BENEMÉRITA UNIVERSIDAD

AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

TESIS

Propuesta didáctica para contribuir en la comprensión y uso de números fraccionarios a través de diferentes representaciones en secundaria

TESIS PRESENTADA COMO REQUISITO PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MAESTRO EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

PRESENTA:

MARÍA EUGENIA MARTÍNEZ MERINO

DIRECTORAS DE TESIS

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
DRA. MARÍA ARACELI JUÁREZ RAMÍREZ

Abril, 2017

BUAP

Dra. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR
SECRETARIA DE INVESTIGACIÓN Y
ESTUDIOS DE POSTGRADO, FCFM-BUAP
P R E S E N T E:

Por este medio le informo que la C:

LIC. MARÍA EUGENIA MARTÍNEZ MERINO

Estudiante de la Maestría en Educación Matemática, ha cumplido con las indicaciones que el Jurado le señaló en el Coloquio que se realizó el día 14 de marzo de 2017, con la tesis titulada:

"Propuesta didáctica para contribuir en la comprensión y uso de números fraccionarios a través de diferentes representaciones en secundaria."

Por lo que se le autoriza a proceder con los trámites y realizar el examen de grado en la fecha que se le asigne.

A T E N T A M E N T E.
H. Puebla de Z. a 22 de marzo de 2017

Dr. JOSÉ ANTONIO JUÁREZ LÓPEZ
COORDINADOR DE LA MAESTRÍA
EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Ccp.Archivo.
DR JAJL / l´agm*

Facultad
de Ciencias
Físico Matemáticas

Av. San Claudio y 18 sur, edif. 111 A,
Ciudad Universitaria, Col. San
Manuel, Puebla, Pue. C.P. 72570
01 (222) 229 55 00 Ext. 7550 y 7552

AGRADECIMIENTOS

Estos años de trabajo han transformado mi visión al tratar de comprender la enseñanza aprendizaje. Sé que no puedo escoger las circunstancias en que me vea inmersa, pero al estudiar la maestría puedo tener pensamientos que contribuyan a superar las dificultades. Agradezco a la Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar y a la Dra. María Araceli Juárez Ramírez su amistad y dedicación, así como compartirme sus conocimientos y experiencias, muchas gracias por creer en mí, por ser parte de mí. Egreso de la maestría con una nueva mentalidad.

También quiero agradecer a mis maestros de la maestría, todos han aportado y transformado mi formación profesional, Dra. Honorina Ruiz Estrada, Dr. José Antonio Juárez López, Dr. José Gabriel Sánchez Ruiz, Dr. Eric Flores Medrano y Dr. Josip Slisko Ignjatov. Gracias por sus enseñanzas y consejos, la paciencia, el tiempo y dedicación que me brindaron es una motivación para seguir mejorando profesionalmente.

También deseo agradecer enormemente al Dr. David Francisco Block Sevilla por sus valiosas observaciones, sugerencias y conocimientos que logró transmitirme durante la revisión del trabajo. Le agradezco la aportación de materiales, sus comentarios y contribuciones, fueron de gran ayuda para que esta tesis llegue a su culminación.

Son muchos los maestros y compañeros que han formado parte de mi vida profesional a las que me encantaría agradecerles su amistad, consejos, apoyo, ánimo y compañía en los momentos más difíciles de mi vida. Algunas están aquí conmigo y otras en mis recuerdos y en mi corazón, sin importar en donde estén quiero darles las gracias por formar parte de mí, por todo lo que me han brindado y por todas sus bendiciones.

Agradezco a Dios por darme la oportunidad de realizar este proyecto de tesis. La fortaleza que me brinda me ha permitido iniciar una etapa de superación profesional y humana.

Agradezco a mis padres Francisco y Esperanza por su amor, esfuerzo y dedicación para hacer de mí la persona que ahora soy. Sembraron en mí un tesoro que nadie me podrá arrebatar, el estudio.

Agradezco a mis hijos Diana y David la paciencia amor y apoyo que me brindaron para poder realizar este proyecto. Los dos me motivaron para seguir adelante, son mi fortaleza.

A mi hermana María de Lourdes que me ha brindado su apoyo incondicional, agradezco todos sus consejos y cuidados.

A todos y a cada uno de ellos dedico esta tesis.

ÍNDICE

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Conocer la historia del desarrollo del pensamiento matemático en los seres humanos nos permite saber la forma en que ha evolucionado para resolver situaciones problemáticas del entorno.

Un papiro encontrado hace mucho tiempo, llamado papiro Rhind (en honor a quien lo encontró), es tal vez uno de los documentos más antiguos donde aparece el concepto de fracción, su autor, Ahmes fue un sacerdote escriba de quien se dice lo copió fielmente de otro papiro. La palabra fracción proviene del árabe "al-Kasr" que significa quebrar, romper. Con base en lo anterior, el concepto matemático de fracción corresponde a la idea intuitiva de dividir una totalidad en partes iguales, como cuando hablamos de un cuarto de hora, de la mitad de un pastel, o de las tres cuartas partes de un litro.

La presente investigación se refiere a la comprensión del concepto de fracción. Este tema en educación básica es uno de los que presenta más dificultad. A pesar de que en la educación primaria se le dedica mucho tiempo a su aprendizaje, en la escuela secundaria se observan dificultades y errores en el uso y manejo de estos números. Diversos estudios se han realizado haciendo notar el carácter multifacético de las fracciones y las diversas dificultades que tienen los estudiantes cuando trabajan con estos números. Entre estos trabajos se encuentran los de Kieren (1976), Fuenlabrada (1996) Valdemoros (2007) y Fandiño (2009).

Todo concepto matemático se ve obligado a servirse de registros de representación (D´Amore, 2009) y no hay noética sin semiótica (Duval, 2006). Por lo tanto, la representación de las fracciones es muy importante para la comprensión del concepto. Como la enseñanza tradicional no promueve el uso de diferentes representaciones semióticas de la fracción, ni sus transformaciones, el estudiante presenta dificultades para convertirlas de un registro a otro de manera eficaz.

Este trabajo de tesis muestra algunas de las dificultades que se presentan en el proceso de construcción de la noción de fracción en un grupo de alumnos de primer grado de secundaria, algunas de ellas coinciden con las mencionadas por Fandiño (2009). Además, se plantea una propuesta didáctica cuyo objetivo es reducir dichas dificultades. Desde la perspectiva de Duval (2006) se pretende que el estudiante comprenda y maneje las diferentes representaciones de las fracciones contribuyendo a su construcción, uso y manejo. Además, se espera que el estudiante pueda transitar por entre los diferentes registros semióticos, ya que, la incomprensión del concepto de fracción puede llevarlo a perder el interés o al fracaso escolar en el área de las matemáticas. No olvidemos que la noción de fracción es base para otros constructos en niveles superiores.

Esta investigación de intervención pretende redirigir la práctica educativa a través del diseño de una propuesta didáctica que contribuya a la comprensión de los números fraccionarios en secundaria. Se enfoca en las conversiones de números fraccionarios a decimales y viceversa, así como en las conversiones de la representación numérica a la gráfica en la recta numérica y viceversa. Estas conversiones están señaladas en el currículo para primer grado. El trabajo se centra en responder las preguntas: ¿cuáles son las dificultades más frecuentes en el uso y manejo de las fracciones en los participantes?, ¿con qué actividades los estudiantes podrían ampliar su comprensión del concepto de fracción?, y ¿qué aspectos de la noción de fracción se logró contribuir con el implemento de la propuesta didáctica?

Para que los estudiantes adquieran el conocimiento matemático es necesario que lo comprendan en forma sistémica, observando su entorno y creando conjeturas, además de ser capaces de comunicarlo. Las representaciones semióticas son fundamentales para que los docentes y estudiantes sepan si se comprendió un concepto o se desarrollaron los procesos lógico-matemáticos.

La propuesta didáctica consta de 11 sesiones continuas de 50 minutos cada una, algunas con evaluaciones de tipo mixto. El grupo participante es de primero de secundaria de medio rural.

El capítulo uno contiene la introducción, la justificación del por qué este trabajo es conveniente. También aborda algunos antecedentes donde se dan a conocer ciertas dificultades en el aprendizaje del concepto de fracción, y posteriormente, se plantea la problemática que con frecuencia se presenta en las aulas.

El capítulo dos presenta el marco teórico que sustenta la investigación, se aborda desde la noción de concepto matemático, se continúa con la noción de fracción, sus diferentes interpretaciones y lo que genera dificultades de aprendizaje. También se aborda la necesidad de que los estudiantes tengan entrenamiento para lograr el diseño de buenos diagramas y puedan usarlos como estrategia de resolución. Finalmente se aborda el tema de las representaciones semióticas y su importancia desde el punto de vista cognitivo.

El capítulo tres presenta la metodología que siguió el trabajo, la manera en que se llevó a cabo, las características de los participantes y las características del pre-test. Se sigue con las características de la propuesta didáctica, el objetivo de cada actividad, la forma de trabajo, la evaluación y las peculiaridades de los participantes. Finalmente se presentan las actividades de la propuesta didáctica enfocadas en el manejo de las diferentes representaciones que marca el plan de estudios 2011 de SEP para primero de secundaria.

El capítulo cuatro presenta los resultados del pre test, de cada una de las actividades de la propuesta didáctica y del pos test. Se muestran producciones de los participantes y rúbricas de evaluación, así como, porcentajes de aciertos y errores más frecuentes. Los comentarios de los resultados del pos-test surgen de tablas que muestran los avances y errores que persistieron en los estudiantes en la construcción de algunos aspectos del concepto de fracción.

Finalmente, se presentan las conclusiones generales del trabajo. Con base en los resultados obtenidos y de manera general, se observó que la aplicación de la secuencia didáctica contribuyó en la comprensión de algunos aspectos del concepto de fracción en el grupo participante.

En este trabajo, cuando se hable de “los alumnos” se dará por hecho que se está involucrando tanto a alumnos como alumnas sin distinción de género. Para mantener el anonimato de los participantes se referirá a ellos como A1, A2, A3, etc.

