



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

ANÁLISIS DEL PROGRAMA DE SECUNDARIA DESDE LA PERSPECTIVA DEL MODELO VAN HIELE EN EL OBJETO MATEMÁTICO TRIÁNGULOS.

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
LIC. NANTZI FATIMA MUÑOZ MARCOS

DIRECTOR DE TESIS
DRA. DINAZAR I. ESCUDERO ÁVILA
CO-DIRECTOR DE TESIS
DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR

PUEBLA, PUE.

JUNIO 2019

Esta Investigación se realizó gracias al financiamiento del
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT),
de Enero de 2017 a Diciembre de 2018. N° de CVU: 818208

Agradecimientos

Esta investigación es el resultado de un enorme esfuerzo y dedicación, la culminación de este trabajo fue gracias a la cooperación desinteresada de todas y cada una de las personas que me acompañaron en el recorrido de la Maestría en Educación Matemática, las cuales han sido un soporte muy fuerte en todo momento.

Doy gracias a Dios, por iluminar mi corazón y mi mente, por haber puesto en mi camino a aquellas personas que han sido mi soporte y compañía durante este proceso.

Gracias a ustedes, mi familia, por acompañarme, por compartir, por amar y respetar mis proyectos haciéndolos suyos, ustedes son parte vital en mi vida.

A mi directora de tesis la Doctora Dinazar I. Escudero Ávila que con su experiencia y conocimientos me orientó, me escuchó y me ha guiado con paciencia y rectitud para el desarrollo y culminación con éxito este trabajo.

Agradezco a los doctores de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, por sus conocimientos, paciencia, orientación y guiarme en el desarrollo de esta investigación.

Índice general

Resumen

INTRODUCCIÓN

1. Planteamiento del problema	4
2. Objetivo general	4
3. Objetivo específico.....	5
4. Preguntas de investigación	5
5. Justificación.....	5

Capítulo I

ANTECEDENTES

1.1 Aportaciones del modelo Van Hiele	9
1.2 Análisis y valoración del currículo.....	10

Capítulo II

MARCO TEÓRICO

2.1 Aproximaciones al Modelo Van Hiele.....	13
2.1.1 Niveles de Van Hiele: Denominación y descripción.....	14
2.1.2 Procesos de Razonamiento	15
2.2. Componentes del currículo.....	16
2.3 Organización del Currículo en México	17

Capítulo III

METODOLOGIA

3.1 Diseño de la investigación.....	19
3.2 Instrumento para el análisis de los niveles de Van Hiele	19
3.2.1 Codificación de la tabla Niveles de razonamiento Van Hiele	21
3.2.2 Instrumento específico para el objeto matemático triángulo	22
3.3 Instrumentos para el Análisis curricular de nivel Secundaria	27
3.4 Instrumento para la comparación de los aprendizajes esperados de los programas 2011 y 2017 desde los niveles de Van Hiele.....	28

Capítulo IV

ANÁLISIS DE DATOS

4.1 Análisis curricular de nivel Secundaria.....	29
4.2 Programa 2011	29
4.3 Programa 2017	35
4.4 Análisis de los programas 2011 y 2017 desde el modelo Van hiele	42

Capítulo V

RESULTADOS

5.1 Análisis curricular de nivel Secundaria del programa 2011	51
5.1.1 Contenidos del programa 2011	51
5.2 Resultados Primer año.....	56
5.3 Resultados Segundo año.....	56
5.4 Resultados Tercer año	57
5.5 Análisis curricular de nivel Secundaria del programa 2017	58

5.6 Comparación de los propósitos del programa 2011 y 2017	58
5.7 Comparación de los procesos de razonamiento de nivel Secundaria.....	59
5.8 Aprendizajes esperados del programa de estudio 2017	61
5.9 Alcances y limitaciones de los aprendizajes esperados de acuerdo con el modelo de Van Hiele	61
5.10 Consideraciones de los programas 2017 y 2011 en nivel Secundaria.....	62

Capítulo VI

CONCLUSIONES

6.1 Reflexiones finales	65
-------------------------------	----

BIBLIOGRAFÍA

ANEXOS

Índice de tablas

Tabla II.1. Niveles y dimensiones en el estudio del currículum Rico y Lupiáñez.....	16
Tabla III.1. Esquema preliminar individual por artículo.....	19
Tabla III.2. Esquema preliminar colectivo por autor y niveles de acuerdo al modelo Van Hiele. .	20
Tabla III.3. Tabla colectiva.	20
Tabla III.4. Tabla de codificación de niveles.	21
Tabla III.5. Tabla de codificación de niveles.	21
Tabla III.6. Tabla de codificaciones de niveles y procesos de razonamiento	22
Tabla III.7. Ejemplo de esquema preliminar individual por artículo.	23
Tabla III.8. Esquema preliminar colectivo por autor y niveles de acuerdo con el modelo Van Hiele	24
Tabla III.9. Tabla de proceso de razonamiento y niveles de acuerdo con el modelo Van Hiele	25
Tabla III.10. Ejemplo modificado de tabla de niveles y procesos de razonamiento	26
Tabla III.11. Ejemplo particular de tabla de niveles y procesos de razonamiento.....	26
Tabla III.12. Tabla de análisis del programa en Triángulos.....	27
Tabla III.13. Ejemplo de la dosificación de los aprendizajes esperados secundaria en Triángulos	27
Tabla III.14. Instrumento para la comparación.	28
Tabla III.15. Instrumento de revisión de los alcances y limitaciones.	28
Tabla IV.1. Ejemplo de los contenidos en Secundaria del Programa 2011	30
Tabla IV.2. Tabla de análisis del programa 2011 en Triángulos.	33
Tabla IV.3. Ejemplo de dosificación de los aprendizajes esperados secundaria en Triángulos, se agregan codificaciones de grado, tema y bloque en tercer grado.....	34
Tabla IV.4. Ejemplo de la dosificación de los aprendizajes esperados	36
Tabla IV.5. Ejemplo de aprendizajes esperados por grado	37

Tabla IV.6. Tabla de análisis del programa 2017 en Triángulos	40
Tabla IV.7. Dosificación de los aprendizajes esperados secundaria.....	41
Tabla IV.8. Ejemplo de la organización de aprendizajes esperados de primero 2017 y el programa 2011	42
Tabla IV.9. Ejemplo de la organización de aprendizajes esperados de primero 2017 y el programa 2011	46
Tabla IV.10. Ejemplo de la organización de aprendizajes esperados de primero 2017 y el programa 2011	49
Tabla V.1 Aprendizajes esperados del programa 2011 de primer grado.	52
Tabla V.2 Aprendizajes esperados del programa 2011 de segundo grado.....	53
Tabla V.3 Aprendizajes esperados del programa 2011 de tercer grado.....	54
Tabla V.4 Extracto de la Tabla V.1 de Aprendizajes esperados (AE) secundaria 1.....	56
Tabla V.5 Extracto de Tabla V.1 de Aprendizajes esperados (AE) secundaria 3.....	57
Tabla V.6 Comparación por grados de secundaria, en cuanto al Nivel de razonamiento.....	59

Resumen

En este trabajo se muestran los resultados que se obtuvieron al realizar el análisis del Programa 2017 de Matemáticas que emite la Secretaría de Educación Pública (SEP) para el nivel Secundaria en el tratamiento de los triángulos como objeto matemático, considerando los aprendizajes esperados que propone la SEP en Aprendizajes Clave para la educación integral del nivel secundaria de 2017.

Para realizar este análisis se decidió utilizar el modelo Van Hiele para la revisión y análisis de la propuesta plasmada en el documento oficial previamente referido. Se revisaron distintas propuestas y resultados de investigación. Paralelamente se analizaron y organizaron los aprendizajes esperados del tema de triángulos de los aprendizajes clave para la educación integral de secundaria de 2017, para después analizar los alcances y limitaciones de dichos aprendizajes clave en correspondencia con los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele.

PALABRAS CLAVE: Análisis curricular, geometría, Van Hiele, triángulos.

Summary

This paper shows the results obtained when performing the analysis of the 2017 Mathematics Program issued by the Secretariat of Public Education (SEP) for the Secondary Level, in the treatment of triangles as mathematical object considering the expected learnings proposed by SEP in Key Learnings for comprehensive education in secondary level in 2017.

In order to carry out this analysis, it was decided to use the Van Hiele model to review and analyze the proposal contained in this official document. Different proposals and research results were reviewed, in parallel we analyzed and organized the expected learnings of the theme of triangles of key learnings for comprehensive secondary education in 2017, to then analyze the scope and limitations of key learnings in correspondence with the levels of reasoning of Van Hiele's model.

KEYWORDS: Curriculum analysis, geometry, Van Hiele, triangles.

INTRODUCCIÓN

El currículo es un componente esencial para la educación, el cual permite fundamentar y articular las condiciones institucionales de funcionamiento. Muestra la concepción de las características del ciudadano que se quiere formar y se traduce en la definición de rasgos que los estudiantes han de lograr progresivamente, a lo largo de su trayecto por el nivel escolar que cursa (SEP, 2017).

En el Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica en 1992, se inició una transformación que reorganizó al sistema educativo nacional, lo cual dio paso a reformas encaminadas a mejorar e innovar prácticas y propuestas pedagógicas (SEP, 2011). Debido a lo anterior, se han realizado modificaciones al currículo desde el año 1993, seguido por los del año 2006, 2011 y 2017.

La última reforma al currículo mediante el ACUERDO número 07/06/17 por el que se establece el Plan y los Programas de Estudio para la Educación Básica: Aprendizajes clave para la educación integral. Este acuerdo menciona que la reforma es necesaria porque los aprendizajes de los estudiantes son deficientes y sus prácticas no cumplen con las necesidades de formación que exige la sociedad actual, además de ser extenso, lo que evita profundizar con suficiencia en los temas y por consecuencia se limita el desarrollo habilidades cognitivas superiores (SEP, 2017).

Lo anterior concuerda con los resultados de las pruebas estandarizadas de la Evaluación Internacional de Estudiantes (PISA, por sus siglas en inglés) que se han aplicado en México desde el año 2000 que permite apreciar que la mayoría de los estudiantes mexicanos de 15 años carecen

de las aptitudes necesarias para tener una vida plena y productiva en la sociedad del conocimiento (INEE, 2005).

A partir de la Implementación de los Planes y los Programas de Estudio en escuelas de educación básica del nuevo modelo educativo 2017 que entró en vigor en agosto de 2018, se busca que el profesor ponga en práctica estrategias para estimular en los estudiantes el aprendizaje, influyendo en la selección de un tipo de procesamiento adecuado, por lo que es necesario que el docente cuente con conocimientos disciplinares y pedagógicos pertinentes (SEP, 2017).

Planteamiento del problema

La investigación busca permitir al docente trazar pautas que lo orienten en la planeación e implementación del currículo, que apoyen al aprendizaje y la transformación de la práctica pedagógica (SEP, 2017) y que estos garanticen el máximo logro de aprendizaje de los educandos.

Además de considerar que el nuevo modelo precisa que es necesario reconocer la presencia o ausencia de ciertas condiciones favorece la buena gestión del currículo o la limita (SEP, 2017, p.34)

Es así como, para analizar el programa, se plantearon los siguientes objetivos de investigación:

Objetivo general

Analizar los alcances y limitaciones de los aprendizajes esperados de matemáticas que propone la SEP en el nuevo modelo educativo, correspondientes al tema de triángulos, con ayuda del modelo de razonamiento geométrico que propone Van Hiele.

Para alcanzar este objetivo general se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Organizar los aprendizajes esperados del contenido de triángulos haciendo uso de investigaciones al respecto y a lo que los niveles del modelo de razonamiento de Van Hiele en geometría proponen.
- Analizar el impacto de los aprendizajes esperados para establecer el nivel de razonamiento del contenido de triángulos de acuerdo con el modelo de Van Hiele además de determinar sus alcances y limitaciones.
- Identificar los aprendizajes esperados que contemplan el contenido de triángulo en los programas de estudio 2017.

Preguntas de investigación

Estos son los cuestionamientos a los cuales se pretende dar respuesta para ofrecer elementos que ayuden a alcanzar nuestros objetivos de investigación.

- ¿Cómo están organizados los aprendizajes esperados del contenido de triángulos en el nuevo modelo educativo mexicano?
- ¿Cómo se propone y organiza el desarrollo de pensamiento geométrico al respecto de triángulos en este currículo según la perspectiva de los niveles del modelo Van Hiele?

Justificación

A lo largo del nivel básico y hasta niveles superiores, los estudiantes se han familiarizado con el estudio de la Geometría. Es por esto por lo que la matemática educativa como disciplina científica se ha interesado en ofrecer las características del razonamiento matemático necesarias para cada

momento escolar y contenidos específicos, lo cual posibilita que el aprendizaje sea fructífero (Carrillo, Contreras, Climent, Montes, Escudero y Flores, 2016).

Actualmente, el currículo de educación básica (educación infantil, primaria, secundaria y bachillerato) ha sido objeto de una reforma. Lo propuesto en programas diseñados por la Secretaría de Educación Pública (SEP) indica al docente los conocimientos que los alumnos deben adquirir en los temas del área de Geometría. Sin embargo, se ha omitido mostrar una secuenciación por bloques o unidades en aras de permitir la libre elección de secuenciación de contenidos de acuerdo con lo que menciona el programa (SEP, 2017).

