



BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

LAB SEL: UNA ALTERNATIVA DIDÁCTICA PARA EL MODELADO DE UN SISTEMA LINEAL DE 2X2

TESIS
PARA OBTENER EL TÍTULO DE
MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA
ING. JOSÉ LUIS VIAMONT REJAS

DIRECTOR DE TESIS
DR. JOSÉ DIONICIO ZACARIAS FLORES
CO-DIRECTOR DE TESIS
DRA. YADIRA NAVARRO RANGEL

PUEBLA, PUE.

JUNIO 2019



BUAP

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSTGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que el C:

LIC. JOSÉ LUIS VIAMONT REJAS

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 14 de diciembre de 2018, con la tesis titulada:

"LAB SEL: Una alternativa didáctica para el modelado de un sistema lineal de 2×2 "

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.

H. Puebla de Z. a 20 de junio de 2019

DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV
COORDINADOR DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA



Cop. Archivo
DR. LAR. T. 1998

Facultad
de Ciencias
Exactas e Ingenierías

Av. San Claudio y 19 de octubre 1981
Ciudad Universitaria, Col. San
Mateo, Puebla, Pue., C.P. 72579
Tel. (0222) 229 85 88 Ext. 1708 y 1709

Esta investigación se realizó gracias al financiamiento del
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)

De enero 2017 a diciembre 2018

No de CVU: 817701

Dedicatoria

A Elva Gladys Viamont Escarpulli
y Natalia Isabel Viamont Escarpulli
mis dos amadas hijas.

A mi papá Don Julio Viamont, a mi Hermosa mamá Doña Elba Rejas
y hermanos Diego, Julio Cesar, Pamelita y Lupita,
que los quiero y extraño mucho.

A toda la familia Muñoz Mejía, con mucho cariño.

A todos los alumnos y ex Alumnos de la Escuela UBJ Amozoc.

A mi amigo Darío Cordova,
que en alguna ocasión me comentó
la frase que me dejó huella:
“...Hacer siempre lo mismo
y esperar resultados diferentes”

Agradecimiento

Al DR. JOSÉ DIONICIO ZACARIAS FLORES, mi asesor de tesis, por su dedicación, paciencia y entusiasmo que le puso en cada asesoría. Estimado profesor, gracias por todo el apoyo brindado y por sus valiosas orientaciones durante el desarrollo de esta investigación.

A mis profesores de la Maestría en Educación Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, por enseñarme el verdadero papel de un educador matemático.

Índice

CAPÍTULO 1: EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	5
Síntesis del capítulo	5
1.1. Antecedentes	5
1.1.1 Sistemas de ecuaciones lineales (SEL) de 2×2	8
1.1.2 Dificultades e importancia del aprendizaje del álgebra	9
1.1.3 Dificultades en la resolución de problemas contextualizados con un Sistema de ecuaciones lineales e importancia del álgebra lineal	16
1.2. Formulación del Problema	21
1.2.1 Preguntas de investigación.....	21
1.3. Objetivos	21
1.3.1 Objetivo general	21
1.3.2 Objetivos específicos	21
1.4. Justificación de la Investigación	22
 CAPÍTULO 2: MARCO TEÓRICO	 23
Síntesis del capítulo	
2.1. Importancia de las EL en el plan de estudios oficial de la SEP.....	23
2.2. Bases Teóricas.....	24
2.2.1 Sistema de ecuaciones lineales de 2×2	24
2.2.2 Didáctica de la matemática.....	27
2.2.2.1 Teoría de las situaciones didácticas (TSD) de Brousseau	28
2.2.2.2 Modelo 3UV	30
2.2.2.3 Teoría de Registro de Representaciones Semióticas de Duval	31
2.2.3 Uso de las TIC en Educación Matemática	34
2.2.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos	37
 CAPÍTULO 3: MARCO METODOLÓGICO	 38
Síntesis del capítulo	

3.1. Nivel de Investigación	38
3.2. Diseño, desarrollo y aplicación de la Investigación	39
3.2.1 Primera fase: Diagnóstico preliminar	39
3.2.2 Segunda fase: Propuesta didáctica	40
3.2.3 Tercera fase: Puesta en práctica	40
3.2.4 Cuarta fase: Comparación del desempeño	41
 CAPÍTULO 4: LAB SEL: UNA ALTERNATIVA DIDÁCTICA.....	42
Síntesis del capítulo	
4.1 Descripción de los componentes de la Propuesta Didáctica (PD)	42
4.2 Descripción de cada nivel de la PD	43
 CAPÍTULO 5: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE LOS RESULTADOS	61
Síntesis del capítulo	
5.1 Análisis del diagnóstico preliminar	61
5.2 Análisis de la información de la aplicación de la propuesta didáctica	63
 CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	73
Síntesis del capítulo	
6.1 Conclusiones	73
6.2 Recomendaciones	74
 ANEXOS	75
 BIBLIOGRAFÍA.....	80

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.2.1.1 Exactamente una solución	26
Figura 2.2.1.2 (a) Sin solución. (b) Con infinitud de soluciones	26
Figura 2.2.2.3.1 Los dos procesos cognitivos fundamentales del pensamiento	34
Figura 2.2.3.1. Objeto de aprendizaje (OA).....	37
Figura 4.1 Pantalla principal	42
Figura 4.2.1 Nivel Básico	43
Figura 4.2.2 Área de trabajo del estudiante.....	44
Figura 4.2.3.....	46
Figura 4.2.4.....	46
Figura 4.2.5.....	47
Figura 4.2.6.....	47
Figura 4.2.7.....	48
Pregunta 3. Figura 4.2.9.....	49
Pregunta 4. Figura 4.2.10	49
Pregunta 5. Figura 4.2.11	50
Figura 4.2.12	50
Figura 4.2.13	51
Pregunta 7. Figura 4.2.15	52
Figura 4.2.16	52
Pregunta 8. Figura 4.2.17	53
Pregunta 9. Figura 4.2.18	53
Pregunta 10. Figura 4.2.19	54
Pregunta 11. Figura 4.2.20	54
Pregunta 12. Figura 4.2.21	55
Pregunta 13. Figura 4.2.22	55
Pregunta 14. Figura 4.2.23	56
Pregunta 15. Figura 4.2.24	56
Pregunta 16. Figura 4.2.25	57
Pregunta 17. Figura 4.2.26	57
Pregunta 18. Figura 4.2.27	58

Contenido

Figura 4.2.28	58
Figura 4.2.29	59
Figura 4.2.30	59
Figura 4.2.31	60
Figura 4.2.32	60

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.2.3.1 Fases para desarrollar un objeto de aprendizaje	35
Gráfica 5.2.1	71
Gráfica 5.2.2	72

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica 5.1.1	62
Gráfica 5.1.2	63
Gráfica 5.2.1	71

RESUMEN

El presente trabajo de investigación, detalla la elaboración, aplicación y análisis de los resultados de una propuesta didáctica orientada a estimular en los estudiantes de secundaria el desarrollo de la capacidad de resolver problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables y contribuir a que superen las dificultades que suelen presentarse.

La propuesta didáctica fue diseñada teniendo como marco teórico la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau, el modelo 3UV y la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval, de estas tres teorías se delimitó de la siguiente manera: de la TSD se considera únicamente el que se sientan responsables del reto que tienen para resolver la actividad planteada en la propuesta didáctica y la situación a-didáctica. Del modelo 3UV solamente se usa la variable como incógnita, y en la Teoría de Registros de Representación Semiótica de Duval, cuando se analiza cualquier actividad matemática se debe distinguir en primer lugar dos clases de transformaciones de representaciones semióticas: la conversión y el tratamiento. En esta propuesta didáctica se utilizará únicamente la conversión.

Con base a este marco teórico se desarrolló la propuesta didáctica con apoyo de las TIC y en un Objeto de Aprendizaje se realizó la actividad en la que el estudiante de manera autónoma pueda realizar dicha propuesta didáctica.

El objetivo general del trabajo fue diseñar una propuesta didáctica, llamada LABSEL para fortalecer en los alumnos las habilidades de resolución de problemas relacionados a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.

Una de las principales características de la propuesta es que el estudiante se encuentre en una situación “a-didáctica” como lo propone Brousseau, esto es que no requiere apoyo del maestro y que sus respuestas sean una propia producción del estudiante, esto significa que tiene que leer las preguntas con detenimiento y responder puntualmente a la pregunta, ya que las respuestas no son de opción múltiple, salvo que por el tipo de pregunta sea más conveniente que la respuesta sea de opción múltiple y en caso de responder erróneamente recibe una retroalimentación y pueda intentar nuevamente hasta contestar correctamente.

ABSTRACT

This research work, details the development, application and analysis of the results of a didactic proposal aimed at stimulating secondary students to develop the ability to solve problems with systems of linear equations with two variables and contribute to overcome the difficulties that usually occur.

The didactic proposal was designed with the theoretical framework of the Theory of Didactic Situations (TSD) of Brousseau, the model 3UV and the Theory of Records of Semiotic Representation of Duval, of these three theories was delimited in the following way: of the TSD is considered Only those who feel responsible for the challenge they have to solve the activity proposed in the didactic proposal and the didactic situation. From the 3UV model, only the variable is used as an unknown, and in Duval's Theory of Records of Semiotic Representation, when analyzing any mathematical activity, two kinds of transformations of semiotic representations must be distinguished first: conversion and treatment. In this didactic proposal only the conversion will be used.

Based on this theoretical framework, the didactic proposal was developed with the support of TIC and in an Object of Learning the activity was carried out in which the student could independently carry out said didactic proposal.

The general objective of the work was to design a didactic proposal, called LABSEL, to strengthen in students the problem solving skills related to systems of linear equations with two variables.

One of the main characteristics of the proposal is that the student is in an "a-didactic" situation as proposed by Brousseau, that is, he does not require the teacher's support and that his answers are the student's own production, this means that he has to read the questions carefully and respond promptly to the question, since the answers are not multiple choice, unless for the type of question it is more convenient that the answer is multiple choice and in case of answering wrongly receives a feedback and I can try again until I answer correctly.

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo de investigación surge al notar que los alumnos no están siendo motivados para resolver problemas de matemáticas en general y específicamente, problemas relacionados con sistemas de ecuaciones lineales. Están más orientados a resolver sistemas de forma rutinaria y algorítmica, usando los métodos de forma mecánica y resuelven problemas típicos y sin darle un sentido lógico a lo que están resolviendo.

Por tal motivo surge la inquietud de una propuesta didáctica de enseñanza que provoque en el alumno la participación activa en su proceso de aprendizaje y la motivación para el estudio de las matemáticas, en especial de los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Es por ello que consideramos como marco teórico a elementos de la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD) de Brousseau, para proponer una situación didáctica que permita establecer un ambiente propicio, donde se puedan conectar los contenidos con los intereses de los estudiantes. También se toma en cuenta para el marco teórico el modelo 3UV de Ursini y Trigueros para la comprensión de la variable como incógnita y la Teoría de Registro de Representaciones Semióticas de Duval, siendo ésta muy importante en la propuesta didáctica.

Hemos decidido estudiar los sistemas de ecuaciones lineales con dos variables por su gran utilidad en muchos problemas contextualizados y su aplicación a otros campos como la economía, en donde es frecuente encontrar puntos de equilibrio.

La particularidad del trabajo está en haber introducido en el diseño de la secuencia didáctica actividades con el uso de las TIC, por medio del desarrollo de un software con características dinámicas.

En el capítulo 1 se presenta un resumen histórico de un sistema de ecuaciones lineales (SEL), luego, los conocimientos previos que propone la SEP para abordar este objeto matemático, también se analizan las diferentes dificultades e importancia que tiene el aprendizaje del álgebra en los alumnos de secundaria y de la misma manera se presentan las dificultades y la relevancia que tiene el aprendizaje, modelado y resolución de un sistema de ecuaciones, como consecuencia se generan las preguntas de investigación y de esta manera poder fijar el objetivo general y los objetivos específicos para responder dichas preguntas.

En el capítulo 2 se presenta la importancia de las ecuaciones lineales para la SEP, las bases teóricas de un sistema de ecuaciones de 2×2 , las posibles soluciones, que métodos o procedimientos hay para resolver un SEL. También se describe las teorías utilizadas en esta propuesta didáctica: Teorías de las situaciones didácticas (TSD) de Brousseau, el Modelo 3UV de Ursini y Trigueros, la Teoría de Registro de Representaciones Semióticas de Duval y el uso de un Objeto de aprendizaje.

En el capítulo 3 se presenta la metodología que se utilizó en el trabajo de investigación y las diferentes fases para poder hacer la propuesta didáctica.

En el capítulo 4 se describen los diferentes componentes de la propuesta didáctica, el objeto de aprendizaje principal y su descripción. También se explica una actividad completa.

En el capítulo 5 se presenta el análisis de los datos recolectados desde el diagnóstico preliminar hasta la prueba final, también se ilustran e interpretan las gráficas generadas.

Finalmente en el capítulo 6 se hace una síntesis de los principales temas involucrados en esta propuesta didáctica, así como los resultados obtenidos en las pruebas y la importancia del objeto matemático “sistema de ecuaciones lineales de 2×2 ”.

CAPÍTULO 1

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

Síntesis del capítulo

Se presenta un resumen histórico de un sistema de ecuaciones lineales (SEL), luego, los conocimientos previos que propone la SEP para abordar este objeto matemático, también se analizan las diferentes dificultades e importancia que tiene el aprendizaje del álgebra en los alumnos de secundaria y de la misma manera se presentan las dificultades y la relevancia que tiene el aprendizaje, modelado y resolución de un sistema de ecuaciones, como consecuencia se generan las preguntas de investigación y de esta manera poder fijar el objetivo general y los objetivos específicos para responder dichas preguntas.

1.1 Antecedentes

En el área de álgebra lineal, un **sistema de ecuaciones lineales**, también conocido como **sistema lineal de ecuaciones** o simplemente **sistema lineal**, es un conjunto de ecuaciones lineales y que es uno de los más antiguos de la matemática. La referencia histórica está basada en el enfoque expuesto en el libro “Historia de la matemática” escrito por Carl Boyer (1987). El autor expone que:

Los babilonios casi no le prestaron atención a las ecuaciones lineales (el mayor número de documentos corresponde al periodo 600 a. de C. a 300 d. de C.). Quizás por considerarlas demasiado elementales, debido a la flexibilidad de las operaciones algebraicas que habían desarrollado. No utilizaban letras para representar las cantidades incógnitas porque no estaba inventando aún el alfabeto, pero sí utilizaron palabras como: longitud, anchura, área y volumen.

Un ejemplo tomado de una tablilla babilónica plantea la resolución de un sistema de ecuaciones en los siguientes términos:

$$\frac{1}{4} \text{ anchura} + \text{longitud} = 7 \text{ manos}$$

$$\text{longitud} + \text{anchura} = 10 \text{ manos}$$

Para resolverlo asignaban el valor 5 a una mano y observaban que la solución podía ser: anchura = 20 y longitud = 30.

Para comprobarlo, utilizaban un método parecido al de eliminación. En nuestra notación, si consideramos variables $y = \text{anchura}$, $x = \text{longitud}$ y $\text{manos} = 5$, entonces:

$$\frac{1}{4} y + x = 7(5)$$

$$x + y = 10(5)$$

Simplificando:

$$y + 4x = 140 \quad (1)$$

$$y + x = 50 \quad (2)$$

Luego, se resta la segunda ecuación (2) de la primera (1), obteniendo $3x = 90$, es decir $x = 30$ y $y = 20$.

Como se puede observar en el ejemplo, los babilónicos no tenían dificultad para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Por otro lado, también se puede ver que los babilónicos conocían el método de eliminación por medio de una combinación lineal; expresando todas las dimensiones en términos de manos, y llamando x e y a la longitud y anchura respectivamente.

El álgebra egipcia se centró exclusivamente en las ecuaciones lineales. Los griegos también usaron los sistemas de ecuaciones, pero utilizando métodos geométricos.

Thymaridas (400 a. de C.), encontró una fórmula para resolver un determinado sistema de n ecuaciones con n incógnitas.

Diophante, resolvió problemas en los que aparecían sistemas de ecuaciones, pero los transformaba en una ecuación lineal, él solo aceptaba las soluciones positivas pues lo que buscaba era resolver problemas y no simples ecuaciones. Utilizó un álgebra sincopada

(intermedio entre el álgebra retórica y el álgebra simbólica, es la segunda fase en el desarrollo histórico del álgebra, caracterizada por el uso de abreviaciones para las incógnitas, aunque los cálculos se describían totalmente en lenguaje natural. Se considera que esta fase va desde la Aritmética de Diophante (Siglo III) hasta Vieta (Siglo XVI) --quien es considerado por algunos el padre del álgebra por haber inaugurado la fase simbólica.), sin embargo, una de las dificultades que encontramos en la resolución de ecuaciones por Diophante es que carece de un método general y utiliza en cada problema métodos distintos muy ingeniosos.

El libro “El arte matemático”, de autor chino desconocido (siglo III a. de C.), contiene algunos problemas donde se resuelven ecuaciones. En ellos encontramos un esbozo del método de las matrices para resolver sistemas de ecuaciones lineales. Uno de dichos problemas equivale a resolver un sistema de tres ecuaciones lineales por métodos matriciales.

También como antecedente histórico están los primeros rudimentos históricos del álgebra lineal en el documento matemático más antiguo que ha llegado a nuestros días: el papiro Rhind, conocido también como el *Libro de Cálculo* el cual fue escrito por el sacerdote egipcio Ahmés hacia el año 1650 a.c. Luzardo, D., A.J.P. P (2006).

Como se puede observar, el álgebra lineal tiene existencia desde hace muchos años y hoy en día tiene un gran protagonismo en diferentes campos de aplicación. Una amplia selección de aplicaciones ilustra el poder del álgebra lineal para explicar principios fundamentales y simplificar los cálculos en ingeniería, ciencia computacional, matemáticas, física, biología, economía y estadística, entre otros, en muchas de las carreras de ingeniería, como en procesamiento digital de señales, análisis estructural, estimación, programas de simulación, predicción, en programación lineal así como en la aproximación de problemas no lineales de análisis numérico, etc. Por lo que su importancia de aprender este tema es de gran relevancia para un estudiante.

Propuesta curricular de la SEP

De acuerdo con la SEP (2016) en su *Propuesta curricular para la Educación Básica 2016*, la ruta para abordar el tema de sistema de ecuaciones lineales en nivel secundaria es:

En primer grado, “*Resolver problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos. Resolver problemas de multiplicación*

con fracciones y decimales y de división con decimales. Jerarquizar las operaciones para encontrar expresiones equivalentes. Uso de paréntesis con números naturales, enteros, decimales y fracciones. Formular expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y modelos geométricos. Analizar su equivalencia. Comparar diversos tipos de variación a partir de su representación gráfica. Formular y resolver ecuaciones de la forma $ax + b = c$ al resolver problemas”.

En segundo grado, “*Resolver problemas de multiplicación y división con enteros, fracciones y decimales positivos y negativos. Aplicar sucesivamente dos o más factores de proporcionalidad y determinar el factor inverso (recíproco). Resolver problemas de proporcionalidad inversa. Formular expresiones algebraicas de primer y segundo grados a partir de modelos geométricos. Analizar su equivalencia. Comparar funciones lineales, afines y de proporcionalidad inversa a partir de sus representaciones tabulares, gráficas y algebraicas. Formular y resolver ecuaciones de la forma $ax + b = cx + d$ al resolver problemas. **Formular y resolver sistemas de dos ecuaciones de primer grado con dos incógnitas al resolver problemas**”.*

Es en este último tema es donde el estudiante tiene su primer contacto con un sistema de ecuaciones, que es al final del ciclo de 2º de secundaria, cabe hacer mención que de acuerdo a la propuesta curricular de la SEP, no se vuelve a tocar el tema de sistema de ecuaciones lineales hasta el primer año de bachiller, aunque algunos libros de texto, como Matemáticas 3 Secundaria fundamental de Romero Hidalgo, Silvia Patricia Piña Romero, Silvia Valverde Esparza, Sharon Magali Editorial Macmillan Castillo, Primera edición, Mayo de 2014, Matemáticas 3 Construcción del pensamiento de Fidel Sánchez Sandoval Editorial Fernández Editores, Primera edición, Marzo de 2015, por mencionar algunos, retoman el tema en 3º de secundaria.

1.1.1 Sistema de ecuaciones lineales (SEL) de 2x2

Cuando se pretende resolver un problema en el que hay dos o más cantidades desconocidas, se busca establecer las relaciones con dos o más incógnitas. Por lo que el desarrollo y el contenido matemático de nuestro objeto en estudio estarán basados en un sistema de ecuaciones lineales de 2 x 2. La solución de estos problemas consiste en calcular los valores

de las incógnitas que satisfacen al mismo tiempo a las ecuaciones planteadas. Por lo que un sistema de ecuaciones de 2 x 2 se integra con dos igualdades como las siguientes:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$$

Una *solución del sistema lineal* es un par (x, y) que pertenecen a los números reales cuyos valores de x y satisfacen ambas ecuaciones.

