



# **BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

**LOS NIVELES DE VAN HIELE  
PARA EL APRENDIZAJE DE TRIÁNGULOS  
Y SU RELACIÓN  
CON EL CURRÍCULO DE EDUCACIÓN OBLIGATORIA EN MÉXICO**

**TESIS  
PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
MAESTRA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

PRESENTA  
**LIC. HILDA BERTHA MARTÍNEZ IRENEO**

DIRECTORA DE TESIS  
**DRA. DINAZAR I. ESCUDERO ÁVILA**  
CO-DIRECTOR DE TESIS  
**DR. ERIC FLORES MEDRANO**

**PUEBLA, PUE. MAYO 2019**

Esta Investigación se realizó gracias al financiamiento del  
Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT),  
de Enero de 2017 a Diciembre de 2018.

No. de CVU: 817136

# Agradecimientos

Quiero agradecer primero que nada a Dios por haberme permitido lograr el objetivo que me había planteado hace muchos años, y que me permitió cristalizarlo en el momento adecuado, porque los tiempos de Dios son sabios, perfectos y maravillosos.

A todas las personas involucradas en este proyecto, puesto que estuvieron en el momento que los necesitaba.

Leticia Villegas García, eres una mujer tan cariñosa y entregada, gracias por cuidar de mis hijos, de mis grandes tesoros, mientras yo me trasladaba a Puebla, siempre estuve con la tranquilidad de que estaban en buenas manos puesto que los cuidabas como a tus propios hijos, gracias querida Lety, Dios te bendiga.

A José, Nayely y Andrés, por apoyar a su mamá en el cuidado de mis pequeños, deseo que se regrese en bendiciones para ustedes y su descendencia.

A mi cuñada Leticia Díaz Mancera, quien nos brindó su hogar para refugiarnos en Puebla, dándonos la confianza de entrar y salir como si fuera nuestra propia casa, gracias a ti, pudimos descansar y estar seguros, eso no tiene precio, bendiciones para ti y tu familia, gracias infinitas.

A Blas Andrés García Rosales, por haber trasladado a mis hijos durante ese tiempo a los lugares que debían llegar sanos y salvos, que dios te bendiga a ti y a tu familia.

A la Dra. Dinazar I. Escudero Ávila por ser la guía en esta investigación, brindándome sus conocimientos y experiencia, además de su tiempo y espacio, muchas gracias, mi respeto y admiración.

Al Dr. Eric Flores Medrano, que siempre me brindó comentarios muy certeros y sinceros, gracias por sus aportaciones.

Al cuerpo docente de la Maestría en Educación Matemática, gracias por crear este espacio, que para mí fue una gran experiencia, aprender tanto y cambiar mi perspectiva, así como adquirir nuevos bríos para mejorar mi labor y aportar más con el sustento que me faltaba y que gracias a ustedes pude adquirir y seguiré adquiriendo.

# Dedicatorias

A la memoria de mi padre **Hipólito Martínez Pioquinto**, por darme la vida e inculcarme los valores que poseo y aplico día con día en mi camino por este mundo.

A mi madre **Alejandra Irineo Hernández** por darme toda su vida para que yo fuera lo que ahora soy, todo mi amor para ti.

A **Ignacio Díaz Tapia**, mi esposo, compañero, amigo, en fin, a mi todo, gracias por estar apoyándome siempre, ¡lo hicimos Ignacio!, este es un logro en conjunto, estuviste siempre ahí cuando más lo necesité y has estado en todos los momentos, vendrán nuevos proyectos y sé que podré porque te tengo a ti, te amo, gracias a dios por ponerte en mi camino.

A **Gabriel Ignacio y Gustavo Alejandro Díaz Martínez**, mis hijos, mis pilares y mi motor, ustedes vivieron también directamente este logro, este nuevo logro, lo hemos vivido como el gran equipo que somos, sé que servirá para que no se den por vencidos, puesto que se pueden cumplir las metas a pesar de las adversidades, ese es mi legado hijos, sigan adelante, luchen por sus metas y sean felices siempre, los amo infinitamente.

# Índice

Resumen 1

Abstract 2

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>3</b>
1.1 Planteamiento del problema .....	4
1.2 Objetivos y preguntas de investigación .....	5
1.3 Justificación .....	7
1.4 Estructura del trabajo .....	7
<b>CAPÍTULO 2: ANTECEDENTES.....</b>	<b>11</b>
2.1 La resignificación del currículo para un conocimiento especializado del profesor de matemáticas.....	11
2.2 El análisis del currículo de matemáticas .....	12
2.3 El modelo de Van Hiele en Geometría.....	13
<b>CAPÍTULO 3: MARCO TEÓRICO.....</b>	<b>17</b>
3.1 El currículo como instrumento para consolidar los aprendizajes .....	17
3.1.1 Sobre el análisis del currículo .....	20
3.2 El análisis curricular.....	21
3.2.1 Descripción de los elementos del Análisis curricular .....	22
3.3 Evolución del currículo en México .....	27
3.3.1 Modelo Educativo 2011 .....	27
3.3.2 Modelo Educativo 2018.....	28
3.3.3 Aprendizajes esperados por nivel educativo.....	29
3.4 El modelo de van Hiele .....	30
3.4.1 Niveles de Razonamiento .....	30
3.4.2 Consideraciones importantes acerca del Modelo de Van Hiele .....	33
<b>CAPÍTULO 4: METODOLOGÍA.....</b>	<b>35</b>

4.1 Tipo de investigación .....	35
4.2 Etapa 1: Proceso de análisis curricular de George Posner .....	35
4.3 Etapa 2: Análisis de contenido .....	37
4.3.1 Ubicación de los contenidos declarados en el currículo con los niveles de razonamiento de Van Hiele .....	37
4.4 Etapa 4: Descripción de la evolución del concepto de triángulo y los niveles de razonamiento .....	38
<b>CAPÍTULO 5: ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN .....</b>	<b>41</b>
5.1 Etapa 1: Proceso de análisis curricular de George Posner .....	41
5.1.1 Documentación del currículo y sus orígenes.....	41
5.1.1.1 ¿Cómo se documenta el currículo?.....	41
5.1.1.2 ¿Qué perspectivas representa el currículo?.....	43
5.1.2 Currículo apropiado.....	44
5.1.2.1 ¿Cuáles son los propósitos y el contenido del currículo? .....	44
5.1.2.2 Organización del campo de pensamiento matemático.....	47
5.1.2.3 Contenidos referentes a los triángulos en el currículo oficial.....	47
5.1.3 Currículo en aplicación.....	50
5.1.3.1 ¿Cómo debe ser implementado el currículo?.....	50
5.2 Etapa 2: Análisis de contenido .....	50
5.3 Etapa 3: Descripción de la evolución del concepto de triángulo a lo largo de la Educación Obligatoria en México.....	65
<b>CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES .....</b>	<b>69</b>
6.1 Los niveles de Van Hiele para el aprendizaje de triángulos y su relación con el currículo de Educación Obligatoria en México.....	69
6.2 Crítica al currículo.....	70
6.3 Reflexiones finales .....	72
<b>Referencias Bibliográficas .....</b>	<b>73</b>

<b>Anexo 1</b> .....	<b>78</b>
----------------------	-----------

### **Índice figura**

Figura 3.1 .....	19
Figura 3.2 .....	20
Figura 3.3 .....	22
Figura 3.4 .....	29
Figura 5.1 .....	41
Figura 5.2 .....	47
Figura 5.3 .....	58
Figura 5.4 .....	59
Figura 5.5 .....	60
Figura 5.6 .....	61
Figura 5.7 .....	62
Figura 5.8 .....	63
Figura 5.9 .....	64
Figura 5.10 .....	66

### **Índice Tabla**

Tabla 1 .....	43
Tabla 2 .....	48
Tabla 3 .....	51



# RESUMEN

---

El presente trabajo muestra un panorama general del currículo oficial, que se encuentra vigente en México a partir del ciclo escolar 2018-2019, considerando la progresión del concepto de triángulo a lo largo de la Educación Obligatoria en México en relación con los niveles de razonamiento que se consideran en el Modelo de Van Hiele.

Partiendo de la idea de proporcionar al docente frente a grupo, una herramienta que le permita resignificar su concepto de currículo, así como mostrar una de las aportaciones más sólidas, que en el campo de la matemática educativa se ha logrado, el modelo de Van Hiele, es que se realiza esta investigación.

El panorama que se muestra en este trabajo pretende impulsar al docente a reflexionar en su práctica y tomar conciencia acerca de lo que se está dejando de hacer en el aula para lograr procesos de razonamiento que coadyuven en la transición de niveles de Razonamiento superiores.

El concepto de currículo es uno de los elementos fundamentales con lo que el docente trabaja cotidianamente y que deben ser concebidos de una manera práctica y con repercusión dentro del aula, por lo que se muestra un análisis curricular del Modelo Educativo vigente que pretende dar a conocer las bases en las que se construye este nuevo Modelo Educativo y los principales objetivos que se pretenden al implementarlo.

Así pues, este trabajo de investigación ha sido pensado principalmente en proporcionar un apoyo al docente que lo lea y desee implementar estrategias que le permitan contribuir a que los estudiantes puedan acceder a niveles de razonamiento superiores y de una manera más estratégica con el diseño de actividades que puedan favorecer al logro de este objetivo.

# ABSTRACT

---

This paper shows a general overview of the official curriculum, which is current in Mexico from the 2018-2019 school year, considering the progression of the concept of triangle throughout Compulsory Education in Mexico in relation to the levels of reasoning that are considered in the Van Hiele Model.

Based on the idea of providing the teacher in front of a group, a tool that allows him to resignify his curriculum concept, as well as showing one of the most solid contributions, which in the field of educational mathematics has been achieved, the Van Hiele model, is that this research is done.

The panorama shown in this paper aims to encourage the teacher to reflect on their practice and become aware of what is being left to do in the classroom to achieve reasoning processes that contribute to the transition of higher levels of reasoning.

The concept of curriculum is one of the fundamental elements of what the teacher works on a daily basis and that should be conceived in a practical way and with repercussion within the classroom, for which a curricular analysis of the current Educational Model that aims to raise awareness is shown. the bases in which this new Educational Model is constructed and the main objectives that are intended when implementing it.

Therefore, this research work has been designed mainly to provide support to the teacher who reads it and wishes to implement strategies that allow students to access higher levels of reasoning and in a more strategic way with the design of activities. that may favor the achievement of this objective.

## CAPÍTULO 1

### INTRODUCCIÓN

Uno de los grandes retos que se tiene en el ámbito educativo, es el de consolidar los aprendizajes esperados en cada uno de los niveles que conforman la educación básica, creando así una transición adecuada de un nivel académico a otro, formando a estudiantes que cuenten con las competencias que le permitan enfrentarse a los nuevos retos que implica el avance en su formación académica.

Desafortunadamente, la realidad muestra que un estudiante va manifestando lagunas en el aprendizaje y esto conlleva a muchos problemas que pueden desembocar en deserción, apatía y por supuesto desinterés hacia las matemáticas, por lo que se han empezado a tomar medidas que promuevan el aprendizaje de las matemáticas, y a este objetivo se sumen todos los actores educativos, tal es el caso del *Sistema Básico de Mejora Continua*, que a partir del año 2013 entra en vigor.

Una de las prioridades es el mejoramiento de los aprendizajes para contribuir a la mejora del logro educativo de los estudiantes de Educación Básica a través de la implementación de estrategias centradas en la escuela, que apoyen a los docentes en la generación de condiciones para el aprendizaje, con énfasis en la lectura, escritura y las matemáticas. Secretaría de Educación Pública (SEP, 2014b, p.1).

Los primeros años de escuela, es decir, los niveles que abarca la educación básica son fundamentales para la vida académica de cualquier individuo. De ahí la importancia de enriquecer la práctica de los docentes frente a grupo, con fundamentos teóricos que ayuden a tener una visión panorámica de la importancia que tienen los contenidos curriculares y su incidencia en el proceso de aprendizaje del estudiante, teniendo una conciencia de qué contenidos se abordan en cada nivel educativo, de manera que se pueda promover una transición adecuada y no se vea violentado el proceso de aprendizaje al pasar de un nivel a otro.

## 1.1 Planteamiento del problema

El trabajo realizado por un profesor frente a grupo, requiere de conocimientos que le permitan a este, contar con los elementos requeridos por el tipo de estudiantes, la región, las características de la comunidad, etc., que se encuentran en un grupo, es importante que se puedan tener los elementos necesarios para identificar los aprendizajes previos de un alumno y los que se van a consolidar desde el momento en el que se está iniciando un curso. Con respecto a esta situación, existen investigaciones que indican la importancia de que el profesor posea un Conocimiento del Horizonte Matemático (Ball, Thames y Phelps, 2008), refiriéndose a reconocer los conocimientos matemáticos anteriores y posteriores asociados a un determinado contenido, además de un conocimiento del currículo que le permita situar estos contenidos en un momento escolar específico (Ball, et al, 2008).

Un profesor que tenga una visión panorámica del contenido a enseñar puede diseñar las estrategias adecuadas para reconocer los conocimientos que un estudiante tiene de cursos anteriores al que él imparte, y analizar si estos son suficientes para el proceso de consolidación de los nuevos contenidos.

En este sentido consideramos importante ofrecer al profesor herramientas con las cuales poder acceder y desarrollar este tipo de conocimientos específicos para su profesión.

Por otro lado, con base en investigaciones diversas, se tienen elementos que refieren errores que los estudiantes cometen al describir características de figuras geométricas, tal es el caso de los triángulos que, al proponerse siempre ejemplos prototípicos, los estudiantes, reducen lo que Vinner (1991), denomina imagen conceptual y por consiguiente la definición conceptual que ellos tienen se ve limitada, (Carrillo, Contreras, Climent, Montes, Escudero y Flores, 2016).

Contreras y Blanco (2001) indican que los errores se van generando a lo largo de la formación académica de los estudiantes y con ello la creación de concepciones equivocadas, lamentablemente, estas permanecen a lo largo de los niveles académicos que se van cursando y dan muestra de que estos han sido detectados, incluso en la formación de maestros. Con respecto a la geometría particularmente, se ha reportado que existen muchas concepciones erróneas que marcan la vida escolar de los alumnos y desgraciadamente pueden generar

dificultades para aprender conceptos matemáticos que van ligados a esta rama de las matemáticas.

Gutiérrez y Jaime (1996) reportan la dificultad que tienen los estudiantes al determinar las alturas de un triángulo, en consecuencia, de lo que se dicta en las aulas por parte del profesorado, incluso se pueden mostrar ejemplos que en los libros de texto solo presentan alturas interiores sobre una base horizontal, lo que va llevando al estudiante a una imagen y definición conceptual demasiado limitada.

Por su parte, Báez e Iglesias (2007) señalan la situación que prevalece en educación básica, en cuanto a la enseñanza de las matemáticas, específicamente la enseñanza y aprendizaje de la geometría, ya que algunos docentes no desarrollan los contenidos de geometría que se encuentran plasmados en el currículo, ya sea porque no le dan la importancia a la disciplina o porque existe poco dominio de esos contenidos para poder impartirlos, pero los docentes que si abordan dichos contenidos lo hacen solo poniendo énfasis en fórmulas y cálculo de áreas.

Villani (2005) señala que la enseñanza de la Geometría, no se presenta como una tarea fácil, sin embargo, en vez de superar los obstáculos que se van presentando en el tratamiento de esta, se van omitiendo y se siguen atendiendo a los elementos más demandantes, como son la memorización de fórmulas y aplicación de estas, sin tener una reflexión en aspectos de análisis más efectivos.

Otro aspecto que menciona Villani (2005) es que debido a la diversidad de elementos de la geometría, su enseñanza puede empezar en una edad temprana y así ir conformado a través de la formación académica de un individuo, una forma apropiada, sin embargo, existen discrepancias entre los propósitos, contenidos y métodos para la enseñanza de la geometría en los diferentes niveles, desde la primaria hasta la universidad, por lo que un diseño curricular apropiado podría permitir un tratamiento más acorde de los contenidos en geometría.

## **1.2 Objetivos y preguntas de investigación**

Con base en lo expuesto anteriormente, nos planteamos el objetivo de **generar una herramienta didáctica que permita al profesor reconocer la evolución que tienen los**

**aprendizajes esperados asociados al concepto de triángulo, declarados en los planes y programas de estudios de la Educación Obligatoria en México, desde preescolar hasta bachillerato, todo esto en el contexto del Modelo Educativo 2018.**

Consideramos que herramientas como esta podrían ser de gran utilidad para profesores de educación básica y media, de manera que pueda observarse un panorama general de la evolución que debería tener un concepto específico, según se marca en el currículum oficial.

Como objetivos específicos que sirvan de guía para la realización de esta investigación planteamos los siguientes:

- Hacer un análisis curricular transversal del llamado “Nuevo Modelo Educativo” sobre el progreso de los procesos de aprendizaje del tema de triángulos, al cursar la Educación Obligatoria en México.
- Identificar los aprendizajes esperados del currículum oficial que se relacionan con el tema de triángulos, a lo largo de la Educación obligatoria, a los cuáles se declara que los estudiantes pueden o deben acceder a lo largo del currículum oficial con respecto al contenido *triángulos*.
- Apoyarse en el modelo de Van Hiele para analizar el progreso en los niveles de razonamiento implicados en el aprendizaje de los triángulos a lo largo de la Educación obligatoria a través del análisis del currículum oficial.

Las preguntas de investigación que proponemos para el estudio son las siguientes:

¿Cómo se aborda el concepto de triángulo en los contenidos matemáticos escolares a lo largo del currículum oficial de la Educación obligatoria en México y cómo es la organización propuesta en estos planes?

Apoyándonos en el modelo de razonamiento de Van Hiele, nos interesa analizar además ¿Cuáles son los niveles de razonamiento asociados al tema de triángulos que se proponen en los nuevos planes y programas del currículum oficial de Educación obligatoria en México?

### **1.3 Justificación**

La evolución en el proceso de aprendizaje de las propiedades de los triángulos, va marcando precedentes para lograr identificar la adquisición de imágenes y definiciones conceptuales que puedan permitir al estudiante ir accediendo a conceptos cada vez más complejos y por supuesto más elaborados, que propicien un aprendizaje acorde a las necesidades que irá teniendo a lo largo de su proceso de formación, dónde aplicará de manera más consiente los conceptos geométricos adquiridos, apoyándose en los instrumentos utilizados en clase.

En Educación Matemática, encontramos teorías consolidadas que sirven muy bien para la investigación realizada, tal es el caso del modelo de Van Hiele para identificar los niveles de razonamiento, enfocados al tratamiento de temas de geometría, este modelo ha sido referente para muchos trabajos de investigación que han sido fundamento teórico para esta tesis.

Es importante identificar que, a través de las actividades que se proponen en el aula, el estudiante puede ir conformando su imagen y definición conceptual Vinner (1991), de una manera amplia y cuidadosamente dirigida, lo cual se podrá analizar una vez que se realice un comparativo en los niveles escolares y los de razonamiento que van experimentando los estudiantes al cursar su educación obligatoria. Es así como hemos decidido centrar esta investigación en el análisis de los niveles de razonamiento que van adquiriendo los alumnos, estudiando así la progresión que deben manifestar estos estudiantes en la transición de primaria a secundaria y de secundaria a bachillerato. Buscamos realizar un estudio transversal, que permita identificar el proceso que se declara dentro del currículo oficial de primaria, secundaria y el de bachillerato respectivamente, con relación al contenido triángulos.

### **1.4 Estructura del trabajo**

El trabajo de investigación que tiene usted en sus manos, está compuesto por diversos capítulos que muestran el desarrollo de la investigación realizada.

En el Capítulo 2 podemos encontrar los antecedentes en el campo del análisis curricular y la importancia del conocimiento del currículo por parte del profesorado, esto con la finalidad de contar con los elementos necesarios para ir adaptando el currículo a las necesidades que cada docente tiene, asimismo podemos identificar aportaciones de investigadores acerca de

la importancia de enseñar geometría desde edades tempranas para consolidar conceptos más abstractos en otros niveles educativos.

