discapacidad visual como una "limitación total o muy seria de la función visual". La DV se divide en personas que presentan ceguera o baja visión.

Ceguera: la persona con ceguera presenta una ausencia total de la percepción visual de objetos o personas, algunas pueden percibir luz y sombras, pero no la forma de los objetos (ONCE, 2013).

Baja visión: se refiere a la disminución de la agudeza o el campo visual de las personas; es decir, que quienes tienen una baja visión presentan una limitación significativa para ver en relación con aquéllos que tienen una visión normal, por lo que aún con corrección de lentes no alcanzan a distinguir los objetos cercanos (SEP, 2010).

2.3 La atención educativa en alumnos con DV

Los alumnos con DV deben estar incluidos en las escuelas regulares y participar en todas las actividades que se realizan en el salón de clases, para lograr tal fin los docentes están obligados a conocer los materiales específicos, estrategias metodológicas y de intervención, para que los alumnos puedan alcanzar los objetivos propuestos en el salón de clases. Estas adecuaciones y apoyos dependerán del grado de discapacidad visual que los alumnos presentan.

El docente es una parte importante para el aprendizaje de los niños con DV, si al planificar una clase toma en cuenta las adecuaciones que se tienen que realizar para que los alumnos con DV puedan comprender y realizar las actividades escolares, puede influir determinantemente en la capacidad del alumno para adquirir los aprendizajes esperados de las diversas materias académicas, sobre todo aquellas que son de vital importancia para su posterior desempeño académico, como es el caso de las matemáticas.

2.4 Enseñanza aprendizaje de las matemáticas a alumnos con discapacidad visual

Para la enseñanza de las Matemáticas a las personas ciegas existe poca literatura, y lo poco que se ha escrito son experiencias personales o información relacionada con material adaptado que las personas con discapacidad visual pueden manipular. Con esto no estoy afirmando que no existan técnicas y material para la enseñanza de las matemáticas a personas con DV, sin embargo, considero que el poco interés de la sociedad en el desarrollo académico de este sector de la población y la escasa difusión de los materiales elaborados y adaptados para alumnos con DV ha limitado la elaboración y documentación de material bibliográfico formal que arroje mayor información sobre el tema. Por lo que solo he podido rescatar algunas observaciones sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas para ciegos, a partir de mi experiencia como docente de alumnos con discapacidad visual y como persona con ceguera.

Los alumnos con discapacidad visual pueden aprender matemáticas como los niños normovisuales integrados en escuela regular, pero se debe tomar en cuenta la forma en la que el alumno con discapacidad visual construye imágenes mentales y conceptos, puesto que el sentido del tacto en un alumno con esta condición es de vital importancia como canal de aprendizaje, se requiere de apoyo de materiales concretos que el alumno pueda palpar y conocer con claridad que le permitan manipular y procesar la información matemática. Además, es importante que el profesor tenga presentes los conocimientos previos del alumno y plantearle situaciones significativas de aprendizaje.

Los alumnos con DV requieren indicaciones específicas verbales, a diferencia de los niños normovisuales, los cuales pueden captar información de manera inmediata y global a través de la vista. El niño con discapacidad visual requiere mayores explicaciones verbales que lo contextualicen en la situación y de los elementos del entorno, así mismo, cuando presentamos datos numéricos, materiales, etc. durante la enseñanza de las matemáticas, es necesario utilizar el lenguaje verbal para que el alumno tenga acceso a los contenidos matemáticos, a los procedimientos y conozca los recursos y apoyos que utilizará.

Por otra parte, se observa que los alumnos con discapacidad visual requieren explorar los objetos con más detenimiento, es decir, que a diferencia del alumno normovisual, el cual, como se mencionó anteriormente, puede captar la información de forma inmediata con ayuda de la vista, el alumno con discapacidad visual requiere utilizar el sentido del tacto y la exploración para tener acceso a la información que se le presenta, es por eso que pueden ocupar más tiempo que sus compañeros a la hora de explorar materiales o herramientas nuevas, por ejemplo, para realizar operaciones matemáticas en una caja aritmética o reconocer figuras.

También puedo rescatar que a diferencia de otros materiales utilizados para la enseñanza de las matemáticas a niños con discapacidad visual, el ábaco Cranmer es una herramienta muy útil para que los alumnos, a partir de 3° de primaria, realicen cálculos matemáticos, puesto que agiliza el proceso de conteo, escritura de cifras y realización de operaciones matemáticas. A diferencia de la caja aritmética o los números en relieve que requieren que el niño realice una exploración táctil detallada para reconocer la información numérica, el ábaco Cranmmer permite que el niño identifique de forma más inmediata el contenido matemático que está trabajando pues solo requiere identificar el número y la posición de las cuentas.

2.4.1 La enseñanza de las matemáticas a través del uso de herramientas

Las herramientas pueden ser instrumentos físicos o virtuales que tienen potencial para mejorar la comprensión matemática. Una tarea basada en herramientas es vista como un diseño del profesor con el objetivo de que los alumnos impulsen un entorno interactivo basado en herramientas donde profesores, alumnos y recursos se enriquezcan entre ellos para promover experiencias matemáticas (Watson y Minoru, 2015).

Tal como se menciona en la introducción a este trabajo, en el ámbito educativo, la atención de alumnos con Discapacidad Visual es un desafío tanto para el docente de educación especial como el de escuela regular, a pesar de que existen diversas herramientas de apoyo como son la regleta y el punzón y la maquina Perkins para la escritura del Sistema Braille, la impresora Braille, los libros Braille, los lectores de pantalla como Jaws y el NVDA, el uso de números en relieve, material concreto, la caja aritmética, el ábaco Cranmer, etc.

En el caso de la enseñanza de las matemáticas el uso del sistema braille resulta de mucha utilidad para la escritura y lectura de números y sus operaciones, tanto básicas como avanzadas. El Sistema braille es un sistema de lectoescritura diseñado para personas ciegas que se lee a través del tacto a partir de la combinación de seis puntos (SEP, 2019). Aunque una de las dificultades que presenta esta herramienta es el desconocimiento de los maestros de escuela regular sobre el sistema, por lo cual no existe una mayor interacción entre maestro y alumno.

La caja aritmética es una herramienta que contiene números en relieve del 0 al 9 así como signos matemáticos básicos, trazados sobre pequeños cuadros en forma de tachuela, los cuales se insertan en una plancha cuadrada con orificios para insertar cada número. Los alumnos con discapacidad visual pueden reconocer los números y los símbolos en relieve y el maestro de escuela regular puede verlos, por lo que se permite una mejor interacción entre maestro y alumno. Sin embargo, una de las dificultades más relevante que presenta este material es el proceso de reconocimiento táctil de los símbolos y números por parte del alumno con discapacidad visual, y la lentitud para leer o escribir una cifra o resolver una operación.

El ábaco Cranmer, resulta ser una herramienta de gran utilidad para realizar operaciones básicas como son: suma, resta, multiplicación, división, manejo de fracciones y raíz cuadrada. Con esta herramienta las operaciones pueden realizarse con mayor rapidez, sin embargo, en mi experiencia como docente y capacitador de docentes de educación especial en el Estado de Puebla, he observado que aunque el ábaco Cranmer es conocido en México para la enseñanza de las matemáticas a niños con Discapacidad Visual, se le da poco uso, y en muchos casos los maestros de educación especial y de escuela regular no saben la metodología para manejarlo, además de que no lo ven como una herramienta útil para poder enseñar matemáticas a sus alumnos con discapacidad visual.

2.4.2 Uso del ábaco Cranmer

De acuerdo con Galíndez (2002), el origen del ábaco es incierto, sin embargo, existen datos que señalan a la antigua Mesopotamia como el lugar donde se originó y a partir de ahí se extendió a diferentes partes del mundo, empezando por Egipto, posteriormente a los griegos los cuales manejaban los ábacos: Abax y Psammite, después a los Romanos, gracias a los cuales se extendió a la India, China y Rusia. En Rusia el ábaco se llama Schioti. Los chinos perfeccionaron el ábaco, el cual es llamado Suan Pan. Entre los siglos XII y XIII, el uso del ábaco se extendió a Corea y de ahí a Japón, al cual se le llama Sorobán.

En 1948 el profesor Lima de Moraes diseñó en Brasil un ábaco especial para personas ciegas que recibió su nombre, el cual se derivó de modificaciones realizadas al ábaco Sorobán y consta de 21 ejes. Su trabajo fue difundido en muchos países de América y Europa. En el año 1960, en Estados Unidos, T.V. Cranmer estudió el ábaco japonés y diseñó un ábaco de 13 ejes, el cual se fabricó y distribuyó a diversos lugares. En los años setenta, el Comité Internacional Pro Ciegos introdujo en México el uso del ábaco Cranmer y en 1972 la Escuela Nacional para Ciegos inició su utilización, la cual se extendió posteriormente a toda la República (Galíndez, 2002).

En los programas y guías para la enseñanza de los alumnos con discapacidad visual publicadas por la Secretaría de Educación Pública, esta herramienta es sugerida a los docentes de educación especial para trabajar la enseñanza de las matemáticas.

El ábaco consta de 13 ejes los cuales se representan por una letra, de la A a la M, estos ejes están contenidos dentro de una caja rectangular que se encuentra dividida por una barra llamada “Línea de valores”, sobre esta línea se señalan puntos en relieve por cada eje y cada tres ejes existe una línea vertical en relieve para dividir secciones la cual representa punto decimal (SEP, 2010).

Cada eje cuenta con 5 cuentas, cuatro por debajo de la línea de valores y una arriba de la línea de valores, las cuentas inferiores tienen valor de 1, 10, 100, etc, dependiendo del eje en el que se encuentran. Las cuentas superiores tienen un valor de 5, 50, 500, etc., dependiendo del eje en que se encuentran. Cuando la posición de las cuentas se encuentra junto a la línea de valor significa que están operando. A partir de la posición de las cuentas el alumno puede escribir cantidades sobre el ábaco y siguiendo el procedimiento correspondiente puede resolver operaciones matemáticas (SEP, 2010).

2.5 Uso de un nuevo diseño de ábaco

Este nuevo diseño está creado para que las personas ciegas o de baja visión lo utilicen para representar cifras y realizar operaciones matemáticas básicas (suma, resta, multiplicación y división). Por otro lado, y como una característica de suma importancia, este ábaco especial puede ser utilizado para resolver ecuaciones de primer grado.

Las operaciones en esta herramienta requieren de la comprensión del valor posicional. Para ejemplificar dicha importancia describiremos la forma de operar por medio de algunos ejemplos que van desde la suma hasta la ecuación.

Este ábaco se divide en 4 partes las cuales nombraremos de la siguiente forma: cuadrante A, cuadrante B, cuadrante C y cuadrante D, cada cuadrante consta de 7 ejes y cada eje consta de 4 cuentas inferiores y una superior, como se muestra en la figura 2.1. Para la enseñanza de contar y aprender las operaciones de suma y resta se puede trabajar en cualquier cuadrante y para la multiplicación y división se utilizarán los cuadrantes A C y D, pero la explicación de la suma y resta que veremos más adelante se trabajará en el cuadrante C.

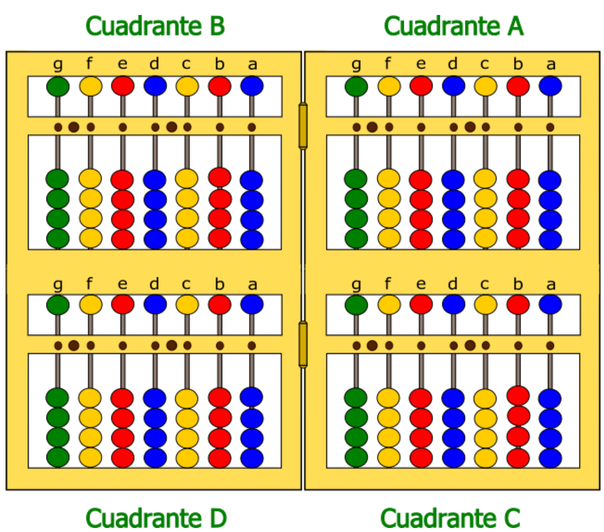


Figura 2.1. Cuadrantes

Fuente. Elaboración propia

2.5.1 Suma y resta sin hacer uso de complementos

En los ejercicios que veremos a continuación al sumar o restar, siempre tenemos las cuentas necesarias en cada eje para resolver la operación.

Suma: 22 + 16 = 38

1. Con el dedo pulgar escriba subiendo 2 cuentas en el eje “b” y 2 en el eje “a” en el cuadrante “C”.
2. Para sumar 16, con el dedo pulgar subimos una cuenta inferior en el eje “b” que representa las decenas, (2 + 1 = 3)
3. Para sumar 6 añadiremos la cuenta superior del eje “a”, la cual vale 5, bajándola con el dedo índice y subiendo 1 cuenta inferior que tiene un valor de 1, cada una con el dedo pulgar haciendo pinza (2+6=8).

A continuación, en la figura 2.2 se muestran los pasos para solucionar la suma.