La expresión “sistema de ecuaciones lineales 2 x 2” se usa para indicar que se trata de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

1.1.2 Dificultades e importancia del aprendizaje del algebra

Después de una revisión no exhaustiva al estado del arte en este tema, las dificultades que se presentan en el aprendizaje del algebra son diversas, las cuales se enuncian:

1. Dificultades en la resolución de ecuaciones de primer grado en la manipulación algebraica

Es muy común que el estudiante tenga mucha dificultad en el proceso de manipulación de las operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación y división) incluso tratándose únicamente con números enteros, problemas para factorizar, manejo e interpretación de una función lineal, se hizo un estudio de análisis de errores asociados a la resolución de ecuaciones de primer grado, en dicho trabajo su objetivo fue analizar tipos de errores que comete un estudiante en la resolución de ecuaciones de primer grado en primer año de secundaria de una institución educativa. Enfocan la investigación como un diseño de estudio de caso, utilizan como aproximación teórica la zona de desarrollo próximo de aprendizaje sociocultural de Vigotsky. Los resultados evidencian la potencialidad de esta aproximación teórica, dado que los errores cometidos en la resolución de ecuaciones de primer grado disminuyeron considerablemente. Los errores encontrados se presentaron en la mayoría de las ecuaciones propuestas y estas se atribuyen principalmente a errores que se dan en la prioridad de operaciones y confusión de inversos aditivos y multiplicativos. Sánchez (2014).

2. Falta de formación de los profesores de matemáticas, para entender, analizar, y actuar sobre sus prácticas cotidianas y las múltiples dificultades que encaran los estudiantes cuando se presentan las ecuaciones de primer grado.

En el estudio que se realizó del análisis didáctico de las ecuaciones de primer grado con una incógnita y su impacto en la educación básica partieron del reconocimiento de problemáticas en torno a las necesidades formativas que requieren los profesores de matemáticas para entender, analizar, y actuar sobre sus prácticas cotidianas y las múltiples dificultades que encaran los estudiantes cuando se presentan las ecuaciones de primer grado como objeto de enseñanza en la escuela. La anterior problemática se valida a partir del estudio de literatura en líneas de formación de profesores de matemáticas y didáctica del álgebra.

Una vez ubicadas las problemáticas y en el marco de la propuesta teórico y metodológica de los organizadores del currículo, el análisis y conocimiento didáctico, se diseña una propuesta de unidad didáctica del objeto matemático en cuestión.

La unidad didáctica es puesta en consideración por tres profesores de educación básica para realizar registros de análisis frente a su formación, a las necesidades de la misma y volver sobre el diseño de la unidad para potenciarla. Hurtado (2013).

3. Dificultades en estudiantes de secundaria para la comprensión de la variable, estas dificultades están identificadas en investigaciones sobre el aprendizaje del álgebra, como dificultades para interpretar la letra como variable.

En esta investigación se considera algunas dificultades de comprensión sobre variación en estudiantes de 13 a 16 años, en dos escuelas, una particular y la otra oficial. Históricamente la matemática señala que la variable es una herramienta de la matemática para representar la variación y que su conformación es el resultado del desarrollo de un proceso. Estableciendo un paralelo entre el proceso histórico de la noción de variable y el proceso de enseñanza-aprendizaje de la misma, se encuentra que el uso de la variable requiere el desarrollo de un proceso de conocimiento continuo y secuencial. Cuando la variable se enseña como un símbolo para representar cantidades desconocidas o cuando el uso de la letra es el resultado de una práctica sintáctica de procedimientos más que el resultado de un proceso, se presentan dificultades para interpretar la letra como variable. Un desarrollo adecuado de este proceso

conllevar a lograr tareas sobre generalización y simbolización de relaciones de variación y a hacer uso de la variable en su sentido dinámico. Andrade (1998).

4. Dificultad para comprender y aplicar el concepto de variable

Se analiza el problema de la comprensión del concepto de variable en los estudiantes de segundo año de secundaria y su aplicación en la manipulación de monomios y polinomios. Proponen un conjunto de estrategias didácticas con el objetivo de que los estudiantes comprendan el concepto y desarrollen las habilidades para la integración y diferenciación del concepto en las operaciones con expresiones algebraicas. Dicha propuesta no tuvo mucho éxito. Rojas (2009).

5. Dificultades en estudiantes de secundaria, al aprender el tema de resolución de problemas algebraicos modelados mediante ecuaciones lineales con una incógnita

Se realizó una investigación, cuyo propósito fue analizar las dificultades de estudiantes de octavo año, al aprender el tema de resolución de problemas algebraicos modelados mediante ecuaciones lineales con una incógnita. Los protagonistas fueron estudiantes con bajo rendimiento en matemática de un colegio de Heredia. Dicha investigación se desarrolló desde el paradigma naturalista y se utilizó el estudio de caso como método, mediante un enfoque cualitativo. Se aplicaron técnicas como observaciones de clase, cuestionario a estudiantes, entrevistas no estructuradas a la docente y entrevista clínica a los educandos. Entre los datos más relevantes se destacaron las principales causas de las dificultades de los estudiantes al aprender a resolver problemas algebraicos: aspectos afectivos, deficiencia en conocimientos previos, poca comprensión relacional, fatiga, distracción, deficiencias en la lectura y mal manejo de terminología, por los resultados obtenidos se observa que un gran problema es el modelado matemático o lo que es tránsito del lenguaje natural al lenguaje algebraico. Chavarría (2014).

6. Dificultades para construir una expresión algebraica

En el trabajo de Osorio (2011) se realizó una investigación de las dificultades que tienen los alumnos al tratar de construir una expresión algebraica de segundo orden que defina el enésimo término al usar sucesiones figurativas, a partir de un análisis comparativo.

Se llevó a cabo en México con estudiantes de secundaria, de edades 14-15 años. El objetivo fue dar a conocer las dificultades; que a partir de un análisis comparativo, tienen los alumnos al tratar de construir una expresión algebraica de segundo orden que defina el enésimo término al usar sucesiones figurativas.

Se procedió con una evaluación diagnóstica, clasificaron a la población según los distintos perfiles: alto, medio y bajo rendimiento, para observar en entrevista clínica videograbada.

En este estudio, se pudo observar de cuáles son algunas de las estrategias y dificultades que presentan alumnos de secundaria al tratar con este contenido. También observaron que el método de tanteo al cual ha afianzado el alumno, esto es, que usan el ensayo y error para determinar valores faltantes de una sucesión sin poder llegar a la generalización. Cabe mencionar, que el usar este tipo de patrones figurativos pone en claro el papel que desempeña la visualización en términos de recurso para generar un sintetizador, esto es una expresión algebraica, que reitere el comportamiento de dichas sucesiones.

Por lo que pudieron observar que la simbolización estuvo presente pero de forma aritmética, también se concluyeron que con respecto al currículo se requiere reforzar este tema. Osorio (S/F).

7. Dificultades y errores que presentan los alumnos en la construcción del lenguaje algebraico, tomado en consideración el enfoque lógico semiótico

El propósito de este estudio fue presentar algunos resultados de investigaciones relevantes realizadas en torno a las dificultades y errores que presentan los alumnos en la construcción del Lenguaje algebraico, tomando en consideración el Enfoque Lógico Semiótico.

“Se debe distinguir entre la competencia del Modelo y la competencia del alumno, en este último caso entendida desde la perspectiva semiótica como la articulación coherente de diferentes registros de representación de un objeto algebraico, en los aspectos operacional, estructural y procesual. En este sentido se considera que los objetos del álgebra pueden ser representados bajo diferentes registros semióticos, aceptando que las operaciones de cambio entre ellos constituye una operación cognitiva básica, que permite analizar las dificultades, y errores conceptuales y de procedimiento, en los aspectos operacionales, estructurales y procesuales, y que la naturaleza abstracta del lenguaje algebraico debe ser entendida como un proceso

caracterizado por diferentes etapas, reflejadas en los diferentes estadios de desarrollo que se dan en los sistemas de representación cognitivos, que se caracterizan como estadios semiótico, estructural y autónomo.”

Socas (2007).

8. Dificultades en el dominio del simbolismo algebraico

Se llevó a la práctica un estudio que a través de la invención de problemas, se averiguó en el conocimiento conceptual del simbolismo algebraico que adquieren los estudiantes en la educación secundaria. Concretamente, identificaron las características de ecuaciones y sistemas que dificultan a los estudiantes la tarea de inventar un problema; entre ellas: la inclusión de más de una incógnita y la presencia de la misma incógnita a ambos lados del signo igual, de coeficientes superiores a dos y de operaciones multiplicativas entre incógnitas. También analizaron los significados que dan a las incógnitas y operaciones contenidas en las expresiones, donde se detecta una mayor facilidad para dar significado a la estructura aditiva que a la multiplicativa.

Desde el punto de vista docente, las deficiencias que se identificaron sirven para tomar en cuenta para el diseño de propuestas didácticas que busquen desarrollar el conocimiento de los estudiantes relativo al significado de las operaciones aritméticas y del simbolismo algebraico. Fernández-Millán, E., Molina, M., (2016)

9. Dificultades para comprender que con la unión de números y letras podrían dar solución a problemas matemáticos

Uno de los problemas más frecuentes que manifiestan los estudiantes es el temor ante el inicio del contenido de álgebra o tan solo la ansiedad que puede generar la pura palabra. Afirman que les resultaba difícil entender que con la unión de números y letras podrían dar solución a problemas matemáticos.

“Sin embargo, se daban cuenta que es parte de su aprendizaje conocer y dominar este contenido. Pero ¿cómo hacer esta transición fácil y hasta divertida para nuestros estudiantes? ¿Cómo plantear situaciones del contexto con expresiones Algebraicas? Estas y otras preguntas fueron las que motivaron e inspiraron a

realizar una investigación en este tema en particular: “Las expresiones Algebraicas”. El desarrollo de cada uno de los procesos de esta investigación reveló que si los docentes se lo proponían, si se les dotará de más recursos didácticos y si juntos (padres, maestros, técnicos, comunidad educativa, etc.) unían esfuerzos para mejorar la “Calidad de la educación”; se podría brindar al estudiante una clase atractiva y dinámica, con la cual todos se sintieran identificados. Este trabajo reúne una serie de tópicos de interés para el docente y alumno. Además de algunas técnicas y estrategias innovadoras que contribuirán a lograr un vínculo entre el alumno y las matemáticas, destacando en todo momento la importancia de la asignatura y sobre todo del Álgebra, que permite analizar, modelar y resolver problemas en las diferentes áreas del conocimiento humano y la interpretación de los mismos, para mejorar el futuro académico y relacionarlo con la realidad del mundo que lo rodea.” Mejía (2013).

10. Dificultades en la modelación matemática y los desafíos para enseñar matemática

La modelación matemática está siendo fuertemente defendida, en los más diversos países, como método de enseñanza de las matemáticas en todos los niveles de escolaridad, ya que permite al alumno no solamente aprender las matemáticas de manera aplicada a las otras áreas del conocimiento, sino también mejorar la capacidad para leer, interpretar, formular y solucionar situaciones problema. A pesar de estas condiciones favorables, algunos factores como el tiempo de (con) vivencia de profesores y alumnos con la enseñanza “tradicional” han dificultado la implementación de la modelación. La modelación matemática es un proceso involucrado en la obtención de un modelo matemático. Un modelo matemático de un fenómeno o situación problema es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representa, de alguna manera, el fenómeno en cuestión. El modelo permite no sólo obtener una solución particular, sino también servir de soporte para otras aplicaciones o teorías. En la práctica, ese conjunto de símbolos y relaciones puede estar vinculado a cualquier rama de las matemáticas, en particular, a los instrumentos fundamentales de las aplicaciones matemáticas (Biembengut, 1999, p. 20). Un aspecto de la actividad científica, en particular de la actividad matemática, consiste en crear modelos. En la literatura se encuentran definiciones específicas de la noción de modelo para cada especialidad.

El proceso de modelación involucra una serie de procedimientos, a saber, elección del tema; reconocimiento de la situación/problema → delimitación del problema; familiarización con el tema que va a ser modelado → referencial teórico; formulación del problema → hipótesis; formulación de un modelo matemático → desarrollo; resolución del problema a partir del modelo → aplicación; interpretación de la solución y validación del modelo → evaluación.

La elaboración de un modelo matemático requiere, por parte del modelador, conocimientos tanto matemáticos como no matemáticos, además de una buena dosis de intuición y creatividad para interpretar el contexto y discernir cuáles son las variables involucradas (Biembengut y Hein, 1999, pp. 12-13). Como las matemáticas no sólo contribuyen extraordinariamente al ejercicio intelectual, sino que también son el lenguaje de la ciencia, en las dos últimas décadas, en diversos países, viene creciendo un movimiento¹ en pro de esta metodología en el proceso de enseñanza de las matemáticas. Preocupaciones sobre qué, cómo, cuánto y para qué enseñar matemáticas han contribuido al fortalecimiento de esas investigaciones en el área de la Educación Matemática. (María Salett Biembengut y Nelson Hein CITAR)

11. Dificultades en la lectura y comprensión en enunciados, en una investigación realizada sobre errores cometidos por alumnos de Secundaria en matemáticas, Movshovitz-Hadar, Zaslavsky e Inbar (1987) hacen una clasificación empírica de los errores, sobre la base de un análisis constructivo de las soluciones de los alumnos realizada por expertos.

Determinaron seis categorías descriptivas para clasificar los errores encontrados. De estas categorías la número 2 comenta acerca de esta dificultad:

“2. Interpretación incorrecta del lenguaje. Se incluyen en este caso los errores debidos a una traducción incorrecta de hechos matemáticos descritos en un lenguaje simbólico a otro lenguaje simbólico distinto. Esto ocurre al poner un problema en ecuaciones expresando una relación diferente de la enunciada; también cuando se designa un concepto matemático mediante un símbolo distinto del usual y operando con él según las reglas usuales; a veces se produce también una interpretación incorrecta de símbolos gráficos como términos matemáticos y viceversa.” Rico, L. (1993).

12. Errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética, para entender la generalización de las relaciones y procesos se requiere que éstos antes hayan sido asimilados en el contexto aritmético. Ruano, R., Socas, M. y Palarea, M. (2008).

En el trabajo de Davydov [10], 1974, se afirma que la mayoría de los problemas aritméticos, en cuanto traspasan las fronteras del simple cálculo, muestran el mismo carácter; esto es, son enteramente problemas algebraicos que apuntan al establecimiento de ecuaciones lineales o sistemas de ecuaciones lineales. Gallardo, A.; Rojano, T. (1988).

IMPORTANCIA DEL APRENDIZAJE DEL ALGEBRA

En la educación secundaria, se le concede gran importancia al estudio del álgebra y, en concreto, al trabajo con el simbolismo algebraico. Así, se pone de manifiesto en documentos curriculares tanto nacionales como autonómicos por los que se rigen las enseñanzas de esta etapa. Aun así, a pesar del tiempo que se dedica al aprendizaje del álgebra y, en particular, al dominio del simbolismo algebraico, los estudiantes muestran dificultades y cometen numerosos y reiterados errores en el manejo de este que sugieren un déficit en el conocimiento conceptual que adquieren de las diferentes componentes de dicho simbolismo. Fernández-Millán, E., Molina, M., (2016).

1.1.3 Dificultades en la resolución de problemas contextualizados con un Sistema de ecuaciones lineales e importancia del algebra lineal

Desafortunadamente la realidad dista mucho del objetivo propuesto por la SEP, debido a que el estudiante tiene diversidad de dificultades en el aprendizaje de un sistema de ecuaciones lineales en el aspecto del modelado, esto es, que a partir de una situación o un problema pueda generar una expresión algebraica o un sistema de ecuaciones lineales. Las principales dificultades detectadas en la revisión bibliográfica, se describen a continuación:

1. Dificultades en la construcción de un modelo matemático de la situación de problemas en ciencias

La enseñanza de resolución de problemas en ciencias y matemáticas se realiza en general mediante estrategias de transferencia: se resuelve y explica un conjunto de problemas y

después se pide a los estudiantes que resuelvan otros problemas análogos a los ejemplos trabajados. Los profesores de Secundaria con frecuencia asumen que las relaciones analógicas entre los problemas resueltos y los problemas propuestos son sencillas de comprender y establecer, y atribuyen el fracaso a la falta de dominio de los procedimientos matemáticos de resolución. En este trabajo se realiza un experimento para probar si esta atribución causal es adecuada o no. Los resultados demuestran que la causa principal de las dificultades debe tener su origen en la construcción de un modelo de la situación y/o de un modelo del problema, adecuados.

En este trabajo centramos nuestra atención en el aprendizaje, por transferencia, de la resolución de problemas con enunciado que requieren plantear y resolver un sistema de 2 ecuaciones lineales con 2 incógnitas.

Esta clase de problemas es muy habitual en física y química, y también en otros contextos matemáticos y científicos. Nuestro interés en esta investigación se centra en esclarecer cuáles son las fuentes principales de dificultades para los estudiantes. Exploraremos el efecto de los diferentes vínculos posibles entre problemas fuente y diana, así como la magnitud de los obstáculos procedentes de los procedimientos matemáticos de resolución.

Entre los conocimientos que se exige saber transferir en las aulas se encuentran muchas habilidades matemáticas que es preciso saber utilizar en contextos científicos. En nuestro caso, esas habilidades se refieren al conocimiento acerca de los sistemas de ecuaciones lineales. Vicente Sanjosé, Tomás Valenzuela, M^a Carmen Fortes y Joan Josep Solaz-Portolés (2007)

2. Problemas de sistemas de ecuaciones lineales en libros de texto de 3^o ESO. La resolución de problemas en matemáticas ha sido uno de los principales focos de investigación y discusión en los últimos 30 años. Las propuestas curriculares para la educación primaria y secundaria la recogen como eje transversal.

El libro de texto es agente fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje, y en el trabajo en el aula. En este estudio se analiza cómo se plasma la resolución de problemas en un libro de texto, centrando la atención en el tema de Sistemas de Ecuaciones lineales del tercer curso de la Educación Secundaria Obligatoria. Se concluye que existen importantes características

que son poco coherentes con lo especificado en el currículo oficial. Guerrero, A. C., Carrillo, J., Contreras, L. C. (2014).

3. Dificultades en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones por la complejidad de los elementos básicos que se utilizan en la adquisición del objeto de sistemas de ecuaciones lineales

El objeto matemático sistemas de ecuaciones lineales aparece como tema de estudio en el tercer año de enseñanza media (alumnos de 15 años) y reaparece como herramienta tanto en el mismo grado (sistemas de inecuaciones lineales, móviles que se encuentran en un punto), abarca los años siguientes de enseñanza media (programación lineal, sistemas de ecuaciones no lineales) y llega hasta la enseñanza superior (transformaciones lineales; auto valores y auto vectores; sistemas de ecuaciones no lineales; planteo de problemas de análisis funcional con sistemas de infinitas ecuaciones e infinitas incógnitas; estudios de espacios de dimensión infinita; sistemas de ecuaciones diferenciales; método de la punta esquina en programación lineal).

Las dificultades en el aprendizaje de sistemas de ecuaciones tienen orígenes diversos. Unos están ligados a la complejidad matemática de los elementos básicos que se utilizan en la adquisición del objeto sistemas de ecuaciones lineales (números reales y función afín, ambos en vías de construcción); otros al concepto de sistemas de ecuaciones lineales y su solución, y otros más a la ruptura entre el pensamiento aritmético y el algebraico.

Algunos libros de texto y algunos profesores apuntan al desarrollo algorítmico. No trabajan los pasajes del registro algebraico al verbal ni del gráfico al algebraico, a pesar de que el paso entre registros de representación semiótica resulta necesario para acceder a un objeto matemático Sandra Mabel Segura de Herrero. (2004) Esto no se trata de una *opción pedagógica*, sino de un aprendizaje obligado (Guzmán, 1990).

4. Dificultades para resolver un problema cuyo modelo matemático resulte un sistema de ecuaciones, debido a que se le da importancia a la parte algorítmica

Sistemas de Ecuaciones en los Planes y programas de estudio del Segundo año medio, dentro de la unidad Sistemas de Ecuaciones Lineales, se plantea el Objetivo Fundamental de

Modelar situaciones o fenómenos cuyos modelos resultantes sean sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Y sobre los contenidos de Reconocimiento de sistemas de ecuaciones lineales como modelos que surgen de diversas situaciones o fenómenos y Resolución de problemas asociados a sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas, en contextos variados, representación en el plano cartesiano usando un software gráfico y discusión de la existencia y pertinencia de las soluciones (Mineduc, 2009).