En el Capítulo 3 se da a conocer el marco teórico que sustenta a esta investigación, se muestra el concepto de currículo que para esta investigación es aspecto base y posteriormente nos adentramos al proceso de Análisis Curricular y los elementos que deben estar contemplados para su realización. Posteriormente podemos encontrar una reseña acerca de la evolución del Currículo en México, desde el año 2004, hasta el “Nuevo Modelo Educativo”, 2017. Se describen las características del Modelo de Van Hiele, los niveles y los procesos de Razonamiento que se consideraron para esta investigación

Es en el Capítulo 4, donde se puede encontrar la Metodología que muestra las etapas en las que se realizó la presente investigación, partiendo de un Análisis Curricular de los documentos oficiales que conforman el Modelo Educativo 2018, como siguiente etapa encontramos la relación de los contenidos extraídos de los planes y programas, con los niveles de razonamiento, según el modelo de Van Hiele y para finalizar, podemos encontrar un panorama general del contenido de triángulos a lo largo de la Educación Obligatoria en México.

En el Capítulo 5 se muestra el Análisis Curricular realizado y se pueden encontrar los niveles de razonamiento a los que se puede acceder al cursar la Educación Obligatoria en México, considerando todos los contenidos declarados en el currículo oficial relacionados con el contenido *triángulos*, de preescolar, primaria, secundaria y Bachillerato General, así como las líneas del tiempo que brindan al docente la posibilidad de ubicar el grado académico que imparte, el anterior y el posterior a este

Presentamos en el Capítulo 6 las conclusiones generales, mostrando la última etapa del proceso de Análisis curricular, denominada Crítica al currículo, donde se da cuenta de lo que puede lograr un estudiante al paso de los diversos niveles de la Educación Obligatoria en México, con respecto al contenido de triángulos, los niveles de razonamiento que se pueden alcanzar y los procesos de razonamiento que se favorecen y los que están escasamente trabajados.

Para finalizar se incluyen los anexos, donde se puede encontrar una tabla que surgió de una investigación documental minuciosa para el contenido de triángulos y su relación con los

niveles de Van Hiele que tiene como propósito el ser una herramienta para cualquier investigador que desee usarla.



## CAPÍTULO 2

### ANTECEDENTES

El tratamiento de la Geometría ha sido un referente fundamental de muchos investigadores, dada la importancia que tiene esta disciplina en la comprensión de otros conceptos matemáticos durante la formación académica.

En esta investigación, se concibe a la geometría como lo interpretan, Hernández y Villalba (2001), como ciencia, método, punto de encuentro, modelo y una herramienta para la comprensión de diversos conceptos matemáticos.

En este capítulo mostraremos algunos de los antecedentes en los que nos hemos apoyado para realizar esta investigación.

#### **2.1 La resignificación del currículo para un conocimiento especializado del profesor de matemáticas**

La labor de llevar al aula una enseñanza eficaz de la geometría no es una tarea fácil, como lo señala Villani (2015), puesto que en la práctica docente se prefiere seguir atendiendo a los elementos más demandantes, como son la memorización de fórmulas y aplicación de estas, sin tener una reflexión en aspectos de análisis más efectivos.

Barrantes y Blanco (2003), subrayan la importancia de que un docente tenga una visión panorámica de los contenidos geométricos que va a impartir dentro de clase, y de formar adecuadamente a un estudiante desde los primeros años escolares.

En distintos modelos de conocimiento profesional se reconoce la importancia de que el profesor cuente con un conocimiento amplio y profundo de los contenidos matemáticos que enseña, así como de los aprendizajes que se espera que los alumnos alcancen en cada etapa escolar, además de reconocer los estándares marcados en el currículo oficial, que se muestran como aprendizajes esperados y objetivos a alcanzar. Tal es el caso del Modelo de Conocimiento Matemático para la Enseñanza, desarrollado por Ball, et al, (2008) que contiene el subdominio de *Conocimiento del Horizonte Matemático* (HCK, por sus siglas en inglés).

En Martínez, Giné, Fernández, Figueiras y Deulofeu (2011) se muestra una caracterización del HCK, donde se hace mención de las conexiones temporales que permiten a un profesor, de inicio, identificar los conocimientos previos y los futuros ligados a un contenido específico, lo cual le permite contar con un panorama general de los conceptos que utilizarán los estudiantes para adquirir nuevos conocimientos en situaciones diversas y/o más complejas.

Dentro del Modelo del Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas (MTSK, por sus siglas en inglés) encontramos un subdominio que se denomina *Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas* el cual engloba el conocimiento que tiene el profesor sobre estándares de aprendizaje que pueden provenir, no solo del currículo oficial, sino también de literatura de investigación o propuestas de asociaciones como las que hace el Consejo Nacional de Maestros de Matemáticas (NCTM, por sus siglas en inglés), (Montes, Contreras y Carrillo, 2013).

Aunque la literatura de investigación marca una necesidad concreta de información y formación del profesor a este respecto, no encontramos trabajos que ayuden al profesor a tener este tipo de visión panorámica al respecto de la evolución de estos contenidos matemáticos a lo largo de la formación de los estudiantes. A pesar de que los currículos oficiales proporcionan información al respecto de los logros que se espera que los estudiantes alcancen en determinados niveles educativos, el profesor pareciera tener una visión parcial de estos, puesto que se enfoca en el nivel educativo que atiende.

De aquí la importancia de mostrar un panorama general de los conceptos matemáticos que se verán a lo largo de la formación académica y cómo estos van cambiando en un proceso de llevar al alumno a adquirir nuevas habilidades.

## **2.2 El análisis del currículo de matemáticas**

Valenzuela y Dolores (2012) reportan una escasa producción de investigaciones en cuanto a currículo matemático se refiere en México, por lo que se propone incrementar la producción para dotar al profesor de matemáticas de los elementos fundamentales que requiere para hacer del currículo un plan de acción con el cual se pueda actuar en consecuencia dentro del aula.

En el campo de la educación matemática es Rico (1998) quien ha realizado mayor aportación en investigaciones referentes al currículo, declarando que el profesor de matemáticas requiere

de una fundamentación sólida en cuánto a currículo se refiere, así como las bases teóricas para el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas de matemáticas.

Por su parte, Godino (2003), propone darle la importancia que se merece a la investigación sobre el currículo matemático puesto que podría proporcionar elementos concretos que apoyen al profesor en su quehacer diario para la toma de decisiones en cuanto a las ideas matemáticas que se desean enseñar, la evaluación y en general la efectividad del programa y el rendimiento del programa y de los alumnos.

Estas investigaciones muestran la importancia de analizar aspectos específicos del currículum, que permitan al profesor explotar las potencialidades de éste y guiar su práctica hacia objetivos concretos.

Es importante señalar que no encontramos investigaciones que muestren un análisis acerca de la evolución de conceptos matemáticos específicos a lo largo del currículum, ni análisis específicos de contenidos referentes a geometría, sino estudios generales como los propuestos por Valenzuela y Dolores (2012).

### **2.3 El modelo de Van Hiele en Geometría**

Jaime (1993) refiere que el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele fue presentado en la Universidad de Utrech, como resultado de los trabajos doctorales de dos profesores holandeses de Matemáticas de enseñanza secundaria, Pierre M. Van Hiele y Dina Van Hiele-Geldof, que presentaron un modelo de enseñanza y aprendizaje de la geometría.

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. El estudiante se ubica en un nivel dado al inicio del aprendizaje y conforme vaya cumpliendo con un proceso, avanza al nivel superior. El modelo de Van Hiele también indica la manera de apoyar a los estudiantes a mejorar la calidad de su razonamiento, pues proporciona pautas para organizar el currículo educativo y así ayudar al estudiante a pasar de un nivel a otro (Gamboa y Vargas, 2013, p. 81).

Existen diversas investigaciones que han utilizado al modelo de Van Hiele como referente para identificar los niveles de razonamiento, que en el aspecto geométrico los alumnos demuestran a lo largo de su formación académica, muestra de ello, se puede encontrar en Goncalves (2006), quien maneja una vigencia del modelo de Van Hiele, así como la importancia del conocimiento del mismo, por parte del profesorado para así tener mayor repercusión en el ascenso de los niveles de razonamiento de los estudiantes.

A lo largo de la formación del profesorado, es fundamental dotarlos de elementos consolidados en fundamentos teóricos, que en el campo de la educación matemática han sido aportados por diversos investigadores.

Uno de los aspectos que resulta de conocimiento general por parte de los docentes, es que a veces los contenidos de geometría, son sustituidos por los de aritmética y/o álgebra, por considerarlos de mayor prioridad y etiquetando así a los contenidos de geometría como más fáciles de asimilar por parte de los estudiantes, y estos se dejan al final del curso, situación que hace que no se les dé el tratamiento pertinente y se vaya haciendo uso de un listado de conceptos y demostraciones que limitan al estudiante en su acercamiento a esta disciplina de manera más significativa.

Una investigación relevante hecha para identificar los niveles de razonamiento geométrico, se puede encontrar en Burger y Shaughnessy (1986), el cual muestra los resultados de la aplicación de un instrumento concerniente a trabajos con triángulos y cuadriláteros con estudiantes de Universidad, en éste se puede encontrar que es muy apropiado el diseño de actividades para identificar los niveles de razonamiento de un estudiante apoyándose en indicadores que permitan identificar el modo de razonamiento de conceptos específicos, la labor del investigador es relevante en el diseño de las actividades para que sean estratégicamente planteadas.

Por otro lado, en Gamboa y Vargas (2013), se muestra preocupación por una enseñanza efectiva de la geometría, y se utiliza el modelo de Van Hiele para generar una reflexión en el quehacer educativo y su incidencia en el aprendizaje de los conceptos geométricos de una manera significativa.

Por todo lo anterior, consideramos que la investigación acerca del proceso de aprendizaje de un contenido matemático específico, como lo es el tema de triángulos, permitirá visualizar

cómo se va adquiriendo, a lo largo de los niveles educativos básicos, un concepto que permita a los alumnos lograr otros de mayor abstracción y así brindar a los docentes un panorama más amplio para tener un sustento de la importancia que tiene el trabajo vasto y minucioso del concepto de triángulo y su incidencia en otros que se presentan a lo largo de su formación académica.



## CAPÍTULO 3

### MARCO TEÓRICO

En esta investigación nos enfocamos en analizar los planes y programas vigentes en México, por lo que se tomó como base el proceso de Análisis Curricular que George Posner (2005) propone, puesto que, lo que nos interesa es analizar el currículo *formal*, es decir, el que se encuentra plasmado en documentos oficiales y está vigente, además de ser el que nos proporciona la autoridad educativa, lo que Posner propone, es una serie de cuestionamientos que van guiando al analista y lo llevan a una reflexión que permite entender a fondo la naturaleza y origen del currículo, su implementación y la identificación de las fortalezas y debilidades que se tienen, con un claro objetivo, contribuir a la mejora continua.

Fue imprescindible apoyarnos en una base teórica sólida, que haya sido utilizada de manera eficaz en investigaciones anteriores, por lo que nos inclinamos por el modelo de Van Hiele, el análisis curricular vinculado con el contenido de triángulos requiere de identificar la construcción de este, desde los niveles básicos hasta los superiores, el modelo de Van Hiele permite ubicar al estudiante en los niveles de razonamiento que ayuden a promover con ayuda del docente, la transición a niveles de razonamiento superiores.

#### **3.1 El currículo como instrumento para consolidar los aprendizajes**

En el campo de la matemática educativa, han existido muchas aportaciones para mejorar el aprendizaje de las matemáticas escolares, el currículo es uno de los elementos fundamentales con los que un profesor convive constantemente en su ardua labor, por lo que, en este momento, tomando en cuenta tres definiciones de currículo, rescatadas de Stenhouse (2003) veremos que existen concepciones establecidas que por intuición se van tomando en el quehacer docente:

- 1) Es el conjunto de experiencias planificadas proporcionadas por la escuela para ayudar a los alumnos a conseguir, en el mejor grado, los objetivos de aprendizaje proyectados, según sus capacidades (Neagley y Evans, 1967)
- 2) Es el esfuerzo conjunto y planificado de toda la escuela, destinado a conducir el aprendizaje de los alumnos hacia resultados de aprendizaje predeterminados (Inlow, 1966)

- 3) En vista de las deficiencias de la definición popular actual, diremos aquí que curriculum, es una serie estructurada de objetivos de aprendizaje que se aspira lograr. El curriculum prescribe (o al menos anticipa) los resultados de la instrucción (Johnson, 1967)

Con base en los anteriores pensamientos, podemos notar que existen diferentes interpretaciones de lo que el currículo significa, es importante que el docente sea consciente de la concepción que a él le permita identificar la trascendencia de su labor y lo que conlleva esta aportación, para esto es fundamental cerrar filas en torno al concepto de currículo, Stenhouse (2003), plantea que la educación es un medio para el logro de un fin que queda expresado por lo conseguido por el estudiante, y esta concepción de medio-fin, es una de las interpretaciones que se le da al currículo por diversos autores, sin embargo, para efectos de nuestra investigación y porque se está generando una herramienta que sirva al docente, debemos ser muy claros en lo que se debe entender por currículo, a continuación podemos identificar el concepto de currículo de Stenhouse (2003):

Un curriculum es el medio con el cual se hace públicamente disponible la experiencia consistente en intentar poner en práctica una propuesta educativa. Implica no solo contenido, sino también método, y en su más amplia aplicación, tiene en cuenta el problema de su realización en las instituciones del sistema educativo (Stenhouse, 2013, p. 5)

Tal como podemos apreciar, el concepto de currículo va más allá de un simple listado de contenidos que deben ser abordados en un tiempo determinado, requiere de mayor énfasis en el cómo se va a lograr el aprendizaje y de qué manera el profesor va a valerse de conocer ampliamente todo lo que va a intervenir en la consolidación de los aprendizajes esperados.

Posner (2005) señala que se pueden tener diversas interpretaciones acerca del currículo que pueden ser determinadas antes de realizar un análisis curricular y que se muestran a continuación:

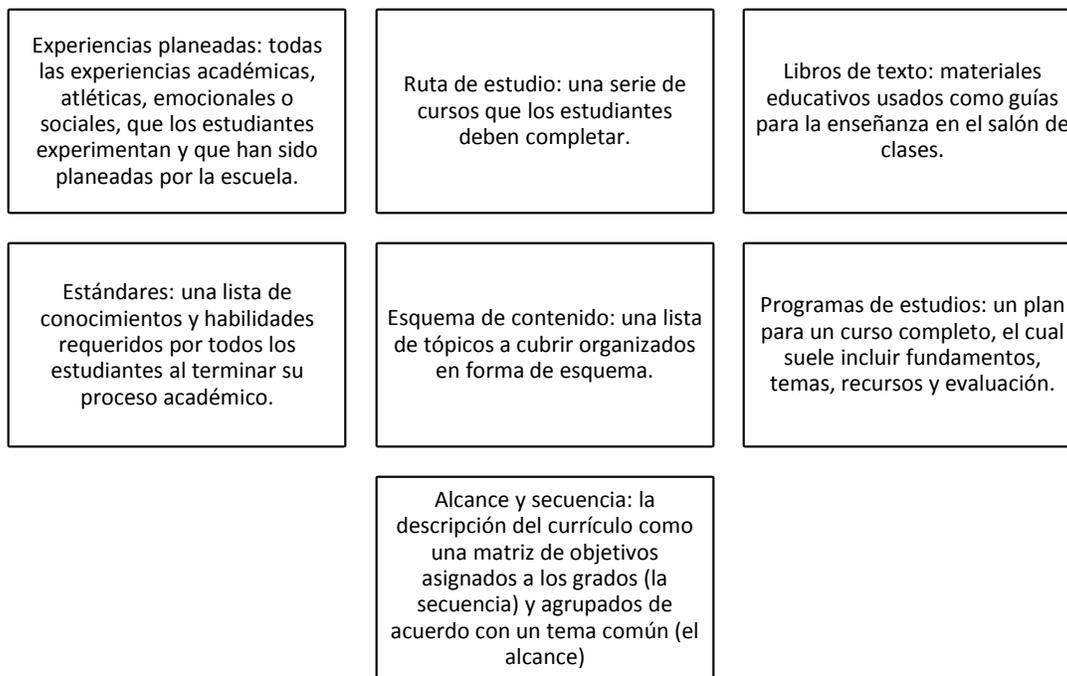


Fig. 3.1 Interpretaciones del currículo según Posner (2005)

Como se puede observar en la figura 3.1, en las interpretaciones del currículo que Posner (2005) propone, existe una especificidad con respecto a cada una de las visiones, sin embargo, debe de prevalecer el interés de quien o para qué se desea realizar un análisis curricular y determinar de manera general el medio para lograr que lo plasmado en un documento llegue a consolidarse en el aula, con aprendizajes consolidados a través de un plan estratégico y diseñado especialmente para el logro de los objetivos educativos.

Un aspecto interesante que cabe mencionar y a través de la historia del currículo se ha manifestado en la literatura de investigación, es el hecho de que hay una semejanza del currículo con un sistema de producción. Posner (2005), plantea que los resultados individuales de aprendizaje son el producto principal si lo comparáramos con un sistema de producción, así pues, enfatizamos la importancia que tiene el conocimiento del currículo para la consolidación de los aprendizajes como base principal del mismo.

### 3.1.1 Sobre el análisis del currículo

Partiendo de una interpretación base para la realización del análisis curricular, se debe contar con una dirección hacia dónde va encaminado el análisis, la importancia de dirigirse hacia una meta en particular, permite que el análisis pueda tener el impacto que se desea, cabe enfatizar, que el motivo de este análisis curricular va encaminado hacia la identificación de los contenidos que se declaran en los planes y programas específicamente en el concepto de triángulo y su aparición desde el nivel preescolar, primaria, secundaria y hasta llegar a bachillerato.

Según Posner (2005), dentro del ámbito educativo convergen cinco tipos de currículo, por medio de los cuáles el docente, tiene un tratamiento simultáneo de estos y aunque el que comúnmente se considera como básico, es el oficial, lo que debe realizar el docente es una reflexión constante, con respecto a los otros cuatro que también forman parte fundamental del proceso educativo, a continuación, observamos en la figura 3.2, a los tipos de currículo:

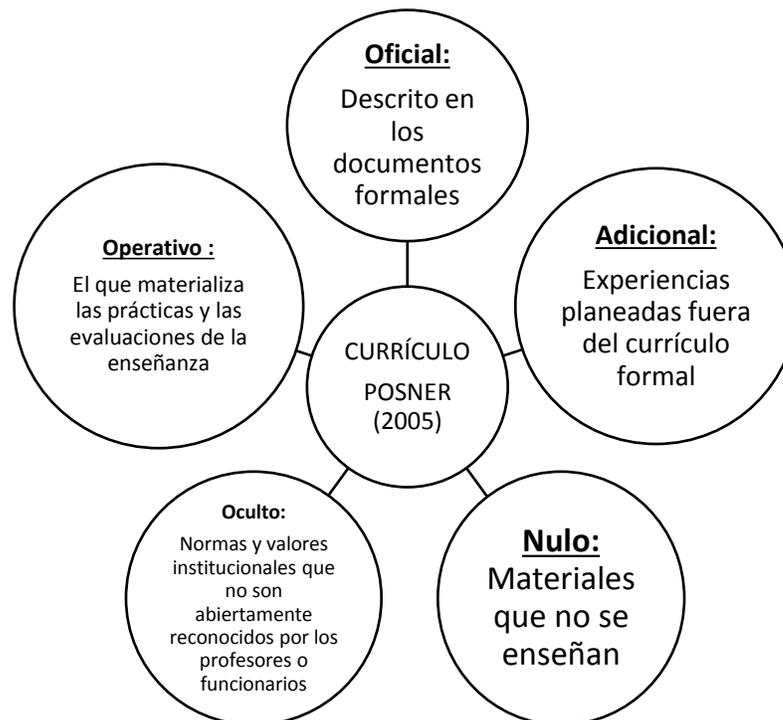


Fig. 3.2 Tipos de Currículo según Posner (2005)

En el caso de esta investigación, nos interesamos por analizar lo que Posner (2005) identifica como el currículo oficial, que es aquel que está a disposición de los docentes, autoridades y

todo aquel interesado en la educación y que se considera el soporte para el trabajo tanto administrativo como institucional y que en virtud de su oficialidad es el que se materializa a través de las prácticas cotidianas, es decir, se convierte en la base para el currículo operativo.

### **3.2 El análisis curricular**

Posner (2005), plantea una forma de realizar un análisis curricular que permita reflexionar acerca de la vigencia, pertinencia y adecuación del currículo actual, de tal manera que, a través de la experiencia del docente, pueda existir la posibilidad de aportar una estructura que coadyuve a la organización permanente de los contenidos y su aplicación. Plantea la necesidad de un análisis curricular para generar dos tareas importantes: la elección y la adaptación del currículo, esto con la finalidad de visualizar el entorno del aula y su correspondiente incidencia en la adecuación, reflexión y constante transformación de la práctica educativa en el salón de clases.

