



# **BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN  
EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A  
LOS TRIÁNGULOS**

**TESIS  
PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

PRESENTA  
**ING. KARINA BARRIENTOS ROJO**

DIRECTOR DE TESIS  
**DRA. DINAZAR I. ESCUDERO ÁVILA**  
CO-DIRECTOR DE TESIS  
**DR. JOSÉ JUÁREZ LÓPEZ**

PUEBLA, PUE. JUNIO 2019

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL  
MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar, agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado durante el proceso de formación de la Maestría en Educación Matemática.

Agradezco también al Comité de la Maestría por haberme dado la oportunidad de pertenecer y formar parte de la cuarta generación, así como a cada uno de los Doctores que impartieron las materias correspondientes al programa académico del posgrado, por cada experiencia dentro del aula y proyecto desarrollado bajo su orientación.

Quiero agradecer especialmente a mi directora de tesis, la Dra. Dinazar Escudero-Ávila por cada momento dedicado para aclarar dudas, por su apoyo, paciencia, enseñanza, colaboración y sobre todo gracias por su confianza en el desarrollo de este trabajo de investigación.

Agradezco también a mis compañeros de la maestría por cada aportación y experiencia compartida y sobre todo a grandes amigos que tuve la dicha de conocer y han sido parte fundamental en este camino Ana Lizett, Bernardo y Daniel, trabajo de equipo, logros compartidos.

Gracias a mi esposo Raymundo Tomé Ramos por su apoyo, por cada noche de reencuentro al salir de clases, por su comprensión durante cada día lejos uno del otro, por su motivación para ser cada día mejor en lo que uno hace, por ser mi ejemplo en que la disciplina marca la pauta para el éxito, por ser mi fortaleza en muchos momentos y sobre todo por cada momento de dicha y felicidad.

Gracias a mis padres, Adela Rojo Lucio y A. Manuel Barrientos Castillo por confiar y creer en mí, por trabajar juntos ante cualquier circunstancia, siempre serán mi ejemplo; gracias mamá por acompañarme en este camino, por ser mi mejor amiga; gracias papá por tus consejos y apoyo incondicional en cada etapa de mi educación, por brindarme siempre lo mejor de ti. Gracias a mi hermano Eduardo Barrientos Rojo por escucharme y otorgarme siempre su sinceridad. Y por último agradezco a la vida, a Dios y a mi angelito en el cielo por permitirme seguir aquí, de pie, concluyendo este trabajo.

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL  
MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

## ÍNDICE

RESUMEN .....	11
ABSTRACT.....	12
INTRODUCCIÓN .....	13
Capítulo 1 ANTECEDENTES.....	17
1.1 La importancia de la Geometría en el contexto de la Educación Matemática .....	17
1.2 El modelo de Van Hiele y su aplicación .....	19
1.3 El triángulo como objeto de estudio en la investigación.....	20
Capítulo 2 MARCO CONCEPTUAL.....	21
2.1 Noción de currículo en Educación Matemática .....	21
2.2 Modelo de Van Hiele .....	23
2.2.1 Características del modelo.....	23
2.2.2 Niveles de Razonamiento .....	24
2.2.3 Fases de Aprendizaje.....	26
2.3 Procesos de Razonamiento.....	28
Capítulo 3 DISEÑO METODOLÓGICO .....	29
3.1 Método de investigación .....	29
3.1.1 Primera etapa.....	29
3.1.2 Segunda etapa.....	30
3.2 Instrumento para la recolección de datos .....	31
Capítulo 4 ANÁLISIS .....	45
4.1 Primera etapa: análisis del Nuevo Currículo de la EMS.....	45
4.1.1 Fase 1 .....	45
4.1.2 Fase 2. Análisis del tema “Triángulos” de la asignatura Matemáticas II.....	55
4.1.3 Fase 3. Principales diferencias entre el programa que marca el currículo del Nuevo Modelo y las adaptaciones de este en sus dos subsistemas: BG y BT.....	65
4.2 Segunda Etapa: Diferencias entre el programa de estudios 2011 y el de referencia del Nuevo Modelo.....	74

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS	
4.2.1 Primera y Segunda Fase. Análisis Del Currículo de BG correspondiente al Nuevo Modelo “Matemáticas II” .....	74
4.2.2 Análisis del Currículo De BG correspondiente al Modelo Educativo 2011 “Geometría Y Trigonometría”: Primera y Segunda Fase.....	78
4.2.3 Contraste: Programa de Estudios de Bachillerato General de 2011 y el Nuevo Modelo Educativo .....	86
Capítulo 5 RESULTADOS .....	87
5.1 Interpretación de Resultados .....	87
5.1.1 Interpretación N2: Análisis.....	89
5.1.2 Interpretación N3: Clasificación.....	91
5.1.3 Interpretación N4: Deducción Formal.....	93
5.1.4 Interpretación N5: Rigor.....	94
5.2 Ejemplos de procesos de razonamiento en el tema de Triángulos.....	95
5.2.1 Nivel 2. Análisis .....	95
5.2.2 Nivel 3. Clasificación. ....	95
CONCLUSIONES .....	97
BIBLIOGRAFÍA .....	101

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL  
MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

**INDICE DE FIGURAS**

FIGURA 2-1 Componentes del currículo según los Niveles y Dimensiones.....	22
FIGURA 2-2 Relación de Elementos explícitos e implícitos y Niveles de Razonamiento de Van Hiele. ....	25
FIGURA 3-1 Codificación de Procesos de Razonamiento.....	31
FIGURA 4-1 Relación de Bloques del Programa de los Contenidos del Nuevo Modelo Educativo de la asignatura de Matemáticas II .....	67
FIGURA 4-2 Unidad I. definiciones fundamentales y el estudio del triángulo. ....	78

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 3-1 Indicadores correspondientes al Nivel 1 .....	34
Tabla 3-2 Indicadores correspondientes al Nivel 2 .....	36
Tabla 3-3 Indicadores correspondientes al Nivel 3 .....	38
Tabla 3-4 Indicadores correspondientes al Nivel 4 .....	42
Tabla 3-5 Indicadores correspondientes al Nivel 5 .....	43
Tabla 4-1 Relación de Componentes y Contenidos Centrales.....	46
Tabla 4-2 Ejemplo de Contenidos, Aprendizajes y Productos .....	47
Tabla 4-3 Componente 1. Primer Contenido Central y Su Organización .....	48
Tabla 4-4 Componente 1. Segundo Contenido Central y Su Organización .....	49
Tabla 4-5 Componente 1. Tercer Contenido Central y Su Organización .....	50
Tabla 4-6 Componente 1. Cuarto Contenido Central y Su Organización .....	51
Tabla 4-7 Componente 2. Primer Contenido Central y Su Organización .....	52
Tabla 4-8 Componente 2. Segundo, Tercer y Cuarto Contenidos Centrales y Su Organización .....	53
Tabla 4-9 Componente 2. Quinto y Sexto Contenidos Centrales y Su Organización .....	54
Tabla 4-10 Análisis del Primer Contenido Central del Componente Uno (COM1).....	55
Tabla 4-11 Análisis del Segundo Contenido Central del Componente Uno (COM1).....	57
Tabla 4-12 Análisis del Tercer Contenido Central del Componente Uno (COM1) .....	59
Tabla 4-13 Análisis del Cuarto Contenido Central del Componente Uno (COM1).....	61
Tabla 4-14 Análisis del Primer Contenido Central del Componente Dos (COM2) .....	62
Tabla 4-15 Análisis del Segundo, Tercero y Cuarto Contenidos Centrales del Componente Dos (COM2) .....	63
Tabla 4-16 Análisis del Quinto y Sexto Contenidos Centrales del Componente Dos (COM2).....	64
Tabla 4-17 Nivel Requerido por el Currículo del Nuevo Modelo .....	65
Tabla 4-18 Bloques de Aprendizaje y sus Propósitos.....	66
Tabla 4-19 Bloque I. Ángulos y triángulos.....	68
Tabla 4-20 Bloque II. Propiedades de los Polígonos.....	69
Tabla 4-21 Bloque III. Elementos de la circunferencia .....	70
Tabla 4-22 Bloque IV. Razones trigonométricas.....	71
Tabla 4-23 V. Funciones trigonométricas.....	72
Tabla 4-24 Bloque VI. Triángulos Oblicuángulos.....	73
Tabla 4-25 Organización, identificación y análisis del Bloque I.....	75
Tabla 4-26 Organización, identificación y análisis del Bloque IV.....	76
Tabla 4-27 Organización, identificación y análisis del Bloque VI.....	77
Tabla 4-28 UNIDAD 1 con sus respectivos horizontes de búsqueda y resultados de aprendizaje .....	79
Tabla 4-29 UNIDAD II con sus respectivos horizontes de búsqueda y resultados de aprendizaje .....	80
Tabla 4-30 UNIDAD III con sus respectivos horizontes de búsqueda y resultados de aprendizaje .....	81

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL  
MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

Tabla 4-31 Análisis de la Unidad I .....	83
Tabla 4-32 Análisis de la Unidad II.....	84
Tabla 4-33 Análisis de la Unidad III .....	85
Tabla 4-34 Indicadores de nivel y proceso de razonamiento declarados en el programa de estudios de BG, Modelo 2011 y Nuevo Modelo Educativo. ....	86
Tabla 5-1 Indicadores del Proceso de Razonamiento correspondiente a cada Nivel de Razonamiento declarado en el Nuevo Modelo .....	87
Tabla 5-1 Resultados Nivel 2 “Análisis” .....	89
Tabla 5-2 Resultados Nivel 3 “Clasificación” .....	91
Tabla 5-3 Resultados Nivel 4 “Deducción Formal” .....	93

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL  
MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

## **RESUMEN**

El presente trabajo tiene como objetivo analizar el programa de estudios correspondiente a la asignatura de Geometría y Trigonometría del Currículo Oficial de Nivel Medio Superior mexicano, específicamente el tema de los triángulos a partir de los niveles de razonamiento de Van Hiele.

Este análisis permitió tener una reflexión sobre la importancia del estudio de la Geometría y los triángulos en Nivel Medio Superior, por lo cual, el trabajo se enfocó en el análisis de los aspectos que deben caracterizar los saberes que se declara que debe poseer el alumno que acredita esta materia, los aprendizajes y productos esperados que solicitan el currículo, los objetivos que se buscan alcanzar y los aspectos organizacionales del programa de Nivel Medio Superior en la educación mexicana.

A diferencia de los niveles en Educación Básica, en la Educación Media Superior (EMS) existen distintas modalidades o subsistemas de estudio: Bachillerato General, Bachillerato Tecnológico, Profesional Técnico y cursos de capacitación para el trabajo, con modalidades presenciales y a distancia. Actualmente, la Reforma Educativa de 2016 ha propuesto un modelo educativo que pretende unificar las distintas modalidades en sólo dos: Bachillerato General (BG) y Bachillerato Tecnológico (BT); es por esto que, en esta investigación, se realizó un análisis de las distintas modalidades y subsistemas, con la finalidad de comparar y organizar los contenidos de triángulos en el currículo de Nivel Medio Superior en México.

## **ABSTRACT**

This paper have as objective to analyze the corresponding syllabus to the subject of Geometry and Trigonometry of the Official Curriculum of Mexican Upper Middle Level, specifically the issue of the triangles from the Van Hiele's levels of reasoning.

This analysis allowed a reflection on the importance of the study of Geometry and triangles in the Upper Middle Level, consequently, the work focused on the analysis of the aspects that should characterize the knowledge which each student should have when graduates from this subject, the expected learning and products that marks this curriculum, the objectives to be achieved and organizational aspects of the Upper Middle Level program in mexican education.

Unlike the Basic Education levels (Pre-School, Primary and Secondary), in the educational system in Mexico, Upper Middle Level, also known as High School, there are different types or subsystems of study: General High School, Technological High School, Professional technical and training courses for job, of which some have the alternative of studying at a distance; in each modality, the aim is to adjust the proposed curriculum. Currently with the Educational Reform, the New Model aims is to unify the different modalities into only two main ones: General High School and Technological High School; therefore, this research carried out a critical analysis of different modalities and subsystems, to compare and to organize the contents of triangles for the Upper Middle Level in Mexico.

## INTRODUCCIÓN

Hoy en día, la educación en México se encuentra frente a un reto de transición, puesto que desde 2012 se puso en marcha la Reforma Educativa. El Modelo Educativo para la educación obligatoria, como lo dio a conocer la Secretaría de Educación Pública (SEP), se deriva de dicha reforma, el cual tiene como objetivo cambiar “la forma en que se articulan los componentes del sistema desde la gestión hasta el planteamiento curricular y pedagógico, y que tiene como fin último colocar una educación de calidad con equidad donde se pongan los aprendizajes y la formación de niñas, niños y jóvenes en el centro de todos los esfuerzos educativos” (SEP, 2017, p. 27).

En el campo disciplinar de Matemáticas, para Bachillerato General (BG), se realizaron adecuaciones a los programas de las asignaturas correspondientes, a partir de los aciertos de los programas anteriores y la selección de aquellos elementos, que basados en la investigación y evidencia empírica, resultaban indispensables para la mejora y la transformación educativa. Una de las principales razones que motivaron estas modificaciones fue la percepción de un gran distanciamiento entre el ámbito escolar y lo que los alumnos viven fuera del aula, es por esto que el aprendizaje de las Matemáticas no se debe reducir únicamente a la resolución de problemas escolares, si no que se enfocará hacia el conocimiento en uso, en reconocer el carácter secuencial, transversal y funcional de los conocimientos matemáticos (SEMS, 2017).

Debido a estos cambios, se planteó realizar un análisis del programa de estudios del Nuevo Modelo y su adaptación en los diferentes subsistemas de la EMS, con base en los niveles de razonamiento en Geometría que propone el Modelo de Van Hiele. El objetivo de este trabajo es generar herramientas que les permitan a los docentes del área comparar el nivel de razonamiento con el que los alumnos ingresan frente al nivel de razonamiento que establece el currículo, de tal forma que tengan la oportunidad de crear y mejorar una nueva forma de razonar en sus estudiantes.

Para algunos teóricos como José Carrillo Yáñez (2016), entre otros, el modelo de razonamiento de Van Hiele ha demostrado ser un excelente referente teórico para la organización y evaluación de la enseñanza-aprendizaje en Matemáticas, especialmente en

Geometría; puesto que los niveles de razonamiento que caracterizan al Modelo de Van Hiele resultan ser una herramienta eficiente para el análisis del trabajo geométrico que se lleva a cabo en determinados contenidos matemáticos y también para observar y evaluar el desempeño de los estudiantes durante su aprendizaje. En este sentido, se eligió el tema de triángulo como objeto del análisis ya que los alumnos tuvieron contacto con el tema desde nivel básico y es un punto transversal para asignaturas del Nivel Medio Superior, como Geometría Analítica o Cálculo.

Esta investigación está estructurada en seis capítulos, los cuales se organizaron de la siguiente forma. En el capítulo uno se menciona el planteamiento del problema, los objetivos y preguntas de investigación, así como la justificación de la investigación. En el capítulo dos se encuentran los antecedentes sobre los cuales se apoya este trabajo. En el capítulo tres se halla el marco conceptual, en el que se abordan la importancia y las dificultades de la geometría y el triángulo como concepto básico en la enseñanza de la geometría en Nivel Medio Superior; además se describe el modelo de razonamiento de Van Hiele de forma detallada. En el capítulo cuatro, se describe el tipo y nivel de investigación, la metodología que se llevó a cabo, es decir, la organización del análisis curricular, así como la descripción del instrumento que se utilizó para el análisis. En el capítulo cinco, se presenta el análisis del programa de referencia del Nuevo Modelo y la adaptación en sus dos principales subsistemas. Y, por último, en el capítulo seis, se presentan los resultados, a través del análisis de los indicadores que se obtuvieron.

Una de las tareas de los docentes de Nivel Medio Superior es el diseño de secuencias didácticas, las cuales consisten en situaciones de aprendizaje que permitan el desarrollo de competencias y aprendizajes específicos, establecidos en el Marco Curricular Común de la Reforma Educativa; en el caso de las competencias matemáticas, se pretende que los alumnos logren desarrollar y reforzar los niveles de razonamiento que establece el currículo. Respecto a esto, Marcela Román (2010) afirma que “los procesos que se desarrollan en el interior del aula se constituyen como el elemento que más incide en el desarrollo y resultados que alcanzan los alumnos” (p. 83), es decir, reconoce que la labor docente desde la planeación y su aplicación determina el aprendizaje significativo de los estudiantes, por lo tanto, no sólo se debe asegurar que los alumnos obtengan el conocimiento de los conceptos matemáticos,

sino, además, los maestros deben tener herramientas que les ayuden en el diseño y/o desarrollo de las actividades que produzcan una enseñanza eficaz.

Con el fin de proporcionar al docente un sustento teórico que le permita una mejor toma de decisiones en el diseño de su planeación didáctica, se plantearon los siguientes objetivos:

#### Objetivo General

- Determinar el nivel de razonamiento del modelo de Van Hiele que los estudiantes deben desarrollar en Nivel Medio Superior a partir del currículo de Geometría y Trigonometría con respecto al tema de triángulos.

#### Objetivos Específicos

- Identificar los contenidos relacionados con el tema de triángulos.
- Examinar, mediante un análisis de los contenidos, el nivel de razonamiento que requiere el programa de referencia del currículo del Nuevo Modelo con respecto al tema de triángulos, así como de sus adaptaciones.
- Comparar el nivel de razonamiento que se pretende alcanzar del programa de referencia del Nuevo Modelo con respecto a su adaptación en los programas de sus dos principales subsistemas: Bachillerato General y Bachillerato Tecnológico, en lo que corresponde para el tema de triángulos.