No es lo mismo hacer un ejercicio que resolver un problema, pues el resolver un ejercicio es la aplicación de un algoritmo en forma mecánica, mientras que resolver un problema, significa dar una explicación coherente a un conjunto de datos relacionados dentro del contexto y que para determinar su solución generalmente no existe un mecanismo predeterminado. Es de común acuerdo, que la resolución de problemas es una parte esencial de la formación matemática de los estudiantes, pues permite experimentar la potencia y utilidad de la matemática en diferentes situaciones de la vida cotidiana, y por otro lado permite el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Danilo DÍAZ LEVICOY (2010).

Aplicación de un Pre-Test

Esta parte nos muestra un panorama de la situación actual del aprendizaje en sistemas lineales a nivel secundaria, por lo que es de interés detectar las dificultades de peso que no permiten que los estudiantes logren alcanzar un aprendizaje significativo. Para detectar dichas dificultades se realizó un pretest o prediagnóstico basado en conocimientos previos de matemáticas; instrumento que nos permitió detectar si nuestros estudiantes, adolecen de tales dificultades, ya que el estudiante tiene que tener dominio en los siguientes temas previamente ya aprendidos: Suma, resta y multiplicación con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos. Jerarquizar las operaciones para encontrar expresiones equivalentes. Adición y sustracción y de polinomios. Regla de signos. Manejo de paréntesis. Formular una expresión algebraica de primer grado a partir de un modelo geométrico. Formular y resolver ecuaciones de primer grado. Sucesión aritmética.

Por lo dicho en la sección anterior, existe una problemática en el aprendizaje del tema de álgebra y sistemas de ecuaciones lineales en 2^o secundaria, siendo éste nivel donde el estudiante tiene su primer contacto con el álgebra o pensamiento algebraico, de acuerdo a la

SEP (2016) en su Propuesta curricular para la Educación Básica 2016 “Los Aprendizajes clave se organizan en tres campos formativos, y cada campo se organiza en asignaturas:” y una de ellas es el pensamiento matemático “...a lo largo de la Educación Básica, este campo busque desarrollar la noción de número; articular y organizar el tránsito de la aritmética al álgebra; ampliar las nociones geométricas y los procesos de medición; desarrollar la capacidad de resolver problemas en diversos ámbitos de la vida...”.

IMPORTANCIA DEL ALGEBRA LINEAL

A finales del verano de 1949 Wassily Leontief, profesor de Harvard, introdujo cuidadosamente la última de sus tarjetas perforadas en la computadora de la universidad, el Mark II. Las tarjetas contenían información acerca de la economía de Estados Unidos, y representaban un resumen de más de 250,000 piezas de información producidas por la oficina encargada de las estadísticas laborales en Estados Unidos después de dos años de trabajo intenso.

Leontief había dividido la economía de Estados Unidos en 500 “sectores”, tales como la industria del carbón, la industria automotriz, las comunicaciones, etc. Para cada sector, escribió una ecuación lineal que describía la forma en que dicho sector distribuía sus salidas hacia otros sectores de la economía. Debido a que el Mark II, una de las computadoras más grandes de la época, no podía manejar el sistema resultante de 500 ecuaciones y 500 incógnitas, Leontief había condensado el problema en un sistema de 42 ecuaciones y 42 incógnitas.

La programación de la computadora el Mark II para las 42 ecuaciones de Leontief, requirió varios meses de esfuerzo, y él estaba ansioso por ver cuánto tiempo le tomaría a la máquina resolver el problema. El Mark II zumbó y destelló durante 56 horas hasta que finalmente produjo una solución. Leontief, quien recibió el Premio Nobel de Economía en 1973, abrió la puerta a una nueva era en el modelado matemático de la economía. Sus esfuerzos desplegados en Harvard en 1949 marcaron uno de los primeros usos significativos de las computadoras para analizar lo que entonces era un modelo matemático a gran escala.

Desde entonces, los investigadores de muchos otros campos han empleado computadoras para analizar modelos matemáticos. Debido a las masivas cantidades de datos involucrados,

por lo general, los modelos son *lineales*; esto es, se describen mediante *sistemas de ecuaciones lineales*.

1.2 Formulación del Problema

El problema de crear expresiones algebraicas a partir de un problema contextualizado o una situación sigue estando presente. Un problema más específico que se quiere abordar en este trabajo de investigación es que a partir de las dificultades existentes en el modelado de un sistema de ecuaciones lineales en estudiantes de 2^º de secundaria, que, de acuerdo a la SEP, a finales del ciclo de dicho nivel se empieza a tocar o ver el tema antes mencionado. Asimismo por el interés personal de involucrar en el trabajo una propuesta soportada de manera computacional, surgen las siguientes preguntas de investigación:

1.2.1 Preguntas de investigación

¿Cuál será el marco teórico apropiado que nos permita generar una propuesta de aprendizaje para abordar el problema de modelado y resolución de un sistema de ecuaciones lineales?

¿Qué parte de las TIC puede ser utilizada para crear actividades didácticas para el desarrollo del modelado de una situación contextual donde estén implicadas el uso de sistemas lineales de 2x2?

Para dar respuesta a tales preguntas, a continuación, se proponen los siguientes objetivos.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Crear, aplicar y comprobar las actividades didácticas con apoyo de las TIC que mejoren el aprendizaje del modelado o desarrollo de expresiones algebraicas de un sistema de ecuaciones lineales en estudiantes de 2^º de secundaria, bajo el eje rector del marco teórico apropiado.

1.3.2 Objetivos específicos

Para alcanzar el objetivo general pretendemos lograr los siguientes objetivos específicos:

- 1.- Estudiar y aplicar la teoría de Brousseau, el modelo 3UV y la teoría de Duval en las actividades a desarrollar.
2. Estudiar y aplicar que parte de las TIC es necesaria para realizar la transformación de la matemática abstracta a la matemática digital.
3. Diseñar, aplicar y analizar actividades didácticas que ayuden a consolidar los aprendizajes relacionados con la resolución de problemas que involucran a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables.
4. Analizar los resultados logrados por los estudiantes en las actividades didácticas.

1.4 Justificación de la Investigación

El alcance social de este trabajo de manera inicial es para la comunidad estudiantil de secundaria de Amozoc de Mota, una ciudad cabecera del municipio de Amozoc, en el estado de Puebla. Además, de que este tipo de recursos puede ser reutilizable y ampliado en una propuesta didáctica con mayores alcances a futuro. Cabe mencionar que hoy en día existen varias propuestas tecnológicas, que solo ofrecen un manejo de tipo operativo o algorítmico para resolver sistemas de ecuaciones de lineales de 2×2 , pero de manera escasa existen propuestas de actividades didácticas que promuevan el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales de 2×2 mediante un recurso tecnológico basado en una PC. Tomando en cuenta lo anterior, el recurso que se logre se pretende que sea una propuesta alterna que suscite el aprendizaje del tema en estudio.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

Síntesis del capítulo

En este capítulo se presenta la importancia de las ecuaciones lineales para la SEP, las bases teóricas de un sistema de ecuaciones de 2×2 , las posibles soluciones, que métodos o procedimientos hay para resolver un SEL. También se describe las teorías utilizadas en esta propuesta didáctica: Teorías de las situaciones didácticas (TSD) de Brousseau, el Modelo 3UV y la Teoría de Registro de Representaciones Semióticas de Duval y el uso de un Objeto de aprendizaje.

2.1. Importancia de las EL en el plan de estudios oficial de la SEP

De acuerdo a la SEP (2016) el aprendizaje de ecuaciones lineales lo adquiere en segundo grado de secundaria y hace referencia a los conocimientos previos:

El estudiante resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Los antecedentes indispensables o conocimientos previos son los siguientes:

El estudio de las ecuaciones continúa en este grado con el planteamiento y la resolución de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas (sistemas 2×2), a partir del análisis de problemas correspondientes a diversos contextos. Los antecedentes indispensables para abordar lo relacionado con este aprendizaje esperado forman parte del programa de 1er grado y son los siguientes:

1. Posibilidad de interpretación de la literal como una incógnita.

2. Comprender la relación entre el planteamiento y la solución de una ecuación lineal, y la resolución de un problema.
3. Destreza en la manipulación de la literal como número general en el proceso de resolución algebraica de ecuaciones lineales.
4. Habilidad para interpretar las literales en relación funcional y para graficar ecuaciones de rectas ($y = ax + b$) en el plano cartesiano.

Los sistemas de ecuaciones lineales que se estudian en este grado (2^o de secundaria) involucran la relación entre dos literales:

$$\begin{cases} y = ax + b \\ y = cx + d \end{cases}$$

Y la interpretación de esas literales como incógnitas. Lo anterior implica avanzar en la comprensión del concepto de igualdad, en la representación de la incógnita y en la noción de solución.

2.2. Bases Teóricas

En el marco teórico está compuesto por tres componentes principales, la parte matemática, la computacional o uso de las TIC y la didáctica de la matemática.

2.2.1 Sistema de ecuaciones lineales de 2x2

De acuerdo a Lay (2007), una ecuación lineal se describe de la siguiente manera:

Una ecuación lineal en las variables $x_1, \dots, x_n$ es una ecuación que puede escribirse de la forma

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b \quad (1)$$

Donde b y los coeficientes $a_1, \dots, a_n$ son números reales o complejos, por lo general conocidos.

El subíndice n puede ser cualquier entero positivo. En los problemas de la vida real, n puede ser igual a 50, 5000, o incluso a valores más grandes.

Las ecuaciones

$$4x_1 - 5x_2 + 2 = x_1 \quad \text{y} \quad x_2 = 2(\sqrt{6} - x_1) + x_3$$

Son ambas lineales porque pueden reordenarse algebraicamente como en la ecuación (1):

$$3x_1 - 5x_2 = -2 \quad \text{y} \quad 2x_1 + x_2 - x_3 = 2\sqrt{6}$$

Las ecuaciones

$$4x_1 - 5x_2 = x_1x_2 \quad \text{y} \quad x_2 = 2\sqrt{x_1} - 6$$

No son lineales debido a la presencia de x_1x_2 en la primera ecuación y $\sqrt{x_1}$ en la segunda.

Un sistema de ecuaciones lineales (o sistema lineal) es una colección de una o más ecuaciones lineales que involucran las mismas variables -digamos, $x_1, \dots, x_n$. Un ejemplo es

$$(2) \quad \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 1.5x_3 = 8 \\ x_1 - 4x_3 = -7 \end{cases}$$

Una solución del sistema es una lista $(s_1, s_2, \dots, s_n)$ de números que hacen de cada ecuación un enunciado verdadero cuando los valores $s_1, \dots, s_n$ sustituyen, respectivamente, a $x_1, \dots, x_n$. Por ejemplo, $(5, 6.5, 3)$ es una solución del sistema (2) porque, cuando estos valores sustituyen en (2) a x_1, x_2 y x_3 , respectivamente, las ecuaciones se simplifican a

$$8 = 8 \text{ y } -7 = -7.$$

El conjunto de todas las soluciones posibles se llama conjunto solución del sistema lineal. Se dice que dos sistemas lineales son equivalentes si tienen el mismo conjunto solución. Esto es, cada solución del primer sistema es una solución del segundo sistema, y cada solución del segundo sistema es una solución del primero.

Determinar el conjunto solución de un sistema de dos ecuaciones lineales resulta sencillo porque consiste en localizar la intersección de dos rectas. Un problema típico es

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 = -1 \\ -x_1 + 3x_2 = -7 \end{cases}$$

Las gráficas de estas ecuaciones son rectas, las cuales se denotan mediante ℓ_1 y ℓ_2 . Un par de números (x_1, x_2) satisface las dos ecuaciones de este sistema si, y sólo si, el punto (x_1, x_2)

pertenece tanto a ℓ_1 como a ℓ_2 . En el sistema anterior, la solución es el punto único $(3, 2)$, lo cual puede verificarse con facilidad. Vea la figura 2.2.1.1.

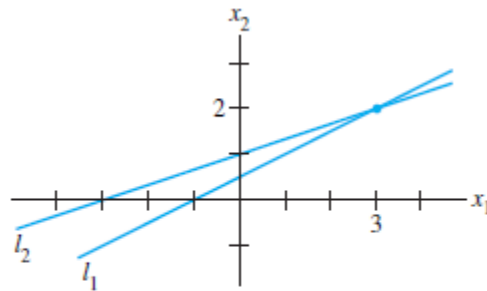


Figura 2.2.1.1 Exactamente una solución

Por supuesto, la intersección de dos rectas no debe darse necesariamente en un solo punto, las rectas pueden ser paralelas o coincidir y, por lo tanto, “intersecar” en todos los puntos sobre la recta. En la figura 2.2.1.2 se muestran las gráficas que corresponden a los siguientes sistemas:

$$(a) \begin{cases} x_1 - 2x_2 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x_1 - 2x_2 = -1 \\ -x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases}$$

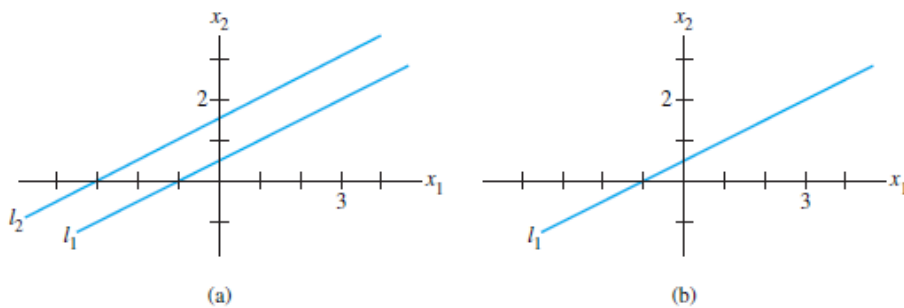


Figura 2.2.1.2 (a) Sin solución. (b) Con infinitud de soluciones

Las figuras 1 y 2 ilustran los siguientes hechos generales acerca de los sistemas lineales.

Un sistema de ecuaciones lineales puede:

1. tener exactamente una solución, o
2. no tener solución, o

3. tener una cantidad infinita de soluciones.

Para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones lineales 2×2 , se pueden utilizar varios métodos como:

Método gráfico, consiste en representar gráficamente las rectas que corresponden a las ecuaciones que forman el sistema. El punto de corte entre las dos rectas es la solución del sistema.

Método de sustitución, se realiza lo siguiente: se despeja una de las incógnitas en cualquiera de las dos ecuaciones, se reemplaza en la otra ecuación y se resuelve, se encuentra el valor de la otra incógnita reemplazando en cualquiera de las dos ecuaciones del sistema, se verifican las soluciones.

Método de igualación, se despeja la misma incógnita en las dos ecuaciones dadas, se igualan las dos expresiones obtenidas y se despeja la incógnita que queda, se determina el valor de la otra incógnita reemplazando en alguna de las ecuaciones despejadas, se verifican las soluciones.

Método de suma/resta, se combinan las ecuaciones del sistema con el fin de reducir las dos ecuaciones las dos ecuaciones del sistema a una sola, realizando los siguientes pasos: se multiplican los términos de una o ambas ecuaciones por números reales, de tal manera que los coeficientes de una de las incógnitas en las dos ecuaciones, se diferencie únicamente por el signo, se suman las ecuaciones de tal manera que se elimina una incógnita y se despeja la otra incógnita, la otra incógnita se calcula sustituyendo en una de las ecuaciones originales.

2.2.2 Didáctica de la matemática

Es el arte de concebir y de crear condiciones que pueden determinar el aprendizaje de un conocimiento matemático por parte del individuo. El aprendizaje se considera como un conjunto de cambios de comportamientos que señalan, a un observador predeterminado, según sujeto en juego, que este primer sujeto dispone de un conocimiento o de un conjunto de conocimientos, lo que implica la gestión de diversos registros de representación, la creación de convicciones específicas, el uso de diversos lenguajes, el dominio de un conjunto de referencias idóneas, de pruebas, de justificaciones y de obligaciones. Estas condiciones

deben poder ser puestas en acción y reproducidas intencionalmente. Se habla en este caso de prácticas didácticas.

Estas prácticas didácticas son también “condiciones” y por tanto, a su vez, objeto de estudio. La didáctica se presenta entonces como el estudio de tales convicciones, bajo forma de proyectos y de efectivas realizaciones.

Los estudios científicos -de tipo experimental- en este campo necesitan de la explicitación de conceptos y de métodos que deben ser sometidos a exigencias de verificación de la coherencia y de adecuación a la específica contingencia. Ciertas teorías, como por ejemplo la teoría de las situaciones didácticas, tienen por objeto evidenciar los aspectos que estudia la didáctica.

Entre los objetos de estudio de la didáctica, un papel absolutamente fundamental, pero en ocasiones subordinado, se le asigna al Milieu (ambiente, medio). D’Amore B. (2008).

2.2.2.1 Teoría de las situaciones didácticas (TSD) de Brousseau

Para la propuesta didáctica nos basamos en las “Teorías de las situaciones didácticas” elaborado por G. Brousseau. Al referirnos a las Situaciones didácticas debemos distinguir dos enfoques: uno tradicional y el otro el enfoque planteado por Brousseau, que adaptadas a las matemáticas deben ser “producir problemas o ejercicios que modelen situaciones cotidianas para ser resueltos por los alumnos”, pero además Brousseau nos dice que se puede aprender un concepto iniciando su estudio mediante el planteamiento de un problema por medio de una situación *contextualizada en el mundo real* que proporcione motivación al alumno para llegar a la solución de dicho problema (Panizza, 2004).

Hay que tener en cuenta que existen concepciones erróneas sobre lo que significa resolver un problema matemático. La mayoría de las veces los alumnos piensan o creen que es equivalente a resolver ejercicios rutinarios discutidos en clase, reproduciendo los algoritmos o procedimientos y explicaciones dadas por el profesor, por ejemplo resolver una ecuación de primer grado de la siguiente forma: $ax + b = cx + d$, donde se sigue un procedimiento para poder encontrar el valor de x que satisfaga la igualdad. Resolver un problema implica otro tipo de actividad mental de mayor exigencia, que debe estar orientada hacia una mayor participación del alumno en la búsqueda de la solución.

Para Brousseau, un problema es una situación que el profesor propone al alumno para hacerle adquirir un conocimiento nuevo, por lo que dicha situación se plantea al inicio de la clase o lección y es precisamente la solución a este problema el conocimiento que el docente quiere enseñar a los estudiantes. Sin embargo, estos no saben que van a aprender un concepto nuevo.

El papel del docente es de suma importancia en este tipo de metodología, pues toma un rol de guía mediador durante la solución del problema. De acuerdo a Brousseau, debe incentivar o motivar a que se construyan los conocimientos mediante las situaciones problemáticas planteadas para este fin.

Por lo que es muy importante que el docente elabore problemas interesantes y adecuados a los conocimientos de los estudiantes, que le permitan desarrollar aptitudes y facultades inventivas, que se sientan la responsables del reto para resolverlo y disfrutar la satisfacción que genera el encontrar, por sus propios medios, la solución.

Brousseau define como **situación a-didáctica** aquella en la cual se produce un aprendizaje por adaptación, sin la intermediación del profesor, es decir, el alumno debe de ser capaz de resolver la situación planteada con el bagaje de conocimientos que trae consigo y siendo capaz de desarrollar por sí mismo la adquisición de un nuevo concepto.

De esta teoría, propuesta por Brousseau, se considera únicamente para la propuesta didáctica el que se sientan responsables del reto que tienen para resolver la actividad planteada en la propuesta didáctica y la situación a-didáctica. Además, el problema no debe tener una solución inmediata, sino que debe hacer pensar al estudiante. Encontrar la solución requerirá poner en juego todas sus capacidades y conocimientos. Es ir más allá de resolver un ejercicio rutinario, es responder a la pregunta para qué y por qué resolver el problema. (Benítez S., Benítez L., 2013).

Aún pese a esto, Brousseau menciona, que no existen medios conocidos y suficientes para construir de manera automática saberes nuevos, ni mucho menos medios que funcionen

siempre y contra todo tipo de dificultades, refiriéndonos también a los diferentes estilos de aprendizaje.

2.2.2.2 Modelo 3UV

Para ubicar la problemática se decide tomar como referencia el Modelo 3UV (3 Usos de la variable) (Ursini *et al*, 2005), para que el estudiante pueda tener la capacidad o habilidad para reconocer cuantas incógnitas tiene un problema o planteamiento.

El Modelo 3UV, que “surge al analizar qué se requiere para resolver ejercicios y problemas típicos que aparecen en los textos escolares de álgebra” (Ursini *et al*, 2005, p.4), considera el carácter multifacético del concepto de variable y establece que se debe trabajar con tres usos: la incógnita específica, el número general y las variables en relación funcional (Ursini *et al*, 2005).

A continuación se presenta los tres usos de la variable de acuerdo al modelo 3UV.

La incógnita. Trabajar de manera exitosa requiere que el alumno que sea capaz de:

I₁ Reconocer e identificar en una situación problemática la presencia de algo desconocido, que debe ser determinado considerando las restricciones del problema.