El análisis que propone Posner (2005) está enfocado en las diversas visiones que se tienen ante la reflexión de un currículo, puesto que se aborda de diversas maneras, esto puede ser como un medio, un fin o simplemente como un informe. De acuerdo con esta diversidad de acepciones que se le puede dar al currículo, es imprescindible que el análisis curricular no debe entenderse como algo definitivo, más bien, es un proceso que debe cristalizarse en prácticas concretas para hacer frente a los retos enfrentados cotidianamente en el campo educativo.

Dado que este autor plantea que no existe una panacea en educación, es importante que se logre en todo momento hacer uso de un “eclecticismo reflexivo”, es decir una reunión de elementos que de acuerdo con las diversas situaciones educativas que se presenten, permitan generar una toma de decisiones certera, a través de la aportación de un docente que tiene conocimiento del origen del currículo y por supuesto de los fines educativos a los que éste pretende llegar.

Posner (2005) relaciona al análisis curricular como un trabajo exhaustivo de investigación, más que como una herramienta administrativa, lo que refleja que su generación debe ser más cercana a una reflexión profesional, que, a una simple enumeración de saberes técnicos, con esto se puede incidir en lo que cada docente pueda identificar en su práctica, aspecto que es

fundamental para retomar correspondientes acciones que coadyuven al mejoramiento de los aprendizajes.

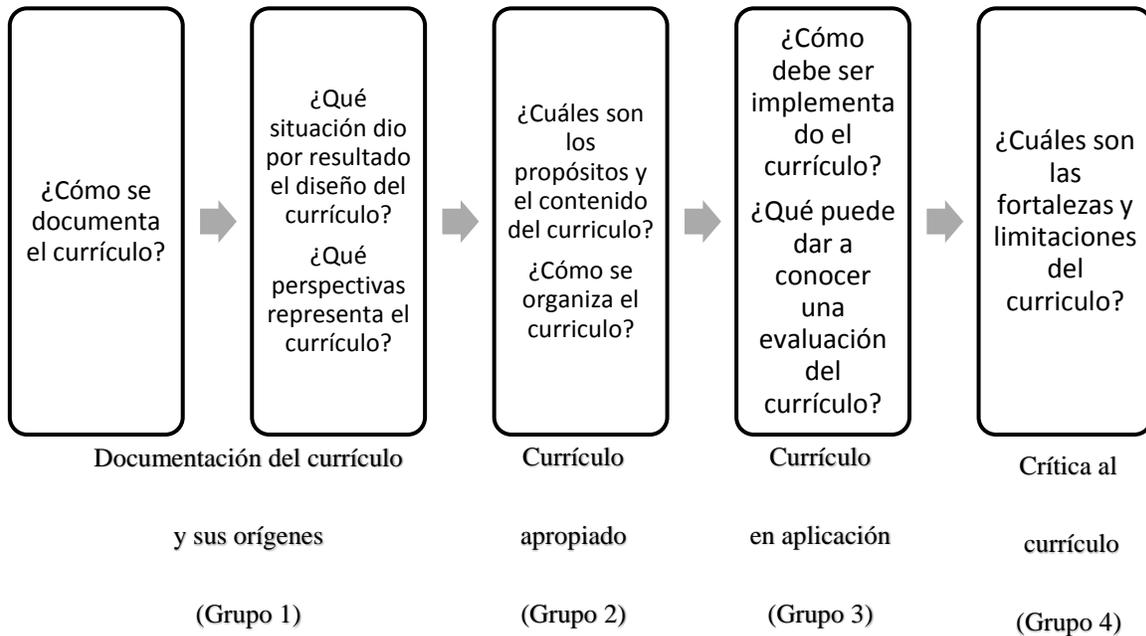


Fig. 3.3 El proceso de análisis curricular. Posner (2005)

Este proceso mostrado en la Figura 3.3, sirve de referente para la realización del análisis curricular que permitirá vincular los contenidos referentes al concepto de triángulo con los contenidos declarados en los documentos oficiales y de los cuales daremos cuenta en próximos capítulos.

### 3.2.1 Descripción de los elementos del Análisis Curricular

El proceso de Análisis curricular que plantea Posner (2005) tiene como objetivo que cualquier persona interesada en realizarlo, pueda tener una guía efectiva para lograr el resultado al que se desea llegar, según las intenciones del estudio.

La razón por la que se requiere realizar un Análisis Curricular puede obedecer a que se necesita seleccionar un currículo o para la adaptación de este, esta investigación pretende identificar el alcance que tiene el currículo vigente en México en el tratamiento de los contenidos de geometría, específicamente en el concepto de triángulo para lograr dotar al docente de una herramienta longitudinal que le permita realizar la adaptación del currículo.

En el apartado anterior, pudimos identificar el proceso para realizar el análisis Curricular, a continuación, se describen los cuestionamientos que Posner (2005) propone para ser utilizados en la obtención de los datos requeridos para el estudio a realizar.

**Grupo 1: Documentación del Currículo y orígenes:**

- a) ¿Cómo se documenta el currículo?
- b) ¿Qué situación dio por resultado el diseño del currículo?
- c) ¿Qué perspectivas representa el currículo?

En este grupo, se integran los aspectos que se utilizarán para el análisis, es decir, los recursos, documentos oficiales en el que se basará el análisis, así como los aspectos en los que se centran los documentos, según el objetivo del análisis, otro de los elementos que se considera en este grupo, es tomar en cuenta las limitaciones que se tiene en la documentación que se utilizará para lograr el objetivo del análisis.

Posner (2005) reúne los aspectos antes mencionados, a través de una serie de cuestionamientos complementarios que ayuden a clarificar lo que se requiere en todo el proceso de Análisis curricular, a continuación, se muestran estos cuestionamientos de apoyo al analista:

**Primer grupo: Documentación y orígenes del currículo**

- I. ¿Cómo se documenta el currículo?
  - a) ¿En qué documentos y otros recursos se basará el análisis?
  - b) ¿En qué aspectos del análisis se centran los documentos?
  - c) ¿Qué limitaciones se encuentran en cuanto a documentación?
- II. ¿Qué situación dio como resultado el diseño del currículo?
  - a) Si es posible averiguarlo, ¿quién elaboró la lista de actores que intervinieron en el desarrollo del currículo? ¿Cuáles son sus nombres, a qué institución estaban afiliados y cuáles fueron sus funciones respectivas en el proyecto? Dentro del equipo del proyecto, ¿quién presentó a los estudiantes, a los profesores, a las temáticas de estudio y al medio social? ¿Hubo alguna irregularidad obvia en el equipo?

- b) ¿A qué problema social, económico, político o educacional trataba el currículo de responder?
- c) ¿Qué elementos de planeación dominaron el proceso de desarrollo del currículo?
- III. ¿Qué perspectiva, de existir, representa el currículo?

**Segundo grupo: El currículo apropiado**

- IV. ¿Cuáles son los propósitos y el contenido del currículo?
  - a) ¿Qué aspectos del currículo tienen por objeto el entrenamiento y cuáles los contextos educacionales?
  - b) ¿A qué nivel, de existir, expresa el currículo sus propósitos?
  - c) ¿Qué metas y objetivos educacionales se enfatizan y cuáles son sus prioridades relativas?
  - d) ¿Qué tipos de objetivos de aprendizaje se incluyen y enfatizan en el currículo?
  - e) ¿Qué formas fundamentales utiliza el currículo para representar el tema de estudio a los estudiantes?
- V. ¿En qué supuestos se basa el enfoque curricular con respecto al propósito o al contenido?
  - a) ¿Qué concepciones de aprendizaje, objetivos, currículo y enseñanza subyacen tras los materiales que se están analizando?
  - b) ¿Qué aspectos de un currículo oculto acompañarán probablemente las concepciones y perspectivas en las cuales se basa el currículo?
  - c) ¿En qué medida es probable que el currículo desempeñe un papel hegemónico en sus propósitos o en su contenido?
- VI. ¿Cómo se organiza el currículo?
  - a) De existir, ¿qué provee a nivel macro una organización vertical y /u horizontal?
  - b) ¿Qué configuraciones básicas de contenido se encuentran a un nivel más micro?
  - c) ¿Cómo se emplean los diversos medios de comunicación para difundir el currículo?
  - d) ¿Qué principios organizacionales son empleados?
  - e) ¿Cuál es el estatus relativo que las temáticas de estudio tienen en el currículo?
- VII. ¿En qué supuestos se basa la organización del currículo?

- a) ¿En qué supuestos epistemológicos, de existir, se basa la organización del currículo?
- b) ¿En qué supuestos psicológicos, de existir, se basa la organización del currículo?
- c) ¿Qué otros supuestos, de existir, relacionados con la organización curricular subyacen tras el currículo?

### **Tercer grupo: El currículo en aplicación**

#### VIII. ¿Cómo debe ser implementado el currículo?

- a) ¿Cuáles son los requisitos temporales, físicos, organizacionales y político-legales del currículo?
- b) ¿Cuáles son los costos y beneficios probables asociados con el cambio curricular?
- c) ¿En qué medida el currículo será consistente y apropiado para las actitudes, creencias y competencias de los profesores?
- d) ¿Qué valores se incorporan al currículo y qué tan adecuados son estos valores para la comunidad?
- e) ¿Qué enfoques para el cambio curricular parecen ser consistentes con el currículo?
- f) ¿Si su currículo ya ha sido implementado, ¿qué enfoques caracterizaron los esfuerzos de cambio?

#### IX. ¿Qué aspectos pueden darse a conocer sobre el currículo bajo la óptica de la evaluación?

- a) ¿Qué información proporciona el currículo? ¿Qué conclusiones sobre el currículo parecen garantizadas con base en la información proporcionada?
- b) ¿Qué instrumentos o sugerencias para recolectar información proporciona el currículo?
- c) ¿Qué preocupaciones sobre el currículo podrían ser aclaradas mediante la información que arroje la evaluación? Considérense los resultados de corto plazo, los resultados de largo plazo, los antecedentes y las transacciones.
- d) ¿El enfoque para la evaluación del estudiante manifiesta en el currículo un enfoque basado en mediciones, un enfoque integrado, o ambos?
- e) ¿Cómo sería una evaluación no conservadora (o radical) del currículo?

**Cuarto grupo: Crítica**

- X. ¿Qué juicio se puede emitir sobre el currículo?
- a) ¿Cuáles son sus puntos fuertes y sus debilidades?
  - b) ¿De qué peligros desearía cuidarse el analista del currículo si lo implementara?
  - c) ¿Cómo lo adaptaría para maximizar sus beneficios y fortalezas y para minimizar sus limitaciones y riesgos?

De acuerdo con lo que se describió anteriormente, cabe señalar que el Análisis Curricular de esta investigación, está enfocado a un Nuevo Modelo Educativo que entra en vigor en el ciclo escolar 2018-2019, por lo que aún no hay resultados de la implementación de este.

Posner (2005) plantea que algunos currículos no cuentan con todos los elementos que el refiere en el listado de cuestionamientos que aparecen anteriormente, por lo que propone una lista de Información que pueden obtenerse de documentos curriculares ideales:

1. Algunas claves sobre el problema al cual estaba respondiendo el currículo y los tipos de expertos que participaron en el proceso de desarrollo.
2. Una idea clara de qué se supone que los estudiantes deben aprender, es decir, los objetivos de aprendizaje; qué se supone que los profesores deben enseñar, es decir, el contenido; y en qué orden se debe enseñar y aprender, es decir, la secuencia.
3. Una idea clara sobre por qué estos objetivos de aprendizaje y el contenido son importantes; es decir, la justificación, algunas veces llamada filosofía.
4. Alguna guía, bien sea en forma de sugerencias o prescripciones, sobre cómo enseñar los objetivos y el contenido, es decir, estrategias de enseñanza.
5. Indicaciones de la forma como el currículo y los estudiantes deben ser o han sido evaluados y cuáles han sido los resultados.
6. Indicación de si el currículo ha sido implementado; de no haberlo sido aún, para cuáles situaciones sería apropiado; de haber sido implementado, qué sucedió cuando lo fue.

Con base a todos elementos es como se analizan los documentos oficiales que son proporcionados por las autoridades educativas en México.

### **3.3 Evolución del currículo en México**

Con la expedición del *Acuerdo Nacional para la Modernización de la Educación Básica* en 1992, México inició una profunda transformación de la educación y reorganización de su sistema educativo nacional, que dio paso a reformas encaminadas a mejorar e innovar prácticas y propuestas pedagógicas, así como a una mejor gestión de la Educación Básica.

Las reformas que se realizaron en educación preescolar (2004) y educación secundaria (2006), establecieron las bases del perfil de egreso de la educación básica y las competencias que debían desarrollarse a lo largo de toda la vida. En 2008, la SEP señaló la necesidad de llevar a cabo un proceso de revisión y de reforma de la educación primaria, para articularla con el último año de preescolar y el primero de secundaria (SEP, 2012a).

#### **3.3.1 Modelo Educativo 2011**

El proceso de la Reforma Integral de la Educación Básica iniciado en el año de 2004 por el gobierno mexicano se concretó con la Articulación de la Educación Básica en el año de 2011, al contar con un currículo que se caracteriza por ser integral, pertinente, nacional y flexible en su desarrollo, orientado a mejorar los procesos y resultados del sistema educativo, abierto a la innovación y a la actualización continua, coherente, gradual, progresiva y capaz de articular, actualizar y dirigir la Educación Básica en todo el país, (Sánchez, 2012, p. 153)

Es en este Modelo Educativo 2011, es donde se empieza a considerar un enfoque por competencias para la vida, las cualidades educativas que integran en el Plan de Estudios 2011, en Educación Básica, según (Sánchez, 2012) es el incremento generalizado y sostenido de la calidad educativa, se pretende generar evidencias en los alumnos y alumnas, que han adquirido las competencias y éstas pueden ser demostrables en los resultados de pruebas estandarizadas, nacionales e internacionales, promoviendo la aplicación de los conocimientos adquiridos en la escuela, en su vida cotidiana.

Como política educativa, la Articulación de la Educación Básica busca ampliar los alcances de la educación y del sistema educativo en términos de cobertura y calidad, entendida la primera como la universalización de las oportunidades de acceso, tránsito y egreso de la Educación Básica en condiciones de equidad y, la segunda, como el desarrollo de procesos de aprendizaje y de enseñanza en un contexto de estándares

curriculares, cuyo valor sea ampliamente reconocido en el espacio nacional e internacional. (Sánchez, 2012, p. 153)

### **3.3.2 Modelo Educativo 2018**

A lo largo de estos 14 años, se vuelve a presentar un cambio que ahora se manifiesta en el nuevo modelo educativo que se pretende implementar en el ciclo escolar 2018 – 2019, tomando en consideración que existen documentos oficiales que están llegando a los docentes para preparar el campo de aplicación de lo propuesto en éste y su adecuada asimilación por parte del profesorado.

El propósito de la Educación Básica y Media Superior pública es contribuir a formar ciudadanos libres, participativos, responsables e informados, capaces de ejercer y defender sus derechos, que participen activamente en la vida social, económica y política de México, Secretaría de Educación Pública (SEP, 2016c)

En este sentido, en la Carta sobre los Fines de la Educación del siglo XXI, se muestra el proceso que se inició en el año 2012 y que concluye con la implementación del Nuevo Modelo Educativo que integrará todo el proceso que fue trabajándose de manera gradual y que se perfila a generar una educación de calidad, haciendo el énfasis de esto en el Artículo 3° Constitucional:

El Estado garantizará la calidad en la educación obligatoria de manera que los materiales y métodos educativos, la organización escolar, la infraestructura educativa y la idoneidad de los docentes y los directivos garanticen el máximo logro de aprendizaje de los educandos. (Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, 2009)

De esta manera se entra en un proceso de ajuste en los perfiles de egreso y se pretende que exista una evolución en el proceso de aprendizaje, considerando que ahora se encuentra una relación en contenidos que van desde preescolar hasta nivel medio superior, de una manera progresiva y longitudinal, lo que provee al docente de un panorama general de lo que se pretende lograr en los cuatro niveles educativos, como se muestra en la siguiente tabla:

### 3.3.3 Aprendizajes esperados por cada nivel educativo

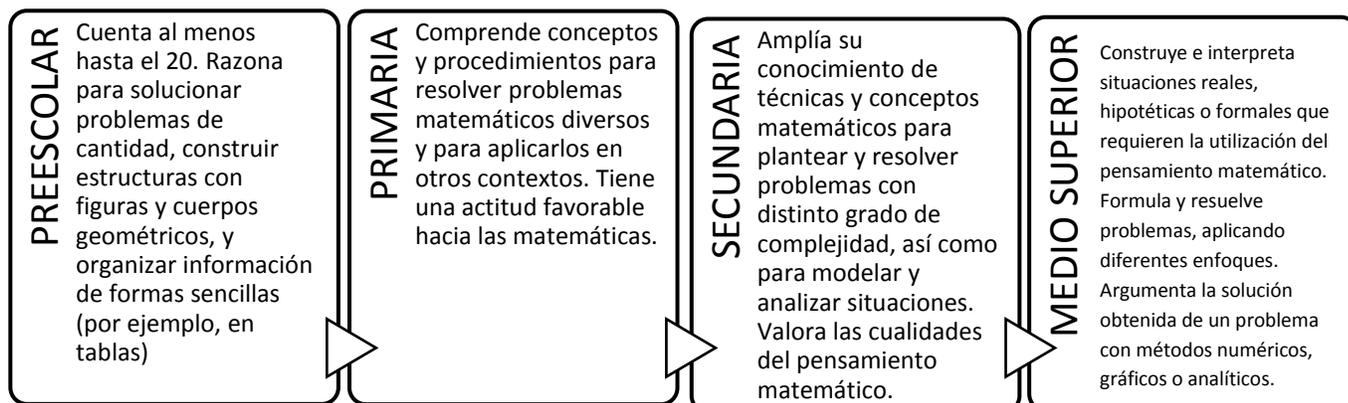


Fig. 3.4 Aprendizajes esperados en el campo formativo. Pensamiento Matemático, Planes y programas SEP, (2017d)

Como se puede apreciar en la figura anterior, existe un proceso que va desde el nivel de preescolar, hasta bachillerato de tal manera que, a lo largo del proceso de formación de un individuo, éste pueda ir evolucionando conforme a su edad, y grado de madurez intelectual.

El currículo es suficientemente flexible para que, dentro del marco de los objetivos nacionales, cada escuela fomente procesos de aprendizaje considerando las distintas necesidades y contextos de los estudiantes, y así pueda encontrar la mejor manera de desarrollar su máximo potencial. Este Plan dejó atrás un currículo poco flexible y saturado, excesivamente enfocado en la acumulación de conocimientos, para ofrecer otro que permita a cada comunidad escolar profundizar en los aprendizajes clave de los estudiantes e incluso les da autonomía para definir una parte de los contenidos, SEP, (2018e).

Considerando lo anterior podemos decir que, en la nueva implementación de un currículo flexible, cabe la participación de todos los actores educativos que convergen en un solo objetivo, la educación de los ciudadanos de nuestro país y la integración de estos a la sociedad, con una formación que permita integrarse a la misma con las herramientas necesarias para enfrentarse a los nuevos retos que se van presentando a lo largo de su vida.

### 3.4 El modelo de Van Hiele

En Jaramillo y Esteban (2006), encontramos los tres elementos básicos que componen al modelo de Van Hiele:

- 1) La percepción (insight) que se puede considerar como la comprensión de las estructuras.
- 2) Los niveles de Van Hiele, como una jerarquización del razonamiento humano.
- 3) Las fases de aprendizaje, que permiten guiar al profesor en el diseño de secuencias didácticas para apoyar al estudiante a enfrentarse a situaciones que le permitan transitar de nivel en nivel.

El concepto de triángulo se puede encontrar en el currículo oficial desde preescolar hasta cursos de Geometría analítica en el nivel medio superior, por lo que se consideró a este concepto como base para generar un panorama que permita identificar el proceso de aprehensión de este concepto a lo largo de la formación académica de un estudiante que cursa su Educación Obligatoria en México, para lograr identificar el avance en el tratamiento de este concepto desde los primeros años de escuela, hasta grados superiores, se buscaron fundamentos teóricos, consolidados en el ámbito de la Educación Matemática, y es el Modelo de Van Hiele el que cumple con los requerimientos que necesitamos para lograr establecer los niveles de razonamiento a los que puede acceder un estudiante a lo largo de su formación académica

El modelo de Van Hiele describe cinco niveles de razonamiento en geometría. El primer nivel lo encontramos en Educación Infantil y primeros cursos de Primaria, y el quinto nivel, solo en algunos matemáticos expertos. (Carrillo, et al, 2016, p. 174).