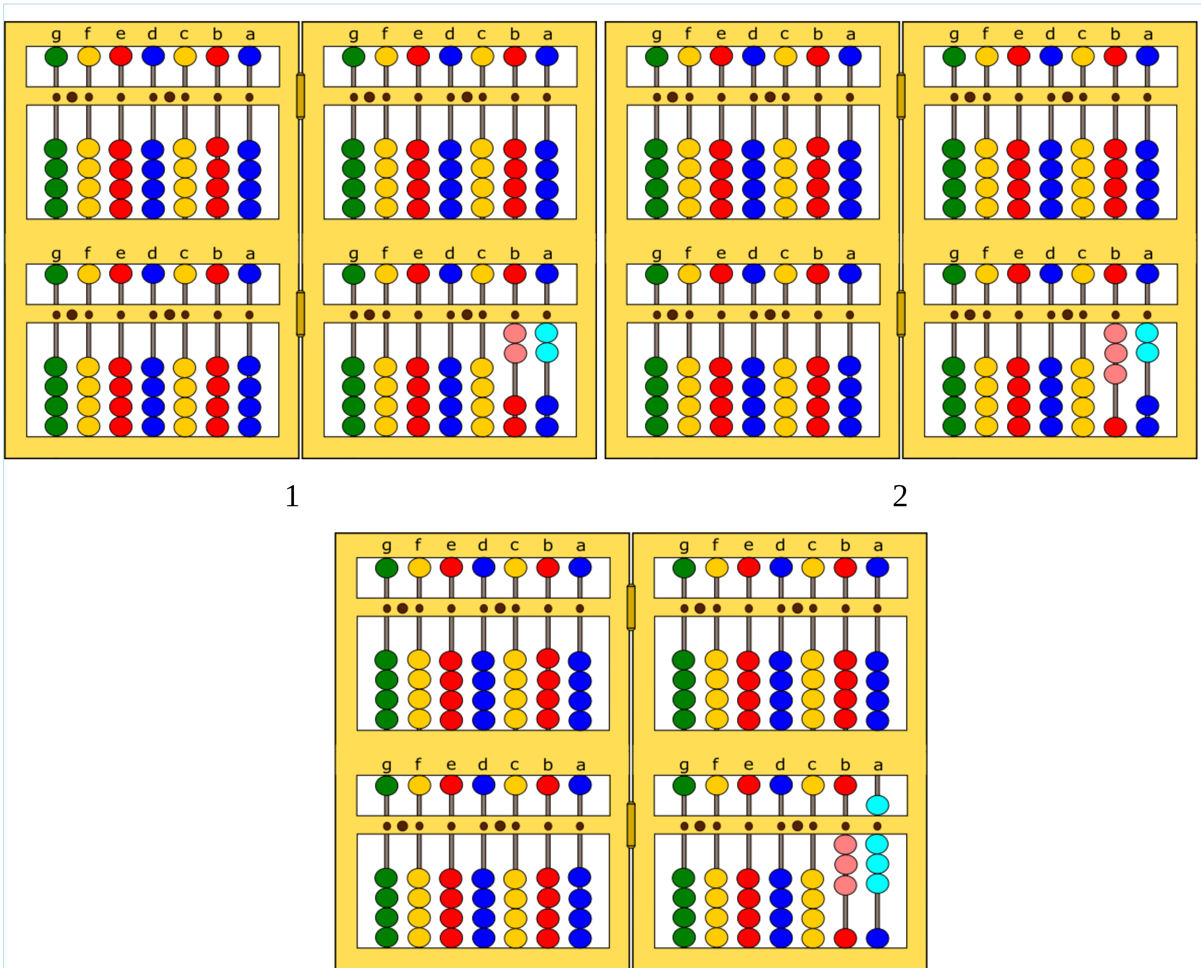


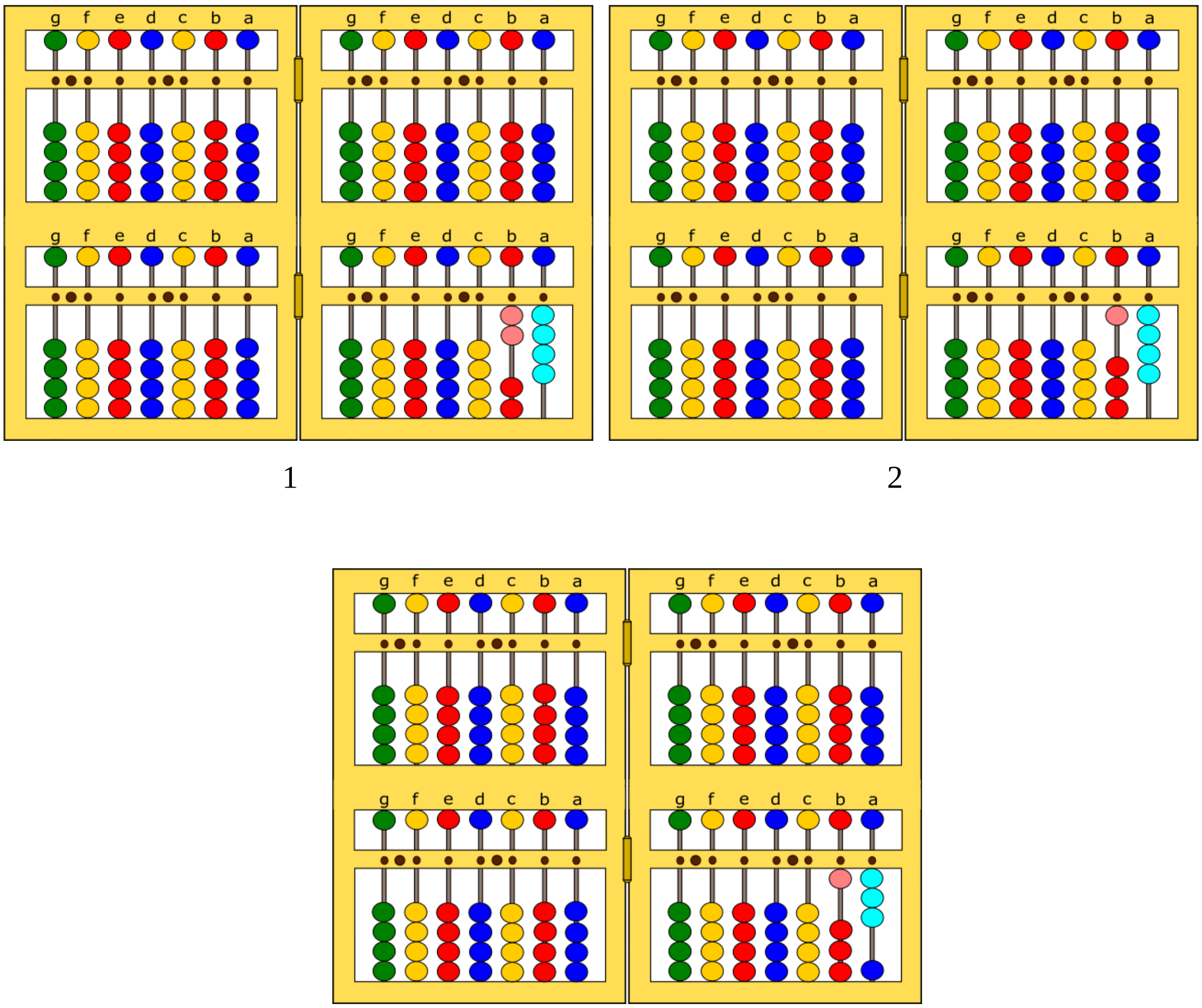
Figura 2.2. Proceso de resolución de la operación: 22 + 16 = 38

Fuente. Elaboración propia

<u>Resta: 24 - 11 = 13</u>

1. Escriba 2 en el eje “b” y 4 en el eje “a”, subiendo las cuentas para que toquen la línea de valor con el dedo pulgar.
2. Para restar 1 decena, cancele una cuenta inferior en el eje “b”, bajándola con el dedo índice (2 – 1 = 1).
3. Para restar una unidad, cancele una cuenta inferior en el eje “a”, bajándola con el dedo índice (4 – 1 = 3).

A continuación en la figura 2.3 se muestran los pasos para solucionar la resta.



3. Resultado: 13

Figura 2.3. Proceso de resolución de la operación: 24 - 11 = 13

Fuente. Elaboración propia

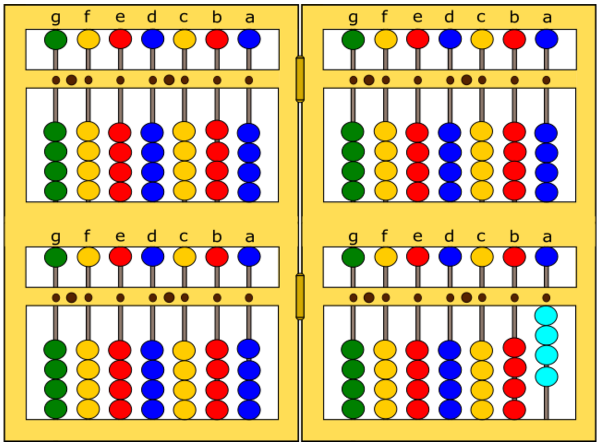
2.5.2 Adición y sustracción utilizando complementos de 5

En la operación que se realizó anteriormente, había suficientes cuentas inferiores y superiores para resolverla. En la operación que a continuación se muestra, no se tienen suficientes cuentas inferiores, pero contamos con la cuenta superior que tiene un valor de 5. Al tener un valor mayor, la cuenta superior para la operación, es necesario quitar el excedente. A esto se le llama complementos de 5. Por ejemplo, si deseo sumar 4 y no tengo suficientes cuentas en la parte de abajo para hacerlo, tengo disponible la cuenta superior, así que agrego la cuenta de arriba que vale 5 y tengo que restar 1, porque solo necesito agregar 4, si necesito agregar 3 y las cuentas inferiores no me alcanzan bajo la que vale 5 y quito dos, si tengo que agregar dos bajo cinco y quito tres, así sucesivamente.

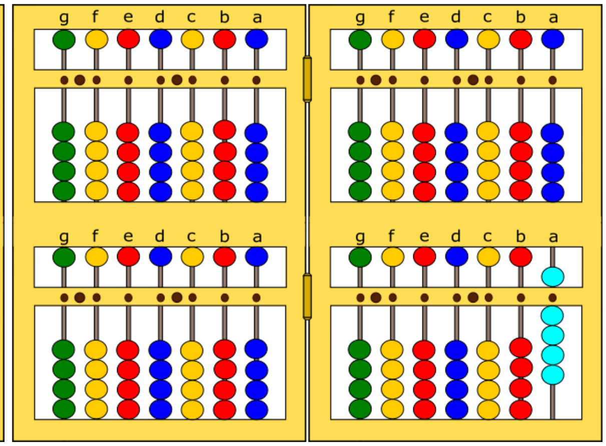
Suma: 4 + 3 = 7

1. Escriba cuatro en el eje "a" subiendo las cuatro cuentas inferiores con el dedo pulgar en el cuadrante "C".
2. Para sumar tres, como no tenemos suficientes cuentas en la parte inferior, tenemos que utilizar la cuenta superior que vale cinco, por lo que la bajaremos con el dedo índice para que toque la línea de valor.
3. Separaremos dos cuentas inferiores para compensar las dos que se agregaron cuando bajamos la cuenta que valía cinco. Así podemos ver que el resultado es siete ya que al bajar la cuenta que vale cinco y quitar las dos cuentas que valen uno, nuestro resultado será siete.

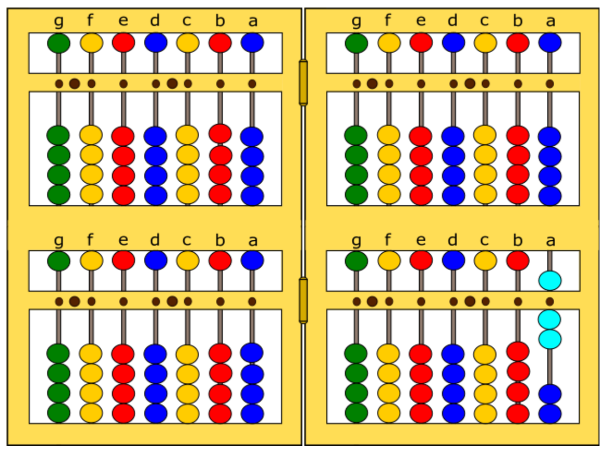
   A continuación, en la figura 2.4 se muestran los pasos para solucionar la suma con complemento de 5.



1



2



3. Resultado: 7

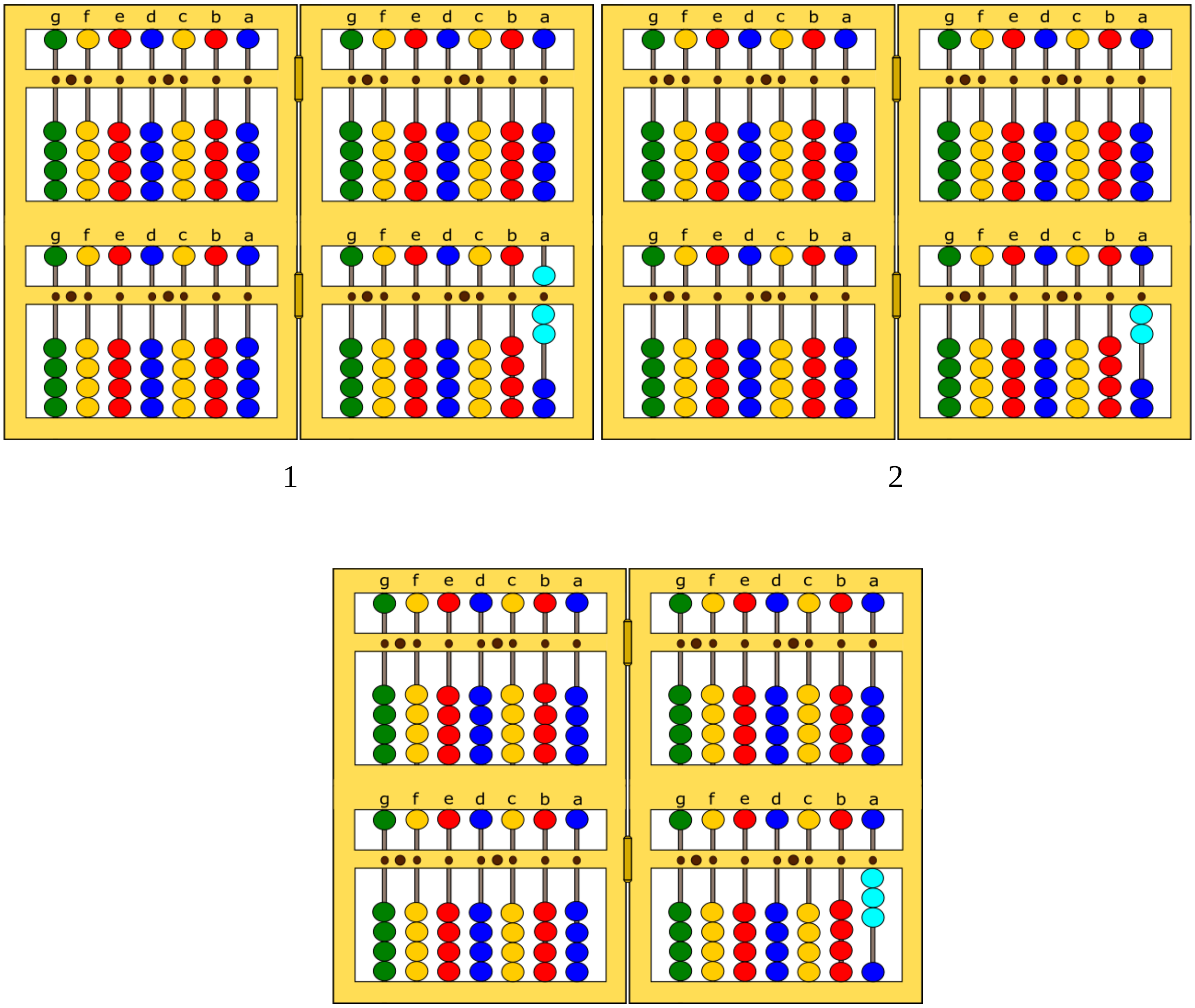
Figura 2.4. Proceso de resolución de la operación: 4 + 3 = 7

Fuente. Elaboración propia

<u>Resta: 7 - 4 = 3</u>

1. En el cuadrante "C" escribiremos siete en el eje "a" bajando con el dedo índice la cuenta superior y subiremos dos cuentas con el dedo pulgar haciendo un movimiento de pinza.
2. Para restar cuatro subiremos la cuenta que vale cinco con el dedo pulgar.
3. Posteriormente subiremos con el mismo dedo una cuenta inferior ya que solo queremos restar cuatro. Así que, al subir la cuenta que vale cinco y agregar una cuenta que vale uno el resultado será 3.

A continuación, en la figura 2.5 se muestran los pasos para solucionar la resta con complemento de 5.



1 2

3. Resultado: 3

Figura 2.5. Proceso de resolución de la operación: 7 - 4 = 3

Fuente. Elaboración propia

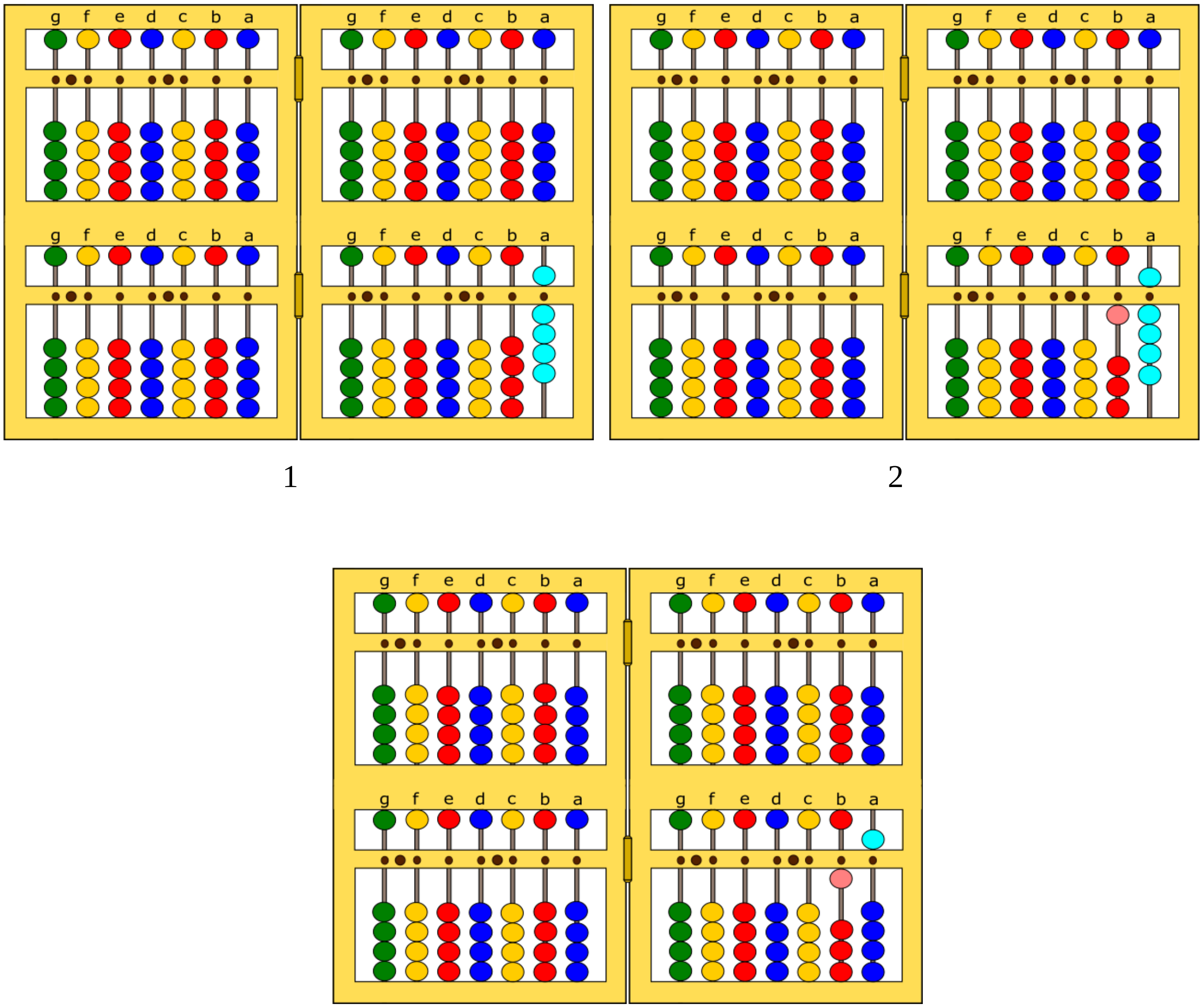
2.5.3 Adición y sustracción utilizando complementos de 10

Hasta ahora, la suma y resta se han podido operar empleando las cuentas del mismo eje. Cuando en una columna no hay suficientes cuentas, en la parte inferior ni en la parte superior, se emplea una unidad del orden inmediato superior (columna que está inmediatamente a la izquierda) y se calcula la diferencia entre 10 y la cantidad correspondiente. A esto le llamamos complemento de 10.