I₂ Interpretar los símbolos que aparecen en una ecuación como la representación de valores específicos.

I₃ Sustituir la variable por el valor o los valores que hacen de la ecuación un enunciado verdadero.

I₄ Determinar la cantidad desconocida que aparece en ecuaciones o problemas, realizando operaciones algebraicas o aritméticas.

I₅ Simbolizar las cantidades desconocidas identificadas en una situación específica y utilizarlas para plantear ecuaciones.

En la propuesta didáctica únicamente se usa la variable como incógnita, más específicamente I₁, I₃, I₄ e I₅.

El número general. Requiere que el alumno que sea capaz de:

G₁ Reconocer patrones, percibir reglas y métodos en secuencias y en familias de problemas.

G₂ Interpretar un símbolo como la representación de una entidad general indeterminada que puede asumir cualquier valor.

G₃ Deducir reglas y métodos generales en secuencias y familias de problemas.

G₄ Manipular (simplificar, desarrollar) la variable simbólica.

G₅ Simbolizar enunciados, reglas o métodos generales.

Las variables en relación funcional. Exigen capacidades para:

F₁ Reconocer la correspondencia entre las variables relacionadas, independientemente de la representación utilizada.

F₂ Determinar los valores de la variable dependiente, dados los valores de la variable independiente.

F₃ Determinar los valores de la variable independiente, dados los valores de la variable dependiente.

F₄ Reconocer la variación conjunta de las variables involucradas en una relación funcional.

F₅ Determinar el intervalo de variación de una de las variables, dado el intervalo de variación de la otra.

F₆ Simbolizar la relación funcional, basada en el análisis de los datos de un problema.

2.2.2.3 Teoría de Registro de Representaciones Semióticas de Duval

También nos basamos en la “Teoría de las representaciones semióticas de los objetos matemáticos”. Por ello, se hace referencia con mucha frecuencia a “objetos matemáticos” más que a “conceptos matemáticos”, dado que en matemáticas, se estudian “*preferentemente objetos más que conceptos*” (D’Amore, 2009, p. 152). Se considera que los objetos matemáticos son elementos que se usan en matemáticas; pueden ser aritméticos, geométricos, estadísticos, etc. Cuando se estudian las matemáticas “*se introduce a los estudiantes en un mundo nuevo, tanto conceptual como simbólico, sobre todo representativo*” (D’Amore, 2009, p. 156).

“En matemáticas, la adquisición conceptual de un objeto pasa necesariamente a través de la adquisición de una o más representaciones semióticas. Lo dice por primera vez Duval, proponiendo la problemática de los registros” (D’Amore, 2009, p. 156).

Las representaciones semióticas juegan un papel primordial en la enseñanza de las matemáticas, ya que son las representaciones las que permiten el acceso a los objetos matemáticos, considerando que las matemáticas, a diferencia de otras ciencias, están contenidas de **objetos no tangibles**. *“la actividad matemática se realiza necesariamente en un contexto de representación”.*

Desde los años 70 los estudios en didáctica de las matemáticas han tenido un desarrollo importante, debido al gran aumento de la enseñanza secundaria y a la reforma de los contenidos. Las cuestiones relativas a los contenidos y la elaboración de los programas han abierto campos de investigación específicos. Por lo que surgen preguntas como: ¿qué tipos de problemas seleccionar para desarrollar el interés de los alumnos y favorecer la adquisición de conocimientos matemáticos?, ¿cómo organizar la secuencia de actividades en clase?, o ¿cómo organizar una progresión de los aprendizajes en el currículo?, han llevado a tomar mucha importancia los problemas con que los profesores se encuentran en sus clases, tendencia que se ha visto reforzada por el desafío institucional de la formación del profesorado.

De acuerdo al estudio o investigación, paralelamente el interés por los alumnos ha seguido sobre todo dos direcciones. Por una parte se ha tratado de explicar sus dificultades de comprensión, esto es los “errores conceptuales”, relativos a cada uno de los conceptos introducidos. Por otra parte ha crecido también el interés por las “producciones” de los alumnos en situaciones de colaboración o de intercambio para resolver problemas, con objeto de explorar escenarios de aprendizaje que sean reproducibles en las clases. Hay una tercera línea de investigación que cuestiona sobre el tipo de funcionamiento cognitivo que requiere la actividad y el pensamiento matemático y que se plantea dos cuestiones esenciales: ¿El funcionamiento del pensamiento matemático, es independiente del lenguaje y de otros sistemas de representación semióticos utilizados?, ¿el pensamiento funciona en matemáticas de la misma manera que en otros dominios de conocimiento?

Respondiendo a la primera pregunta se afirma la independencia de la conceptualización con relación a toda actividad semiótica, la cual no sería más que externa y por tanto secundaria.

La respuesta a la segunda pregunta parece evidente: por una parte Piaget ha elaborado un modelo de construcción intelectual que es el mismo, ¡cualquiera que sea la naturaleza de los conceptos!; por otra parte se insiste siempre en lo que es común a las matemáticas y a otros dominios de conocimiento científico y en la aplicación de las matemáticas a la realidad, motivando esta insistencia. Debido al alto grado de consenso de estas respuestas, no se ha planteado la forma en que funciona el pensamiento que se requiere en matemáticas, en el que el profesor debería introducir o aplicar a los alumnos.

Sin embargo, observaciones sistemáticas y recurrentes muestran que estas dos cuestiones están en el centro de las dificultades que los alumnos encuentran en su aprendizaje de las matemáticas y llevan a conclusiones opuestas a las respuestas comúnmente postuladas en la mayoría de las investigaciones en didáctica de las matemáticas. Cuando se analiza cualquier actividad matemática se debe distinguir en primer lugar dos clases de transformaciones de representaciones semióticas: **la conversión y el tratamiento. En esta propuesta didáctica se utilizará únicamente la conversión.**

En este ejemplo sencillo que se presenta a continuación (figura 2.2.2.3.1), hay un único cambio de representación en la conversión, mientras que en el tratamiento hay una secuencia de varias transformaciones.

Pero muy a menudo la conversión y el tratamiento están totalmente entrelazados en el mismo proceso matemático de resolución. En este ejemplo, la conversión parece fácil porque se reduce a una simple codificación.

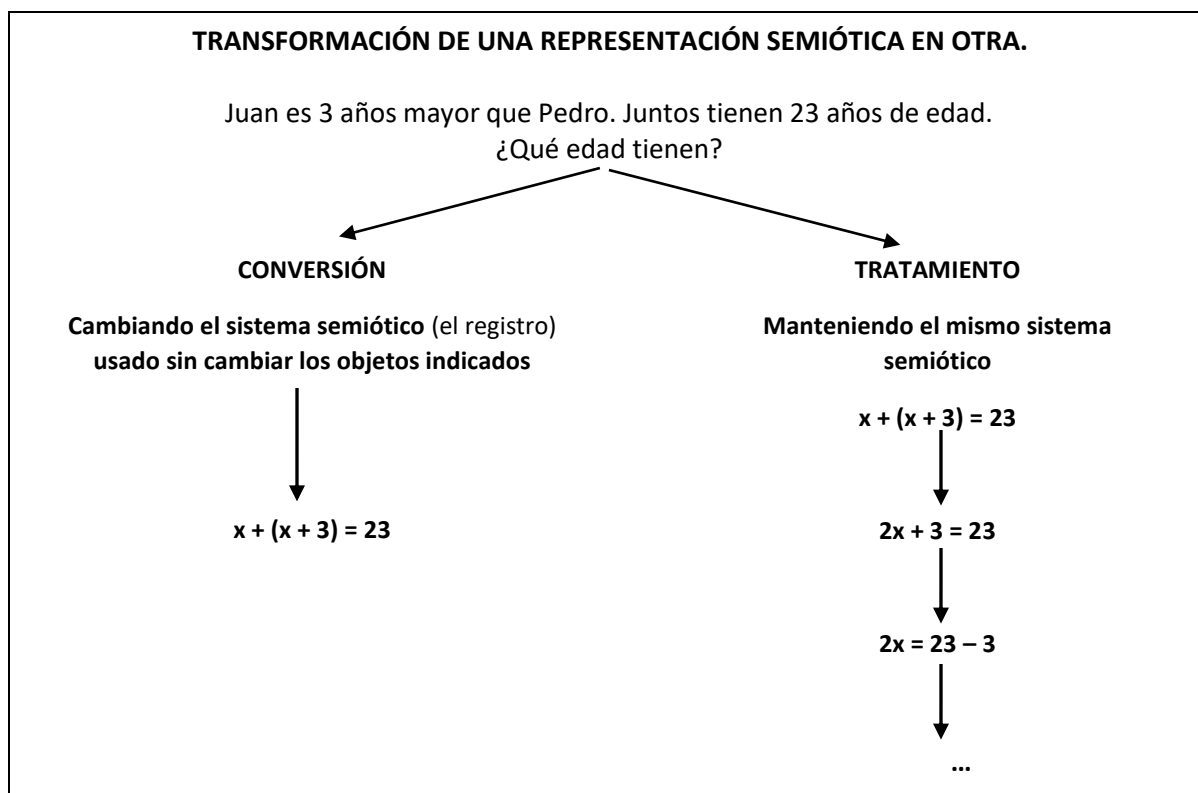


Figura 2.2.2.3.1 Los dos procesos cognitivos fundamentales del pensamiento

Precisamente en esta parte de la transformación, esto es, que el estudiante cambie de una representación semiótica a otra es donde radica una gran dificultad para que el modelado matemático, como se ve observa en el ejemplo, el enunciado “Juan es 3 años mayor que Pedro. Juntos tienen 23 años de edad. ¿Qué edad tienen?” hay que transformarlo en una expresión algebraica que represente esa situación: $x + (x + 3) = 23$. Este ejemplo, como se comentó anteriormente es de alguna manera sencillo. (Duval R., 2006).

2.2.3 Uso de las TIC en Educación Matemática

Las oportunidades pedagógicas derivadas del uso de las TIC son amplias y diversas.

Para tal situación ha surgido una propuesta de organización de información bajo la entidad conocida como Objeto de Aprendizaje (OA). Para Wiley (2001), **uno de los precursores de este concepto**, dichas entidades son elementos de un nuevo tipo de instrucción basada en la computadora y fundamentada en el paradigma computacional de "orientación al objeto"; se valora la creación de componentes que pueden ser reutilizados en múltiples contextos.

Un paso más en la evolución de la transmisión del conocimiento es la **aparición de los objetos de aprendizaje**: se trata de materiales de soporte digital y carácter educativo diseñados y creados en pequeñas unidades con el propósito de poder reutilizarse en sucesivas sesiones de aprendizaje.

Las características de un objeto de aprendizaje podrían resumirse en que su contenido será educativo, deberá ser reutilizable, modificable, interactivo, con formatos y caracterización estandarizados y granularidad variable (susceptible de contener más o menos componentes). López, E. J., Cámara, M. L., Mendivil, M., Valdez, L., Gutiérrez, H., Ávila, L., Arrollo, R. P. (2013).

Las fases para desarrollar un objeto de aprendizaje (OA) se puede observar en la tabla 2.2.3.1. Aunque no es necesario que se lleven todas a cabo.

Tabla 2.2.3.1 Fases para desarrollar un objeto de aprendizaje

FASES	ACTIVIDADES
ANÁLISIS	Análisis del perfil del aprendiz y análisis del problema. Búsqueda de objetos de aprendizaje que se ajusten los objetivos educativos. Análisis del entorno. Mantener el metadato.
DISEÑO	Análisis de la tarea y del contenido. Identificar la estructura de los objetos de aprendizaje. Establecer la secuencia de la instrucción. Categorizar y especificar los objetos de aprendizaje.

	Mantener el metadato en el diseño del contenido. Modelar al usuario para diseñar la interfaz de los objetos de aprendizaje. Análisis de la tarea del usuario. Encontrar una metáfora. Diseño del “look” de la interfaz y del “feel” de la interfaz. Desarrollar prototipo y evaluar. Mantener el metadato en el diseño de la interfaz.
IMPLEMENTACIÓN	Seleccionar la estrategia para integrar los objetos de aprendizaje en un producto. Seleccionar el modo de entrega más adecuado. Crear un plan de gestión. Ejecutar el producto con la estrategia de entrega seleccionada. Hacer seguimiento del progreso.
EVALUACIÓN	Llevar a cabo una evaluación formativa. Llevar a cabo una evaluación sumativa.

A continuación se presenta un ejemplo de un objeto de aprendizaje (ver figura 2.2.3.1) para la enseñanza de las matemáticas.

Figura 2.2.3.1. Objeto de aprendizaje (OA)

2.2.4 Técnicas e Instrumentos de Recolección de Datos

La recolección de datos se genera de manera automática, ya que la aplicación cuenta con bases de datos. Al inicio de la actividad lo primero que realiza el estudiante es registrarse y conforme el estudiante va realizando la actividad se va alimentando las bases de datos (BDs) con todo su historial de respuestas. Una vez realizadas las pruebas por el grupo de estudiantes, se accede a las BDs para hacer una exportación de datos a Excel y con las herramientas que cuenta se realizan las tablas y gráficas requeridas para su análisis.

CAPÍTULO 3

Marco Metodológico

Síntesis del capítulo

En este capítulo se presenta la metodología que se utilizó en el trabajo de investigación y las diferentes fases de desarrollo de la propuesta didáctica.

3.1. Nivel de Investigación

La investigación experimental es un proceso que consiste en someter a un objeto o grupo de individuos, a determinadas condiciones, estímulos o tratamiento (variable independiente), para observar los efectos o reacciones que se producen (variable dependiente).

En cuanto al nivel, la investigación experimental es netamente explicativa, por cuanto su propósito es demostrar que los cambios en la variable dependiente fueron causados por la variable independiente. Es decir, se pretende establecer con precisión una relación causa-efecto.

La investigación experimental se caracteriza fundamentalmente, por la manipulación y control de las variables o condiciones, que ejerce el investigador durante el experimento. Arias, F. (2006)

Este trabajo de investigación está basado en un enfoque mixto. Según Hernández-Sampieri, et al. (2014), los métodos mixtos se han ido consolidando como un tercer enfoque de investigación en todos los campos. Bajo este enfoque se pueden utilizar variadas fuentes de información y tipos de datos; de manera que, se puede realizar una interpretación derivada de los datos cualitativos y cuantitativos recabados, así como de su análisis.

Aunque se mezclan ambos enfoques, esta investigación se centra principalmente en el enfoque cuantitativo; y en un menor grado, se utiliza el enfoque cualitativo.

3.2. Diseño, desarrollo y aplicación de la Investigación

Hernández-Sampieri, et al. (2014) explican que una investigación mixta “implica un trabajo único y un diseño propio, por lo que resulta una tarea más artesanal que los propios diseños cualitativos” (p. 545). Sin embargo, en los estudios mixtos se han descrito modelos generales que combinan ambos enfoques; y que orientan la creación de un diseño particular. “Así el investigador elige un diseño mixto general y luego desarrolla un diseño específico para su estudio” (p. 545).

El diseño mixto específico utilizado es el “*Diseño anidado concurrente de modelo dominante*” (Hernández-Sampieri, et al., 2014, p. 559). En esta investigación tiene mayor prioridad el enfoque cuantitativo. Los datos cuantitativos y cualitativos recogidos, en los instrumentos aplicados y los objetos de aprendizaje durante las cuatro primeras fases, fueron analizados desde la primera hasta la cuarta fase. El propósito central de integrar los datos cuantitativos y cualitativos en el diseño de una propuesta didáctica basada en un recurso computacional que apoye a los estudiantes en el modelado de un sistema de ecuaciones de 2×2 . Ambos enfoques se integraron desde el momento en que se inició la recolección de los datos durante la primera fase.

A nivel cuantitativo, esta investigación se corresponde con un diseño pre-experimental denominado “diseño de preprueba/posprueba con un solo grupo” (Hernández-Sampieri, et al., 2014, p. 141). Este estudio, básicamente, constituye un preámbulo para un experimento con un mayor número de participantes.

El experimento consistió en aplicar un prediagnóstico, a una muestra de 26 estudiantes de un grupo de segundo año de secundaria, mediante una prueba implementada en la aplicación de la propuesta didáctica (ver anexo 1). Como parte de esta investigación, se comparó los rendimientos del estudiante antes y después de realizar el tratamiento didáctico. Además, se quiso determinar y describir algunas de las dificultades que se han podido minimizar con respecto al modelado de un sistema de ecuaciones a partir de una situación contextual.

3.2.1 Primera fase: Diagnóstico preliminar

Específicamente, esta investigación se inició de modo inductivo y exploratorio. Durante la primera fase del estudio, se aplicó una prueba de conocimientos previos a una muestra de 26

estudiantes de tercer año de secundaria, con el fin de explorar las dificultades que se evidencian en los errores de sus respuestas en la prueba aplicada. Las preguntas se refieren a contenidos previos para abordar el tema de sistemas lineales de 2×2 . Entre las preguntas que se realizaron están involucrados los temas de manipulación algebraica, formular una expresión a partir de un modelo geométrico, resolver una ecuación de primer grado. La última versión de este instrumento de conocimientos previos fue validado de acuerdo a (Hernández-Sampieri, et al., 2014, p. 208) la consulta a maestros que están familiarizados con el tema de sistema de ecuaciones. La intención en esta fase exploratoria fue observar las dificultad por parte de los estudiantes.

Se detectaron varios tipos de errores en las soluciones dadas por los estudiantes a estos ítems. El enfoque en esta prueba fue cuantitativo. En el capítulo 5 se realizó el análisis de los resultados del prediagnóstico.

3.2.2 Segunda fase: Propuesta didáctica

Los resultados obtenidos en la primera fase permitieron orientar la investigación hacia la creación de una propuesta didáctica mediante tecnología digital basado en una computadora y una aplicación o programa creada con el lenguaje de programación Visual C# para ambiente Windows siendo el objetivo principal que ayude a disminuir las dificultades descritas en el capítulo 1 y promueva el aprendizaje en el modelado de un sistema de ecuaciones de 2×2 . Considerando las dificultades y los resultados en el prediagnóstico se diseñó una aplicación para PC interactiva en la que el estudiante pueda aprender y tenga retroalimentación o ayuda en caso de tener alguna respuesta errónea y pueda lograr dar una respuesta de manera correcta. La idea fundamental es desarrollar una propuesta de aprendizaje dividida en varios niveles de aprendizaje, por cuestiones de tiempo se presenta únicamente el nivel básico en el cual se realiza una valoración sobre el aprovechamiento de los estudiantes al termino de las actividades. El cual inicialmente fue puesto a prueba con un grupo reducido de estudiantes de nivel secundaria, con el fin de realizarle ajustes antes de la puesta en práctica con un grupo habitual, según los propósitos de esta investigación.

3.2.3 Tercera fase: Puesta en práctica

Esta fase corresponde con la puesta en práctica de la propuesta didáctica. La propuesta didáctica se llevó a cabo en un ambiente de laboratorio de computadoras, en el que

participaron 26 alumnos en total. Como introducción, se dió una explicación a los estudiantes del funcionamiento de la propuesta didáctica y como interactuar con ella. Para determinar el desempeño del estudiante, la aplicación va registrando en un archivo de texto todo el historial de sus respuestas, para que posteriormente se puedan analizar dichas respuestas y también la aplicación tiene la capacidad de calcular su calificación en la actividad que esté realizando. Cuantitativamente se determinó que, si un estudiante alcanzaba un porcentaje mayor o igual al 85%, podía pasar a la siguiente actividad, de no lograrlo, continuaba con una actividad similar. También se obtuvo la calificación de desempeño individual de la actividad realizada. A nivel cualitativo, se pudo analizar las respuestas erróneas extraídas del historial de la actividad y poder observar a que tipo de dificultad correspondía.

3.2.4 Cuarta fase: Comparación del desempeño

En esta fase se comparó el desempeño de los alumnos entre la prueba diagnóstica y la actividad del nivel básico a nivel cuantitativo. También se obtuvieron posibles explicaciones de los errores presentados por los estudiantes en la propuesta didáctica. Se contabilizó el número de veces que se presentan algunos de los errores más frecuentes. Se hizo una comparación por medio de gráficas de barras del desempeño de los estudiantes entre la prueba de conocimientos previos contra la actividad nivel básico. El análisis de resultados se presenta con detalle en el capítulo 5.

CAPÍTULO 4

LAB SEL: Una alternativa didáctica

Síntesis del capítulo

En este capítulo se describe los diferentes componentes de la propuesta didáctica, el objeto de aprendizaje principal y su descripción. También se explica una actividad completa.

4.1 Descripción de los componentes de la Propuesta Didáctica (PD)

Se presenta la interfaz (Objeto de aprendizaje OA) principal o de inicio en la figura 4.1 de la propuesta didáctica (PD) y se describen las diferentes opciones.