El análisis crítico del modelo educativo permite identificar las características, cualidades, alcances y limitaciones de lo sugerido en el programa de estudios de matemáticas, que repercuten directa o indirectamente en el proceso de enseñanza aprendizaje. En este sentido se ha elegido el tema de triángulos dentro del estudio de la geometría en educación secundaria para realizar el análisis crítico de la estructura que propone el nuevo modelo y dar cuenta de la forma en la que se perciben los cambios curriculares.

Existen diferentes modelos teóricos en educación matemática que ayudan a identificar aquellos elementos importantes que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje, estos modelos logran el conocimiento de conceptos, propiedades y estrategias básicas de Geometría fundamentales para que los estudiantes interactúen efectivamente con su propio entorno (Hershkowitz, Bruckheimer y Vinner, 1987). Uno de estos modelos es el de razonamiento de Van Hiele que se interesa en el análisis profundo de conceptos geométricos proponiendo además determinados niveles por los cuales un estudiante debería transitar para adquirir un conocimiento cada vez más sofisticado de los conceptos geométricos, poniendo atención en “la comprensión de conceptos y el perfeccionamiento de las formas de razonamiento” (Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarit, Peñas y Ruiz, 1994, p.14).

La investigación se divide en diferentes capítulos que intentan mostrar gradualmente cómo se llevó a cabo.

En el Capítulo I se abordan algunos antecedentes importantes, que son un recuento de algunas investigaciones de la aplicación del modelo Van Hiele y los resultados obtenidos.

El Capítulo II presenta el marco teórico en donde se expone una visión general de distintos autores sobre la conceptualización de currículo, el modelo Van Hiele y algunos acercamientos al currículo de las matemáticas.

El Capítulo III explica la metodología que sustenta la investigación, menciona los procesos que se siguen para realizar el análisis del currículo.

En el Capítulo IV se describen los elementos que se obtuvieron al utilizar las tablas de comparación entre el modelo Van Hiele y el programa.

En el Capítulo V se presentan los resultados del análisis e interpretación de datos obtenidos.

Finalmente, presentamos las conclusiones generales obtenidas a lo largo del estudio con base en la investigación y análisis del programa.

Capítulo I **Antecedentes**

Existen diferentes factores que influyen en el aprendizaje como lo son los estudiantes, los docentes, el contexto escolar, el entorno cultural, social o político. Después de la implementación de la educación obligatoria en varios países a mediados del siglo XX, la Didáctica de las Matemáticas o Educación Matemática como disciplina científica ha impulsado varias investigaciones de Geometría (Gutiérrez, 2009).

La investigación en la didáctica de la geometría actual a nivel internacional se organiza predominantemente en torno al modelo Van Hiele, que se considera un referente para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, considerando a su vez varias variables de tipo cognitivo, curricular, cultural entre otras que condicionan el aprendizaje (Gutiérrez, 2009).

En este capítulo se muestran los antecedentes que se consideran para la investigación. Por un lado, presentamos estudios utilizando el Modelo Van Hiele y por otro lado la organización del currículo en México.

1.1 Aportaciones del modelo Van Hiele

Las siguientes líneas muestran algunas de las aportaciones que han surgido del modelo Van Hiele, en las cuales se observa la potencialidad de usar este modelo para la enseñanza y el aprendizaje, además de aportar información acerca de indicadores o caracterizaciones de los niveles para un determinado contenido matemático.

Gutiérrez y Jaime (1998) presentan un estudio longitudinal que evaluó el nivel de razonamiento de alumnos de sexto de primaria a cuarto grado de secundaria, donde se diseñaron tres pruebas en el contenido de polígonos y otros conceptos relacionados. En su artículo presentan una lista de descriptores para cada nivel y proceso de razonamiento.

Fuentes, Portillo y Robles (2015) realizaron una investigación desde un diseño cuantitativo en dos grupos, uno de control y otro experimental. Constó de seis etapas y una de ellas fue el

desarrollo de una secuencia didáctica sobre polígonos que fue elaborada y aplicada teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele.

Luego de la intervención se notó una mejoría del grupo que fue producto de las competencias adquiridas por los estudiantes en lo que se refiere a los niveles de razonamiento 3 y 4. Al comparar los resultados entre grupos se notó que al grupo experimental le fue mejor en todos los niveles de razonamiento, donde los alumnos fueron capaces de nombrar más de un atributo de regularidad, las respuestas fueron sustentadas de manera formal y nombraron características. A su vez se demostró que los estudiantes intervenidos con la secuencia didáctica diseñada según las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele expresaron un avance significativo en los niveles de razonamientos 1 y 2 independientemente de su estilo de aprendizaje.

En el caso de Aravena, Gutiérrez y Jaime (2016) se realizó un diseño donde se presentan estrategias de enseñanza de la geometría con estudiantes de la región vulnerables en educación media, donde se estudiaron dos grupos (control - experimental) con edades entre 15-16 años. En este estudio se encontró un progreso en el grupo experimental en lo que se refiere al razonamiento del nivel 2, haciendo referencia al uso de definiciones y a la descripción de propiedades geométricas. Los autores afirman que, de acuerdo con su investigación, los resultados de la enseñanza de la geometría basada en el modelo de Van Hiele tienen resultados claramente superiores que la enseñanza tradicional.

1.2 Análisis y valoración del currículo

El currículo se considera una herramienta de trabajo para el profesor para disponer de conocimientos sólidos sobre los fundamentos teóricos acerca de la organización y secuenciación de contenidos en su disciplina, lo que deriva en la reflexión sobre la noción de currículum. A continuación, se muestran algunas concepciones de currículum.

De acuerdo con Rico (1998) el currículum denomina toda aquella actividad que organiza y lleva a cabo un plan de formación, siendo esta una propuesta de actuación educativa, que se concreta a

principios ideológicos y pedagógicos que, en su conjunto, muestran la orientación general del sistema educativo (Rico y Lupiáñez, 2014).

Por otro lado, Stenhouse (en Rico, 1998) comenta que un curriculum es una tentativa para comunicar los principios y rasgos esenciales de un propósito educativo, de forma que permanezca abierto a la discusión y a la crítica y se pueda trasladar efectivamente a la práctica.

Por otro lado, Valenzuela y Dolores (2012) mencionan que el concepto de currículum se debe entender como un término sistémico o polisémico, debido a su pluralidad de significados. Entendiendo que el currículum está directamente vinculado a procesos de selección, organización, distribución, transmisión y evaluación del contenido y de sus objetivos dentro de los sistemas educativos.

Por su parte Coll (2007) lo asume como proyecto que preside las actividades educativas escolares, precisa sus intenciones y proporciona guías de acción adecuadas y útiles para los profesores que tiene la responsabilidad directa de su ejecución.

Después de hacer el recorrido por estas definiciones el currículo se considera una herramienta que organiza un plan de formación, que comunica principios y rasgos esenciales de un propósito educativo, con intenciones que proporcionan guías de acciones adecuadas y útiles.

Para Posner (1998) no se tiene solo un currículo, sino cinco que se relacionan entre sí:

- **Currículo oficial o currículo escrito:** se documenta en diagramas de alcance y de secuencia, programas de estudios, guías curriculares, esquemas de rutas, estándares y listas de objetivos, en este caso es el programa 2017.
- **Currículo operativo:** consiste en lo que el profesor realmente enseña y cómo comunica su importancia al estudiante. Son el contenido incluido y el énfasis que le da el profesor en clase y los resultados del aprendizaje (este currículo tiene muchas diferencias con el oficial, debido a que los profesores tienden a interpretarlo con su conocimiento, creencias y actitudes).

- **Currículo oculto:** suele no ser reconocido oficialmente por las escuelas, pero tiene un impacto más profundo y duradero en los estudiantes que los currículos oficial u operativo.
- **Currículo nulo:** consiste en las materias que no se enseñan, por lo que cualquier consideración al respecto debe centrarse en por qué se ignoran esos temas.
- **Currículo adicional:** comprende todas las experiencias fuera de las materias escolares. Contrasta con el currículo oficial por su naturaleza y voluntaria capacidad de respuesta a los intereses de los estudiantes.

Alsina (2000) refiere que existen cuatro tipos de currículos:

- **Currículum oficial:** que viene dado en el conjunto de documentos que oficializan las autoridades educativas o asociaciones de un lugar y que fijan o proponen los programas de las asignaturas, contenidos mínimos, objetivos que deben alcanzarse, etc.
- **Currículum potencial:** queda determinado en publicaciones docentes, libros de texto, materiales, etc.
- **Currículum impartido:** es el que efectivamente desarrolla el profesorado en clase a lo largo del curso.
- **Currículum aprendido:** es el que efectivamente queda adquirido por el alumnado.

Para el caso de esta investigación nos centraremos en el análisis del llamado currículo oficial o currículo escrito.

Capítulo II **Marco teórico**

En este segundo capítulo se describen algunos elementos del modelo Van Hiele, los componentes del currículum y la organización del currículo en México, que servirán como base para la construcción de esta investigación.

2.1 Aproximaciones al Modelo Van Hiele

Dentro de los estudios relacionados con la didáctica de la geometría ha tenido una fuerte influencia el trabajo desarrollado por Pierre Van Hiele y Dina Van Diele-Geldof quienes propusieron en 1959 los niveles de razonamiento geométrico de Van Hiele (Van Hiele, 1957) para comprender y orientar el desarrollo del pensamiento geométrico de los estudiantes. Tal ha sido su influencia que aún continúa siendo útil para organizar el currículo de geometría de algunos países como España en la educación primaria y secundaria (Godino y Ruíz, 2002).

El modelo menciona que el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por niveles de pensamiento y conocimiento. Estos niveles no van asociados a la edad y que solo es posible alcanzar un nivel “ n ” entendiendo el nivel anterior “ $n-1$ ” (Fouz y De Donosti, 2005).

En la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes: el lenguaje utilizado y la significatividad de los contenidos, lo cual concuerda con las estructuras de Viner que menciona que son dos los elementos importantes la imagen conceptual (información gráfica) y definición conceptual (información verbal) (Carrillo, Contreras, Climent, Montes, Escudero y Flores, 2016). Lo primero implica que los niveles, y su adquisición, van unidos al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo, que los estudiantes sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento. Si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo (Fouz y De Donosti, 2005).

2.1.1 Niveles de Van Hiele: Denominación y descripción

De acuerdo con el modelo de Van Hiele se tienen 5 niveles de razonamiento, de los cuales pueden desprenderse ciertos procesos de razonamiento (Godino y Ruíz, 2002; Alsina, Burgués, y Fortuny, 1997):

- **Nivel 1 (Visualización/Reconocimiento):** Los objetos de pensamiento en el nivel 1 son formas y se conciben según su apariencia es decir los alumnos reconocen las figuras y las nombran basándose en las características visuales globales que tienen, sin explicar las propiedades determinantes de la figura, por ejemplo, reconocer el dibujo de un triángulo, pero quizá no sea consciente de muchas de sus propiedades (Galindo, 1996).
- **Nivel 2 (Análisis):** Los objetos de pensamiento en el nivel 2 son clases de formas, en lugar de formas individuales. Los estudiantes que razonan según este nivel son capaces de considerar todas las formas incluidas en una clase en lugar de una forma singular y propiedades particulares de las figuras, por ejemplo, percibe cada propiedad de los triángulos de manera aislada, sin relacionarla con las demás (Corberán et al., 1994).
- **Nivel 3 (Clasificación):** Los objetos del pensamiento del nivel 3 son las propiedades de las formas a medida que los estudiantes comienzan a ser capaces de pensar sobre propiedades de los objetos geométricos sin las restricciones de un objeto particular, es decir, determinar las figuras por propiedades, siendo capaces de desarrollar relaciones entre estas propiedades, por ejemplo, selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas y prueba, mediante dibujos o construcciones, que son suficientes. (Fouz y De Donosti, 2005).
- **Nivel 4 (Deducción formal):** Los objetos de pensamiento en el nivel 4 son relaciones entre propiedades de los objetos Geométricos, en este nivel los estudiantes son capaces de examinar algo más que las propiedades de las formas además de desarrollar secuencias de proposiciones, por ejemplo, Realizan demostraciones de diferentes maneras y pueden compararlos, demostrando que si un triángulo es isósceles los ángulos de la base son iguales y viceversa (Fouz y De Donosti, 2005; Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016).
- **Nivel 5 (Rigor):** Los objetos de pensamiento del nivel 5 son sistemas axiomáticos para la geometría, en el nivel máximo de la jerarquía de pensamiento geométrico propuesto por

Van Hiele, el objeto de atención son los propios sistemas axiomáticos, no las deducciones dentro de un sistema y analizando con rigor varios sistemas deductivos, por ejemplo, inventa métodos generalizables para resolver diferentes clases de problemas (Fouz y De Donosti, 2005).