#### 3.4.1 Niveles de Razonamiento

Los niveles de razonamiento que se plantean en el modelo de Van Hiele, han sido referidos en diversas investigaciones, para esta investigación se ha tomado de un estudio hecho por Burger y Shaughnessy (1986) donde retoman las descripciones de Dina Van Hiele (Van Hiele-Geldof, 1957) y modificadas estas por Hoffer (1981):

**Nivel 0 (Visualización).** El estudiante razona sobre conceptos básicos geométricos, tales como formas simples, principalmente por medio de consideraciones visuales del concepto como un todo sin consideración explícita de las propiedades de sus componentes.

**Nivel 1 (Análisis).** El estudiante razona sobre conceptos geométricos por medio de un análisis informal de las partes componentes y atributos. Se establecen las propiedades necesarias del concepto.

**Nivel 2 (Abstracción).** El estudiante ordena lógicamente las propiedades de los conceptos, construye definiciones abstractas y puede distinguir entre la necesidad y suficiencia de un conjunto de propiedades al determinar un concepto.

**Nivel 3 (Deducción).** El estudiante razona formalmente dentro del contexto de un sistema matemático y completo, con términos indefinidos, axiomas, un sistema lógico subyacente, definiciones y teoremas.

**Nivel 4 (Rigor).** El estudiante puede comparar sistemas basados en diferentes axiomas y puede estudiar varias geometrías en ausencia de modelos concretos.

Los esposos Van Hiele, numeraron los niveles de razonamiento del 0 al 4, sin embargo, muchas investigaciones posteriores han modificado la numeración para iniciar con un nivel 1 y concluir en un nivel 5 de razonamiento.

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes dividiéndolo en cinco niveles consecutivos; la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se repiten con cada aprendizaje nuevo. El estudiante se ubica en un nivel dado al inicio del aprendizaje y, conforme vaya cumpliendo con un proceso, avanza al nivel superior. El modelo de Van Hiele también indica la manera de apoyar a los estudiantes a mejorar la calidad de sus razonamientos, pues proporciona pautas para organizar el currículo educativo y así ayudar al estudiante a pasar de un nivel a otro. (Gamboa y Vargas, 2013, p. 81)

En Gutiérrez y Jaime (1991), se encuentra un recuento histórico acerca del modelo de Van Hiele, esto con la finalidad de acercar a los docentes a todo lo referente al modelo, ya que se enfatiza la importancia de que un profesor conozca esta base teórica, esto con la finalidad de

proponer estrategias que permitan al estudiante acceder a los diferentes niveles de razonamiento de una manera adecuada y planificada.

Con base en la investigación de Jaime y Gutiérrez (1991), se retoman características específicas en términos de lo que puede realizar un estudiante, de acuerdo al nivel de razonamiento en el que se ubica, a continuación, se muestran estas características:

Nivel 1 (reconocimiento). El estudiante de este nivel:

- Describe los objetos por su aspecto físico y los diferencia o clasifica con base en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellos.
- No reconoce explícitamente los componentes o las propiedades de los objetos.

Nivel 2 (análisis) El estudiante de este nivel:

- Percibe los objetos como formados por partes y dotados de propiedades, aunque no identifica las relaciones entre ellas.
- Puede describir los objetos de manera informal, mediante el reconocimiento de sus componentes y propiedades, pero no es capaz de hacer clasificaciones lógicas.
- Deduce nuevas relaciones entre componentes o nuevas propiedades de manera informal a partir de la experimentación.

Nivel 3 (clasificación): El estudiante de este nivel:

- Realiza clasificaciones lógicas de los objetos y descubre nuevas propiedades con base en propiedades o relaciones ya conocidas y por medio de razonamiento informal.
- Describe las figuras de manera formal, es decir, que comprende el papel de las definiciones y los requisitos de una definición correcta.
- Comprende los pasos individuales de un razonamiento lógico de forma aislada, pero no comprende el encadenamiento de estos pasos ni la estructura de una demostración.
- No es capaz de realizar razonamientos lógicos formales, ni siente su necesidad. Por este motivo, tampoco comprende la estructura axiomática de las Matemáticas.

Nivel 4 (deducción): El estudiante de este nivel:

- Es capaz de realizar razonamientos lógicos formales.
- Comprende la estructura axiomática de las Matemáticas.

- Acepta la posibilidad de llegar al mismo resultado desde distintas premisas (definiciones equivalentes, etc.).

### **3.4.2 Consideraciones importantes acerca del Modelo de Van Hiele**

El modelo de Van Hiele ha sido utilizado en diversas investigaciones, las cuales han aportado distintos resultados que conforman un referente fundamental para las investigaciones futuras y las que se encuentran en desarrollo, de las consideraciones más importantes que podemos tomar en cuenta, destacan las que se retoman de Carrillo et al (2016, p. 183) a continuación se enlistan:

- a) El progreso del razonamiento matemático de los estudiantes no está vinculado a su edad, sino a la experiencia que hayan adquirido en el uso de las habilidades propiedades de un determinado nivel de razonamiento.
- b) Es normal que el nivel de razonamiento de un estudiante progrese con el paso de los años de escolarización, pero esto es debido principalmente a la influencia de la instrucción recibida, no a su edad.
- c) Cualquier profesor de Primaria o de niveles educativos superiores sabe que, entre sus alumnos de un curso, hay algunos con un razonamiento más sofisticado que otros, es decir que no se debe pensar que los estudiantes de un determinado curso de Primaria estarán todos en un mismo nivel de razonamiento predeterminado.
- d) El profesor debe empezar las clases averiguando el nivel de razonamiento de sus alumnos.
- e) Para evaluar el nivel de razonamiento de los estudiantes no hay ninguna prueba estandarizada, sino que las preguntas que hay que plantear dependen de los contenidos geométricos que se van a estudiar.
- f) La investigación didáctica muestra que la mejor manera de evaluar el nivel de razonamiento de los estudiantes es plantear problemas o actividades para basar la evaluación en sus resoluciones: la forma de resolver los problemas es lo que dará información sobre el nivel de cada estudiante, pues no son no son procedimientos algorítmicos, etc., en las que se pueda responder de memoria.

El profesor es un actor principal en el trabajo de análisis e identificación de los niveles de razonamiento de sus estudiantes, por lo que es fundamental que éste pueda dotarse de elementos teóricos que lo puedan apoyar, una vez que se tenga que enfrentar al tratamiento de la información recabada de sus estudiantes, pero fundamentalmente, en el adecuado diseño de estrategias que puedan potenciar las habilidades de sus estudiantes.

## **CAPÍTULO 4**

### **METODOLOGÍA**

#### **4.1. Tipo de investigación**

La investigación realizada es un estudio documental, puesto que nos interesa explorar, organizar y analizar el concepto de triángulo en el currículum oficial mexicano. Desde un enfoque cualitativo pretendemos mostrar el análisis de la evolución de este concepto a lo largo de los niveles primaria, secundaria y bachillerato.

En este apartado se expondrán y detallarán cada una de las etapas en las que se dividió esta investigación:

- Etapa 1: Proceso de análisis curricular de George Posner.
- Etapa 2: Análisis de contenido
- Etapa 3: Descripción de evolución del concepto de triángulo y los niveles de razonamiento a los que debería acceder un estudiante que cursa la Educación Obligatoria en México según el currículo oficial.

#### **4.2 Etapa 1: Proceso de análisis curricular de George Posner.**

A pesar de que nuestro interés principal se centra en el análisis de contenido, consideramos importante realizar un análisis general del programa partiendo de las premisas que Posner (2005) plantea, puesto que, nuestro interés se centra en comprender la evolución de un concepto a lo largo de varias etapas formativas y que el modelo 2018 planteado en México pretende dar continuidad y organización a la enseñanza obligatoria en conjunto.

Se inicio con el proceso de Análisis Curricular que Posner (2005) propone y se dio respuesta a las preguntas que a continuación se mencionan, de acuerdo con cada etapa del análisis:

1. Documentación del Currículo y orígenes:
  - d) ¿Cómo se documenta el currículo?
  - e) ¿Qué situación dio por resultado el diseño del currículo?
  - f) ¿Qué perspectivas representa el currículo?
2. Currículo apropiado
  - a) ¿Cuáles son los propósitos y el contenido del currículo?

- b) ¿Cómo se organiza el currículo?
- 3. Currículo en aplicación:
  - a) ¿Cómo debe ser implementado el currículo?
  - b) ¿Qué puede dar a conocer una evaluación del currículo?
- 4. Crítica al currículo:
  - a) ¿Cuáles son las fortalezas y limitaciones del currículo?

Las primeras tres etapas en el análisis curricular, es decir, Documentación del currículo y orígenes, Currículo apropiado y currículo en aplicación, fueron obtenidas a través de diversos materiales consultados que han sido proporcionados por la Secretaría de Educación Pública a todos los actores principales del proceso educativo, sin embargo, están disponibles para cualquier persona que desee consultar estos materiales en la red.

Se retomó el marco normativo y los materiales previos a la emisión del documento oficial del Modelo Educativo 2017, estos fueron:

- a) Carta sobre los Fines de la Educación del siglo XXI<sup>1</sup>
- b) Modelo Educativo 2017<sup>2</sup>
- c) Propuesta Curricular para la educación obligatoria 2016<sup>3</sup>

De estos documentos se rescataron los elementos que fueron necesarios para lograr dar respuesta a los cuestionamientos anteriormente mencionados y a partir de ellos se estructuró el análisis curricular, la crítica al currículo, considerada como la última etapa del proceso, se puede apreciar en la parte final de esta investigación, es decir, en las conclusiones, ya que lo que se busca es emitir una crítica al currículo, pero desde un enfoque que permita apreciar si lo declarado en el currículo oficial, permite que un estudiante pueda ir accediendo a niveles de razonamiento superiores, basándonos en el Modelo de Van Hiele.

---

<sup>1</sup><https://www.gob.mx/nuevomodeloeducativo/documentos/carta-los-fines-de-la-educacion-en-el-siglo-xxi-2>

<sup>2</sup>[https://www.aprendizajesclave.sep.gob.mx/descargables/APRENDIZAJES\\_CLAVE\\_PARA\\_LA\\_EDUCACION\\_INTEGRAL.pdf](https://www.aprendizajesclave.sep.gob.mx/descargables/APRENDIZAJES_CLAVE_PARA_LA_EDUCACION_INTEGRAL.pdf)

<sup>3</sup><https://www.gob.mx/cms/uploads/docs/Propuesta-Curricular-baja.pdf>

### **4.3 Etapa 2: Análisis de contenido.**

Para esta etapa se recolectaron los Planes y programas que se encuentran disponibles en la red<sup>4</sup> de todos los niveles educativos, partiendo de preescolar y llegando hasta el nivel medio superior, considerando específicamente los planes y programas de Bachillerato General.

Con este análisis se extrajeron y organizaron todos los aprendizajes esperados desde preescolar hasta Bachillerato (15 grados escolares que se consideran obligatorios), relacionados con el concepto de triángulos, sin embargo, dado que el Bachillerato General se integra por tres componentes de Formación, que son: básico, propedéutico y para el trabajo, solo se encontraron contenidos hasta el tercer semestre, a continuación, se muestra la forma en que se organizó cada uno de los aspectos antes mencionados.

En cuanto al análisis de estos datos, se recurrió a la construcción de un instrumento de análisis en el cual se establecen características que deberían observarse en cada uno de los niveles de razonamiento para el tema de triángulos, Martínez, H. B., Pérez, A. A., y Escudero, D. I. (2018). En este instrumento se categorizaron cada uno de los Niveles de Razonamiento con su respectivo Proceso de Razonamiento.

#### **4.3.1 Ubicación de los contenidos declarados en el currículo con los niveles de razonamiento de Van Hiele.**

Se retomaron los aprendizajes esperados por cada uno de los niveles educativos de la Educación obligatoria en México, cada uno de ellos fue analizado para que se le fuera asignando una categoría, de acuerdo con la tabla antes mostrada, cada uno de los aprendizajes esperados fue sometido a una revisión y se ubicó en función de lo planteado en las tablas de los niveles de Van Hiele.

---

<sup>4</sup> <https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/preescolar/1LpM-Preescolar-DIGITAL.pdf>  
<https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/index-descargas.html>  
<https://www.planyprogramasdestudio.sep.gob.mx/descargables/biblioteca/secundaria/mate/1-LPM-sec-Matematicas.pdf>  
<http://www.sems.gob.mx/curriculoems/planes-de-estudio-de-referencia>

Para la asignación de los Niveles de Razonamiento por cada nivel educativo, se fue siguiendo el proceso que se muestra a continuación:

- a) Para preescolar: Se consideró esta etapa escolar de manera global, dado que hay una flexibilidad a que el estudiante de acuerdo con su ritmo pueda ir avanzando por lo que se retoma todo el nivel preescolar y los aprendizajes esperados relacionados con el concepto de triángulo para asignarle el nivel de razonamiento.
- b) Para primaria, se tomó como referencia el último ciclo, es decir, quinto y sexto grado, para identificar el último nivel en el cual se pudo ubicar cada uno de los aprendizajes esperados declarados en el currículo, los procesos de razonamiento que se asignan fueron tomados en función, de los que predominan en los aprendizajes esperados.
- c) Para Secundaria, se consideró el último grado, es decir, tercer grado, tomando en consideración como fueron predominando los procesos de razonamiento y el nivel al que pertenecían, se le pudo asignar el nivel al que se puede acceder al término de este nivel.
- d) Para Bachillerato, se consideraron únicamente los primeros semestres, puesto que se tomó como base el currículo del Bachillerato General, y se puede encontrar una división en tres componentes: el de formación básica, el de Formación propedéutico y el de Formación para el trabajo, por lo que no se puede saber con certeza, a partir del 5° y 6° semestre, cuál sea la elección del estudiante, puesto que se diversificaría al llegar a estos semestres. De tal manera que se consideraron únicamente, los dos primeros grados de Bachillerato, es decir, hasta el cuarto semestre.

#### **4.4 Etapa 3: Descripción de la evolución del concepto de triángulo y los niveles de razonamiento a los que debería acceder un estudiante que cursa la Educación Obligatoria en México según el currículo oficial.**

Para la construcción de la herramienta didáctica, se trabajó cada uno de los niveles educativos de la siguiente manera:

- Preescolar: se consideraron en un solo bloque los aprendizajes esperados.
- Primaria, se consideraron los tres ciclos, primer ciclo (primero y segundo grado), segundo ciclo (tercero y cuarto grado) y tercer ciclo (quinto y sexto grado).

- Secundaria: Se consideró cada uno de los grados que integran a la Educación secundaria.
- Bachillerato: solo se tomó en cuenta hasta el cuarto semestre, dado que, en el quinto semestre, el estudiante debe elegir el componente que desea para el último grado de estudios.

Con este análisis se establecieron líneas del tiempo, donde se puede visualizar cada uno de los niveles educativos e identificar el nivel de razonamiento y los procesos que se destacan en cada uno, para que el profesor que desee utilizar la herramienta pueda ubicarse en estas líneas que le permitan visualizar el previo y el posterior grado escolar al que él está impartiendo.

En la transición de un nivel a otro se rescataron los procesos de razonamiento que se promueven en cada uno de los aprendizajes esperados, considerando así estos, como referente para poder proporcionar el nivel de razonamiento con sus respectivos procesos, señalando así los que faltan por enfatizar y donde pueden existir áreas de oportunidad que puede detectar un docente para mejorar el tratamiento de esos procesos.



## CAPÍTULO 5

### ANÁLISIS DE LA INFORMACIÓN

La investigación que se presenta a continuación se da en un marco de cambio de modelo educativo en México, considerando la importancia que tiene el conocer el currículo y entender la naturaleza de este, se presenta un análisis curricular que dote al profesor, de una visión que le permita comprender y valorar la trascendencia de su labor.

#### 5.1 Etapa 1: Proceso de análisis curricular de George Posner.

Para la presentación de lo obtenido, se retoma el esquema del proceso de análisis curricular que Posner (2005) propone, con base en documentos oficiales se resolvieron los cuestionamientos descritos en él:

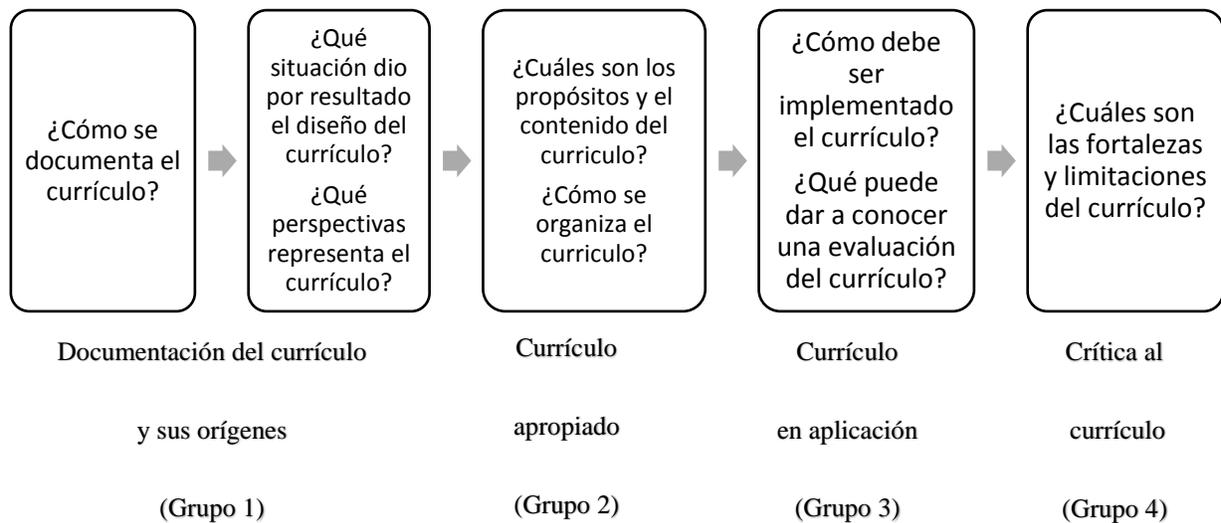


Fig. 5.1 El proceso de análisis curricular. Posner (2005)

#### 5.1.1 Documentación del currículo y orígenes

##### 5.1.1.1 ¿Cómo se documenta el currículo?

La escolarización obligatoria, que durante casi todo el siglo XX sólo considero la educación primaria, se amplió en 1993 a la educación secundaria; en 2002 a la educación preescolar, y en 2012 a la educación media superior. De esta manera la obligatoriedad pasó de 6 a 15 años en apenas dos décadas. (INEE, 2015)

Durante este proceso se empiezan a enfatizar las competencias, estándares y aprendizajes esperados que un estudiante debería adquirir a lo largo de su educación obligatoria.

Cuando inicia el año 2012, se anuncia en diciembre una nueva reforma educativa que generó una modificación a los Artículos 3° y 73° Constitucionales.

De acuerdo con lo planteado anteriormente en el mes de julio de 2016, la SEP propone la modificación del modelo educativo y da a conocer tres documentos que forman la base del nuevo modelo:

1. Carta sobre los fines de la Educación en el siglo XXI, donde se da a conocer el perfil de egreso de los estudiantes al cursar su educación básica, incluido ahora el nivel medio superior, nivel que se integra para conformar los 15 años obligatorios de Educación en México, el perfil del egreso está organizado en once ámbitos:
  - a) Lenguaje y comunicación
  - b) Pensamiento matemático
  - c) Exploración y comprensión del mundo natural y social
  - d) Pensamiento crítico y solución de problemas
  - e) Habilidades socioemocionales y proyecto de vida
  - f) Colaboración y trabajo en equipo
  - g) Convivencia y ciudadanía
  - h) Apreciación y expresión artísticas
  - i) Atención al cuerpo y la salud
  - j) Cuidado del medio ambiente
  - k) Habilidades digitales

2. Es en el ámbito Pensamiento Matemático, donde nos enfocaremos.

ÁMBITO	Al término de Preescolar	Al término de Primaria	Al término de Secundaria	Al término de Medio Superior
Pensamiento Matemático	Cuenta la menos hasta el 20. Razona para solucionar problemas de cantidad, construir estructuras con figuras y cuerpos geométricos, y organizar información de formas sencillas (por ejemplo, en tablas)	Comprende conceptos y procedimientos para resolver problemas matemáticos diversos y para aplicarlos en otros contextos. Tiene una actitud favorable hacia las matemáticas.	Amplía su conocimiento de técnicas y conceptos matemáticos para plantear y resolver problemas con distinto grado de complejidad, así como para modelar y analizar situaciones. Valora las cualidades del pensamiento matemático.	Construye e interpreta situaciones reales, hipotéticas o formales que requieren la utilización del pensamiento matemático. Formula y resuelve problemas, aplicando diferentes enfoques con métodos numéricos, gráficos o analíticos.