Por último, las preguntas de investigación en torno a las cuales se organizó el análisis fueron:

- ¿Cuál es el nivel de razonamiento geométrico que el currículo del Nuevo Modelo en Nivel Medio Superior supone se alcance respecto a triángulos?
- ¿Cuál es el nivel de razonamiento geométrico que el currículo en Nivel Medio Superior supone se alcance en lo que respecta a triángulos en los subsistemas: Bachillerato General y Bachillerato Tecnológico?
- ¿Existe una diferencia en el nivel de razonamiento geométrico del currículo del modelo de 2011 con respecto al currículo del Nuevo Modelo en el subsistema de Bachillerato General?

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL  
MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

## Capítulo 1

### ANTECEDENTES

Como parte del desarrollo de este trabajo es imprescindible conocer lo que se ha trabajado en Educación Matemática en torno a la Geometría y su importancia, la aplicación del Modelo de Van Hiele y la investigación que se ha realizado con relación al objeto matemático triángulo.

#### 1.1 La importancia de la Geometría en el contexto de la Educación Matemática

La Geometría es una de las áreas más importantes dentro de las Matemáticas, dado que es parte de nuestro lenguaje, pues nos permite poder describir los objetos a nuestro alrededor; esto es, nos permite comprender nuestro entorno. La Real Academia Española define a la Geometría como “el estudio de las propiedades y de las medidas de las figuras en el plano o en el espacio” (RAE, 2019, párrf. 1). Otra acepción se encuentra en el documento titulado *Perspectivas en la enseñanza de la Geometría para el siglo XXI* (2001): “la Geometría se considera como aquella herramienta para la comprensión del espacio en el cual vivimos, ya que es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad” (Villani, 2001, párrf. 1); en ambas acepciones el común denominador es el espacio, el entorno mismo.

Dentro del ámbito educativo, la enseñanza de la geometría está presente desde la Educación Básica hasta el Nivel Medio Superior. A lo largo de este recorrido, los docentes deben buscar constantemente, a partir de la mejora continua, el desarrollo integral de los estudiantes para poder alcanzar una educación de mayor calidad. Por lo tanto, contar con estudios y herramientas que esclarezcan los objetivos y los niveles de razonamientos requeridos por el Nuevo Modelo brinda a los docentes un panorama más amplio de su quehacer diario. Dentro de este contexto, la Geometría ocupa un lugar vital para dar alcance a una educación matemática de calidad, pues está presente en todos los niveles educativos y es indispensable para el conocimiento del entorno; así lo expresan algunos teóricos que se exponen a continuación.

Miguel de Guzmán (1993) considera que el desarrollo del pensamiento geométrico en nuestra educación no sólo se refiere a la enseñanza de la Geometría moderadamente fundamentada

sino a lograr “el estímulo de la capacidad del hombre para explorar racionalmente el espacio físico en el que vive, la figura, la forma física” (p. 29).

En el mismo talante, Martín Andonegui (2006) menciona que el estudio de la Geometría ayuda al desarrollo de la intuición espacial, es decir, a la construcción del pensamiento espacial; además de que integra varios procesos como la visualización con la conceptualización, la manipulación y experimentación con la deducción, y estos, a su vez, con la resolución de problemas y la aplicación de cada conocimiento geométrico (p. 9).

Otro aspecto de estudio es el objetivo de la enseñanza de la Geometría. Al respecto, Illarramendí (1992) plantea que, primordialmente, se debe iniciar al estudiante en el razonamiento deductivo, de tal modo que, al enfrentarse a situaciones reales, sea capaz de codificarlas en un lenguaje matemático y, a partir de esto, logre hacer generalizaciones para resolver cualquier problema de esta índole que se le presente (p.13).

Éstas y otras líneas de investigación, enfocadas a la enseñanza de la geometría, se encuentran concentradas en trabajos como el del Dr. Ángel Gutiérrez (1993), quien realizó una clasificación de las investigaciones en Didáctica de la Geometría, a partir de las actas de los congresos del Grupo Psychology of Mathematics Education (PME). Para su organización, tomó en cuenta los contenidos matemáticos expuestos, los objetivos de los investigadores y temas transversales, así como el análisis de procesos de razonamiento y las estrategias de demostración.

En síntesis, estos autores concuerdan en que la Geometría es de gran importancia en el desarrollo integral de un individuo, puesto que ayuda al hombre en el entendimiento de su alrededor.

## 1.2 El modelo de Van Hiele y su aplicación

En 1993, el Dr. Ángel Gutiérrez, en su publicación *Tendencias innovadoras en educación matemática*, hizo referencia a las dos vertientes más importantes dentro de la investigación en el área de la Geometría: una de ellas, la de mayor interés según el investigador, ha sido la Teoría de Van Hiele; esta teoría se ha utilizado para organizar secuencias didácticas y para evaluar el progreso de los estudiantes, más que como objeto de estudio. Este trabajo también describe las líneas de investigación que han derivado de dicha teoría, por ejemplo, la validación de herramientas; éste es el caso del test para determinar los niveles de razonamiento. También aborda la caracterización de los diferentes niveles para áreas en específico de la geometría, como el polígono, el poliedro, la geometría plana, etc. Por último, expone la manera en que el Modelo de Van Hiele se ha utilizado en el diseño curricular.

Además de Gutiérrez, otros teóricos consideran que la teoría de Van Hiele proporciona, en muchos sentidos, una guía para la organización del currículo de Geometría, en Matemáticas. Por ejemplo, fue la base de los estándares curriculares del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM por sus siglas en inglés) y se utilizó como base teórica en el currículo de Geometría de la década de 1960 en la Unión Soviética; sin embargo, según Mary L. Crowley (1987), no se le prestó gran atención hasta 1984, cuando varias de las obras de los Van Hiele fueron traducidas al idioma inglés.

Otras investigaciones que retoman el modelo de Van Hiele se encuentran en la obra de Corberán, Gutiérrez y otros (1994), la cual ofrece una propuesta curricular, diseñada y evaluada, para la enseñanza de la Geometría plana; en el trabajo *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele* (2009), que presenta una propuesta curricular para la enseñanza en nivel medio sobre la construcción de las secciones cónicas; asimismo, mientras Maguiña Rojas (2013) utiliza esta teoría para elaborar una propuesta curricular para la enseñanza de los cuadriláteros, los investigadores Snaider Ramírez, Zuleidy Torres, Kelly Váldez y Martha Iglesias (2013) la aplican para la enseñanza de la circunferencia y los ángulos.

### **1.3 El triángulo como objeto de estudio en la investigación**

A continuación se exponen algunas investigaciones sobre el estudio de algunos aspectos que intervienen en el aprendizaje y enseñanza del triángulo como objeto geométrico fundamental de Geometría, dentro del currículo del Nivel Medio Superior.

Azcarate (1997), en su artículo *Si el eje de las ordenadas es vertical ¿qué podemos decir de las alturas de un triángulo?*, realizó pruebas en torno al concepto de altura en el triángulo, del que se desprenden algunas reflexiones sobre las confusiones que presentan los estudiantes peculiarmente en dicho aspecto.

En la publicación *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele* (1994) se proponen unidades de enseñanza, entre las cuales se encuentra una enfocada en el triángulo. Para el diseño de esta unidad, se tomó en cuenta la correcta organización de la instrucción, es decir, tareas secuenciadas que permitan recorrer cada una de las fases de aprendizaje, lo cual facilitará a los alumnos pasar de determinado nivel de razonamiento al nivel superior inmediato.

En definitiva, existen muchas investigaciones que abordan el tema del triángulo, pero ninguna lo ha analizado como contenido desde el currículo del Nuevo Modelo de la Reforma Educativa en México. Para realizar este análisis es necesario, en primera instancia, abordar la teoría que lo sustentará: el Modelo de Van Hiele.

## Capítulo 2

### MARCO CONCEPTUAL

Este capítulo consiste en la exposición de la noción de currículo desde la perspectiva de la Educación Matemática y la descripción de la estructura del modelo de Van Hiele.

#### 2.1 Noción de currículo en Educación Matemática

Según Luis Rico (1997), “el profesor necesita conocimientos sólidos sobre los fundamentos teóricos del currículo y sobre los principios para el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas de matemáticas” (p.18), sin importar el nivel educativo en el que se desenvuelva. Entonces, ¿qué es currículo?, se pregunta María Antonia Casanova (2006) y formula una respuesta:

una propuesta teórico-práctica de las experiencias de aprendizaje básicas, diversificadas e innovadoras, que la escuela en colaboración con su entorno deben ofrecer al alumnado para que consiga el máximo desarrollo de capacidades y dominio de competencias, que le permitan integrarse satisfactoriamente en su contexto logrando una sociedad democrática y equitativa (p. 89).

En el mismo orden de ideas, surgen las interrogantes: ¿qué da a un currículo un valor de importancia, con respecto al papel que juega dentro de la educación? y ¿qué define que sea eficaz y se logren alcanzar, como parte del aprendizaje de los estudiantes, los objetivos planteados por un modelo educativo?

Al respecto, Rico y Lupiáñez (2008) comparten la visión de Casanova del currículo como “una propuesta de actuación educativa”, pues lo consideran como “un plan de formación que, en su diseño y desarrollo, tiene que dar respuesta concreta a las siguientes preguntas: ¿Qué formación?, la formación ¿para qué?, ¿Cómo llevar a cabo dicha formación? y ¿Cuánta fue la formación, es decir, cuáles resultados se obtuvieron?” (p. 33), por lo tanto, cada currículo selecciona y propone dicho plan de formación, el cual debe responder a las necesidades individuales y demandas sociales del momento.

A partir de cada una de estas preguntas, Rico y Lupiáñez (2008) establecieron cuatro líneas de estudio, o también llamadas dimensiones: Cultural/conceptual, Cognitiva. Ética o política y Social. Éstas proporcionan un marco para el estudio curricular y, a su vez, dan una guía

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

para la interpretación de los planes de formación que se llevan a cabo en el sistema educativo, en concreto los planes que organizan y desarrollan la educación mediante las Matemáticas.

Además, para Rico y Lupiáñez (2008) existen cuatro niveles de análisis del currículo de Matemáticas: “nivel de planificación para el aula (los profesores), nivel de planificación para el sistema educativo, nivel de reflexión académica (disciplinas académicas) y nivel de finalidades (teleológico)” (p.39); según los autores, dichos niveles están fuertemente conectados y se interrelacionan con las cuatro dimensiones.

En 1980, durante el encuentro de investigadores de Educación Matemática, como lo afirma Rico (1998), se establecieron los parámetros del currículo: contenidos, objetivos, metodología y evaluación. Estos parámetros son los componentes que relacionan las cuatro dimensiones con los niveles de análisis del currículo de Matemáticas, como se observa a continuación (Rico & Lupiáñez, 2008, p.39):

<b>Dimensiones/ Niveles</b>	<b>1ª Dimensión: Cultural/conceptual</b>	<b>2ª Dimensión: Cognitiva</b>	<b>3ª Dimensión: Ética o política</b>	<b>4ª Dimensión: Social</b>
<b>Planificación para los profesores</b>	Contenidos	Objetivos	Metodología	Evaluación
<b>Sistema educativo</b>	Conocimientos	Alumno	Profesor	Aula
<b>Disciplinas académicas</b>	Matemáticas, Epistemología, Historia	Teorías del aprendizaje	Pedagogía	Sociología
<b>Teleológico o de finalidades</b>	Fines culturales y formales	Fines formativos y de desarrollo	Fines éticos y políticos	Fines sociales y utilitarios

FIGURA 2-1 Componentes del currículo según los Niveles y Dimensiones

Finalmente, en palabras de Rico y Lupiáñez (2008), “situar un trabajo educativo en una perspectiva curricular consiste en estudiar y trabajar sobre los planes que organizan y desarrollan la educación mediante las matemáticas, a partir del esquema de niveles y dimensiones establecido para el concepto de currículo” (p. 40). Con base en esta aseveración, se decidió utilizar el Modelo de Van Hiele como perspectiva curricular.

## 2.2 Modelo de Van Hiele

Los procesos cognitivos de los estudiantes de Matemáticas han sido objeto de estudio en diversas investigaciones en la Educación Matemática, en las cuales se ha buscado describirlos y explicarlos; una de ellas fue el Modelo de Razonamiento Matemático de Van Hiele.

### 2.2.1 Características del modelo

Desde hace algunos años, la comunidad educativa nacional e internacional ha dejado de lado la enseñanza tradicional, en la que se prioriza la memorización sobre la comprensión y el razonamiento; frente a este tipo de enseñanza, se ha propuesto un modelo centrado en el aprendizaje del alumno, esto es, se busca que los estudiantes desarrollen competencias que les permitan discernir cómo y cuándo utilizar ciertos conceptos matemáticos, que los lleven a realizar demostraciones de propiedades o a contextualizar localmente sus conocimientos a partir de una perspectiva global. Según esta propuesta educativa, cada individuo es un ser único, que aprende a razonar de acuerdo a sus experiencias, así pues la enseñanza idónea es aquella que desarrolle experiencias para adquirir nuevas formas de razonamiento.

En este contexto, Hershkowitz, Bruckheimer y Vinner (1987) analizan diferentes modelos en Educación Matemática que ayudan a identificar aquellos elementos que intervienen en el proceso de enseñanza-aprendizaje derivado de este modelo, los cuales propician el aprendizaje de conceptos, propiedades y estrategias básicas de Geometría, pero no sólo para memorizarlos, sino para que los estudiantes los apliquen e interactúen efectivamente con su entorno.

Al respecto, Gutiérrez y Jaime (2013) consideran que el modelo de Razonamiento de Van Hiele es uno de los más usados para analizar y organizar la enseñanza de la Geometría, así como para realizar una correcta evaluación del aprendizaje comprensivo de los estudiantes desde hace más de 50 años. El modelo geométrico de Van Hiele, está conformado por dos aspectos básicos, como lo refiere Jaime (1993): “**Descriptivo**, mediante éste se identifican diferentes formas de razonamiento geométrico de los individuos y se puede valorar su progreso e **Instructivo**, el cual marca las pautas a seguir por los profesores para favorecer el avance de los estudiantes en el nivel de razonamiento geométrico en el que se encuentran”

(p.4). Como resultado de estos elementos, Van Hiele propone distintos niveles de razonamiento.

### 2.2.2 Niveles de Razonamiento

En *Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría* (2005), Fernando Fouz y Berritzegune de Donosti describen el modelo de Van Hiele, el cual está conformado por cinco niveles escalonados de razonamiento geométrico:

- **Nivel 1 (Reconocimiento):** El individuo percibe los objetos geométricos en su totalidad como una unidad, sin lograr reconocer o diferenciar sus atributos ni componentes. Sin embargo, puede describirlos por su aspecto físico, asemejándolos a elementos familiares en su entorno, carente de un lenguaje geométrico básico.
- **Nivel 2 (Análisis):** Desde la observación y experimentación, el sujeto percibe los objetos geométricos dotados de componentes y propiedades; comienza a generalizar, sin embargo, no logra relacionar dichas propiedades ni clasificar los objetos a partir de éstas, por lo tanto no elabora definiciones.
- **Nivel 3 (Clasificación):** La persona logra describir a los objetos geométricos comprendiendo su importancia y los requisitos para que sea correcta; también, reconoce la forma en que unas propiedades derivan de otras. En cambio, no es capaz de comprender las demostraciones en cuanto a su estructura ni realizar razonamientos lógicos formales pues no comprende la estructura axiomática de las Matemáticas.
- **Nivel 4 (Deducción formal):** El individuo es capaz de realizar razonamientos lógicos formales, debido a esto, la comprensión de relación de propiedades se formaliza en los sistemas axiomáticos; en consecuencia, es capaz de comprender la estructura axiomática de las Matemáticas.
- **Nivel 5 (Rigor):** La persona puede manejar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

### 2.2.2.1 Características de los Niveles de Razonamiento de Van Hiele

Todos los niveles de razonamiento del Modelo de Van Hiele comparten cierta estructura y características que a continuación se describen.

Los niveles son consecutivos, **secuenciales**, es decir, ninguno es independiente de otro, tienen un orden estricto, por lo tanto “para adquirir un nivel de razonamiento es necesario haber adquirido antes el nivel precedente” (Salvador, 1994, p.22).

El alcance de un nivel sucesivo se relaciona con las nuevas destrezas que se vayan alcanzando en las actividades y experiencias que se desarrollen en la enseñanza-aprendizaje, en otras palabras, “el progreso de un nivel al siguiente depende más de la experiencia de **instrucción** que de la edad o la maduración” (Fuys, Geddes & Tischler, 1988, p. 8).

El **vocabulario** es **específico** para cada nivel, es decir, “cada nivel lleva asociado un tipo de lenguaje para comunicarse y un significado específico del vocabulario matemático, de forma que dos personas que utilicen lenguajes de diferentes niveles no podrán entenderse” (Gutiérrez, Jaime & Fortuny 1991, p.53).

Van Hiele (1984) señala que en cada nivel aparece de manera extrínseca lo que era intrínseco en el nivel anterior, es decir, existe **recursividad** (p. 246), lo cual indica que el grado de comprensión y dominio con respecto al conocimiento de un objeto matemático dado va ascendiendo. Esto se observa en la siguiente figura (Gutiérrez, Jaime & Fortuny 1991, p.53):

	Elementos explícitos	Elementos implícitos
Niv. 1	objetos geométricos	propiedades matem. de los objetos
Niv. 2	prop. mat. de los objetos	relaciones entre propiedades y/o elementos de los objetos
Niv. 3	relac. entre prop. y/o elem.	deducción formal de relaciones
Niv. 4	deduc. formal de relaciones	

FIGURA 2-2 Relación de Elementos explícitos e implícitos y Niveles de Razonamiento de Van Hiele.

### 2.2.3 Fases de Aprendizaje

En el mismo orden de ideas, otros importantes elementos que conforman el Modelo de Van Hiele son las fases de aprendizaje. Rosa Corberán Salvador (1994), junto con otros especialistas, sostiene que: “en las fases de aprendizaje, se propone una organización de la enseñanza que ayudará a los estudiantes a construir las estructuras mentales que les permitan lograr un nivel de razonamiento superior” (p. 13).