JUSTIFICACIÓN

En la vida diaria y en la escuela los jóvenes tienen serios problemas para representar y usar fracciones (Fandiño, 2009; Fuenlabrada, 1996) porque la enseñanza tradicional no promueve la reflexión ni el aprendizaje efectivo. Es importante que el alumno interprete las fracciones de forma eficaz, independientemente del registro en el que se encuentren representados, ya que son la base para otros constructos.

A lo largo de la secuencia didáctica se propicia la reflexión y el análisis que conlleven al estudiante a la construcción de su propio conocimiento, generando climas de aprendizaje significativo dentro de nuestra práctica docente.

Durante el ciclo escolar 2015-2016 tuve a mi cargo un grupo de primero de telesecundaria con 30 estudiantes. Al realizar el diagnóstico se observó que los estudiantes tenían diversas dificultades en el uso y manejo de los números fraccionarios. Por ejemplo, en la representación de estos números en la recta numérica, en la conversión de fracciones a decimales y viceversa y en la representación de las fracciones a través de esquemas.

Los temas abordados en la prueba diagnóstica fueron los siguientes:

1. Conversión de número fraccionario a decimal.
2. Conversión de número decimal a fraccionario.
3. Representación de números fraccionarios o decimal en la recta numérica.
4. Resolución de un problema que involucre diferentes representaciones de los números fraccionarios.

Diversos investigadores han reconocido que el tema de las fracciones es uno de los contenidos de las matemáticas que presentan dificultad tanto para su enseñanza como para su aprendizaje, principalmente en los primeros años de educación escolar.

ANTECEDENTES

Algunas investigaciones han reportado bajo conocimiento sobre fracciones en alumnos de educación básica, tal es el caso de la investigación realizada por Perera y Valdemoros (2007). Estas autoras realizaron un estudio con un grupo de cuarto grado de primaria en el que se emplearon contextos afines a la vida real de los niños en actividades que tuvieron la finalidad de propiciar en el estudiante la construcción de noción de fracción e identificar algunos de sus significados (relación parte-todo, medida, cociente intuitivo y rudimentos de operador multiplicativo). Los resultados de su investigación revelan que es indispensable la familiaridad del contexto en la situación problemática así como la construcción de noción de fracción a partir de sus conocimientos previos. También registró una tendencia de algunos niños a usar tanto números naturales como operaciones aritméticas seleccionadas arbitrariamente. Los resultados de su evaluación diagnóstica reflejaron que los niños contaban con escasos conocimientos intuitivos respecto de las nociones de fracción. Desde hace tiempo y en la actualidad es frecuente que los estudiantes presenten dificultades y bajo conocimiento en el tema de las fracciones, esta idea de Perera y Valdemoros (2007) la confirma Fandiño (2009) al decir que la primera noción de fracción es fácilmente comprensible entrando rápido en el cognitivo y creando un modelo que después es difícil modificar.

Otras investigaciones han reportado dificultades conceptuales y de representación sobre la fracción como noción de reparto, probabilidad, cociente, operador, etc. De León y Fuenlabrada (1996) realizaron investigaciones sobre los procedimientos que utilizan los niños de primaria para resolver situaciones problemáticas que involucran el significado de cociente de fracciones. La investigación se centra en estudiar los procedimientos para identificar y clasificar las dificultades, errores y aciertos de los alumnos al resolver problemas de reparto y explicar la razón de ellos. En su investigación, estos autores encuentran que un alto porcentaje de niños fracasan en aprender y que, aún sin tomar en cuenta las diferentes interpretaciones, manifiestan dificultades en el uso y manejo de la fracción como cociente. Sus resultados también revelan que la construcción de la noción de fracción es complejo y prolongado, pero que ésta se favorece con la interacción de los niños con situaciones problemáticas.

> *"Uno de los aspectos que determinan el fracaso, es la pobreza conceptual que se maneja en la práctica escolar. Se sabe que la enseñanza prioriza el significado del fraccionamiento de la unidad así como el dominio en las reglas de cálculo, dejando de lado una gran variedad de situaciones que están vinculadas con el significado de las fracciones. Algunos ejemplos de situaciones que no son debidamente aprovechadas en la instrucción son: los problemas de reparto, de comparación, de medición y de transformación de medidas. Otro elemento que explica el fracaso es la ignorancia, por parte de los maestros, tanto de los esquemas de conocimiento que necesitan los alumnos para darle significado a las fracciones como de los modelos de conocimiento implícito de los niños sobre las fracciones. Más aún los docentes plantean a los niños de manera prematura el uso del lenguaje convencional y los algoritmos sin reconocer que se necesitan ciertos esquemas (de partición, de equivalencia, conservación del área, etcétera) para darle sentido al lenguaje simbólico y las reglas de cálculo. Los saberes así aprendidos sólo sirven en el contexto escolar y no funcionan como herramientas para resolver problemas".* (De León y Fuenlabrada, 1996, p. 2)

El desempeño de los estudiantes está relacionado con la forma en cómo se aprendió el concepto de fracción. Esta idea de De León y Fuenlabrada (1996) es compartida por Fandiño (2009) la cual afirma que, desde hace más de 35 años, algunos autores evidencian que detrás del término "fracción", se esconden varias acepciones, y esto genera confusión. Además, la noción de fracción que nos enseñan en la primaria la arrastramos por años, y en estudios posteriores no tiene la fuerza para satisfacer todos los significados que el término asumirá en los cursos de estudio superior.

Otro trabajo que se refiere al carácter multifacético del término fracción es el de Block, Mendoza y Ramírez (2010), quienes mencionan que es muy importante que, tanto el docente en su práctica, como el estudiante en su proceso de aprendizaje comprendan el carácter multifacético de la noción de fracción. En su trabajo sobre enseñanza de la proporcionalidad menciona que, para que el alumno comprenda la multiplicación por el factor de proporcionalidad, cuando éste es una fracción, debe hacerse una nueva construcción de la multiplicación, ya que hubo una ruptura en la comprensión que tenía desde los naturales. Esta ruptura de la multiplicación es compleja para los estudiantes provocando errores en su aprendizaje. Block et al. (2010) hacen notar, mediante ejemplos, que una fracción tiene diferente interpretación de una razón y que hay circunstancias en que es importante distinguirlas. Una de esas circunstancias ocurre precisamente en la enseñanza. Fandiño (2009) recopila de distintos autores una gran cantidad de trabajos sobre fracciones desde los años 70´s, como resultado de su trabajo, la autora enumera los principales significados que la palabra "fracción" puede asumir en matemáticas, y por lo tanto, en el proceso de enseñanza aprendizaje. Su obra destaca las siguientes interpretaciones para la noción de fracción:

1. La fracción como parte de una unidad todo, a veces continua y a veces discreta.
2. La fracción como cociente.
3. La fracción como relación.
4. La fracción como operador.
5. La fracción en probabilidad
6. La fracción en los puntajes.
7. La fracción como número racional.
8. La fracción como punto de una recta orientada.
9. La fracción como medida.
10. La fracción como indicador de cantidad de elección.
11. La fracción como porcentaje.
12. La fracción en el lenguaje cotidiano.

La autora hace notar ciertas dificultades que observó en el desarrollo de su investigación, tanto en estudiantes como en docentes, siendo los siguientes:

1. Dificultades para identificar o cambiar de unidad por parte de estudiantes.
2. El docente utiliza la equivalencia en la operatoria de fracciones para su construcción, pero el estudiante apenas está construyendo los dos conceptos, como consecuencia presenta dificultades en la construcción de número fraccionario y una de estas dificultades puede ser que no comprenda que la clase de equivalencia de una fracción es infinita.
3. El uso del término igual en ocasiones no tiene fundamento y en otras ocasiones sirve de obstáculo.
4. El profesor plantea ideas abstractas en las actividades y lo considera aprendizaje abstracto; el estudiante hace referencia a un caso real que se resuelve en la realidad, por consecuencia se tratan de contextos diferentes.

> *"Por su naturaleza, si al niño se le propone un modelo concreto que representa hechos reales, sobre ellos centrará su atención, sobre los hechos reales, no sobre la abstracción a la cual el adulto está, en cambio, haciendo referencia implícita. Por lo que las respuestas no pueden ser interpretadas en clave abstracta, porque el niño respondió a las preguntas planteadas sobre el modelo concreto, interpretando la realidad".* (Fandiño, 2009, p. 7-8)

Otro investigador que también hace notar el carácter multifacético, dificultades conceptuales y de representación de los números fraccionarios es Kieren (1976). Entre sus resultados hace notar que, a través de la historia, el concepto de fracción ha tenido diferentes interpretaciones y dificultades de aprendizaje. Este autor propone un modelo para enseñar y operar las fracciones. En su trabajo muestra que con frecuencia los estudiantes caen en la manipulación y el cálculo de operaciones con fracciones, es decir, con frecuencia los números fraccionarios están dirigidos a habilidades procedimentales y no a considerarse como una base para trabajos posteriores como por ejemplo análisis y álgebra. El autor evidencia siete significados o interpretaciones para el término fracción, mostrando que una de las principales dificultades para su aprendizaje, ligada tanto con el concepto como con las operaciones, es precisamente esa multiplicidad de significados. Las diferentes interpretaciones que señala son:

1. Como fracción que puede compararse, sumarse, restarse, multiplicarse y dividirse.
2. Como clase de equivalencia de fracciones.
3. Como razones entre dos números.
4. Como operador multiplicativo o como mapeos.
5. Como cociente.
6. Como medida o como punto sobre una recta.
7. Como números decimales.

Kieren (1976, citado en Berh, 1992) propuso un modelo de construcción de conocimientos a través de una red de subconstructos, evidenciando la relación entre cinco significados asociados a la noción de fracción: medida, cociente, operador, razón y parte todo, a partir de esta idea fundamenta las bases para un modelo de constructo de número racional. La obra de Kieren es trascendental en el campo de estudio de las fracciones, ya que fue el primer investigador que abordó la problemática de la multiplicidad de interpretaciones de la noción de fracción. Hasta el momento no hay autor que refute su trabajo, su estudio abarca hasta los racionales proponiendo un modelo para su enseñanza.