Tabla 1 Carta sobre los fines de la Educación del siglo XXI. SEP; (2016e, p.2)

3. Modelo Educativo 2016. Documento que explica en qué consisten los cinco ejes que rigen el modelo y su vinculación con el logro de los aprendizajes de los estudiantes.
4. Propuesta Curricular para la educación obligatoria 2017, en éste se describe el planteamiento curricular que estructura los contenidos educativos y los principios pedagógicos del nivel básico y el medio superior.

### 5.1.1.2 ¿Qué perspectivas representa el currículo?

La Secretaría de Educación Pública, en miras de promover una educación inclusiva, el desarrollo de Habilidades Socioemocionales en los estudiantes y una flexibilidad para hacer una adaptación de contenidos según el contexto de cada escuela plantea el nuevo currículo con el fin de atender a la diversidad en un marco de inclusión y calidad educativa.

En este plan el planteamiento curricular se funda en la construcción de conocimientos y el desarrollo de habilidades, actitudes y valores. En este sentido, su enfoque es competencial, pero las competencias no son el punto de partida del plan, sino el punto de llegada, la meta final, el resultado de adquirir conocimientos, desarrollar habilidades, adoptar actitudes y tener valores. (SEP, 2017d, p. 108)

## 5.1.2 Currículo apropiado

### 5.1.2.1 ¿Cuáles son los propósitos y el contenido del currículo?

- **Propósitos Generales en el área de Pensamiento Matemático**

A continuación, se presentan los propósitos generales que plantea el currículo en el área de Pensamiento matemático, extraídos de los planes y programas de la SEP:

1. Concebir las matemáticas como una construcción social en donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.
2. Adquirir actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.
3. Desarrollar habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias.

- **Propósitos por nivel educativo en el área de Pensamiento matemático**

#### **Educación preescolar**

1. Usar el razonamiento matemático en situaciones diversas que demanden utilizar el conteo y los primeros números.
2. Comprender las relaciones entre los datos de un problema y usar procedimientos propios para resolverlos.
3. Razonar para reconocer atributos, comparar y medir la longitud de objetos y la capacidad de recipientes, así como para reconocer el orden temporal de diferentes sucesos y ubicar objetos en el espacio.

## **Educación Primaria**

1. Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales.
2. Identificar y simbolizar conjuntos de cantidades que varían proporcionalmente, y saber calcular valores faltantes y porcentajes en diversos contextos.
3. Usar e interpretar representaciones para la orientación en el espacio, para ubicar lugares y para comunicar trayectos.
4. Conocer y usar las propiedades básicas de triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, círculos y prismas.
5. Calcular y estimar el perímetro y el área de triángulos y cuadriláteros, y estimar e interpretar medidas expresadas con distintos tipos de unidad.
6. Buscar, organizar, analizar e interpretar datos con un propósito específico, y luego comunicar la información que resulte de este proceso.
7. Reconocer experimentos aleatorios y desarrollar una idea intuitiva de espacio muestral.

## **Educación Secundaria**

1. Utilizar de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.
2. Perfeccionar las técnicas para calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad y cálculo de porcentajes.
3. Resolver problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.
4. Modelar situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.
5. Razonar deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo. Asimismo, a partir del análisis de casos particulares, generalizar los procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos.
6. Expresar e interpretar medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.

7. Elegir la forma de organización y representación -tabular, algebraica o gráfica- más adecuada para comunicar información matemática.
8. Conocer las medidas de tendencia central y decidir cuándo y cómo aplicarlas en el análisis de datos y la resolución de problemas.
9. Calcular la probabilidad clásica y frecuencial de eventos simples y mutuamente excluyentes en experimentos aleatorios.

### **Competencias disciplinares básicas en Bachillerato**

1. Construye e interpreta modelos matemáticos mediante la aplicación de procedimientos aritméticos, algebraicos, geométricos y variacionales, para la comprensión y análisis de situaciones reales, hipotéticas o formales.
2. Formula y resuelve problemas matemáticos, aplicando diferentes enfoques.
3. Explica e interpreta los resultados obtenidos mediante procedimientos matemáticos y los contrasta con modelos establecidos o situaciones reales.
4. Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
5. Analiza las relaciones entre dos o más variables de un proceso social o natural para determinar o estimar su comportamiento.
6. Cuantifica, representa y contrasta experimental o matemáticamente las magnitudes del espacio y las propiedades físicas de los objetos que lo rodean.
7. Elige un enfoque determinista o uno aleatorio para el estudio de un proceso o fenómeno, y argumenta su pertinencia.
8. Interpreta tablas, gráficas, mapas, diagramas y textos con símbolos matemáticos y

### 5.1.2.2 Organización del campo de Pensamiento matemático

El pensamiento matemático se considera un campo de formación académica que se vuelve obligatorio, éste se organiza por tres ejes temáticos y 12 temas que se muestran a continuación:



Figura 5.2 Organizadores curriculares SEP, (2017d)

### 5.1.2.3 Contenidos referentes a los triángulos en el currículo oficial

En esta investigación, nos enfocamos al Eje Forma, Espacio y Medida, para identificar los contenidos ligados al concepto de triángulo, por lo que a continuación nos orientamos hacia los Aprendizajes esperados declarados en el currículo oficial por nivel educativo.

<b>NIVEL EDUCATIVO</b>	<b>Aprendizajes esperados relacionados con el concepto de triángulo</b>	
<b>Preescolar</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reproduce modelos con formas, figuras y cuerpos geométricos.</li> <li>• Construye configuraciones con formas, figuras y cuerpos geométricos.</li> </ul>	
<b>Primaria</b>	Primer Ciclo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye configuraciones utilizando figuras geométricas</li> <li>• Construye y describe figuras y cuerpos geométricos.</li> </ul>
	Segundo Ciclo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye y analiza figuras geométricas, en particular triángulos, apartir de comparar sus lados y su simetría.</li> <li>• Construye y analiza figuras geométricas, en particular cuadriláteros, a partir de comparar sus lados, simetría, ángulos, paralelismo y perpendicularidad.</li> </ul>
	Tercer Ciclo	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye triángulos e identifica y traza sus alturas.</li> <li>• Construye círculos a partir de diferentes condiciones, y de diferentes condiciones, y prismas y pirámides rectos cuya base sean cuadriláteros o triángulos.</li> </ul>
<b>Secundaria</b>	1°	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.</li> <li>• Calcula el perímetro de polígonos y del círculo y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y palicando fórmulas.</li> <li>• Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas.</li> </ul>
	2°	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.</li> <li>• Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas.</li> <li>• Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.</li> </ul>
	3°	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye polígonos semejantes. Determina y usa criterios de semejanza de triángulos.</li> <li>• Resuelve problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.</li> <li>• Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.</li> </ul>

<b>Medio Superior (Bachillerato General)</b>	Segundo semestre	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve colaborativamente problemas usando los criterios de congruencia y semejanza para relacionarlos con objetos de su entorno.</li> <li>• Desarrolla estrategias para la solución de problemas reales o hipotéticos respetando la opinión de sus compañeros en el uso de los Teoremas de Tales y Pitágoras</li> <li>• Desarrolla estrategias colaborativamente, para la solución de problemas utilizando los elementos y propiedades de polígonos y poliedros que le permitan cuantificar el espacio en situaciones de su contexto. Examina las figuras geométricas en diferentes expresiones artísticas.</li> <li>• Propone de manera colaborativa diferentes estrategias de solución a problemas de áreas y perímetros para representar espacios y objetos de su entorno.</li> <li>• Propone, de manera creativa, solución a problemas que involucran triángulos rectángulos, valorando su uso en la vida cotidiana.</li> <li>• Elige razones trigonométricas para proponer alternativas en la solución de triángulos rectángulos en situaciones de su entorno.</li> <li>• Desarrolla estrategias de manera colaborativa para obtener los valores de las funciones trigonométricas utilizando el ángulo de referencia, tablas y/o calculadora, con la finalidad de interpretar fenómenos sociales y naturales.</li> <li>• Explica de forma crítica, la gráfica de las funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente, relacionándola con el comportamiento de fenómenos de su entorno.</li> <li>• Propone, de manera colaborativa, el uso de las leyes de senos y cosenos como alternativas de solución para situaciones reales.</li> <li>• Desarrolla estrategias con un pensamiento crítico y reflexivo para la solución de triángulos oblicuángulos encontrados en su contexto.</li> </ul>
	Tercer Semestre	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea el cálculo de perímetros y áreas en el plano cartesiano para resolver creativamente, problemáticas de su contexto.</li> </ul>

Tabla 2. Contenidos relacionados con el concepto de triángulo extraídos del currículo oficial.

SEP, (2017e)

### 5.1.3 Currículo en aplicación

#### 5.1.3.1 ¿Cómo debe ser implementado el currículo?

En el componente de Pensamiento Matemático, se tiene un enfoque de resolución de problemas por lo que se pretende que el estudiante se enfrente a situaciones que puedan contribuir al aprendizaje, en un contexto de autenticidad, es decir, que las actividades promuevan situaciones cotidianas donde pongan en juego sus conocimientos, así como situaciones que los enfrenten a nuevos conocimientos, no necesariamente aprendidos previamente.

### 5.2 Etapa 2: Análisis de contenido

Como ya se explicó anteriormente, el currículo que se analizó tiene como referente a lo que se denominan Aprendizajes Clave, cuando estos se expresan en termino de dominio de un conocimiento, una habilidad, una actitud o un valor, es cuando se puede identificar como un **aprendizaje esperado**. Los aprendizajes esperados que se revisaron en esta investigación fueron recopilados de los planes y programas de preescolar, primaria, secundaria y el nivel bachillerato, específicamente del currículo del bachillerato general, (disponibles en la red para su consulta libre).

En el modelo educativo 2018 se incluye la descripción de los Aprendizajes Clave asociados a contenidos generales, así que, se hizo una revisión de los planes y programas vigentes y se identificaron los logros de aprendizaje que un estudiante, *idealmente* debería alcanzar al cursar la Educación Obligatoria en México.

A continuación, se presenta la tabla que relaciona a los aprendizajes esperados que se encuentran en el currículo oficial, por etapa escolar, con los procesos de razonamiento que se promueven y los niveles de razonamiento, según el Modelo de Van Hiele a los que accede el estudiante al pasar por una vida académica de 14 años:

NIVEL EDUCATIVO	Aprendizajes esperados relacionados con el concepto de triángulo	Nivel de Razonamiento asociado al contenido de triángulos	NIVEL Y PROCESOS DE RAZONAMIENTO POR NIVEL EDUCATIVO
Preescolar	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Reproduce modelos con formas, figuras y cuerpos geométricos.</li> <li>• Construye configuraciones con formas, figuras y cuerpos geométricos.</li> </ul>	<p><b>N1_V_1</b> Reconoce el dibujo de un triángulo, pero quizá no sea consciente de muchas de sus propiedades</p>	<p><b>NIVEL 1 DE RECONOCIMIENTO PROCESOS: VISUALIZACIÓN</b></p>
Primaria	<p>Primer Ciclo</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye configuraciones utilizando figuras geométricas</li> <li>• Construye y describe figuras y cuerpos geométricos.</li> </ul>	<p><b>N1_V_1</b> Reconoce el dibujo de un triángulo pero quizá no sea consciente de muchas de sus propiedades</p> <p><b>N1_V_2</b> Incluye atributos irrelevantes al identificar y describir figuras, tales como la orientación de la figura en la hoja</p> <p><b>N1_V_3</b> Hace referencia a prototipos visuales para identificar triángulos.</p> <p><b>N1_IP_1</b> Utiliza propiedades imprecisas de los triángulos para comparar, describir o reconocerlas (Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarita, Peñas y Ruiz, 1994; Carrillo, Contreras, Climent, Montes, Escudero, y Flores, 2016)</p>	

<p>Segundo Ciclo</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye y analiza figuras geométricas, en particular triángulos, apartir de comparar sus lados y su simetría.</li> <li>• Construye y analiza figuras geométricas, en particular cuadriláteros, a partir de comparar sus lados, simetría, ángulos, paralelismo y perpendicularidad.</li> </ul>	<p><b>N1_V_2</b> Incluye atributos irrelevantes al identificar y describir figuras, tales como la orientación de la figura en la hoja</p> <p><b>N1_V_4</b> Señala triángulos en diferentes posiciones en fotos, láminas, etc.</p> <p><b>N1_C_1</b> Clasifica propiedades que no poseen todas las figuras seleccionadas</p> <p><b>N1_IP_1</b> Utiliza propiedades imprecisas de los triángulos para comparar, describir o reconocerlas</p> <p><b>N1_V_6</b> Reconoce partes del triángulo sin analizar lo que representa el triángulo</p> <p><b>N1_V_3</b> Hace referencia a prototipos visuales para identificar triángulos.</p> <p><b>N1_IP_2</b> Utilizan dibujos de los triángulos para verificar sus deducciones</p> <p><b>N2_C_2</b> Resuelve problemas sencillos identificando figuras en combinación con otras, por ejemplo: calcula el área de un triángulo rectángulo a partir de la del rectángulo.</p>	<p><b>AL TERMINO DE LA EDUCACIÓN PRIMARIA ALCANZA UN NIVEL 2 DE ANÁLISIS LOS PROCESO DE RAZONAMIENTO: Visualización Calificación Identificación de propiedades</b></p>
<p>Tercer Ciclo</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construye triángulos e identifica y traza sus alturas.</li> <li>• Construye círculos a partir de diferentes condiciones, y de</li> </ul>	<p><b>N1_C_2</b> Los elementos, diferenciaciones o clasificaciones de figuras que realiza, se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas.</p>	

		<p>diferentes condiciones, y prismas y pirámides rectos cuya base sean cuadriláteros o triángulos.</p>	<p><b>N2_IP_1</b> Reconoce las propiedades matemáticas mediante la observación de los triángulos y sus elementos.</p> <p><b>N1_V_4</b> Señala triángulos en diferentes posiciones en fotos, láminas, etc</p> <p><b>N2_C_2</b> Resuelve problemas sencillos identificando figuras en combinación con otras, por ejemplo: calcula el área de un triángulo rectángulo a partir de la del rectángulo.</p> <p><b>N2_C_3</b> Deduce propiedades a partir de otras, por ejemplo: a partir de medidas de ángulos internos deduce que el ángulo exterior a un triángulo es la suma de los no-adyacentes.</p> <p><b>N2_IP_5</b> Es capaz de descubrir y generalizar propiedades, a partir de la observación y manipulación.</p> <p><b>N2_D_2</b> Hace prevalecer sus propias definiciones y cuestiona definiciones dadas por el profesor o por el libro.</p> <p><b>N2_IP_3</b> Hace generalizaciones a través de la utilización de ejemplos de triángulos.</p> <p><b>N2_DEM_1</b> Aun no comprenden lo que es una demostración matemática. Esto se logra en el nivel subsecuente.</p>	
--	--	--	---	--

Secundaria	1°	<ul style="list-style-type: none"> <li>Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.</li> <li>Calcula el perímetro de polígonos y del círculo y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y palicando fórmulas.</li> <li>Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero desarrollando y aplicando fórmulas.</li> </ul>	<p><b>N2_V_1</b> Percibe cada propiedad de los triángulos de manera aislada, sin relacionarla con las demás.</p> <p><b>N2_IP_1</b> Reconoce las propiedades matemáticas mediante la observación de los triángulos y sus elementos.</p> <p><b>N2_IP_2</b> Puede deducir propiedades a partir de su experiencia.</p> <p><b>N2_C_1</b> Clasifica basándose en elementos y propiedades lógicas como las medidas de los lados, mientras descuidan cosas como ángulos, simetrías, etc.</p>
	2°	<ul style="list-style-type: none"> <li>Deduca y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.</li> <li>Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas</li> <li>Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.</li> </ul>	<p><b>N2_C_2</b> Resuelve problemas sencillos identificando figuras en combinación con otras, por ejemplo: calcula el área de un triángulo rectángulo a partir de la del rectángulo.</p>
	3°	<ul style="list-style-type: none"> <li>Construye polígonos semejantes. Determina y usa criterios de semejanza de triángulos.</li> <li>Resuelve problemas utilizando las razones</li> </ul>	<p><b>N2_V_1</b> Percibe cada propiedad de los triángulos de manera aislada, sin relacionarla con las demás. (Corberan, et al. 1994) <b>N2_IP_1</b></p>

		<p>trigonométricas seno, coseno y tangente.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.</li> </ul>	<p>Reconoce las propiedades matemáticas mediante la observación de los triángulos y sus elementos. (Corberan, et al., 1994; Gualdron, y Gutierrez 2007; Carrillo, et al., 2016). <b>N2_IP_2</b></p> <p>Puede deducir propiedades a partir de su experiencia. (Corberan, et al., 1994; Gualdron, 2007; Carrillo, et al., 2016) <b>N2_IP_3</b></p> <p>Hace generalizaciones a través de la utilización de ejemplos de triángulos. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016) <b>N2_C_3</b></p> <p>Deduce propiedades a partir de otras, por ejemplo: a partir de medidas de ángulos internos deduce que el ángulo exterior a un triángulo es la suma de los no-adyacentes. (Fouz, et al., 2005)</p>	
<b>Medio Superior (Bachillerato General)</b>	Primer Semestre	<b>NO SE TRABAJA CON GEOMETRÍA EN ESTE SEMESTRE</b>		
		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resuelve colaborativamente problemas usando los criterios de congruencia y semejanza para relacionarlos con objetos de su entorno.</li> <li>• Desarrolla estrategias para la solución de problemas reales o hipotéticos respetando la opinión de sus compañeros en el uso de los Teoremas de Tales y Pitágoras</li> </ul>	<p><b>N3_IP_1</b></p> <p>Empieza a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático reconociendo que unas propiedades de los triángulos se deducen de otras. <b>N3_IP_2</b></p> <p>Selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas y prueba, mediante dibujos o construcciones, que son suficientes. <b>N3_IP_3</b></p>	<p><b>AL TERMINO DEL COMPONENTE BÁSICO DEL BACHILLERATO GENERAL EL ESTUDIANTE PUEDE MANTENERSE EN EL NIVEL 3 DE CLASIFICACIÓN</b></p> <p><b>Procesos de razonamiento: Identificación de propiedades y Demostraciones</b></p>

	Segundo semestre	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Desarrolla estrategias colaborativamente, para la solución de problemas utilizando los elementos y propiedades de polígonos y poliedros que le permitan cuantificar el espacio en situaciones de su contexto. Examina las figuras geométricas en diferentes expresiones artísticas.</li> <li>• Propone de manera colaborativa diferentes estrategias de solución a problemas de áreas y perímetros para representar espacios y objetos de su entorno</li> <li>• Propone, de manera creativa, solución a problemas que involucran triángulos rectángulos, valorando su uso en la vida cotidiana.</li> <li>• Elige razones trigonométricas para proponer alternativas en la solución de triángulos rectángulos en situaciones de su entorno</li> <li>• Desarrolla estrategias de manera colaborativa para obtener los valores de las funciones trigonométricas utilizando el ángulo de referencia, tablas y/o calculadora, con la finalidad</li> </ul>	<p>Puede clasificar lógicamente familias de triángulos a partir de propiedades con precisión matemática.</p> <p><b>N3_IP_4</b></p> <p>Es capaz de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras.</p> <p><b>N3_IP_5</b></p> <p>Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.</p> <p><b>N3_D_1</b></p> <p>Ordena lógicamente figuras y comprende la interrelación entre figuras y la importancia de definiciones exactas.</p> <p><b>N3_D_2</b></p> <p>Son capaces de clasificar diferentes figuras geométricas y dar definiciones matemáticas.</p> <p><b>N3_D_3</b></p> <p>Reconoce cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas.</p>	
--	------------------	---	--	--

		<p>de interpretar fenómenos sociales y naturales.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Explica de forma crítica, la gráfica de las funciones trigonométricas: seno, coseno y tangente, relacionándola con el comportamiento de fenómenos de su entorno</li> <li>• Propone, de manera colaborativa, el uso de las leyes de senos y cosenos como alternativas de solución para situaciones reales.</li> <li>• Desarrolla estrategias con un pensamiento crítico y reflexivo para la solución de triángulos oblicuángulos encontrados en su contexto.</li> </ul>		
	Tercer Semestre	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Emplea el cálculo de perímetros y áreas en el plano cartesiano para resolver creativamente, problemáticas de su contexto.</li> </ul>	<p><b>N3_D_2</b>                  Son capaces de clasificar diferentes figuras geométricas y dar definiciones matemáticas.                  (Aravena Díaz, M., y Caamaño Espinoza, C. 2013)</p> <p><b>N3_D_3</b>                  Reconoce cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas.                  (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p> <p><b>N3_IP_5</b>                  Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos.                  Fouz, F., y De Donosti, B. (2005, p.75)</p>	

Tabla 3. Aprendizajes esperados referentes a triángulos relacionados con el modelo de Van Hiele.