2.1.2 Procesos de Razonamiento

Después de revisar las características de cada nivel del modelo Van Hiele, se deben analizar los niveles de razonamiento, puesto que cualquier actividad matemática incluye uno o más procesos de razonamiento. A continuación, se define cada proceso de razonamiento desde la visión de algunos autores:

- **Visualización:** Hershkowitz y colaboradores (1996, citados en Torregrosa y Quesada, 2007) indican que: "entendemos por visualización la transferencia de objetos, conceptos, fenómenos, procesos y sus representaciones a algún tipo de representación visual y viceversa. Esto incluye también la transferencia de un tipo de representación visual a otra" (p. 163). En este sentido, se denomina visualización en el estudio de la geometría al proceso o acción de transferencia de un dibujo a una imagen mental o viceversa (Torregrosa y Quesada, 2007).
- **Reconocimiento:** Se refiere a la identificación de componentes y propiedades físicas, a la descripción verbal de dichas propiedades (Gutiérrez y Jaime, 1998).
- **Clasificación:** Hace referencia a la clasificación de figuras geométricas o conceptos en diferentes familias o clases (Gutiérrez y Jaime, 1998).
- **Definiciones:** Este proceso puede ser visto en dos maneras: a medida que los estudiantes formulan definiciones del concepto que están aprendiendo y a medida que los estudiantes utilizan una definición dada al leer un libro de texto, al oír del maestro u otro estudiante (Gutiérrez y Jaime, 1998).
- **Demostraciones:** Hace referencia a la prueba de propiedades o estados, es decir, de explicar que en un cierto convencimiento propiedades o afirmaciones son ciertas (Gutiérrez y Jaime, 1998).

2.2. Componentes del currículo

Rico y Lupiáñez (2014) mencionan que la función del diseñador curricular está centrada en analizar propuestas diversas sobre los modos de entender el conocimiento, interpretar el aprendizaje, establecer un método de enseñanza, valorar la calidad y cantidad de los aprendizajes realizados, respondiendo a las necesidades individuales y demandas sociales del momento.

El concepto de currículum se ha convertido en un término genérico con el que se denomina toda actividad que planifique una formación y que se propone la difícil tarea de dar respuestas concretas a cuestiones como: ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento?, ¿qué es el aprendizaje?, ¿qué es la enseñanza?, ¿qué es, en qué consiste el conocimiento útil? (Rico, 1998).

La intención del currículo es entonces ofrecer propuestas concretas sobre:

- Modos de entender el conocimiento.
- Interpretar el aprendizaje.
- Poner en práctica la enseñanza.
- Valorar la utilidad y dominio de los aprendizajes realizados.

Es así como existen diferentes niveles de reflexión desde un planteamiento teórico determinado y que tiene cuatro dimensiones de acuerdo con Rico y Lupiáñez (2014). La tabla II.1 muestra los niveles y las dimensiones:

<u>Dimensiones</u> <u>Niveles</u>	<u>1.ª Dimensión:</u> <u>Cultural/conceptual</u>	<u>2.ª Dimensión:</u> <u>Cognitiva</u>	<u>3.ª Dimensión:</u> <u>Ética o política</u>	<u>4.ª Dimensión:</u> <u>Social</u>
Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación
Sistema educativo	Conocimientos	Alumno	Profesor	Aula
Disciplinas académicas	Matemática, Epistemología, Historia	Teorías del aprendizaje	Pedagogía	Sociología
Teleológico o de finalidades	Fines culturales y formales	Fines formativos y de desarrollo	Fines éticos y políticos	Fines sociales y utilitarios

Tabla II.1. Niveles y dimensiones en el estudio del currículum Rico y Lupiáñez (2014)

En nuestro caso hemos decidido centrar el análisis en las dos primeras dimensiones, en lo que se refiere al nivel de planificación de los profesores, el cual aborda los contenidos y los objetivos, los cuales consideramos clave en el currículo oficial.

En el caso de la dimensión cultural/conceptual se entiende como una condición lógica de la enseñanza, como proyecto de cultura “escolarizada” que se concreta en las condiciones reales de la enseñanza, que dispone de una ordenación coherente de conceptos y principios (Sacristán, 2010).

En el caso de la dimensión cognitiva se determinan enunciados genéricos, vinculados a uno o varios bloques de contenidos generales. Estos objetivos o propósitos marcan prioridades en el desarrollo de las capacidades de los alumnos y permiten tomar decisiones adecuadas sobre su concreción, es decir, son expectativas sobre el aprendizaje con un marco teórico que atiende a la formación, al desarrollo y las finalidades del currículo (Rico y Lupiáñez, 2014).

2.3 Organización del Currículo en México

En México se han tenido varios cambios en los últimos diecisiete años, es así que el pasado 13 de marzo de 2017, se publicó en el Diario Oficial de la Federación el Nuevo Modelo Educativo que entra en vigor en el ciclo escolar inmediato, es decir en ciclo escolar 2018-2019 (DOF, 2017).

Este Nuevo Modelo Educativo consta de apartados los cuales son: introducción, fines de la educación, los fines de la educación en el siglo XXI, la educación básica, el currículo de la educación básica, programas de estudio de la educación básica, bibliografía, glosario, acrónimos y créditos.

En este Programa de Matemáticas 2017 tiene un planteamiento curricular que se fundamenta en la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades, actitudes y valores. En este sentido, su enfoque es competencial, pero las competencias no son el punto de partida, sino el

punto de llegada, la meta final, el resultado de adquirir conocimientos, desarrollar habilidades, adoptar actitudes y tener valores (SEP, 2017).

Capítulo III Metodología

Este capítulo describe el proceso de recolección, análisis de la información y la organización de la información que se recabó en la investigación del programa de secundaria en el objeto matemático triángulos, para relacionarlos con los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele.

3.1 Diseño de la investigación

Taylor y Bogdan (2015) mencionan que las personas se encuentran en constante proceso de interpretación, donde cada actor selecciona, controla, suspende, reagrupa o transforma los significados de una situación, de acuerdo con la dirección de acción de donde se encuentre.

Es así que hemos decidido utilizar un enfoque cualitativo para esta investigación. El método que se ha utilizado es el análisis documental, con respecto a lo que plantea el programa de matemáticas, los aprendizajes esperados en triángulos y los textos relacionados con el modelo de Van Hiele.

3.2 Instrumento para el análisis de los niveles de Van Hiele

El trabajo se inició con la búsqueda de las fuentes principales y la lectura de diversas investigaciones que se relacionan con el modelo Van Hiele, de las que se seleccionaron las más relevantes. Enseguida se realizó la selección de los textos, para elaborar un esquema preliminar donde se identificó lo encontrado con el objeto matemático de triángulos.

En los esquemas preliminares (Tabla III.1. Esquema preliminar individual por artículo) se identificaron el nombre del artículo, las características y habilidades que se reconocen en los niveles de Van Hiele el objeto matemático de triángulos como parte del Marco teórico, los puntos clave, Autores importantes y Observaciones.

Artículo	Marco teórico	Puntos clave	Autores importantes	Observaciones
----------	------------------	-----------------	------------------------	---------------

Tabla III.1. Esquema preliminar individual por artículo.

Para la elaboración del análisis e interpretación se utilizaron los esquemas preliminares y se trabajó en conjunto con un grupo de investigación (Martínez, 2018).

Se determinó organizar una tabla donde se indica el nivel de acuerdo con el modelo Van Hiele (reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor) colocando lo identificado en los esquemas preliminares, indicando el autor, la página y el año de donde se obtiene la información.

NIVEL 1 RECONOCIMIENTO	NIVEL 2 ANALISIS	NIVEL 3 CLASIFICACION	NIVEL 4 DEDUCCION FORMAL	NIVEL 5 RIGOR
---	-----------------------------------	--	---	--------------------------------

Tabla III.2. Esquema preliminar colectivo por autor y niveles de acuerdo al modelo Van Hiele.

Enseguida se reorganizó la tabla para identificar el proceso de razonamiento (Visualización, Catalogar, Identificación de propiedades, Definiciones, Demostraciones, Características especiales del individuo) y al finalizar se definió conceptualmente cada uno de los procesos determinando los autores y el año.

Fue necesario revisar las habilidades y jerarquizarlas de acuerdo con el nivel que corresponde al modelo Van Hiele con respecto a cada proceso de razonamiento, lo que facilitó el procedimiento de revisión, por cada participante del grupo de investigación.

PROCESOS DE RAZONAMIENTO	VISUALIZACIÓN	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES	CLASIFICACIÓN	DEFINICIONES	DEMOSTRACIONES	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO
NIVELES						

Tabla III.3. Tabla colectiva.

Para formular la tabla definitiva, fue necesario codificarla para facilitar su entendimiento, precisando los niveles y los procesos de razonamiento, de modo tal que el lector identifique las habilidades claramente y facilite el análisis del programa.

3.2.1 Codificación de la tabla Niveles de razonamiento Van Hiele

Después de tener la tabla III.3 concluida, se realizó la codificación de la información contenida en esta, considerando abreviaturas y colores, permitiendo al lector identificar de manera eficiente, la información del primer instrumento; permitiendo facilitar el uso de la tabla en el análisis del programa de secundaria. Para identificar los niveles, se consideró el Nivel del 1 al 5, con la abreviatura de la consonante “N”, el número 1 al 5, según corresponda al nivel y el color naranja, amarillo, verde, morado y gris.

Nivel	Abreviatura	Color
Nivel 1	N1	
Nivel 2	N2	
Nivel 3	N3	
Nivel 4	N4	
Nivel 5	N5	

Tabla III.4. Tabla de codificación de niveles.

Para el código del proceso de razonamiento, se consideró la abreviatura con la primera consonante en mayúscula (Visualización (V), Catalogación (C), Definiciones (D), y Demostraciones (DEM)), en otras con dos consonantes (Identificación de Propiedades (IP) y Características especiales del individuo (CE)), y en el caso de demostraciones, además del color naranja, amarillo, verde, morado, gris y azul.

Proceso de razonamiento	Abreviatura	Color
Visualización	V	
Identificación de Propiedades	IP	
Catalogación	C	
Definiciones	D	
Demostraciones	Dem	
Características especiales del individuo	CE	

Tabla III.5. Tabla de codificación de niveles.

En las habilidades particulares del proceso de razonamiento, se construyó el código considerando la abreviatura del nivel, los procesos de razonamiento y al final adhiriendo un número progresivo.

PROCESOS DE RAZONAMIENTO NIVELES	VISUALIZACIÓN V	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CLASIFICACIÓN c	DEFINICIONES D	DEMOSTRACIONES Dem	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO CE
ANÁLISIS N2	N2_V_1	N2_IP_1	N2_C_1	N2_D_1	N2_Dem_1	
		N2_IP_2	N2_C_2	N2_D_2		

Tabla III.6. Tabla de codificaciones de niveles y procesos de razonamiento (Barrientos, Escudero-Ávila, Martínez, Muñoz, y Pérez)

Para realizar la asignación (que se muestra anteriormente con el código N2_IP_2), se codificó con la forma: N2_ (inicial del proceso de aprendizaje ANÁLISIS), enseguida IP_ (por el orden en el que aparece en la tabla de Niveles de Van Hiele que es Identificación de Propiedades) y el número 2 corresponde a las habilidades particulares.

Esta tabla III.6 permitirá ubicar las habilidades particulares a partir de los códigos, con la finalidad de facilitar el análisis del programa de secundaria. Este trabajo requiere la participación del equipo de investigación debido a que es una parte indispensable para la realización de la investigación¹.

3.2.2 Instrumento específico para el objeto matemático triángulo

Para iniciar estos trabajos se elaboraron tres esquemas preliminares, en el primero tiene la intención de encontrar a los autores más citados, para consultar las fuentes originales,

¹ Esta tabla fue publicada y discutida en congresos y encuentros académicos, por ejemplo, en Martínez, Pérez, y Escudero (2018).

identificando las características y habilidades que se reconocen en los niveles de Van Hiele el objeto matemático de triángulos.

Artículo	Marco teórico	Puntos clave	Autores importantes	Observaciones
Carrillo, Contreras, Climent, Montes, Escudero y Flores. (2016) <i>Didáctica de las matemáticas para maestros de Educación Primaria</i> . Paraninfo, 174-195. Capítulo 7	RESUMEN: El modelo de Van Hiele describe cinco niveles de razonamiento en geometría. El primer nivel lo encontramos en Educación Infantil y primeros cursos de Primaria, y el quinto nivel, solo en algunos matemáticos expertos.	Fases del modelo Van Hiele. Cuadriláteros Simetrías.	Pierre Marie van Hiele Diana van Hiele Jaime y Gutiérrez 1990 Papademetri (2012)	

Tabla III.7. Ejemplo de esquema preliminar individual por artículo.

La tabla III.8 muestra el nivel de acuerdo con el modelo Van Hiele: reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor; indicando el autor, la página y el año de donde se obtiene la información.

NIVEL 1 RECONOCIMIENTO	NIVEL 2 ANÁLISIS	NIVEL 3 CLASIFICACIÓN	NIVEL 4 DEDUCCIÓN FORMAL	NIVEL 5 RIGOR
Inclusión de atributos irrelevantes al identificar y describir figuras, tales como la orientación de la figura en la hoja. (Burger y Shaughnessy, 1986, p. 39)	Clasificar por atributos simples, tales como propiedades de los lados, mientras descuidan ángulos, simetrías, etc. (Burger, y Shaughnessy, 1986, p. 39)	Formación de definiciones completas de tipos de figuras. (Burger, y Shaughnessy, 1986, p. 40)	Clasificación de cuestiones ambiguas y reformulación de problemas en el lenguaje preciso. (Burger, y Shaughnessy, 1986, p. 40)	Inventa métodos generalizables para resolver diferentes clases de problemas. (Fouz, y De Donosti, 2005, p. 76)

Tabla III.8. Esquema preliminar colectivo por autor y niveles de acuerdo con el modelo Van Hiele

En la tabla III.9 se muestran los procesos de razonamiento (Visualización, Catalogar, Identificación de propiedades, Definiciones, Demostraciones, Características especiales del individuo) y nivel del modelo Van Hiele.