Los autores mencionados no son los únicos que han hecho notar la dificultad que se presenta en la enseñanza-aprendizaje de la noción de fracción debido a las diferentes interpretaciones que éste posee. Hasta el momento se han realizado trabajos muy finos que han mostrado las dificultades y logros en los procesos de construcción de fracción. Algunos de estos trabajos han propuesto modelos de enseñanza aprendizaje, otros se enfocan en mostrar resultados. Sin embargo, los estudiantes siguen presentando las mismas dificultades de hace tiempo. Por consiguiente, considero a veces que se debe continuar investigando el tema tratando de abordar, en la medida de lo posible, todas las interpretaciones del concepto, de esta forma se tendrían más modelos de enseñanza y esto brindaría más estrategias y oportunidades para ser utilizadas en las aulas.

Dado que el concepto de fracción presenta dificultades de interpretación y representación, es necesario contar con una teoría que fundamente esta investigación. Dos autores que abordan la importancia de las representaciones en la educación matemática son Duval (2006) y D´Amore (2009). El primero, aborda la dificultad en el aprendizaje de las matemáticas y parte de la importancia de la representación semiótica para cualquier actividad matemática, por lo que propone dos tipos de transformación de representación semiótica: tratamiento y conversión. El tratamiento es el más importante desde un punto de vista matemático, la conversión es básicamente el factor decisivo para el aprendizaje. Para él, cualquier representación semiótica aparece como herramienta para la producción de nuevos conocimientos, y no sólo para comunicar cualquier representación mental particular. Por otro lado, D´Amore (2009) afirma que la conceptualización matemática no puede basarse sobre significados que se apoyen en la realidad, por lo que todo concepto matemático se ve obligado a servirse de registros de representación. El estudiante no puede llegar a conocer al objeto matemático sin representaciones. Para que pueda hacer una imagen mental del objeto necesita una representación, pero una representación necesariamente tuvo que haber sido antes una imagen mental. Esta situación es conocida como la paradoja de Duval (2006). D´Amore (2005) retoma las palabras de Duval y asegura que no hay noética sin semiótica.

Dada esta paradoja cognitiva de acceso a objetos de conocimiento en matemáticas, tal descripción debe ser apoyada por la variedad de sistemas de representación semiótica que se utilizan y por la “capacidad” específica de cada uno para la realización de procesos matemáticos.

Retomando las bases teóricas de los anteriores autores considero pertinente señalar la importancia que tiene la construcción del concepto de fracción a través de sus diferentes representaciones, la multiplicidad del concepto y las diferentes interpretaciones. Así, el enfoque que se propone en este trabajo, para el estudio del concepto es de carácter cognitivo.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El estudio de las fracciones es importante porque permite el desarrollo de nociones útiles para el conocimiento de temas más avanzados como son proporcionalidad y álgebra entre otros. El tema de las fracciones también está relacionado con los números decimales. La SEP (2011) en los planes de estudio para primero de secundaria, aborda como aprendizajes esperados que el alumno convierta números fraccionarios a decimales y viceversa, que conozca y utilice convenciones para representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica, y que sepa resolver problemas que impliquen efectuar operaciones básicas con estos números.

Identificar los errores más frecuentes en el tema de las fracciones abre la posibilidad de contribuir a reducirlas. La comprensión de los números fraccionarios es una dificultad que presenta el alumno en diversos niveles educativos, es común que no comprenda sus diferentes representaciones ni pueda transformar una representación en otra (decimal, fracción, punto en una recta, gráfico, etc.). Tomando en cuenta que se requiere de representaciones para realizar cualquier actividad matemática (Duval, 2006 ; D´Amore, 2009) entonces el uso adecuado de las transformaciones semióticas puede favorecer la comprensión del significado del concepto de fracción, para esto, los estudiantes necesitan tiempo y una alternativa metodológica con la que puedan observar y trabajar en equipo sobre la construcción de la noción de fracción, independientemente del registro en el que se encuentren representados.

Al aplicar una prueba de diagnóstico a un grupo de primer grado de secundaria se determinó que estos estudiantes presentaban varias de las dificultades mencionadas por Kieren (1976), De León y Fuenlabrada (1996), Perera y Valdemoros (2007), Fandiño (2009) y Block et al. (2010). Además, aproximadamente la mitad del total de los participantes presentó dificultades en la conversión de fracción a decimal. Cerca de la tercera parte presentó dificultades en la conversión de decimal a fracción, y más de las tres cuartas partes del grupo participante falló al localizar y ubicar fracciones y decimales en la recta numérica. Dada esta problemática se consideró necesaria y oportuna una alternativa didáctica que contribuyera a precisar algunos aspectos del concepto de fracción a través de sus diferentes representaciones semióticas, por ejemplo: unidad, fracción de la unidad, fracción como división indicada, fracción como división efectuada, relación de orden entre fracciones, fracción con unidad de medida y manejo lingüístico de la fracción.

CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO

Las concepciones de los docentes son decisivas a la hora de organizar las actividades que se llevan a cabo en el aula. Su comprensión del concepto de la disciplina de las matemáticas, los contenidos que debe enseñar, los métodos de enseñanza entre otros, lo hace seleccionar y utilizar materiales adecuados. De la misma manera, sus perspectivas acerca del desempeño de los alumnos lo llevan a organizar la clase de determinadas formas; así como sus teorías acerca de cómo debe llevarse a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje en un cierto tema, lo conducen a plantear actividades de aprendizaje acordes con las mismas.

Las posiciones pedagógicas del docente ante la enseñanza aprendizaje y el tratamiento de los contenidos no son independientes de su mentalidad, cultura global y actitudes. El contexto ideológico dentro del cual el docente percibe, interpreta, decide, actúa y valora influye decisivamente en la enseñanza aprendizaje.

En este apartado se hace una revisión de diferentes elementos teóricos que sustentan la propuesta didáctica que se presenta en esta tesis.

2.1 La noción de concepto

D´Amore (1999b, citado en D´Amore 2009) buscó dar la idea básica a través de la cual se podía dar respuesta a la pregunta ¿qué es un concepto? Pero una de las dificultades es que en la idea de "concepto" participan muchos factores y tantas causas que llegó a constatar que la definición se revela, por muchos motivos de una complejidad inmensa, de tal forma que cualquier definición resultaría incompleta. D´Amore (2005) afirma que aprender un concepto es como el acto de adquirir un significado resaltando que tal acto sea posiblemente un acto de generalización y de síntesis de significados en relación con elementos particulares de la estructura del concepto, la idea de concepto se establece cuando participan muchos factores y causas, un concepto se halla continuamente en fase de construcción y en la misma construcción se posee la parte más problemática y por lo tanto más rica de su significado. Ver figura A.

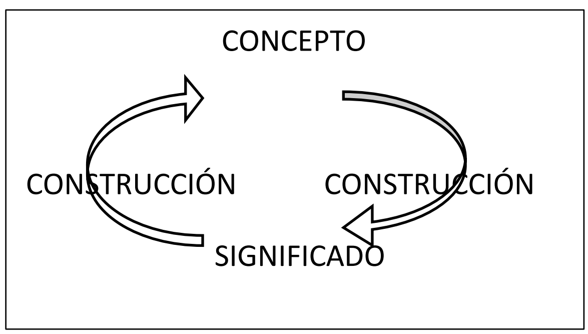


Figura A. Relación entre concepto y significado según D´Amore (2005)

2.2 Fracciones: aspectos conceptuales y didácticos

Los trabajos realizados por Kieren (1976) y Fandiño (2009) proporcionan las bases conceptuales y didácticas para el diseño de los problemas que forman la secuencia didáctica.

Como se pretende favorecer la construcción del concepto de fracción, es necesario que el docente comprenda los diferentes significados del concepto, comprenda su didáctica y logre que el estudiante transite con mayor facilidad entre las diferentes interpretaciones. Con base en lo anterior, investigaciones realizadas por Kieren (1976) evidencian la existencia de varios significados en el término fracción, señalando que una de las principales dificultades para su aprendizaje tanto con el concepto como con las operaciones, es precisamente la multiplicidad de significados, entre ellas se encuentra la fracción como: razón de dos números, como operador multiplicativo, como cociente, como medida o punto sobre una línea recta, como número decimal y otros más. Fandiño (2009) menciona que detrás del término fracción se esconden varias acepciones y esto genera confusión entre los estudiantes. Para iniciar la reflexión propone la siguiente definición de un libro *Se tiene una unidad-todo y se divide en partes iguales, cada una de estas partes es una unidad fraccionaria*, en estudios superiores esta definición no tiene la fuerza para satisfacer todos los significados que el término puede asumir porque no se adecua a las distintas necesidades del estudiante. También propone doce posibles interpretaciones del concepto de fracción. Esta investigadora y otros han argumentado que para entender la idea de número fraccionario, se debe adquirir experiencia con sus múltiples interpretaciones.

2.3 Diferentes interpretaciones del concepto de fracción

La fracción como parte de una unidad-todo, a veces continua y a veces discreta

Fandiño (2009) parte de la siguiente definición encontrada en un libro: Se tiene una unidad-todo y se divide en partes iguales; cada una de estas partes es una unidad fraccionaria.