Con base en lo anterior, se realizaron líneas del tiempo que sirvan como herramienta para que un profesor pueda ubicar el grado que imparte y tener una visión previa y futura de lo que debe considerar para impartir el curso que se le asigne, y así ir generando estrategias que promuevan la transición adecuada de los estudiantes en cada uno de los niveles de razonamiento.

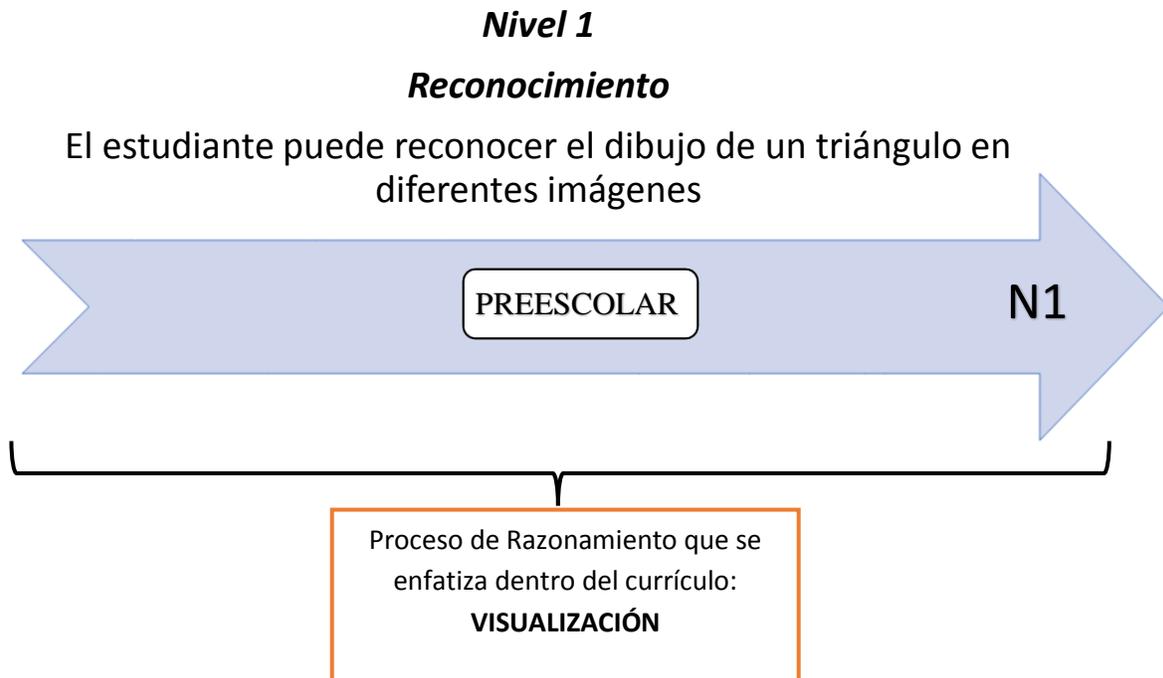


Fig. 5.3 Nivel de Razonamiento en Educación preescolar

En el nivel preescolar se encontraron dos aprendizajes esperados que van relacionados con la reproducción de modelos con formas, figuras y cuerpos geométrico, así como la construcción de configuraciones con formas, figuras y cuerpos geométricos, por lo que podemos distinguir que el proceso de razonamiento que prevalece es el de visualización. El nivel en el que se puede ubicar a un estudiante de preescolar es el Nivel 1 de Reconocimiento. En esta etapa se debe de crear una imagen conceptual amplia, evitando los ejemplos prototípicos del triángulo, es decir, colocados siempre sobre la base, el profesor debe promover en esta primera etapa, una gama amplia de posibilidades, para que el estudiante

pueda contar con muchos elementos que le servirán en su transición al nivel académico subsecuente.

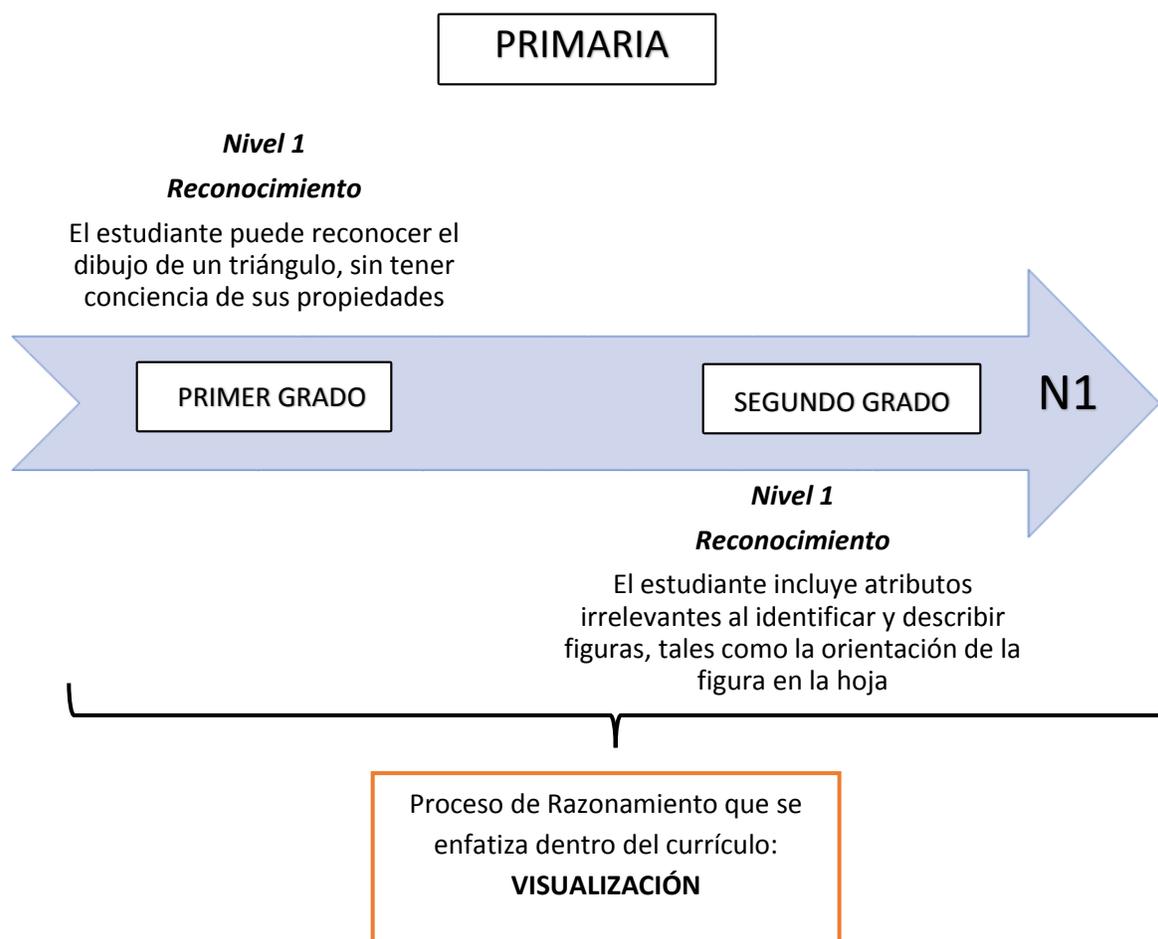


Fig. 5.4 Nivel de Razonamiento en primer ciclo de Educación primaria

En el primer ciclo de primaria, los aprendizajes esperados están enfocados en la construcción y descripción de figuras geométricas, así como en la composición de estructuras compuestas por figuras geométricas, por lo que, se puede apreciar que el Nivel 1 de Reconocimiento, es el que predomina. El proceso de razonamiento de **visualización** asociado a este nivel permite que un estudiante pueda describir figuras geométricas e identificar propiedades que aún no están definidas en término de propiedades de los triángulos, sin embargo, puede identificar a los triángulos y sus atributos.

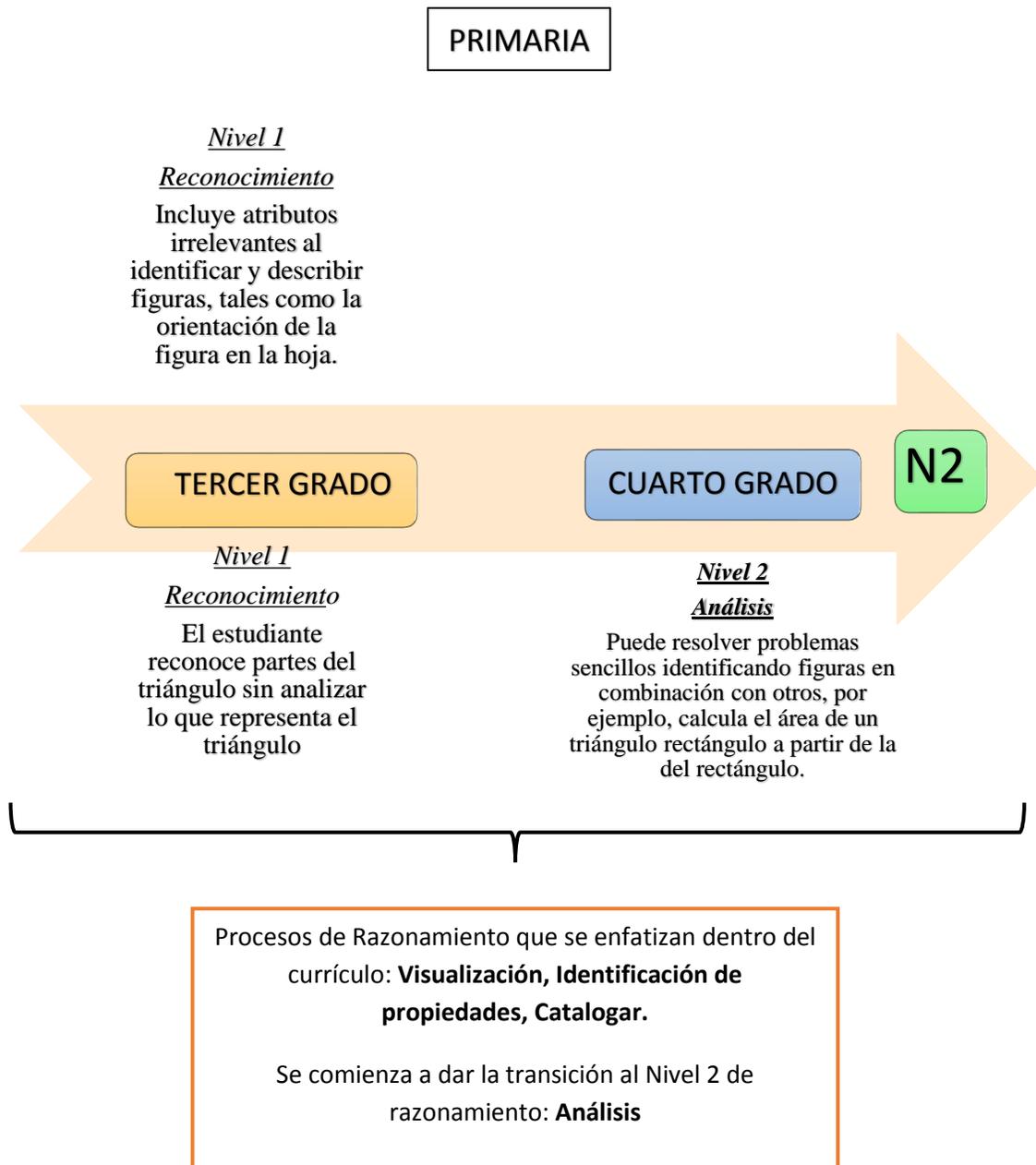


Fig. 5.5 Nivel de Razonamiento en segundo ciclo de Educación primaria

En segundo ciclo de primaria, los aprendizajes esperados están enfocados al tratamiento del análisis de las propiedades de los triángulos, existe ya una visión muy específica de características que determinan a las figuras geométricas, aquí se puede ver que en este ciclo ya existe una transición al nivel 2 de Razonamiento denominado Análisis, es en este momento donde se pueden identificar otros procesos de razonamiento involucrados, como lo es, la

identificación de propiedades, complementando así también los que en el primer ciclo se pudieron ver presentes en los contenidos.

Este es un momento medular en el diseño de estrategias que fortalezcan lo proceso de razonamiento trabajados en el primer ciclo, de esta manera se logrará una transición adecuada y permitirá al estudiante enfrentarse a los nuevos contenidos que en el siguiente ciclo se aborden.

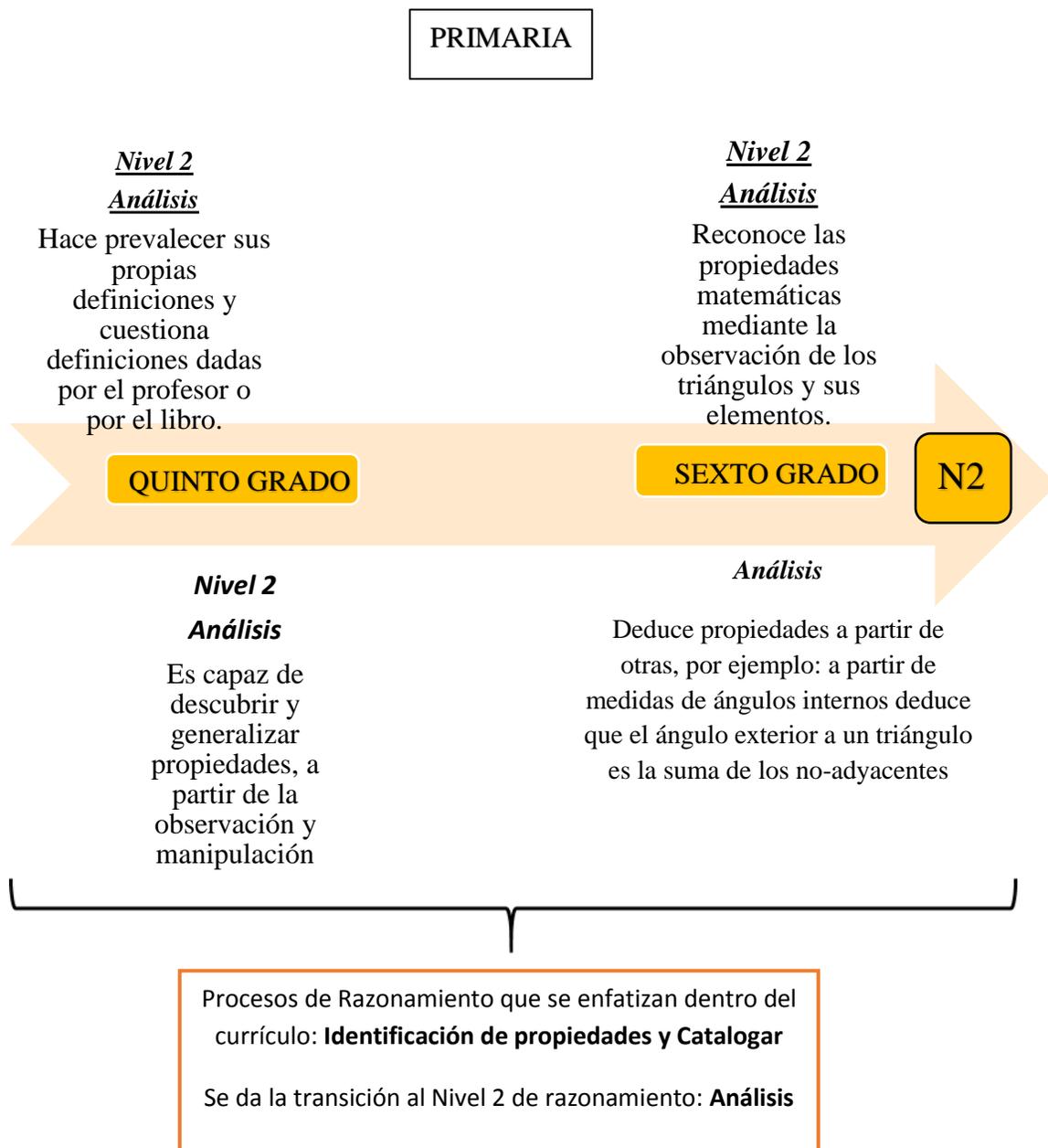


Fig. 5.6 Nivel de Razonamiento en tercer ciclo de Educación primaria

En el tercer ciclo de primaria, el nivel de Razonamiento al que puede acceder el estudiante es el nivel 2: **Análisis**. Considerando que se agregan otros procesos de razonamiento como son: Definiciones, Identificación de propiedades y catalogar, son estos dos últimos, los que predominan en el currículo, cabe mencionar que algunos de estos procesos de razonamiento, se deben consolidar en un siguiente nivel, por lo que es natural que no aparezcan tan enfáticamente.