PROCESOS DE RAZONAMIENTO	NIVELES					
	VISUALIZACIÓN	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES	CLASIFICACIÓN	DEFINICIONES	DEMOSTRACIONES	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO
IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES	Incapacidad para usar propiedades como condiciones necesarias para determinar una figura. (Burger y Shaughnes, 1986, p. 39)	Hacen prevalecer sus propias definiciones y no aceptan las definiciones dadas por el profesor o por el libro. (Corberan, et al., 1994, p. 15; Carrillo, et al., 2016, p. 174)	Empiezan a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático. Reconocen que unas propiedades de los triángulos se deducen de otras. (Corberan, et al., 1994, p. 15; De la Torre, 2003, p. 111; Carrillo, et al., 2016, p. 174)	Entienden la estructura axiomática de las matemáticas (Corberan, et al., 1994, p. 15; Carrillo, et al., 2016, p. 174)		

Tabla III.9. Tabla de proceso de razonamiento y niveles de acuerdo con el modelo Van Hiele.

La tabla III.10 muestra el nivel de razonamiento utilizando la letra “N” y el número de nivel que puede ser del 1 al 5 (N1: RECONOCIMIENTO, N2: ANÁLISIS, N3: CLASIFICACIÓN, N4: DEDUCCIÓN FORMAL y N5: RIGOR).

También se colocan los procesos de aprendizaje denominados por los niveles de razonamiento y utilizando una abreviatura (V: Visualización, C: Catalogar, IP: Identificación de propiedades, D: Definiciones, DEM: Demostraciones, F: Características especiales del individuo). El número progresivo de las habilidades particulares.

1 PROCESO DE RAZONAMIENTO		VISUALIZACIÓN	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES	CATALOGAR	DEFINICIONES	DEMOSTRACIONES	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO
2 NIVELES		V	IP	C	D	Dem	
ANÁLISIS N2		N1_V_1 Puede saber propiedades de las triángulos de manera rápida, en relación con las demás. (Corberan, et al., 1994)	N1_IP_1 Reconoce las propiedades matemáticas mediante la observación de los triángulos y sus elementos. (Corberan, Gualdrón 2007; Carrillo, et al., 2016)	N1_C_1 Clasifica triángulos en equilateros y propiedades ligadas con la medida de los lados, midiendo diagonales para saber ángulos, simetrías etc. (Burger, et al., 1996)	N1_D_1 Buscamos ejemplos de las definiciones de triángulos de los libros de texto en función de la construcción geométrica. (Burger, et al., 1996)	N1_Dem_1 Aun no comprenden lo que es una demostración matemática. Solo se logra en el nivel elemental. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)	
			N1_IP_2 Puede deducir propiedades a partir de su experiencia. (Corberan, et al., 1994; Gualdrón, 2007; Carrillo, et al., 2016)	N1_C_2 Reconoce propiedades sencillas identificando figuras en combinación con otras, por ejemplo: calcula el área de un triángulo rectángulo a partir de la del rectángulo. (Bae, et al., 2005)	N1_D_2 Hace predicciones que precisa dificultades y construye definiciones desde que el profesor le da el tema. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)		
			N1_IP_3 Hace generalizaciones a partir de la utilización de conjuntos de triángulos. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)	N1_C_3 Deduce propiedades a partir de otras, por ejemplo a partir de medidas de ángulos internos deduce que el ángulo exterior a un triángulo es la suma de los otros dos. (Bae, et al., 2005)			
			N1_IP_4 Analiza las propiedades de las figuras. Por ejemplo puede darse cuenta que uno de los lados del triángulo rectángulo es el que tiene un ángulo recto de 90°, pero no puede relacionarlo con los cuadrados o rectángulos. (Gualdrón, 1998)				
			N1_IP_5 Se logra el desarrollo y generalizar propiedades a partir de la observación y manipulación. (Aguirre, Díaz, 18, y Camacho Riquelme, C. 2015)				

Tabla III.10. Ejemplo modificado de tabla de niveles y procesos de razonamiento (Barrientos, Escudero-Ávila, Martínez, Muñoz, y Pérez).

Por ejemplo, en la tabla III.10 se colocaron los números 1, 2 y 3 en color blanco sobre un círculo verde, para nivel de razonamiento, niveles de razonamiento y la codificación.

N2_IP_2
Puede deducir propiedades a partir de su experiencia.
(Corberan, et al., 1994; Gualdrón, 2007; Carrillo, et al., 2016)

Tabla III.11. Ejemplo particular de tabla de niveles y procesos de razonamiento.

Para realizar la asignación de una de las habilidades en particular, como la que se mostró con el número 3 (Tabla III.11. Ejemplo particular de tabla de niveles y procesos de razonamiento). Se codificó con la forma: N2_ (inicial del proceso de aprendizaje ANÁLISIS), enseguida IP_ (por el orden en el que aparece en la tabla de Niveles de Van Hiele que es Identificación de propiedades) y el número 2 corresponde a la característica de ese contenido.

Posteriormente se hizo un análisis del programa de estudios 2011 y 2017 de nivel secundaria, en donde se retoman cuatro componentes del currículo en: objetivos y contenidos de Rico y Lupiáñez (2014).

3.3 Instrumentos para el Análisis curricular de nivel Secundaria

En esta parte de la investigación se retomaron las aportaciones descritas en el marco teórico, para realizar una revisión del programa a partir de las dimensiones Cultural/Conceptual, Cognitiva o de desarrollo (Rico y Lupiáñez, 2014).

Enseguida se registró lo referente al objeto matemático triángulos en el nivel de planeación para los profesores que mencionan Rico y Lupiáñez (2014).

Para organizar la información de los programas 2011 y 2017 se utilizó la tabla III.12 que menciona el nivel (Planificación para los profesores) y las dimensiones (1: Cultural/Conceptual y 2: Cognitiva o de desarrollo).

Dimensiones Niveles	Dimensión 1a. Cultural / Conceptual	Dimensión 2a. Cognitiva o de desarrollo
Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos
Programa.		

Tabla III.12. Tabla de análisis del programa en Triángulos.

En el análisis se presentó en una tabla III.13 por grado que organiza los aprendizajes esperados, contenidos, temas y ejes, con su respectiva codificación.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria 1	
		Primero(P)	Contenido
Forma, espacio y medida (FEM)	Figuras y cuerpos(f)	Pf1	PfC1
		Pf2	PfC1

Tabla III.13. Ejemplo de la dosificación de los aprendizajes esperados secundaria en Triángulos (con codificaciones de grado, tema y bloque en primer grado.)

3.4 Instrumento para la comparación de los aprendizajes esperados de los programas 2011 y 2017 desde los niveles de Van Hiele

En la tabla III.14 se consideraron los aprendizajes esperados de ambos programas (2011 y 2017) y se determinaron los niveles del modelo Van Hiele. Para la organización de esta tabla se utilizó la información de la tabla III.9:

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria		
		Primero(P)	Segundo(S)	Tercero(T)
Forma, espacio y medida (FEM)	Figuras y cuerpos geométricos(F)	(PF1)	(SF1)	(TF1)

Tabla III.14. Instrumento para la comparación.

El análisis curricular se realizó utilizando la tabla III.15, permitió la revisión de los alcances y limitaciones que tiene el programa con el objeto matemático triángulos, permitiendo llegar a conclusiones.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria			Nivel de razonamiento de Van Hiele
		2017 PRIMERO	2011 PRIMERO		
		AE	AE	Contenidos	
Forma, espacio y medida (FEM)	Figuras y cuerpos geométricos(F)				

Tabla III.15. Instrumento de revisión de los alcances y limitaciones.

Capítulo IV **Análisis de datos**

Este capítulo muestra los resultados de la organización y análisis de la información del programa de secundaria en relación con los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele en lo que se refiere al objeto matemático *triángulo*.

Para el análisis curricular de nivel Secundaria se retomaron las aportaciones descritas en el marco teórico de acuerdo con Rico y Lupiáñez (2014), para realizar una revisión del programa a partir de las dimensiones Cultural/Conceptual, Cognitiva o de Desarrollo.

Para organizar la información de los programas 2011 y 2017 se utilizó una tabla que menciona el nivel (Planificación para los profesores) y las dimensiones (1: Cultural/Conceptual y 2: Cognitiva o de desarrollo), para lo cual se hizo uso de la Tabla 12. Tabla de análisis del programa en Triángulos.

4.1 Análisis curricular de nivel Secundaria

A continuación, se muestra el análisis del currículo oficial (Posner, 1998; Valenzuela y Dolores, 2012) de Secundaria mostrado en los documentos oficiales emitidos por la Secretaría de Educación Pública (SEP) que, en este caso, son los programas 2011 y 2017.

4.2 Programa 2011

Para analizar el currículo de secundaria, retomamos las consideraciones planteadas por Rico y Lupiáñez (2014), del *plan de estudios 2011* y el *programa de estudio 2011 guía para el maestro de educación básica del nivel secundaria en el área de matemáticas*.

La primera Dimensión Cultural/Conceptual de Rico y Lupiáñez (2014) se desglosa en cinco elementos, el primero son los ejes, el segundo los temas y el tercero los contenidos, cuarto los aprendizajes esperados, quinto las competencias y está dividido en cinco bloques.

A continuación, se define cada uno de los elementos:

1. **Eje:** se refiere, entre otras cosas, a la dirección o rumbo de una acción (SEP, 2011).
2. **Temas:** son grandes ideas matemáticas cuyo estudio requiere un desglose más fino (los contenidos) y varios grados o incluso niveles de escolaridad (SEP, 2011), en secundaria son nueve.
3. **Contenidos:** aspectos muy concretos que se desprenden de los temas, cuyo estudio requiere de entre dos y cinco sesiones de clase (SEP, 2011).
4. **Aprendizajes esperados:** son saberes que se construyen como resultado de los procesos de estudio (SEP, 2011).
5. **Competencias:** Una competencia implica un saber hacer (habilidades) con saber (conocimiento), así como la valoración de las consecuencias del impacto de ese hacer (valores y actitudes) (SEP, 2006).

Enseguida, se presenta la tabla IV.1 el ejemplo de cómo se muestran los contenidos.

5	COMPETENCIAS QUE SE FAVORECEN: Resolver problemas de manera autónoma • Comunicar información matemática • Validar procedimientos y resultados • Manejar técnicas eficientemente			
4	APRENDIZAJES ESPERADOS	1	EJES	
			SENTIDO NUMÉRICO Y PENSAMIENTO ALGEBRAICO	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA
				MANEJO DE LA INFORMACIÓN
	- Resuelve problemas aditivos con monomios y polinomios. - Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos.	2	PROBLEMAS ADITIVOS - Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de monomios. - Resolución de problemas que impliquen adición y sustracción de polinomios. PROBLEMAS MULTIPLICATIVOS - Identificación y búsqueda de expresiones algebraicas equivalentes a partir del empleo de modelos geométricos.	3 MEDIDA - Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. - Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides.
				PROPORCIONALIDAD Y FUNCIONES - Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos. NOCIONES DE PROBABILIDAD - Realización de experimentos aleatorios y registro de resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial. Relación de ésta con la probabilidad teórica.

Tabla IV.1. Ejemplo de los contenidos en Secundaria del Programa 2011. (SEP, 2011)

En la dimensión 2a. Cognitiva o de desarrollo Conceptual se identifican los objetivos o propósitos, en el programa 2011 que son de dos tipos de Propósitos: el de estudio de las Matemáticas para la Educación Básica (preescolar, primaria, secundaria) y el del estudio de las Matemáticas para la educación secundaria.

Los siguientes tres propósitos del estudio de las Matemáticas para la Educación Básica fueron extraídos del documento de SEP (2011), que hacen referencia a lo que se pretende que los niños y adolescentes logren después de terminar la educación secundaria:

1. *Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos.*
2. *Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución.*
3. *Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo (SEP, 2011, p.13).*

En el texto de la SEP (2011) incluye los propósitos del estudio de las Matemáticas para la educación secundaria que, como resultado del estudio de las Matemáticas al concluir la secundaria, se espera que los alumnos:

1. *Utilicen el cálculo mental, la estimación de resultados o las operaciones escritas con números enteros, fraccionarios o decimales, para resolver problemas aditivos y multiplicativos.*
2. *Modelen y resuelvan problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado, de funciones lineales o de expresiones generales que definen patrones.*
3. *Justifiquen las propiedades de rectas, segmentos, ángulos, triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares e irregulares, círculo, prismas, pirámides, cono, cilindro y esfera.*
4. *Utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Tales, al resolver problemas.*
5. *Justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y expresen e interpreten medidas con distintos tipos de unidad.*
6. *Emprendan procesos de búsqueda, organización, análisis e interpretación de datos contenidos en tablas o gráficas de diferentes tipos, para comunicar información que responda a preguntas planteadas por ellos mismos u otros. Elijan la forma de*

organización y representación (tabular o gráfica) más adecuada para comunicar información matemática.

7. *Identifiquen conjuntos de cantidades que varían o no proporcionalmente, y calculen valores faltantes y porcentajes utilizando números naturales y fraccionarios como factores de proporcionalidad.*
8. *Calculen la probabilidad de experimentos aleatorios simples, mutuamente excluyentes e independientes (SEP, 2011, p.14).*

Rico y Lupiáñez (2014) mencionan que existen tres niveles para los objetivos específicos:

1. Los que describen los resultados generales en una etapa educativa.

Propósitos del estudio de las Matemáticas para la Educación Básica, donde el primer propósito invita a formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos, que se relaciona directamente con el tema de la investigación.