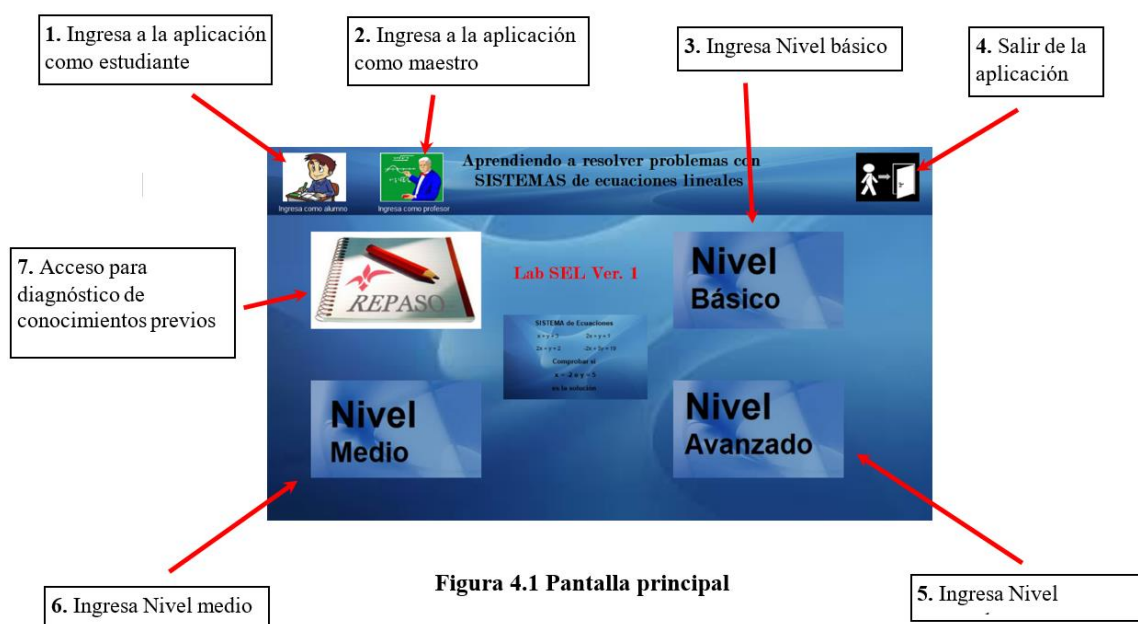


Figura 4.1 Pantalla principal

Para que el estudiante pueda acceder a las diferentes opciones de la PD el primer paso es que se registre si es la primera vez e ingrese con su nombre de usuario y contraseña, para los detalles del registro ver Anexo 1, una vez una que haya ingresado, se activa la opción de Repaso para que realice la prueba de conocimientos previos, los detalles de este diagnóstico se encuentran en el Anexo 1. Una vez que haya terminado la prueba de conocimientos previos, se activa el icono de Nivel básico, que se explicará en el siguiente apartado. Cabe

hacer mención que en esta propuesta didáctica únicamente está implementado hasta el Nivel Básico y dentro de este nivel se tiene disponible el método empírico para la solución de un sistema de ecuaciones, dejando pendiente para otro momento desarrollar los niveles faltantes.

4.2 Descripción de cada nivel de la PD

Como se mencionó anteriormente solo se dispone del Nivel básico y actividades para el método empírico que a continuación se describe.

1. Nivel Básico. Una vez que se le da “click” en el ícono de Nivel Básico aparece la imagen que se observa en la figura 4.2.1. En este nivel el estudiante empieza con actividades que tienen un grado de dificultad muy bajo y está dividido en cinco temas, “Método empírico”, “Método de igualación”, “Método de suma/resta”, “Método de sustitución” y “Método gráfico”, cuando es la primera vez que se despliegan estas opciones el estudiante podrá observar que solo tiene disponible el Método empírico y conforme vaya avanzando se irán habilitando paulatinamente.



Figura 4.2.1

Al darle “Click” en “Método empírico” se despliega la pantalla que se observa en la figura 4.2.2, siendo este objeto de aprendizaje el principal ya que es donde el estudiante realiza las actividades de la propuesta didáctica.

A continuación se describen los diferentes componentes del objeto de aprendizaje:

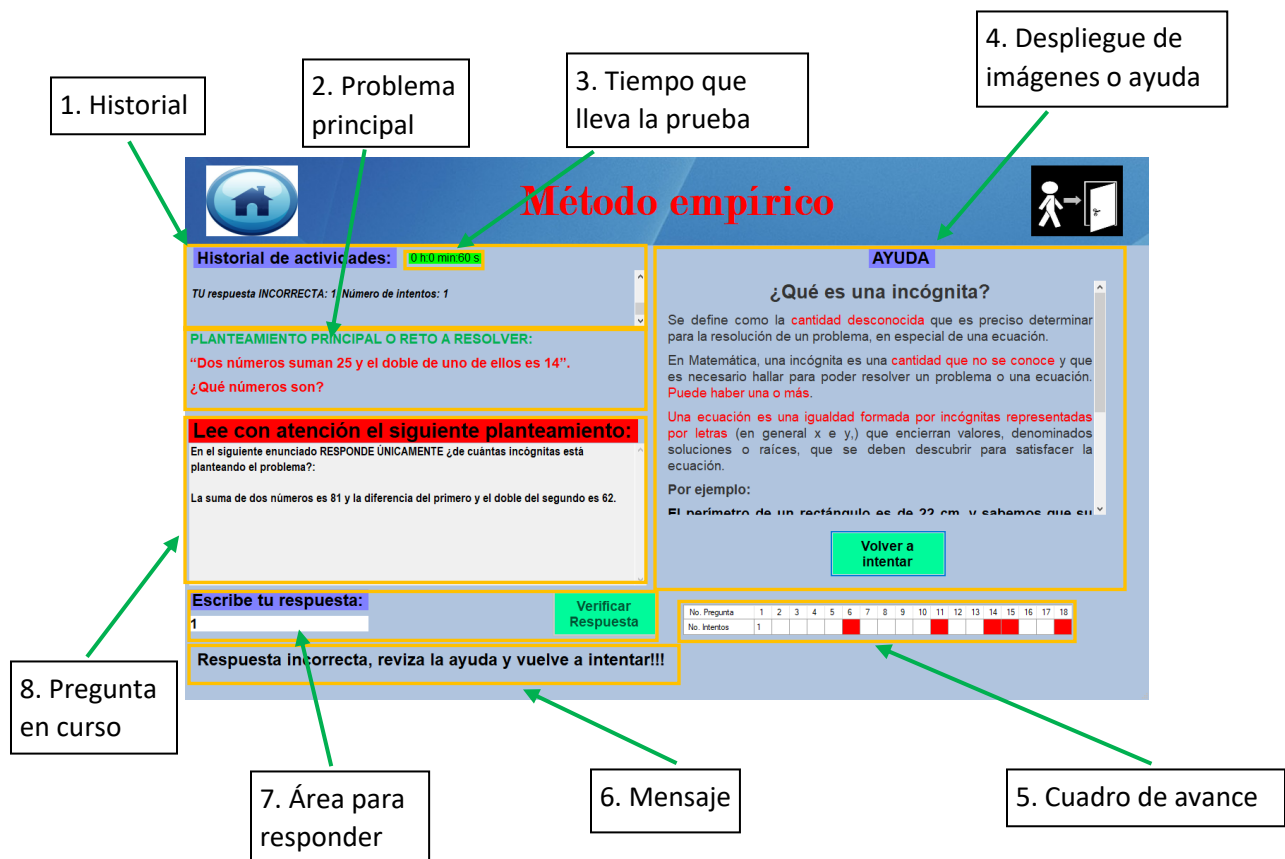
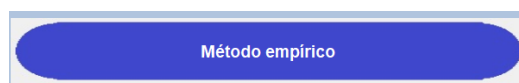


Figura 4.2.2 Área de trabajo del estudiante

1. Historial, en esta parte de la pantalla se va desplegando el historial de las respuestas que va dando el estudiante, pudiendo revisar en cualquier momento que fue respondiendo.
2. Problema principal, en esta sección se despliegan todo el tiempo que dura la actividad el problema central que se desea resolver.
3. Tiempo que lleva la prueba, este tiempo una vez que se termina la actividad se registra en el historial de actividades, almacenándose en un archivo de texto.
4. Despliegue de imagen o ayuda, en esta parte de la pantalla se despliega una imagen si así lo requiere la pregunta o en caso de responder de manera incorrecta se proporciona ayuda para que se pueda guiar al alumno en su respuesta.

5. Cuadro de avance, en este cuadro se va desplegando la información del número de intentos por respuesta o si la pregunta es clave, de esta manera el alumno puede ver en que pregunta va y como se va desempeñando en la actividad.
6. Mensaje, en esta área de la pantalla se despliega si la respuesta fue correcta o incorrecta, aunque también se puede consultar en el historial.
7. Área para responder, en esta parte de la pantalla es donde el estudiante escribe su respuesta, es importante mencionar que se evitó hasta donde sea posible las respuestas de opción múltiple, por ejemplo en el primer problema de actividad 1 solo una pregunta es de opción múltiple.
8. Pregunta en curso, y por último en esta sección se va desplegando las instrucciones o preguntas que tiene que responder el estudiante.

Método empírico: Ahora se describe y explica con detalle las actividades que realiza el estudiante en esta parte de la propuesta didáctica.



En esta actividad el estudiante trabaja con los temas de: Reconocer el número de incógnitas en un problema, posibles soluciones de una ecuación, en estos dos temas se utiliza el **modelo 3UV donde únicamente se usa la variable como incógnita, más específicamente I_1 , I_3 , I_4 e I_5 como se describe en el apartado 2.2.2.2.** Transferencia de un enunciado en una expresión algebraica, cuando se analiza cualquier actividad matemática se debe distinguir en primer lugar dos clases de transformaciones de representaciones semióticas: **la conversión y el tratamiento. En esta propuesta didáctica se utilizará únicamente la conversión**, y por último la solución de manera empírica o a prueba y error de un problema que se plantea desde un inicio de la actividad.

De la Teoría de las situaciones didácticas (TSD) de Brousseau, se considera únicamente para la propuesta didáctica el que se sientan responsables del reto que tienen para resolver la actividad planteada en la propuesta didáctica, esta parte de la TSD se aplica a todos los temas, además de que en todo el desarrollo el estudiante está en una situación a-didáctica.

Una vez que se ingresa en esta actividad aparece la imagen que se observa en la figura 4.2.3, en la que el estudiante le da “click” en el botón de “Inicia”, se despliega la imagen en la figura 4.2.4:

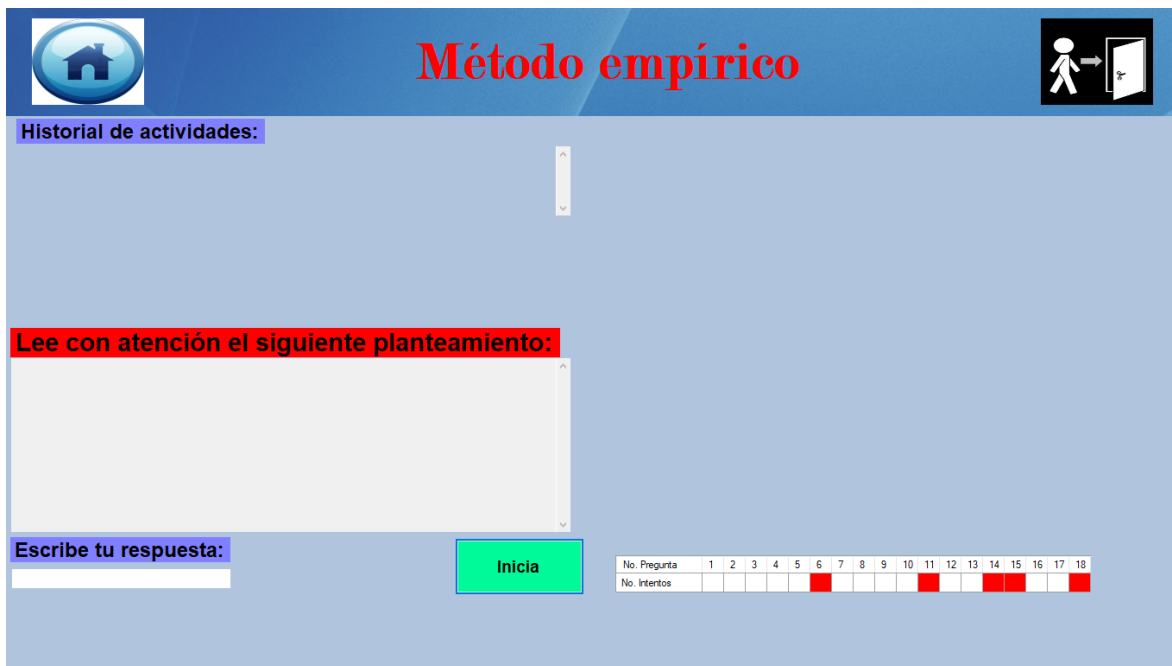


Figura 4.2.3



Figura 4.2.4

En la figura 4.2.4 se le pide al estudiante que lea con atención y que responda únicamente lo que se le pide, en caso de responder erróneamente como se observa en la figura 4.2.5

Método empírico

Historial de actividades: 0 h 0 min 25 s

TU respuesta INCORRECTA: $a+b=x$. Número de intentos: 1

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:

"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:

En el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:

La suma de dos números es 81 y la diferencia del primero y el doble del segundo es 62.

Escribe tu respuesta:

$a+b=x$

Verificar Respuesta

Respuesta incorrecta, revisa la ayuda y vuelve a intentar!!!

AYUDA

¿Qué es una incógnita?

Se define como la **cantidad desconocida** que es preciso determinar para la resolución de un problema, en especial de una ecuación.

En Matemática, una incógnita es una **cantidad que no se conoce** y que es necesario hallar para poder resolver un problema o una ecuación. Puede haber una o más.

Una ecuación es una igualdad formada por incógnitas representadas por letras (en general x e y .) que encierran valores, denominados soluciones o raíces, que se deben descubrir para satisfacer la ecuación.

Por ejemplo:
El perímetro de un rectángulo es de 22 cm. y sabemos que su

Volver a intentar

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	1																	

Figura 4.2.5

Aparece una "Ayuda" para que le pueda guiar y contestar de manera correcta y una vez que le da "click" en el botón de "Volver a intentar" aparece nuevamente la imagen de la figura 4.2.4 y si contesta correctamente aparece la imagen de la figura 4.2.6

Método empírico

Historial de actividades: 0 h 4 min 18 s

TU respuesta CORRECTA: 2
Número de intentos: 2. Calificación: 0 + 0.75. Acumulada: 0.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:

"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:

Escribe tu respuesta:

Siguiente

Respuesta CORRECTA

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2																	

Figura 4.2.6

Como se puede observar en el cuadro de avance, figura 4.2.7, en número de intentos de la pregunta 1 es 2

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2																	

Figura 4.2.7

Esta misma dinámica se sigue hasta la pregunta 5 con la intención de que el estudiante pueda reconocer la cantidad de incógnitas que aparecen en dichas preguntas que a continuación se ilustran en la figura 4.2.8 a la figura 4.2.11



Método empírico



Historial de actividades: 0 h 5 min 10 s
 TU respuesta CORRECTA: 2
 Número de intentos: 2. Calificación: 0 + 0.75. Acumulada: 0.75

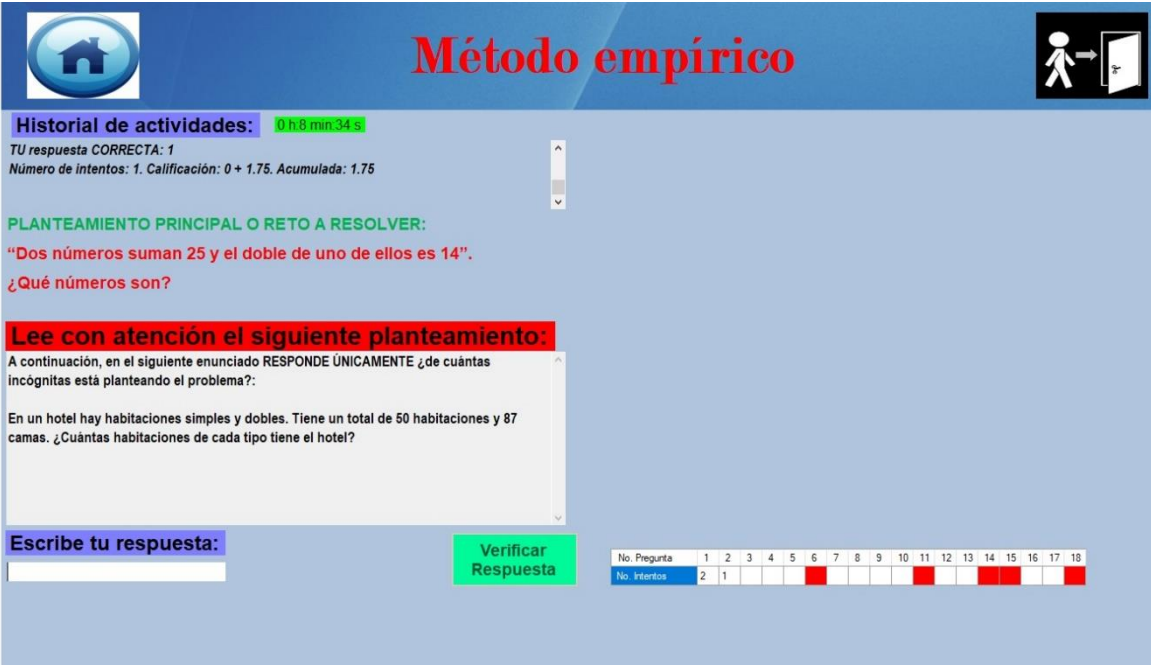
PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 “Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”.
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 Ahora en el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:
 La suma de un número natural y el siguiente es 13.

Escribe tu respuesta:
Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2																	

Pregunta 2. Figura 4.2.8



Método empírico

Historial de actividades: 0 h 8 min 34 s

TU respuesta CORRECTA: 1
Número de intentos: 1. Calificación: 0 + 1.75. Acumulada: 1.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
A continuación, en el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:
En un hotel hay habitaciones simples y dobles. Tiene un total de 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones de cada tipo tiene el hotel?

Escribe tu respuesta:

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1																

Pregunta 3. Figura 4.2.9



Método empírico

Historial de actividades: 0 h 10 min 26 s

TU respuesta CORRECTA: 2
Número de intentos: 1. Calificación: 0 + 2.75. Acumulada: 2.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
¿Qué números son?

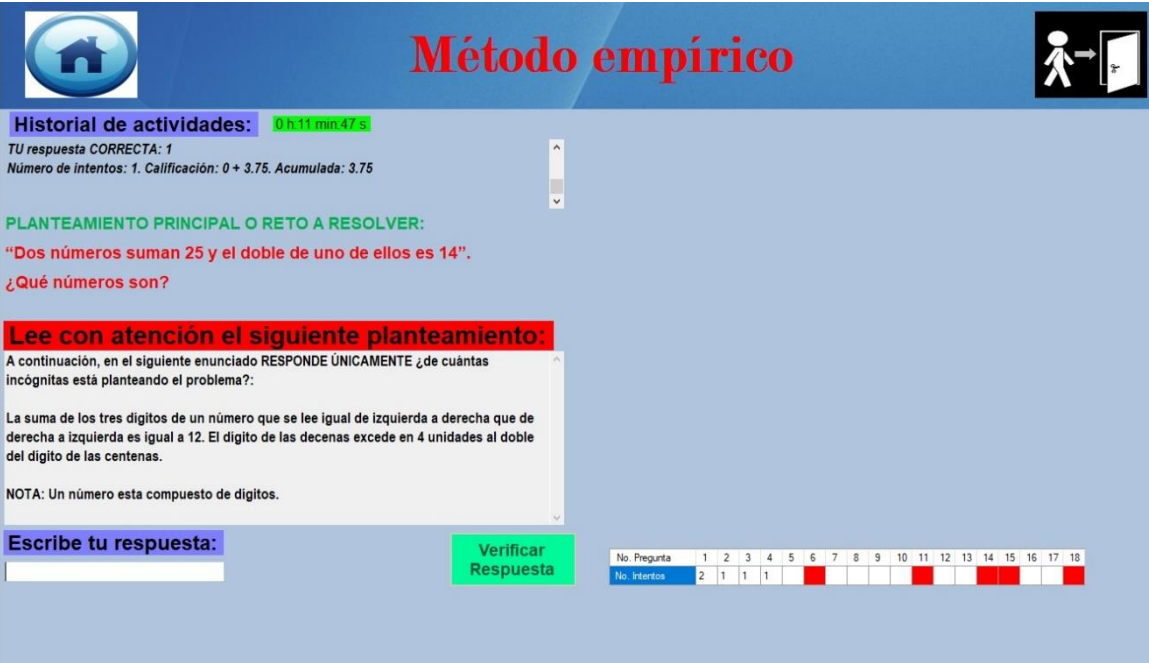
Lee con atención el siguiente planteamiento:
A continuación, en el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:
La suma de un número con su mitad es igual a 45.