Suma: 9 + 6 = 15

1. En el cuadrante “C” escribiremos 9 en el eje “a” subiendo las cuatro cuentas inferiores con el dedo pulgar, al mismo tiempo bajaremos la cuenta superior que vale 5 con el dedo índice.
2. Para sumar 6 como no contamos con cuentas suficientes en el eje “a”, subimos con el dedo pulgar una cuenta del eje “B” la cual vale diez.
3. Como solo necesitamos seis, quitaremos las cuatro cuentas inferiores del eje “a”, para compensar lo agregado. Así que al sustraer las cuatro cuentas inferiores en el eje “a” nos queda una cuenta en el eje “b” que vale diez y la cuenta superior que en el eje “a” que vale cinco, lo que nos da un resultado de quince.

A continuación en la figura 2.6 se muestran los pasos para solucionar la suma con complemento de 10.



1 2

3. Resultado: 15

Figura 2.6. Proceso de resolución de la operación: 9 + 6 = 15

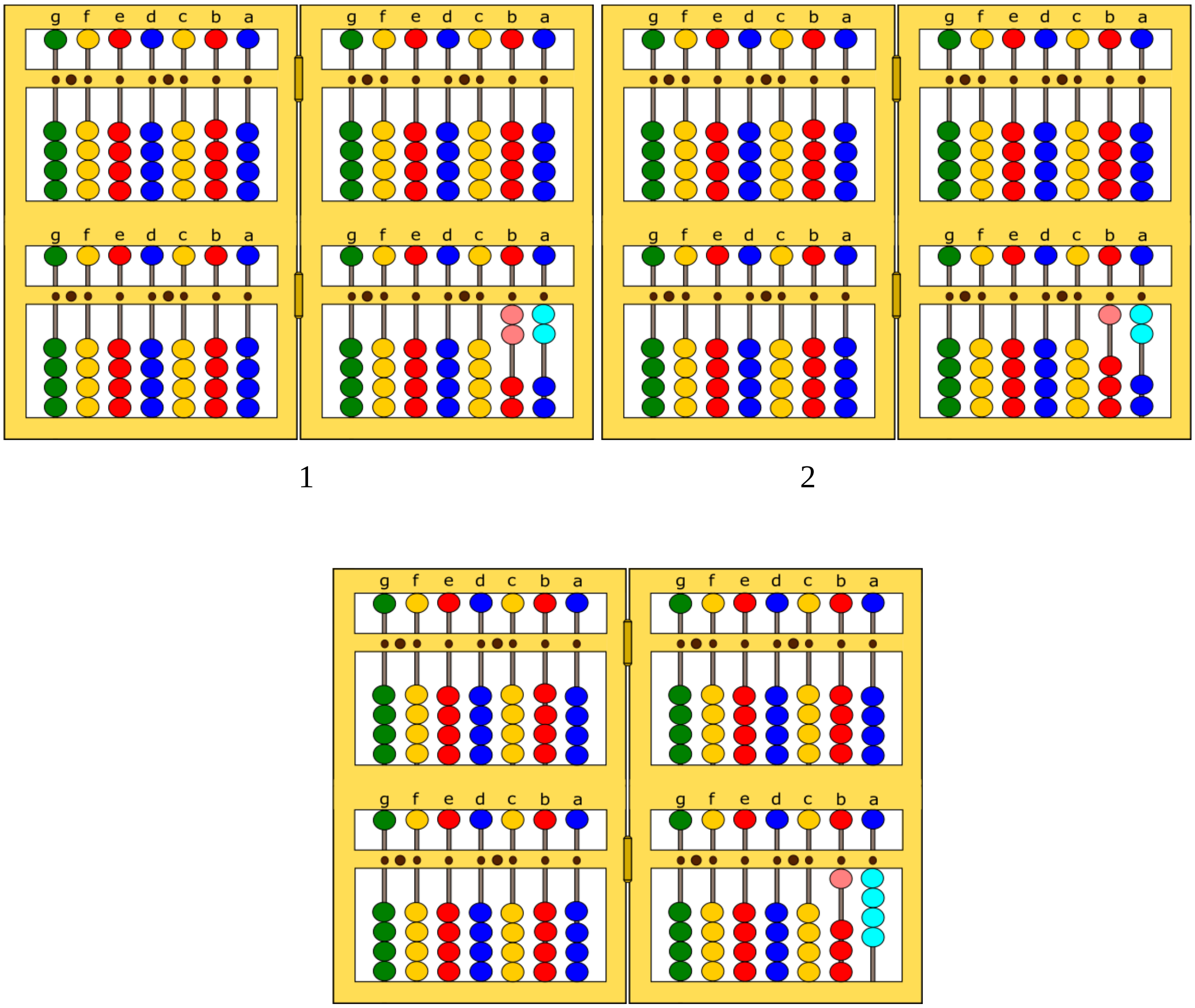
Fuente. Elaboración propia

<u>Resta: 22 - 8 =14</u>

1. Escriba 2 en el eje “b” y 2 en el eje “a”, del cuadrante “C” subiendo las cuentas para que toquen la línea de valor con el dedo pulgar.
2. Para restar 8, como no tenemos suficientes cuentas en el eje de las unidades, cancele una cuenta inferior del eje “b” la cual vale diez, bajándola con el dedo índice. Pero como solo queremos quitar ocho tenemos que agregar dos unidades.

3. Para agregar dos unidades tenemos que subir las dos cuentas inferiores del eje "a" que valen uno (22 -8 =14).

   A continuación en la figura 2.7 se muestran los pasos para solucionar la resta con complemento de 10.



1 2

3. Resultado: 14

Figura 2.7. Proceso de resolución de la operación: 22 - 8 = 14

Fuente. Elaboración propia

2.5.4 Suma con signo negativo

1. Tomaremos del nuevo diseño el cuadrante “A”, “B”. “C” o “D” y cada cuenta de los cuatro cuadrantes tendrá una parte lisa y otra áspera, la parte lisa serán los números positivos y la áspera o rasposa serán los negativos.
2. Para escribir los números negativos debemos girar las cuentas para que todas las cantidades que escribamos queden del lado áspero o rasposo.

<u>Suma: -22 + -16 = -38</u>

1. En el cuadrante “C”, con el dedo pulgar escriba, subiendo 2 cuentas del lado áspero en el eje “b” y 2 en el eje “a”.
2. Para resolver la suma de cantidades negativas sumaremos -16, con el dedo pulgar subiremos una cuenta inferior del lado áspero en el eje “b” que representa las decenas, (-2 + -1 =- 3)
3. Para sumar 6 añadiremos la cuenta superior y una inferior del lado áspero en el eje “a” que representa las unidades (-2 + - 6 =-8)

A continuación, en la figura 2.8 se muestran los pasos para solucionar la suma de números negativos.

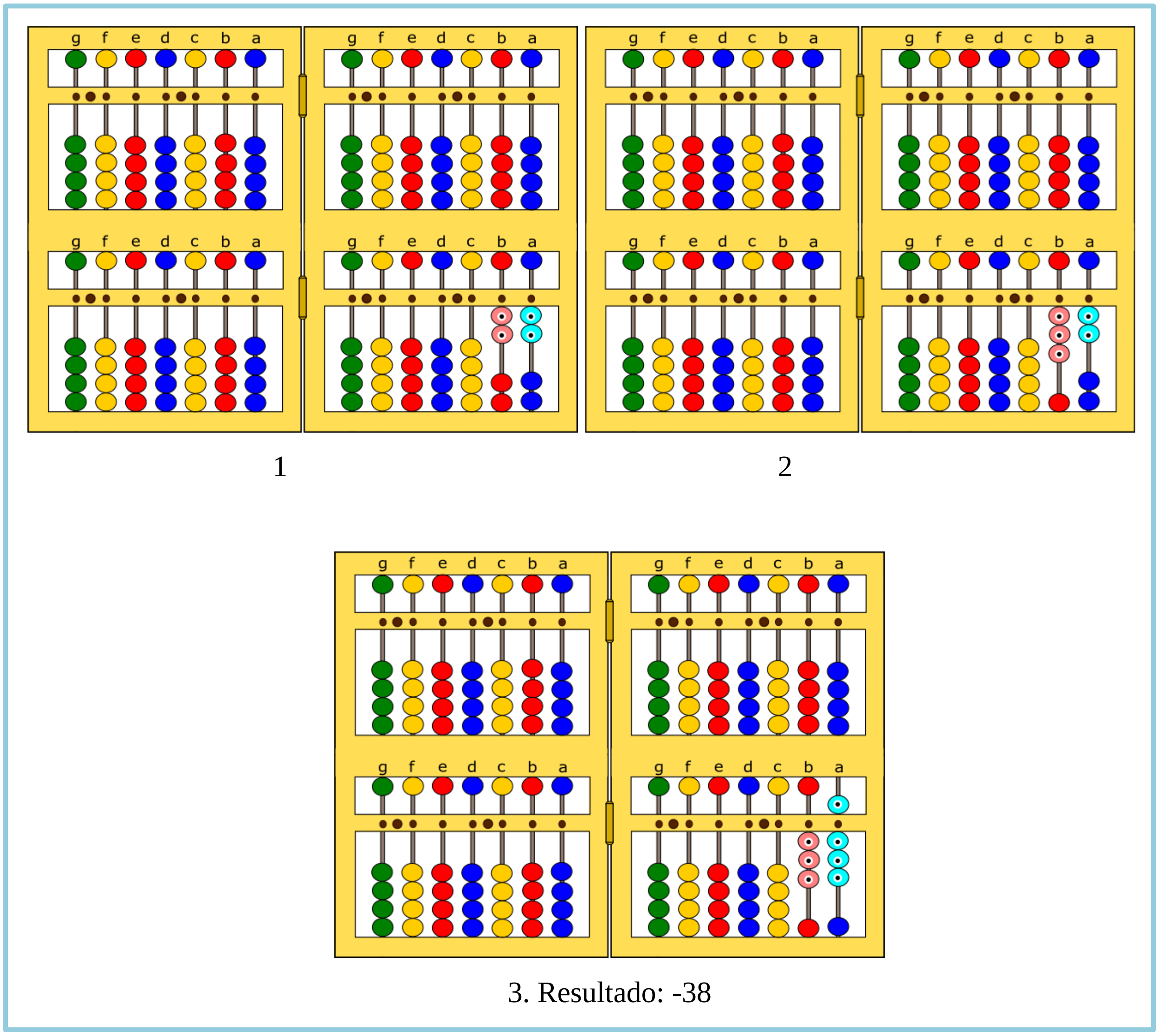


Figura 2.8. Proceso de resolución de la operación: -22 + -16 = -38

Fuente. Elaboración propia

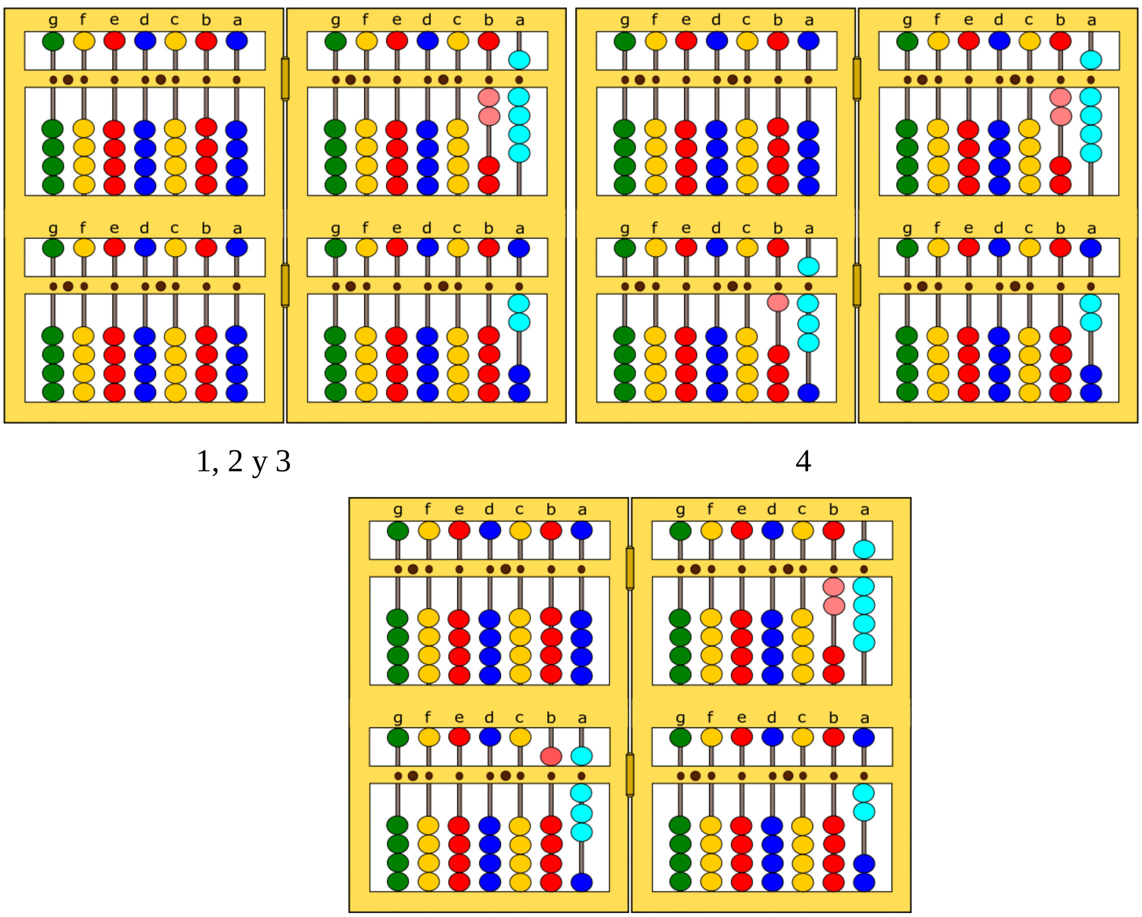
2.5.5 Multiplicación

<u>Multiplicación: 29 x 2 = 58</u>

1. Escribir con el dedo pulgar 2 en el eje “b” del cuadrante “A”.
2. Escribir con los dedos índice y pulgar 9 en el eje “a” del cuadrante “A”.
3. Escribir con el dedo pulgar 2 en el eje “a” del cuadrante “C”.