2. Aquellos que describen los resultados esperados de un curso o programa.

Tres de los propósitos del estudio de las Matemáticas para la educación secundaria, hacen referencia al objeto matemático triángulos que pide justifiquen las propiedades de triángulos, polígonos regulares e irregulares, prismas, pirámides y cono, utilicen el teorema de Pitágoras, los criterios de congruencia y semejanza, las razones trigonométricas y el teorema de Thales justifiquen y usen las fórmulas para calcular perímetros, áreas y volúmenes.

3. Los que afectan a una unidad temática o tema concreto.

En este caso son los doce aprendizajes Esperados.

A continuación, la tabla IV.2 muestra la organización que se realizó de acuerdo con las dimensiones de Rico y Lupiáñez (2014) identificando lo que corresponde al objeto matemático triángulos.

Dimensiones Niveles	Dimensión 1a. Cultural / Conceptual	Dimensión 2a. Cognitiva o de desarrollo
Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos
Programa 2011.	Eje: Forma, espacio y medida Temas: Figuras y cuerpos y Medida Contenidos: 6 en primero, 8 en segundo y 12 en tercero. Aprendizajes esperados: 4 en primero, 3 en segundo y 5 en tercero.	Del estudio de las Matemáticas para la Educación Básica: Son tres en particular uno referente a geometría. Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos. Del estudio de las Matemáticas para la educación secundaria: son tres. Desarrollen formas de pensar que les permitan formular conjeturas y procedimientos para resolver problemas, y elaborar explicaciones para ciertos hechos numéricos o geométricos. Utilicen diferentes técnicas o recursos para hacer más eficientes los procedimientos de resolución. Muestren disposición para el estudio de la matemática y para el trabajo autónomo y colaborativo.

Tabla IV.2. Tabla de análisis del programa 2011 en Triángulos.

Enseguida, se presenta la tabla IV.3, que organiza los aprendizajes esperados, contenidos, temas y ejes de primer grado, con su respectiva codificación.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria 3	
		Tercero(T)	Contenido
Forma, espacio y medida(FEM)	Figuras y cuerpos(f)	Carece de aprendizaje esperado(Tsa1)	Construcción de figuras congruentes o semejantes (Triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades. Explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada.
		Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura.(Tf3)	Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas. Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales.
		Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (Tfm4)	Análisis de las características de los cuerpos que se generan al girar sobre un eje, un triángulo rectángulo, un semicírculo y un rectángulo. Construcción de desarrollos planos de conos y cilindros rectos.
		Resuelve problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras.(Tm2)	Análisis de las relaciones entre las áreas de los cuadrados que se construyen sobre los lados de un triángulo rectángulo. Explicitación y uso del teorema de Pitágoras.
	Medida(m)	Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (Tfm4)	Análisis de las relaciones entre el valor de la pendiente de una recta, el valor del ángulo que se forma con la abscisa y el cociente del cateto opuesto sobre el cateto adyacente. Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.
			Explicitación y uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.
			Construcción de las fórmulas para calcular el volumen de cilindros y conos, tomando como referencia las fórmulas de prismas y pirámides.
		Resuelve problemas que implican calcular el volumen de cilindros y conos o cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas que se utilicen. Anticipa cómo cambia el volumen al aumentar o disminuir alguna de las dimensiones. (Tm5)	Estimación y cálculo del volumen de cilindros y conos o de cualquiera de las variables implicadas en las fórmulas.

Tabla IV.3. Ejemplo de dosificación de los aprendizajes esperados secundaria en Triángulos (SEP, 2011, p. 31-51), se agregan codificaciones de grado, tema y bloque en tercer grado.

4.3 Programa 2017

Para analizar el currículo de secundaria, del plan de estudios 2017 área de matemáticas se identifican las dos dimensiones Rico y Lupiáñez (2014), la 1a. Dimensión Cultural / Conceptual dimensión y la 2a. Dimensión Cognitiva o de desarrollo Conceptual. A continuación, se define cada uno de los elementos:

1. **Eje:** no se define.
2. **Temas generales.** Son organizadores curriculares de cada ámbito, que comprenden un número variable de temas específicos clave para la formación integral de los alumnos y son la base para desarrollar propuestas curriculares (SEP, 2017).
3. **Aprendizajes esperados por grado escolar:** Es un descriptor de logro que define lo que se espera de cada estudiante. Le da concreción al trabajo docente al hacer comprobable lo que los estudiantes pueden, y constituye un referente para la planificación y evaluación en el aula. Los aprendizajes esperados gradúan progresivamente los conocimientos, habilidades, actitudes y valores que los estudiantes deben alcanzar para acceder a conocimientos cada vez más complejos. (SEP, 2017). Además, son de carácter anual y están organizados en tablas de acuerdo con los organizadores curriculares que corresponden a cada asignatura.
4. **Competencias:** conocimientos, habilidades, actitudes y valores (SEP, 2017). Que se menciona como enfoque competencial.

Enseguida, se presenta la tabla IV.4 como ejemplo del programa 2017, que presenta el avance gradual, desde preescolar a secundaria en matemáticas.

EJES	Temas	PREESCOLAR			PRIMARIA				PRIMARIA		SECUNDARIA					
		1º	2º	3º	PRIMER CICLO		SEGUNDO CICLO		TERCER CICLO		1º	2º	3º			
					1º	2º	3º	4º	5º	6º						
		Aprendizajes esperados							Aprendizajes esperados							
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	Figuras y cuerpos geométricos	•Reproduce modelos con formas, figuras y cuerpos geométricos. •Construye configuraciones con formas, figuras y cuerpos geométricos.			•Construye y describe figuras y cuerpos geométricos.		•Construye y analiza figuras geométricas, en particular triángulos y cuadriláteros, a partir de comparar lados, ángulos, paralelismo, perpendicularidad y simetría.		•Construye triángulos e identifica y traza sus alturas. •Construye círculos a partir de diferentes condiciones, y prismas y pirámides rectos cuya base sean cuadriláteros o triángulos.		•Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.		•Deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.		•Construye polígonos semejantes. Determina y usa criterios de semejanza de triángulos. •Resuelve problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.	
	Magnitudes y medidas	•Identifica la longitud de varios objetos a través de la comparación directa o mediante el uso de un intermediario. •Compara distancias mediante el uso de un intermediario. •Mide objetos o distancias mediante el uso de unidades no convencionales. •Usa unidades no convencionales para medir la capacidad con distintos propósitos. •Identifica varios eventos de su vida cotidiana y dice el orden en que ocurren. •Usa expresiones temporales y representaciones gráficas para explicar la sucesión de eventos.			•Estima, mide, compara y ordena longitudes y distancias, pesos y capacidades, con unidades no convencionales, y con metro no graduado en centímetros, así como kilogramo y litro, respectivamente. •Estima, compara y ordena eventos usando unidades convencionales de tiempo: minuto, hora, semana, mes y año.		•Estima, compara y ordena longitudes y distancias, pesos y capacidades con unidades convencionales, medios y cuartos así como decímetro, centímetro, milímetro, mililitro y gramo. •Compara y ordena la duración de diferentes sucesos usando unidades convencionales de tiempo, incluyendo media hora, cuarto de hora y minuto. Lee el tiempo en relojes de manecillas y digitales. •Estima, compara y ordena superficies de manera directa, con unidades no convencionales y convencionales.		•Resuelve problemas que involucran longitudes y distancias, pesos y capacidades, con unidades convencionales, incluyendo el kilómetro y la tonelada. •Calcula el perímetro de polígonos y del círculo. •Calcula y compara el área de triángulos y cuadriláteros mediante su transformación en un rectángulo. •Estima, compara y ordena el volumen de prismas cuya base sea un cuadrilátero mediante el conteo de cubos.		•Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas. •Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.		•Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas. •Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.		•Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.	

Tabla IV.4. Ejemplo de la dosificación de los aprendizajes esperados (SEP, 2017, p.314-315)

A continuación, se muestra la tabla IV.5, como ejemplo de la organización de los aprendizajes esperados en el programa 2017.

MATEMÁTICAS. SECUNDARIA. 1º		
EJES	Temas	Aprendizajes esperados
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	Número	• Convierte fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproxima algunas fracciones no decimales usando la notación decimal. Ordena fracciones y números decimales.
	Adición y sustracción	• Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
	Multiplicación y división	• Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales. • Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división, solo números positivos).
	Proporcionalidad	• Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación). • Resuelve problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base.
	Ecuaciones	• Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.
	Funciones	• Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	• Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representan.
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	Figuras y cuerpos geométricos	• Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.
	Magnitudes y medidas	• Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas. • Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.
ANÁLISIS DE DATOS	Estadística	• Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares. • Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.
	Probabilidad	• Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.

Tabla IV.5. Ejemplo de aprendizajes esperados por grado (SEP, 2017, p.178)

Rico y Lupiáñez (2014) mencionan que la dimensión 2a. Cognitiva o de desarrollo Conceptual se identifican los objetivos o propósitos, que en este programa se determinan como propósitos generales y por nivel educativo.

Dentro de los propósitos generales de este programa se encuentran los siguientes (SEP, 2017, p. 161):

1. *Concebir las matemáticas como una construcción social en donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.*
2. *Adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.*
3. *Desarrollar habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias.*

Propósitos para la educación secundaria (SEP, 2017, p.162-163).

1. *Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.*
2. *Perfeccionar las técnicas para calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad y cálculo de porcentajes.*
3. *Resolver problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.*
4. *Modelar situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.*
5. *Razonar deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo. Asimismo, a partir del análisis de casos particulares, generalizar los procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos.*
6. *Expresar e interpretar medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.*
7. *Elegir la forma de organización y representación —tabular, algebraica o gráfica— más adecuada para comunicar información matemática.*
8. *Conocer las medidas de tendencia central y decidir cuándo y cómo aplicarlas en el análisis de datos y la resolución de problemas.*

9. *Calcular la probabilidad clásica y frecuencial de eventos simples y mutuamente excluyentes en experimentos aleatorio.*

Rico y Lupiáñez (2014) mencionan también que existen tres niveles para los objetivos específicos:

1. Los que describen los resultados generales en una etapa educativa que para el programa 2017 son propósitos generales, donde ninguno se relaciona directamente con el tema de la investigación, pero clarifican los tipos de competencias cognitivas que deben desarrollarse como lo menciona Rico y Lupiáñez (2014).
2. Aquellos que describen los resultados esperados de un curso o programa.
De los Propósitos para la educación secundaria, hacen referencia al objeto matemático triángulos donde se pide razonar deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, analizar casos particulares, generalizar los procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos. asimismo, expresar e interpretar medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.
3. Los que afectan a una unidad temática o tema concreto.
Que en este caso son los aprendizajes Esperados.

Para la organización de la información se utilizó la tabla IV.6, utilizando solamente la información referente a triángulos.

Dimensiones Niveles	Dimensión 1a. Cultural / Conceptual	Dimensión 2a. Cognitiva o de desarrollo
Planificación para los profesores	Contenidos	Objetivos
Programa 2011.	Eje: Forma, espacio y medida Temas: Ubicación espacial (Solo preescolar) Figuras y cuerpos geométricos Magnitudes y medidas Aprendizajes esperados: 3 en primero, 4 en segundo y 3 en tercero.	De los propósitos generales: Son tres pero ninguno de ellos particular a geometría. De los propósitos por nivel secundaria: son dos. Razonar deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo. Asimismo, a partir del análisis de casos particulares, generalizar los procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos. Expresar e interpretar medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.

Tabla IV.6. Tabla de análisis del programa 2017 en Triángulos (SEP, 2017).

Enseguida se presenta la tabla IV.7 de primer grado que agrupa la organización de los aprendizajes esperados, contenidos, temas y ejes, con su respectiva codificación.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria		
		Primero(P)	Segundo(S)	Tercero(T)
Forma, espacio y medida (FEM)	Ubicación espacial			
	Figuras y cuerpos geométricos (F)	Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos. (PF)	Deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares. (SF)	Construye polígonos semejantes. Determina y usa criterios de semejanza de triángulos. (TF) Resuelve problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (TF)
	Magnitudes y medidas (M)	Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas. (PM) Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas. (PM)	Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas. (SM) Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas. (SM)	Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras. (TM)

Tabla IV.7. Dosificación de los aprendizajes esperados secundaria (SEP, 2017. 310-324). Se agregan codificaciones de grado y tema.