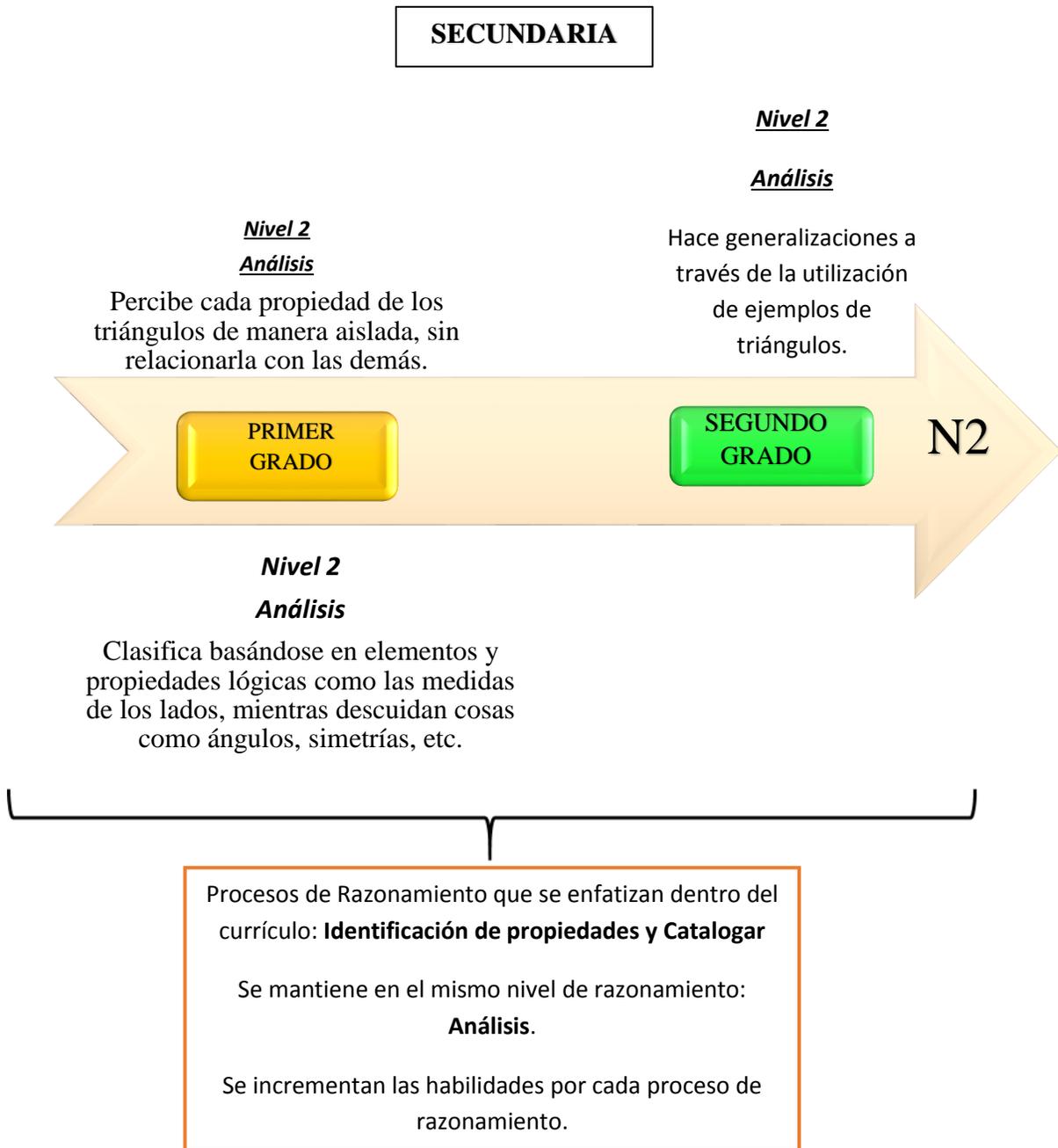


Fig. 5.7 Nivel de Razonamiento en primero y segundo grado de Educación Secundaria

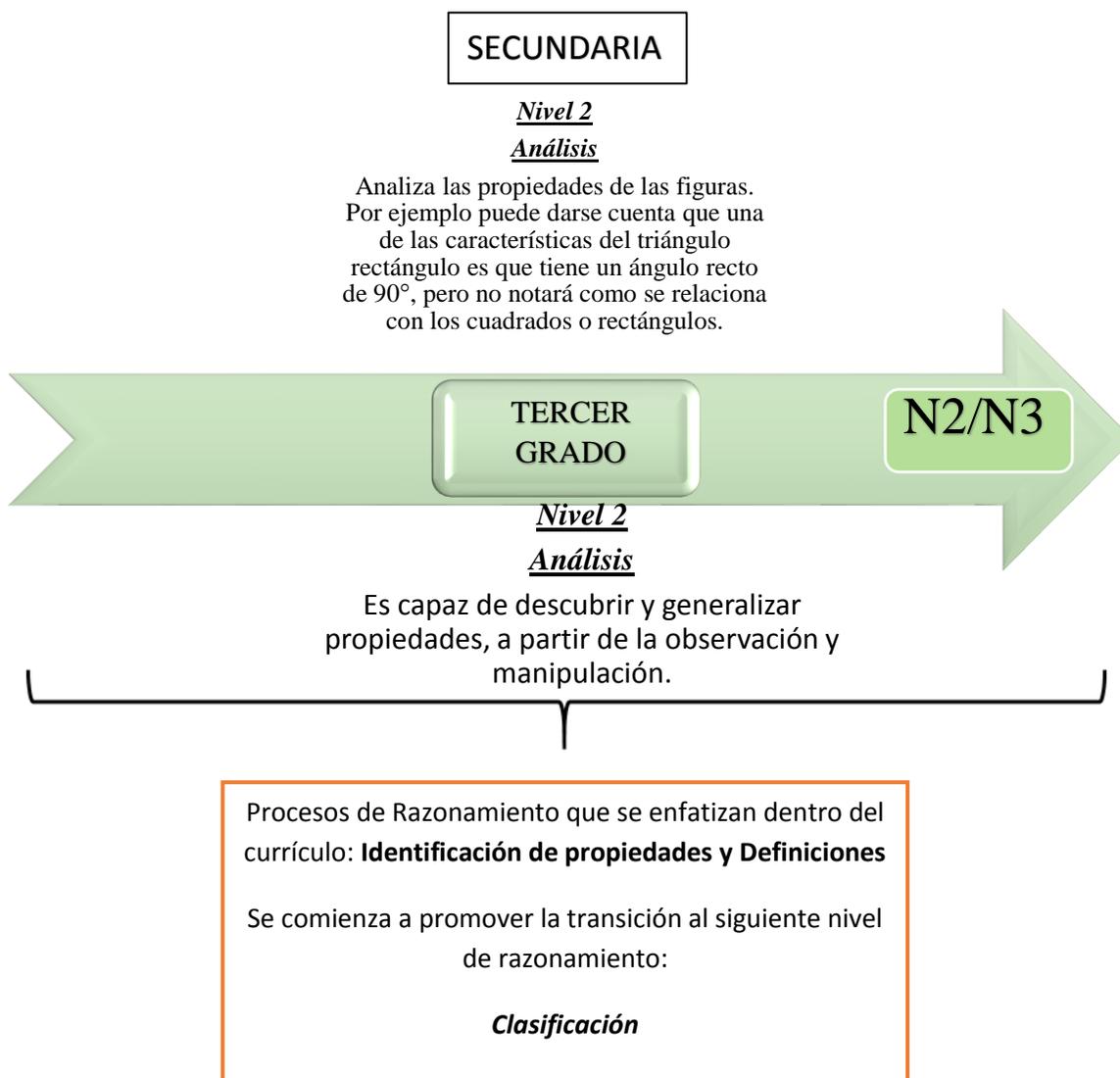


Fig. 5.8 Nivel de Razonamiento en tercer grado de Educación Secundaria

Concluyendo el tercer grado de secundaria, se pueden encontrar contenidos que promueven la transición de nivel de razonamiento, el estudiante es capaz de percibir propiedades de los triángulos de una manera aislada y también puede relacionar esas propiedades entre sí. Este es otro momento coyuntural que debe aprovecharse por el docente para enriquecer esa transición y consolidar el nivel de razonamiento de análisis.

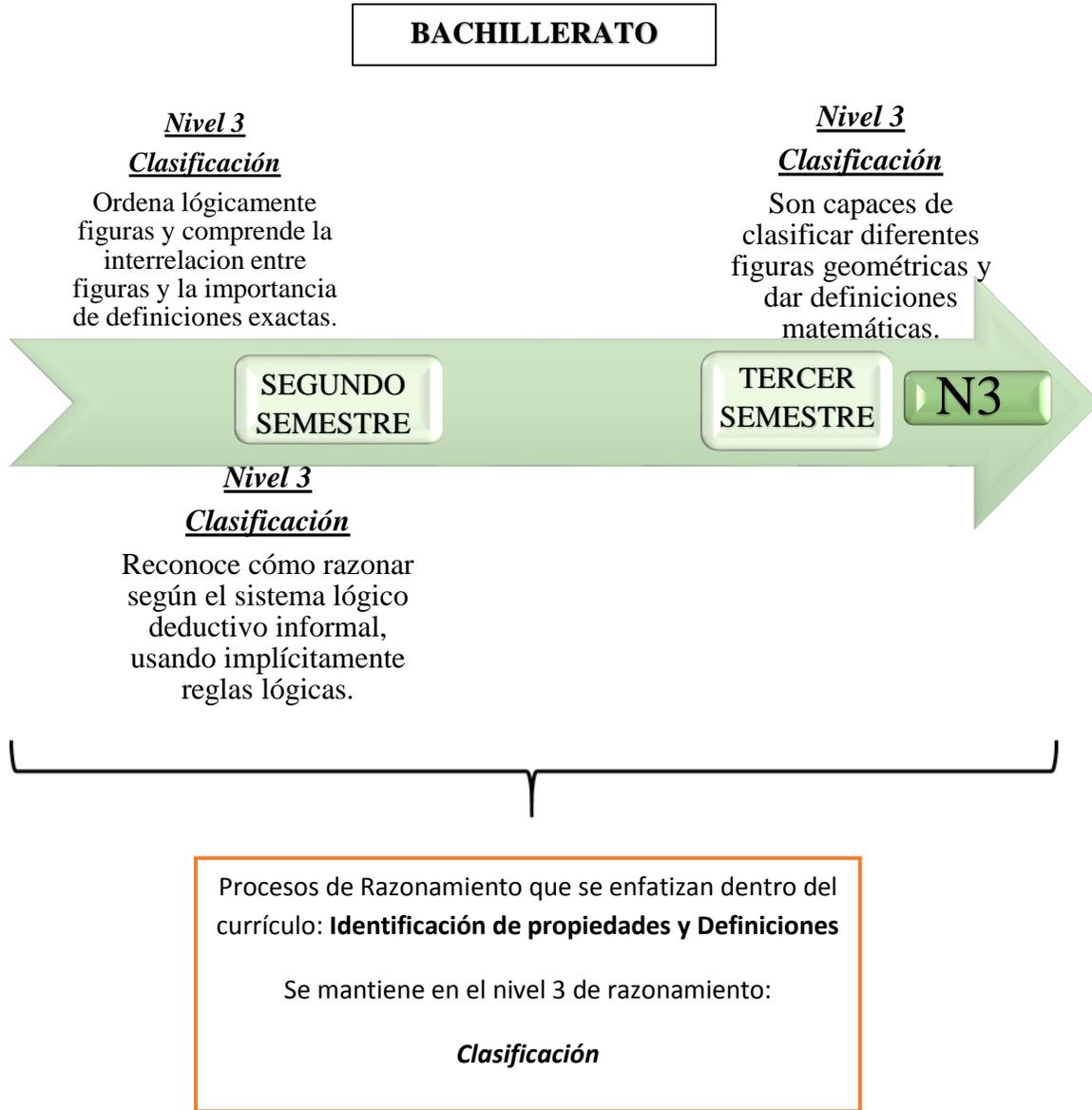


Fig. 5.9 Nivel de Razonamiento en Bachillerato general.

En el paso de la secundaria al bachillerato, existe un vacío en el primer semestre, ya que, en el currículo de Bachillerato General, no hay tratamiento de contenidos de Geometría, lo que puede llegar a afectar al estudiante, dado que no hay un trabajo reciente con temas básicos de geometría, esto con una posibilidad de dificultad en la transición del nivel de razonamiento subsecuente.

Los contenidos incluidos en el currículo a partir del segundo semestre promueven la transición al nivel 3 de razonamiento, de **Clasificación**, considerando que los aprendizajes esperados del tercer grado de secundaria siguen ubicándose en el nivel 2 de razonamiento, para segundo y tercer semestre de bachillerato, se puede notar un avance al nivel 3.

En bachillerato general se consideran contenidos que promueven un nivel 3 de Razonamiento, Clasificación, dado que las actividades propuestas están enfocadas a una justificación y argumentación que permiten precisar demostraciones que darán pie a una aplicación de los conceptos adquiridos en los niveles educativos anteriores, sin embargo, a través de los contenidos propuestos puede limitarse la transición a un nivel 3, dado que en los últimos semestres se diversifica la elección para cursar un área de matemáticas, los procesos de razonamiento que prevalecen, son los de Identificación de propiedades, Demostrar y definiciones.

### **5.3 Etapa 3: Descripción de la evolución del concepto de triángulo y los niveles de razonamiento a los que debería acceder un estudiante que cursa la Educación Obligatoria en México según el currículo oficial.**

A continuación, mostramos, los procesos de razonamiento que se promueven en los aprendizajes esperados que se revisaron del currículo oficial, así como los niveles de razonamiento que se alcanzan a lo largo de la vida académica de un estudiante que cursa la Educación Obligatoria en México.

NIVEL DE RAZONAMIENTO	DISTINTIVO
NIVEL 1 Reconocimiento	
NIVEL 2 Análisis	
NIVEL 3 Clasificación	

PROCESOS DE RAZONAMIENTO												
CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO												
DEMOSTRAR												
DEFINICIONES												
CATALOGAR												
IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES												
VISUALIZACIÓN												
		PRIMER CICLO	SEGUNDO CICLO	TERCER CICLO	1°	2°	3°	1° SEM	2° SEM	3° SEM	4° SEM	
	PREESCOLAR	PRIMARIA			SECUNDARIA			BACHILLERATO				

Fig. 5.10 Panorama general de los niveles de razonamiento según el modelo de Van Hiele relacionado con el concepto de triangulo a lo largo de la Educación Obligatoria en México.

De acuerdo a los análisis previos, podemos identificar que un estudiante al cursar la educación Obligatoria en México, puede acceder a un Nivel 3 de Razonamiento, es decir, a un nivel de clasificación, lo que significa que es capaz de contar con una razonamiento matemático que le permita identificar las propiedades de los triángulos, generando argumentos deductivos, teniendo conceptos matemáticos que le permiten implementar el

sistema lógico deductivo informal, sin embargo, existen muchos procesos de razonamiento que no se desarrollan a lo largo de lo que se declara en el currículo, tal es el caso de las definiciones y las características especiales del individuo, es aquí donde podemos notar que podría presentarse una dificultad al estudiante, al transitar de un nivel a otro. Como se puede apreciar en la gráfica, se promueven solo algunos de los procesos de razonamiento, en algunos casos son repetitivos y enfatizados en los aprendizajes esperados, lo que tendría repercusiones negativas en el desarrollo cognitivo del estudiante. Esta situación podría subsanarse, si el profesor tuviera los elementos que le permitan identificar los aspectos que no se resaltan en el currículo, generando así una prevalencia del currículo oculto que podría complementar para acceder a un nivel de razonamiento superior.



## **CAPÍTULO 6**

### **CONCLUSIONES**

#### **6.1 Los niveles de Van Hiele y su relación con el currículo de Educación Obligatoria en México.**

El modelo educativo que entró en vigor en el ciclo escolar 2018-2019, tiene una característica que lo distingue de los demás, esto es, la flexibilidad de sus contenidos, denominados para esta nueva implementación, **Aprendizajes Clave**. En el caso de la Educación Preescolar, el estudiante puede reproducir y construir modelos con figuras geométricas, es capaz de identificar a los triángulos por sus características generales, es decir, el proceso de razonamiento que prevalece es el de visualización, como indica Hershkowitz, (1989), se genera una transferencia de objetos, conceptos, fenómenos y procesos con o algún tipo de representación visual o viceversa, es decir, la imagen mental. El nivel en el que se ubica el estudiante en la etapa preescolar es el de **Reconocimiento** con un proceso predominante de visualización. En esta etapa solo se limita a mostrar a los estudiantes figuras geométricas básicas, el triángulo es una de las figuras con las que el estudiante se relaciona directamente a través de la manipulación y reproducción de estas.

Por su paso en la etapa de primaria, el estudiante mantiene el **nivel 1 de Razonamiento**, hasta el segundo ciclo, con los procesos de razonamiento predominantes: visualización, identificación de propiedades y clasificar.

Este estudiante puede utilizar propiedades de los triángulos, pero sin saber precisarlas, puede distinguir atributos de los triángulos al describir e identificar a los triángulos, puede reconocer partes de triángulos, pero aún no es consciente de sus propiedades. Al pasar al tercer ciclo de primaria, el estudiante realiza una transición al **nivel 2 de Razonamiento**, ya reconoce propiedades matemáticas mediante la observación, además de poder identificar a los triángulos en diferentes posiciones, puede resolver problemas sencillos donde estén involucradas construcciones de diversas figuras. Además, es capaz de identificar las características propias de un triángulo rectángulo y se incluye un proceso más de razonamiento, la **demostración**, aunque aún no llega a formalizarlas, intuitivamente va generando un juicio en función de sus deducciones.

En su paso por la secundaria se mantiene en el nivel 2, los procesos de razonamiento que se ven favorecidos siguen siendo la visualización, Identificación de propiedades, Clasificar y demostraciones, sin embargo, se incrementa la capacidad de deducción, pueden intuir los ángulos interiores de un triángulo, emitir juicios con mayor solidez y hacer generalizaciones. Al llegar al último grado de secundaria, se puede notar que se promueve la transición al nivel 3, pero con una limitante, la falta de continuidad en lo que respecta al Bachillerato general.

En el Bachillerato general se presenta un hueco en el tratamiento de temas de geometría, puesto que, en el primer semestre, no hay ningún tema referente a esta disciplina, situación que detiene la transición al siguiente nivel de razonamiento y posiblemente pueda generar algunas dificultades que le permitan al estudiante tener una continuidad en sus procesos. Hasta el segundo semestre se incluyen los temas de geometría y concluyen en el cuarto semestre, manteniendo así al estudiante en un nivel 3 de razonamiento, con los procesos predominantes de identificación de propiedades y demostraciones, con una capacidad de dar conceptos matemáticos y demostraciones sustentadas en estos. Además de que es consciente de la importancia de las explicaciones lógicas y de los argumentos deductivos en la justificación de hechos.

## **6.2 Crítica al currículo**

Como se planteó al inicio, se llevó a cabo el proceso de Análisis curricular de Posner (2005), una de las etapas finales que se presenta en este proceso es la crítica al currículo, con base en la revisión de los documentos y la experiencia en el campo educativo, se puede decir que los modelos educativos pueden ir cambiando y siempre van a estar en constante evolución, puesto que las necesidades van a ir variando en función de las características generacionales de los estudiantes,

Es en este momento que nos enfocamos a presentar la Crítica al currículo, como fase final del Análisis curricular, presentado en anteriores apartados. Los modelos educativos que hemos tenido a nuestro alcance, a lo largo de los años, tienen sustentos filosóficos que son sólidos, buena intencionalidad y propuestas que no pueden ser desechadas de “tajo”, el aspecto que realmente debe prevalecer, es el estar dispuesto a conocer la naturaleza de los contenidos a impartir en el aula, sin llegar a la improvisación, en el capítulo 1 podemos identificar que hay evidencia en la investigación de que los temas de geometría han venido a

menos, y además no han sido tratados de la manera más adecuada para conformar aprendizajes efectivos que puedan ser base para el tratamiento de otros de mayor nivel de abstracción.

Al realizar este análisis, hemos tenido la oportunidad, de leer y cuestionarnos el origen del currículo vigente, permitiéndonos cambiar de paradigma, puesto que, en realidad, como bien lo dice Posner (2005), existen diferentes tipos de currículo, que van a converger en un solo espacio, el aula. Depende de nosotros como docentes, ser más observadores y cuestionar constantemente todo cambio que se presenta en el ámbito educativo, haciendo investigación, que permita indagar y dar respuesta a situaciones que a veces, resolvemos de manera empírica.

El Modelo Educativo que ahora está vigente, tiene que ser evaluado en términos de resultados, puesto que al ponerlo en práctica se dejaron de lado, muchos aspectos organizacionales y de aplicación, que están mermando la eficacia del Modelo.

En este Modelo, se apuesta a una Educación Inclusiva y de Calidad, agregando el aspecto Socioemocional, elementos que son fundamentales y considero que debieron de ser promovidos desde mucho antes, sin embargo, la parte fundamental que nos queda por decir es que ningún modelo educativo es malo, depende mucho del conocimiento que tengamos acerca del mismo y por supuesto del compromiso que cada uno de los actores educativos, quiera imprimir a su participación en este proceso Educativo.

Uno de los elementos que debe fortalecer el actuar educativo es el conocimiento profundo del currículo vigente, sus fines, en que bases está sustentado y tener un análisis minucioso del mismo, en este trabajo se muestra un panorama acerca de un solo contenido, el de triángulos, lo que nos permite caer en cuenta que la labor del docente es mucho mayor, tanto en el conocimiento de la materia que imparte, así como su organización dentro de un currículo, dando así una herramienta para poder implementar las estrategias necesarias para lograr el cumplimiento de éste.

El currículo no promueve los procesos de razonamiento que se tomaron del modelo de Van Hiele, no permite una transición fluida, existen algunos huecos en el proceso, como lo pudimos ver en la transición de secundaria a bachillerato, donde en el primer semestre no

hay ningún tratamiento de temas de geometría, dejándolos a partir del segundo semestre, además se enfatizan los procesos de razonamiento de visualización durante casi toda la primaria, pero los de demostraciones, Identificación de propiedades, Clasificar y Características especiales del individuo quedan desprotegidos en este periodo.

Por lo que respecta a lo que un estudiante puede lograr al paso por su Educación Obligatoria en México, con respecto al contenido triángulos, este podría ser capaz de identificar propiedades de los triángulos y emitir juicios basados en conceptos matemáticos sólidos, podría acceder a la argumentación como resultado de las deducciones que puede realizar a partir de demostraciones con sustento, identificar al triángulo en diversas posiciones, así como a los elementos que lo conforman. No se puede hablar de resultados del modelo, puesto que aún está en sus inicios de implementación, cabe destacar, que, en cuanto a la literatura de investigación, se han reportado diversas problemáticas que se perciben en estudiantes de diversos niveles educativos, así como con profesores en formación, por lo que hay mucho que hacer para lograr mejorar el panorama en el ámbito de la enseñanza de la geometría.

### **6.3 Reflexiones finales**

Las propuestas que se dejan en esta investigación parten de conocer adecuadamente el currículo oficial, conocer los documentos que sustentan al mismo y las bases filosóficas que sostienen al currículo en operación, con esto, podemos utilizar, herramientas como las que se presentan en esta investigación, para empezar a diseñar las estrategias que deben concretarse en el aula, situaciones, materiales didácticos y muchos recursos, que en la actualidad tenemos para poder enfrentar los retos que demanda una sociedad que está en constante cambio.