4. Multiplicar 2 x 9 =18 escribiendo con el dedo pulgar 1 en el eje “b” y 8 con los dedos índice y pulgar en el eje “a” del cuadrante “D”.
5. Multiplicar 2 x 2 = 4, agregaremos 4 cuentas en el eje “b”, pero como no tenemos cuentas inferiores suficientes aplicaremos regla del cinco bajamos la cuenta superior del eje “b” que vale cinco, pero como solo queremos agregar 4 tenemos que cancelar la cuenta inferior.
6. Por último, en el ábaco nos aparecerá el resultado 58 representado en la siguiente posición la cuenta superior del eje “b” tocando la línea de valor y la cuenta superior del eje “a” junto con tres inferiores tocando la línea de valor.

A continuación en la figura 2.9 se muestran los pasos para solucionar la multiplicación.



1, 2 y 3

4

5 y 6. Resultado: 58

Figura 2.9. Proceso de resolución de la operación: 29 x 2 = 58

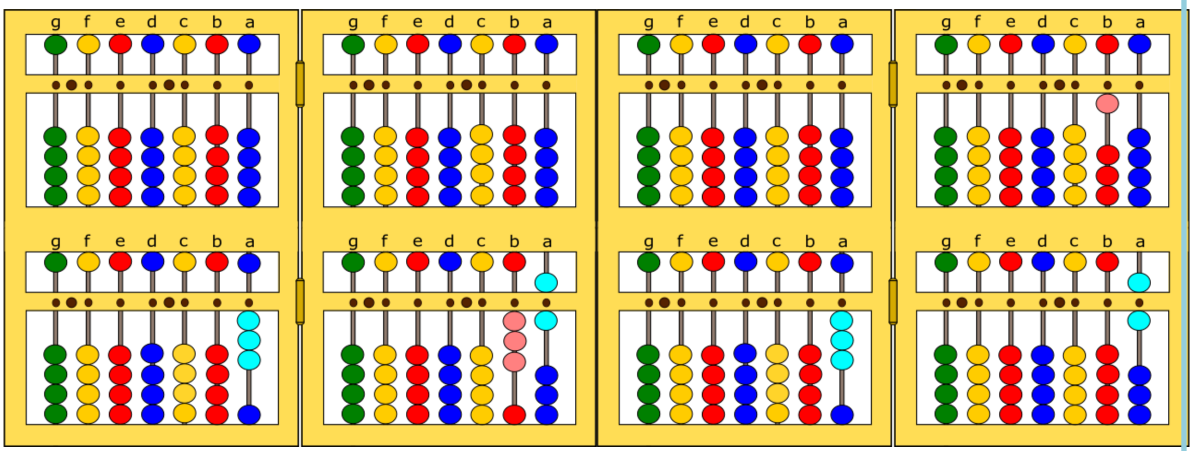
Fuente. Elaboración propia

2.5.6 División

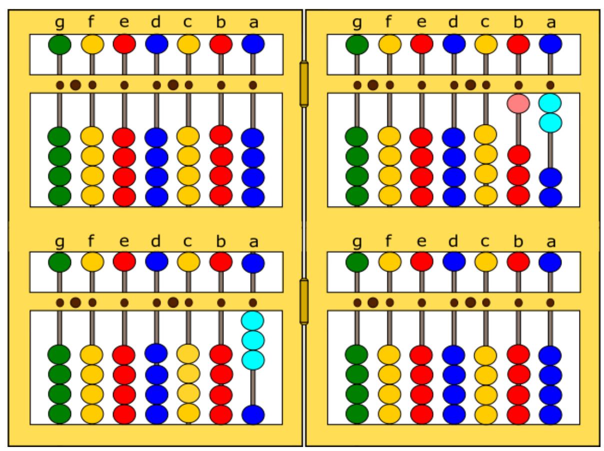
<u>División: 36 /3 =12</u>

1. Escribir 3 en el eje “b” del cuadrante “C”
2. Escribir 6 en el eje “a” del cuadrante “C”
3. Escribir 3 en el eje “a” del cuadrante “D”.
4. Dividir 3 /3 = 1 escribiremos 1 en el eje “b” del cuadrante “A” y diremos 3 x 1 =3 para 30 por lo que se eliminaría el 3 del eje “b” del cuadrante “C”.
5. Dividir 6 /3 =2 escribiremos 2 en el eje “a” del cuadrante “A” diremos 3 x 2 = 6 para 6 que se encuentra en el eje “a” del cuadrante “C”, por lo que se eliminaría el 6 del eje “a” del cuadrante “C”
6. Por último, en el ábaco nos aparecerá el resultado 12 representado en la siguiente posición: una cuenta inferior en el eje “b”, dos cuentas inferiores en el eje “a” del cuadrante “A”.

A continuación en la figura 2.10 se muestran los pasos para solucionar la división.



1, 2, 3 4



5 y 6. Resultado: 12

Figura 2.10. Proceso de resolución de la operación: 36/3 = 12

Fuente. Elaboración propia

2.5.7 Ecuación lineal

En este apartado empezaremos a utilizar los cuatro cuadrantes del ábaco, los cuales agruparemos en pares y nombraremos como primer miembro y segundo miembro de la ecuación. Como primer miembro de la ecuación tomaremos los cuadrantes “A” y “C”; en el cuadrante “A” escribiremos la variable “X” y en el cuadrante “C” los términos independientes, por ejemplo: +1, -1, +2 -2, etc. El segundo miembro de la ecuación serán los cuadrantes “B” y “D”; en el cuadrante “B” se escribirán las variables y en el “D” los términos independientes. Debemos recordar que en los cuatro cuadrantes se pueden escribir números positivos y negativos.

Para realizar ecuaciones lineales se tomó en cuenta que los estudiantes conocieran las partes de una ecuación, la ley de signos y el inverso aditivo y multiplicativo.

<u>Ecuación Lineal: 4x – 9 = 2x - 3 solución x = 3</u>

1. Escribiremos 4x subiendo cuatro cuentas inferiores en el eje “a” del cuadrante “A”.
2. Escribiremos -9 subiendo cuatro cuentas inferiores del lado negativo y bajando la cuenta superior de valor -5 en el eje “a” del cuadrante “C”.
3. Escribiremos 2x subiendo dos cuentas inferiores en el eje “a” del cuadrante “B”.
4. Escribiremos -3 subiendo tres cuentas inferiores del lado negativo del eje “a” en el cuadrante “D”.
5. Empezaremos sumando 9 en los dos miembros de la ecuación es decir, se realizará la siguiente operación -9 + 9 =0, con el dedo índice bajaríamos las cuentas inferiores del eje “a” del cuadrante “C” y con el dedo pulgar subiríamos la cuenta inferior del mismo eje.
6. Posteriormente, se haría -3 + 9 =6, con el dedo índice bajaríamos las tres cuentas negativas del eje “a” del cuadrante “D” y haciendo un movimiento de pinza con el dedo pulgar e índice colocaríamos una cuenta inferior y la superior del lado positivo en el eje “a” del cuadrante “D”, la ecuación quedaría de la siguiente manera 4x = 2x +6 y en el nuevo diseño se escribiría subiendo cuatro cuentas inferiores en el eje “a” del cuadrante “A” y dos cuentas inferiores en el eje “a” del cuadrante “B” y subiendo una cuenta inferior y bajando la que vale cinco en el eje “a” del cuadrante “D”.
7. Posteriormente, para eliminar una de las dos “x” restaríamos -2x o -6x en los dos miembros de la ecuación, pero en este caso nos conviene más restar -2x en los dos miembros de la ecuación por lo que se realizará lo siguiente -2x + 2x =0, con el dedo índice quitaríamos las dos cuentas inferiores del eje “a” del cuadrante “B”.
8. Posteriormente, realizaremos -2x +4x = 2x, con el dedo índice quitaríamos dos cuentas inferiores del eje “a” del cuadrante “A” y la ecuación quedaría de la forma siguiente 2x=6

y en el nuevo diseño se vería de la siguiente forma, dos cuentas inferiores en el eje “a” del cuadrante “A” y la cuenta inferior y de valor cinco en el eje “a” del cuadrante “D”.

A continuación en la figura 2.11 se muestran los pasos para solucionar la ecuación lineal.

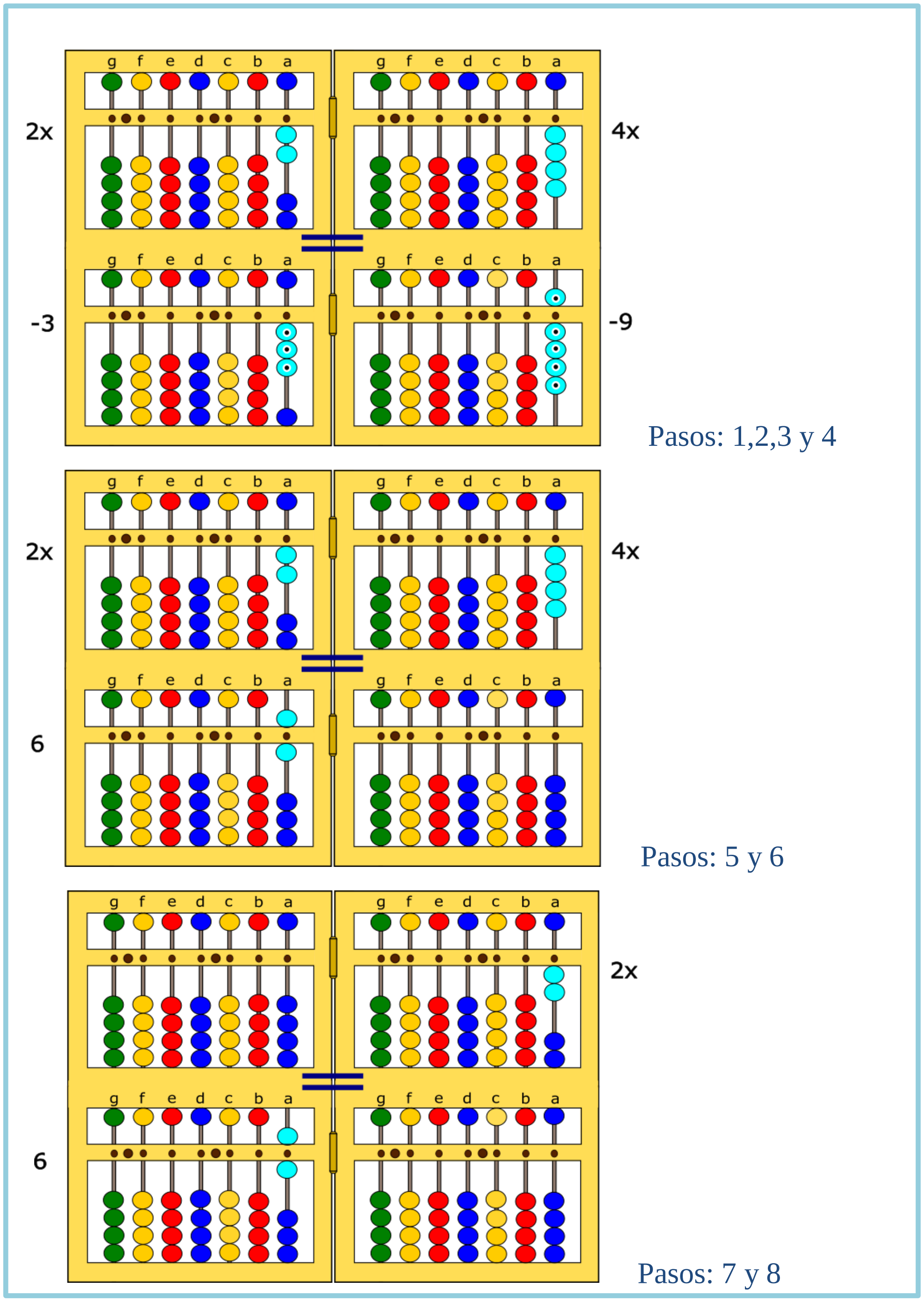


Figura 2.11. Proceso de resolución de la ecuación: 4x - 9=2x - 3 solución x=3

Fuente. Elaboración propia

La revisión teórica presentada en este capítulo, de las herramientas desarrolladas y utilizadas hasta el momento para la enseñanza de las matemáticas a personas con discapacidad visual, nos muestra que a pesar de las aportaciones de todas estas herramientas, sigue habiendo muchos espacios vacíos, muchas necesidades de aprendizaje no cubiertas, ya sea porque no existen suficientes materiales que respondan a todas las necesidades o porque los docentes, como he podido corroborarlo en mi experiencia, desconocen el uso de estas herramientas.

Es por eso que en el interés de aportar en la mejora del acceso al aprendizaje de las matemáticas a los alumnos con DV, se presenta en la parte final de este capítulo el uso de un nuevo diseño de ábaco, el cual no pretende cubrir todas las necesidades en este ámbito, pero si ser la base para nuevas aportaciones, y además beneficiar a los alumnos con discapacidad visual dándoles acceso a una herramienta que abarque: conteo, escritura de cifras, operaciones básicas, manejo de signos positivos y negativos, y ecuaciones de primer grado. Lo que esta herramienta aporta en particular a diferencia de las otras, es permitir que el alumno acceda al conocimiento de los números negativos y avance hasta el conocimiento de las ecuaciones de primer grado.

Capítulo 3

METODOLOGÍA

En este capítulo se describe el método empleado en la investigación. Se detalla el diseño de la investigación y se describen los participantes del estudio, también se muestran los instrumentos utilizados en la recolección de datos y se explica la manera en que se analizaron los datos recabados.

3.1 Diseño de la investigación

El método utilizado para esta investigación tiene un enfoque cualitativo, el cual permite recolectar los datos de una investigación a partir de descripciones y observaciones, sin requerir del uso de datos numéricos, las preguntas e hipótesis surgen durante el proceso de investigación el cual es flexible y permite un intercambio entre los hechos y sus interpretaciones para reconstruir la realidad a partir de las observaciones de un grupo social determinado previamente para la investigación (Hernández, Fernández y Baptista, 2006).

El objetivo de esta investigación es observar si el diseño es apto para utilizarse por personas con discapacidad visual, y si estas pueden llegar a resolver ecuaciones de primer grado utilizando esta herramienta. A continuación se describen las acciones que se desarrollaron en la investigación.

1. Se llevó acabo el estudio de algunas herramientas como el ábaco Cranmer, se analizó como se realizaban las operaciones, y se investigó si existían instrumentos para personas con discapacidad visual donde se pudieran enseñar cómo resolver ecuaciones lineales.

Al no encontrar una herramienta práctica que pudiera ser utilizada en la explicación de ecuaciones lineales, se construyó un nuevo diseño como se muestra en la figura 3.1

Figura 3.1. Primer diseño en físico

Fuente. Elaboración propia

2. Se inició la realización de operaciones en este nuevo diseño y se buscó la forma de trabajar signos negativos los cuales a continuación se muestran en la figura 3.2

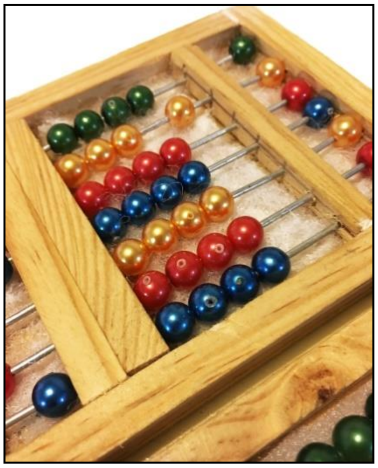


Figura 3.2. Cuentas con signo negativo

Fuente. Elaboración Propia

3. Se trabajaron la suma y la resta en el nuevo diseño como se operan en el ábaco Cranmer. En la multiplicación y división, se modificó la forma de hacerlo y se buscó que la forma de operar se asemejara a como lo hacen las personas normovisuales.

4. Posteriormente, se propuso una forma de realizar ecuaciones lineales en el diseño y una vez practicado este proceso se pasó a realizar ejercicios secuenciados para trabajarlos con personas ciegas.