4.4 Análisis de los programas 2011 y 2017 desde el modelo Van hiele

Se organizaron los aprendizajes esperados del plan 2011 y los del 2017, agregando el Nivel de razonamiento del modelo Van Hiele para lo cual se utilizó la tabla hecha por el grupo de investigación. Enseguida se presenta la tabla IV.8 que muestra la organización del primer grado que organiza los aprendizajes esperados de primero del programa 2017 y 2011, con codificación del Nivel de razonamiento de Van Hiele.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria			Nivel de razonamiento de Van Hiele
		2017 PRIMERO	2011 PRIMERO		
		AE	AE	Contenidos	
Forma, espacio y medida (FEM)	Figuras y cuerpos geométricos (F)	Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos. (PF)	Carece de aprendizaje esperado. (Psa1)	Trazo de triángulos y cuadriláteros mediante el uso del juego de geometría.	N3_1P_2
			Carece de aprendizaje esperado. (Ssa1)	Construcción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones.	N3_IP_1
			Carece de aprendizaje esperado. (Tsa1)	Construcción de figuras congruentes o semejantes (Triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades.	N3_Dem_1
				Explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada.	N4_D_3

			Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura. (Tf3)	Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas.	N4_Dem_3
	Magnitudes y medidas (M)	Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas. (PM)	Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras. (Pfm3)	Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones (medida de un lado, del ángulo interno, ángulo central). Análisis de la relación entre los elementos de la circunferencia y el polígono inscrito en ella.	N3_IP_4
			Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros. (Pfm2)	Justificación de las fórmulas de perímetro y área de polígonos regulares, con apoyo de la construcción y transformación de figuras.	N2_C_2

			Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras. (Pfm3)	Resolución de problemas que impliquen calcular el perímetro y el área de polígonos regulares.	N2_C_2
		Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas. (PM)	Carece de aprendizaje esperado. (Ssa1)	Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides.	N2_C_2
			Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos. (Sm2)	Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos.	N3_Dem_4
				Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides.	N4_Dem_4

			Resuelve problemas que implican calcular el volumen de cilindros y conos o cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas que se utilicen. Anticipa cómo cambia el volumen al aumentar o disminuir alguna de las dimensiones. (Tm5)	Construcción de las fórmulas para calcular el volumen de cilindros y conos, tomando como referencia las fórmulas de prismas y pirámides.	N4_D_2
--	--	--	---	---	--------

Tabla IV.8. Dosificación de los aprendizajes esperados en secundaria en Triángulos, se agregan codificaciones de grado, tema y bloque en primer grado.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria			Nivel de razonamiento de Van Hiele
		2017 SEGUNDO	2011 SEGUNDO		
		AE	AE	Contenidos	
Forma, espacio y medida (FEM)	Figuras y cuerpos geométricos(F)	Deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares. (SF)	Carece de aprendizaje esperado (Ssa1)	Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos.	N3_IP_4
				Construcción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones.	N3_IP_1
			Justifica la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o polígono y utiliza esta propiedad en la resolución de problemas. (Sf3)	Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono.	N3_Dem_4
			Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (Tfm4)	Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.	N4_Dem_3

	Magnitudes y medidas(M)	Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas. (SM)	Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras. (Pfm3)	Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones (medida de un lado, del ángulo interno, ángulo central). Análisis de la relación entre los elementos de la circunferencia y el polígono inscrito en ella.	N3_IP_4
			Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros. (Pfm2)	Justificación de las fórmulas de perímetro y área de polígonos regulares, con apoyo de la construcción y transformación de figuras.	N2_C_2

			Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras. (Pm3)	Resolución de problemas que impliquen calcular el perímetro y el área de polígonos regulares.	N2_C_2
		Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas. (SM)	Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos. (Sm2)	Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos.	N3_D_3
				Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides.	N4_Dem_4

Tabla IV.9. Dosificación de los aprendizajes esperados en secundaria en Triángulos, se agregan codificaciones de grado, tema y bloque en segundo grado.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria			Nivel de razonamiento de Van Hiele
		2017 TERCERO	2011 TERCERO		
		AE	AE	Contenidos	
Forma, espacio y medida (FEM)	Figuras y cuerpos geométricos (F)	Construye polígonos semejantes. Determina y usa criterios de semejanza de triángulos. (TF)	Carece de aprendizaje esperado. (Tf1)	Construcción de figuras congruentes o semejantes (Triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades.	N3_Dem_1
				Explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada.	N4_D_3
			Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura. (Tf3)	Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas.	N4_Dem_3
		Resuelve problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (TF)	Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (Tm4)	Análisis de las características de los cuerpos que se generan al girar sobre un eje, un triángulo rectángulo, un semicírculo y un rectángulo. Construcción de desarrollos planos de conos y cilindros rectos.	N3_Dem_4

			Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (Tm4)	Explicitación y uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.	N4_D_3
	Magnitudes y medidas (M)	Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras. (TM)	Resuelve problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras. (Tm2)	Explicitación y uso del teorema de Pitágoras.	N4_Dem_7

Tabla IV.10. Dosificación de los aprendizajes esperados en secundaria en Triángulos, se agregan codificaciones de grado, tema y bloque en tercer grado.

Capítulo V Resultados

Este capítulo muestra los resultados del análisis de los dos programas de estudio vigentes en el ciclo 2018-2019 en el objeto matemático triángulos de acuerdo con los niveles de Van Hiele.

5.1 Análisis curricular de nivel Secundaria del programa 2011

Considerando el currículo oficial (Posner, 1998; Valenzuela y Dolores, 2012), el primer obstáculo fue identificar la conceptualización de los elementos de la primera Dimensión Cultural/Conceptual de Rico y Lupiáñez (2014) ejes, temas, contenidos, aprendizajes esperados y competencias. Los primeros cuatro sí se encuentran en el programa 2011 pero en el caso de competencias se encontró en un documento emitido por SEP en el 2006, lo discrepa con lo que menciona Rico (1998) que la intención del currículum es ofrecer propuestas específicas sobre: modos de entender el conocimiento, interpretar el aprendizaje, poner en práctica la enseñanza, valorar la utilidad y dominio de los aprendizajes realizados.

5.1.1 Contenidos del programa 2011

A continuación, se muestran tres tablas que muestran los Aprendizajes Esperados del programa 2011 con su decodificación, que corresponden a primero (Tabla V.1), segundo (Tabla V.2) y tercer año (Tabla V.3).

Para realizar la asignación de la codificación se tomó la primera letra del grado con mayúsculas, seguida por la primera letra del tema en minúscula o sa que significa Sin Aprendizaje, y el número del 1 al 5 por los bloques. Por ejemplo, Sf5, S de Segundo, f del tema figuras y cuerpos y 5 del bloque quinto.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria 1	
		Primero(P)	Contenido
Forma, espacio y medida (FEM)	Figuras y cuerpos (f)	Carece de aprendizaje esperado. (Pf1)	Trazo de triángulos y cuadriláteros mediante el uso del juego de geometría.
			Trazo y análisis de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en un triángulo.
		Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros. (Pf2)	Resolución de problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.
		Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras. (Pf3)	Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones (medida de un lado, del ángulo interno, ángulo central). Análisis de la relación entre los elementos de la circunferencia y el polígono inscrito en ella.
	Medida (m)	Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros. (Pm2)	Justificación de las fórmulas de perímetro y área de polígonos regulares, con apoyo de la construcción y transformación de figuras.
		Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras. (Pm3)	Resolución de problemas que impliquen calcular el perímetro y el área de polígonos regulares.

Tabla V.1 Aprendizajes esperados del programa 2011 de primer grado.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria 2	
		Segundo(S)	Contenido
Forma, espacio y medida (FEM)	Figuras y cuerpos (f)	Carece de aprendizaje esperado. (Sf1)	Identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal. Justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos.
			Construcción de triángulos con base en ciertos datos. Análisis de las condiciones de posibilidad y unicidad en las construcciones.
		Justifica la suma de los ángulos internos de cualquier triángulo o polígono y utiliza esta propiedad en la resolución de problemas. (Sf3)	Formulación de una regla que permita calcular la suma de los ángulos interiores de cualquier polígono.
			Análisis y explicitación de las características de los polígonos que permiten cubrir el plano.
	Medida(m)	Construye figuras simétricas respecto de un eje e identifica las propiedades de la figura original que se conservan. (Sf5)	Construcción de figuras simétricas respecto de un eje, análisis y explicitación de las propiedades que se conservan en figuras como: triángulos isósceles y equiláteros, rombos, cuadrados y rectángulos.
		Carece de aprendizaje esperado. (Sf1)	Resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides.
		Resuelve problemas en los que sea necesario calcular cualquiera de las variables de las fórmulas para obtener el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Establece relaciones de variación entre dichos términos. (Sm2)	Justificación de las fórmulas para calcular el volumen de cubos, prismas y pirámides rectos. Estimación y cálculo del volumen de cubos, prismas y pirámides rectos o de cualquier término implicado en las fórmulas. Análisis de las relaciones de variación entre diferentes medidas de prismas y pirámides.

Tabla V.2 Aprendizajes esperados del programa 2011 de segundo grado.

Eje	Tema	Aprendizajes esperados (AE) secundaria 3	
		Tercero(T)	Contenido
Forma, espacio y medida (FEM)	Figuras y cuerpos (f)	Carece de aprendizaje esperado. (Tf1)	Construcción de figuras congruentes o semejantes (Triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades.
			Explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada.
		Resuelve problemas de congruencia y semejanza que implican utilizar estas propiedades en triángulos o en cualquier figura. (Tf3)	Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas.
			Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales.
	Medida (m)	Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (Tm4)	Análisis de las características de los cuerpos que se generan al girar sobre un eje, un triángulo rectángulo, un semicírculo y un rectángulo. Construcción de desarrollos planos de conos y cilindros rectos.
		Resuelve problemas que implican el uso del teorema de Pitágoras. (Tm2)	Análisis de las relaciones entre las áreas de los cuadrados que se construyen sobre los lados de un triángulo rectángulo.
			Explicitación y uso del teorema de Pitágoras.

		Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (Tm4)	Análisis de las relaciones entre el valor de la pendiente de una recta, el valor del ángulo que se forma con la abscisa y el cociente del cateto opuesto sobre el cateto adyacente.
			Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo.
			Explicitación y uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.
		Resuelve problemas que implican calcular el volumen de cilindros y conos o cualquiera de las variables que intervienen en las fórmulas que se utilicen. Anticipa cómo cambia el volumen al aumentar o disminuir alguna de las dimensiones. (Tm5)	Construcción de las fórmulas para calcular el volumen de cilindros y conos, tomando como referencia las fórmulas de prismas y pirámides.
			Estimación y cálculo del volumen de cilindros y conos o de cualquiera de las variables implicadas en las fórmulas.

Tabla V.3 Aprendizajes esperados del programa 2011 de tercer grado.

5.2 Resultados Primer año

Los contenidos trazo de triángulos y cuadriláteros mediante el uso del juego de geometría y, trazo y análisis de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en un triángulo, carecen de aprendizaje esperado. En este grado se encontró discrepancia en la relación entre los Aprendizajes Esperados Pfm3 y Pfm2 y el contenido.

Resuelve problemas que implican el cálculo de cualquiera de las variables de las fórmulas para calcular el perímetro y el área de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares. Explica la relación que existe entre el perímetro y el área de las figuras. (Pfm3)	Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones (medida de un lado, del ángulo interno, ángulo central). Análisis de la relación entre los elementos de la circunferencia y el polígono inscrito en ella.
Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos y cuadriláteros. (Pfm2)	Justificación de las fórmulas de perímetro y área de polígonos regulares, con apoyo de la construcción y transformación de figuras.

Tabla V.4 Extracto de la Tabla V.1 de Aprendizajes esperados (AE) secundaria 1.

Al realizar la tabla se encontró que el objeto matemático solo aparece en los bloques uno, dos y tres (Tabla V.1).

5.3 Resultados Segundo año

Los contenidos relacionados con resolución de problemas que impliquen el cálculo de áreas de figuras compuestas, incluyendo áreas laterales y totales de prismas y pirámides, identificación de relaciones entre los ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal, justificación de las relaciones entre las medidas de los ángulos interiores de los triángulos y paralelogramos, construcción de triángulos con base en ciertos datos y análisis de las condiciones

de posibilidad y unicidad en las construcciones carecen de aprendizaje esperado. En la tabla V.2 se puede observar que el objeto matemático se omite en el bloque cuatro.

5.4 Resultados Tercer año

El contenido construcción de figuras congruentes o semejantes (Triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades y explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada carece de aprendizaje esperado. En este grado se encontró discrepancia en la relación entre el Aprendizaje Esperado Tfm4 y el contenido.

Resuelve problemas que implican el uso de las razones trigonométricas seno, coseno y tangente. (Tfm4)	Análisis de las características de los cuerpos que se generan al girar sobre un eje, un triángulo rectángulo, un semicírculo y un rectángulo. Construcción de desarrollos planos de conos y cilindros rectos.
---	---

Tabla V.5 Extracto de Tabla V.1 de Aprendizajes esperados (AE) secundaria 3.

El objeto matemático se ve en todos los bloques.

En total son siete contenidos que carecen de aprendizaje esperado, este detalle de omisión obstaculiza determinar con claridad el resultado de los procesos de estudio o los saberes que se determinaron construir con el contenido lo cual se observa en el Tabla V.1

De los doce Aprendizajes esperados de las Tabla V.1, V.2 y V.3 que existen en los tres grados, diez de ellos están acorde con el enfoque del programa que es la resolución de problemas, del total de ellos ocho se dirigen al uso, cuatro de ellas a calcular.

5.5 Análisis curricular de nivel Secundaria del programa 2017

En la Tabla VI.7 que es la dosificación de los aprendizajes esperados del programa 2017, se encontró que solo en tercer grado se enfatiza en la solución de problemas, como lo menciona el aprendizaje esperado *Resuelve problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente*; menciona de forma explícita el resolver problemas lo que concuerda con el enfoque. En los tres grados, en cuatro de nueve aprendizajes esperados se fortalece el uso, por ejemplo, en el aprendizaje esperado *deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares*, que pertenece al segundo año.

En el caso de primero y segundo comparten dos de los tres aprendizajes esperados *calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas* y el otro que es *calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas* que hacen mención de calcular.

5.6 Comparación de los propósitos del programa 2011 y 2017

Existen tres categorías de propósitos específicos de acuerdo con Rico y Lupiáñez (2014), a continuación, se describirán las similitudes y diferencias encontradas de los propósitos que describen los resultados generales en una etapa educativa y los esperados de un curso o programa.