Si se considera la fracción como una relación parte-todo, hay una gran diferencia dependiendo de si el *todo* (la unidad) está constituido por algo continuo o si está constituido por un conjunto discreto, por ejemplo se pueden encontrar los ¾ de un pizza pero pierde sentido para el caso de una fracción impropia como 5/4, ¿cómo dividir la unidad en 4 y tomar 5?, se requieren 2 pizzas para hacerlo, ¿pero la unidad es una o dos pizzas?, esto provoca confusión en los estudiantes, a veces la unidad es 1, a veces es más de 1. Si la unidad todo es discreta, existen algunas fracciones que no tienen sentido concreto, por ejemplo, no se pueden tomar los 6/8 de 12 personas debido a la imposibilidad de dividir 12 personas en 8 partes en tamaño, pero la fracción 6/8 se puede escribir en su forma equivalente como 3/4, haciendo posible hallar los 6/8 de 12, esta idea da por hecho un argumento que está en proceso de construcción, el maestro cree poder basar un conocimiento sobre el otro mientras el estudiante está construyendo los dos conocimientos simultáneamente, y esta sobreposición crea muchos problemas en los estudiantes.

El uso del término igual es otra incongruencia, si queremos tomar los 3/4 de 12 personas, ¿qué significa dividir las 12 personas en 4 partes iguales? ¿A qué se refiere esta igualdad? ¿Se está hablando del peso, de la altura, de la inteligencia,... o simplemente del número? En el caso de la pizza (continuo) no tiene fundamento la solicitud de que las partes sean iguales porque el contenido de los ingredientes en cada uno de los trozos de la pizza no son iguales. Con respecto a lo discreto (las personas) sirve sólo de obstáculo: se está tomando una fracción del número 12, no de 12 personas.

Otra incongruencia es el manejo del término equivalente, en las fracciones 3/4, 6/8, 9/12, 36/45,…. se termina diciendo «y así sucesivamente hasta el infinito…». ¿Hasta el infinito? Pero, ¡si tenemos 12 personas o cualquier otra agrupación finita! no tiene sentido. Una cosa es hacer estas afirmaciones puramente teóricas cuando se ha construido el concepto, y otra muy distinta es hacerlas en proceso de construcción conceptual, ya sea como unidad continua o unidad discreta es necesario resaltarlo en forma explícita.

Resolver problemas con unidades como pizzas o tortas y dividir en partes “iguales” es, desde el punto de vista del profesor, una idea abstracta; la cual hace referencia a un caso real, pero se le quiere considerar un aprendizaje abstracto. Pero el alumno, a quien la propuesta le fue planteada en situación real, hace referencia a ésta: una pizza cubierta de suculentos ingredientes tendrá que ser dividida, en la realidad, en partes “iguales”.

La fracción como cociente

Bajo los términos de parte todo, en la expresión *a/b* se divide la unidad en *b* partes iguales y se toman *a*, si la unidad es continua no hay mucho problema pero si es discreta puede producir problemas de compatibilidad entre “*b*” y “*c*” si (*a/b) = c,* como en el caso de dividir 12 personas en 8 partes y tomar 6 de ellas.

Es posible ver la fracción *a/b* como una división no necesariamente efectuada sino simplemente indicada, entonces *a÷b* no es interpretada como parte/todo, sino como: tenemos “*a”* objetos y los dividimos en “*b*” partes. A veces, la operación de división indicada 3/5 es también efectuada (3/5)=0.6 la fracción 3/5 puede indicar una fracción parte todo y a la vez una fracción indicada.; pero también el 0.6 lo representa sólo que la escritura 0.6 no produce ya el efecto operatorio que producía la fracción 3/5 que la originó. La división “indicada y no efectuada” y la división “únicamente efectuada” tienen por lo tanto roles completamente distintos.

La fracción relación

La fracción *a/b* a veces indica la relación entre *a* y *b*, se escribe *a:b* donde el símbolo “ : “ sustituye al símbolo “ / “ de tal forma que deja indicada la operación de división y hace explícito un sentido de relación entre dos magnitudes.

Podríamos tener en el caso de conjuntos continuos un segmento *AB* de 20 cm de largo y uno *CD* de 25 cm, el primero es 4/5 del segundo, lo que puede escribirse: *AB* = (4/5)*CD* o bien *AB:CD*=4:5. La escritura 4:5 indica la relación entre las longitudes de los dos segmentos.

Si tenemos dos conjuntos discretos *P* y *Q* donde *P* es de 20 objetos y *Q* de 25 objetos, la relación entre *P* y *Q* sigue siendo 4:5 que con frecuencia se lee “4 es a 5”.

Si se toma la longitud del segmento *CD* como unitaria o la cantidad de objetos del conjunto *Q* como unitaria, entonces la longitud de *AB* o la cantidad de objetos del conjunto P se puede expresar con la fracción 4/5, restituyendo a esta escritura una interpretación bastante cercana a la parte-todo.

Entre otras características fuertes de la fracción como relación, si se quiere expresar la relación inversa, o recíproca, resulta que se intercambian numerador y denominador y no tienen ya esa valencia semántica tan estricta que tuvieron hasta ahora. Si la relación que une G_1 y G_2 es como "3 es a 4", es decir 3/4, entonces se tiene también que G_2 es a G_1 como "4 es a 3" es decir 4/3. El significado de estas dos afirmaciones es el mismo, por lo que las especificidades de numerador y denominador son, en cierto sentido, intercambiables. Una visión también gráfica, muy eficaz, se tiene en el caso del teorema de Tales. Ver figura B.

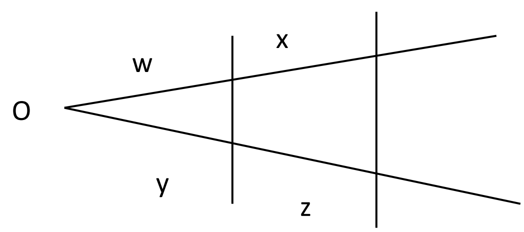


Figura B. Rectas cortadas en el punto O.

En la situación ilustrada, por ejemplo, es indiferente escribir $w:x=y:z$ es decir $w/x = y/z$ o bien $w:y=x:z$ es decir, $w/y = x/z$ con un intercambio de numeradores y denominadores que pone en problemas a varios estudiantes.

La fracción como operador

Con mucha frecuencia la fracción es considerada un operador multiplicativo, este es uno de sus significados más usados en las escuelas de educación básica. Por ejemplo: «Encontrar los 4/5 de 20 peras» significa operar como sigue: (20÷5) × 4 peras, en este caso sólo se utilizó la definición de fracción.

Otro ejemplo: «Encontrar un segmento *CD* que sea los 4/5 de un segmento *AB* que mide 20 cm» lleva a decir que (20 cm ÷5) x 4= *CD* que medirá 16 cm, en este caso es necesario conservar propiedades geométricas que se dan por hechas, por ejemplo la adyacencia de los 5 segmentos en los que dividimos *AB*. El problema propuesto, entonces, no está bien planteado; la pregunta debió haber sido: «Encontrar la longitud de un segmento *CD* que sea los 4/5 de un segmento *AB* que mide 20 cm» porque estamos hablando de longitud y no de segmento. La fracción como operador, entonces, actúa sobre los números puros más que sobre los conjuntos o sobre los objetos; es, de hecho, una nueva operación que combina división y multiplicación. A veces se presentan situaciones complicadas: «Hallar los 4/5 de un conjunto de 22 peras» quedaría (22÷5) x 4 esto presenta un problema dado que 22 no es divisible por 5. Una vez que se pierde el aspecto intuitivo nada evita, entonces, que se opere intercambiando entre ellas las dos operaciones: (4×22) ÷ 5. Tal situación es permitida y produce el mismo resultado numérico, pero además muestra que la fracción como operador no es la fracción como la entendimos al inicio. La relación parte/todo se perdió por lo que resulta evidente que la definición inicial no es coherente con la interpretación de fracción como operador.

Fracción en probabilidad

Si queremos calcular el valor de la probabilidad al obtener un múltiplo de 4 lanzando dos dados, los casos posibles son 36, los eventos favorables son 9. Entonces la probabilidad de ese evento se puede expresar con la escritura 9/36, es decir, el número de casos favorables al evento con respecto al número de casos posibles. ¿Qué significa, en probabilidad, ese 9/36?, expresa una medida, el grado de posibilidad de satisfacción del evento, un límite para apostar, la probabilidad; dicha fracción es equivalente a 1/4, pero sólo aritméticamente, porque intuitivamente esta transformación dice poco. Dice mucho más otra fracción equivalente 25/100, especialmente si la escribimos de una forma más común: 25%. Si además expresamos las fracciones mencionadas en otra equivalente, por ejemplo 27/108, esta fracción pierde completamente el sentido, ya no representa el problema que se estaba discutiendo.

Por lo tanto, aun conservando todas las propiedades relativas a las equivalencias entre fracciones, sólo algunas mantienen el mismo sentido en el problema propuesto. Si pensamos en el significado original de la fracción hay que dividir una unidad-todo en partes iguales, ¿se divide en 36 partes iguales, para tomar 9?, la idea de probabilidad del evento (grado de posibilidad de satisfacción del evento) no concuerda con la definición de fracción original.

La fracción en los puntajes

Laura trata de darle al blanco y tiene a disposición 5 tiros; centra el objetivo 2 veces; descansa un poco y, en la segunda tanda, tiene a disposición 3 tiros; centrando el blanco otras 2 veces.

Andrés centra el objetivo 3 veces de 5 en la primera tanda y en la segunda tanda sólo una vez. Entonces tanto Laura como Andrés dieron en el blanco 4 veces de 8 lanzamientos que disponían. Expresemos matemáticamente lo que sucedió. Ver tabla A.

Laura			Andrés		
1°tanda	2° tanda	Total	1° tanda	2° tanda	Total
$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{8}$

Tabla A. Puntajes logrados en los lanzamientos de Laura y Andrés

Esta descripción (en el caso de Andrés) acepta una *adición* entre las cantidades 3 aciertos y 1 acierto, también entre las cantidades 5 tiros y 3 tiros porque se pueden sumar sin alterar las unidades (tiros, aciertos), estas unidades son características de un conjunto. Las razones (3/5) y (1/3) no son características de un conjunto, no se pueden sumar como (3/5) + (1/3) = 4/8 porque las razones tienen características locales. Los argumentos también son válidos para los lanzamientos de Laura. Las fracciones en los puntajes son un objeto matemático que tiene características propias, intuitivas, pero poco cercanas a la definición que fue dada al inicio.