El modelo cuenta con cinco fases, las cuales guiarán al profesor en el diseño y organización de las actividades que llevarán a que el estudiante pueda transitar de un nivel de razonamiento a otro. Por su parte, Jaime (1993) refiere que estas fases no son peculiares de un nivel, sino que en cada nivel el alumno realiza actividades de la primera fase y continúa con la siguiente de manera que al terminar en la quinta fase alcanza el siguiente nivel de razonamiento.

Otros investigadores interesados en el estudio de las fases son Fouz y De Donosti (2005), así como a Carrillo, et al. (2016), no obstante, todos coinciden en que las fases cuentan con las siguientes características:

- **Primera Fase (Preguntas / Información):** Es oral, ya que mediante preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los alumnos y el camino a seguir de las actividades siguientes.
- **Segunda Fase (Orientación dirigida):** El profesor guía a los estudiantes para descubrir y aprender los contenidos básicos del tema que se está abordando y la forma de razonar en el nivel en el que trabajarán.
- **Tercera Fase (Explicación):** Se da un intercambio de ideas y experiencias entre los alumnos, al explicar los resultados que han obtenido; la actuación del profesor debe estar dirigida a corregir el lenguaje de los alumnos conforme al nivel en el que trabajen. No es una fase de contenidos nuevos, dado que en la interacción entre los alumnos, se les insta a que ordenen sus ideas, las analicen y las expresen de modo comprensible para los demás.
- **Cuarta Fase (Orientación libre):** Es la consolidación de lo aprendido en las anteriores fases, por medio de actividades más complejas fundamentalmente dirigidas a la aplicación tanto del contenido como el lenguaje necesario. Se hace uso de problemas

abiertos, para que puedan abordarse de diferentes maneras, y los cuales pueden tener una, ninguna o varias soluciones; por consiguiente, se genera una mayor necesidad de justificar las respuestas a través de un razonamiento y un lenguaje cada vez más especializado.

- **Quinta Fase (Integración):** Tiene como objetivo lograr que los estudiantes conformen una visión global de lo aprendido sobre el tema, pues se trata de crear una red de conocimientos aprendidos, de métodos de trabajo y formas de razonamiento. En otras palabras, en esta fase se organizan los conocimientos previos con los nuevos.

Finalmente, Fouz y De Donosti (2005) hacen referencia que el cambio de un nivel a otro depende principalmente de la enseñanza recibida, o sea, lo más importante es la organización del proceso enseñanza-aprendizaje de las actividades e inclusive los materiales a utilizar. Investigaciones como ésta son vitales para el apuntalamiento de este proceso.

### 2.3 Procesos de Razonamiento

De acuerdo a Corberán (1994), “el Modelo de Razonamiento de Van Hiele analiza los **procesos de razonamiento**, por lo cual su centro de atención no es el aprendizaje de hechos y destrezas, sino la comprensión de conceptos y el perfeccionamiento de las formas de razonamiento” (p. 14). En este caso, la autora usa el término aprendizaje como sinónimo de memorización y no como un proceso complejo de adquisición, reestructuración y aplicación de conocimientos.

Aunque el Nuevo Modelo tiene como eje central el desarrollo de competencias que propicien el aprendizaje significativo, no pierde de vista la importancia del uso del razonamiento. Al respecto, los especialistas Germán Torregrosa y Humberto Quesada (2007) afirman que “los procesos de razonamientos son considerados hoy en día como una variedad de acciones que toman los alumnos para comunicarse y explicar a otros, tanto como a ellos mismos, lo que ven, descubren, piensan y concluyen” (p. 288). Esta idea deriva de los planteamientos que los autores retomaron del artículo *About reasoning in geometry* (1998) de Rina Hershkowitz, quien se ha dedicado al estudio de la cognición en el aprendizaje de Geometría y las Matemáticas.

Bajo este enfoque, José Carrillo (2016) piensa que los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele “se pueden analizar desde un punto de vista transversal: cualquier actividad matemática que se realice incluye uno o más de los procesos de descripción (reconocimiento), definición (uso y formulación de definiciones), identificación, clasificación y demostración” (p.180). En lo concerniente a este análisis, los procesos de razonamiento que se examinaron fueron la visualización, la identificación de propiedades, la catalogación (clasificación), el uso de definiciones, la demostración y la presencia de las características especiales del individuo.

## Capítulo 3

### DISEÑO METODOLÓGICO

Actualmente, con la Reforma Educativa, el Nuevo Modelo pretende unificar el Nivel Medio Superior por medio de la publicación de un nuevo currículo, en el cual se establecieron los programas de referencia de los distintos campos disciplinares, entre ellos el de Matemáticas. Sin embargo, el programa de referencia no funciona de igual forma para los subsistemas Bachillerato General y Bachillerato Tecnológico, de modo que cada uno lo adaptó a sus respectivos programas. Estos documentos son el material de estudio de este trabajo y la manera en que se llevó a cabo su análisis se describe en este capítulo.

#### 3.1 Método de investigación

Esta investigación es un análisis documental, de tipo cualitativo, del tema triángulo en el programa de referencia del campo disciplinar Matemáticas, tomado del currículo del Nuevo Modelo, y en los programas de estudio, adaptados en cada subsistema. Este proceso se realizó en dos etapas, como se expone en seguida.

##### 3.1.1 Primera etapa

En esta etapa se realizó un acercamiento al programa de referencia del campo disciplinar Matemáticas, para confrontarlo con el modelo de Van Hiele, de tal forma que se pudieran ubicar los niveles de razonamiento que el currículo se propone alcanzar dentro de los propuestos por el modelo. Asimismo, se llevó a cabo este procedimiento con las adaptaciones de los programas de estudio de los subsistemas. Los resultados de estas comparaciones se cotejaron y se establecieron sus principales diferencias.

Esta etapa consta de tres fases:

- **Fase 1:** Se hizo una revisión general de los objetivos, los contenidos, la metodología y la evaluación, propuestos por el currículo. En concreto, se identificaron y organizaron los contenidos de triángulos del programa de referencia.
- **Fase 2:** Se analizaron los contenidos de triángulos con base al Modelo de Razonamiento de Van Hiele.

- **Fase 3:** Se determinaron las diferencias entre los resultados obtenidos de la confrontación del nuevo currículo con el Modelo de Van Hiele, frente a los obtenidos del análisis de las adaptaciones de los programas de estudio de ambos subsistemas.

### **3.1.2 Segunda etapa**

Esta etapa consiste en la descripción de los programas de estudios de 2011 y la adaptación del programa de referencia en el subsistema Bachillerato General, para luego compararlos con el Modelo de Razonamiento de Van Hiele y finalmente analizar ambos resultados. La perspectiva teórica de Van Hiele permite sustentar las diferencias entre los niveles requeridos en los programas revisados, y, por tanto, da pie a nuevas investigaciones.

Las fases que componen esta etapa fueron:

- **Fase 1:** Se caracterizó por una revisión general de los cuatro componentes del currículo (objetivos, contenidos, metodología y evaluación), especialmente se identificaron y organizaron los contenidos de triángulos de ambos documentos.
- **Fase 2:** En esta fase se analizaron los contenidos de triángulos con el Modelo de Razonamiento de Van Hiele.
- **Fase 3:** Se contrastaron los niveles de razonamiento requeridos por ambos programas.

### 3.2 Instrumento para la recolección de datos

El análisis de los contenidos respectivos al tema de triángulos, de cualquiera de los programas examinados, requirió de la construcción de un instrumento que permitiera analizar, y sobre todo clasificar, los niveles desde un punto de vista transversal, es decir, desde la perspectiva de los procesos de razonamiento.

El instrumento se elaboró a partir de la revisión bibliográfica especializada en el Modelo de Razonamiento de Van Hiele. Primero, se identificaron las características principales de cada proceso de razonamiento a partir de la revisión de literatura especializada, luego se estableció su relación con respecto a los cinco niveles propuestos por el modelo y, por último, se aplicó como herramienta analítica al tema de triángulos.

Cabe destacar que dicho instrumento fue elaborado gracias a la triangulación entre diversos investigadores, es decir, fue el resultado del trabajo de un grupo de investigación, con la finalidad utilizarlo para el análisis de diversos currículos en los diferentes niveles educativos en México. Se puede encontrar información más detallada sobre este proceso en el estudio *Niveles de Van Hiele para el aprendizaje de triángulos y su relación con el currículo de educación básica en México* (Martínez, Pérez & Escudero, 2018).

Con el objetivo de simplificar el procesamiento de los datos, se estableció una codificación para identificar los procesos de razonamiento y los niveles del modelo de Van Hiele: Por un lado, para cada **nivel de razonamiento** se utilizó la letra mayúscula “N” seguida del número arábigo correspondiente a cada nivel, por ejemplo, N1 simboliza Primer Nivel; por otro, los **procesos de razonamiento** se codificaron como se muestra en la siguiente tabla:

<b>PROCESO DE RAZONAMIENTO</b>	<b>CÓDIGO DE IDENTIFICACIÓN</b>
<b>Visualización</b>	V
<b>Identificación de propiedades</b>	IP
<b>Catalogar</b>	C
<b>Definiciones</b>	D
<b>Demostraciones</b>	Dem
<b>Características del individuo</b>	F

FIGURA 3-1 Codificación de Procesos de Razonamiento

Como a cada nivel de razonamiento le corresponden varios procesos de razonamiento; y, además, cada proceso cuenta, a su vez, con uno o más subtipos, entonces se decidió

## NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

codificarlos en el siguiente orden: el nivel, el proceso de razonamiento y el número de identificación de su subtipo; estos datos aparecen separados por guiones bajos. Por ejemplo, el indicador “**N1\_C\_2**” significa que pertenece al Nivel de razonamiento 1, su proceso de razonamiento corresponde a “Catalogar” y es del subtipo 2 “Incluye atributos irrelevantes al identificar y describir figuras, tales como la orientación de la figura en la hoja”.

Para concluir este capítulo, se presenta el instrumento completo:

	<b>VISUALIZACIÓN V</b>	<b>IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP</b>	<b>CATALOGAR C</b>
<b>RECONOCIMIENTO N1</b>	<p><b>N1_V_1</b> Reconoce el dibujo de un triángulo pero quizá no sea consciente de muchas de sus propiedades. (Galindo, 1996)</p>	<p><b>N1_IP_1</b> Utiliza propiedades imprecisas de los triángulos para comparar, describir o reconocerlas (Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarita, Peñas y Ruiz, 1994; Carrillo, Contreras, Climent, Montes, Escudero, y Flores, 2016)</p>	<p><b>N1_C_1</b> Clasifica propiedades que no poseen todas las figuras seleccionadas. (Burger y Shaughnessy 1986)</p>
	<p><b>N1_V_2</b> Incluye atributos irrelevantes al identificar y describir figuras, tales como la orientación de la figura en la hoja. (Burger, et al., 1986)</p>	<p><b>N1_IP_2</b> Ausencia del uso de propiedades como condiciones necesarias para determinar una figura. (Burger, et al., 1986)</p>	<p><b>N1_C_2</b> Los elementos, diferenciaciones o clasificaciones de figuras que realiza, se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas. (Gualdron y Gutiérrez, 2007)</p>
	<p><b>N1_V_3</b> Hace referencia a prototipos visuales para identificar triángulos. (Corberán, et. al, 1994; Gualdron y Gutiérrez, 2007; Carrillo, et al., 2016)</p>		
	<p><b>N1_V_4</b> Señala triángulos en diferentes posiciones en fotos, láminas, etc. (Fouz y De Donosti, 2005)</p>		

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

	<p><b>N1_V_5</b>  Reconoce triángulos como objetos individuales.  (Corberán, et al., 1994;Carrillo, et al. 2016)</p>		
	<p><b>N1_V_6</b>  Reconoce partes del triángulo sin analizar lo que representa el triángulo.(Corberán, et al. 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>		

Tabla 3-1 Indicadores correspondientes al Nivel 1

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

	V	IP	C	D	Dem
<b>ANÁLISIS N2</b>	<p><b>N2_V_1</b> Percibe cada propiedad de los triángulos de manera aislada, sin relacionarla con las demás. (Corberan, et al. 1994)</p>	<p><b>N2_IP_1</b> Reconoce las propiedades matemáticas mediante la observación de los triángulos y sus elementos. (Corberan, et al., 1994; Gualdron, y Gutierrez 2007; Carrillo, et al., 2016).</p>	<p><b>N2_C_1</b> Clasifica basándose en elementos y propiedades lógicas como las medidas de los lados, mientras descuidan cosas como ángulos, simetrías, etc. (Burger, et al., 1986)</p>	<p><b>N2_D_1</b> Rechazo explícito de las definiciones de figuras de los libros de texto en favor de la caracterización personal. (Burger, et al., 1986)</p>	<p><b>N2_Dem_1</b> Aun no comprenden lo que es una demostración matemática. Esto se logra en el nivel subsecuente. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>
			<p><b>N2_IP_2</b> Puede deducir propiedades a partir de su experiencia. (Corberan, et al., 1994; Gualdron, 2007; Carrillo, et al., 2016)</p>	<p><b>N2_C_2</b> Resuelve problemas sencillos identificando figuras en combinación con otras, por ejemplo: calcula el área de un triángulo rectángulo a partir de la del rectángulo. (Fouz, et al., 2005).</p>	<p><b>N2_D_2</b> Hace prevalecer sus propias definiciones y cuestiona definiciones dadas por el profesor o por el libro. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

		<p><b>N2_IP_3</b>            Hace generalizaciones a través de la utilización de ejemplos de triángulos.            (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	<p><b>N2_C_3</b>            Deduce propiedades a partir de otras, por ejemplo: a partir de medidas de ángulos internos deduce que el ángulo exterior a un triángulo es la suma de los no-adyacentes.            (Fouz, et al., 2005)</p>		
		<p><b>N2_IP_4</b>            Analiza las propiedades de las figuras. Por ejemplo puede darse cuenta que una de las características del triángulo rectángulo es que tiene un ángulo recto de <math>90^\circ</math>, pero no notará como se relaciona con los cuadrados o rectángulos.            (Galindo, 1996)</p>			
		<p><b>N2_IP_5</b>            Es capaz de descubrir y generalizar propiedades, a partir de la observación y manipulación.            (Aravena Díaz, M., y Caamaño Espinoza, C. 2013).</p>			

Tabla 3-2 Indicadores correspondientes al Nivel 2

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

	IP	D	Dem
<b>CLASIFICACIÓN N3</b>	<p style="text-align: center;"><b>N3_IP_1</b></p> <p>Empieza a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático reconociendo que unas propiedades de los triángulos se deducen de otras. ( De la Torre, A. 2003; Corberán, et al., 1994;Carrillo, et al. 2016)</p>	<p style="text-align: center;"><b>N3_D_1</b></p> <p>Ordena lógicamente figuras y comprende la interrelación entre figuras y la importancia de definiciones exactas. (Galindo, 1996)</p>	<p style="text-align: center;"><b>N3_Dem_1</b></p> <p>Utiliza representaciones físicas de los triángulos como forma de verificar sus deducciones.  (Corberan, et al. 1994)</p>
	<p style="text-align: center;"><b>N3_IP_2</b></p> <p>Selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas y prueba, mediante dibujos o construcciones, que son suficientes. (Fouz y De Donosti, 2005)</p>	<p style="text-align: center;"><b>N3_D_2</b></p> <p>Son capaces de clasificar diferentes figuras geométricas y dar definiciones matemáticas. (Aravena Díaz, M., y Caamaño Espinoza, C. 2013)</p>	<p style="text-align: center;"><b>N3_Dem_2</b></p> <p>Entiende una demostración explícita en el libro o por el profesor, pero no sabe la estructura de una demostración, por eso, aun no es capaz de realizarla por si solo. ( De la Torre, A. 2003; Corberán, et al., 1994;Carrillo, et al. 2016)</p>
	<p style="text-align: center;"><b>N3_IP_3</b></p> <p>Puede clasificar lógicamente familias de triángulos a partir de propiedades con precisión matemática. (Corberán, et al., 1994;Carrillo, et al. 2016)</p>	<p style="text-align: center;"><b>N3_D_3</b></p> <p>Reconoce cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas. (Corberán, et al., 1994;Carrillo, et al. 2016)</p>	<p style="text-align: center;"><b>N3_Dem_3</b></p> <p>Comprende demostraciones formales cuando se las explica el profesor o el libro de texto. (Corberán, et al., 1994;Carrillo, et al. 2016)</p>

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

	<p><b>N3_IP_4</b></p> <p>Es capaz de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras.</p> <p>Aravena Díaz, M., y Caamaño Espinoza, C. (2013).</p>		<p><b>N3_Dem_4</b></p> <p>Reconocen cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas. Por ejemplo, deduce que los ángulos internos de un cuadrilátero suman <math>360^\circ</math> a partir de dividirlo en dos triángulos.</p> <p>(Fouz y De Donosti; 2005 Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>
	<p><b>N3_IP_5</b></p> <p>Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.</p> <p>Fouz, F., y De Donosti, B. (2005, p.75)</p>		

Tabla 3-3 Indicadores correspondientes al Nivel 3

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

	IP	C	D	Dem	F
<b>DEDUCCIÓN FORMAL N4</b>	<p><b>N4_IP_1</b> Entiende la estructura axiomática de las matemáticas. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	<p><b>N4_C_1</b> Clasifica cuestiones ambiguas y reformula problemas en el lenguaje preciso. (Burger y Shaughnessy 1986)</p>	<p><b>N4_D_1</b> Comprensión de los papeles de las componentes en un discurso matemático, tales como axiomas, definiciones, teoremas, demostraciones. (Burger y Shaughnessy 1986)</p>	<p><b>N4_Dem_1</b> Confianza en la demostración como autoridad final para decidir la verdad de una proposición matemática. (Burger y Shaughnessy 1986)</p>	<p><b>N4_CE_1</b> Se completa la formación del razonamiento matemático lógico formal. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>
			<p><b>N4_D_2</b> Efectúa conjeturas y verifica deductivamente Corberan, et al. 1994; De la Torre, A. 2003; Gualdron, E. Gutiérrez, A. 2007; Carrillo, et al. 2016)</p>	<p><b>N4_Dem_2</b> Realiza demostraciones para comprobar la veracidad de la información matemática. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	