Se encontró que la similitud de los propósitos del programa 2011 y programa 2017, buscan desarrollar en los estuantes las habilidades para resolver problemas, que coincide con los enfoques de ambos programas, menciona la disposición al trabajo autónomo y colaborativo que propicia una organización de trabajo que articula funciones y tareas de forma continua y constante que coordina la ejecución a una meta.

Dentro de las diferencias de los propósitos que describen los resultados esperados de un curso o programa se encontró la línea debido a que los del 2011, propician conocimiento matemático y el proceso de trabajo, a diferencia de los propósitos de 2017 que refieren a dar claridad de los tipos de competencias cognitivas que deben desarrollarse en el alumno.

5.7 Comparación de los procesos de razonamiento de nivel Secundaria

A continuación, se presenta una gráfica donde se visualiza los niveles de razonamiento, en los tres grados de secundaria.

Nivel de razonamiento de Van Hiele	N2_C_2	N2_C_2	N3_Dem_1
	N2_C_2	N2_C_2	N3_Dem_4
	N2_C_2	N3_D_3	N4_D_3
	N3_Dem_1	N3_Dem_4	N4_D_3
	N3_Dem_4	N3_IP_1	N4_Dem_3
	N3_IP_1	N3_IP_4	N4_Dem_7
	N3_IP_2	N3_IP_4	TERCERO
	N3_IP_4	N4_Dem_3	
	N4_D_2	N4_Dem_4	
	N4_Dem_3	SEGUNDO	
	N4_Dem_4		
	N4_IP_3		
	PRIMERO		

Tabla V.6 Comparación por grados de secundaria, en cuanto al Nivel de razonamiento.

En la Tabla V.6 se encuentran tres niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele (análisis, clasificación y deducción formal), entre el primer y segundo año se mantienen los tres niveles de razonamiento, a diferencia del tercer año, donde solo aparece el nivel de clasificación y deducción formal.

Para primer y segundo año, se observa el nivel 2 análisis, se identifica el proceso de razonamiento “catalogar”, es decir, las actividades que se trabajan propician resolver problemas

sencillos identificando figuras en combinación con otras, por ejemplo: calcula el área de un triángulo rectángulo a partir de la del rectángulo lo que concuerda con Fouz, et al., (2005).

En los tres grados se observa el nivel 3 de clasificación, las actividades que se trabajan propician las demostraciones donde se utilizan representaciones físicas de los triángulos como forma de verificar sus deducciones (Corberan, et al., 1994) y donde se reconocen cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas.

Por ejemplo, deduce que los ángulos internos de un cuadrilátero suman 360° a partir de dividirlo en dos triángulos. (Fouz y De Donosti, 2005; Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016).

En particular en primero y segundo año se trabaja con identificación de propiedades como: empiezan a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático reconociendo que unas propiedades de los triángulos se deducen de otras. (De la Torre, 2003; Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016), seleccionar propiedades que caracterizan una serie de formas y prueba, mediante dibujos o construcciones, que son suficientes (Fouz y De Donosti, 2005) o es capaz de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras según Aravena, y Caamaño, (2013). Y en segundo se trabajan las definiciones como es el reconocer cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)

En el caso de niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele, deducción formal se trabaja en los tres grados, como realizar demostraciones de diferentes maneras y poder compararlas. Por ejemplo, demuestra que si un triángulo es isósceles los ángulos de la base son iguales y viceversa. Fouz y De Donosti (2005), Corberán y colaboradores (1994) y Carrillo y colaboradores (2016).

Para primero y tercero se pide efectuar conjeturas y verificar deductivamente como lo mencionan Corberan y colaboradores (1994); De la Torre (2003); Gualdron y Gutiérrez (2007); Carrillo y colaboradores (2016).

5.8 Aprendizajes esperados del programa de estudio 2017

Rico y Lupiáñez, 2010; Sacristán, 2014 coinciden en que el currículo tiene una dimensión cultural/conceptual, que mantiene una condición lógica, que dispone de una ordenación coherente de conceptos y principios. Inclusive el programa hace mención de que el currículo está determinado por las respuestas a: ¿Para qué se aprende?, ¿Cómo y con quién se aprende? y ¿Qué se aprende? (SEP, 2017).

En el programa de estudio 2017, se pudo observar que los Aprendizajes esperados están ordenados de forma longitudinal, que van desde preescolar a secundaria (educación básica), divididos en tres ejes. La condición lógica se deja en manos de quien imparte la materia, lo que coincide con lo que expresa el programa al decir que es suficientemente flexible para que, dentro del marco de los objetivos, se fomenten procesos de aprendizaje. (SEP, 2017).

El programa de estudio 2017 refleja su flexibilidad en la organización libre que se ofrece al profesor, al no definir un orden rígido de conceptos y aprendizajes esperados. Esto quedó en evidencia en la Tabla IV.7 de dosificación de los aprendizajes esperados secundaria, donde se observó que solo cuenta con siete aprendizajes esperados.

5.9 Alcances y limitaciones de los aprendizajes esperados de acuerdo con el modelo de Van Hiele

Para identificar los alcances y limitaciones del Programa 2017, se hizo uso del anexo 1 que es la tabla de niveles y procesos de razonamiento que retoman los 5 niveles de razonamiento (reconocimiento, análisis, clasificación, deducción formal y rigor) del modelo Van Hiele.

En el Caso de secundaria el Nivel 1 (Visualización) se considera como alcanzado, es decir, los alumnos en ese nivel escolar ya reconocen las figuras y las nombran basándose en las características visuales globales que tienen, sin explicar las propiedades determinantes de la figura (Galindo, 1996).

Al concluir la Tabla V.6 Comparación por grados de secundaria, en cuanto al Nivel de razonamiento. Se observó que los aprendizajes esperados contemplan Nivel 2 (Análisis), Nivel 3 (Deducción informal) y Nivel 4 (Deducción).

En esta parte del estudio se notó que, de acuerdo con el modelo Van Hiel, los aprendizajes esperados se manejan con estructura y organización de diferente a la que menciona el modelo. Sin considerar el progreso de los estudiantes que se hace pasando por niveles de pensamiento y conocimiento, lo que difiere con lo que menciona el modelo Van Hiele, que solo es posible alcanza un nivel “n” entendiendo el nivel anterior “n-1”. (Fouz y De Donosti, 2005)

5.10 Consideraciones de los programas 2017 y 2011 en nivel Secundaria

La implementación del programa 2017, se realiza por fases. En el ciclo escolar 2018-2019 solo se implementa en primer grado, en segundo y tercero se seguirá utilizando el 2011. Para el ciclo escolar 2019-2020 los alumnos de segundo y tercero cambiarán de programa al 2017, por lo que es necesario considerar que los contenidos que se enlistan a continuación desaparecen del programa:

- Resolución de problemas geométricos mediante el teorema de Tales.
- Análisis de las relaciones entre las áreas de los cuadrados que se construyen sobre los lados de un triángulo rectángulo.
- Análisis de las relaciones entre el valor de la pendiente de una recta, el valor del ángulo que se forma con la abscisa y el cociente del cateto opuesto sobre el cateto adyacente.
- Estimación y cálculo del volumen de cilindros y conos o de cualquiera de las variables implicadas en las fórmulas.
- Análisis de las relaciones entre los ángulos agudos y los cocientes entre los lados de un triángulo rectángulo (se cambia a segundo).
- Construcción de las fórmulas para calcular el volumen de cilindros y conos, tomando como referencia las fórmulas de prismas y pirámides (se cambia a primero).

- Construcción de figuras congruentes o semejantes (Triángulos, cuadrados y rectángulos) y análisis de sus propiedades (congruencia se aborda en primero y en tercero semejanza).
- Explicitación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos a partir de construcciones con información determinada (congruencia se aborda en primero y en tercero semejanza).
- Aplicación de los criterios de congruencia y semejanza de triángulos en la resolución de problemas (congruencia se aborda en primero y en tercero semejanza).

Capítulo VI Conclusiones

Después de la realización de esta investigación se exponen puntos observados al dar respuesta a las preguntas de investigación y al cumplimiento de los objetivos que dan paso a las conclusiones generales.

6.1 Reflexiones finales

Nuestro análisis permite observar que el programa 2017, se centra en la importancia de los contenidos, debido a que el programa centra su atención en la dimensión cultural/conceptual. Otro dato es que, aunque el enfoque es competencial como resultado del aprendizaje se desea adquirir conocimientos, desarrollar habilidades, adoptar actitudes y tener valores (SEP, 2017). Sin embargo, en el análisis del currículo no se pudo notar engranaje de estos elementos.

En cuanto al enfoque de las matemáticas, se maneja la idea de basar el programa en resolución de problemas, por ejemplo, al decir que su narrativa es reflexiva y problematizadora (SEP, 2017), sin embargo, solo un aprendizaje esperado en tercer grado hace referencia explícita a la idea de que el alumno “resuelve problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente” (SEP, 2017, p. 180).

Además, los propósitos parecen omitir las capacidades que se pretenden alcanzar y que han de aprender los escolares, los cuales, de acuerdo con Rico y Lupiáñez (2014) son cruciales dentro de la planificación curricular.

Existen documentos oficiales que forman parte del currículo oficial de acuerdo con Alsina (2000) que hacen mención de los trabajos de Van Hiele, lo que concuerda con desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo, además de que los alumnos tendrán que apropiarse paulatinamente de un vocabulario geométrico que les permita comunicar sus anticipaciones y sus validaciones, lo que concuerda con Viner (citado en Carrillo, et al., 2016) quien menciona que son dos los elementos importantes: la imagen conceptual (información gráfica) y definición conceptual (información verbal) (Carrillo, et al., 2016).

El diseño del currículo presenta deficiencias importantes de fondo al responder: ¿Para qué se aprende?, ¿cómo y con quién se aprende?, ¿qué se aprende? (SEP, 2017), que concuerdan con las preguntas que plantea Rico (1998): ¿Qué es, en qué consiste el conocimiento?, ¿qué es el aprendizaje?, ¿qué es la enseñanza? y ¿qué es, en qué consiste el conocimiento útil?

Existe imprecisión en el currículo en: el alcance de los aprendizajes esperados, el enfoque que no coincide con los aprendizajes esperados, los propósitos que describen solo los resultados generales, la falta de articulación, las discontinuidades entre los grados en especial en el objeto matemático de triángulos.

En esta parte se dará respuesta a la primera pregunta de esta investigación ¿Cómo están organizados los aprendizajes esperados del contenido de triángulos en el nuevo modelo educativo mexicano? Los aprendizajes esperados en el programa 2017, están organizados en tres niveles de razonamiento: análisis, clasificación y deducción formal, y los procesos de razonamiento que considera son cuatro: catalogar, definiciones, demostraciones e identificación de propiedades, esto se observó en la Tabla IV.8 donde se nota que los aprendizajes esperados se encuentran en desorden, carecen de secuencia y se notan brincos entre niveles.

Para la segunda pregunta ¿Cómo se propone y organiza el desarrollo de pensamiento geométrico al respecto de triángulos en este currículo según la perspectiva del modelo Van Hiele? En Tabla V.6 se presenta una propuesta para organizar los aprendizajes esperados de acuerdo con el nivel de razonamiento y la continuidad de los procesos de razonamiento, donde se empieza con el nivel de razonamiento análisis, seguido por el de clasificar y después el de deducción formal para primero y segundo grado y, en el caso de tercero, se organiza en dos procesos: clasificar y deducción formal.

Bibliografía

- Aravena, D. y Caamaño, E. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule: Talca, Chile. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(2), 179-211.
- Alsina, C. (2000). Mañana será otro día: un reto matemático llamado futuro. *Goñi, JM El currículum de matemáticas en los inicios del siglo*, 21, 13-21.
- Alsina, C., Burgués, C. y Fortuny, J. (1997). *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis, SA.
- Aravena, M., Gutiérrez, A. y Jaime, A. (2016). Estudio de los niveles de razonamiento de Van Hiele en alumnos de centros de enseñanza vulnerables de educación media en Chile. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 34(1), 107-128.
- Burger, W. y Shaughnessy, J. (1986). Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry, *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48.
- Carrillo, J., Contreras, L. C., Climent, N., Montes, M., Escudero, D., y Flores, E. (Eds.) (2016). *Didáctica de las matemáticas para maestros de Educación Primaria*. España: Colección Didáctica y desarrollo. Paraninfo.
- Coll, C. (2007). *Psicología y currículum: una aproximación psicopedagógica a la elaboración del currículum escolar*. España: Paidós.
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarita, J., Peñas, A. y Ruiz, E. (1994). “*Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en la Enseñanza secundaria basada en el modelo de Razonamiento de Van Hiele*”. C.I.D.E.
- De la Torre, A. (2003). El método socrático y el Modelo de Van Hiele. *Lecturas matemáticas*, 26, 99-121.
- DOF (2017). *ACUERDO número 07/06/17 por el que se establece el Plan y los Programas de Estudio para la Educación Básica: Aprendizajes clave para la educación integral*. México: Diario Oficial de la Federación.