La fracción como número racional

Los números racionales pueden ser pensados de diferentes maneras. En este caso se da particular atención a cuestiones que tienen que ver con la operatividad como: equivalencia entre fracciones, adiciones entre fracciones etc. Un número racional es un número o valor que puede ser referido como el cociente de dos números enteros de tal forma que el divisor debe ser distinto de cero. Es decir que un número racional es un número que se representa mediante una fracción. Un número racional puede ser expresado de diferentes maneras, sin alterar su cantidad mediante fracciones equivalentes, por ejemplo 1/2 puede ser expresado como 2/4 o 4/8, debido a que estas son fracciones reducibles. Asimismo existe una clasificación de los números racionales dependiendo de su expresión decimal, estos son:

Números racionales limitados, estos son los que se pueden escribir como fracciones decimales cuya representación decimal tiene un número determinado y fijo de cifras por ejemplo 1/8 es igual a 0.125.

Números racionales periódicos, sus decimales tienen un número ilimitado de cifras, se diferencian de los números irracionales porque de esas cifras se puede descubrir un patrón definido mientras que en los números irracionales sus cifras decimales son infinitas y no-periódicas. A su vez los números racionales periódicos se dividen en: periódicos puros, cuyo patrón se encuentra inmediatamente después del punto, por ejemplo 0.6363636363… y los periódicos mixtos, de los cuales el patrón se encuentra después de un número determinado de cifras, por ejemplo 5.48176363636363…

El número racional 0.5 por ejemplo, no es otra cosa que la clase de equivalencia [(1; 2), (2; 4), (4; 8), …, (3; 6), (6; 12),(9; 18), …,(5; 10), (10; 20),…] formada por todos y sólo aquellas infinitas parejas ordenadas de números (*a; b*), tales que: $a \in$N, $b \in$N-$\{0\}$ y entre los cuales aparece el par (1,2) o bien, si se prefiere, b=2×a.

En ningún nivel educativo se puede cargar esta lista tan grande por lo cual se elige con frecuencia un representante de esta clase, la mayoría de las veces aquél reducido a los términos mínimos, o la fracción irreducible, en nuestro caso (1; 2), y se usa como representante de la clase de equivalencia. También 0.5 y 1/2 se aceptan como representantes del mismo número racional, aun siendo originalmente, entes esencialmente distintos.

Si se operan dos representantes de las fracciones mediante la suma, la operación tiene el mismo significado que en los naturales, veamos los siguientes casos.

a) Si sumamos los racionales 0.5+1.2 = 1.7

b) Si sumamos los racionales $3.\bar{4}$+2.3 se tiene el problema de sumar un número periódico con otro número exacto, en cuyo caso conviene pasar a la escritura fraccionaria.

$$3.\bar{4} + 2.3 = \frac{31}{9} + \frac{23}{10} = \frac{310 + 207}{90} = \frac{517}{90} = 5{,}7\bar{4}$$

Esto nos lleva a la intuición de aceptación de la adición entre racionales periódicos y mixtos.

c) Si multiplicamos $3.\bar{4}$ X 2.3 por tener un número periódico conviene pasar a la representación fraccionaria $(\frac{31}{9})(\frac{23}{10})$ donde la multiplicación adquiere un significado nuevo y distinto al de los naturales.

Las fracciones pueden ser vistas como representantes de una clase de equivalencia, el representante de la clase de equivalencia es más útil en varios casos para gestionar ciertas operaciones. Por lo tanto, por ejemplo, en lugar de escribir 3/8, se puede escribir 0.375, y viceversa. Con base en lo anterior, los números racionales y en consecuencia los decimales, se pueden pensar como extensión de los números naturales. Este hecho es natural, los números racionales pueden ser pensados como las raíces de las ecuaciones lineales de tipo $ax + b$=0 o $ax - b$=0, donde a y b son naturales sin ser "a" nulo. Ahora, los números naturales son soluciones de ecuaciones de este tipo cuando "*b*" es múltiplo de "*a*". Para tener 3/4 es suficiente con resolver la ecuación $4x-3=0$.

La fracción como punto de una recta orientada

Si se pide "ubicar ¾ en la recta numérica" significa entender la fracción como múmero racional, aplicar la relación de orden en Q y buscar la posición adecuada, (lo mismo pasa si queremos ubicar su valor correspondiente 0.75) desde este enfoque la fracción es vista como valor-punto sobre la recta orientada. Cuando escribimos $(3/4) < (6/7)$ y representamos las fracciones en la recta numérica, indica una distancia, la distancia entre el origen y el punto-fracción. Obviamente se trata de una distancia relativa, dado que depende de la unidad de medida.

Fracción como medida

Sobre las botellas de vino con frecuencia se lee 0.75 *l* que indica una cantidad, una medida en la unidad decimal litro. Cualquier persona está en la capacidad de decir que son 3/4 de un litro. Una cosa es tener una botella graduada de 1 litro y decidir llenar los 3/4, y otra bien distinta es tener una botella de vino que ya tiene como medida 0.75*l*. La cantidad de vino en la botella, es de medida; a veces tiene sentido pensarla como fracción, pero en ningún caso es necesario o conviene hacer referencia a la fracción como parte todo. Es mucho más espontáneo un uso directo de la medida así como viene indicada.

Fracción como indicador de cantidad de elección

Se quiere premiar los clientes de un almacén y el director decide hacer un descuento, escogiendo casualmente los clientes: 1 cada 10; el primero en entrar recibe un bono, luego el 11-ésimo, luego el 21-ésimo y así sucesivamente, al final, ¿cuántos clientes habrán recibido el bono? Uno de cada diez expresa lo mismo que 1/10 de 10. En tal caso, 1/10 significa más cosas:

a) Que el bono fue dado a 1/10 de los clientes del día (si los clientes fueron 80, 7 recibieron el bono; si fueron 81 o 88, el bono lo reciben 8).

b) También 1 cada 10 es un significado de la fracción 1/10 de, como razón, que no es estrictamente, la fracción que pretende dividir una unidad–todo en 10 partes iguales.

La fracción como porcentaje

A veces es más fácil expresar 75% bajo la forma de fracción 75/100 o 3/4, a veces conviene dejarlo indicado bajo forma de porcentaje, y otras veces también es preferible el número decimal 0.75. Sobre la botella de vino, serían ridículas las dos primeras escrituras y por lo tanto se privilegia la tercera. Si se obtiene un préstamo en el banco, el interés se expresa en porcentaje: 3.5%. En conclusión, aunque las escrituras matemáticas (75%, 75/100, 3/4 y 0.75) resultan formalmente equivalentes, no son del todo equi-significantes en la práctica; lo que significa que hay significados distintos que cada uno de nosotros reconoce dentro de las distintas variedades de escrituras formales.

La fracción en el lenguaje cotidiano

Varios investigadores que se ocupan de la didáctica de las fracciones, ente ellos Kieren (1976), Valdemoros (2007) y Freudenthal (1983, citado en Valdemoros, 2007) actualmente se inclinan por un primer contacto informal. Puede por lo tanto ser de ayuda un parágrafo en el cual se exploran distintos campos y distintos usos de las fracciones en la vida diaria; el estudiante debería controlar lingüística y cognitivamente estos usos y proponer algunos propios, hasta alcanzar una conceptualización estable y significativa del término; sobre esta conceptualización se podrá, en un segundo momento, construir un conocimiento sucesivo, a continuación algunos ejemplos:

En la lectura del reloj, la afirmación «Son las siete y tres cuartos» trae a colación definitivamente el hecho de que esos tres cuartos quieren decir 45 minutos, dado que se trata de los tres cuartos de una hora-unidad de medida equivalente a 60 minutos. Pero luego, con el uso, ese término se convierte más en una referencia puntual que en una fracción como tal: tres cuartos quiere decir que la punta del minutero del reloj se encuentra en el 9, en esa posición específica. Se pierde el sentido original de la fracción y se adquiere un nuevo sentido, menos vinculado a la fracción y más específico. En música las fracciones tienen un papel definitivo, hay que pensar en la “octava”; no siempre las fracciones en música se comportan como las fracciones en matemática, pero el estudiante escucha mencionar los mismos nombres y por lo tanto piensa en los mismos objetos conceptuales. Las duraciones relativas a las notas musicales se indican, por lo general, con los siguientes nombres: entero, mitad, cuarto, octava, etc. En la práctica cotidiana, todos oyen hablar del descuento; si el descuento es del 50%, es intuitivo pensar que se trata de la mitad. Si el descuento es del 25%, es evidente pensar que se trata de un cuarto. Lo contrario es más complicado. Si un objeto que costaba 80 ahora cuesta 100, aumentó 1/4 es decir el 25%; si ahora baja 1/4 no vuelve a 80, como muchos creen, sino que llega a 75. En las medidas, con frecuencia aparecen porcentajes, fracciones o números racionales, que no siempre son intercambiables entre ellos. Medio kilo de pasta, 0.50 litros, 50% para una mezcla,...; sólo con un poco de ejercicio se comprende que se trata del mismo número racional. Si una receta fue experimentada para 4 personas y los comensales se convierten en 6, todos los ingredientes deben modificarse. ¡Pero no se trata de agregar 2 unidades de cada medida por cada ingrediente! como se podría plantear considerando las cosas de manera aditiva, en lugar de modificar cada cantidad agregando el 50%, es decir multiplicándola por 3/2 como es en una visión multiplicativa que trae a colación las razones. En medicina sucede con frecuencia que una enfermera necesite reducir una dosis a la mitad, vaciar en un recipiente 3/4 de una sustancia, preparar una solución salina al 10% etc. Estas soluciones no son de hecho tan intuitivas para los estudiantes, como podría parecer.