3.1.1 Diseño de la herramienta para toma de datos

La herramienta que se utilizó en esta investigación está diseñada para que las personas ciegas o de baja visión la utilicen para representar cifras y realizar operaciones matemáticas básicas (suma, resta, multiplicación y división). Por otro lado, y como características de suma importancia, esta herramienta toma mucho en cuenta el valor posicional, se manejan signos negativos, puede ser utilizada para resolver ecuaciones de primer grado, además que puede ser utilizada para enseñar a niños normovisuales o de escuela regular.

Está conformada por dos cajas rectangulares limitadas en sus extremos por los marcos superior, inferior, derecho e izquierdo unidas por dos bisagras las cuales permiten que pueda abrirse y cerrarse. En el centro de cada rectángulo hay una barra que los divide en dos partes, formándose así cuatro cuadrantes. En sentido horizontal cada cuadrante está cruzado por una barra que lo divide en dos partes, esta recibe el nombre de línea de valor o barra transversal, en sentido vertical las cruzan siete varillas cilíndricas a intervalos iguales, que reciben el nombre de “ejes” o “columnas”. En cada eje se encuentran ensartadas cinco cuentas, una en la parte superior de la línea de valores y cuatro en la inferior. El nuevo diseño tiene una cubierta posterior recubierta de material acojinado, que actúa como freno para que las cuentas no cambien de posición a menos de que sean movidas intencionalmente por la persona, lo que permite que las cantidades puedan ser leídas al tacto sin alterarse. La distancia entre las cuentas inferiores y la línea de valores es mayor que la distancia entre la cuenta superior con dicha línea. A continuación se muestra en la figura 3.3 la imagen del nuevo diseño.

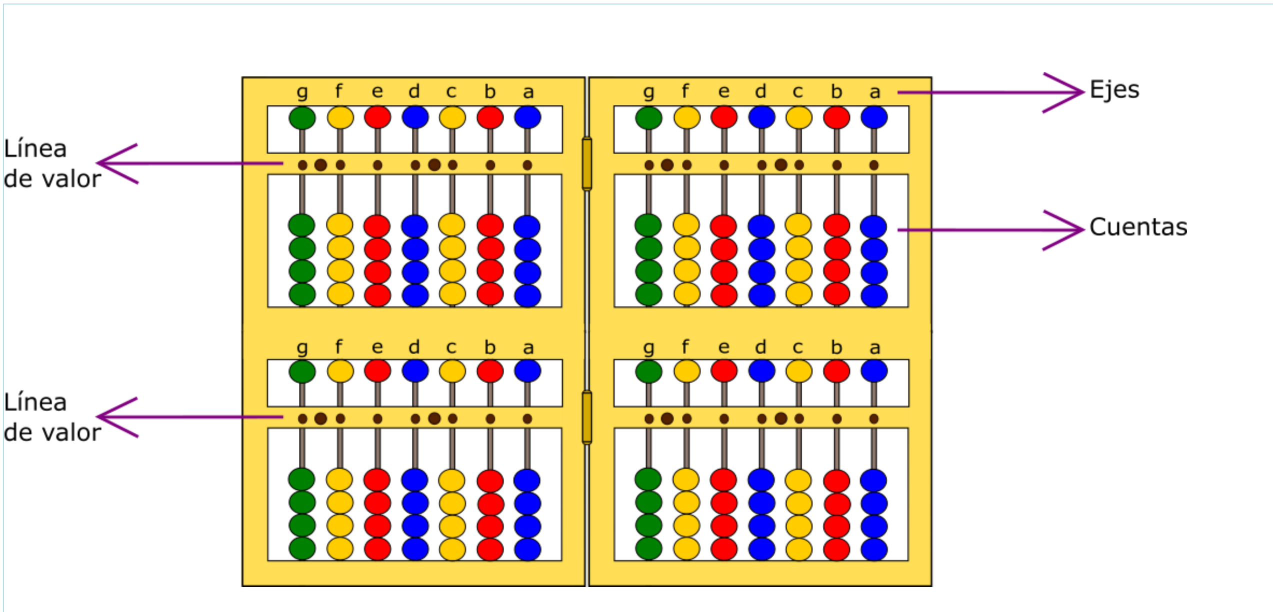


Figura 3.3. Descripción del nuevo diseño

Fuente. Elaboración Propia

Esta herramienta se divide en 4 partes las cuales nombraremos de la siguiente forma: cuadrante A, cuadrante B, cuadrante C y cuadrante D, donde para la enseñanza de contar y aprender la suma y resta se trabajarán en cualquier cuadrante, aunque de preferencia utilizaremos el cuadrante C.

La asignación de los cuadrantes obedece al uso natural del ábaco (y sus derivados) con el que se espera que los usuarios estén familiarizados. A continuación se muestran las partes del nuevo diseño en la figura 3.4

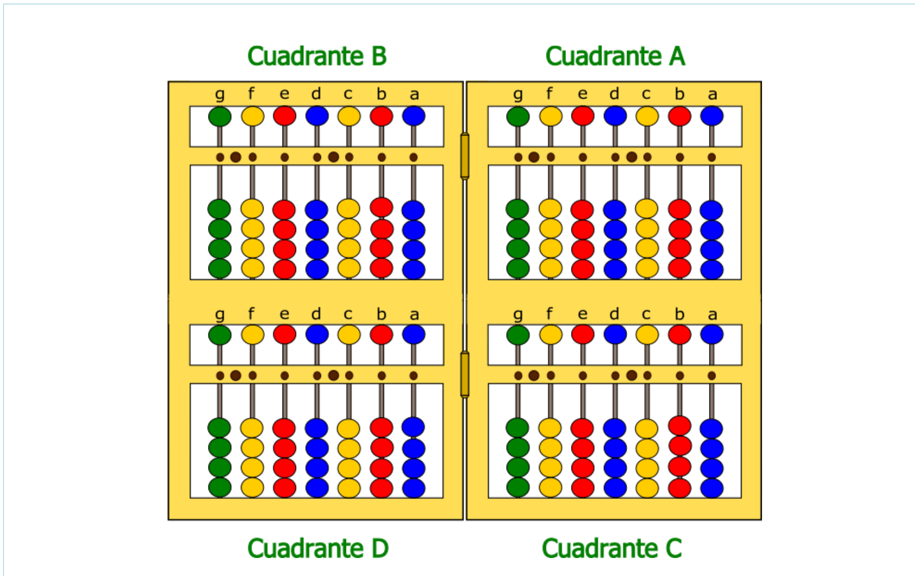


Figura 3.4. Ubicación de los cuadrantes

Fuente. Elaboración Propia

3.2 Informantes

Los informantes de la investigación son dos personas con discapacidad visual los cuales tienen un perfil distinto en cuanto a su formación. No cuentan con experiencia enseñando a niños con discapacidad visual y, al principio de la investigación, tenían un manejo básico del ábaco Cranmmer.

A continuación, se presentan algunas características de los participantes. Se emplearán seudónimos para cuidar el anonimato.

Antonio es una persona con discapacidad visual originario de la ciudad de Puebla, no le gustan las matemáticas, menciona que no son su fuerte y no le gusta el álgebra. Cuenta con 33 años de edad, tiene licenciatura trunca en relaciones internacionales, y se desempeña como empleado administrativo en una institución pública.

Belinda es una chica con discapacidad visual originaria del estado de Chiapas, tiene habilidad para los números pero no le gustan las matemáticas, cuenta con 20 años de edad, actualmente estudia en Puebla la licenciatura en administración y dirección de PYMES.

3.3 Recolección de datos

Para el análisis del funcionamiento del nuevo diseño de ábaco se intentaron realizar de 7 a 8 sesiones grabadas con audio y video, de las cuales hasta ahora se han llevado a cabo 6, iniciando en el mes de mayo y concluyendo en junio de 2018, con una duración de 60 a 90 minutos cada una. Durante las primeras 3 sesiones se tomaron grabaciones de audio y video, posteriormente se continuó trabajando con grabaciones de audio solamente y se transcribieron para su análisis, la séptima sesión no se ha logrado grabar para analizar debido a los tiempos disponibles de los participantes, sin embargo se tiene planeado concluir con la última sesión en fechas próximas.

En la primera sesión trabajé con Antonio el reconocimiento del nuevo ábaco especial. La forma en cómo debería mover los dedos, como contar en el ábaco, además de iniciar con sumas sencillas operando con un solo dígito, posteriormente llegamos a el uso de complementos, es decir, cuando no se tienen cuentas inferiores suficientes se toma la cuenta superior que vale cinco quitando el excedente o si no se tiene cuentas suficientes en el eje de las unidades, se toma la cuenta del eje de las decenas y se quita el excedente, aplica para los demás ejes, Así que empezamos con el complemento de 5, hasta llegar hacer el complemento del 10.

En la segunda sesión se hizo un repaso de lo que se vio en la primera, se trabajaron ejercicios sencillos y luego con mayor dificultad, una vez recordado lo visto en la sesión anterior pasamos a las restas, aquí, al igual que en la suma se inició con operaciones de un solo dígito, luego de dos, hasta que pasamos al uso del complemento del cinco y del 10, los cuales ya explicamos en el párrafo anterior.

En la tercera sesión se integró Belinda y se llevó a cabo un repaso para que reconociera el nuevo diseño, como ella ya tenía conocimiento de cómo operar sumas y restas en el ábaco Cranmer, solo realizamos unos ejercicios para que junto con Antonio recordara la forma de operar sumas y restas. Se pudo observar que Belinda no conocía los complementos del 5 y 10, además de que operaba mentalmente y sin darse cuenta que utilizaba complementos, por lo que se explicó nuevamente el procedimiento en el ábaco, una vez comprendido, se trabajaron operaciones con signo negativo, es decir, se realizaron sumas de números negativos con un dígito, luego de dos y tres.

En la cuarta sesión se trabajó con Belinda y Antonio nuevamente la suma y resta como un repaso y, posteriormente, continuamos con la enseñanza de cómo escribir y resolver una multiplicación con un solo multiplicando y un multiplicador. Posteriormente se trabajó con dos multiplicandos y un multiplicador hasta llegar a tres multiplicandos y un multiplicador.

En la quinta sesión, se dio un repaso de lo visto anteriormente, es decir, multiplicaciones con un solo multiplicador y, a continuación, se trabajó multiplicación con 2 multiplicandos y dos multiplicadores, hasta llegar a la resolución de tres multiplicandos y dos multiplicadores.

En la sexta sesión se explicó la forma de escribir las divisiones, es decir, en qué cuadrantes se iba a trabajar y dónde se escribiría el dividendo, el divisor, el cociente y residuo, y empezamos a operar con un divisor, y posteriormente se trabajó con dos divisores. Concluyendo así con una gran parte de la investigación.

En la séptima sesión se inició con el repaso de lo que son las ecuaciones y cómo se compone una ecuación de primer grado, se explicó qué es una variable y un término independiente. A continuación se trabajó el reconocimiento de los cuatro cuadrantes y se indicó en qué cuadrantes se escribirían las variables y en cuáles los términos independientes. Se realizó la escritura de variables y términos independientes en ambos miembros de una ecuación, primero en uno de los miembros de la ecuación y posteriormente en el otro. Para finalizar, se realizaron sumas y restas en el primer miembro de la ecuación y después se trabajaron estas mismas operaciones en el segundo miembro de la ecuación.

En la octava sesión se hizo un repaso de la sesión anterior y se comenzó con la escritura completa de una ecuación, una vez que el informante escribía sin errores, se pasó a la escritura de ecuaciones con suma y resta, y finalmente se concluyó con la resolución de una ecuación lineal.

Capítulo 4

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para alcanzar el objetivo de esta investigación y conforme a la forma en que fue diseñada investigación, el análisis de datos se realizó con un enfoque cualitativo. La observación realizada se dividió en 8 sesiones durante las cuales se registró la forma de operar de los participantes en el nuevo diseño: suma, resta, multiplicación, división y ecuación. Así que a continuación se mostrarán fragmentos de las grabaciones de cada una de las operaciones.

Como primer paso se mostró la herramienta a Antonio, persona con discapacidad visual, la cual le pareció práctica e innovadora. Durante el trabajo con el nuevo diseño de ábaco, al subir y bajar las cuentas y al girarlas para tocar la perforación que representaría el negativo, no se presentó ninguna dificultad. Sin embargo, al resolver las operaciones de las diferentes sesiones se presentaron diversas situaciones, las cuales se exponen a continuación.

Dificultades asociadas a la suma y resta en el nuevo diseño.

Al empezar a trabajar sumas utilizando complemento de cinco o diez, Antonio no sabía qué hacer y le costaba trabajo aplicarlos. A continuación se muestran fragmentos de las grabaciones:

Rafael: Vamos a hacer la siguiente operación, tres más dos.
Antonio: Tres más dos, ay eso ¿cómo se hace?
Rafael: A ver vamos a hacerla juntos, aquí es donde ya te trabaste [al utilizar el complemento ya no supo que hacer el informante]
Antonio: Sí, porque falta una cuenta inferior.
Rafael: Acuérdate vamos a trabajar aquí lo que es la regla del cinco o complemento del cinco
Antonio: Ok
Rafael: Subimos tres unidades en el eje “a”, es decir, tres cuentas, pero ya no te alcanza para sumar dos o agregar dos cuentas demás ¿verdad?
Antonio: No

Rafael: ¿Entonces qué hacemos?, ¿la cuenta de arriba cuánto vale?
Antonio: Cinco
Rafael: Entonces bajamos la cuenta superior del eje “a” del cuadrante “C” que vale cinco, para agregar esas dos que te faltan.
Antonio: Ok
Rafael: La bajamos para que toque la línea de valores, pero como nada más queremos agregar dos de ese cinco, ¿cuántas cuentas inferiores del eje “a” del cuadrante “C” tenemos que quitarle?
Antonio: Tres
Rafael: Entonces tres más dos ¿cuánto es?
Antonio: Cinco
Rafael: ¿Ya viste?, esto es un complemento del cinco o regla del cinco, ¿sale?, ¿ya lo aprendiste?
Antonio: Según yo sí.

Cuando Antonio explicaba el procedimiento que había seguido para realizar una operación, no utilizaba la terminología adecuada para referirse a las cuentas y confundía subir y bajar; además, llamaba complemento a la cuenta superior en lugar de decir que aplicaría complemento o regla del 5.

A continuación se muestran fragmentos de las grabaciones:

Rafael: A ver, 4 más 1 [suma], ¿Qué vas hacer?
Antonio: Lo mismo, subo el complemento del cinco.
Rafael: Bajas la cuenta superior del eje “a” del cuadrante “C”, es decir, la bajas a la línea de valores
Antonio: Bueno
Rafael: Pero ¿cuántas cuentas quieres agregar?
Antonio: Una
Rafael: Entonces ¿Qué tienes que hacer?
Antonio: Eh… ¿bajar una?
Rafael: No, a ver, otra vez, cuatro más una, si en la parte inferior del eje “a” del cuadrante “C” ya no tienes cuentas para sumar o agregar, entonces ¿bajas la de qué?,
Antonio: La del cinco, pero como nada más necesitaba una, bajo las cuatro cuentas inferiores.

Rafael: Y ya se compensa lo que estas poniendo de más aquí [al ocupar la cuenta que vale cinco tiene que quitar las cuatro inferiores porque nada más necesitaba agregar una cuenta pero como la cuenta superior vale cinco entonces debe quitar las cuatro que están demás], ¿a esto se le llama regla o complemento de?

Antonio: Cinco

Rafael: Perfecto, vamos a ver si ya entendiste, vamos a hacer dos más tres.

Antonio: Subí dos del eje “a”, dos unidades, bajo el complemento de cinco, pero como ya nada más necesito tres, voy a quitar dos.

Rafael: ¿Y tu resultado es?

Antonio: Cinco

Rafael: Perfecto, ¿si te quedó claro?

Antonio: Sí

Rafael: Vamos a hacer esta operación, nueve más dos [suma], primero pon nueve.

Antonio: Ok, ya puse aquí el complemento del cinco y las cuatro cuentas.

Rafael: La cuenta que vale cinco, nada más es cuenta, acuérdate que aplicas complemento cuando haces la operación.

Antonio: Ah perdón

Rafael: Más dos, ¿qué tienes que a hacer ahí?

Antonio: Eh… ah… tengo que, no pues aquí no me da, no me alcanza.