Escribe tu respuesta:

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1															

Pregunta 4. Figura 4.2.10



Método empírico

Historial de actividades: 0 h:11 min:47 s

TU respuesta CORRECTA: 1
Número de intentos: 1. Calificación: 0 + 3.75. Acumulada: 3.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
A continuación, en el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:
La suma de los tres dígitos de un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda es igual a 12. El dígito de las decenas excede en 4 unidades al doble del dígito de las centenas.
NOTA: Un número está compuesto de dígitos.

Escribe tu respuesta:

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1														

Pregunta 5. Figura 4.2.11

Una vez que contesta de manera correcta la pregunta 5, figura 4.2.12, se puede observar en el cuadro de avance, que la pregunta 6, el recuadro de "No. intentos" está de color rojo, esto



Método empírico

Historial de actividades: 0 h:12 min:45 s

TU respuesta CORRECTA: 3
Número de intentos: 1. Calificación: 0 + 4.75. Acumulada: 4.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:

Escribe tu respuesta:

Siguiente

Respuesta CORRECTA

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1													

Figura 4.2.12

significa que la pregunta 6 es una pregunta clave directamente involucrada con el planteamiento principal o reto a resolver, figura 4.2.13:

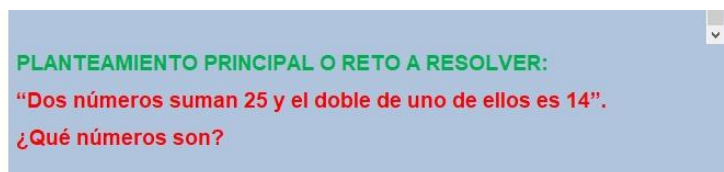


Figura 4.2.13

Dicho planteamiento principal o reto a resolver se despliega todo el tiempo que dura la actividad, figura 4.2.14:

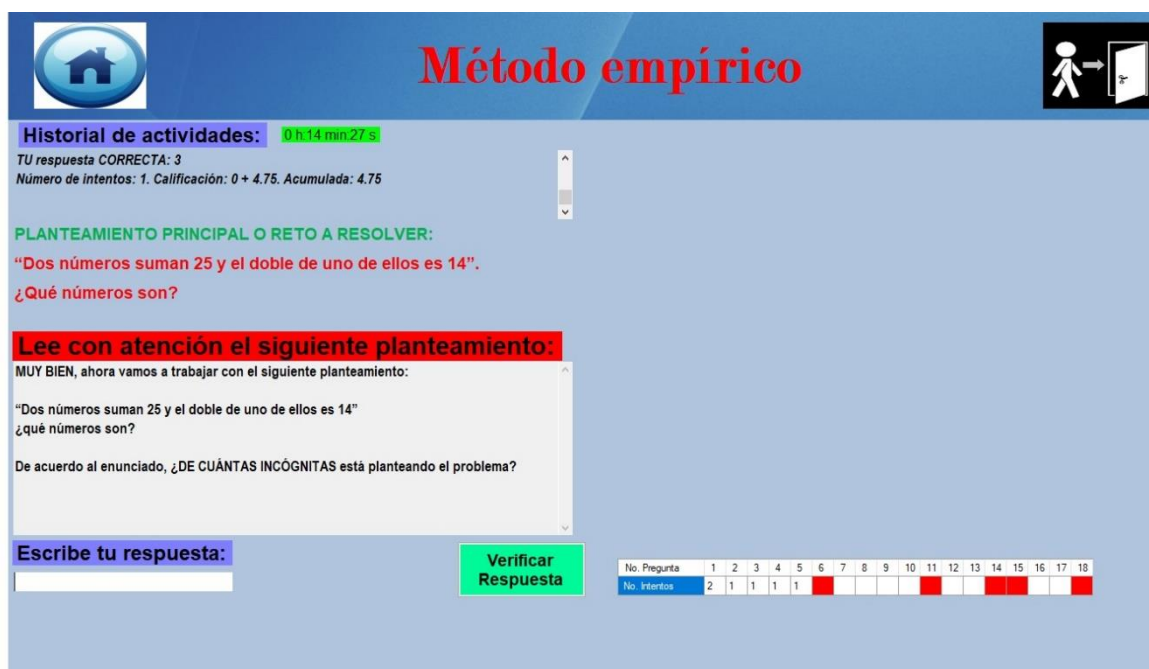


Figura 4.2.14

Una vez que se responde correctamente la pregunta 6, se despliega la pregunta 7, figura 4.2.15



Método empírico

Historial de actividades: 0 h 3 min 25 s
 TU respuesta CORRECTA: 2
 Número de intentos: 1. Calificación: 2 + 4.75. Acumulada: 6.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 "Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 ESCRIBE DOS NÚMEROS Y UNA OPERACIÓN ARITMÉTICA (por ejemplo $3 + 4$ o $10 - 3$) para que se cumpla lo que plantea la frase:
 "Dos números suman 25"

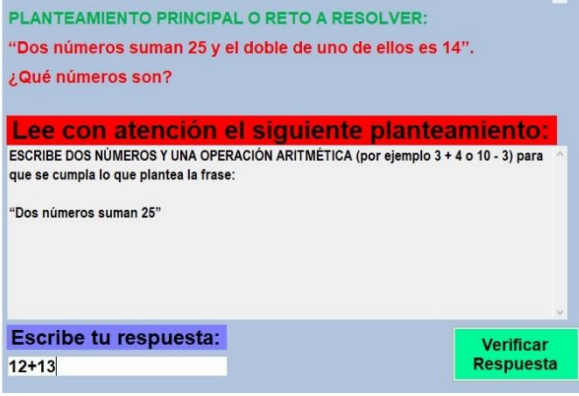
Escribe tu respuesta:

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1												

Pregunta 7. Figura 4.2.15

Una vez que contesta de manera correcta, figura 4.2.16, se sigue con una dinámica similar hasta la pregunta 10, figura 4.2.17 a la figura 4.2.19



PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 "Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 ESCRIBE DOS NÚMEROS Y UNA OPERACIÓN ARITMÉTICA (por ejemplo $3 + 4$ o $10 - 3$) para que se cumpla lo que plantea la frase:
 "Dos números suman 25"

Escribe tu respuesta:

Verificar Respuesta

Figura 4.2.16



Método empírico

Historial de actividades: 0 h 10 min 61 s
 TU respuesta CORRECTA: 12+13
 Número de intentos: 1. Calificación: 2 + 5.75. Acumulada: 7.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 "Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 Ahora escribe DOS NÚMEROS DIFERENTES a los anteriores para que se cumpla lo que plantea la frase:
 "Dos números suman 25"

Escribe tu respuesta:
 10+15

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1											

Pregunta 8. Figura 4.2.17



Método empírico

Historial de actividades: 0 h 15 min 30 s
 TU respuesta CORRECTA: 10+15
 Número de intentos: 1. Calificación: 2 + 6.75. Acumulada: 8.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 "Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 Si uno de los números es 9.8, ¿cuánto sería el otro número para que se cumpla lo que plantea la frase?:
 "Dos números suman 25"

Escribe tu respuesta:
 15.2

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1										

Pregunta 9. Figura 4.2.18



Método empírico

Historial de actividades: 0 h 23 min 50 s

TU respuesta CORRECTA: 15.2

Número de intentos: 1. Calificación: 2 + 7.75. Acumulada: 9.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:

"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".

¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:

Y si ahora uno de los números es 45, ¿cuánto sería el otro número para que se cumpla lo que plantea la frase?:

"Dos números suman 25"

Escribe tu respuesta:

-20

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Pregunta 10. Figura 4.2.19

Y nuevamente, como se comentó anteriormente, la pregunta 11 es una pregunta clave para el planteamiento principal o reto a resolver, figura 4.2.20



Método empírico

Historial de actividades: 0 h 25 min 18 s

TU respuesta CORRECTA: -20

Número de intentos: 1. Calificación: 2 + 8.75. Acumulada: 10.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:

"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".

¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:

De acuerdo a tus respuestas anteriores, ¿cuántos pares de números más podrán cumplir con lo que plantea la frase?:

"Dos números suman 25"

a) 5 pares de números más

b) Ya no hay más opciones

c) Una infinidad de pares de números

d) Un par de números más

Escribe tu respuesta:

c

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Pregunta 11. Figura 4.2.20

En caso de no contestar correctamente aparece una “Ayuda” como se explicó en la pregunta 1. De lo contrario continua la actividad con la pregunta 12 y 13, figuras 4.2.21 y 4.2.22 respectivamente:

Método empírico

Historial de actividades: 0 h 6 min 17 s
 TU respuesta CORRECTA: c
 Número de intentos: 1. Calificación: 4 + 8.75. Acumulada: 12.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 “Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”.
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 Ahora, escribe una ECUACIÓN ALGEBRAICA que plantee la frase:
 “La diferencia de dos números es 24”

Escribe tu respuesta:

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Pregunta 12. Figura 4.2.21

Método empírico

Historial de actividades: 0 h 6 min 20 s
 TU respuesta CORRECTA: a-b=24
 Número de intentos: 1. Calificación: 4 + 9.75. Acumulada: 13.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 “Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”.
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 Muy bien, ahora escribe una ECUACIÓN ALGEBRAICA que plantee la frase:
 “Un número cualquiera incrementado en 7 unidades es igual a 20”

Escribe tu respuesta:

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Pregunta 13. Figura 4.2.22

Y de la misma manera la pregunta 14 y 15, figura 4.2.23 y 24 respectivamente, están ligados al planteamiento principal:

Método empírico

Historial de actividades: 0 h:11 min:7 s

TU respuesta CORRECTA: $x+y=20$
 Número de intentos: 1. Calificación: 4 + 10.75. Acumulada: 14.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 “Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”.
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 Recordando el enunciado inicial:
 “Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”
 ¿qué números son?
 Escribe una ECUACIÓN ALGEBRAICA que plantee la frase:
 “Dos números suman 25”

Escribe tu respuesta:
 $x+y=25$

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Pregunta 14. Figura 4.2.23

Método empírico

Historial de actividades: 0 h:12 min:22 s

TU respuesta CORRECTA: $x+y=25$
 Número de intentos: 1. Calificación: 6 + 10.75. Acumulada: 16.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 “Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”.
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 Recordando el enunciado inicial:
 “Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”
 ¿qué números son?
 Ahora escribe una ECUACIÓN ALGEBRAICA que plantee la frase:
 “el doble de uno de ellos es 14”

Escribe tu respuesta:
 $2x=14$

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Pregunta 15. Figura 4.2.24

Y por último se tienen las preguntas 16 y 17, figura 4.2.25 y 26 respectivamente:



Método empírico

Historial de actividades: 0 h:34 min:32 s

TU respuesta CORRECTA: $2x=14$
 Número de intentos: 1. Calificación: 7 + 10.25. Acumulada: 17.25

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 "Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 Utiliza el método de prueba y error para encontrar el valor de la incógnita para que se cumpla lo que plantea la siguiente ecuación:
 $2x+3=9$ ¿cuál es el valor de x?

Escribe tu respuesta: 4

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2

Pregunta 16. Figura 4.2.25



Método empírico

Historial de actividades: 0 h:41 min:41 s

TU respuesta CORRECTA: 3
 Número de intentos: 3. Calificación: 7 + 10.75. Acumulada: 17.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 "Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
 Utiliza el método de prueba y error para encontrar el valor de la incógnita para que se cumpla lo que plantea el siguiente enunciado:
 "El triple de un número da como resultado 21. Cuya expresión algebraica es:
 $3y=21$ ¿cuál es el valor de y?"

Escribe tu respuesta: 7

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2

Pregunta 17. Figura 4.2.26

Y para finalizar la actividad se tiene la pregunta 18, figura 4.2.27

Método empírico

Historial de actividades: 0 h 44 min 13 s

TU respuesta CORRECTA: 7
Número de intentos: 1. Calificación: 7 + 11.75. Acumulada: 18.75

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:
"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14"
¿qué números son?
Utiliza el método de prueba y error para encontrar los valores de las incógnitas para que se cumplan lo que plantea el problema.
NOTA: Tu sistema de ecuaciones que generaste es:
 $x+y=25$
 $2x=14$

Escribe tu respuesta:
x = 7 y = 18

Verificar Respuesta

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	1

Pregunta 18. Figura 4.2.27

En caso de responder de manera correcta la última pregunta se visualiza una recapitulación y si pasó a la siguiente actividad como se puede observar en las figuras 4.2.28 a la figura 4.2.30

Método empírico

Historial de actividades: 00 h : 48 min : 35 s

Tiempo transcurrido en la actividad: 00 h : 48 min : 35 s

Calificación Muy buena!! PASAS A LA SIGUIENTE ACTIVIDAD

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
"Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:

Escribe tu respuesta:

Calificación Muy buena!! PASAS A LA SIGUIENTE ACTIVIDAD

¡MUY BIEN!

Terminaste la actividad!!!!

Puedes analizar en el Historial de actividades, si es que tuviste errores y como fuiste corrigiendo para que paulatinamente vayas mejorando.

Recapitulación

El objetivo de esta actividad fue que de acuerdo al siguiente enunciado:

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	1

Figura 4.2.28



Método empírico

Historial de actividades: 00 h : 48 min : 35 s
 Tiempo transcurrido en la actividad: 00 h : 48 min : 35 s
 Calificación Muy buena!! PASAS A LA SIGUIENTE ACTIVIDAD

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 "Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:

Recapitulación
 El objetivo de esta actividad fue que de acuerdo al siguiente enunciado:
 "Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14"
 ¿qué números son?
 Puedes escribir las ecuaciones que representan al problema, la primera fue:
 $x+y=25$ que representa al texto: Dos números suman 25.
 la segunda ecuación es: $2x=14$ que representa al texto: el doble de uno de ellos es 14. Pudo haber sido también $2y=14$.
 Por último se pidió que lo resolvieras a prueba y error y tus resultados fueron $x=7$ y $y=18$.

Escribe tu respuesta:

Calificación Muy buena!! PASAS A LA SIGUIENTE ACTIVIDAD

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	1	1	1	1

Figura 4.2.29



Método empírico

Historial de actividades: 00 h : 48 min : 35 s
 Tiempo transcurrido en la actividad: 00 h : 48 min : 35 s
 Calificación Muy buena!! PASAS A LA SIGUIENTE ACTIVIDAD

PLANTEAMIENTO PRINCIPAL O RETO A RESOLVER:
 "Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14".
 ¿Qué números son?

Lee con atención el siguiente planteamiento:

Por último se pidió que lo resolvieras a prueba y error y tus resultados fueron $x=7$ y $y=18$. Comprobando se tiene:

$x+y=25$ reemplazando valores: $7+18=25$
 $25=25$
 $2x=14$ reemplazando valores: $2(7)=14$
 $14=14$.

De acuerdo al número de intentos en cada respuesta **tu desempeño fue muy bueno**, recuerda que en el historial de actividades están tus respuestas para que si gustas las puedes analizar.

Escribe tu respuesta:

Calificación Muy buena!! PASAS A LA SIGUIENTE ACTIVIDAD

No. Pregunta	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
No. Intentos	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	1	1	1	1

Figura 4.2.30

En el caso de no obtener la calificación de aprobación y le da “click” en el ícono para salir de esta pantalla, figura 4.2.31



Figura 4.2.31

Le aparece al estudiante el menú de la figura 4.2.1 y al ingresar va a realizar una actividad similar a la que se presentó. Caso contrario, esto es si aprobó la actividad como se observa en la imagen de la figura 4.2.28, al darle “click” en el icono de salir, aparece el menú de Nivel Básico pero con la opción de “Método de igualación” activado, figura 4.2.32



Figura 4.2.32

Como se mencionó al inicio de este apartado, se describió una actividad completa para el método empírico o método a prueba y error para dar solución a un sistema de ecuaciones.

CAPÍTULO 5

Análisis e interpretación de los resultados.

Síntesis del capítulo

En este capítulo se presenta el análisis de los datos recolectados desde el diagnóstico preliminar hasta la prueba final, también se ilustran e interpretan las gráficas generadas.

5.1 Análisis del diagnóstico preliminar

Para el diagnóstico preliminar o conocimientos previos se realizó una prueba que consiste en 15 preguntas repartidas en 6 temas.

En el tema 1 que consta de 2 preguntas se evaluaron los siguientes conceptos: Suma, resta y multiplicación con números enteros y fracciones positivas y negativas. Jerarquizar las operaciones para encontrar expresiones equivalentes. De acuerdo a los resultados se observa cierta dificultad en la jerarquía de operaciones con un 38 % de respuestas incorrectas.

En el tema 2 el concepto a evaluar es la adición y sustracción de polinomios y consta de una pregunta, el cuál presenta una dificultad o problema para los alumnos muy fuerte ya que hubo un 65 % de respuestas erróneas.

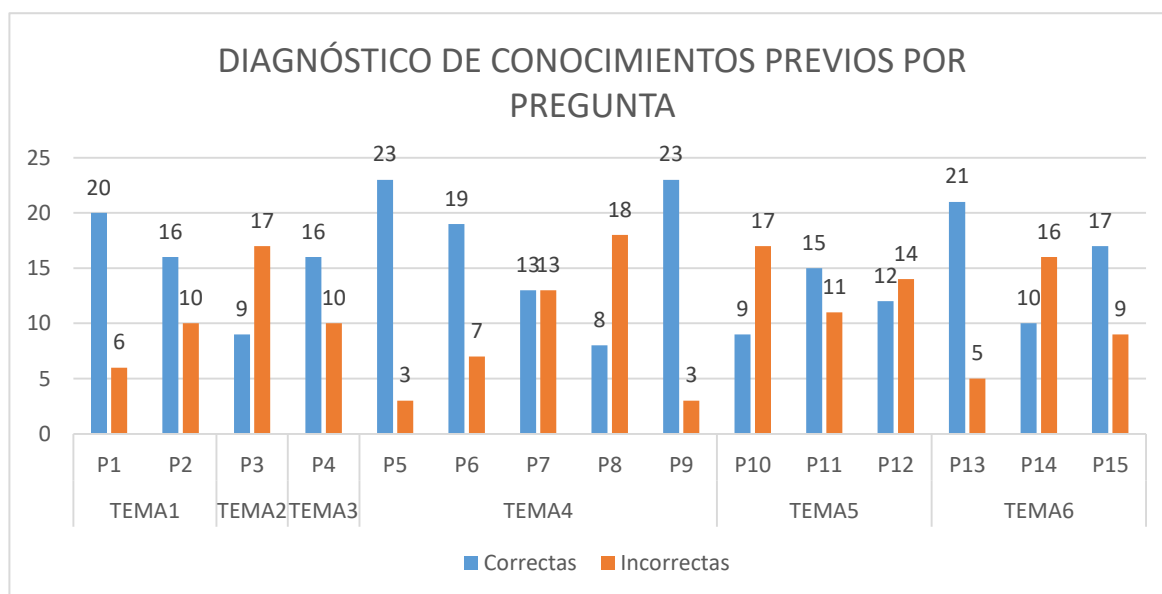
En el tema 3 también lo constituye una sola pregunta y toca el tema de escribir una expresión algebraica a partir de una figura geométrica, el resultado de respuestas incorrectas no fue muy elevado siendo del 38 %.

En el tema 4, se realizaron 5 preguntas para abordar el modelado algebraico y resolver una ecuación de primer grado, con las preguntas 5 y 6 no hubo mucha dificultad siendo el 11.5 % y el 27 % de respuestas incorrectas respectivamente. Las preguntas 7 y 8 presentaron una mayor dificultad para los alumnos, el 50 % respondieron de manera incorrecta a la pregunta 7 y el 70 % con respecto a la pregunta 8 y por último la pregunta 9 no se presentó una dificultad considerable siendo el 11 % de respuestas incorrectas.