			<p><b>N4_D_3</b> Comprende el significado de deducción y el papel de los términos indefinidos, postulados, teoremas y demostraciones. Por ejemplo, será capaz de emplear un criterio de congruencia triangular pero no comprenderá la necesidad de postular la condición. (Galindo, C. 1996).</p>	<p><b>N4_Dem_3</b> Realizan demostraciones de diferentes maneras y pueden compararlos. Por ejemplo, demuestra que si un triángulo es isósceles los ángulos de la base son iguales y viceversa. (Fouz y De Donosti; 2005 Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	
				<p><b>N4_Dem_4</b> Comprenden las interacciones entre las condiciones necesarias y suficientes distinguen entre una implicación y su recíproca. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

				<p><b>N4_Dem_5</b>            Conoce la existencia de las definiciones equivalentes y lo demuestran            (Fouz y De Donosti; 2005            Corberán, et al., 1994;            Carrillo, et al. 2016)</p>	
				<p><b>N4_Dem_6</b>            Justifica las afirmaciones de manera rigurosa            (Corberán, et al., 1994;Carrillo, et al. 2016)</p>	
				<p><b>N4_Dem_7</b>            Compara demostraciones alternativas del teorema de Pitágoras.            Aceptación implícita de los postulados de la geometría euclídea.            (Burger y Shaughnessy 1986)</p>	
				<p><b>N4_Dem_8</b>            Efectúa conjeturas y verifica deductivamente.            (Corberán, et al. 1994; De la Torre, A. 2003 ;            Gualdrón, E. Gutiérrez, A. 2007; Carrillo, et al. 2016)</p>	

				<p><b>N4_Dem_9</b>          Logra la capacidad del razonamiento lógico matemático y una visión globalizadora del área que se esté estudiando. Esto les permite realizar demostraciones formales de aquellas propiedades que antes habían demostrado “informalmente”, como también, descubrir y demostrar nuevas propiedades.          (Aravena Díaz, et. al. 2013)</p>	
--	--	--	--	--	--

Tabla 3-4 Indicadores correspondientes al Nivel 4

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

	Dem	F
<b>RIGOR N5</b>	<p style="text-align: center;"><b>N5_Dem_1</b></p> <p>Inventa métodos generalizables para resolver diferentes clases de problemas. (Fouz y De Donosti, 2005)</p>	<p style="text-align: center;"><b>N5_CE_1</b></p> <p>Tienen conocimientos y habilidades propias de un matemático. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>
	<p style="text-align: center;"><b>N5_Dem_2</b></p> <p>Establece teoremas en diferentes sistemas axiomáticos, la consistencia de un sistema de axiomas, la independencia de un axioma o la equivalencia de distintos conjuntos de axiomas. (Fouz, F., y De Donosti, B. 2005; Corberán, et al. 1994; Gualdron, E. Gutiérrez, A. 2007; Carrillo, et al. 2016)</p>	<p style="text-align: center;"><b>N5_CE_2</b></p> <p>Comprende la importancia de la precisión cuando trata con las bases y las interrelaciones entre estructuras. Este nivel se alcanza rara vez entre los estudiantes escolares. (Galindo, C. 1996)</p>
	<p style="text-align: center;"><b>N5_Dem_3</b></p> <p>Compara sistemas axiomáticos (Geometría euclidiana / Geometría no-euclidiana). (Fouz y De Donosti, 2005)</p>	<p style="text-align: center;"><b>N5_CE_3</b></p> <p>Debe manejar sistemas axiomáticos distintos del usual, transferencia de conocimientos a otros sistemas. (Gutiérrez, A. y Jaime, A. 1998).</p>
	<p style="text-align: center;"><b>N5_Dem_4</b></p> <p>Se ubican en el máximo nivel de rigor matemático según parámetros del momento. (Corberán, et al. 1994; De la Torre, A. 2003; Carrillo, et al. 2016)</p>	
	<p style="text-align: center;"><b>N5_Dem_5</b></p> <p>Desarrollan su actividad matemática sin ningún inconveniente, porque están seguros de su veracidad. (Corberán, et al. 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	

Tabla 3-5 Indicadores correspondientes al Nivel 5



## Capítulo 4

### ANÁLISIS

#### 4.1 Primera etapa: análisis del Nuevo Currículo de la EMS

##### 4.1.1 Fase 1

En esta fase se procedió a la identificación de contenidos de triángulos en el programa de estudios de Geometría y Trigonometría. La asignatura del campo disciplinar de Matemáticas que es objeto de estudio, en el enfoque del Nuevo Modelo Educativo, se designa con el nombre de Matemáticas II para Bachillerato General y como Geometría y Trigonometría para Bachillerato Tecnológico.

El logro de aprendizaje propuesto por el nuevo currículo de la Educación Media Superior consiste en una articulación jerárquica, comprendida por tres dimensiones principales (SEMS, 2017, p. 68):

**Eje:** Organiza y articula los conocimientos, destrezas, habilidades, actitudes y valores de las competencias de los campos disciplinares y es el referente para favorecer la transversalidad interdisciplinar.

**Componente:** Genera y/o integra los contenidos centrales y responde a formas de organización específica de cada campo disciplinar.

**Contenidos:**

- ✓ *Central.* Corresponde a los aprendizajes fundamentales y se refiere al contenido de mayor jerarquía dentro de los programas de estudio.
- ✓ *Específico.* Corresponde a los contenidos centrales y, por su especificidad, establece el alcance y profundidad de su abordaje.

Estas tres dimensiones organizan el desarrollo del pensamiento matemático mediante la adquisición de los conocimientos, destrezas, habilidades, valores y actitudes establecidos por las competencias, que habrán de expresarse en aprendizajes y productos esperados (SEMS, 2017, p. 68):

**Aprendizajes esperados:** descriptores del proceso de aprendizaje e indicadores del desempeño que deben lograr los estudiantes para cada uno de los contenidos específicos.

**Productos esperados:** corresponden a los aprendizajes esperados y a los contenidos específicos; son la evidencia del logro de los aprendizajes esperados.

Conviene subrayar que, en esta propuesta, los contenidos pueden sufrir adecuaciones mediante una discusión colegiada, por lo cual el docente puede decidir la manera de abarcarlos.

A continuación se presenta la forma de organización de los contenidos de la asignatura según el currículo, pero para facilitar su lectura y organizar la información se denotó a los componentes uno y dos como COM1 y COM2 respectivamente (SEMS, 2017, p. 117):

<b><u>COMPONENTES</u></b>	<b><u>CONTENIDO CENTRAL</u></b>
<b>COM1:</b> Estructura y transformación: elementos básicos de Geometría.	<p><b>I:</b> Conceptos fundamentales del espacio y la forma, “lo geométrico”.</p> <p><b>II:</b> El estudio de las figuras geométricas y sus propiedades.</p> <p><b>III:</b> Tratamiento de las fórmulas geométricas para áreas y volúmenes.</p> <p><b>IV:</b> Tratamiento visual de las propiedades geométricas, los criterios de congruencia y semejanza de triángulos.</p>
<b>COM2:</b> Trazado y angularidad: Elementos de la trigonometría plana.	<p><b>I:</b> Conceptos básicos de lo trigonométrico</p> <p><b>II:</b> Usos y funciones de las relaciones trigonométricas en el triángulo.</p> <p><b>III:</b> Funciones trigonométricas y sus propiedades.</p> <p><b>IV:</b> Medidas de ángulos y relaciones trigonométricas.</p> <p><b>V:</b> Del círculo unitario al plano cartesiano. Una introducción de las razones de magnitudes a las funciones reales.</p> <p><b>VI:</b> Visualizando fórmulas e identidades trigonométricas.</p>

Tabla 4-1 **¡Error! No hay texto con el estilo especificado en el documento.** Relación de Componentes y Contenidos Centrales

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

En la siguiente tabla se muestra un ejemplo de los contenidos específicos, aprendizajes y productos esperados, para el primer contenido central de la asignatura de Matemáticas II (SEMS, 2017, pp.118-119):

<u>CONTENIDO CENTRAL</u>	<u>CONTENIDO ESPECÍFICO</u>	<u>APRENDIZAJES ESPERADOS</u>	<u>PRODUCTOS ESPERADOS</u>
CONCEPTOS BÁSICOS DEL ESPACIO Y LA FORMA: “LO GEOMÉTRICO”	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Elementos, características y notación de los ángulos.</li> <li>• Sistemas angulares de medición: ¿cómo realizar las conversiones de un sistema a otro?, ¿por qué existen varias formas de medir ángulos?, ¿cuáles son las razones por las cuales se hacen conversiones?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Distingue conceptos básicos de: recta, segmento, semirrecta, línea curva.</li> <li>• Interpreta los elementos y las características de los ángulos.</li> <li>• Mide manual e instrumentalmente los objetos trigonométricos y da tratamiento a las relaciones entre los elementos de un triángulo.</li> <li>• Trabaja con diferentes sistemas de medición de los ángulos, realizan conversiones de medidas.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Convertir de un sistema de medición a otro, medidas angulares.</li> <li>• Trazar y medir ángulos con instrucciones determinadas.</li> <li>• Medir y estimar ángulos.</li> </ul>

Tabla 4-2 Ejemplo de Contenidos, Aprendizajes y Productos

Se puede observar que el primer contenido central engloba cuatro aprendizajes y tres productos, pero esta organización dificulta la confrontación con el instrumento, así que fue necesario reorganizarlos, de tal forma que todos los elementos del currículo estuvieran alineados, como se muestra en la tabla 4.3 correspondiente al primer contenido central del componente uno (COM1): “Estructura y transformación: Elementos básicos de Geometría”.

<i>Componente 1. Primer Contenido Central y su Organización</i>			
<b>CONTENIDO CENTRAL CC</b>	<b>CONTENIDOS ESPECÍFICOS CE</b>	<b>APRENDIZAJES ESPERADOS AE</b>	<b>PRODUCTOS ESPERADOS PE</b>
<b>I. CONCEPTOS BÁSICOS DEL ESPACIO Y LA FORMA: “LO GEOMÉTRICO”</b>	<b>1.</b> Elementos, características y notación de los ángulos.	Distingue conceptos básicos de: recta, segmento, semirrecta, línea curva.  Interpreta los elementos y las características de los ángulos.	
	<b>2.</b> Sistemas angulares de medición: ¿cómo realizar las conversiones de un sistema a otro?, ¿por qué existen varias formas de medir ángulos?, ¿cuáles son las razones por las cuales se hacen conversiones?	Mide manual e instrumentalmente los objetos trigonométricos y da tratamiento a las relaciones entre los elementos de un triángulo.	Trazar y medir ángulos con instrucciones determinadas  Medir y estimar ángulos.
		Trabaja con diferentes sistemas de medición de los ángulos, realizan conversiones de medidas.	Convertir de un sistema de medición a otro, medidas angulares.

Tabla 4-3 Componente 1. Primer Contenido Central y Su Organización

Aunque hay dos contenidos específicos, no le corresponden a cada uno un solo aprendizaje o sendos productos esperados, de tal forma que se ponderó su relación y se alinearon. Así, mientras, algunos contenidos específicos no cuentan con productos esperados, existen otros con hasta dos aprendizajes y productos esperados. De esta manera, se reorganizaron los componentes uno (COM1) y dos (COM2).

En el caso del componente uno (COM1), también se tomaron en cuenta los contenidos centrales II, III y IV. Cada contenido central se organizó en una tabla independiente con sus correspondientes aprendizajes y productos esperados, como se presentan en seguida:

<i>Componente 1. Segundo Contenido Central y su Organización</i>			
CONTENIDO CENTRAL	CONTENIDOS ESPECÍFICOS	APRENDIZAJES ESPERADOS	PRODUCTOS ESPERADOS
<b>II. EL ESTUDIO DE LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS Y SUS PROPIEDADES</b>	1. Propiedades de los triángulos según sus lados y ángulos: ¿qué los identifica entre sí?, ¿qué los diferencia entre sí?, ¿por qué los triángulos son estructuras rígidas usadas en las construcciones?	Identifica, clasifica y caracteriza a las figuras geométricas.	Construir triángulos con lados dados, con dos lados y un ángulo dado, o con un lado y dos ángulos dados.
	2. Característica de las sumas de ángulos internos en triángulos y de polígonos regulares: ¿por qué la configuración y la reconfiguración espacial de figuras sirven para tratar con situaciones contextuales de la Geometría?		
	3. Propiedades de los polígonos regulares.	Interpreta las propiedades de las figuras geométricas.	Reconfigurar visualmente una figura geométrica en partes dadas.
	4. Elementos y propiedades básicas de los ángulos en la circunferencia.		

Tabla 4-4 Componente 1. Segundo Contenido Central y Su Organización

En contraste con el primer contenido central, en el segundo los contenidos específicos comparten los aprendizajes y los productos esperados. Esto mismo sucede con el tercer contenido central, como se observa en la siguiente tabla:

<i>Componente 1. Tercer Contenido Central y su Organización</i>			
CONTENIDO CENTRAL CC	CONTENIDOS ESPECÍFICOS CE	APRENDIZAJES ESPERADOS AE	PRODUCTOS ESPERADOS PE
<b>III. TRATAMIENTO DE LAS FÓRMULAS GEOMÉTRICAS, PARA ÁREAS Y VOLÚMENES</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Patrones y fórmulas de perímetros de figuras geométricas. ¿Cuánto material necesito para cercar un terreno? ¿Cuál figura tiene perímetro menor?</li> <li>2. Patrones y fórmulas de áreas de figuras geométricas. ¿Con cuánta pintura alcanza para pintar la pared? ¿Tienen la misma área? ¿Qué área es mayor?</li> <li>3. Patrones y fórmulas de volúmenes de figuras geométricas. ¿Las formas de medir volúmenes en mi comunidad? ¿Tienen el mismo volumen?</li> <li>4. Patrones y fórmula para la suma de ángulos internos de polígonos. ¿Para qué puedo usar estas fórmulas generales? ¿La suma de los ángulos internos de un cuadrado es?</li> <li>5. Patrones y fórmulas de algunos ángulos en una circunferencia. “Midiendo los ángulos entre las manecillas del reloj”, los ángulos de las esquinas de una cancha de fútbol.</li> </ol>	Significa las fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes de figuras geométricas con el uso de materiales concretos y digitales.	Estimar y comparar superficies y perímetros de figuras rectilíneas. Calcular y argumentar en cuerpos sólidos cuál volumen es mayor.

Tabla 4-5 Componente 1. Tercer Contenido Central y Su Organización

Respecto al cuarto contenido central, fue el único de los cuatro que después de la reorganización hubo una correspondencia de un contenido específico, con un aprendizaje esperado y un producto esperado:

<i>Componente 1. Cuarto Contenido Central y su Organización</i>			
<b>CONTENIDO CENTRAL CC</b>	<b>CONTENIDOS ESPECÍFICOS CE</b>	<b>APRENDIZAJES ESPERADOS AE</b>	<b>PRODUCTOS ESPERADOS PE</b>
<b>IV. TRATAMIENTO VISUAL DE LAS PROPIEDADES GEOMÉTRICAS, LOS CRITERIOS DE CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS</b>	<b>1.</b> Criterios de congruencia de triángulos y polígonos: ¿qué tipo de configuraciones figúrales se precisan para tratar con polígonos, sus propiedades y estructuras, relaciones y transformaciones?	Caracteriza y clasifica a las configuraciones espaciales triangulares según sus disposiciones y sus relaciones.	Descomponer un polígono en triángulos.
	<b>2.</b> ¿Congruencia o semejanza? El tratamiento de la reducción y la copia. Figuras iguales y figuras proporcionales.	Significa los criterios de congruencia de triángulos constructivamente mediante distintos medios.	Construir un triángulo semejante a uno dado.
	<b>3.</b> Teorema de Tales y semejanza de triángulos: ¿cómo surge y en qué situaciones es funcional? ¿Calculando la altura al medir la sombra? Figuras a escala.	Interpreta visual y numéricamente al Teorema de Tales en diversos contextos y situaciones cotidianas.	Medir la altura de un árbol a partir de su sombra.

Tabla 4-6 Componente 1. Cuarto Contenido Central y Su Organización

El componente dos (COM2) “Trazado y angularidad: Elementos de la Trigonometría Plana” cuenta con seis contenidos centrales, los cuales se agruparon en tres tablas. El primer contenido central consta sólo de un aprendizaje alineado con su producto esperado:

<i>Componente 2. Primer Contenido Central y su Organización</i>			
<b>CONTENIDO CENTRAL CC</b>	<b>CONTENIDOS ESPECIFICOS CE</b>	<b>APRENDIZAJES ESPERADOS AE</b>	<b>PRODUCTOS ESPERADOS PE</b>
<b>I. CONCEPTOS BÁSICOS DE LO TRIGONOMÉTRICO</b>	<b>1. Medida de ángulos y razones trigonométricas de ciertos ángulos: ¿qué tipo de argumentos trigonométricos se precisan para tratar con triángulos, sus propiedades y estructuras, relaciones y transformaciones?</b>	a) Caracteriza a las relaciones trigonométricas según sus disposiciones y sus propiedades.	a) Calcular el valor del seno de 30°.