2.4 Los diagramas como herramienta de representación en el aprendizaje de las fracciones

Una de las representaciones de las fracciones que se utilizan con frecuencia en educación básica es la figurativa, por lo tanto, se requiere de una teoría que proporcione las bases para el diseño de “buenas” representaciones visuales, mismas que se utilizan en el diseño de la secuencia y se espera que el alumno logre producir “buenas” representaciones visuales (representación y ubicación de la fracción sobre la recta numérica y esquemas).

Diezmann (2000) afirma que uno de los problemas que presenta el alumno al plantear su estrategia de resolución de problemas es “dibujar un diagrama” que resulte apropiado. En sus investigaciones Diezmann identifica tres categorías de dificultades:

Falta de uso de un diagrama.

Dificultades genéricas en el diseño de diagramas

Dificultades idiosincrásicas que están relacionadas con diagramas específicos.

2.4.1 Dificultades de uso de un diagrama

1. Dibujar diagramas como estrategia de resolución

Dibujar diagramas es sólo una de las muchas estrategias que los estudiantes podrían usar para resolver problemas, sin embargo, inquietan las razones del por qué dibujar un diagrama no es parte del repertorio de estrategias de los estudiantes en la resolución de problemas.

2. La falta de comprensión de la utilización del término “diagrama matemático”

Este es un obstáculo aunque el término esquema se utiliza comúnmente en las matemáticas no puede suponerse que es entendido por los estudiantes; otro obstáculo es la falta de comprensión del término diagrama. Los estudiantes que representan los elementos pictóricos de un problema carecen de una representación de los elementos racionales del problema; un obstáculo más es el uso indiscriminado como sinónimos de los términos diagrama, imagen y dibujo sin ninguna cualidad.

3. La falta de comprensión del diagrama como una representación que utiliza escala

Una característica de algunos diagramas es su facilidad para utilizar escala, sin embargo la falta de conocimiento de la escala es una de las razones del por qué un estudiante no usa un diagrama.

2.4.2 Dificultades genéricas en el diseño de diagramas

1. Crear un diagrama que es inutilizable

Las razones del por qué los diagramas autogenerados por estudiantes son inutilizables incluyen:

a) Ser demasiado pequeño para representar a toda la información relevante.

b) Tener suficiente espacio alrededor del diagrama para extender el esquema.

c) Ser demasiado desordenado para ver claramente los elementos del diagrama.

2. Representación incorrecta de cantidad.

Un error común de los estudiantes es representar cantidades incorrectas en sus diagramas porque no relaciona la ubicación con la medición.

2.4.3 Dificultades idiosincrásicas

Hay errores que pueden surgir por el uso de medidas estándar o por las no estándares, así como por la singularidad de cada uno de los tipos de diagramas; las dificultades con parte-todo de un diagrama están relacionadas con determinar las partes y el todo de un conjunto (en el caso de la fracción, las partes en que se divide la unidad y las que se toman).

La investigación de Diezmann (2000) sugiere que existe una necesidad de instrucción en el uso del diagrama para capacitar a los estudiantes y resolver sus dificultades, además de poner especial atención a lo siguiente:

Los detalles superficiales son generalmente importantes en una foto, mientras que las características estructurales son importantes en un diagrama. Una imagen es una representación estática del conocimiento-sistema, mientras un diagrama es un sistema de generación de conocimiento que es diseñada para hacer y mantener la inferencia. Mediante los términos "diagrama", "imagen" y "dibujo" como sinónimos, el estudiante es incapaz de distinguir los diagramas de otras representaciones pictóricas y puede conducir a confusión.

La NCTM (1989) defiende la postura de dibujar un diagrama en la estrategia de resolución de problemas porque explota esquemas espaciales de manera significativa permitiendo procesos complejos y estructuras para ser representadas holísticamente. Sin embargo, es falaz asumir que todos los diagramas son herramientas eficaces para los estudiantes. Como las representaciones de diagramas inadecuados limitan las capacidades de los estudiantes para resolver problemas, es importante conocer los factores que influyen en la representación del problema porque la información que se representa en un diagrama implica la decodificación de información lingüística y la codificación de la información visual. Durante este proceso de traducción existe el potencial para la adquisición de conocimientos a través de la reorganización de la información y posteriormente haciendo inferencias. Por tal motivo es necesario que los estudiantes sepan por qué un diagrama puede ser útil en la solución de problemas, qué diagrama es apropiado para la situación presentada y cómo utilizar un diagrama para resolver un problema.

Lo importante es que la disposición de la información en el diagrama represente la estructura del problema. Para Diezmann (2000), los estudiantes necesitan desarrollar conciencia de que los diagramas son dinámicos en lugar de representaciones estáticas, son lugares de espacio físico para relacionar los elementos del problema, debe ser lo suficientemente grande y lo relativamente limpio para una buena elaboración. La comprensión de un problema puede evolucionar a través de la elaboración de un diagrama, son una herramienta importante para la resolución de problemas, sin embargo los beneficios de cualquier herramienta está estrechamente asociado con el conocimiento de los usuarios, de esta forma los maestros pueden observar el desarrollo de sus habilidades en uso.

2.5 Representaciones semióticas y aprendizaje

Dentro de los aprendizajes para primero de secundaria se espera que el alumno sepa convertir números fraccionarios a decimales y viceversa, además que sepa ubicar y representar las fracciones en la recta numérica. Con la teoría de representaciones semióticas de Duval (2006) como base para el diseño de la propuesta didáctica se busca favorecer en el alumno la conversión de representaciones, y con ello, contribuir en la construcción del concepto de fracción.

Duval (2006) afirma que para comprender las dificultades de aprendizaje de matemáticas hay que determinar el funcionamiento cognitivo que subyace a la diversidad de procesos matemáticos. Él parte de la importancia de la representación semiótica para cualquier actividad matemática, y propone dos tipos de transformación de representación semiótica: tratamiento y conversión. Estos dos tipos se corresponden con diferentes procesos cognitivos. Si el tratamiento es el más importante desde un punto de vista matemático, la conversión es básicamente el factor decisivo para el aprendizaje. Los procesos matemáticos y la adquisición de conocimientos son tan complejos que requieren muy diferentes enfoques, los más predominantes son el epistemológico y el educativo, pero tienen en común el uso de la noción de representación para caracterizar el tipo de fenómenos que se producen en cualquier construcción o proceso de conocimiento.

Una representación es algo que significa algo más. Pero al mismo tiempo esta noción puede ser difícil de alcanzar o demasiado formal; las representaciones pueden ser creencias, concepciones de los individuos o conceptos erróneos a los que se tiene acceso a través de la personas. Las representaciones también pueden ser signos y sus asociaciones complejas, son producidos de acuerdo con reglas y permiten la descripción de un sistema, un proceso o un conjunto de fenómenos. Para Duval, cualquier representación semiótica aparece como herramienta para la producción de nuevos conocimientos y no sólo para comunicar cualquier representación mental particular. D´Amore (2009) afirma que la conceptualización matemática no puede basarse sobre significados que se apoyen en la realidad, por lo que todo concepto matemático se ve obligado a servirse de registros de representación.

¿Qué caracteriza la actividad matemática desde un enfoque cognitivo?

a) La importancia primordial de las representaciones semióticas

De acuerdo con la historia de las matemáticas, las representaciones semióticas son un elemento esencial para el desarrollo del pensamiento matemático; el tratamiento matemático depende del sistema de representación. El papel principal de los signos no recae en los objetos matemáticos, sino en la capacidad de sustituir al objeto para poder trabajar con él.

El papel desempeñado por los signos, o más exactamente por los sistemas semióticos de representación, no son sólo para designar objetos matemáticos o para comunicarse, sino también para trabajar en los objetos matemáticos y con ellos. Ningún tipo de procesamiento matemático se puede realizar sin necesidad de utilizar un sistema semiótico de representación, porque el procesamiento matemático siempre implica la sustitución de alguna representación semiótica en otra. A diferencia de las otras áreas de conocimiento científico, los signos y la transformación de representación semiótica están en el corazón de la actividad matemática.

b) La paradoja cognitiva de acceso a objetos de conocimiento

Desde un punto de vista epistemológico hay una diferencia básica entre matemáticas y los otros dominios del conocimiento científico. Los objetos matemáticos, en contraste con los fenómenos de la astronomía, la física, la química, biología, etc., no son accesibles a la percepción o por instrumentos (microscopios, telescopios, aparatos de medición). La única manera de tener acceso a ellos y tratar con ellos es utilizando signos y representaciones semióticas, significa que tenemos un solo acceso a los objetos de conocimiento matemático. Esta situación epistemológica muy específica de matemáticas cambia radicalmente el uso cognitivo de los signos. Al hacer cualquier actividad matemática, las representaciones semióticas deben necesariamente ser utilizadas incluso si la representación no es la mejor elección dentro de los registros semióticos, los objetos matemáticos no deben ser confundidos con las representaciones semióticas que se utilizan. El problema fundamental de la comprensión matemática en los alumnos surge del conflicto cognitivo entre estas dos exigencias opuestas: distinguir el objeto representado de la representación semiótica utilizada y no tener acceso al objeto matemático.

La importancia de las representaciones semióticas en la actividad matemática radica en que el alumno necesita tener diferentes sistemas de representación semiótica que pueda utilizar libremente de acuerdo con la tarea a realizar. Algunos procesos son más fáciles en un sistema semiótico que en otro, o incluso se puede hacer en un solo sistema, pero en muchos casos no sólo se utiliza un sistema de representación ya sea implícita o explícitamente. La matemática es el dominio en el que se encuentra la gama más grande de los sistemas de representación semióticos, tanto los comunes a cualquier tipo de pensar como el lenguaje natural y los específicos de las matemáticas, y eso hace hincapié en el problema crucial de la comprensión matemática de los alumnos. D´Amore (2009) también menciona que el aprendizaje de los conceptos matemáticos no puede ser más que un aprendizaje conceptual y sólo a través de representaciones semióticas.