Rafael: Aquí vamos a usar otra regla o complemento, tienes nueve más dos, pero no tienes las cuentas necesarias en el eje “a”, entonces en el eje “b” tienes’ una decena, subes una cuenta que vale diez, pero solamente quieres dos ¿de acuerdo?, entonces tienes que quitar las ocho que te sobran, ¿qué vas a hacer?

Antonio: Voy a quitar la que vale cinco y tres cuentas del eje “a”

Rafael: ¿Cuál sería tu resultado?

Antonio: Once

Rafael: Ahí es un complemento de diez o una regla de diez.

Antonio se veía nervioso y disperso. No retenía en la memoria la cantidad que tenía que sumar, quería que se le recordara constantemente el número y no revisaba el ábaco para seguir con el procedimiento, por lo que preguntaba con frecuencia. A continuación se muestran fragmentos de las grabaciones:

Rafael: Vamos a hacer una más, 64 + 45

Antonio: Ya tengo el 64, + 45, tengo tres decenas en la parte inferior del eje “b” del cuadrante “C”, pero no son suficientes, entonces, al parecer, tengo que subir una centena porque me sobran [quiso decir que le faltaban cuentas]. ¿64 más qué?

Rafael: 45

Antonio: 64 + 45 entonces, bueno aquí tengo 100, yo necesitaba 4

Rafael: 40

Antonio: Me sobran 60, cancelo el 50 y cancelo el 10, y me quedo con… ¿Cuánto era?

Rafael: Te falta añadir 5

Antonio: Entonces añado el 5

Rafael: ¿Cuál es tu resultado?

Antonio: 109

Rafael: Ya nos pusimos de acuerdo, usaremos las palabras cancelar y añadir.

En la resta, de igual forma Antonio no sabía cómo aplicar el complemento de cinco y diez, por lo que se le explicó que tendría que hacer lo mismo que con la suma y se le brindó ayuda para realizar la operación, además, confundía las cuentas de valor superiores llamándolas complementos de cinco. A continuación se muestran fragmentos de las grabaciones:

Rafael: Realiza esta operación, 6 – 3

Antonio: A ver si es lo que pienso, bueno, pongo el 5 y el uno para escribir 6, para hacer la resta cancelo el 5 y como tengo el 1 ya nada más subo 2 unidades.

Rafael: Acuérdate, en este procedimiento lo que haces es complemento o regla de 5, es como lo haces en las sumas ¿te acuerdas?, para sumar cuando no te alcanza, pones, quitas. Tienes 6 pero solamente necesitas quitar 3, cancelas el 5, pero del 5 nada más querías quitar 3, tienes que agregar 2. Es lo mismo que hacemos en la suma, cuando no nos alcanzan las cuentas, añadimos.

Antonio: Muy bien

Rafael: A ver la siguiente, 8 – 4

Antonio: Tengo 5, cancelo 5 y ahí nada más me sobran 4, en ese 5, entonces subo la unidad.

Rafael: ¿Te sobra? A ver otra vez ¿te sobra o cómo es?

Antonio: Bueno, según yo, tengo 8, pero quiero quitar cuatro, pero las cuentas inferiores no son suficientes, tengo el 5 ¿cómo se llama?

Rafael: Sí, lo cancelas

Antonio: No, pero ¿Cómo se llama?

Rafael: Son unidades

Antonio: No, pero el 5, 50, 500

Rafael: Se dice, 5 unidades, 5 decenas, 5 centenas.

Antonio: No, pero ¿Cómo se llaman? Es que siempre se me olvida, la regla de 5.

Rafael: Ah, la regla del 5, a esto se llama regla o complemento.

Antonio: Eso, subo mi complemento y aquí me quedan 3 pero agregó una unidad.

Rafael: A ver, vamos a aclarar esto, el 5 no es complemento del 5, sino que cuando haces ese movimiento de cambio de cuentas, eso se llama complemento o regla, cuando quitas 5, el 5 no se llama complemento, simplemente 5. Se le da un nombre al procedimiento que haces de quitar o agregar según sea el caso.

Dificultades asociadas a la realización de sumas con signo negativo.

Al enfrentarse a la suma de números negativos, Belinda y Antonio dudaron al realizar la operación pensando que tenían que restar. Asumieron erróneamente que el procedimiento de suma de positivos y de suma de negativos era distinto.

Antonio pensó que tenía que sumar positivos, olvidaba sentir el ábaco y al no hacerlo a detalle no tocaba para sentir si la cuenta estaba en el lado positivo o negativo, por otro lado Belinda confundía la ley de signos.

Belinda y Antonio en ningún momento olvidaron girar las cuentas para trabajar los números negativos, sin embargo, se prevé que con otras personas pudiera ocurrir. A continuación se muestran fragmentos de la grabación:

Antonio: ¿El puntito es negativo verdad?

Rafael: Sí, es negativo, vamos a poner -2 + (-5)

Antonio: Yo volteo las cuentas para que estén en negativo, ya escribí dos.

Rafael: No, tienes que poner -2, ¿tienes el -2 puesto?

Antonio: Sí

Rafael: ¿Ya pusieron -2 los dos?

Belinda: Sí

Rafael: Ahora tienen que sumarle -5

Antonio: 7

Rafael: No

Belinda: Yo digo que no porque los signos iguales se suman, dan positivo.

Rafael: Es que aquí nos metemos con la regla de signos, acuérdense que menos por más es menos, o sea, si pueden sumar, -2 + -5 es -7.

Antonio: ¿Sí era -7?

Rafael: Sí, pero ¿por qué dudaron?

Antonio: Yo porque pensé que tenía que ir en aumento.

Rafael: Pensaste que tenía que ser positivo ¿no?

Antonio: Sí

Rafael: Es menos cinco, si hubiera dicho +5 estaríamos haciendo una resta, 5 – 2.

Rafael: -22 + (-16), expliquen su procedimiento.

Belinda: [escribió el -22 y luego sumo] Ya le puse el uno, o sea, de la decena y de ahí le sumé las unidades, primero el uno, después bajé el cinco.

Rafael: ¿Bajaste el cinco en negativo?

Belinda: Exacto y da -38

Rafael: Recuerden que deben tocar las cuentas para saber si están en positivo o negativo.

Rafael: A ver una más complicada, -9 + (-2) ¿Cuál es el resultado?

Belinda: Listo, -11

Rafael: ¿Si Antonio?

Antonio: Sí, pero lo hice mal.

Rafael: ¿Por qué? a ver ¿Belinda dime como lo hiciste?

Belinda: Pues como nos explicaste, subí la decena, pero solo tenía 1, entonces me faltaba una para que fuera el -2 y subí una unidad.

Rafael: A ver otra vez.

Belinda: Teníamos -9 entonces, pues como ya no teníamos otra unidad subimos una decena, pero solo aumento 1.

Rafael: ¿De estas decenas cuantos necesitabas?, de esta cuenta que vale menos diez ¿cuánto necesitabas agregar?

Belinda: Uno

Rafael: ¿Uno?

Belinda: No, bueno dos, pero solo tiene uno.

Rafael: Si solo necesitabas dos de esa decena ¿Cuántos necesitas quitar de las unidades?

Belinda: Pues 8

Rafael: 8, y ¿te quedan?

Belinda: 11

Rafael: -11

Belinda: -11

Rafael: ¿Si Antonio?, es lo mismo que en los positivos.

Antonio: Ok

Rafael: Solamente que estamos usando números negativos, pero es lo mismo. Teníamos -9 pero como no tenemos unidades negativas suficientes aquí tenemos que tomar la que sigue, complemento de 10 o regla 10, teníamos que subir la que vale 10 en este caso, pero de este -10 nada más necesitamos -2, entonces tenemos que quitar ¿Cuántas unidades de acá? [se refiere a quitar las unidades que se encuentran en el eje "a" del cuadrante "C" donde estamos operando]

Antonio: 8

Rafael: Sí, y el resultado es -11. ¿si Antonio?

Antonio: Sí

Rafael: Te trabaste por eso verdad, porque no sabías si aplicaba o no aplicaba.

Antonio: No, si sabía que aplicaba, pero me atoré con el quitar 8, solo que antes de que yo lo resolviera, Belinda lo terminó de hacer.

Rafael: A ver otro más, -17 + (-25), cuando terminen me explican su procedimiento, si no me dicen para que lo trabajemos juntos.

Antonio: -27 + 25

Rafael: No, era -17 + -25

Belinda: Ya terminé, es que no encuentro el menos de este.

Rafael: ¿De cuál, de las decenas?

Belinda: Bueno ¿te explico?

Rafael: A ver

Belinda: Teníamos -17 + -25, entonces en las decenas subimos -2, pero como no tenemos cuentas negativas suficientes en el eje "a" necesitamos subir otra decena en el eje "b" y como solo necesitamos agregar -5 quitamos la cuenta que vale menos 5 del eje "a" y me da -42

Antonio: Sí

Rafael: Sí, ¿o te trabaste en algo? dime con sinceridad.

Antonio: No

Rafael: Una última, -28 + (-23). No tengan miedo a equivocarse, traten de hacer el procedimiento, no lo hagan mental.

Rafael: Antonio, ¿te trabaste en algo?

Antonio: Según yo son 51

Rafael: Les dije -28 + (-23). A ver Antonio ¿cuál fue tu procedimiento?

Antonio: Puse -28, luego fueron los -23, subí dos decenas, y abajo en las unidades ya no tengo tres, entonces lo que hice fue usar el complemento de 5 en las decenas, añadí el 50, cancelé las , pero de esas decenas tuve que quitar 7 unidades, entonces las cancelo y me quedan 51.

Rafael: ¿Si Belinda?

Belinda: Sí

Rafael: A ver, explícame tú el procedimiento.

Belinda: No, yo también lo hice igual.

Rafael: A ver te escucho.

Belinda: Tenia -28, entonces subí 2 en las decenas y para sumar el 3 también bajé el 5 de las decenas y me sobraban 7 unidades y me dio 51.

Rafael: ¿Y con las otras decenas que hiciste, las de abajo?

Belinda: También las borré.

Dificultades asociadas a la multiplicación

Antonio tenía problemas con el valor posicional, al no saber dónde escribir la cantidad; por otra parte, trataba de recordar la operación escrita en el ábaco en lugar de tocar el material para ver cuál era la operación, por lo que al momento de explicar el procedimiento cometía errores. También se observó que a la hora de operar, Antonio se confundía y quería colocar todo el resultado en un mismo eje. Además se observó como dificultad, que ambos, tanto Belinda como Antonio, comentaron que algunas tablas de multiplicar les fallaban. A continuación se exponen fragmentos de las grabaciones:

Rafael: 33 x 6, cuando alguno de los dos tenga el resultado me lo dice
Belinda: Listo
Rafael: Cuánto es?
Antonio: 36
Rafael: No, ¿tu Belinda?
Belinda: 198
Rafael: Explica tu procedimiento
Belinda: Multipliqué 3 x 6 son 18, entonces pongo el 18 y ahora multiplico el siguiente 3, pero como está en las decenas es como si fuera 6 x 30, pero mejor digo por 3 igual a 18 y pongo el 1 en las centenas y se pone el 8 en las decenas y me da 198.
Rafael: ¿Si Antonio?
Antonio: Ah, con razón.
Rafael: Pero siempre es mejor que digas 6 x 3 que 3 x 6
Belinda: Ah si
Rafael: Porque va en el orden del valor posicional. Hiciste 6 x 3, 18, por el primer 3, el 3 de las unidades. Entonces, pones 8 y una decena. Luego, decimos 6 x 3, pero de las decenas, 18, entonces qué hacemos, ponemos el 8 en las decenas y subimos el uno en las centenas y te da 198.
Antonio: Me perdí cuando bajaste el 5.
Rafael: Sí claro, bajé el 5 para poner el 8 ¿lo repetimos?
Antonio: No, es que yo me confundí, pensé que lo tenía que volver a poner en las unidades, pero no, era en el eje de la izquierda, es decir, en las decenas

Rafael: Exactamente

Belinda: Yo también me confundí en eso, porque 6 x 3 es 18, pero ni modo que vuelva a poner 18 en las unidades, y pensé en cómo se hacen las multiplicaciones en tinta y así fue que pude resolverla

Antonio: Déjame repetirla, aquí es como si pusiéramos 180 ¿verdad? [se refiere al multiplicar el 6 por el 3 de las decenas].

Belinda: Sí, exacto y después esos 180 se suman en el ábaco en las posiciones que deben estar, como ya teníamos un 18 escrito tenemos que escribir el 0 en las unidades donde está el ocho, el 8 escribirlo en las decenas donde ya hay 1 y nos da 9 y el uno en las centenas y nos da 198.

Rafael: En las multiplicaciones con tinta multiplicamos 6 x 3 = 18, escribimos 8 y llevamos una, y volvemos a multiplicar, ahora 6 por el siguiente 3, lo que da como resultado 18, más una que llevábamos suman 19, y esto da como resultado el 198

Belinda: Sí

Rafael: Y en el ábaco no decimos llevamos, se pone el 18, luego se agrega el 8 y después el uno y así se forma el 19.

Antonio: O sea, aquí básicamente se salta el paso "llevamos una"

Rafael: Sí

Rafael: 35 x 7

Antonio: 245

Belinda: Sí, a mí también me dio eso

Rafael: Díganme su procedimiento.

Antonio: Bueno 3 x 7

Antonio: No, ¿Cuánto era? 5 x 7

Rafael: Es importante que veas tu ábaco, ya no trates de recordar, porque en estas operaciones es donde empezamos a ver que ocupas la memoria, tu ve siempre tu ábaco, no te acuerdes del número, ve tu ábaco porque para eso anotas el número. Acuérdate que esto también se va aplicar para enseñar a niños, ellos tiene que ir viendo lo que escriben.

Antonio: 7 x 5 son 35

Antonio: Luego 7 x 3 son 21, subo 2 centenas y una decena.

Rafael: Tienes que llevar un orden en esto, para que no haya problemas.

Rafael: 326 x 6

Antonio: Es que no sé cómo poner el 12 [al momento de multiplicar 6 x 2]

Rafael: Cómo ¿ya hiciste las anteriores y este no?

Antonio: A ver, vamos a hacer el procedimiento. 6 x 6 son 36; 6 x 2 son 12, mi pregunta es si ¿le subo el 12 como tal o 120?

Belinda: No, estás multiplicando 20 x 6.

Rafael: Sí, pero está bien, es 120, acuérdate subes una centena y en las decenas súmale 2

Antonio: ¡Ah…! con razón.

Rafael: Continúa

Antonio: Es que se me olvidó el 5.

Belinda: No tenías 5.

Rafael: Siempre observa tu ábaco, por ejemplo, como ahorita tú dices 6 x 20 son 120, tú ya empiezas a realizarlo mental y no lo vez en el ábaco, ahora pones una cuenta en el eje de las centenas, la cual vale 100 y luego subes dos cuentas del eje "b", pero no te alcanzan las cuentas inferiores del eje "b", por lo que tienes que bajar la cuenta superior que vale 50 y quitas 3 cuentas inferiores para compensar las 30 que te pasaste al poner la cuenta superior que vale 50.

Antonio: Luego multiplico 3 x 6 igual 18.

Rafael: ¿Y qué haces?

Antonio: Pongo una cuenta inferior de la unidad de millar, bajo la cuenta que vale 500 de las centenas y subo 3 cuentas inferiores del mismo eje las cuales valen 100 cada una.

Rafael: Ya tienes tu resultado ¿te das cuenta?, sumaste las centenas porque estás multiplicando 6 x 3, porque el 3 está posicionado en las centenas, entonces debes de tomar en cuenta siempre el valor posicional de tu número, siempre fíjate en eso.

Antonio: Este método de multiplicación ¿tú lo hiciste?

Rafael: Sí, no se ha hecho, o sea, Cranmer lo hace de diferente manera porque lo hace en un ábaco de 13 ejes, y este es un solo ábaco, pero con 4 cuadrantes.

Rafael: 423 x 64 [multiplicación]

Antonio: Te lo voy diciendo para ver si no la regué, 4 x 3, 12.

Rafael: Ponemos el 12, una decena y dos unidades.

Antonio: Luego 4 x 2 son 6, perdón son 8.

Rafael: Ponemos en las decenas la cuenta superior que vale 5 y 3 cuentas inferiores.