Tabla 4-7 Componente 2. Primer Contenido Central y Su Organización

Con relación a los siguientes contenidos centrales, se decidió agrupar los contenidos II, III y IV en una misma tabla, ya que compartían algunos aprendizajes y productos esperados, de tal modo que su reorganización quedó de la siguiente forma:

<i>Componente 2. Segundo, Tercer y Cuarto Contenido Central y su Organización</i>			
<b>CONTENIDO CENTRAL CC</b>	<b>CONTENIDO ESPECIFICO CE</b>	<b>APRENDIZAJES ESPERADOS AE</b>	<b>PRODUCTOS ESPERADOS PE</b>
<b>II. USOS Y FUNCIONES DE LAS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO</b>  <b>III. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS Y SUS PROPIEDADES</b>  <b>IV. MEDIDAS DE ÁNGULOS Y RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS</b>	¿Por qué la relación entre razones de magnitudes sirve para analizar situaciones contextuales?, ¿cómo se diferencia de la razón proporcional entre magnitudes?	Interpreta y construyen relaciones trigonométricas en el triángulo.	Argumentar por qué el coseno de $45^\circ$ y el seno de $45^\circ$ son iguales, pero el seno de $30^\circ$ y el coseno de $30^\circ$ son distintos entre sí.

Tabla 4-8 Componente 2. Segundo, Tercer y Cuarto Contenidos Centrales y Su Organización

El Quinto y Sexto Contenidos Centrales se reorganizaron en una sola tabla, como se muestra a continuación:

<i>Componente 2. Quinto y Sexto Contenido Central y su Organización</i>			
CONTENIDOS CENTRALES CC	CONTENIDOS ESPECIFICOS CE	APRENDIZAJES ESPERADOS AE	PRODUCTOS ESPERADOS PE
<b>V. DEL CÍRCULO UNITARIO AL PLANO CARTESIANO. UNA INTRODUCCIÓN DE LAS RAZONES DE MAGNITUDES A LAS FUNCIONES REALES</b>  <b>V. VISUALIZANDO FÓRMULAS E IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS</b>	El círculo trigonométrico, relaciones e identidades trigonométricas. Tablas de valores de razones trigonométricas fundamentales. ¿De la antigüedad clásica a la geo localización?	a) Analiza al círculo trigonométrico y describen a las funciones angulares, realiza mediciones y comparaciones de relaciones espaciales.	Estimar el valor de $\sin 2x + \cos 2x$ .
	Las identidades trigonométricas y sus relaciones. ¿Cómo uso las identidades trigonométricas en diversos contextos de ubicación en el espacio, la topografía y la medición?		

Tabla 4-9 Componente 2. Quinto y Sexto Contenidos Centrales y Su Organización

Finalmente, una vez reorganizados los componentes y sus elementos, se dio paso a la siguiente fase.

#### 4.1.2 Fase 2. Análisis del tema “Triángulos” de la asignatura Matemáticas II

Esta fase del análisis consistió en la evaluación de los contenidos centrales de los componentes uno (COM1) y dos (COM2) mediante la tabla de niveles de razonamiento de Van Hiele. En consecuencia, se determinaron el nivel y el proceso de razonamiento en los que están enfocado cada aprendizaje y producto esperados. Los resultados del análisis del COM1 se presentan a continuación:

CONTENIDO CENTRAL	CONTENIDO ESPECÍFICO	APRENDIZAJE ESPERADO	PRODUCTOS ESPERADOS	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<b>I. CONCEPTOS BÁSICOS DEL ESPACIO Y LA FORMA: “LO GEOMÉTRICO”</b>	1. Elementos, características y notación de los ángulos.	Distingue conceptos básicos de: recta, segmento, semirrecta, línea curva. Interpreta los elementos y las características de los ángulos.		N/A	
	2. Sistemas angulares de medición: ¿cómo realizar las conversiones de un sistema a otro?, ¿por qué existen varias formas de medir ángulos?, ¿Cuáles son las razones por las cuales se hacen conversiones?	Mide manual e instrumentalmente los objetos trigonométricos y da tratamiento a las relaciones entre los elementos de un triángulo.	Trazar y medir ángulos con instrucciones determinadas Medir y estimar ángulos.	<b>N2_IP_5:</b> Es capaz de descubrir y generalizar propiedades, a partir de la observación y manipulación.	A partir de lo que especifica el primer aprendizaje, se denota que el alumno hará construcciones y es así como se relaciona con el indicador N2_IP_5, el cual nos habla sobre la observación y manipulación.
		Trabaja con diferentes sistemas de medición de los ángulos, realizan conversiones de medidas.	Convertir de un sistema de medición a otro, medidas angulares.	N/A	N/A

Tabla 4-10 Análisis del Primer Contenido Central del Componente Uno (COM1)

CONTENIDO CENTRAL CC	CONTENIDOS ESPECIFICOS CE	APRENDIZAJES ESPERADOS AE	PRODUCTOS ESPERADOS PE	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p><b>II. EL ESTUDIO DE LAS FIGURAS GEOMÉTRICAS Y SUS PROPIEDADES</b></p>	<p>1. Propiedades de los triángulos según sus lados y ángulos: ¿qué los identifica entre sí?, ¿qué los diferencia entre sí?, ¿por qué los triángulos son estructuras rígidas usadas en las construcciones?</p>	<p>Identifica, clasifica y caracteriza a las figuras geométricas.</p>	<p>Construir triángulos con lados dados, con dos lados y un ángulo dado, o con un lado y dos ángulos dados.</p>	<p><b>N3_IP_3</b> Pueden clasificar lógicamente familias de triángulos a partir de propiedades con precisión matemática. <b>N3_D_2</b> Son capaces de clasificar diferentes figuras geométricas y dar definiciones matemáticas.</p>	<p>En el aprendizaje esperado se especifica que el alumno podrá identificar y clasificar y caracterizar, y es por esto que empata con el indicador ambos indicadores.</p>
	<p>2. Característica de las sumas de ángulos internos en triángulos y de polígonos regulares: ¿por qué la configuración y la reconfiguración espacial de figuras sirven para tratar con situaciones contextuales de la Geometría?</p>				

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

	3. Propiedades de los polígonos regulares.	Interpreta las propiedades de las figuras geométricas.	Reconfigurar visualmente una figura geométrica en partes dadas.	N/A	N/A
	4. Elementos y propiedades básicas de los ángulos en la circunferencia.				

Tabla 4-11 Análisis del Segundo Contenido Central del Componente Uno (COM1)

CONTENIDO CENTRAL CC	CONTENIDO ESPECÍFICO CE	APRENDIZAJE ESPERADO AE	PRODUCTOS ESPERADOS PE	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN
III. TRATAMIENTO DE LAS FÓRMULAS GEOMÉTRICAS, PARA ÁREAS Y VOLÚMENES	1. Patrones y fórmulas de perímetros de figuras geométricas. ¿Cuánto material necesito para cercar un terreno? ¿Cuál figura tiene perímetro menor?	a) Significa las fórmulas de perímetros, áreas y volúmenes de figuras geométricas con el uso de materiales concretos y digitales	a) Estimar y comparar superficies y perímetros de figuras rectilíneas.  b) Calcular y argumentar en cuerpos sólidos cuál volumen es mayor.	N3_IP_5  Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.	Este indicador aplica ya que en los contenidos específicos se busca dar respuestas a ciertos hechos característicos.
	2. Patrones y fórmulas de áreas de figuras geométricas. ¿Con cuánta pintura alcanza para pintar la pared? ¿Tienen la misma área? ¿Qué área es mayor?				
	3. Patrones y fórmulas de volúmenes de figuras geométricas. ¿Las formas de medir volúmenes en mi comunidad? ¿Tienen el mismo volumen?			N/A	N/A

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

	<p>4. Patrones y fórmula para la suma de ángulos internos de polígonos. ¿Para qué puedo usar estas fórmulas generales? ¿La suma de los ángulos internos de un cuadrado es?</p>			<p><b>N3_Dem_4</b> Reconocen como razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas. Por ejemplo, deduce que los ángulos internos de un cuadrilátero suman <math>360^\circ</math> a partir de dividirlo en dos triángulos.</p>	<p>El indicador se relaciona directamente con el CE.</p>
	<p>5. Patrones y fórmulas de algunos ángulos en una circunferencia. “Midiendo los ángulos entre las manecillas del reloj”, los ángulos de las esquinas de una cancha de fútbol.</p>			<p>N/A</p>	<p>N/A</p>

Tabla 4-12 Análisis del Tercer Contenido Central del Componente Uno (COM1)

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

CONTENIDO CENTRAL CC	CONTENIDO ESPECÍFICO CE	APRENDIZAJE ESPERADO AE	PRODUCTOS ESPERADOS PE	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN
IV. TRATAMIENTO VISUAL DE LAS PROPIEDADES GEOMÉTRICAS, LOS CRITERIOS DE CONGRUENCIA Y SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS	1. Criterios de congruencia de triángulos y polígonos: ¿qué tipo de configuraciones figúrales se precisan para tratar con polígonos, sus propiedades y estructuras, relaciones y transformaciones?	Caracteriza y clasifica a las configuraciones espaciales triangulares según sus disposiciones y sus relaciones.	Descompone un polígono en triángulos.	<b>N3_IP_4</b>  Es capaz de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras.	Se eligió este indicador por lo declarado en el producto esperado.
	2. ¿Congruencia o semejanza? El tratamiento de la reducción y la copia. Figuras iguales y figuras proporciona les.	Significa los criterios de congruencia de triángulos constructivamente mediante distintos medios.	Construir un triángulo semejante a uno dado.	<b>N3_IP_2</b>  Selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas y prueba, mediante dibujos o construcciones, que son suficientes.	El primer indicador habla de construcciones lo cual empata con el producto esperado.

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

			<p><b>N4_D_3</b></p> <p>Comprende el significado de deducción y el papel de los términos indefinidos, postulados, teoremas y demostraciones. Por ejemplo, será capaz de emplear un criterio de congruencia triangular pero no comprenderá la necesidad de postular la condición.</p>	<p>El segundo indicador se seleccionó pues el aprendizaje esperado me habla de que el estudiante le da un sentido, un significado a los criterios de congruencia constructiva mente mediante distintos medios.</p>
<p><b>3.</b> Teorema de Tales y semejanza de triángulos: ¿cómo surge y en qué situaciones es funcional? ¿Calculando la altura al medir la sombra? Figuras a escala.</p>	<p>Interpreta visual y numéricamente al Teorema de Tales en diversos contextos y situaciones cotidianas.</p>	<p>Medir la altura de un árbol a partir de su sombra.</p>	<p><b>N3_IP_5</b></p> <p>Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.</p> <p><b>N4_Dem_2</b></p> <p>Realiza demostraciones para comprobar la veracidad de la información matemática.</p>	<p>Ambos indicadores empatan tanto con el CE, AE, y el PE, ya que se reconocerá el papel de los argumentos en la justificación de hechos.</p>

Tabla 4-13 Análisis del Cuarto Contenido Central del Componente Uno (COM1)

En la tabla 4-10, correspondiente al análisis del primer contenido central del componente uno (COM1), no se pudo determinar la relación de los dos primeros aprendizajes esperados y el cuarto con los indicadores específicos de nivel-proceso de razonamiento, ya que el instrumento está enfocado en el tema de triángulos y estos contenidos no son específicos de los triángulos.

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

Podemos observar que en este primer contenido central el nivel que se maneja es el N2, es decir el nivel de análisis en el proceso de Identificación de propiedades, por lo cual podemos hacer referencia que el nivel 1 (N1) de reconocimiento, se da por dominado en el Nivel Básico. Sin embargo, no ocurre esto. La Reforma Educativa pretende resolver el rezago escolar a través de diseñar y proponer aprendizajes esperados se ubiquen en niveles de razonamiento acordes con el nivel educativo, por lo cual se dan por sentados el alcance de los niveles precedentes.

Este mismo fenómeno se observa en el análisis de los contenidos centrales del componente dos (COM2):

CONTENIDO CENTRAL CC	CONTENIDO ESPECÍFICO CE	APRENDIZAJE ESPERADO AE	PRODUCTOS ESPERADOS PE	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN
I. CONCEPTOS BÁSICOS DE LO TRIGONOMÉTRICO.	2. Medida de ángulos y razones trigonométricas de ciertos ángulos: ¿qué tipo de argumentos trigonométricos se precisan para tratar con triángulos, sus propiedades y estructuras, relaciones y transformaciones?	b) Caracteriza a las relaciones trigonométricas según sus disposiciones y sus propiedades.	Calcular el valor del seno de 30°.	<p><b>N3_IP_5</b> Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.</p> <p><b>N4_Dem_7</b> Compara demostraciones alternativas del teorema de Pitágoras.</p>	

Tabla 4-14 Análisis del Primer Contenido Central del Componente Dos (COM2)

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

CONTENIDO CENTRAL CC	CONTENIDO ESPECÍFICO CE	APRENDIZAJE ESPERADO AE	PRODUCTOS ESPERADOS PE	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<p><b>II. USOS Y FUNCIONES DE LAS RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL TRIÁNGULO</b></p> <p><b>III. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS Y SUS PROPIEDADES</b></p> <p><b>IV. MEDIDAS DE ÁNGULOS Y RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS</b></p>	<p>¿Por qué la relación entre razones de magnitudes sirve para analizar situaciones contextuales?, ¿cómo se diferencia de la razón proporcional entre magnitudes?</p>	<p>Interpreta y construyen relaciones trigonométricas en el triángulo.</p>	<p>Argumentar por qué el coseno de <math>45^\circ</math> y el seno de <math>45^\circ</math> son iguales, pero el seno de <math>30^\circ</math> y el coseno de <math>30^\circ</math> son distintos entre sí.</p>	<p><b>N3_Dem_1</b></p> <p>Utilizan dibujos de los triángulos más para verificar sus deducciones, que como un medio para realizarlas.</p>	<p>El indicador coincide con el aprendizaje esperado que se declara ya que tiene que interpretar y construir posteriormente.</p>

Tabla 4-15 Análisis del Segundo, Tercero y Cuarto Contenidos Centrales del Componente Dos (COM2)

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

CONTENIDO CENTRAL CC	CONTENIDO ESPECÍFICO CE	APRENDIZAJE ESPERADO AE	PRODUCTOS ESPERADOS PE	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN
<b>V. DEL CÍRCULO UNITARIO AL PLANO CARTESIANO. UNA INTRODUCCIÓN DE LAS RAZONES DE MAGNITUDES A LAS FUNCIONES REALES</b>	El círculo trigonométrico, relaciones e identidades trigonométricas. Tablas de valores de razones trigonométricas fundamentales. ¿De la antigüedad clásica a la geolocalización?	Analiza al círculo trigonométrico y describen a las funciones angulares, realiza mediciones y comparaciones de relaciones espaciales.	Estimar el valor de $\sin 2x + \cos 2x$ .	<b>N4_Dem_9</b> Logra la capacidad del razonamiento lógico matemático y una visión globalizadora del área que se está estudiando.	El indicador hace referencia a que el alumno conocer a partir de su propio razonamiento el uso de las identidades trigonométricas en diversos contextos.
	Las identidades trigonométricas y sus relaciones. ¿Cómo uso las identidades trigonométricas en diversos contextos de ubicación en el espacio, la topografía y la medición?				

Tabla 4-16 Análisis del Quinto y Sexto Contenidos Centrales del Componente Dos (COM2)

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

En la siguiente tabla se sintetizan los niveles que son requeridos en los componentes uno (COM1) y dos (COM2) de acuerdo con el Nuevo Modelo, respecto de cada uno de sus contenidos centrales.

CONTENIDO CENTRAL CC	COMPONENTE UNO COM1	COMPONENTE DOS COM2
I	N2_IP_5	N3_IP_5 N4_Dem_7
II	N3_IP_3 N3_D_2	N3_Dem_1
III	N3_IP_5 N3_Dem_4	
IV	N3_IP_4 N3_IP_2 N4_D_3 N3_IP_5 N4_Dem_2	
V	N/A	N4_Dem_9
IV	N/A	

Tabla 4-17 Nivel Requerido por el Currículo del Nuevo Modelo

A partir de los datos obtenidos, los niveles de razonamiento requeridos por el Nuevo Modelo son Análisis, Clasificación y Deducción Formal; además el alcance de estos niveles es ascendente, pues una vez que los estudiantes cursen el Tercer y Quinto Contenidos Centrales del componente uno (COM1) y el Primer y Tercer Contenidos Centrales del componente dos (COM2), tendrían que alcanzar el nivel de la Deducción Formal. Aunque la Clasificación es el nivel que más se requiere dentro del desarrollo de los componentes, el nivel más alto que el currículo se propone alcanzar es el cuarto, de esto se deduce que el nivel 5, o de Rigor, se reserva para la Educación Superior.

#### 4.1.3 Fase 3. Principales diferencias entre el programa que marca el currículo del Nuevo Modelo y las adaptaciones de este en sus dos subsistemas: BG y BT

En 2017, la Dirección General de Bachillerato diseña la adaptación del currículo en el subsistema BG, la cual integró los aprendizajes claves, contenidos específicos y aprendizajes esperados que refieren al Nuevo Modelo Educativo para la EMS, además conservó el enfoque basado en competencias, que hace énfasis en el desarrollo de habilidades socioemocionales, aborda temas transversales y toma en cuenta las políticas educativas vigentes.

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

En esta adaptación, el enfoque para la asignatura de Matemáticas II desarrolla en el estudiante el pensamiento lógico-matemático usando la Geometría plana y trigonometría, que le permita la solución a situaciones reales o hipotéticas, tomando en cuenta que los conocimientos son una herramienta para definir su perfil de egreso de la EMS.