El papel de las representaciones semióticas no se limita a la designación de objetos o de ser ellos mismos considerados como objetos, su uso está determinado por la posibilidad de procesamiento matemático que lo permite. Cualquier representación semiótica puede ser transformada en otras representaciones semióticas sin el apoyo de nuevos datos u observaciones empíricas, de lo contrario el funcionamiento cognitivo básico que sustituye una representación semiótica en otra no sería posible Por lo tanto, para el análisis de los procesos de pensamiento complejo y específicos que subyacen a la actividad matemática, hay que tener en cuenta las diferencias entre los distintos sistemas de representación semióticos que se utilizan (Duval, 2006). D´Amore (2005) retoma las palabras de Duval y asegura que no hay noética sin semiótica explicando el significado de los términos de la siguiente manera:

Semiótica = representación realizada por medio de signos.

Noética = adquisición conceptual de un objeto.

Por lo que las características de la semiótica son tres actividades cognitivas: representación, tratamiento, y conversión.

Dada la paradoja cognitiva de acceso a objetos de conocimiento en matemáticas, tal descripción debe ser apoyada por la variedad de sistemas de representación semiótica que se utilizan y por la "capacidad" específica de cada uno para la realización de procesos matemáticos. Algunos sistemas semióticos pueden ser utilizados para una sola función cognitiva (procesamiento matemático), otros sistemas semióticos puede satisfacer una amplia gama de funciones cognitivas como la comunicación, el procesamiento de información, la conciencia, la imaginación, etc. (Duval, 1995b, citado en Duval 2006). Esta diferencia funcional entre los distintos sistemas de representación semióticos utilizados en las matemáticas es esencial, ya que está conectado intrínsecamente con la forma en que ocurren los procesos matemáticos. Dentro de un sistema semiótico monofuncional la mayoría de los procesos toman la forma de algoritmos, mientras que dentro de un sistema semiótico multifuncional los procesos no se pueden convertir en algoritmos.

Lo que importa para la comprensión de los procesos de pensamiento involucrados en cualquier actividad matemática es centrarse en el nivel de los sistemas de representación semióticos y no en producir la representación particular, sólo en este nivel la propiedad básica de representación semiótica y su importancia para las matemáticas puede ser captada. Es decir, se puede intercambiar un sistema de representación por otro mientras se mantiene la misma esencia (Frege, 1971, citado en Duval, 2006). Una marca no puede funcionar como una firma fuera del sistema semiótico en el que su significado adquiere valor en oposición a otros signos dentro de ese sistema. Esta idea fue la principal contribución de Saussure (citado en Duval 2006) para el análisis de la lengua como un sistema semiótico. Eso quiere decir, también, que hay reglas para la producción de representaciones semióticas. Por lo tanto, todos los sistemas semióticos monofuncionales que son característicos de las matemáticas se basan en reglas de formación de representación.

Algunas representaciones que no dependen de un sistema semiótico se utilizan en la actividad matemática, el mejor ejemplo es el uso de cerillas para la representación de números enteros pequeños, éstas no tienen ni reglas de formación ni posibilidades concretas de transformación, las cerillas se utilizan como un material para manipulaciones libres. Estas aparecen más frecuentemente como representaciones auxiliares de transición (Hitt, 2003, citado en Duval, 2006). No todos los sistemas semióticos son registros, sólo los que permitan una transformación de las representaciones.

Hay dos tipos de transformaciones de las representaciones semióticas que son radicalmente diferentes: tratamientos y conversiones.

Para Duval (2006) los tratamientos son transformaciones de las representaciones que suceden en el mismo registro, por ejemplo, la realización de un cálculo sin dejar de estar en el mismo sistema de notación para representar los números, la solución de una ecuación o sistema de ecuaciones. Otro ejemplo son los procedimientos para llevar a cabo una operación numérica que dependen tanto del sistema de representación utilizado para los números como de las propiedades de las operaciones. Por lo tanto, los algoritmos son diferentes para una notación decimal y una notación fraccionaria de los mismos números.

$0.20 + 0.25 =$ $\quad 1/5 + 1/4 =$

$0.20: 0.25 =$ $\quad 1/5: 1/4 =$

Eso significa que los procesos de cálculo nunca son puramente matemáticos, dependen del tipo de funcionamiento representativo que el sistema semiótico en uso permite.

Las conversiones son transformaciones de representación que consisten en cambiar un registro sin cambiar los objetos. Por ejemplo, un problema en lenguaje natural que pasa a la notación algebraica de una ecuación y luego hacia su representación gráfica. La conversión es una transformación que es más compleja que el tratamiento ya que cualquier cambio de registro primero requiere el reconocimiento del mismo objeto representado entre dos representaciones. En el aula tenemos una práctica muy concreta de utilizar simultáneamente dos registros. Se habla en lenguaje natural mientras que está escrito en expresiones simbólicas como si las explicaciones verbales pudieran hacer cualquier tratamiento simbólico transparente (Duval, 2000b, citado en Duval, 2006). A través de los diversos tipos de conversiones, más que a través de tratamientos, es como se llega a la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas y sobre los procesos de pensamiento específicos requeridos por la actividad matemática (Duval, 2006).

El contenido de una representación depende más del registro de la representación que del objeto representado (Duval, 1999, citado en Duval, 2006). Esa es la razón por la que pasar de un registro a otro cambia no sólo el medio de tratamiento, sino también las propiedades que se pueden hacer explícitas. El primer problema de la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas es un problema de reconocimiento y discriminación, cuando se enfrenta a dos representaciones a partir de dos registros diferentes, ¿cómo se puede reconocer el mismo objeto representado dentro de su contenido respectivo? Esta paradoja cognitiva permite presentar la siguiente hipótesis: la comprensión de matemáticas asume la coordinación de al menos dos registros de representación semiótica (Duval, 2006).

Las dificultades relacionadas con la conversión de representaciones se originan porque no se ha tomado conciencia de la diferencia entre el tratamiento y la conversión en un proceso matemático, esta incomprensión limita considerablemente la capacidad de los estudiantes a utilizar los conocimientos adquiridos, así como su capacidad para adquirir nuevos conocimientos en matemáticas, los obstáculos observados por la "traducción" simple de los términos de un problema verbal en expresiones simbólicas es un espacio que muchos estudiantes no pueden alcanzar.

Al variar sistemáticamente una representación dentro de un registro fuente a su representación convertida en el registro de destino, puede observar una variación sistemática de actuaciones. Parece que el éxito o error dependen de la distancia entre el contenido de la representación cognitiva fuente y el contenido de la representación de destino. En otras palabras, entre una representación fuente y su representación convertida en un registro de destino debe haber congruencia en tres factores (Duval, 1995b, citado en Duval, 2006):

1. Una asignación uno a uno entre todos los componentes significativos (símbolos, palabras o características visuales) de los contenidos de la representación fuente y la representación de destino.

2. La elección de cada componente significativo de la representación de destino es unívoca.

3. Para los componentes significativos que se pueden asignar, el orden de la organización dentro de la representación de origen se mantiene dentro de la organización de la representación.

Cuando los papeles de registro de origen y registro de destino se invierten en una representación semiótica, el problema cambia radicalmente para los estudiantes. Ello puede ser obvio en un caso, mientras que en la tarea invertida la mayoría de los estudiantes fallan de forma sistemática.

Podemos observar la magnitud de las variaciones en el éxito cada vez que uno invierte la dirección de la conversión. Por otra parte, un registro considerado aisladamente no parece mejor dominado que otro: las actuaciones varían de acuerdo con el registro fuente. Aquí llegamos a la raíz de los problemas en el aprendizaje de las matemáticas: la capacidad de entender y de hacer por uno mismo cualquier cambio de registro de la representación. Los problemas que muchos de los estudiantes tienen con errores de pensamiento matemático en la especificidad matemática y la complejidad cognitiva de la conversión y la representación cambiante, no son ni una cuestión de codificación ni una cuestión de concepto matemático.

La conversión de la representación requiere la disociación cognitiva del objeto representado y el contenido de la semiótica particular, representación a través de la cual se ha introducido y utilizado la enseñanza. Pero hay una imposibilidad de disociar cualquier contenido cognitivo de representación semiótica y su primer objeto representado, cuando no hay otro acceso posible al objeto matemático. Ese conflicto conduce a la consideración de dos representaciones del mismo objeto como dos objetos matemáticos, la consecuencia es entonces la incapacidad para cambiar de registro y usar el conocimiento fuera del contexto de aprendizaje, entonces, los registros de las representaciones permanece fragmentados.

Sólo mediante la investigación de la representación de variaciones en el registro fuente y variaciones de representación en un registro objetivo, es que los estudiantes pueden, al mismo tiempo, darse cuenta de lo que es matemáticamente relevante en una representación, lograr su conversión en otro registro y disociar el objeto representado del contenido de estas representaciones. Eso significa que la disociación entre el contenido de la representación y objeto representado pasa necesariamente por la coordinación entre representación de diferentes registros. La comprensión matemática comienza cuando la coordinación de los registros inicia. El reconocimiento de objetos matemáticos a través de representaciones desde dos diferentes registros no es una operación local u ocasional, pero el resultado de la coordinación de registro global de proceso de pensamiento matemático depende de una sinergia (acción conjunta de varios órganos en la realización de una función) cognitiva de registros de representación. La coordinación de los registros de representaciones semióticas ofrece algo así como una extensión de la capacidad mental (Duval, 2006).

En otras palabras, la comprensión conceptual en matemáticas implica dos registros sinergia, y a veces de tres registros sinergia. Esta conexión puede ser cognitivamente compleja y requiere del desarrollo de una conciencia específica acerca de esta coordinación de registros.

Esto plantea una profunda ambigüedad en la enseñanza: por un lado, estos registros son evitados porque los estudiantes tienen una gran dificultad para la realización del proceso-matemático, y por otro lado, se utilizan para dar "significado" a los procesos matemáticos que se llevan a cabo dentro del registro monofuncional.

La raíz de los problemas que muchos estudiantes tienen con el pensamiento matemático radica en la especificidad matemática y la complejidad cognitiva de conversión y representación cambiante. No se puede analizar en profundidad y entender el problema de la comprensión matemática si no se empieza por la separación de los dos tipos de representación de la transformación.