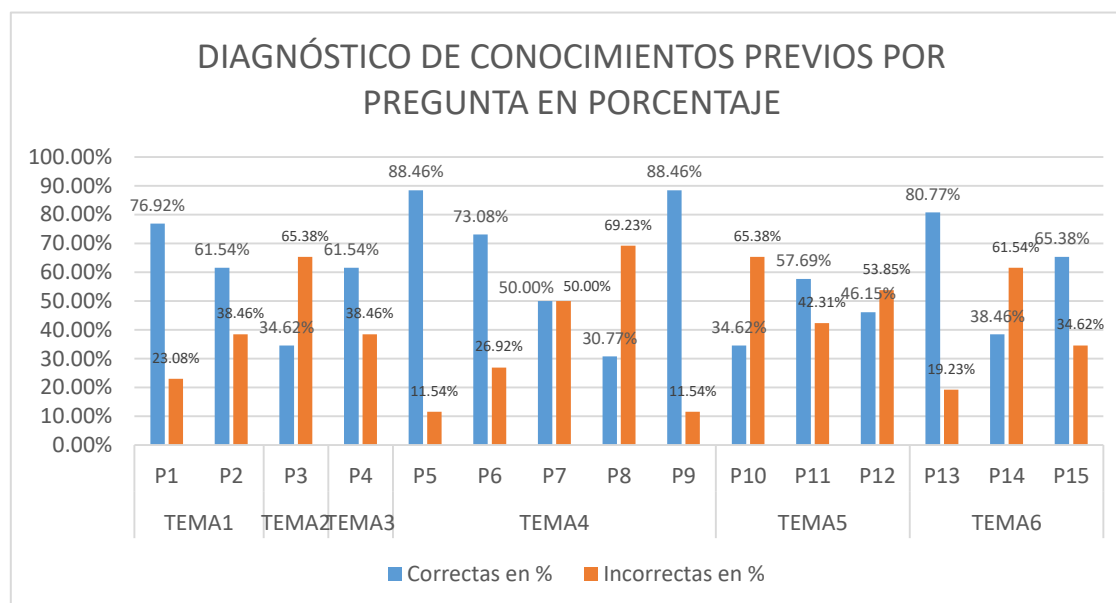
En el tema 5, se verificó la comprensión del uso de las literales en diferentes contextos con 3 preguntas, la pregunta 10 tuvo mayor dificultad para responder con un 65 % de respuestas erróneas, las respuestas 11 y 12 presentaron un poco menos de dificultad con un 42 % y un 53 % de respuestas incorrectas respectivamente.

En el tema 6, se verificó el conocimiento de gráficas y funciones con 3 preguntas, en la pregunta 13 no hubo mucha dificultad con el 19 % de respuestas equivocadas, con respecto a la pregunta 14 si hubo una dificultad considerable con el 62 % de respuestas erróneas y finalmente la pregunta 15 tuvo una mediana dificultad con el 34 % de respuestas equivocadas.

En las gráficas 5.1.1.y 5.1.2 se pueden observar que las preguntas que los alumnos tuvieron mayor dificultad para responder fueron la pregunta 3, 7, 8, 10, 12 y 14



Gráfica 5.1.1



Gráfica 5.1.2

5.2 Análisis de la información de la aplicación de la propuesta didáctica

Antes de realizar el análisis de resultados se hizo una lista de los errores más comunes en el modelado algebraico, para poder clasificar las respuestas erróneas que dieron los estudiantes.

Lista de los errores más comunes en el modelado matemático:

Error	Descripción del error
E1	Errores del álgebra que tienen su origen en la aritmética. Rojano, T. (1988)
E2	Dificultades en la resolución de ecuaciones de primer grado en la manipulación algebraica y aritmética. Sánchez (2014).
E3	Dificultades en estudiantes de secundaria para la comprensión de la variable. Andrade (1998).
E4	Dificultades en estudiantes de secundaria, al aprender el tema de resolución de problemas algebraicos modelados mediante ecuaciones lineales con una incógnita. Chavarría (2014).

E5	Dificultades para construir una expresión algebraica. Osorio (S/F).
E6	Dificultades y errores que presentan los alumnos en la construcción del lenguaje algebraico. Osorio (S/F).
E7	Dificultades en el dominio del simbolismo algebraico. Fernández-Millán, E., Molina, M., (2016).
E8	Dificultades en la lectura y comprensión en enunciados. Rico, L. (1993).
E9	Dificultades para resolver un problema cuyo modelo matemático resulte un sistema de ecuaciones, debido a que se le da importancia a la parte algorítmica. (Mineduc, 2009) y Díaz (2010).

Esta actividad de nivel básico consta de 18 preguntas:

De la pregunta 1 a la 6 el concepto que se manejó fue de reconocer en un enunciado de cuántas incógnitas se está planteando en el problema y las dificultades o errores que se presentaron fueron E3 y E8, por ejemplo en la pregunta 1 algunos alumnos trataron de resolver el problema, más sin embargo en el planteamiento está escrito con mayúsculas lo que únicamente tiene que responder y otros no supieron identificar de cuántas incógnitas plantea el problema.

De la pregunta 7 a la 10 el concepto a tratar fue tránsito de lenguaje natural a una expresión aritmética, las dificultades que se presentaron fueron E1 y E8, los errores presentados por los alumnos fueron aritméticos y también está muy presente el E7 (Lectura y comprensión). Se puede observar que en la pregunta 8 no hubo errores, esto es debido a que captaron bien donde se estaban equivocando en la pregunta 7 y pudieron corregir o responder de manera correcta la pregunta 8, aunque otra vez se hace presente el E8 en la pregunta 9 y 10 debido a que hubo un cambio en el planteamiento de la pregunta lo cual causó confusión.

En la pregunta 11 el concepto que se trató fue la sustitución formal y a su vez también una generalización del problema planteado, también si el alumno sabe cuántas soluciones puede tener una ecuación de primer grado con dos incógnitas, los errores que se presentaron fueron E3 y E8.

En las preguntas 12, 13, 14 y 15 el concepto que se manejo fue modelado algebraico, tránsito del lenguaje natural a una expresión algebraica, transformación de una representación semiótica en otra, siendo este un tema importante para la propuesta didáctica de este

proyecto. Los errores que se presentaron fueron E5, E6, E7 y E8, se puede observar en las respuestas de los estudiantes que realmente es un tema que se les dificulta bastante.

En las preguntas 16 y 17 hacen referencia al tema de resolución de ecuaciones de primer grado, en estas preguntas se manifiesta el E2 y por último en la pregunta 18 el tema es la resolución de un sistema de ecuaciones de manera empírica o a prueba y error, en esta pregunta no hubo mucha dificultad, por lo que el E9 en esta actividad no fue considerable.

A continuación se presentan las preguntas tal cual se le plantearon al estudiante en la actividad de la propuesta didáctica, cabe aclarar que en la parte de “**Respuestas erróneas de los estudiantes:**” las respuestas están separadas por una coma.

Preguntas de la actividad 1 y respuestas erróneas de los estudiantes

Pregunta 1:

En el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:

La suma de dos números es 81 y la diferencia del primero y el doble del segundo es 62.

Respuestas erróneas de los estudiantes:

3, 9, 40+41, 9, 80+1, 9, 1, 4, 9+9, 9+62, 9+9

Pregunta 2:

Ahora en el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:

La suma de un número natural y el siguiente es 13.

Respuestas erróneas de los estudiantes:

3, 3, 5, 12, 13, $x+y=13$, $x+y=c$, $x+y=13$, $x+y=1$, 7y18, 2, $x+y=3$, $x+y=13$, $x+y=1$, 2, 8+5, 2, 2, 2, 2, 2, 2, 3, 4, 2, 2, 2

Pregunta 3:

A continuación, en el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:

En un hotel hay habitaciones simples y dobles. Tiene un total de 50 habitaciones y 87 camas. ¿Cuántas habitaciones de cada tipo tiene el hotel?

Respuestas erróneas de los estudiantes:

4, 4, 1, 3, 4, 3, 4, 3, 25y25, 25y25, 1

Pregunta 4:

A continuación, en el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:

La suma de un número con su mitad es igual a 45.

Respuestas erróneas de los estudiantes:

2, 2, 2, 2, 3, 2, 3

Pregunta 5:

A continuación, en el siguiente enunciado RESPONDE ÚNICAMENTE ¿de cuántas incógnitas está planteando el problema?:

La suma de los tres dígitos de un número que se lee igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda es igual a 12. El dígito de las decenas excede en 4 unidades al doble del dígito de las centenas.

NOTA: Un número esta compuesto de dígitos.

Respuestas erróneas de los estudiantes:

1, 2, 2, 2, 1, 2, 2, 1

Pregunta 6:

MUY BIEN, ahora vamos a trabajar con el siguiente planteamiento:

“Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”

¿qué números son?

De acuerdo al enunciado, ¿DE CUÁNTAS INCÓGNITAS está planteando el problema?

Respuestas erróneas de los estudiantes:

1, 1

Pregunta 7:

ESCRIBE DOS NÚMEROS Y UNA OPERACIÓN ARITMÉTICA (por ejemplo $3 + 4$ o $10 - 3$) para que se cumpla lo que plantea la frase:

“Dos números suman 25”

Respuestas erróneas de los estudiantes:

$10+15$, $30-15$, $10+5$, $3+4$, $13+14$, $3+4$, 12 , $10+12$, $(12.5+12.5)$ o $(30-5)$

Pregunta 8:

Ahora escribe DOS NÚMEROS DIFERENTES a los anteriores para que se cumpla lo que plantea la frase:

“Dos números suman 25”

Respuestas erróneas de los estudiantes:

No hubo respuestas erróneas.

Pregunta 9:

Si uno de los números es 9.8, ¿cuánto sería el otro número para que se cumpla lo que plantea la frase?:

“Dos números suman 25”

Respuestas erróneas de los estudiantes:

$9.8+15.2$, 15 , 20.2 , $15+$, 15.8 , $9.8+15.2$, $x+y=25$, $x+y=25$, $15.2+9.8=25$, 24.2 , 21.2 , 20.2 , $9.8+15.2$, 15 , 15

Pregunta 10:

Y si ahora uno de los números es 45, ¿cuánto sería el otro número para que se cumpla lo que plantea la frase?:

“Dos números suman 25”

Respuestas erróneas de los estudiantes:

20 , 20 , 20 , 20 , $20+25$, 20 , 20 , $20+25$, 20 , 20 , 20 , $45-20$, $45-20$, 25 , 20 , 20 , 15 , $20+25$, 20

Pregunta 11:

De acuerdo a tus respuestas anteriores, ¿cuántos pares de números más podrán cumplir con lo que plantea la frase?:

“Dos números suman 25”

- a) 5 pares de números más
- b) Ya no hay más opciones
- c) Una infinidad de pares de números
- d) Un par de números más

Respuestas erróneas de los estudiantes:

a, b, a, b, a, b, a, d, b, b, b, a, b

Pregunta 12:

Ahora, escribe una ECUACIÓN ALGEBRAICA que plantee la frase:

“La diferencia de dos números es 24”

Respuestas erróneas de los estudiantes:

30-6, $x+y=24$, $y-x$, $y-x$, $x+y$, $x+y=24$, $x+y=24$, $c+b=24$, $x+y=24$, $x+y=24$, $x-x=24$, 26-2, 14+10, $b-x$, $y-x$, $y+x=24$

Pregunta 13:

Muy bien, ahora escribe una ECUACIÓN ALGEBRAICA que plantee la frase:

“Un número cualquiera incrementado en 7 unidades es igual a 20”

Respuestas erróneas de los estudiantes:

$x+7$, $x7=20$, $x*7=20$, $10+7$, $9+7$, $x+y=20$, $c+7=14$, $10+7$, $20+7$, $1+7$, 2.8, 13, $x*7=20$, $x*7=20$, $x*7=20$, $10+7$, 2.9, 2.857, 2.8571428571, 13, $7+x=20$, 13, $x+7$

Pregunta 14:

Recordando el enunciado inicial:

“Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”

¿qué números son?

Escribe una ECUACIÓN ALGEBRAICA que plantee la frase:

“Dos números suman 25”

Respuestas erróneas de los estudiantes:

20+5, 12+13, 2y=14, x, x, ., x, 7, 7, 7, 12+13, 7+18, 10+15, 25-x=14, 12+13, 2, x+14=25

Pregunta 15:

“Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”

¿qué números son?

Ahora escribe una ECUACIÓN ALGEBRAICA que plantee la frase:

“el doble de uno de ellos es 14”

Respuestas erróneas de los estudiantes:

(14/2)+y=25, x+(14/2)=25, x+7=14, x+y=14, 25+14=x, y2=14, y2=14, x2=14, x+y=25, x+y=25, x+y=25, x=25, x=25, x=25, y2=14, x+y=7, x+y=14, 2x, x+y=2x, 2x=25, x2=14, 2a=14, 2b, x*2=14, x+2=14, 2x=24, 2b=1

Pregunta 16:

Utiliza el método de prueba y error para encontrar el valor de la incógnita para que se cumpla lo que plantea la siguiente ecuación:

“2x+3=9” ¿cuál es el valor de x?

Respuestas erróneas de los estudiantes:

4, 7, 6, 9, (2*6)+3, 5, 2, 5, 6, 6

Pregunta 17:

Utiliza el método de prueba y error para encontrar el valor de la incógnita para que se cumpla lo que plantea el siguiente enunciado:

“El triple de un número da como resultado 21. Cuya expresión algebraica es:

3y=21 ¿cuál es el valor de y?”

Respuestas erróneas de los estudiantes:**3, 3****Pregunta 18:**

“Dos números suman 25 y el doble de uno de ellos es 14”

¿qué números son?

Utiliza el método de prueba y error para encontrar los valores de las incógnitas para que se cumplan lo que plantea el problema.

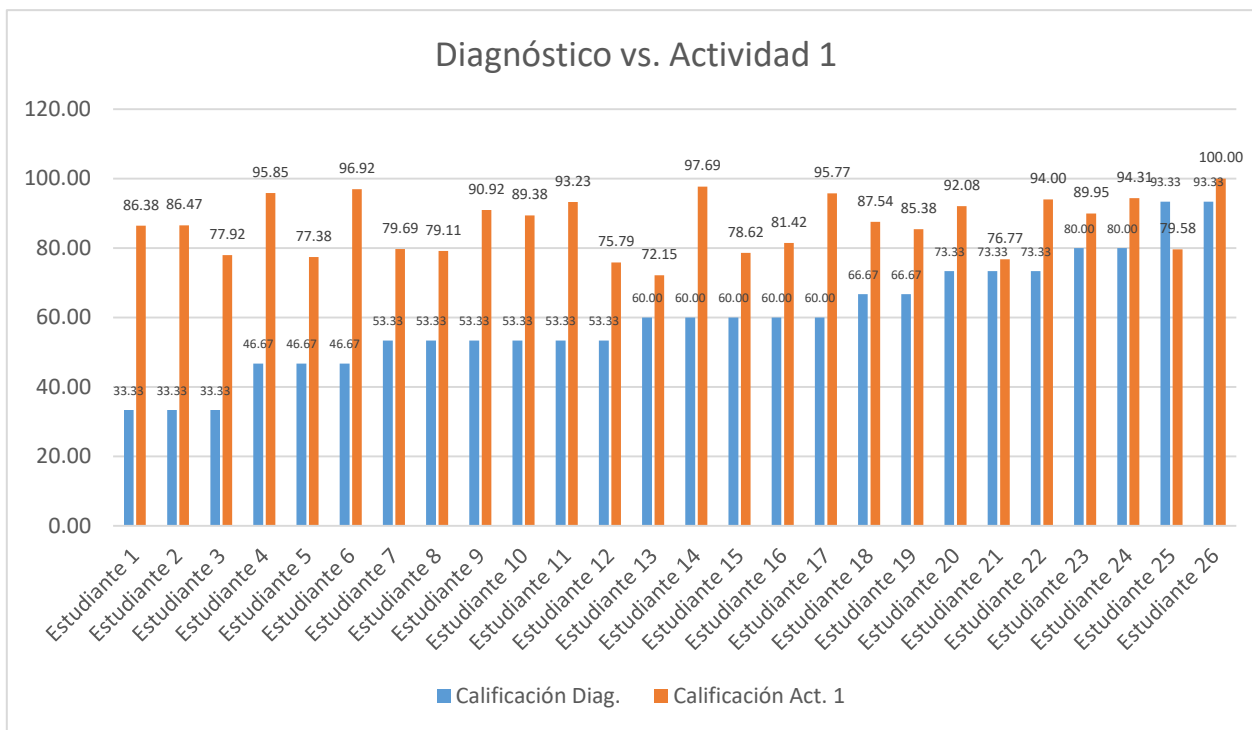
NOTA: Tu sistema de ecuaciones que generaste es:

$$x+y=25$$

$$2x=14$$

Respuestas erróneas de los estudiantes:**12.5, 7., 2**

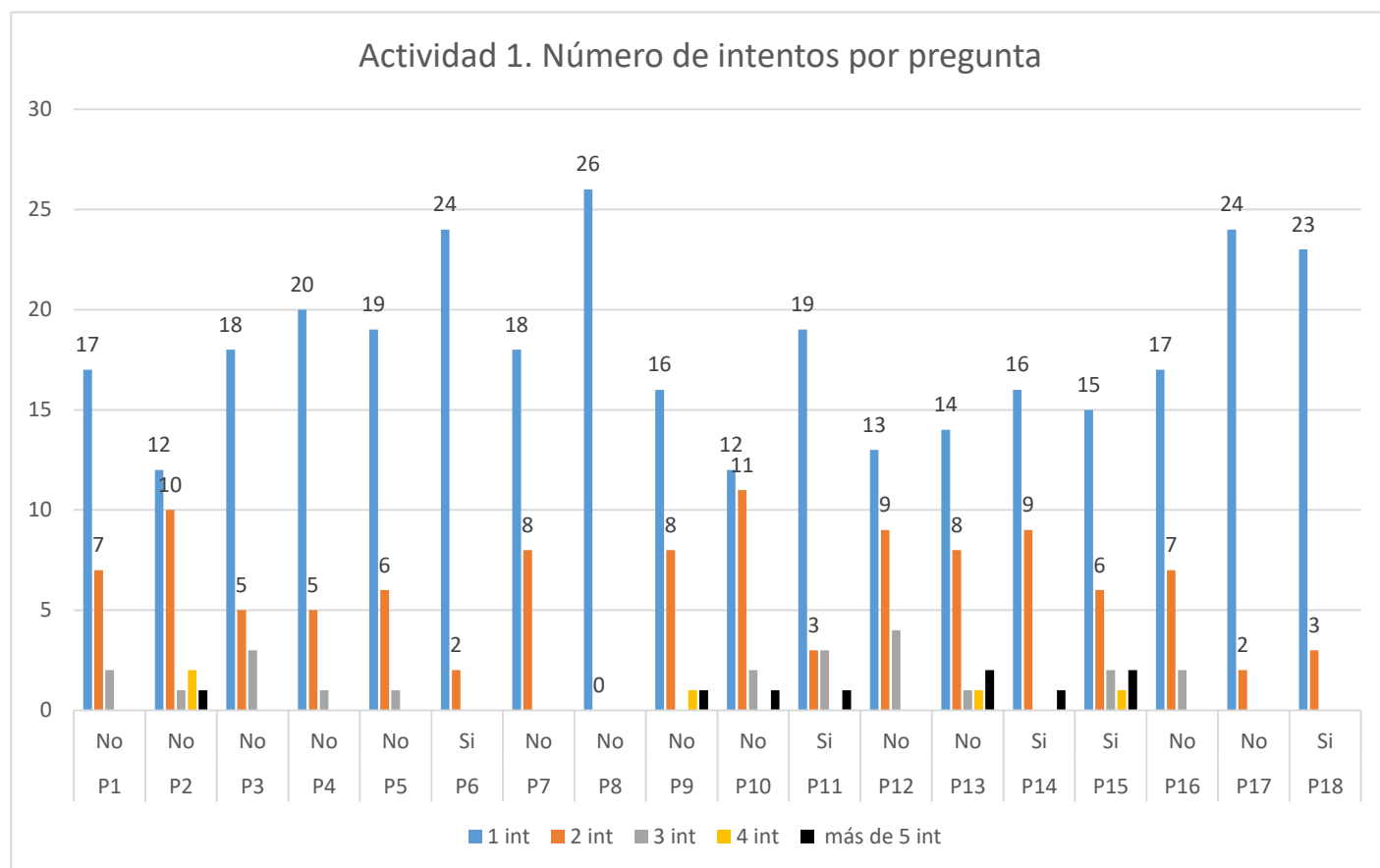
En la gráfica 5.2.1 se tiene una comparación del resultado de los conocimientos previos o diagnóstico contra los resultados de la actividad 1 por estudiante y en la tabla 5.2.1 se tiene a los estudiantes que no lograron acreditar la actividad 1 ya que obtuvieron una calificación inferior al 85%. En la gráfica 5.2.2 se tiene el número de intentos por pregunta.



Gráfica 5.2.1

Alumno	Calificación Act. 1
Estudiante 3	77.92
Estudiante 5	77.38
Estudiante 7	79.69
Estudiante 8	79.11
Estudiante 12	75.79
Estudiante 13	72.15
Estudiante 15	78.62
Estudiante 16	81.42
Estudiante 21	76.77
Estudiante 25	79.58

Tabla 5.2.1



Gráfica 5.2.2

CAPÍTULO 6

Conclusiones y recomendaciones

Síntesis del capítulo

En este capítulo se hace una síntesis de los principales temas involucrados en esta propuesta didáctica, así como los resultados obtenidos en las pruebas y la importancia del objeto matemático “sistema de ecuaciones lineales de 2×2 ”.