Para este subsistema, los componentes se adaptaron en bloques, los cuales se organizaron de la siguiente manera:

BLOQUE	NOMBRE DEL BLOQUE	PROPÓSITO DEL BLOQUE
I	ANGULOS Y TRIÁNGULOS	Desarrolla estrategias para representar su entorno en la resolución de problemas tanto hipotéticos como reales mediante el uso de los teoremas de Tales y Pitágoras, así como por criterios de semejanza y congruencia de triángulos.
II	PROPIEDADES DE LOS POLÍGONOS	Propone el uso de los polígonos valorando su utilidad para la solución de problemas en su contexto.
III	ELEMENTOS DE LA CIRCUNFERENCIA	Resuelve situaciones de su entorno usando los elementos de la circunferencia valorando su utilidad.
IV	RAZONES TRIGONOMÉTRICAS	Resuelve problemas con razones trigonométricas en triángulos rectángulos presentes en su vida cotidiana.
V	FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS	Propone soluciones que involucren funciones trigonométricas en el plano cartesiano, permitiéndole resolver distintas problemáticas relacionadas con fenómenos naturales y sociales.
VI	TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS	Resuelve triángulos oblicuángulos aplicando las leyes de senos y cosenos que le permitan cuantificar el espacio en problemas reales o hipotéticos.

Tabla 4-18 Bloques de Aprendizaje y sus Propósitos

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

A diferencia del programa de referencia, esta adaptación agrupa los dos componentes con sus respectivos contenidos centrales en cuatro bloques, como se muestra en la siguiente figura:

EJE	COMPONENTE	CONTENIDO CENTRAL	BLOQUE
Del tratamiento del espacio, la forma y la medida, a los pensamientos geométrico y trigonométrico.	Estructura y transformación: Elementos básicos de Geometría.	Conceptos fundamentales del espacio y la forma, "lo geométrico".	I IV V VI
		El estudio de las figuras geométricas y sus propiedades.	
		Tratamiento de las fórmulas geométricas para áreas y volúmenes	
		Tratamiento visual de las propiedades geométricas, los criterios de congruencia y semejanza de triángulos	
	Trazado y angularidad: Elementos de la Trigonometría plana.	Conceptos básicos de lo trigonométrico.	
		Usos y funciones de las relaciones trigonométricas en el triángulo	
		Funciones trigonométricas y sus propiedades.	
		Medidas de ángulos y relaciones trigonométricas	
		Del círculo unitario al plano cartesiano. Una introducción de las razones de magnitudes a las funciones reales.	

FIGURA 4-1 Relación de Bloques del Programa de los Contenidos del Nuevo Modelo Educativo de la asignatura de Matemáticas II

Otra diferencia radica en que cada bloque ya tiene establecidas competencias genéricas y disciplinares básicas, conocimientos, habilidades, actitudes y aprendizajes esperados, lo cual proporciona una guía al docente para diseñar una secuencia didáctica que promueva el desarrollo progresivo de conocimientos, así como en aspectos actitudinales.

Aunque el Programa de Estudios para BG es más específico, comparado con el programa de referencia, tampoco ofrece al docente una presentación organizada que facilite su planeación didáctica. A causa de ello, se extrajo esta información del programa y se reorganizó en tablas que proporcionan una visión panóptica de los conocimientos, habilidades, actitudes, y aprendizajes esperados que caracterizan cada bloque.

En oposición a las tablas que se elaboraron con base en el programa de referencia, estas tablas tienen como eje los conocimientos, en lugar de los componentes o sus contenidos centrales. Por un lado, se mantuvieron los aprendizajes esperados, pero, por el otro, se decidió no agregar los productos esperados. En su lugar, se han anexado las habilidades y las actitudes; en las cuales se encuentran implícitos los niveles que ya se analizaron en el apartado anterior. En otras palabras, tanto el programa de referencia, como su adaptación en BG, tienen presentes las competencias, los conocimientos, etc. y mantienen los niveles de razonamiento solicitado por el Nuevo Modelo, sin embargo, la organización de estos elementos atiende a objetivos distintos. No obstante, ninguno de los programas permite a los docentes acceder de manera directa a la información.

A continuación, se ofrece una propuesta de visualización y organización más directa que facilita la planeación docente:

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	APRENDIZAJES ESPERADOS
<b>ÁNGULOS</b> <b>Sistemas de mediación</b> <b>Clasificación</b> <b>Rectas paralelas cortadas por una transversal</b>  <b>TRIÁNGULOS</b> <b>Clasificación y propiedades</b> <b>Rectas y puntos notables</b> <b>Semejanza y congruencia</b> <b>Teorema de Tales</b> <b>Teorema de Pitágoras</b>	Clasifica los tipos de ángulos y triángulos Utiliza la imaginación espacial para visualizar triángulos semejantes Establece relaciones de proporcionalidad entre rectas y triángulos Analiza el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas de su entorno.	Se relaciona con sus semejantes en forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado. Expresa ideas y conceptos favoreciendo su creatividad. Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso.	Resuelve colaborativamente problemas usando los criterios de congruencia y semejanza para relacionarlos con objetos de su entorno. Desarrolla estrategias para la solución de problemas reales o hipotéticos respetando la opinión de sus compañeros en el uso de los teoremas de Tales y Pitágoras.

Tabla 4-19 Bloque I. Ángulos y triángulos

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	APRENDIZAJES ESPERADOS
<b>POLÍGONOS</b> <b>Elementos y clasificación</b> <b>Ángulo central</b> <b>Ángulo interior</b> <b>Ángulo exterior</b> <b>Suma de ángulo interiores, exteriores</b> <b>Diagonales</b> <b>Perímetros y áreas</b>	<p>Clasifica polígonos y representa los elementos que lo conforman.</p> <p>Argumenta cuales elementos de los polígonos deberán utilizarse para solucionar problemas de su entorno.</p> <p>Identifica perímetros, área y volumen de cuerpos geométricos, planos y en el espacio.</p>	<p>Reconoce sus fortalezas y áreas de oportunidad.</p> <p>Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria.</p> <p>Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso.</p> <p>Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.</p>	<p>Desarrolla estrategias colaborativamente, para la solución de problemas utilizando los elementos y propiedades de polígonos y poliedros que le permitan cuantificar el espacio en situaciones de su contexto.</p> <p>Examina las figuras geométricas en diferentes expresiones artísticas.</p>
<b>POLIEDROS</b> <b>Elementos y clasificación</b> <b>Volúmenes</b>	<p>Describe figuras geométricas en las diferentes representaciones artísticas.</p>		

Tabla 4-20 Bloque II. Propiedades de los Polígonos

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	APRENDIZAJES ESPERADOS
<b>CIRCUNFERENCIA Y CÍRCULO</b> <b>Concepto de círculo y circunferencia</b> <b>Segmentos y rectas de la circunferencia</b> <b>Ángulos en la circunferencia</b> <b>Perímetro de la circunferencia</b> <b>Área del círculo</b> <b>Secciones de un círculo (corona, sector y trapecio circular).</b> <b>Área de regiones sombreadas</b>	Identifica la diferencia entre círculo y circunferencia Reconoce los diferentes tipos de segmentos, rectas, ángulos y figuras asociados con la circunferencia Aplica los elementos del círculo y la circunferencia en la solución de situaciones cotidianas	Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria. Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado	Resuelve problemas de su entorno usando la circunferencia y círculo y las diferentes figuras asociadas con estas Propone de manera colaborativa diferentes estrategias de solución a problemas de áreas y perímetros para representar espacios y objetos de su entorno

Tabla 4-21 Bloque III. Elementos de la circunferencia

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	APRENDIZAJES ESPERADOS
<p><b>RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS</b></p> <p><b>VALORES DE LAS RAZONES TRIGONOMÉTRICAS PARA ÁNGULOS NOTABLES (30°, 45°, 60°)</b></p> <p><b>SOLUCIÓN DE TRIPÁNGULO RECTÁNGULOS</b></p>	<p>Establece las relaciones trigonométricas para ángulos agudos.</p> <p>Interpreta modelos para calcular el valor de las razones trigonométricas.</p> <p>Aplica razones trigonométricas para la solución de triángulos rectángulos.</p>	<p>Reconoce sus fortalezas y áreas de oportunidad.</p> <p>Aporta ideas en la solución de problemas promoviendo su creatividad.</p> <p>Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria.</p> <p>Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso.</p> <p>Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado</p>	<p>Propone de manera creativa, la solución a problemas que involucran triángulos rectángulos, valorando su uso en la vida cotidiana.</p> <p>Elige razones trigonométricas para proponer alternativas en la solución de triángulos rectángulos en situaciones de su entorno.</p>

Tabla 4-22 Bloque IV. Razones trigonométricas

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	APRENDIZAJES ESPERADOS
<b>FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS EN EL PLANO CARTESIANO</b> <b>Signos de las funciones trigonométricas en los cuadrantes</b> <b>Gráficas</b> <b>CÍRCULO UNITARIO</b> <b>IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS</b> <b>Recíprocas</b> <b>Pitagóricas</b> <b>Ángulo doble</b>	<p>Identifica y representa en el plano cartesiano las funciones trigonométricas y sus signos en los cuadrantes.</p> <p>Describe la relación entre las relaciones trigonométricas y el círculo unitarios.</p> <p>Explica las identidades trigonométricas.</p>	<p>Reconoce sus fortalezas y áreas de oportunidad.</p> <p>Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria.</p> <p>Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso.</p> <p>Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.</p>	<p>Desarrolla estrategias de manera colaborativa para obtener los valores de las funciones trigonométricas utilizando el ángulo de referencia, tablas y/o calculadora, con la finalidad de interpretar fenómenos sociales y naturales.</p> <p>Explica de forma crítica la gráfica de Las funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente, relacionándola con el comportamiento de fenómenos de su entorno.</p>

Tabla 4-23 V. Funciones trigonométricas

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	ACTITUDES	APRENDIZAJES ESPERADOS
<b>LEY DE SENOS</b>  <b>LEY DE COSENOS</b>  <b>SOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS</b>	Discrimina entre la ley de senos o cosenos para la solución de triángulos oblicuángulos.  Describe el proceso de solución de triángulos oblicuángulos.	Externa un pensamiento crítico y reflexivo de manera solidaria.  Afronta retos asumiendo la frustración como parte de un proceso.  Se relaciona con sus semejantes de forma colaborativa mostrando disposición al trabajo metódico y organizado.	Propone, de manera colaborativa, el uso de las leyes de senos y cosenos, como alternativas de solución para situaciones reales.  Desarrolla estrategias con un pensamiento crítico y reflexivo para la solución de triángulos oblicuángulos en su contexto.

Tabla 4-24 Bloque VI. Triángulos Oblicuángulos

Con respecto a la adaptación para el subsistema de Bachillerato Tecnológico, no existe alguna diferencia sustancial en comparación con su correlativo de Bachillerato General, pues la forma de abordar el currículo coincide en ambos subsistemas.

En conclusión, existen significativas diferencias entre el currículo del Nuevo Modelo y de los subsistemas BG y BT, entre las que se encuentran, principalmente, las variaciones en la organización de los contenidos y la especificación de las competencias genéricas y disciplinares por bloque.

## **4.2 Segunda Etapa: Diferencias entre el programa de estudios 2011 y el de referencia del Nuevo Modelo**

Se determinó establecer las principales diferencias entre los programas de estudios 2011 y el de referencia al nuevo modelo de los currículos de uno de los subsistemas de la EMS: Bachillerato General, con base en el modelo de razonamiento de Van Hiele. Esto se decidió hacer para tener un antecedente desde una perspectiva teórica si las modificaciones en los programas de estudios de dichos currículos son significativas.

### **4.2.1 Primera y Segunda Fase. Análisis Del Currículo de BG correspondiente al Nuevo Modelo “Matemáticas II”**

De los seis bloques que conforman el currículo de BG correspondiente al nuevo modelo, sólo 4 de ellos toman en cuenta contenidos de triángulos, los Bloques I, IV, VI, de los cuales se hizo el esfuerzo por organizar cada habilidad y aprendizaje esperado con su correspondiente conocimiento para así poder establecer un indicador del instrumento con base en el modelo de Van Hiele. Tanto la primera como la segunda fase se muestran en las siguientes tablas de análisis.

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	APRENDIZAJES ESPERADOS	NIVEL DE RAZONAMIENTO
<b>ÁNGULOS</b> <b>Sistemas de mediación</b> <b>Clasificación</b> <b>Rectas paralelas cortadas por una transversal</b>	Clasifica los tipos de ángulos y triángulos		<b>N3_IP_3</b> Puede clasificar lógicamente familias de triángulos a partir de propiedades con precisión matemática.
<b>TRIÁNGULOS</b> <b>Clasificación y propiedades</b> <b>Rectas y puntos notables</b> <b>Semejanza y congruencia</b> <b>Teorema de Tales</b> <b>Teorema de Pitágoras</b>	Utiliza la imaginación espacial para visualizar triángulos semejantes Establece relaciones de proporcionalidad entre rectas y triángulos Analiza el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas de su entorno.	Resuelve colaborativamente problemas usando los criterios de congruencia y semejanza para relacionarlos con objetos de su entorno. Desarrolla estrategias para la solución de problemas reales o hipotéticos respetando la opinión de sus compañeros en el uso de los teoremas de Tales y Pitágoras.	<b>N2_IP_3</b> Hace generalizaciones a través de la utilización de ejemplos de triángulos. <b>N3_IP_4</b> Es capaz de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras. <b>N3_IP_5</b> Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos. <b>N4_D_3</b> Comprende el significado de deducción y el papel de los términos indefinidos, postulados, teoremas y demostraciones. Por ejemplo, será capaz de emplear un criterio de congruencia triangular pero no comprenderá la necesidad de postular la condición.

Tabla 4-25 Organización, identificación y análisis del Bloque I

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	APRENDIZAJES ESPERADOS	NIVEL DE RAZONAMIENTO
<b>RAZONES TRIGONOMETRICAS DE ÁNGULOS AGUDOS</b>	Establece las relaciones trigonométricas para ángulos agudos.	Elige razones trigonométricas para proponer alternativas en la solución de triángulos rectángulos en situaciones de su entorno.	<b>N3_Dem_4</b> Reconocen cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas.
<b>VALORES DE LAS RAZONES TRIGONOMETRICAS PARA ANGULOS NOTABLES (30°, 45°, 60°)</b>	Interpreta modelos para calcular el valor de las razones trigonométricas.	Propone de manera creativa, la solución a problemas que involucran triángulos rectángulos, valorando su uso en la vida cotidiana.	<b>N3_IP_5</b> Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.
<b>SOLUCIÓN DE TRIPÁNGULO RECTÁNGULOS</b>	Aplica razones trigonométricas para la solución de triángulos rectángulos.		<b>N4_Dem_2</b> Realiza demostraciones para comprobar la veracidad de la información matemática.

Tabla 4-26 Organización, identificación y análisis del Bloque IV.

CONOCIMIENTOS	HABILIDADES	APRENDIZAJES ESPERADOS	NIVELES DE RAZONAMIENTO
<p><b>LEY DE SENOS</b></p> <p><b>LEY DE COSENOS</b></p>	<p>Discrimina entre la ley de senos o cosenos para la solución de triángulos oblicuángulos.</p>	<p>Propone, de manera colaborativa, el uso de las leyes de senos y cosenos, como alternativas de solución para situaciones reales.</p>	<p><b>N4_Dem_3</b></p> <p>Realizan demostraciones de diferentes maneras</p>
<p><b>SOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS</b></p>	<p>Describe el proceso de solución de triángulos oblicuángulos.</p>	<p>Desarrolla estrategias con un pensamiento crítico y reflexivo para la solución de triángulos oblicuángulos en su contexto.</p>	<p><b>N4_Dem_9</b></p> <p>Logra la capacidad del razonamiento lógico matemático y una visión globalizadora del área que se esté estudiando. Esto les permite realizar demostraciones formales de aquellas propiedades que antes habían demostrado “informalmente”, como también, descubrir y demostrar nuevas propiedades.</p>

Tabla 4-27 Organización, identificación y análisis del Bloque VI

#### 4.2.2 Análisis del Currículo De BG correspondiente al Modelo Educativo 2011 “Geometría Y Trigonometría”: Primera y Segunda Fase

Este plan está en un enfoque bajo competencias, en donde se establecen tanto las competencias genéricas (11 competencias definidas como transversales a todas las propuestas de formación de Educación Media Superior) como las disciplinares básicas del campo disciplinar “Matemáticas”.

Respecto a los contenidos estos se distribuyen en unidades y subsecuentemente estas unidades se dividen en los horizontes de búsqueda, que hacen referencias a los subtemas de cada unidad.

En este currículo se definen los “resultados de aprendizaje del curso” de acuerdo a los cuatro niveles de conciencia del método trascendental (metodología en la que se basa): atender, entender, juzgar y valorar, dichos niveles se definen de manera general y a su vez de forma particular para cada unidad.

La evaluación para este currículo se especifica debe ser sistemática durante los procesos de enseñanza aprendizaje y la cual deberá tomar en cuenta: Conocimiento, procesos y productos y desempeño actitudinal. Enseguida se muestra el cómo se presenta esta información:

UNIDAD I. DEFINICIONES FUNDAMENTALES Y EL ESTUDIO DEL TRIÁNGULO				
Resultados de aprendizaje				
En el nivel Atender, el alumno:				
<ul style="list-style-type: none"> <li>Identificará elementos básicos de la geometría tales como: punto, línea, línea recta, segmento, rayo, plano así como ángulos y triángulo.</li> </ul>				
En el nivel Entender, el alumno:				
<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprenderá las propiedades de los segmentos, ángulos y triángulos.</li> </ul>				
En el nivel Juzgar, el alumno:				
<ul style="list-style-type: none"> <li>Explicará las propiedades de los ángulos, segmentos y triángulos, comprobándolos en la solución de problemas.</li> </ul>				
En el nivel Valorar, el alumno:				
<ul style="list-style-type: none"> <li>Aplicará las propiedades de los triángulos en la solución de problemas de su contexto.</li> </ul>				
Horizonte de Búsqueda	Niveles de Operación de la Actividad Consciente Intencional			Actividades específicas de aprendizaje Que el alumno:
	Para la inteligencia	Para la reflexión	Para la deliberación	
DEFINICIONES FUNDAMENTALES DE LA GEOMETRÍA	¿Qué estudia la geometría?	¿Cómo se verifican las propiedades de las figuras y cuerpos geométricos?	¿Qué utilidad tiene estudiar geometría?	<p>Dibuje en su libreta por lo menos 5 objetos que observe en su entorno, anotando en una tabla descriptiva las características comunes que presentan, y comente en equipo sus observaciones.</p> <p>Consulte en distintas fuentes de información o en la web las definiciones de teorema, axioma, postulado, corolario, lema, escolio, problema y los conceptos de punto, línea, línea recta, segmento, semirrecta, plano, ángulo y operaciones básicas con segmentos, realice un cuadro sinóptico.</p> <p>Presente en equipo al resto del grupo el cuadro sinóptico de la actividad anterior, analizando los</p>

FIGURA 4-2 Unidad I. definiciones fundamentales y el estudio del triángulo

A continuación se muestran las tablas de la organización que se hizo para poder hacer el análisis con respecto a triángulos más adelante; esta tabla se ajustó de acuerdo a los horizontes de búsqueda y los resultados de aprendizaje para las unidades correspondientes de la asignatura de Geometría y Trigonometría.