## Referencias bibliográficas.

- Aravena D. M. & Caamaño E. C. (2013). Niveles de razonamiento geométrico en estudiantes de establecimientos municipalizados de la Región del Maule: Talca, Chile. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 16(2), 179-211.
- Báez, R. e Iglesias, M. (2007). Principios didácticos a seguir en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la geometría en la UPEL. “El Mácaro”. *Revista Enseñanza de la Matemática*, 12 al 16(número extraordinario), 67-87.
- Ball, D.L., Thames, M., & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), 389-407.
- Barrantes, M. y Blanco, L. (2004). Recuerdos, expectativas y concepciones de los estudiantes para maestro sobre la geometría escolar. *Enseñanza de las Ciencias*, 22(2), 241-250.
- Burger, F., y Shaughnessy, M. (1986). *Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry*, *Journal for Research in Mathematics Education* vol. 17 no 1, pp 31-48.
- Carrillo, J., Contreras G. L. C., Climent, R. N., Montes, N. M. A., Escudero A. D. I y Flores, M. E. (2016) *Didáctica de las matemáticas para maestros de Educación Primaria*. España: Colección Didáctica y desarrollo. Paraninfo.
- Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos, México, SEGOB, 2009. Consultado el 11 de abril de 2017 en: <http://www.sct.gob.mx/JURE/doc/cpeum.pdf>
- Contreras, L., y Blanco, L. (2001). *¿Qué conocen los maestros sobre el contenido que enseñan? Un modelo formativo alternativo. XXI. Revista de Educación*, 3, 211-220.
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, M., Jaime, A., Margarita, J., Peñas, A. y Ruiz, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en la Enseñanza secundaria basada en el modelo de Razonamiento de Van Hiele*. Madrid, España: C.I.D.E.
- De la Torre, A. (2003). El método socrático y el Modelo de Van Hiele. *Lecturas matemáticas*, 26, 99-121.

- Fouz, F., y De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría. Módulo 2: Teoría y Práctica en Geometría Objetivo N 3 Modelo de Van Hiele para la didáctica de la Geometría, 91-92.
- Galindo, C. (1996). Desarrollo de habilidades básicas para la comprensión de la Geometría. Revista Ema, 2(1), 49-58
- Gamboa, R. y Vargas, G. (2013). El Modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Uniciencia, 27(1), 74-94.
- Gobierno de México-Secretaría de Educación Pública (SEP) (2016). El modelo educativo 2016. El planteamiento pedagógico de la Reforma Educativa, México, SEP.
- Gobierno de México-Secretaría de Educación Pública (SEP) (2016). Documento base, Bachillerato General, México, SEP.
- Gobierno de México-Secretaría de Educación Pública (SEP) (2017). Aprendizajes Clave. Guías para el maestro. Educación básica. Preescolar, México, SEP.
- Gobierno de México-Secretaría de Educación Pública (SEP) (2017). Aprendizajes Clave. Guías para el maestro. Educación básica. Primaria, México, SEP.
- Gobierno de México-Secretaría de Educación Pública (SEP) (2017). Aprendizajes Clave. Guías para el maestro. Educación básica. Secundaria, México, SEP.
- Gobierno de México-Secretaría de Educación Pública (SEP) (2018). Modelo Educativo, México, SEP.
- Godino, J. (2003). Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina científica. Documento de trabajo del curso de doctorado "Teoría de la educación Matemática". Recuperable en Internet: <http://www.ugr.es/local/jgodino/Departamento> de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada, España.
- Goncalves, R. (2006). Por qué los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en geometría. Revista de Ciencias de la Educación, 27, 84-98. Universidad de Carabobo, Venezuela.

- Guadrón, E., Gutiérrez, A. (2007) Una aproximación a los descriptores de los niveles de razonamiento de Van Hiele para la semejanza. En Camacho, Matías; Flores, Pablo; Bolea, María Pilar (Eds.), *Investigación en educación matemática* (pp. 369-380) San Cristóbal de la Laguna, Tenerife: Sociedad Española de investigación en educación matemática, SEIEM.
- Gutiérrez, Ángel; Jaime, Adela (1991). *El modelo de razonamiento de Van Hiele como marco para el aprendizaje comprensivo de la geometría. Un ejemplo: los giros*. *Educación Matemática*, 03(02), pp. 49-65.
- Gutiérrez, A., y Jaime, A. (1996). *Uso de definiciones e imágenes de conceptos geométricos por los estudiantes de Magisterio. El proceso de llegar a ser un profesor de primaria*. *Cuestiones desde la educación matemática*, 143-170
- Gutiérrez, A., y Jaime, A. (1998). *Geometría y algunos aspectos generales de la educación matemática*. Bogotá: Una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.
- Hernández, V. y Villalba, M. (2001). *Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI*. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON. Traducción del documento original. Recuperado de <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>
- Hershkowitz, R., (1989). Visualization in geometry-two sides of the coin, *Focus on Learning Problems in Mathematics*, vol. 11, no. 1, pp. 61-76
- Hoffer, A. (1983). Van Hiele based research. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (PP. 205-227). New York; Academic Press.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del Modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías en el plano. La Evaluación del nivel de razonamiento* (Tesis Doctoral). Universidad de Valencia, España.
- Jaramillo, Carlos Mario; Esteban, Pedro Vicente (2006). Enseñanza y aprendizaje de las estructuras matemáticas a partir del modelo de Van Hiele. *Revista Educación y Pedagogía*, 18, pp. 109-118.

- Martínez, H. B., Pérez, A. A., y Escudero, D. I. (2018). Los Niveles de Van Hiele para el aprendizaje de triángulos y su relación con el currículo de Educación Básica en México. *XXXII Reunion Latinoamericana de Matemática Educativa (Relme 32 pp. 52)*. Medellín, Colombia.
- Martínez, M., Giné, C., Fernández, S., Figueiras, L., y Deulofeu, J. (2011). El conocimiento del horizonte matemático: más allá de conectar el presente con el pasado y el futuro. En M. Marín, G. Fernández, L.
- Montes, M., Contreras, L.C., & Carrillo, J. (2013). Conocimiento del profesor de matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa, & N. Climent (Eds.). *Investigación en Educación Matemática XVII* (pp. 403-410). Bilbao: SEIEM.
- Posner, G. (2005). *Análisis de currículum*. Tercera edición. McGraw Hill Interamericana, S. A. Santa Fé de Bogotá, Colombia
- Sánchez, N. (2012). *El currículo de la educación básica en México: un proyecto educativo flexible para la atención a la diversidad y el fortalecimiento de la sociedad democrática*. Revista Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación, 10(4). Madrid, España
- Rico, L. (1998). Conocimiento profesional en Educación Matemática. Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado, no 32.
- Stenhouse, L. (1984). *Investigación y desarrollo del Currículo*. Madrid: Morata.
- Valenzuela, C. y Dolores, C. (2012). El currículum oficial e impartido: contenidos y objetivos. *Números*. Revista de Didáctica de las matemáticas, 79, 4769. Recuperado de: <https://goo.gl/ihZPg>
- Van Hiele, P. M. (1957). *De problematiek van hett inzicht, gedemonstreerd aan het inzicht van schoolkinderen in meetkunde-leerstof*. Unpublished doctoral dissertation, University of Uthecht, The Netherlands.

- Villani, V. (2001) *Perspectivas en la enseñanza de la Geometría para el siglo XXI*, Documento de discusión para un estudio ICMI, 1995, traducción: Hernández, Víctor y Villalba, Martha PMME-UNISON.
- Vinner, S. (1991). *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. Advanced mathematical thinking*, 65-81.

ANEXO 1. Tabla de los niveles de Van Hiele relacionados con el contenido de triángulos.

PROCESOS DE RAZONAMIENTO	VISUALIZACIÓN V	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CATALOGAR C	DEFINICIONES D	DEMOSTRACIONES Dem	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO F
NIVELES						
RECONOCIMIENTO <b>N1</b>	<b>N1_V_1</b> Reconoce el dibujo de un triángulo pero quizá no sea consciente de muchas de sus propiedades. (Galindo, 1996)	<b>N1_IP_1</b> Utiliza propiedades imprecisas de los triángulos para comparar, describir o reconocerlas (Corberán, Gutiérrez, Huerta, Jaime, Margarita, Peñas y Ruiz, 1994; Carrillo, Contreras, Climent, Montes, Escudero, y Flores, 2016)	<b>N1_C_1</b> Clasifica propiedades que no poseen todas las figuras seleccionadas. (Burger y Shaughnessy 1986)			
	<b>N1_V_2</b> Incluye atributos irrelevantes al identificar y describir figuras, tales como la orientación de la figura en la hoja. (Burger, et al., 1986)	<b>N1_IP_2</b> Ausencia del uso de propiedades como condiciones necesarias para determinar una figura. (Burger, et al., 1986)	<b>N1_C_2</b> Los elementos, diferenciaciones o clasificaciones de figuras que realiza, se basan en semejanzas o diferencias físicas globales entre ellas. (Gualdron y Gutiérrez, 2007)			

	<p><b>N1_V_3</b>  Hace referencia a prototipos visuales para identificar triángulos.  (Corberán, et. al, 1994; Gualdron y Gutiérrez, 2007; Carrillo, et al., 2016)</p>					
	<p><b>N1_V_4</b>  Señala triángulos en diferentes posiciones en fotos, láminas, etc.  (Fouz y De Donosti, 2005)</p>					
	<p><b>N1_V_5</b>  Reconoce triángulos como objetos individuales.  (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>					
	<p><b>N1_V_6</b>  Reconoce partes del triángulo sin analizar lo que representa el triángulo.(Corberán, et al. 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>					

<p>PROCESOS DE RAZONAMIENTO</p> <p>NIVELES</p>	<p>VISUALIZACIÓN</p> <p>V</p>	<p>IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES</p> <p>IP</p>	<p>CATALOGAR</p> <p>C</p>	<p>DEFINICIONES</p> <p>D</p>	<p>DEMOSTRACIONES</p> <p>Dem</p>	<p>CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO</p> <p>CE</p>
<p>ANÁLISIS</p> <p><b>N2</b></p>	<p><b>N2_V_1</b></p> <p>Percibe cada propiedad de los triángulos de manera aislada, sin relacionarla con las demás.</p> <p>(Corberan, et al. 1994)</p>	<p><b>N2_IP_1</b></p> <p>Reconoce las propiedades matemáticas mediante la observación de los triángulos y sus elementos.</p> <p>(Corberan, et al., 1994; Gualdron, y Gutierrez 2007; Carrillo, et al., 2016).</p>	<p><b>N2_C_1</b></p> <p>Clasifica basándose en elementos y propiedades lógicas como las medidas de los lados, mientras descuidan cosas como ángulos, simetrías, etc.</p> <p>(Burger, et al., 1986)</p>	<p><b>N2_D_1</b></p> <p>Rechazo explícito de las definiciones de figuras de los libros de texto en favor de la caracterización personal.</p> <p>(Burger, et al., 1986)</p>	<p><b>N2_Dem_1</b></p> <p>Aun no comprenden lo que es una demostración matemática. Esto se logra en el nivel subsecuente.</p> <p>(Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	
		<p><b>N2_IP_2</b></p> <p>Puede deducir propiedades a partir de su experiencia.</p> <p>(Corberan, et al., 1994; Gualdron, 2007; Carrillo, et al., 2016)</p>	<p><b>N2_C_2</b></p> <p>Resuelve problemas sencillos identificando figuras en combinación con otras, por ejemplo: calcula el área de un triángulo</p>	<p><b>N2_D_2</b></p> <p>Hace prevalecer sus propias definiciones y cuestiona definiciones dadas por el profesor o por el libro.</p>		

			<p>rectángulo a partir de la del rectángulo.</p> <p>(Fouz, et al., 2005).</p>	(Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)		
		<p><b>N2_IP_3</b></p> <p>Hace generalizaciones a través de la utilización de ejemplos de triángulos.</p> <p>(Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	<p><b>N2_C_3</b></p> <p>Deduce propiedades a partir de otras, por ejemplo: a partir de medidas de ángulos internos deduce que el ángulo exterior a un triángulo es la suma de los no-adyacentes.</p> <p>(Fouz, et al., 2005)</p>			
		<p><b>N2_IP_4</b></p> <p>Analiza las propiedades de las figuras. Por ejemplo puede darse cuenta que una de las características del triángulo rectángulo es que tiene un ángulo recto de <math>90^\circ</math>,</p>				

		pero no notará como se relaciona con los cuadrados o rectángulos.  (Galindo, 1996)				
		<b>N2_IP_5</b>  Es capaz de descubrir y generalizar propiedades, a partir de la observación y manipulación.  (Aravena Díaz, M., y Caamaño Espinoza, C. 2013).				

PROCESOS DE RAZONAMIENTO	VISUALIZACIÓN	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CATALOGAR	DEFINICIONES	DEMOSTRACIONES	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO CE
NIVELES	V	IP	C	D	Dem	CE
<b>CLASIFICACIÓN N3</b>		<p><b>N3_IP_1</b></p> <p>Empieza a desarrollar su capacidad de razonamiento matemático reconociendo que unas propiedades de los triángulos se deducen de otras.</p> <p>( De la Torre, A. 2003; Corberán, et al., 1994;Carrillo, et al. 2016)</p>		<p><b>N3_D_1</b></p> <p>Ordena lógicamente figuras y comprende la interrelación entre figuras y la importancia de definiciones exactas.</p> <p>(Galindo, 1996)</p>	<p><b>N3_Dem_1</b></p> <p>Utiliza representaciones físicas de los triángulos como forma de verificar sus deducciones.</p> <p>(Corberan, et al. 1994)</p>	
		<p><b>N3_IP_2</b></p> <p>Selecciona propiedades que caracterizan una serie de formas y prueba, mediante dibujos o construcciones, que son suficientes.</p> <p>(Fouz y De Donosti, 2005)</p>		<p><b>N3_D_2</b></p> <p>Son capaces de clasificar diferentes figuras geométricas y dar definiciones matemáticas.</p> <p>(Aravena Díaz, M., y Caamaño Espinoza, C. 2013)</p>	<p><b>N3_Dem_2</b></p> <p>Entiende una demostración explícita en el libro o por el profesor, pero no sabe la estructura de una demostración, por eso, aun no es capaz de realizarla por si solo.</p> <p>( De la Torre, A. 2003; Corberán, et al., 1994;Carrillo, et al. 2016)</p>	
		<p><b>N3_IP_3</b></p> <p>Puede clasificar lógicamente familias de triángulos a partir de propiedades con precisión matemática.</p>		<p><b>N3_D_3</b></p> <p>Reconoce cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando</p>	<p><b>N3_Dem_3</b></p> <p>Comprende demostraciones formales cuando se las explica el profesor o el libro de texto.</p>	

	(Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)		implícitamente reglas lógicas. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)	(Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)	
	<b>N3_IP_4</b> Es capaz de conectar lógicamente diversas propiedades de la misma o de diferentes figuras. Aravena Díaz, M., y Caamaño Espinoza, C. (2013).			<b>N3_Dem_4</b> Reconocen cómo razonar según el sistema lógico deductivo informal, usando implícitamente reglas lógicas. Por ejemplo, deduce que los ángulos internos de un cuadrilátero suman 360° a partir de dividirlo en dos triángulos. (Fouz y De Donosti; 2005 Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)	
	<b>N3_IP_5</b> Reconoce el papel de las explicaciones lógicas o argumentos deductivos en la justificación de hechos. Fouz, F., y De Donosti, B. (2005, p.75)				

PROCESOS DE RAZONAMIENTO NIVELES	VISUALIZACIÓN V	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CATALOGAR C	DEFINICIONES D	DEMOSTRACIONES Dem	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO CE
DEDUCCIÓN FORMAL <b>N4</b>		<b>N4_IP_1</b> Entiende la estructura axiomática de las matemáticas. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)	<b>N4_C_1</b> Clasifica cuestiones ambiguas y reformula problemas en el lenguaje preciso. (Burger y Shaughnessy 1986)	<b>N4_D_1</b> Comprensión de los papeles de las componentes en un discurso matemático, tales como axiomas, definiciones, teoremas, demostraciones. (Burger y Shaughnessy 1986)	<b>N4_Dem_1</b> Confianza en la demostración como autoridad final para decidir la verdad de una proposición matemática. (Burger y Shaughnessy 1986)	<b>N4_CE_1</b> Se completa la formación del razonamiento matemático lógico formal. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)
				<b>N4_D_2</b> Efectúa conjeturas y verifica deductivamente Corberan, et al. 1994; De la Torre, A. 2003; Gualdron, E. Gutiérrez, A. 2007; Carrillo, et al. 2016)	<b>N4_Dem_2</b> Realiza demostraciones para comprobar la veracidad de la información matemática. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)	
				<b>N4_D_3</b> Comprende el significado de deducción y el papel de los términos	<b>N4_Dem_3</b> Realizan demostraciones de diferentes maneras y pueden compararlos.	

				<p>indefinidos, postulados, teoremas y demostraciones. Por ejemplo, será capaz de emplear un criterio de congruencia triangular pero no comprenderá la necesidad de postular la condición. (Galindo, C. 1996).</p>	<p>Por ejemplo, demuestra que si un triángulo es isósceles los ángulos de la base son iguales y viceversa. (Fouz y De Donosti; 2005 Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	
					<p><b>N4_Dem_4</b> Comprenden las interacciones entre las condiciones necesarias y suficientes distinguen entre una implicación y su recíproca. (Corberan, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	
					<p><b>N4_Dem_5</b> Conoce la existencia de las definiciones equivalentes y lo demuestran (Fouz y De Donosti; 2005 Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	
					<p><b>N4_Dem_6</b> Justifica las afirmaciones de manera rigurosa</p>	

					(Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)	
					<b>N4_Dem_7</b> Compara demostraciones alternativas del teorema de Pitágoras. Aceptación implícita de los postulados de la geometría euclídea. (Burger y Shaughnessy 1986)	
					<b>N4_Dem_8</b> Efectúa conjeturas y verifica deductivamente. (Corberan, et al. 1994; De la Torre, A. 2003 ; Gualdron, E. Gutiérrez, A. 2007; Carrillo, et al. 2016)	

PROCESOS DE RAZONAMIENTO NIVELES	VISUALIZACIÓN V	IDENTIFICACIÓN DE PROPIEDADES IP	CATALOGAR C	DEFINICIONES D	DEMOSTRACIONES Dem	CARACTERÍSTICAS ESPECIALES DEL INDIVIDUO CE
<b>RIGOR</b> <b>N5</b>					<b>N5_Dem_1</b> Inventa métodos generalizables para resolver diferentes clases de problemas. (Fouz y De Donosti, 2005)	<b>N5_CE_1</b> Tienen conocimientos y habilidades propias de un matemático. (Corberán, et al., 1994; Carrillo, et al. 2016)
					<b>N5_Dem_2</b> Establece teoremas en diferentes sistemas axiomáticos, la consistencia de un sistema de axiomas, la independencia de un axioma o la equivalencia de distintos conjuntos de axiomas. (Fouz, F., y De Donosti, B. 2005; Corberán, et al. 1994; Gualdron, E. Gutiérrez, A. 2007; Carrillo, et al. 2016)	<b>N5_CE_2</b> Comprende la importancia de la precisión cuando trata con las bases y las interrelaciones entre estructuras. Este nivel se alcanza rara vez entre los estudiantes escolares. (Galindo, C. 1996)

					<p><b>N5_Dem_3</b></p> <p>Compara sistemas axiomáticos (Geometría euclidiana / Geometría no-euclidiana).</p> <p>(Fouz y De Donosti, 2005)</p>	<p><b>N5_CE_3</b></p> <p>Debe manejar sistemas axiomáticos distintos del usual, transferencia de conocimientos a otros sistemas.</p> <p>(Gutiérrez, A. y Jaime, A. 1998).</p>
					<p><b>N5_Dem_4</b></p> <p>Se ubican en el máximo nivel de rigor matemático según parámetros del momento.</p> <p>(Corberán, et al. 1994; De la Torre, A. 2003; Carrillo, et al. 2016)</p>	
					<p><b>N5_Dem_5</b></p> <p>Desarrollan su actividad matemática sin ningún inconveniente, porque están seguros de su veracidad.</p> <p>(Corberán, et al. 1994; Carrillo, et al. 2016)</p>	