Antonio: Sí, ahora 4 x 4 son 16.

Antonio: 1600, subo una cuenta en las unidades de millar y pongo 600 en las centenas.

Antonio: Ahora multiplicamos con el 6, 6 x 3 son 18.

Rafael: Ok 18 ¿en dónde empezarías a sumar el 8?

Antonio: En el segundo eje o mejor dicho en el eje “b”.

Rafael: ¿Y el uno?

Antonio: En el eje “c”.

Rafael: Subimos una cuenta inferior en las centenas o eje “c”. Ahora vamos a sumar 8 en las decenas o eje “b”, pero no te alcanza, subimos una centena más en el eje “c” pero como solo quieres sumar 80 te estás pasando 20, por lo que le quitas dos cuentas inferiores en el eje “b” que equivalen a 20.

Antonio: Continúo ¿6 x 4?

Rafael: No, te falta multiplicar 6x2

Antonio: Ah! sí, 6x2, 18

Rafael: No, 6 x 2

Antonio: Ah! sí 12.

Rafael: ¿Ahora qué vas a hacer?

Antonio: En el quinto eje subo una cuenta.

Rafael: No, el 2 de ese 12 tendría que ir en las centenas y el 1 en los millares.

Antonio: En el anterior fue 6 x 3 igual a 18, se escribió el 8 en el segundo eje y el 1 en el tercer eje, y ahorita el 2 se escribe en el tercer eje y el 1 en el cuarto eje.

Rafael: Sí

Antonio: El 2 no lo puedo escribir en las centenas, porque no me alcanzan las cuentas, tengo que subir una cuenta en el cuarto eje.

Rafael: Sí, ¿y quitar cuantas centenas?, si nada más necesitabas 2 ¿Cuántas necesitas quitar en las centenas?

Antonio: 8

Rafael: Sí, y luego?

Antonio: Posteriormente 6 x 4 son 24

Rafael: Ahora, si vas a sumar en el cuarto y en el quinto, el 24, ¿dónde vas a poner el 2?

Antonio: En el quinto eje.

Rafael: Sí. Ahora vas a sumar 4, ¿en dónde?

Antonio: En el cuarto eje, que son las unidades de millar, pero no me alcanza, bajo la cuenta superior que vale cinco y quito una cuenta inferior.

Rafael: ¿Y así cuánto te salió?

Antonio: 2, 7, ¿se cuenta como 0 cuando no hay cuentas junto a la línea de valores?

Rafael: Sí, cuando hay ausencia de cuentas es 0.

Antonio. 0, 7, 2

Rafael: ¿Y la cifra es?

Antonio: 27 mil 72.

Rafael: ¿Si se fueron dando cuenta?, tienen que recordar que están trabajando valor posicional, entonces debes recordar dónde te quedaste multiplicando y en dónde te quedas sumando. En el Cranmer lo hacen diferente, en este ábaco es el mismo proceso que haces en lápiz y papel.

Antonio: Es decir, cuando empiezas a multiplicar con el segundo multiplicador, el cual está en el eje "b", los resultados se empiezan a sumar desde el eje de las decenas.

Rafael: Sí, debes entender esto, empiezas en las decenas porque estás multiplicando a partir del eje de las decenas, si es 32 estás multiplicando el 3, y el 3 está en las decenas, el 2 está en las unidades. Tienes que tomar en cuenta eso, ya no empiezas por unidades, sino que por decenas, por otro lado, una de las cosas que estoy observando es que al final ya no sabían dónde sumar, es donde se traban un poco. Ahora es importante esto, están recordando el número, el multiplicando, lo están llevando en la memoria y si se escribe en el ábaco es por algo, para que vuelvan a tocar su número, toquen su número y vean cuál acaban de multiplicar,

Dificultades asociadas a la realización de la División.

En esta sesión se trabajó la división con un dividendo y un divisor hasta llegar a tres dividendos y dos divisores. La dificultad que se presentó fue la siguiente: Antonio, al realizar el proceso de división, olvidaba juntar el sobrante de su primer dividendo con el segundo dividendo para seguir operando. A continuación, fragmentos de las grabaciones:

Rafael: Recordemos que el ábaco tiene 4 cuadrantes. El cuadrante “A” arriba a la derecha, el cuadrante “B” arriba a la izquierda, el cuadrante “C” abajo a la derecha y cuadrante “D” abajo a la derecha. La división se va a trabajar en los cuadrantes “A”, “C” y “D”. En el cuadrante “A” vamos a poner el cociente o el resultado, en el cuadrante “C” vamos a poner el dividendo, y en el cuadrante “D” el divisor. En el cuadrante “C” se escribe lo que va adentro de la casita, y en el “D” lo que va afuera.

La división se escribe de la siguiente manera: 4 entre 2, entonces subimos 4 cuentas inferiores en el eje “a” del cuadrante “C”, y 2 cuentas inferiores del cuadrante “D” y se realiza la operación [se muestra a los informantes la escritura de la división en el ábaco].

Antonio: Cuántas veces cabe el 2 en el 4?

Rafael: O como decimos, tenemos 4 canicas entre 2 personas, ahora de a cuántas les tocan

Antonio: 2

Rafael: El 2 se escribirá en el eje “a” del cuadrante “A”, decimos: 2 del cuadrante “A” por 2 del cuadrante “D” igual a 4, para 4 que están en el cuadrante “C”.

Antonio: 0

Rafael: Quitamos el 4 del eje “a” del cuadrante “C” y se queda 0.

Antonio: El resultado sería 2

Rafael: ¿Y te sobran?

Antonio: 0, a fuerza tenemos que bajar el 4 del cuadrante “C”.

Rafael: Sí, se tiene que ir quitando porque en el cuadrante “C” te puede quedar residuo.

Rafael: Ahora 7÷2 ¿Cuál es el resultado?

Antonio: 3, y decimos 2 del eje “a” del cuadrante “D” x 3 del eje “a” del cuadrante “A” son 6 para siete que están en el eje “a” del cuadrante “C”, es 1, y al 1 ¿cómo le agrego el cero?

Rafael: No vamos a trabajar ahorita decimales.

Antonio: Está bien

Rafael: ¿Cómo le harías Belinda, cuál es tu resultado?

Belinda: El resultado sería 3 sobrando 1.

Rafael: Explícame.

Belinda: Cuántas veces cabe 2 en 7, cabe 3 veces, escribimos 3 en el eje “a” del cuadrante “A”, por lo que decimos 3 del cuadrante “A” por 2 del cuadrante “D” son 6, para 7 que se encuentra en el cuadrante “C” sobra 1, quitas 6 del eje “a” del cuadrante “C” y queda 1.

Antonio: Qué caso tiene que sobre 1.

Rafael: Supongamos que tienes 7 lapiceros y los vas a repartir entre 2 personas ¿de a cuántos lapiceros les darías a las 2 personas?

Antonio: De a 3

Rafael: Cuando nos pongamos más estrictos vamos a decir "bueno 1, se pone el punto decimal, se agrega un cero y ahora vale 10 y nos va a dar .5". Pero lo estamos manejando lo más real posible.

Antonio: No, no me refería a eso, me refiero a la forma de escribirlo.

Rafael: Sí, así queda en las divisiones, de hecho, cuando tú trabajas en primaria, a los niños no se les enseña el punto decimal hasta que tienen bien aprendida la división. Se le dice, sobra 1 y listo, obviamente se puede dividir más pero ahí es cuando trabajamos punto decimal.

Rafael: Ahora van a escribir 326÷2

Rafael: ¿Cuál es tu resultado Antonio?

Antonio: Pues al final son 123

Rafael: Me gustaría escuchar tu procedimiento.

Antonio: Eran 326, divido 3 del eje "c" del cuadrante "C" entre el 2 del eje "a" del cuadrante "D" ¿cuántas veces cabe el 2 en el 3? una vez.

Rafael: Subes la cuenta inferior del eje "c" del cuadrante "A".

Antonio: ¿O sea cómo?

Rafael: Subes la cuenta inferior del eje "c" del cuadrante "A" de derecha a izquierda. Acuérdate que los ejes van de "a", "b", y "c".

Antonio: Sí, subo la centena.

Rafael: Dime qué vas a hacer.

Antonio: En el cuadrante "C" bajo 2 cuentas inferiores del eje de las centenas, me queda 1.

Rafael: Tienes que explicar mejor el procedimiento, decir 1 del eje "c" del cuadrante "A" x 2 del eje "a" del cuadrante "D" igual a 2, para 3 del eje "c" del cuadrante "C" igual a 1, por eso quitas 2 cuentas inferiores del eje "c".

Antonio: Exactamente, me sobra 1 en el eje "c" del cuadrante "C", posteriormente divido 2 del eje "b" del cuadrante "C" entre 2 del eje "a" del cuadrante "D", ¿cuántas veces cabe el 2 en el 2?, una vez, entonces pongo 1 en el eje "b" del cuadrante "A" y hago el mismo procedimiento, 1 del eje “b” del cuadrante “A” por 2 del eje “a” del cuadrante “D” igual a 2, para 2 del eje “b” del cuadrante “C” igual a cero, es decir quito las dos cuentas inferiores del eje “b” del cuadrante “C”.

Antonio: Me sigo con el 6, ¿cuántas veces entra el 2 en el 6?, 3, subo 3, en el eje “a” del cuadrante “A”, y digo 3 del eje “a” del cuadrante “A” por 2 del eje “a” del cuadrante “D” igual a 6. Y para 6 del eje “a” del cuadrante “C” igual a 0, entonces elimino el 6 del eje “a” del cuadrante “C”

Rafael: ¿Cuál es tu resultado?

Antonio: 133

Rafael: 113

Antonio: Perdón, sí, es cierto 113. Y luego, ya abajo me quedan en el cuadrante “C” 100

Rafael: Belinda dime tu resultado.

Belinda: 163

Rafael: Vamos a hacerla juntos

Antonio: Estoy mal yo.

Rafael: Bueno, no digamos que estabas mal, solo que tu procedimiento fue diferente y por eso te salió errónea.

Antonio: ¿Por qué?

Rafael: Vamos a hacerla, escribe nuevamente 326÷2. Se toma el primer número, que es el 3, que está en la posición de las centenas del cuadrante “C”. Decimos, 3 del cuadrante “C” entre 2 del cuadrante “D” igual a 1, subimos el 1 en las centenas del cuadrante “A”, o sería el eje “c” del cuadrante “A”, y decimos 1 del eje “c” del cuadrante “A” por 2 del cuadrante “D”.

Antonio: 2

Rafael: Para 3 que tengo en las centenas del cuadrante “C”,

Antonio: 1

Rafael: Quito 2 cuentas del eje “c” del cuadrante “C” y te queda 1. Y tomas el siguiente número, pero recuerda que te sobró 1, entonces tomas el 1 que te sobró y lo juntas con el número del eje “b” del cuadrante “C” y se vuelve 12, el 12 es el que tienes que dividir, 12 del cuadrante “C” entre 2 del cuadrante “D”, tu error fue dividir 2, y ya no le hiciste caso al 1 que te sobró, por eso hiciste 2/1 en lugar de dividir 12/2.

Antonio: ¿Ah, entonces es igual que en la tinta?

Rafael: Sí, por eso decimos 12÷2

Antonio: A 6

Rafael: El 6 lo vamos a poner en el eje “b” del cuadrante “A”, y decimos 6 del cuadrante “A” por 2 del cuadrante “D”.

Antonio: 12

Rafael: Para 12 que tenemos puestos en los ejes “c” y “b”, 0, quitamos el 12 y en el cuadrante “C” solo te queda el 6.

Rafael: Ahora decimos 6 del cuadrante “C”, entre 2 del cuadrante “D”.

Antonio: 3

Rafael: Ponemos el 3 en las unidades del cuadrante “A”, decimos 3 del cuadrante “A” por 2 del cuadrante “D”.

Antonio: 6

Rafael: Para 6 que está en el cuadrante “C”.

Antonio: 0, el resultado es 163.

Rafael: A ti te salió mal porque no le hiciste caso al 1, y acuérdate que hacen pareja, hacen equipo, el 1 no lo puedes dividir entre 2.

Antonio: No, si me sé esa parte, pero yo pensé que era diferente proceso, y yo supuse que aquí no se tenía que hacer, como es diferente el proceso que nos pones, dije ah pues a lo mejor ese ya no, aunque si tenía yo como conciencia, pero en teoría yo lo debería de agarrar, pero dije “no la vaya a regar en el procedimiento”.

Rafael: Está bien, así vamos aprendiendo, solo que si te das cuenta, en el proceso que hacemos se van eliminando todas las cifras del cuadrante “C” y en tinta vas bajando los números que van quedando, y esto le quita un paso y se vuelve más rápido.

Antonio: De hecho, mentalmente las hago así, esta mejor que con tinta.

Dificultades asociadas a la realización de la Ecuación.

En esta sesión se trabajó la escritura de variables y términos independientes, la suma y resta de variables y términos independientes hasta llegar a la representación y solución de una ecuación. Las dificultades que se presentaron son las siguientes: Antonio, después de escribir la ecuación la volvía a leer y confundía las variables con los términos independientes, al operar olvidaba girar las cuentas al positivo o negativo según fuera el caso y también se le complicaba hacer el último paso para llegar al valor de X. A continuación se muestran fragmentos de las grabaciones:

Rafael: Entonces recordemos que el ábaco tiene 4 cuadrantes. El cuadrante “A” arriba a la derecha, el cuadrante “B” arriba izquierda, el cuadrante “C” abajo derecha y cuadrante “D” abajo a la izquierda. Entonces qué vamos hacer. La ecuación se va a trabajar en los cuatro cuadrantes “A”, “B”, “C” y “D”. En el cuadrante “A” y “C” se escribirá el primer miembro de la ecuación, en el cuadrante “A” se escribirán las variables y en el “C” los términos independientes. En los cuadrantes “B” y “D” se escribirá el segundo miembro de la ecuación, en “B” se escribirán las variables y en “D” los términos independientes.

Antonio: Como quien dice las “X” se escribirán en “A” y “B” y los números en “C” y “D”

Rafael: Sí, vamos a ver, por ejemplo escribe 2X + 1

Antonio: Subo dos cuentas en el eje “a” del primer cuadrante y el uno lo pongo abajo subiendo una cuenta del eje “a” ¿verdad?

Rafael: Sí, ahí estás escribiendo en el primer miembro de la ecuación.

Antonio: Sí

Rafael: A ver vamos a tratar de sumar.

Antonio: Ok, dale.

Rafael: 3X +X

Antonio: Bueno subo 3 cuentas en el eje “a”, y como es más X, subo una cuenta más y listo, sale 4X.

Rafael: Ok, muy fácil ¿verdad?

Antonio: Sí

Rafael: Entonces ahora hagamos una más difícil ¿te parece?

Antonio: Sí

Rafael: 4X + 3X

Antonio: Aquí ¿tengo que usar eso del complemento o regla, verdad?

Rafael: Sí, entonces explícame cómo le haces.

Antonio: Subo las 4 cuentas de abajo y luego le sumo 3X, como ya no tengo más cuentas en la parte de abajo ¿utilizo la cuenta superior que vale 5, verdad?

Rafael: Sí

Antonio: Entonces la bajo, pero como solo quiero sumar 3 quito 2 cuentas de las de abajo.

Rafael: Y ¿cuál es el resultado?

Antonio: 7

Rafael: 7 ¿qué?

Antonio: Aaaa! 7X

Rafael: Recuerda que es importante mencionar que estás trabajando con variables porque de lo contrario se pensaría o te quedarías con la idea de que es suma de términos independientes ¿vale?

Antonio: Sí claro, lo voy a tener presente.

Rafael: A ver ¿intentamos hacer suma y resta en el primer miembro de la ecuación?

Antonio: Órale, vamos a ver si me sale.

Rafael: 6X +4 + 7x -2 = 0

Antonio: Mmmm, díctame más despacio por favor.

Rafael: Ok, primero coloca 6X +4

Antonio: Sí, ya está.

Rafael: Ahora, suma o réstale lo siguiente +7X -2

Antonio: Listo, a ver si estoy bien, ¿13X +2?

Rafael: Bien, bueno, pues esto lo vas hacer en los dos miembros de la ecuación.

Antonio: Sí, se está poniendo bueno.