**UNIDAD I.** En esta unidad se abordarán los conceptos de punto, segmento, línea, línea recta, rayo, plano y ángulo; se estudiarán también temas relacionados con la geometría del triángulo como su clasificación, congruencia, semejanza, teorema de Pitágoras y razones entre lados con respecto a un ángulo.

<b>UNIDAD I: DEFINICIONES FUNDAMENTALES Y EL ESTUDIO DEL TRIÁNGULO</b>	
<b>HORIZONTE DE BÚSQUEDA</b>	<b>RESULTADOS DE APRENDIZAJE</b>
<b>1. Definiciones fundamentales de la Geometría</b> <b>2. Ángulos y su clasificación</b> <b>3. Triángulos</b> <b>4. Congruencia y semejanza de triángulos</b> <b>5. Relaciones y teorema de Pitágoras</b>	<p>En el nivel Atender, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificará elementos básicos de la geometría tales como: punto, línea, línea recta, segmento, rayo, plano así como ángulos y triángulo.</li> </ul> <p>En el nivel Entender, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprenderá las propiedades de los segmentos, ángulos y triángulos.</li> </ul> <p>En el nivel Juzgar, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explicará las propiedades de los ángulos, segmentos y triángulos, comprobándolos en la solución de problemas.</li> </ul> <p>En el nivel Valorar, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicará las propiedades de los triángulos en la solución de problemas de su contexto</li> </ul>

Tabla 4-28 UNIDAD 1 con sus respectivos horizontes de búsqueda y resultados de aprendizaje

**UNIDAD II.** En esta unidad se estudiarán los polígonos regulares e irregulares y sus principales elementos como centro, radio, apotema, ángulos (central, interior y exterior). Se abordarán contenidos relacionados con la circunferencia como centro, radio, cuerda, secante, tangente, arco, ángulos (central, inscrito y semi-inscrito) y su apoyo como herramienta para la solución de problemas reales.

<b>UNIDAD II: POLIGONOS Y CIRCUNFERENCIA</b>	
<b>HORIZONTE DE BÚSQUEDA</b>	<b>RESULTADOS DE APRENDIZAJE</b>
<p><b>1. Clasificación, elementos, ángulos y áreas de polígonos</b></p> <p><b>2. Circunferencia, círculo, elementos, ángulos y propiedades</b></p>	<p>En el nivel Atender, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificará los diferentes tipos de polígonos.</li> <li>• Identificará los ángulos que existen en los polígonos y en la circunferencia.</li> </ul> <p>En el nivel Entender, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocerá la clasificación de los polígonos.</li> <li>• Especificará los elementos comunes a los polígonos regulares, la circunferencia y el círculo.</li> </ul> <p>En el nivel Juzgar, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comprenderá la relación que existe entre las medidas de los ángulos de un polígono y los lados de éste.</li> <li>• Argumentará acerca de las relaciones existentes entre los diferentes tipos de ángulos en la circunferencia.</li> </ul> <p>En el nivel Valorar, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicará las propiedades de los poligonales regulares, la circunferencia y el círculo en la solución de problemas cotidianos.</li> </ul>

Tabla 4-29 UNIDAD II con sus respectivos horizontes de búsqueda y resultados de aprendizaje

**UNIDAD III.** En esta unidad se estudiarán las funciones trigonométricas para un ángulo y para un número real, la ley de los senos y cosenos, identidades; así como la aplicación de la trigonometría en la resolución de problemas de la vida cotidiana.

<b>UNIDAD III: TRIGONOMETRÍA</b>	
<b>HORIZONTE DE BÚSQUEDA</b>	<b>RESULTADOS DE APRENDIZAJE</b>
<p><b>Funciones trigonométricas de un triángulo</b></p> <p><b>Identidades trigonométricas</b></p> <p><b>Solución de triángulos oblicuángulos</b></p>	<p>En el nivel Atender, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Identificará las funciones trigonométricas para un ángulo.</li> </ul> <p>En el nivel Entender, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocerá las características y propiedades de las funciones trigonométricas.</li> <li>• Delimitará el dominio de las funciones trigonométricas para un ángulo.</li> <li>• Comprenderá la ley de los senos y cosenos.</li> </ul> <p>En el nivel Juzgar, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verificará las propiedades de las funciones e identidades trigonométricas fundamentales.</li> <li>• Realizará ejercicios que involucren la aplicación de la ley de los senos y cosenos.</li> </ul> <p>En el nivel Valorar, el alumno:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicará las relaciones y propiedades de las funciones trigonométricas, en la solución de problemas cotidianos.</li> </ul>

Tabla 4-30 UNIDAD III con sus respectivos horizontes de búsqueda y resultados de aprendizaje

## NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

Para poder realizar el análisis del currículo del Plan de estudios 2011 nos hemos enfocado en los horizontes de búsqueda, analizando cuál de estos hace referencia o tiene relación con el concepto triángulo a partir de sus respectivos resultados de aprendizaje que se busca alcanzar, en los cuales nos enfocamos para hacer la evaluación del nivel de razonamiento de acuerdo al instrumento empata con cada uno de ellos, especificando el nivel junto con el proceso de razonamiento geométrico, requerido.

Para los horizontes de búsqueda se denotarán para su identificación “HB”, en donde será precedido por el número de horizonte correspondiente de la unidad, de igual forma cada resultado de aprendizaje será identificado por RA, seguido del nivel al que se refiera según sea el caso: atender “AT”, entender “ET”, juzgar “J” y valorar V.

Comenzaremos haciendo una detallada explicación de cómo se realiza este análisis a partir de la tabla de la primera unidad con sus respectivos horizontes de búsqueda de la asignatura de Geometría y trigonometría, resaltando en amarillo aquellos horizontes de búsqueda y resultados de aprendizaje referentes o relacionados a triángulo.

UNIDAD I: DEFINICIONES FUNDAMENTALES Y EL ESTUDIO DEL TRIÁNGULO							
HORIZONTE DE BÚSQUEDA		RESULTADOS DE APRENDIZAJE	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN			
1HB. Definiciones fundamentales de la Geometría	2HB. Ángulos y su clasificación	3HB. Triángulos	4HB. Congruencia y semejanza de triángulos	5HB. Relaciones y teorema de Pitágoras	<p><b>(RA_AT) Identificará elementos básicos de la geometría tales como:</b> punto, línea, línea recta, segmento, rayo, plano así como ángulos y triángulo.</p>	<p><b>NI_V_3</b> Hace referencia a prototipos visuales para identificar triángulos.</p>	<p>Solo los identifica y esto es por lo general a partir de prototipos visuales</p>
					<p><b>(RA_ET) Comprenderá las propiedades de los segmentos, ángulos y triángulos.</b></p>	<p><b>N2_IP_1</b> Reconoce las propiedades matemáticas mediante la observación de los triángulos y sus elementos.</p>	
					<p><b>(RA_J) Explicará las propiedades de los ángulos, segmentos y triángulos, comprobándolos en la solución de problemas.</b></p>	<p><b>N2_IP_5</b> Es capaz de descubrir y generalizar propiedades a partir de la observación y manipulación.</p> <p><b>N2_C_3</b> Deduce propiedades a partir de otras, por ejemplo: a partir de medidas de ángulos internos deduce que el ángulo exterior a un triángulo es la suma de los no-adyacentes.</p>	
					<p><b>(RA_V)</b> Aplicará las propiedades de los triángulos en la solución de problemas de su contexto</p>	<p><b>N3_IP_2</b> Selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas y prueba, mediante dibujos o construcciones que son suficientes.</p>	

Tabla 4-31 Análisis de la Unidad I

UNIDAD II: POLIGONOS Y CIRCUNFERENCIA			
HORIZONTE DE BÚSQUEDA	RESULTADOS DE APRENDIZAJE	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN
1HB. Clasificación, elementos, ángulos y áreas de polígonos 2HB. Circunferencia, círculo, elementos, ángulos y propiedades	(RA_AT1) Identificará los diferentes tipos de polígonos.	N/A	N/A
	(RA_AT2) Identificará los ángulos que existen en los polígonos y en la circunferencia	N/A	N/A
	(RA_ET1) Conocerá la clasificación de los polígonos.	N/A	N/A
	(RA_ET2) Especificará los elementos comunes a los polígonos regulares, la circunferencia y el círculo.	N/A	N/A
	(RA_J1) Comprenderá la relación que existe entre las medidas de los ángulos de un polígono y los lados de éste.	N/A	N/A
	(RA_J2) Argumentará acerca de las relaciones existentes entre los diferentes tipos de ángulos en la circunferencia.	N/A	N/A
	(RA_V) Aplicará las propiedades de los poligonales regulares, la circunferencia y el círculo en la solución de problemas cotidianos.	N/A	N/A

Tabla 4-32 Análisis de la Unidad II

UNIDAD III: TRIGONOMETRÍA					
HORIZONTE DE BÚSQUEDA		RESULTADOS DE APRENDIZAJE	NIVEL DE RAZONAMIENTO	JUSTIFICACIÓN	
1HB.Funciones trigonométricas de un triángulo	2HB.Identidades trigonométricas	3HB.Solucion de triángulos oblicuángulos	(RA_AT) Identificará las funciones trigonométricas para un ángulo.	N/A	N/A
			(RA_ET1) Conocerá las características y propiedades de las funciones trigonométricas.	N/A	N/A
			(RA_ET2) Delimitará el dominio de las funciones trigonométricas para un ángulo.	N/A	N/A
			(RA_ET3) Comprenderá la ley de los senos y cosenos.	N/A	N/A
			(RA_J1) Verificará las propiedades de las funciones e identidades trigonométricas fundamentales.	N/A	N/A
			(RA_J2) Realizará ejercicios que involucren la aplicación de la ley de los senos y cosenos.	N/A	N/A
			(RA_V) Aplicará las relaciones y propiedades de las funciones trigonométricas, en la solución de problemas cotidianos.	N/A	N/A

Tabla 4-33 Análisis de la Unidad III

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

En conclusión, se deduce de este análisis, que se pretende comenzar con el nivel 1 que es el de reconocimiento para posteriormente y progresivamente avanzar hasta el nivel 3. Cabe mencionar que para definir que asignación darle al resultado de aprendizaje, se verificaba con las actividades específicas de aprendizaje que en el mismo plan de estudios venían como propuesta.

**4.2.3 Contraste: Programa de Estudios de Bachillerato General de 2011 y el Nuevo Modelo Educativo**

En la siguiente tabla podemos observar el nivel de razonamiento que se declara en el programa de estudios modelo 2011, con respecto al programa de estudios de referencia al Nuevo Modelo del subsistema de bachillerato general:

NIVEL DE RAZONAMIENTO	Programa de Estudios BG – Modelo Educativo 2011	Programa de estudios BG- Nuevo Modelo Educativo
N1: Reconocimiento	V_3	-----
N2: Análisis	IP_1 IP_5 C_3	IP_3
N3: Clasificación	IP_2	IP_3 IP_4 Dem_4 IP_5
N4: Deducción formal		D_3 Dem_2 Dem_3 Dem_9
N5: Rigor		

Tabla 4-34 Indicadores de nivel y proceso de razonamiento declarados en el programa de estudios de BG, Modelo 2011 y Nuevo Modelo Educativo.

## Capítulo 5

### RESULTADOS

En este capítulo presentamos la interpretación de los resultados que se obtuvieron en el análisis de los programas de estudio del Nuevo Modelo, conforme a los indicadores que se obtuvieron, de igual forma establecemos las características propias del nivel de razonamiento respecto a triángulos, es decir, lo que se pretende que los alumnos de nivel medio superior logren alcanzar.

#### 5.1 Interpretación de Resultados

La siguiente tabla nos muestra los indicadores referentes a cada proceso de razonamiento que se busca desarrollen los alumnos con respecto a los niveles de razonamiento propios del modelo de Van Hiele.

NIVEL DE RAZONAMIENTO	PROGRAMA DE REFERENCIA Y PROGRAMA DE BACHILLERATO TECNOLÓGICO – NUEVO MODELO EDUCATIVO	PROGRAMA DE ESTUDIOS BACHILLERATO GENERAL – NUEVO MODELO EDUCATIVO
N1:Reconocimiento	-----	-----
N2:Análisis	IP_5	IP_3
N3: Clasificación	IP_2	IP_3
	IP_3	IP_4
	IP_4	Dem_4
	IP_5	IP_5
	D_2	
	Dem_1	
N4: Deducción formal	Dem_4	
	D_3	D_3
	Dem_2	Dem_2
	Dem_7	Dem_3
	Dem_9	Dem_9
N5: Rigor	-----	-----

Tabla 5-1 Indicadores del Proceso de Razonamiento correspondiente a cada Nivel de Razonamiento declarado en el Nuevo Modelo

Se observa que ambos programas comienzan con el segundo nivel de razonamiento, N2, el de Análisis, por lo tanto el Nivel 1 (N1) de Reconocimiento ya tuvo que haber sido desarrollado y alcanzado por los estudiante en educación básica, esto nos indica que los alumnos deberían de ingresar a nivel Medio Superior siendo capaces de percibir a los triángulos en su totalidad, de reconocer a la figura por simple vista, pero esto no necesariamente implica que sean capaces de establecer todas las características que los diferencian de otras figuras geométricas, las propiedades permanecen como algo intrínseco, algo que por naturaleza propia está ahí.

En Educación básica que abarca desde Preescolar, pasando por Primaria y finalizando en Secundaria los alumnos tuvieron contacto con el tema de triángulos y al llegar a este nivel los alumnos deberían ser capaces de acuerdo a lo que se encontró, de demostrar mediante diversas situaciones que han adquirido en su totalidad el Nivel 1 de Reconocimiento, a continuación se mencionan algunos ejemplos:

Situación 1. El alumno es capaz de visualizar e identificar diversos triángulos en un conjunto de diversas figuras geométricas, sin embargo al preguntarles ¿cuáles son aquellas características que los diferencian de las demás figuras?, ellos quizá puedan dar respuesta mencionando algunos elementos básicos como que son triángulos porque tienen tres lados, tres ángulos, tres vértices, sin embargo, no serán capaces de establecer o mencionar alguna de las propiedades específicas de los triángulos con sus propias palabras como que “la suma de sus ángulos internos da como resultado  $180^\circ$ ”.

Situación 2. El alumno es capaz de afirmar que todos son triángulos en un conjunto total de ellos, pero si se le pregunta el si hay alguna diferencia entre ellos, quizá mencionen algunas características como que son de diferente tamaño pero esto no implica que sean capaces en su mayoría de mencionar que los triángulos “Se clasifican por la longitud de sus lados y la amplitud de sus ángulos”, siendo esta una de las propiedades de los triángulos.

El alumno en Nivel Medio Superior entrara para adquirir o en algunos casos acabar de adquirir en el inicio de la asignatura el Nivel 2 de Análisis, para posteriormente adquirir y desarrollar los siguientes niveles de razonamientos de acuerdo a los resultados obtenidos del análisis con respecto a los triángulos.

### 5.1.1 Interpretación N2: Análisis

En los tres programas sólo se pudieron empatar con los contenidos específicos, aprendizajes y productos esperados, los indicadores correspondientes a un solo proceso de razonamiento, de los cinco posibles procesos:

Referencia y BT/ BG / Ambos/	INDICADOR DEL PROCESO DE RAZONAMIENTO	PROCESO DE RAZONAMIENTO
-----	V_1	Visualización
-----	IP_1	Identificación de Propiedades
-----	IP_2	
BG	IP_3	
Referencia y BT	IP_4	
-----	IP_5	
-----	C_1	Catalogar
-----	C_2	
-----	C_3	
-----	D_1	Definiciones
-----	D_2	
-----	Dem_1	Demostraciones

Tabla 5-1 Resultados Nivel 2 “Análisis”

Esto quiere decir que el proceso en donde se involucra la identificación de propiedades es el único presente en los programas, el cual se busca llevar a cabo, dejando a un lado los procesos de Visualización, Catalogación, Formulación de definiciones y Demostraciones.

❖ Programa de referencia y BT.

El indicador IP\_4, se refiere a que el alumno será capaz de descubrir y generalizar propiedades de los triángulos, a partir de la observación y la manipulación.

❖ Programa de BG.

El indicador IP\_3, se refiere a que el alumno será capaz de hacer generalizaciones a través de la utilización de ejemplos de triángulos.

Podemos percatarnos de que, aunque ambos subsistemas coinciden en este nivel de razonamiento en un solo proceso el de Identificación de propiedades, por una parte el BT especifica la observación y manipulación y el BG deja abierto el abanico de posibilidades de actividades para que el alumno logre generalizar propiedades correspondientes a los triángulos.