6.1 Conclusiones

A continuación, presentamos las conclusiones obtenidas en este trabajo de investigación:

De acuerdo a las preguntas de investigación la Teoría de Registro de Representaciones de Duval es la que más relevancia tiene en el marco teórico debido a que en matemáticas, la transferencia de un enunciado en una expresión algebraica es muy importante para resolver problemas, cuando se analiza cualquier actividad matemática se debe distinguir en primer lugar dos clases de transformaciones de representaciones semióticas: la conversión y el tratamiento. En esta propuesta didáctica se utiliza únicamente la conversión. En segunda instancia está el modelo 3UV donde únicamente se usa la variable como incógnita, más específicamente reconocer e identificar en una situación problemática la presencia de algo desconocido, que debe ser determinado considerando las restricciones del problema. Sustituir la variable por el valor o los valores que hacen de la ecuación un enunciado verdadero, determinar la cantidad desconocida que aparece en ecuaciones o problemas, realizando operaciones algebraicas o aritméticas, simbolizar las cantidades desconocidas identificadas en una situación específica y utilizarlas para plantear ecuaciones. Y por último de la Teoría de las situaciones didácticas (TSD) de Brousseau, se considera únicamente para la propuesta didáctica el que se sientan responsables del reto que tienen para resolver la actividad planteada en la propuesta didáctica, bajo una situación a-didáctica. Estas teorías fueron aplicadas a LabSel y se refleja en la actividad del método empírico. Una manera de medir el resultado de esta propuesta es por medio de los resultados obtenidos y su análisis que se

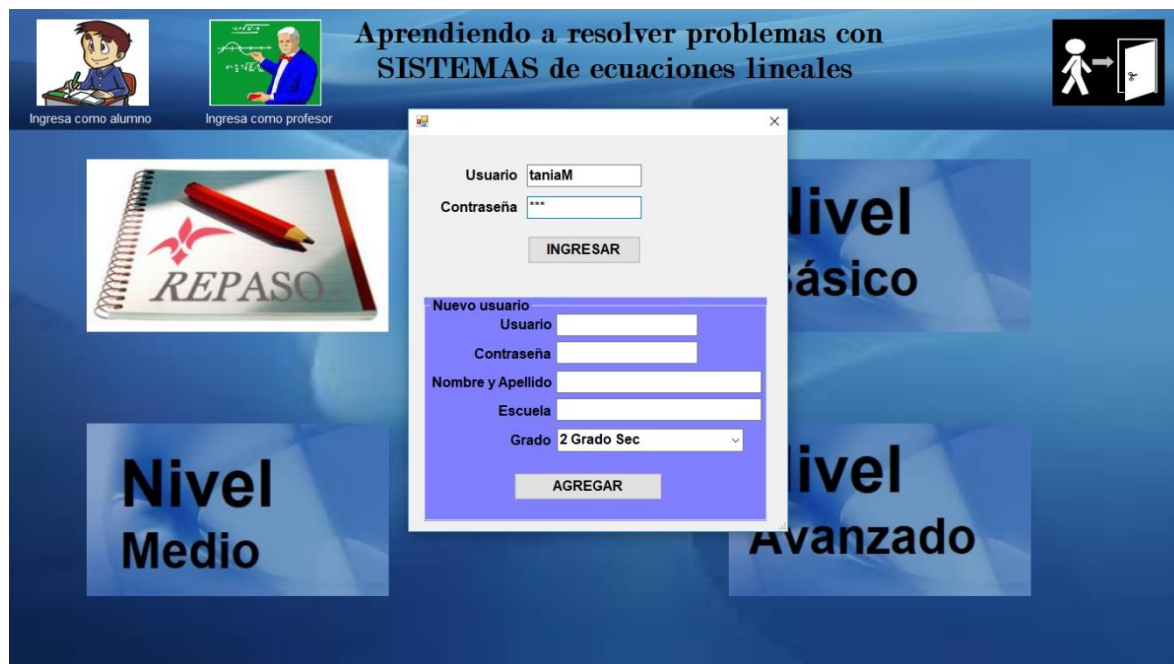
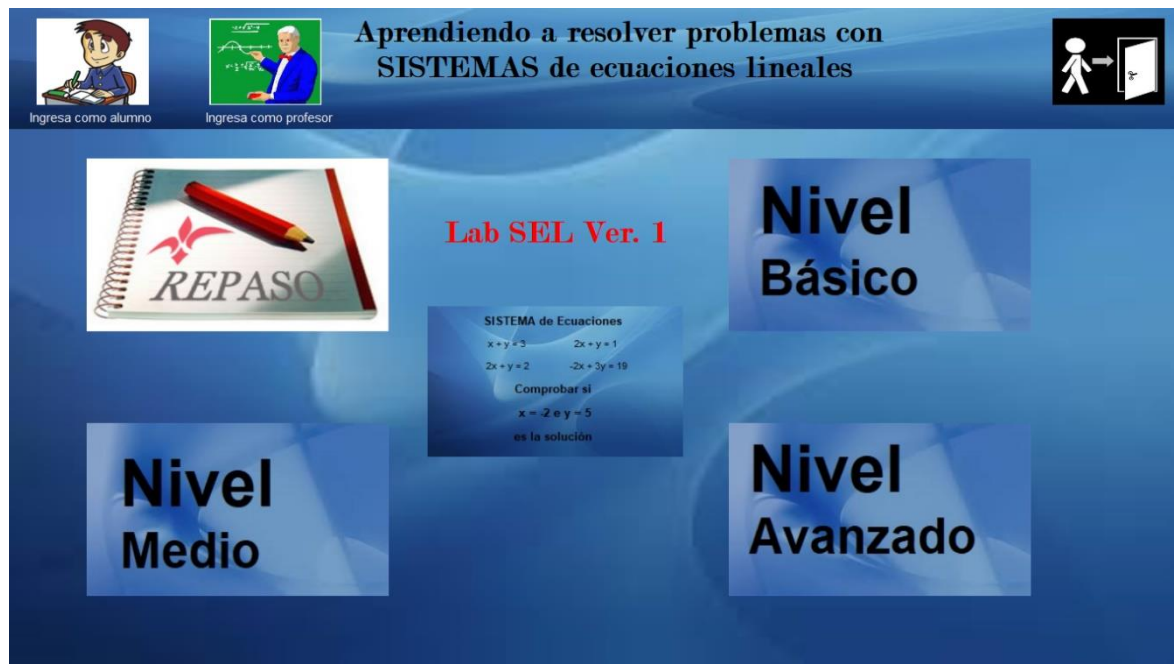
realizó en el capítulo 5 donde se puede apreciar un buen resultado en la promoción del aprendizaje de SEL.

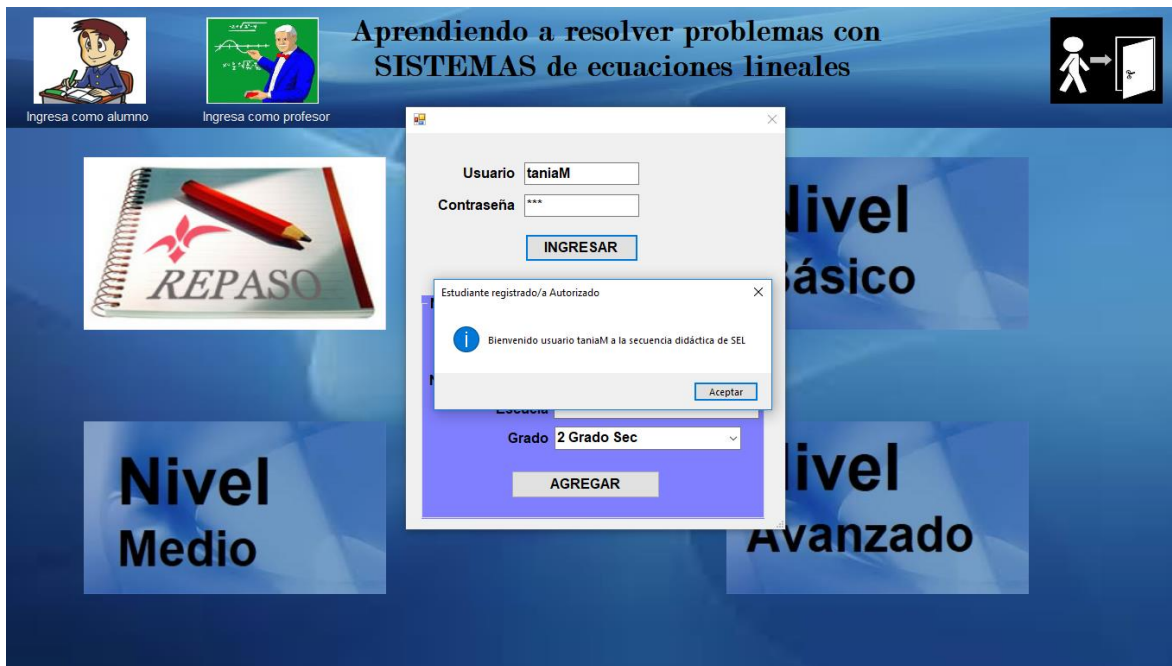
6.2 Recomendaciones

Se recomienda que para el aprendizaje de este tema, Modelado de un sistema lineal de 2×2 , se trabaje bastante con otras transiciones de representaciones semióticas, esto es, que el estudiante tenga la capacidad o habilidad de transformar por ejemplo el siguiente enunciado que está en un lenguaje natural: “Juan es tres años mayor que Pedro. Juntos tienen 23 años de edad. ¿Qué edad tienen?” y hacer la conversión a un lenguaje algebraico o matemático: “ $x + (x + 3) = 23$ ”, que es justamente en esta conversión donde existen muchas dificultades en los estudiantes y que realmente es un tema de investigación muy importante en Educación Matemática.

Al utilizar LABSEL en estudiantes de secundaria tiene la gran ventaja de que el estudiante puede avanzar de manera autónoma y por otro lado el maestro puede consultar el historial que se va generando y poder analizar el progreso de los estudiantes, poder enriquecer o mejorar las actividades. Otra ventaja que tiene LABSEL es que se pueden modificar o agregar actividades, apegándose al marco teórico, sin necesidad de modificar el programa.

Anexo 1: Diagnóstico de conocimientos previos





frmActividad1

Diagnóstico

Nombre y Apellido: Tania Maceda Barreto
 Escuela: UBJ
 Grado: 3 Grado Sec

TEMA 1: Suma, resta y multiplicación con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos. Jerarquizar las operaciones para encontrar expresiones equivalentes.

Responde la siguiente pregunta:

Hay cinco niños, tienen 2 litros y $\frac{3}{4}$ de jugo de naranja cada uno. ¿Cuántos litros tienen en total?

Elige tu respuesta:

- ☐ 14 litros
- ☐ 13 litros $\frac{3}{4}$
- ☐ 13 litros
- ☐ 13 litros $\frac{1}{4}$
- ☐ 15 litros

Siguiente

frmActividad1



Diagnóstico



Nombre y Apellido: Tania Maceda Barreto
 Escuela: UBJ
 Grado: 3 Grado Sec

TEMA 2: Adición y sustracción y de polinomios. Regla de signos. Manejo de paréntesis.

Responde la siguiente pregunta:

Simplifica la siguiente expresión algebraica: $-6x + 12xy - 3y - (6xy + 12x - 13y) =$

Elige tu respuesta:

- ☐ $-18x + 6xy - 10y$
- ☐ $10y + 5xy - 10x$
- ☐ $6xy + 10y + 18x$
- ☐ $-18x + 16xy + 10y$
- ☐ $-18x + 6xy + 10y$

Siguiente

frmActividad1



Diagnóstico



Nombre y Apellido: Tania Maceda Barreto
 Escuela: UBJ
 Grado: 3 Grado Sec

TEMA 3: Formular una expresión algebraica de primer grado a partir de un modelo geométrico.

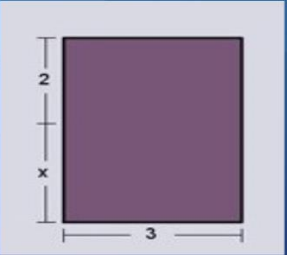
Responde la siguiente pregunta:

Con la información de la siguiente figura, expresa algebraicamente el área y el perímetro

Elige tu respuesta:

- ☐ Perímetro = $10 + 2x$ Área = $6 + 3x$
- ☐ Perímetro = $10x + 2$ Área = $16 + 3x$
- ☐ Perímetro = $10 + 2x$ Área = $6 + 2x$
- ☐ Perímetro = $-10 + 2x$ Área = $6 + 3x$
- ☐ Perímetro = $10 + 2x$ Área = $6 - 2x$

Siguiente



frmActividad1



Diagnóstico



Nombre y Apellido: Tania Maceda Barreto
 Escuela: UBJ
 Grado: 3 Grado Sec

TEMA 4: Formular y resolver ecuaciones de primer grado.

Responde la siguiente pregunta:
 La expresión algebraica que corresponde al siguiente enunciado: El doble de un número incrementado en 9 unidades, es:

Elige tu respuesta:

☐ $(2 + x) + 9$
☐ $2x + 9$
☐ $2(x + 9)$
☐ $x + 9$
☐ $2x - 9$

Siguiente

frmActividad1



Diagnóstico



Nombre y Apellido: Tania Maceda Barreto
 Escuela: UBJ
 Grado: 3 Grado Sec

TEMA 5: Verificar la comprensión del uso de las literales en diferentes contextos.

Responde la siguiente pregunta:
 En la siguiente expresión: $y = 10x - 2$, considerando que $y = 0$, la literal x es considerada como:

Elige tu respuesta:

☐ Incógnita
☐ Variable
☐ Número General
☐ Constante
☐ Etiqueta

Siguiente

frmActividad1



Diagnóstico



Nombre y Apellido: Tania Maceda Barreto

Escuela: UBJ

Grado: 3 Grado Sec

TEMA 6: Gráficas y funciones.

Responde la siguiente pregunta:

De las siguientes coordenadas, A (3,2), B (0,3), C (-1,-4), D (4,-2), E (2,-3) y F (2,0) ¿cuál o cuáles son incorrectas su ubicación?

Elige tu respuesta:

☐ Coordenadas: A, B

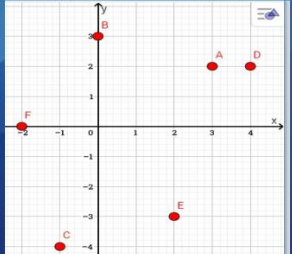
☐ Coordenadas: B, E

☐ Coordenadas: D, F

☐ Coordenadas: B, C, E

☐ Coordenada: C

Siguiente



ARCHIVO INICIO INSERTAR

Cortar Copiar Copiar formato Pegar Portapapeles

Imágenes aplicacion.docx - Word

frmResultadoRepaso

7.-El precio del viaje en un taxi se calcula de la siguiente manera: si aborda el taxi, el pago mínimo es de \$9.75 aunque haya recorrido unos metros o menos de un kilómetro, más el costo de \$7.55 por cada kilómetro recorrido. Si el precio del viaje fue de \$52.80. ¿Cuál es la expresión algebraica (o ecuación de 1er grado) de dicha situación? ¿cuántos kilómetros se recorrieron?
RESPUESTA: Exp. Alg. $9.75 + 7.55x = 52.80$ Kilómetros recorridos = 11 Km. CORRECTA. Tiempo: 00 : 33

8.-Encuentra el valor de x de la siguiente ecuación: $x + (x + 1) + (x + 2) = 5(x + 2)$
RESPUESTA: $x = -3.5$. Incorrecta. Tiempo: 00 : 26

9.-Una varilla metálica de 13 metros se divide en dos partes. La primera parte es 3 metros más larga que la segunda. ¿Cuál es la longitud de cada parte?
RESPUESTA: 8 metros y 5 metros. CORRECTA. Tiempo: 00 : 56

10.-En la siguiente expresión: $y = 10x - 2$, considerando que $y = 0$, la literal x es considerada como:
RESPUESTA: Variable. Incorrecta. Tiempo: 00 : 31

11.-En la siguiente expresión: $3x - 5 = 0$, la literal x es considerada como:
RESPUESTA: Incógnita. CORRECTA. Tiempo: 03 : 22

12.-En la siguiente expresión: $y = -5 + 3x$, la literal x es considerada como:
RESPUESTA: Variable. CORRECTA. Tiempo: 00 : 21

13.-De las siguientes coordenadas, A (3,2), B (0,3), C (-1,-4), D (4,-2), E (2,-3) y F (2,0) ¿cuál o cuáles son incorrectas su ubicación?
RESPUESTA: Coordenadas: D, F. CORRECTA. Tiempo: 00 : 20

14.-La siguiente gráfica, corresponde a la función:
RESPUESTA: $y = -2x + 3$. CORRECTA. Tiempo: 00 : 24

15.-La siguiente tabla, corresponde a la función:
RESPUESTA: $y = x - 2$. Incorrecta. Tiempo: 00 : 19

Tuviste 11 respuestas CORRECTAS
Tuviste 4 respuestas INCORRECTAS
Sististe muy bien en la prueba

Ok

Buscar Reemplazar Seleccionar Edición

Referencias

Arias, F. (2006). *El proyecto de investigación. Introducción a la metodología científica*. 5ª edición. Caracas: Editorial Episteme.

D'Amore B. (2008). *Epistemología, didáctica de la matemática y prácticas de enseñanza. Enseñanza de la matemática*. Revista de la ASOVEMAT (Asociación Venezolana de Educación Matemática). Vol. 17, n° 1, 87-106.

D'Amore, B. (2009). *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: Interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución*. Revista Científica, (11). BOGOTA, D.C. pp. 150-164

Duval, R. (2006). *Un tema Crucial en la Educación Matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación*. La gaceta del RSME, 143-168.

Fernández-Millán, E., Molina, M., (2016) *Indagación en el conocimiento conceptual del simbolismo algebraico de estudiantes de secundaria mediante la invención de problemas*. Enseñanza de las Ciencias, 34.1, pp. 53-71

Gallardo, A.; Rojano, T. (1988). *Áreas de dificultades en la adquisición del lenguaje aritmético-algebraico*. Recherches en didatique des mathematiques. Vol. 9, n. 2. pp. 155-188.

García, J., Segovia, I. y Lupiáñez, J. (2011). *Errores y dificultades de estudiantes mexicanos de primer curso universitario en la resolución de tareas algebraicas*. Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de la Matemática y Educación Matemática – 2011(), 145-155.

Guerrero, A., Carrillo, J., Contreras, L. (2014). *Problemas de sistemas de ecuaciones lineales en libros de texto de 3º ESO*. Investigación en Educación Matemática XVIII, 395-404

Hernández-Sampieri, R., Fernández-Collado, C., & Baptista-Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación*. 6º Edición. México: Editorial Mc Graw Hill.

López, E. J., Cámara, M. L., Mendivil, M., Valdez, L., Gutiérrez, H., Ávila, L., Arrollo, R. P. (2013). *Desarrollo de un objeto de aprendizaje para la enseñanza de las matemáticas: el*

Bibliografía

caso de las funciones. Paper presented at the 11th Latin American y Caribbean Conference for Engineering y Technology, Cancún, México.

Luzardo, D., A.J.P. P (2006), *Historia del Algebra Lineal hasta los Albores del Siglo XX*.

Divulgaciones Matemáticas. 14(2): p. 18.

Medina, M., Socas, M. (1994) Algunos obstáculos cognitivos en el aprendizaje del lenguaje algebraico. *I Seminario Nacional sobre lenguaje y matemáticas*, 91-98

Osorio, Juan Carlos (S/F). *Dificultades para la construcción de un modelo algebraico de segundo orden a través de sucesiones, para definir el enésimo término*. En Leston, Patricia (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 13-22). México, DF: Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.

Panizza, M. (2004). *Conceptos básicos de la Teoría de las Situaciones Didácticas. Del Libro Enseñar Matemática en el Nivel Inicial y el primer ciclo de la EGB*. Análisis y propuestas. Mabel Panizza /Compiladora.

Rico, L. (1993). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las matemáticas*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Iberoamericano.

Ruano, R., Socas, M. y Palarea, M. (2008). *Análisis y clasificación de errores cometidos por alumnos de secundaria en los procesos de sustitución formal, generalización y modelización en álgebra*. *PNA* 2(2), 61-74.

Sánchez, N. (2014). *Análisis de errores asociados a la resolución de ecuaciones de primer grado. Una aproximación desde la zona de desarrollo próxima*. Santiago-Chile.

SEP (2016). *Propuesta Curricular para la Educación Básica 2016*. SEP.

Socas, Martín (2007). *Dificultades y errores en el aprendizaje de las matemáticas. Análisis desde el enfoque lógico semiótico*. San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

Trigueros, M., Ursini, S., Escareño, F. y Montes, D. (2005). *Enseñanza del álgebra elemental. Una propuesta alternativa*. México, Trillas. Primera edición.