Rafael: Vamos a intentar hacer operaciones en los dos lados de la ecuación.

Antonio: Sí

Rafael: Te voy a ir dictando lento para que vayas operando en el primer miembro y cuando cambiemos al segundo te diré "igual a", ahí empiezas a escribir en el segundo miembro de la ecuación, ¿si?

Antonio: Ok, espero no equivocarme.

Rafael: Empecemos 4X +6. ¿Ya lo escribiste?

Antonio: Sí

Rafael: -3X +3

Antonio: Mmm, hago esto y me sale X y luego quito 3 y me sale 3.

Rafael: Igual a

Antonio: Me tengo que pasar al segundo miembro de la ecuación ¿verdad?

Rafael: Sí, 10X -8. ¿Ya lo escribiste?

Antonio: Sí

Rafael: -7X +5

Antonio: Quito la que vale 10 y agrego 3, porque solo quería quitar 7, a -8 solo le quito la cuenta que vale 5 y me sale 3.

Rafael: Entonces dime como te queda el segundo miembro de la ecuación.

Antonio: 3 y 3

Rafael: No, recuerda ese tres, ¿qué sería?

Antonio: A si es verdad, 3X +3

Rafael: Bien, recuerda que son variables y términos independientes, y el signo te falló porque no es 3 positivo.

Antonio: Mmmm es verdad, lo que pasa es que giré las bolitas y no sentí bien, solo toqué las 3 que estaban y ya no me fijé que estaban del lado negativo.

Rafael: Ok, recuerda que tienes que tocar bien lo que está puesto en tu ábaco, te pasaba en las operaciones anteriores.

Antonio: Sí, entonces queda 3X -3

Rafael: Sí, a ver léela completa.

Antonio: Bueno, X +3 = 3X -3

Rafael: Excelente, tienes que recordar cómo decir o leer lo que pones en el ábaco.

Antonio: Sí, pero me fui con la finta que eran números, como al momento de operar solo tomo en cuenta los números para hacer las sumas y las restas, se me fue y por eso empecé a decir los números y no recordé que las de arriba son variables.

Rafael: Sí me di cuenta. Bueno, ya pudiste escribir y operar en los dos miembros de la ecuación, ahora resolveremos la ecuación completa, me refiero a encontrar el valor de la variable que en este caso es X.

Antonio: Ok

Rafael: Vamos a tratar de terminar esta última que quedó escrita en el ábaco.

Antonio: la de X +3 = 3X -3

Rafael: Sí esa, entonces primero vamos con los términos independientes. Mira, para eliminar uno de los términos independientes que tiene cada lado o miembro de la ecuación tendríamos que sumar 3 de cada lado de la ecuación o restar 3.

Antonio: Mmmm, ¿cómo?

Rafael: Mira, si en el primer miembro de la ecuación sumo 3 entonces nos daría 6 y posteriormente lo que sumé en el primer miembro lo sumo en el segundo miembro y me da cero, por lo que -3 más 3 ¿cuánto me da?.

Antonio: Pues ¿cero no?

Rafael: Así es, entonces quita ese -3 del segundo miembro de la ecuación.

Antonio: Listo, ahora lee la ecuación.

Antonio: X + 6 = 3X

Rafael: Sí, muy bien, ahora, para eliminar una de las variables de la ecuación tendríamos que restar X a los dos miembros de la ecuación.

Antonio: Sí

Rafael: Entonces decimos menos X más X, o si lo entiendes mejor sería X menos X

Antonio: ¿Cero?

Rafael: Sí, esto sería en el primer miembro de la ecuación, entonces quitas X.

Antonio Listo

Rafael: Bien, igualmente restamos X en el segundo miembro, entonces 3X menos X ¿nos da?

Antonio: 2X

Rafael: Sí, entonces quitas una cuenta para que sea 2X, ¿ya viste?

Antonio: Sí, ya veo.

Rafael: ¿Dime cómo te queda?

Antonio: 6 = 2X

Rafael: Podrías leer primero del lado donde está la X, a ver inténtalo.

Antonio: Podría decir ¿2X = 6?

Rafael: Sí bien dicho, mira Antonio, cuando llegues a este paso acuérdate de leer siempre desde el lado donde está la X.

Antonio: Bien.

Rafael: Perfecto, entonces ahora tienes que despejar el 2 y solo te quedaría X, ya que el 2 pasaría dividiendo al 6 y en el ábaco tendrías que ordenarlo de la siguiente forma, X en el cuadrante “B”, en el eje “a” el 6 lo subirías al cuadrante “A”, y el 2 quedaría en el eje “a” del cuadrante “C” y se lee de la siguiente forma X = 6/2.

Antonio: Esto me cuesta un poco pero creo que es falta de práctica.

Rafael: Sí, creo que es un paso que con práctica se irá afianzando.

Rafael: A ver, vamos a hacer la siguiente, te la voy a decir y luego te la dicto poco a poco.

Antonio: Sí, claro

Rafael: 10X +3 - 4X + 4 = -2X -3 + 4X +7

Antonio: Se ve complicada.

Rafael: Vamos a ver. Primer miembro de la ecuación 10X +3 - 4X +4

Antonio: ¿6X +7?

Rafael: Bien, ahora, en el segundo miembro -2X -3 + 4X +7

Antonio: ¿2X +4?

Rafael: A ver, explícame tu procedimiento de este lado del miembro.

Antonio: Sí claro, primero escribí lo que me dijiste -2X -3, pero como luego me dijiste +4X entonces primero puse el 4X y luego le resté o quité -2X y me salió 2X, y cuando me dijiste +7, volví a hacer lo mismo, mejor quité el -3 y puse +7 y le quité -3 por lo que me salió 4.

Rafael: Bien, ahora léeme ¿cómo te quedó la ecuación?

Antonio: 6X +7 = 2X +4

Rafael: Perfecto, ahora termina de resolverla y dime el resultado.

Antonio: Sí, ahorita te digo.

Rafael: Bien.

Antonio: X = -3/4

Rafael: Bien, creo hasta aquí te ha quedado claro el procedimiento.

Antonio: Sí, pero se me estaba olvidando acomodar el final de la ecuación.

Rafael: ¿Por qué?

Antonio: Es que de momento me quedó 4X en el primer miembro y en el segundo -3, y se me estaba olvidando acomodar para que el 4 pasara dividiendo y me quedara -3/4, además, como eliminaba el cuatro estaba olvidando dejar una cuenta que representara X.

Rafael: Bueno, pero lo hiciste bien y es un procedimiento que se tiene que mejorar.

Dificultades relacionadas con el diseño del ábaco.

En el momento en que Antonio operaba no exploraba adecuadamente la herramienta para ubicarse mejor y le faltaba habilidad en las manos, lo que se relacionaba con el tamaño de sus manos en relación al tamaño del material.

Antonio: No le siento las cuentas bien
Rafael: ¿Le encuentras algún detalle ahí? [Se hace referencia a la parte del ábaco que tocan sus manos]
Antonio: No, es que mis dedos están muy grandes.
Rafael: ¿Crees que sería correcto poner uno más grande?
Antonio: Es que para un niño esta genial, pero para mí que tengo los dedos muy grandes, los tengo muy gordos…
Rafael: Ah… ok

Como pudimos observar en las transcripciones de las sesiones, las dificultades relacionadas con la suma, resta, multiplicación, división y el manejo de números negativos, se relacionaron más con el proceso de aprendizaje de cada uno de los informantes, los cuales reconocieron tener fallas en algunas tablas de multiplicar y tenían errores a la hora de operar en el ábaco y de aplicar las reglas, pues se les dificultaba recordar el procedimiento, en a particular a uno de ellos. Por otra parte, al ser personas mayores de 18 años, ya estaban habituados a resolver estas operaciones de cierta manera, por lo que al momento de trabajar en el ábaco se dificultaba que siguieran el procedimiento. Estas dificultades no se relacionan en si con el diseño de la herramienta, por lo que podemos decir que el ábaco es útil para la enseñanza aprendizaje de estos contenidos matemáticos.

En cuanto a las ecuaciones de primer grado, las dificultades se relacionaron con la falta de práctica por parte del informante ´para no olvidar el procedimiento, aunque se trabajó con diferentes ejercicios, en ocasiones el informante olvidaba los pasos que debía seguir para obtener el resultado, de la misma forma que en el punto anterior, esta dificultad se relaciona más con la falta de práctica que con el diseño de la herramienta, por lo que podemos afirmar que el nuevo diseño de ábaco es útil para la enseñanza aprendizaje de ecuaciones de primer grado.

Por otra parte, existieron algunas dificultades técnicas, que no se relacionan con la funcionalidad del material para realizar operaciones matemáticas, sino con características físicas del ábaco que pueden ser modificadas y mejoradas en próximas reproducciones.

Capítulo 5

CONCLUSIONES

Lo expuesto anteriormente durante la revisión de los capítulos nos permite observar que en México, la educación de las personas con discapacidad visual se ha centrado en la educación básica, y a lo largo de la historia, la reestructuración de los servicios de educación especial se ha enfocado en promover la integración educativa de este tipo de alumnos en las escuelas regulares. Sin embargo, a pesar de los cambios que se han realizado en los servicios de educación especial, a través de los cuales se intenta brindar facilidad de acceso a la educación a los alumnos con discapacidad, se considera necesario dar mayor fuerza al proceso de inclusión, puesto que existen aspectos que aún no han sido considerados para lograr la inclusión plena de estos alumnos, sobre todo en lo que respecta al acceso a los contenidos matemáticos y el desarrollo de las competencias correspondientes a esta materia.

Como se menciona en el desarrollo de este trabajo, la atención educativa de alumnos con Discapacidad Visual (DV) representa un reto para los docentes de escuela regular, el cual está presente durante todo el trayecto de educación básica del alumno. Es un desafío para el maestro el propiciar el proceso de enseñanza-aprendizaje de los contenidos matemáticos, desde los más básicos como el conteo, el valor posicional, las operaciones básicas, hasta los contenidos avanzados, como el manejo de números negativos y las ecuaciones.

Por lo anteriormente mencionado se hizo una revisión del material que se ha diseñado hasta ahora para apoyar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en los alumnos con DV y se pudo observar que las herramientas educativas para la enseñanza de las matemáticas a esta población, está integrada básicamente por: números en relieve, material concreto, la caja aritmética y el ábaco Cranmer. Dichas herramientas, que ya fueron descritas con anterioridad, se enfocan al aprendizaje de contenidos matemáticos básicos (desde conteo hasta raíz cuadrada) por lo que podemos asegurar que no han cubierto todas las necesidades educativas de esta población, en especial, en contenidos matemáticos más avanzados como la resolución de problemas algebraicos, y, específicamente, en la enseñanza de ecuaciones de primer grado.

Por otra parte, los docentes de escuela regular en el Estado de Puebla no cuentan con una especialización en el manejo del Sistema Braille, el cual es un sistema de escritura que permite apoyar la enseñanza de las matemáticas, y tampoco utilizan los materiales mencionados como el ábaco Cranmmer, la caja aritmética, etc. Los docentes se limitan a enseñar a los niños normovisuales a través de las estrategias comunes, con el uso del pizarrón, que es inaccesible a los niños con DV, lo que limita seriamente su aprendizaje.

La finalidad de este trabajo es ofrecer una nueva herramienta para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a alumnos con discapacidad visual, que abarque no solo el conteo y las operaciones básicas, sino también contenidos matemáticos más avanzados como el manejo de números negativos y la escritura y resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita. Por lo cual, esta herramienta se sometió a prueba, como se señaló en capítulos anteriores, con la intención de valorar su funcionalidad en la enseñanza-aprendizaje de estos contenidos matemáticos, y se concluye que, a partir de los resultados obtenidos de la implementación y aplicación de este diseño de ábaco, esta herramienta es útil para la enseñanza aprendizaje de diversos temas matemáticos como conteo, valor posicional, operaciones básicas como suma, resta, multiplicación y división, operaciones con números negativos y ecuaciones de primer grado.

El diseño de ábaco fue utilizado para aprender diversas operaciones, las dificultades encontradas durante su aplicación se relacionaron más con las particularidades del proceso de aprendizaje de cada uno de los informantes, que con la funcionalidad del material en sí. Por ejemplo, presentaron dificultades para comprender los complementos de cinco y diez, el no saberse las tablas de multiplicar, olvidar los procedimientos por falta de repaso, no recordar el valor posicional de los números y no seguir el procedimiento del ábaco a través del tacto, queriendo resolver las operaciones de memoria como están acostumbrados.

Otras dificultades que se presentaron se relacionan únicamente con detalles de la estructura física del ábaco, como su tamaño y la falta de soporte para fijar las cuentas adecuadamente, las cuales se movían por el uso continuo. Dichas dificultades técnicas en la estructura física del ábaco serán consideradas para la mejora de posteriores reproducciones.

Por otra parte, reconociendo que el manejo de las matemáticas es indispensable para la vida diaria, la comunidad educativa (alumnos con DV y maestros) debe contar con herramientas que faciliten la enseñanza-aprendizaje de esta materia y que permitan a los profesores trabajar con alumnos normovisuales, al mismo tiempo que con un alumno con discapacidad visual, lo que garantizaría la inclusión durante las actividades en el aula. El diseño de este ábaco permitirá una interacción real entre el alumno con discapacidad visual, los alumnos normovisuales y el docente de aula regular, puesto que sus características permiten que todos los alumnos (normovisuales o con discapacidad visual) tengan acceso a la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas utilizando esta herramienta.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aquino, S.P., García, V., e Izquierdo J. (2012). *Scielo*. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php? script=sci_arttext&pid=S1665-109X2012000200007

Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión. *Diputados*. Recuperado de http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/LGIPD_171215.pdf

Galíndez, M.C. (2002a). *Guía Didáctica del Ábaco para Ciegos y Débiles Visuales* (Tomo I). Buenos Aires, Argentina: Biblioteca Argentina para Ciegos.

Galíndez, M.C. (2002b). *Guía Didáctica del Ábaco para Ciegos y Débiles Visuales* (Tomo II). Buenos Aires, Argentina: Biblioteca Argentina para Ciegos.

Hernández, R., Fernández, C., Baptista M.P. (2010). *Metodología de la Investigación*. Distrito Federal, México: Mc Graw Hill.

Organización Nacional de Ciegos Españoles (2013). *Once*. Recuperado de https://www.once.es/dejanos-ayudarte/la-discapacidad-visual/concepto-de-ceguera-y-deficiencia-visual

Organización de las Naciones Unidas (10 de Junio de 1994). *Declaración de Salamanca y marco de acción para las necesidades educativas especiales*. Recuperado de http://www.unesco.org/education/pdf/SALAMA_S.PDF

Organización de las Naciones Unidas (13 de Diciembre de 2006). *Convención sobre los derechos de las personas con discapacidad y protocolo facultativo*. Recuperado de https://www.un.org/disabilities/documents/convention/convoptprot-s.pdf

Santana, E.L., Calderón, H. A., Ceja G.A. (2012). *Educación pertinente e inclusiva: La discapacidad en educación indígena*. Distrito Federal, México: SEP

Secretaría de Educación Pública. (2006). *Orientaciones generales para el funcionamiento de los servicios de educación especial.* Distrito Federal, México: Autor.

Secretaría de Educación Pública. (2010). *Memorias y actualidades en la educación especial en México: Una visión histórica de sus modelos de atención.* Distrito Federal, México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (2010). *Discapacidad Visual: Guía didáctica para la inclusión en educación inicial y básica.* Distrito Federal, México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (2011). *Orientaciones para la intervención educativa de la unidad de servicios de apoyo a la educación regular (USAER) en las escuelas de educación básica*. Distrito Federal: México: Autor.

Secretaría de Educación Pública (2018). *Aprendizajes clave para la educación integral: Estrategia de equidad e inclusión en la educación básica: para alumnos con discapacidad, aptitudes sobresalientes, dificultades severas de aprendizaje, conducta o comunicación*. Distrito Federal, México: Autor.

Secretaría de Educación Pública. (2019). *Control Escolar*. Recuperado de https://www.controlescolar.sep.gob.mx/es/controlescolar/Documento_de_Normas

Watson, A., & Minoru, O. (2015). *Task Design in Mathematics Education.* Switzerland: Springer.