Estos resultados se podrían tomar en cuenta como un parteaguas para el desarrollo de secuencias de actividades para adquirir el nivel de razonamiento de Análisis en donde se busque la integración de cada proceso de razonamiento: la Visualización en donde el alumno sea capaz de percibir por si solo propiedades de los triángulos, el proceso de Catalogar en donde se logre que el alumno pueda clasificar a los triángulos basándose en los elementos y propiedades lógicas de los triángulos, el proceso de Definiciones en donde se logre que el alumno en este nivel sea capaz de establecer sus propias definiciones y por ultimo tomar en cuenta que con respecto a las Demostraciones en este nivel el alumno aun no será capaz de comprender lo que es.

A continuación se describen algunas situaciones de lo que el alumno será capaz al adquirir el nivel 2, de Análisis respecto a los triángulos:

Situación 1. El alumno será capaz de identificar tanto los elementos como las propiedades importantes de los triángulos, por ejemplo entre los elementos será capaz de identificar los segmentos y puntos notables de los triángulos como lo son la altura, la mediana, etc. Propiedades como que en todo triángulo la suma de sus ángulos interiores es igual a  $180^\circ$ .

Situación 2. El alumno será capaz de construir triángulos y al mismo tiempo introducir los elementos notables de un triángulo y sus propiedades. Sin embargo en este nivel el alumno aún no será capaz de establecer relaciones o clasificaciones de propiedades de diferentes triángulos.

### 5.1.2 Interpretación N3: Clasificación

En los tres programas se pudieron empatar dos procesos de razonamiento, de los tres que se podrían encontrar en este nivel, siendo solo el programa de referencia y BT el que coincidió con los tres. Esto quiere decir que tanto los contenidos específicos, como los aprendizajes y productos esperados, buscan realizar en la actividad matemática la identificación de propiedades, la formulación de definiciones y el uso de las demostraciones con respecto a triángulo. En la siguiente tabla podemos observar esto.

Referencia y BT/ BG / Ambos/ No aplica	INDICADOR DEL PROCESO DE RAZONAMIENTO	PROCESO DE RAZONAMIENTO
-----	IP_1	Identificación de Propiedades
Referencia y BT	IP_2	
Ambos	IP_3	
Ambos	IP_4	
Ambos	IP_5	
-----	D_1	Definiciones
Referencia y BT	D_2	
-----	D_3	
Referencia y BT	Dem_1	Demostraciones
-----	Dem_2	
-----	Dem_3	
Ambos	Dem_4	

Tabla 5-2 Resultados Nivel 3 “Clasificación”

❖ Programa de referencia y BT.

El indicador presente solo en estos programas con respecto a la identificación de propiedades, IP\_2, se refiere que el alumno será capaz de seleccionar propiedades que caracterizan al triángulo y prueba mediante dibujos o construcciones que son suficientes.

El indicador presente solo en estos programas con respecto a la formulación de definiciones, D\_2, se refiere a que el alumno será capaz de clasificar diferentes figuras geométricas, diferentes tipos de triángulos y dar definiciones matemáticas.

El indicador presente solo en estos programas con respecto al uso de demostraciones, Dem\_1, se refiere a que el alumno será capaz de utilizar representaciones físicas de los triángulos como forma de verificar sus deducciones.

❖ Programa de BG junto con el de referencia y BT.

Los indicadores presentes en los tres programas con respecto a la identificación de propiedades, IP\_3, IP\_4 e IP\_5, se refieren a que el alumno podrá clasificar familias de triángulos a partir de conectar lógicamente diversas propiedades con precisión matemática, es decir, reconociendo el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.

El indicador presente en los tres programas con respecto al uso de demostraciones, Dem\_4, se refiere a que el alumno reconocerá como razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas. Por ejemplo, deduce que los ángulos internos de un cuadrilátero suman  $360^\circ$  a partir de dividirlo en dos triángulos, y viceversa.

En este nivel el alumno tiene la capacidad de mencionar propiedades específicas de los triángulos y aparte las reconoce, a continuación mencionamos como ejemplo algunas situaciones de lo que el alumno será capaz respecto a los triángulos en este Nivel de Clasificación:

Situación 1. El alumno será capaz de identificar que unas propiedades de los triángulos se derivan de otras. Por ejemplo a partir de la propiedad que nos menciona que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a  $180^\circ$  se deriva que el ángulo exterior correspondiente a uno de ellos será igual a la suma de los otros dos ángulos interiores no adyacentes a él, es decir opuestos al ángulo exterior. El alumno que razone en este nivel, podrá hacer, por ejemplo, conjeturas relacionadas a los ángulos de un triángulo a partir de otras propiedades relacionadas a sus lados.

Situación 2. Podrá establecer interrelaciones entre los diferentes tipos de triángulos.

Situación 3. Las definiciones ya las podrá elaborar, y estas a su vez adquirirán un significado debido a que el alumno puede establecer las condiciones necesarias que debe cumplir un triángulo, aunque hay que recalcar que su razonamientos lógico se sigue basando en la manipulación.

Situación 4. Será capaz de seguir una demostración pero no será capaz de comprenderlas, por lo que no podrá organizar una secuencia de razonamientos lógicos que justifique sus observaciones.

### 5.1.3 Interpretación N4: Deducción Formal

En los tres programas se empataron solo dos de los cinco procesos de razonamiento correspondientes a este nivel, siendo solo la formulación de definiciones y el uso de las demostraciones los procesos que se busca incluir:

Referencia y BT/ BG / Ambos/ No aplica	INDICADOR DEL PROCESO DE RAZONAMIENTO	PROCESO DE RAZONAMIENTO
-----	IP_1	Identificación de Propiedades
-----	C_1	Catalogar
-----	D_1	Definiciones
-----	D_2	
Ambos	D_3	
-----	Dem_1	Demostraciones
-----	Dem_2	
BG	Dem_3	
-----	Dem_4	
-----	Dem_5	
-----	Dem_6	
Referencia y BT	Dem_7	
-----	Dem_8	
-----	Dem_9	
-----	CE_1	Características especiales del individuo

Tabla 5-3 Resultados Nivel 4 “Deducción Formal”

❖ Programa de referencia y BT.

El indicador presente solo en estos programas con respecto al uso de las demostraciones, Dem\_7, nos refiere que el alumno será capaz de comparar demostraciones.

❖ Programa de BG.

El indicador presente solo en este programa con respecto al proceso de razonamiento del uso de demostraciones, Dem\_3, nos refiere que el alumno realizará demostraciones de diferentes maneras al mismo tiempo que serán capaces de compararlas. Por ejemplo, demuestra que si un triángulo es isósceles los ángulos de una de sus bases son iguales y viceversa.

❖ En común.

El indicador presente en los tres programas, con respecto a uso de definiciones, D\_3, nos refiere que el alumno comprenderá el significado de deducción y el papel de los términos indefinidos, postulados, teoremas y demostraciones. Por ejemplo. El alumno en este nivel será capaz de emplear un criterio de congruencia triangular pero no comprenderá la necesidad de postular la condición.

#### **5.1.4 Interpretación N5: Rigor.**

En los tres programas no se encontró ninguna relación con algún indicador de este nivel, lo cual nos confirma que en Educación media superior, no se pretende llegar a un nivel experto respecto a triángulos.

## **5.2 Ejemplos de procesos de razonamiento en el tema de Triángulos**

De acuerdo a los indicadores que se obtuvieron e interpretaron, en ambos programas respecto al tema de triángulos se busca mediante los aprendizajes y productos esperados que el alumno sea capaz de alcanzar los siguientes niveles.

### **5.2.1 Nivel 2. Análisis**

- El alumno será capaz de identificar propiedades importantes que definen al triángulo, por ejemplo: Igualdad de lados, Igualdad de ángulos o Amplitud de ángulo.
- El alumno será capaz de construir triángulos y al mismo tiempo introducir los elementos notables de un triángulo y sus propiedades.
- Sin embargo en este nivel el alumno aún no será capaz de establecer relaciones o clasificaciones de propiedades de diferentes triángulos.
- Tampoco será capaz de elaborar definiciones de los diferentes tipos de triángulos, ya que estas se establecen a partir de las propiedades.

### **5.2.2 Nivel 3. Clasificación.**

En este nivel el alumno tiene la capacidad de mencionar propiedades específicas de los triángulos y aparte las reconoce.

- El alumno será capaz de identificar que unas propiedades de los triángulos se derivan de otras.
- Podrá establecer interrelaciones entre los diferentes tipos de triángulos.
- Las definiciones ya las podrá elaborar, y estas a su vez adquirirán un significado debido a que el alumno puede establecer las condiciones necesarias que debe cumplir un triángulo, aunque hay que recalcar que su razonamientos lógico se sigue basando en la manipulación.
- Será capaz de seguir una demostración pero no será capaz de comprenderlas, por lo que no podrá organizar una secuencia de razonamientos lógicos que justifique sus observaciones.
- El alumno que razone en este nivel, podrá hacer, por ejemplo, conjeturas relacionadas a los ángulos de un triángulo a partir de otras propiedades relacionadas a sus lados.

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

## CONCLUSIONES

Para poder alcanzar el objetivo general de esta investigación y así determinar el nivel de razonamiento manifiesto en el currículo de Geometría y trigonometría de nivel medio superior se tuvo que identificar en primera instancia los contenidos relacionados al tema de triángulos juntos con sus objetivos, productos o aprendizajes esperados declarados en el currículo, posteriormente se analizaron estos últimos con un instrumento desarrollado a partir de la revisión bibliográfica especializada en el modelo de razonamiento de Van Hiele.

En los resultados del capítulo anterior se detalla que no solo se encontró como manifiesto el alcance de un solo nivel de razonamiento, si no que al ingresar a nivel medio superior se busca ya sea que acaben de adquirir o adquieran un nuevo nivel de razonamiento comenzando con el Nivel 2, de Análisis. Posteriormente conforme se avanza en los contenidos relacionados a triángulos se pretende de acuerdo a lo manifiesto en los objetivos, productos y aprendizajes esperados que el alumno vaya adquiriendo el nivel siguiente, pues recordemos que los niveles de razonamiento del Modelo de Van Hiele son consecutivos y para pasar al siguiente se tuvo ya que adquirir el anterior. Al finalizar de analizar los contenidos en relación a triángulos se encontró que hasta el nivel que se pretende pasar y comenzar a desarrollar sería hasta el Nivel 4, de deducción formal.

Por otra parte de los resultados obtenidos y relacionados con los objetivos específicos planteados en el Capítulo I se permite concluir lo siguiente:

- 1. Identificar los contenidos relacionados con el tema de triángulos.*

A partir del análisis de los contenidos de triángulos en los programas se pudo observar que la estructura de los programas fue la diferencia más marcada entre el programa de estudios que da como referencia el nuevo modelo que es el mismo para el subsistema de BT y su adaptación en el subsistema de BG.

Se tuvo que identificar y organizar cada contenido enfocado a triángulos, puesto que venían englobados tanto los productos como los aprendizajes esperados sin especificar para que contenido de triángulos se referían.

- 2. Examinar, mediante un análisis de los contenidos, el nivel de razonamiento que requiere el programa de referencia del currículo del Nuevo Modelo con respecto al tema de triángulos, así como de sus adaptaciones.*

Respecto a los procesos de razonamiento y niveles que se supone deben manejar en lo que respecta al tema de triángulos ambos programas coincidieron.

Se declara que los alumnos al ingresar a nivel medio superior con respecto a triángulos ya deben de haber pasado por el Nivel 1 de Reconocimiento, puesto que los primeros productos y aprendizajes esperados de ambos programas se relacionaron con el Nivel 2, de Análisis.

Conforme avanzan los contenidos el nivel que se requiere va ascendiendo continuamente, centrándose en la mayoría del programa en el Nivel 3, de Clasificación; finalizando en los últimos temas que corresponden a Trigonometría en donde los productos y aprendizajes esperados se empataron con el alcance del Nivel 4, Deducción formal.

Cabe mencionar que los procesos con mayor frecuencia en ambos análisis fueron el de Identificación de Propiedades (IP) para el segundo y el tercer nivel de razonamiento y el de Demostración (Dem) para el tercer y cuarto nivel de razonamiento, esto quiere decir que se busca que los alumnos en los niveles de análisis y de clasificación sean capaces mediante diversas actividades de identificar propiedades características de los triángulos, por ejemplo, que el alumno identifique la relación de los lados con la clasificación de los triángulos. Con respecto al nivel de clasificación y de deducción formal se busca que los alumnos sean capaces de hacer demostraciones, por ejemplo, que el alumno a partir de los criterios de semejanza determine y concluya si dos triángulos son semejantes.

- 3. Comparar el nivel de razonamiento que se pretende alcanzar del programa de referencia del Nuevo Modelo con respecto a su adaptación en los programas de sus dos principales subsistemas: Bachillerato General y Bachillerato Tecnológico, en lo que corresponde para el tema de triángulos.*

Tanto el programa de referencia como sus adaptaciones comienzan con contenidos relacionados en el desarrollo del Nivel 2 de razonamiento, análisis; avanzando consecutivamente hasta el Nivel 4 de demostración formal.

Dentro de la investigación también se generó la cuestión de si existía una diferencia respecto a los niveles de razonamiento de Van Hiele manifiestos en el currículo del modelo 2011 con respecto al del Nuevo modelo, y definitivamente se encontró que si hay un cambio en el nivel de razonamiento que se declara desde el comienzo, desarrollo y conclusión de cada uno de ellos.

El programa anterior 2011 se relaciona en los primeros aprendizajes esperados con el Nivel 1, de reconocimiento, el cual a diferencia del programa de referencia del Nuevo modelo ya se da por sentado. Posteriormente ambos programas se empatan en el alcance y desarrollo del nivel 2, de análisis en donde en común ambos buscan el desarrollo del proceso de razonamiento identificando propiedades. Sin embargo, el programa 2011 llega en sus últimos aprendizajes esperados apenas a relacionarse en el nivel 3, de Clasificación a diferencia del Nuevo modelo en donde prácticamente la mayoría de contenidos se centran.

Por lo anterior podemos concluir que hay una gran diferencia en los niveles de razonamiento declarados en ambos programas. El Nuevo Modelo pretende el alcance de un nivel de razonamiento mayor, con el objetivo de que los alumnos egresen pudiendo hacer y comprobar demostraciones con respecto a los triángulos.

Todo lo anterior como docente frente a grupo puede ayudar a determinar y generar las secuencias de actividades pertinentes para cada contenido de triángulos que marca el programa, diseñando actividades con base a las fases de aprendizaje que propone el modelo de Van Hiele, para el alcance y desarrollo de cada nivel declarado en el programa del Nuevo Modelo.

Dentro de los obstáculos que se presentaron durante el desarrollo de este análisis y que estuvieron fuera de nuestro alcance se encuentra el hecho de que si bien fueron publicados en tiempo los programas de adaptación de los diferentes subsistemas con respecto al programa de referencia del currículo del Nuevo Modelo, se pretendía analizar también la adaptación de un sistema de educación media superior representativo del Estado de Puebla, las preparatorias que pertenecen a nuestra Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, sin embargo, aún no existe tal documento de adaptación oficial.

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

## BIBLIOGRAFÍA

- Aravena D. M. & Caamaño E. C. (2013). *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(2), 179-211.
- Burger, W. F. & Shaughnessy, J. M. (1986). *Journal for Research in Mathematics Education*, 17(1), 31-48.
- Carrillo, J., Contreras G. L. C., Climent, R. N., Montes, N. M. A., Escudero A. D. I y Flores, M. E. (2016) *Didáctica de las matemáticas para maestros de Educación Primaria*. España: Colección Didáctica y desarrollo. Paraninfo.
- Casanova, M. A. (2006). *Diseño curricular e innovación educativa*. Editorial La Muralla.
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarita, J., Peñas, A. y Ruiz, E. (1994). *C.I.D.E.* (Vol. 95). Ministerio de Educación.
- Crowley, M. L. (1987). *Learning and teaching geometry*, K-12, 1-16.
- De Guzmán, M. (1992). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Olimpíada Matemática Argentina.
- De la Torre, A. (2003). *Lecturas matemáticas*, 26, 99-121.
- Fouz, F., Y De Donosti, B. (2005). *Módulo 2: Teoría y Práctica en Geometría Objetivo N 3 Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría*, 91, 92.
- Galindo, C. (1996). *Revista Ema*, 2(1), 49-58
- Gómez, P. (2002). *Revista EMA*, 7(3), 251-292.
- Guadrón, E., Gutiérrez, A. (2007) *Investigación en educación matemática*. San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de investigación en educación matemática, SEIEM.
- Gutiérrez, A., y Jaime, A. (1998). *Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática*. Bogotá: Una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.
- Gutiérrez, A., y Jaime, A. (2013). *TED: Tecno, Episteme y Didaxis*, 32.
- Hershkowitz, R.; Bruckheimer, M.; Vinner, S. (1987): *Lindquist, M.M. (ed.): Learning and teaching geometry*, K—12 (1987 yearbook) (N.C.T.M.: Reston, USA), pp. 222-235.
- Illarramendí, M. A. (1992). *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (10), 9-14.

NIVELES DE RAZONAMIENTO DE VAN HIELE MANIFIESTOS EN EL CURRÍCULO DE NIVEL MEDIO SUPERIOR CON RESPECTO A LOS TRIÁNGULOS

- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del Modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías en el plano. La Evaluación del nivel de razonamiento* (Tesis Doctoral). Universidad de Valencia, España
- Martínez, H. B., Pérez, A. A., y Escudero, D. I. (2018). *XXXII Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme 32)*. Medellín, Colombia.
- Rico, L. (1998). *Revista de Estudios del Currículum*, 1(4), 7-42.
- Román, M. (2015). *Revista Educación y Ciudad*, 19, 81-96
- SEMS. (2017). *Nuevo Currículo de la Educación Media Superior, Campo Disciplinar de Matemáticas, Bachillerato General*. México. SEP. Recuperado de [http://www.sems.gob.mx/es\\_mx/sems/campos\\_disciplinarios](http://www.sems.gob.mx/es_mx/sems/campos_disciplinarios)
- SEP. (2017). *Modelo Educativo Para La Educación Obligatoria*. Comisión nacional de libros de textos gratuitos.