- Fouz, F. y De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. En R. Ibáñez y M. Macho (Ed.), *Conferencias de la octava edición del Ciclo Un Paseo por la Geometría*. 67-81. Leioa: Dto. Matemáticas. UPV-EHU.
- Fuentes, N., Portillo, J. y Robles, J. (2015). Desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico según el modelo de Van Hiele y su relación con los estilos de aprendizaje. *Panorama*, 9(16), 44-54.
- Galindo, C. (1996). Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la Geometría. *Revista Ema*, 2(1), 49-58
- Godino, J. y Ruíz, F. (2002). *Geometría y su didáctica para maestros*. Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.
- Guadrón, E. y Gutiérrez, A. (2007). Una aproximación a los descriptores de los niveles de razonamiento de Van Hiele para la semejanza. En Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María Pilar (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 369-380) San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de investigación en educación matemática, SEIEM.
- Gutiérrez, Á. (2009). Perspectiva de la Investigación en Didáctica de las Matemáticas. *Revista Investigación en la Escuela*, 69, 61-72.
- Gutiérrez, A. y Jaime, A. (1998). On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning. *Focus on learning problems in mathematics*, 20, 27-46.
- Hershkowitz, R., Bruckheimer, M. y Vinner, S. (1987). Activities with teachers based on cognitive research. In M. M. Lindquist & A. P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry k-12* (1987 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, pp. 222-235). Reston, VA: NCTM.
- Martínez, H. (2018). *Los niveles de van hiele para el aprendizaje de triángulos y su relación con el currículo de educación obligatoria en México*. Tesis de Maestría en Educación Matemática. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, Puebla, México.

- Martínez, H., Pérez, A. y Escudero, D. (2018). *Los Niveles de Van Hiele para el aprendizaje de triángulos y su relación con el currículo de Educación Básica en México*. XXXII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme 32 pp. 52). Medellín, Colombia.
- Rico, L. (1998). Concepto de currículo desde la educación matemática. *Revista de Estudios del Currículum*, 1(4), 7-42.
- Rico, L. y Lupiáñez, J. (2014). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid: Alianza Editorial.
- SEP (2011). *Programa de matemáticas 2011 y guía para el maestro, Educación Básica Secundaria, Matemáticas*. México D. F., México.
- SEP (2017). *Aprendizajes clave para la educación integral. Plan y programas de estudio para la educación básica*. Ciudad de México, México.
- Taylor, S. y Bogdan, R. (1987). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación* (Vol. 1). Barcelona: Paidós.
- Torregrosa, G. y Quesada, H. (2007). Coordinación de procesos cognitivos en geometría. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(2), 275-300.
- Valenzuela, C. y Dolores, C. (2012). El currículum oficial e impartido: contenidos y objetivos. *Números. Revista de Didáctica de las matemáticas*, 79, 4769.
- Van Hiele, P. (1957). *El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría)* (tesis doctoral). (Universidad de Utrecht: Utrecht, Holanda). (Traducción de trabajo al español de la tesis doctoral realizada para el proyecto de investigación "Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la Geometría en Enseñanza Media basada en el Modelo de Razonamiento de Van Hiele", por R. Corberán y otros).

Anexo 1.

PROCESOS DE RAZONAMIENTO NIVELES	VISUALIZACIÓN V	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CATALOGAR C	DEFINICIONES D	DEMOSTRACIONES Dem	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO CE
	N1_V_1 Reconoce el dibujo de un triángulo, pero quizá no sea consiente de muchas de sus propiedades. (Galindo, 1996)	N1_IP_1 Utiliza propiedades imprecisas de los triángulos para comparar, describir o reconocerlas (Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarita, Peñas y Ruiz, 1994; Carrillo, Contreras, Climent, Montes, Escudero, y Flores, 2016)	N1_C_1 Clasifica propiedades que no poseen todas las figuras seleccionadas. (Burger y Shaughnessy, 1986)			

	N1_V_2 Incluye atributos irrelevantes al identificar y describir figuras, tales como la orientación de la figura en la hoja. (Burger, et al., 1986)	N1_IP_2 Ausencia del uso de propiedades como condiciones necesarias para determinar una figura. (Burger, et al., 1986)	N1_C_2 Los elementos, diferenciaciones o clasificaciones de figuras que realiza, se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas. (Gualdron y Gutiérrez, 2007)			
	N1_V_3 Hace referencia a prototipos visuales para identificar triángulos. (Corberán, et al., 1994; Gualdron y Gutiérrez, 2007; Carrillo, et al., 2016)					
	N1_V_4 Señala triángulos en diferentes posiciones en fotos, láminas, etc. (Fouz y De Donosti, 2005)					

	N1_V_5 Reconoce triángulos como objetos individuales. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)					
	N1_V_6 Reconoce partes del triángulo sin analizar lo que representa el triángulo. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)					

Tabla A1. Codificaciones de niveles y procesos de razonamiento RECONOCIMIENTO (N1)

PROCESOS DE RAZONAMIENTO NIVELES	VISUALIZACIÓN V	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CATALOGAR C	DEFINICIONES D	DEMOSTRACIONES Dem	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO CE
	N2_V_1 Percibe cada propiedad de los triángulos de manera aislada, sin relacionarla con las demás. (Corberan, et al., 1994)	N2_IP_1 Reconoce las propiedades matemáticas mediante la observación de los triángulos y sus elementos. (Corberan, et al., 1994; Gualdron y Gutierrez, 2007; Carrillo, et al., 2016).	N2_C_1 Clasifica basándose en elementos y propiedades lógicas como las medidas de los lados, mientras descuidan cosas como ángulos, simetrías, etc. (Burger, et al., 1986)	N2_D_1 Rechazo explícito de las definiciones de figuras de los libros de texto en favor de la caracterización personal. (Burger, et al., 1986)	N2_Dem_1 Aun no comprenden lo que es una demostración matemática. Esto se logra en el nivel subsecuente. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)	
ANÁLISIS N2						

		N2_IP_2 Puede deducir propiedades a partir de su experiencia. (Corberan, et al., 1994; Gualdron, 2007; Carrillo, et al., 2016)	N2_C_2 Resuelve problemas sencillos identificando figuras en combinación con otras, por ejemplo: calcula el área de un triángulo rectángulo a partir de la del rectángulo. (Fouz, et al., 2005).	N2_D_2 Hace prevalecer sus propias definiciones y cuestiona definiciones dadas por el profesor o por el libro. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)		
		N2_IP_3 Hace generalizaciones a través de la utilización de ejemplos de triángulos. (Corberan, et al.,	N2_C_3 Deduce propiedades a partir de otras, por ejemplo: a partir de medidas de ángulos internos deduce que el ángulo exterior a			

		1994; Carrillo, et al., 2016)	un triángulo es la suma de los no-adyacentes. (Fouz, et al., 2005)			
		N2_IP_4 Analiza las propiedades de las figuras. Por ejemplo, puede darse cuenta que una de las características del triángulo rectángulo es que tiene un ángulo recto de 90°, pero no notará como se relaciona con los cuadrados o rectángulos. (Galindo, 1996)				

		N2_IP_5 Es capaz de descubrir y generalizar propiedades, a partir de la observación y manipulación. (Aravena y Caamaño, 2013).				
--	--	--	--	--	--	--

Tabla A2. Codificaciones de niveles y procesos de razonamiento ANÁLISIS (N2)

PROCESOS DE RAZONAMIENTO NIVELES	VISUALIZACIÓN V	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CATALOGAR C	DEFINICIONES D	DEMOSTRACIONES Dem	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO CE
		N3_IP_1 Empieza a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático reconociendo que unas propiedades de los triángulos se deducen de otras. (De la Torre, 2003; Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)		N3_D_1 Ordena lógicamente figuras y comprende la interrelación entre figuras y la importancia de definiciones exactas. (Galindo, 1996)	N3_Dem_1 Utiliza representaciones físicas de los triángulos como forma de verificar sus deducciones. (Corberan, et al., 1994)	
CLASIFICACIÓN N3		N3_IP_2 Selecciona propiedades que		N3_D_2 Son capaces de clasificar	N3_Dem_2 Entiende una demostración	

		caracterizan una serie de formas y prueba, mediante dibujos o construcciones, que son suficientes. (Fouz y De Donosti, 2005)		diferentes figuras geométricas y dar definiciones matemáticas. (Aravena y Caamaño, 2013)	explicita en el libro o por el profesor, pero no sabe la estructura de una demostración, por eso, aun no es capaz de realizarla por si solo. (De la Torre, 2003; Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)	
		N3_IP_3 Puede clasificar lógicamente familias		N3_D_3 Reconoce cómo razonar según el	N3_Dem_3 Comprende demostraciones	

		de triángulos a partir de propiedades con precisión matemática. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)		sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)	formales cuando se las explica el profesor o el libro de texto. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)	
		N3_IP_4 Es capaz de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras. (Aravena y Caamaño, 2013).			N3_Dem_4 Reconocen cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas. Por ejemplo, deduce que los ángulos internos de un cuadrilátero suman 360° a	

					partir de dividirlo en dos triángulos. (Fouz y De Donosti, 2005; Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)	
		N3_IP_5 Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos. Fouz y De Donosti, (2005, p.75)				

Tabla A3. Codificaciones de niveles y procesos de razonamiento CLASIFICACIÓN (N3)

PROCESOS DE RAZONAMIENTO NIVELES	VISUALIZACIÓN V	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CATALOGAR C	DEFINICIONES D	DEMOSTRACIONES Dem
DEDUCCIÓN FORMAL N4		N4_IP_1 Entiende la estructura axiomática de las matemáticas. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)	N4_C_1 Clasifica cuestiones ambiguas y reformula problemas en el lenguaje preciso. (Burger y Shaughnessy, 1986)	N4_D_1 Comprensión de los papeles de las componentes en un discurso matemático, tales como axiomas, definiciones, teoremas, demostraciones. (Burger y Shaughnessy, 1986)	N4_Dem_1 Confianza en la demostración como autoridad final para decidir la verdad de una proposición matemática. (Burger y Shaughnessy, 1986)
				N4_D_2 Efectúa conjeturas y verifica deductivamente Corberan, et al.,	N4_Dem_2 Realiza demostraciones para comprobar la veracidad de la información matemática.

				1994; De la Torre, 2003; Gualdron y Gutiérrez, 2007; Carrillo, et al., 2016)	(Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)
				N4_D_3 Comprende el significado de deducción y el papel de los términos indefinidos, postulados, teoremas y demostraciones. Por ejemplo, será capaz de emplear un criterio de congruencia triangular pero no comprenderá la necesidad de postular la condición. (Galindo, 1996).	N4_Dem_3 Realizan demostraciones de diferentes maneras y pueden compararlos. Por ejemplo, demuestra que si un triángulo es isósceles los ángulos de la base son iguales y viceversa. (Fouz y De Donosti, 2005; Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)

					N4_Dem_4 Comprenden las interacciones entre las condiciones necesarias y suficientes distinguen entre una implicación y su recíproca. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)
					N4_Dem_5 Conoce la existencia de las definiciones equivalentes y lo demuestran (Fouz y De Donosti, 2005; Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)
					N4_Dem_6 Justifica las afirmaciones de manera rigurosa (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)

					N4_Dem_7 Compara demostraciones alternativas del teorema de Pitágoras. Aceptación implícita de los postulados de la geometría euclídea. (Burger y Shaughnessy, 1986)
					N4_Dem_8 Efectúa conjeturas y verifica deductivamente. (Corberan, et al., 1994; De la Torre, 2003; Gualdron y Gutiérrez, 2007; Carrillo, et al., 2016)
					N4_Dem_9 Logra la capacidad del razonamiento lógico matemático y una visión globalizadora del área que se esté estudiando. Esto

					les permite realizar demostraciones formales de aquellas propiedades que antes habían demostrado “informalmente”, como también, descubrir y demostrar nuevas propiedades. (Aravena, et. al., 2013)
--	--	--	--	--	--

Tabla A4. Codificaciones de niveles y procesos de razonamiento DEDUCCIÓN FORMAL (N4)

PROCESOS DE RAZONAMIENTO NIVELES	VISUALIZACIÓN V	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CATALOGAR C	DEFINICIONES D	DEMOSTRACIONES Dem	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO CE
RIGOR N5					N5_Dem_1 Inventa métodos generalizables para resolver diferentes clases de problemas. (Fouz y De Donosti, 2005)	N5_CE_1 Tienen conocimientos y habilidades propias de un matemático. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)
					N5_Dem_2 Establece teoremas en diferentes sistemas axiomáticos, la consistencia de un sistema de axiomas, la independencia de un axioma o la equivalencia de distintos conjuntos de	N5_CE_2 Comprende la importancia de la precisión cuando trata con las bases y las interrelaciones entre estructuras. Este nivel se alcanza rara vez entre los estudiantes

					axiomas. (Fouz, y De Donosti, 2005; Corberán, et al., 1994; Gualdron y Gutiérrez, 2007; Carrillo, et al., 2016)	escolares. (Galindo, 1996)
					N5_Dem_3 Compara sistemas axiomáticos (Geometría euclidiana / Geometría no-euclidiana). (Fouz y De Donosti, 2005)	N5_CE_3 Debe manejar sistemas axiomáticos distintos del usual, transferencia de conocimientos a otros sistemas. (Gutiérrez y Jaime, 1998).
					N5_Dem_4 Se ubican en el máximo nivel de rigor matemático según parámetros del momento. (Corberán, et al., 1994;	

					De la Torre, 2003; Carrillo, et al., 2016)	
					N5_Dem_5 Desarrollan su actividad matemática sin ningún inconveniente, porque están seguros de su veracidad. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al., 2016)	

Tabla A5. Codificaciones de niveles y procesos de razonamiento RIGOR (N5)