Desde un punto de vista matemático, la conversión tiene el único fin de elegir el registro en el que los tratamientos que pueden llevarse a cabo sirven de apoyo o guía para los tratamientos que se llevan a cabo en otro registro. En otros términos, la conversión no juega función intrínseca en los procesos matemáticos de justificación o prueba porque esto se logra sobre la base de un tratamiento que se lleva a cabo dentro de un único registro, sobre todo uno discursivo y más a menudo algunos registros monofuncionales. De hecho, la conversión no se puede separar del tratamiento porque es la opción de tratamiento que hace que la elección de registro corresponda, entonces el verdadero desafío de la educación matemática es desarrollar la capacidad de cambiar de registro de representación. Por ejemplo: si se tiene la ecuación $y=2x+1$ dentro de un sistema de representación algebraico, puede ser más ilustrativo observar cómo se comporta dicha ecuación, por tal motivo, es necesario cambiar a una representación gráfica. Dichas representaciones utilizan códigos diferentes para manifestar la relación funcional entre las dos variables. Estos códigos no son equivalentes ni en el tipo de información que codifican, ni en complejidad, ni en la formación que requiere un estudiante para su comprensión. Cada representación tiene sus propias reglas de proceso, por consecuencia, el tratamiento justifica y valida la elección del registro correspondiente.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1 Procedimiento

Este trabajo de tesis es una investigación de intervención que redirige la práctica educativa a través del diseño de una propuesta didáctica que contribuya a la comprensión de los números fraccionarios en secundaria.

Este trabajo inició con la aplicación de un examen diagnóstico al grupo participante con la finalidad de identificar los conflictos que presentaban los estudiantes en el tema de fracciones. Con base en los resultados del pre test y la revisión bibliográfica, se diseñó y aplicó una propuesta didáctica, la cual se detalla más adelante. Finalmente, para evaluar el efecto de la propuesta, se aplicó un pos test, el cual tiene la misma estructura que el pre test, es decir, contiene la misma cantidad de fracciones y decimales para ser convertidos, también el contexto del problema es el mismo, la diferencia consiste en que los números (fraccionarios y decimales) son diferentes.

En las secciones que siguen se presentarán los test utilizados y la propuesta didáctica. En el capítulo siguiente se muestran los resultados y un análisis de los mismos de tipo mixto.

3.2 Participantes

Contexto escolar externo

El municipio de Quecholac se localiza en la parte media oriente del Estado de Puebla, sus colindancias municipales son: Felipe Ángeles, San Juan Atenco; Ciudad Serdán; Palmar de Bravo, Tecamachalco, San Salvador Huixcolotla y Acatzingo. Dicho municipio se encuentra a 66 kilómetros de distancia de la ciudad Capital del Estado. La cultura de

Quecholac tiene principalmente elementos de carácter religioso producto de la mezcla del encuentro de los dos mundos. La población tuvo personajes importantes como el Siervo de Dios Juan Díaz, Primer Cura de Quecholac, pastor del Señorío de Tlaxcala y el primer Apóstol del Imperio Mexicano. Confesor de Cortés, Capellán de su Armada, promulgó el Evangelio, persiguió los ídolos y fue el que más supo de las lenguas nacionales. En Quecholac es importante la majestuosidad de los templos franciscanos y dominicos. La comunidad por su ubicación geográfica y sus recursos naturales se perfila a un municipio industrial-agrícola algunos productos son para consumo nacional y otros para el comercio internacional, está ubicado en un punto estratégico, pues es paso hacia el puerto de Veracruz vía importante para la exportación.

El municipio pertenece a la región socioeconómica III (Ciudad Serdán), sus actividades productivas y comerciales destacan: en la rama agrícola con el cultivo de verduras, hortalizas, granos y cereales; en la rama pecuaria con la cría y engorda de ganados bovinos y porcinos; en la rama industrial con fábricas textiles y de confección de ropa; en la rama avícola, con la cría de pollos de engorda y la producción de huevo. Algunos productores emplean invernaderos y sistemas de riego que proporcionan una mejor cosecha. En la cabecera municipal se cuenta con cuatro Pre-escolares, tres Primarias, dos Secundarias, un Bachillerato General Oficial, un Plantel Universitario UNIDES. Además de contar con talleres y cursos de la Casa de la Cultura y Biblioteca Municipal, servicios de CONAFE e INEA.

Contexto escolar interno

La escuela Telesecundaria es de origen estatal, la institución está ubicada en el centro de la comunidad, se tiene el apoyo del programa de desayunos calientes y programa “Ver bien para aprender mejor”. La participación de los padres de familia es escasa ya que la mayoría tiene largas jornadas de trabajo en el campo, otros trabajan fuera de Quecholac y otros emigran hacia el extranjero por lo que en algunas ocasiones la familia se convierte en monoparental. Esta situación provoca falta de vigilancia y apoyo por parte de los padres, incumplimientos por los alumnos en la mayoría de trabajos extraescolares y falta de cumplimiento de materiales para trabajarlos en clase.

En el estudio participó un grupo de 30 alumnos de primer grado de secundaria de medio rural, de los cuales 11 son de sexo femenino y 19 de sexo masculino. Los alumnos provienen de las diferentes primarias de la comunidad y de sus alrededores, sus edades oscilan entre los 12 y 13 años, fueron escogidos por su disposición de tiempo para responder el test. Todos los alumnos están inscritos por primera vez en primer grado, el tema de conversión de decimal a fracción y de fracción a decimal fue abordado a inicios del mes de Noviembre de 2015 (véase libro Matemáticas 1°, bloque II de Telesecundaria 2006).

3.3 Diseño de pre test

El diseño del instrumento fue lo más sencillo posible para evitar confusiones en la comprensión de los textos y por el nivel académico de los estudiantes, se aplicó el 4 de marzo de 2016. En la evaluación se plantearon cinco números fraccionarios para convertirlos a números decimales, estos números fraccionarios debían representarlos en una recta numérica la cual sólo se representó con una línea, los estudiantes debían colocar el cero y las marcas necesarias para su localización. Posteriormente se propusieron cinco números decimales finitos para convertirlos a fracción, y por último se planteó un problema que involucró tanto los números fraccionarios como los números decimales. En general, se utilizaron diferentes representaciones de las fracciones y sus conversiones, (se realizaron conversiones de fracción a decimal y viceversa, de decimal o fracción a punto en una recta y viceversa y de representación numérica a figurativa y viceversa) solamente en el problema se propuso la opción múltiple, pero para dar completa libertad de expresión en el uso y manejo de las fracciones. Se pidió al estudiante que realizara sus operaciones escribiéndolas en la evaluación y justificaran sus respuestas. Los estudiantes fueron separados para contestar la evaluación, esta medida asegura que la actividad se contestó de manera individual y se les dio todo el tiempo requerido para que tuvieran la oportunidad de contestarlo completo, la evaluación se presentó a los alumnos como una actividad individual (no se les mencionó que serían evaluados).

Durante la aplicación del pre test se hicieron algunas intervenciones con preguntas por parte de los estudiantes, no se respondieron dudas ni se sugirió la respuesta, dentro de lo posible se hizo el menor número de intervenciones por parte del docente con el fin de detectar eficazmente las dificultades y errores en el tema de las fracciones.

A continuación se presenta el test que recibieron los estudiantes.

PON A PRUEBA TU CONOCIMIENTO

Realiza las conversiones de fracción a decimal, coloca las operaciones en la parte derecha de la hoja y representa el resultado con tres decimales, después localiza las fracciones en la recta numérica.

$\frac{3}{6}$ $\frac{13}{16}$ $\frac{7}{3}$ $\frac{9}{2}$ $\frac{8}{11}$

____

Representa los siguientes números decimales en fracciones.

0.23 = 0.004 = 0.404 = 1.75 = 5.017 =

Resuelve el siguiente problema, haz tus operaciones en la parte de atrás de la hoja de forma ordenada.

Teresa inicia un plan de ventas de dulce para la semana registrando el tiempo de venta en la tabla siguiente.

Día	Tiempo en horas
1	$1\ \frac{3}{4}$
2	1.23
3	$1\ \frac{2}{5}$
4	1.44

¿Cuántas horas de venta hizo teresa en total?

a) 2.67 b) $3\ \frac{1}{82}$ c) $3\ \frac{3}{20}$ d) 5.82

3.4 Diseño de la propuesta didáctica

La propuesta se diseñó con base en la teoría de representaciones semióticas de Duval (2006). Pretende promover la transformación fluida de las diferentes representaciones del concepto de fracción por parte de los alumnos. También se consideró el análisis de las respuestas del diagnóstico y el desarrollo de propuestas didácticas de diferentes autores. La propuesta consta de 11 sesiones continuas de 50 minutos cada una. La primera sesión utiliza una actividad manual que tuvo la finalidad de recuperar la base de conocimientos de la noción de fracción. Las demás sesiones inician con una contextualización de la situación para introducir al estudiante al tema de estudio. Se utilizaron contextos lo más cercanos a la realidad del estudiante para establecer una conexión entre lo estudiado en la escuela y su aplicación en la vida diaria. El grado de dificultad de las actividades fue ascendiendo, iniciando con el uso de conocimientos previos, después identificando la unidad y las partes, más adelante usando la fracción en alguna de las interpretaciones de Kieren (1976) o Fandiño (2009), hasta finalizar con la resolución de problemas que implicaran diferentes representaciones e interpretaciones.

La propuesta involucra el uso y manejo de diferentes aplicaciones de las fracciones en la vida diaria, como por ejemplo: juego de rompecabezas, dietas alimentarias, juegos de mesa con diferentes representaciones de las fracciones, conversión de unidades en diversas situaciones, uso de herramienta y aparatos electrónicos.

Con la propuesta didáctica diseñada como se acaba de describir también se buscó contribuir en el logro de las competencias según el plan de estudios 2011, las cuales a continuación se mencionan:

1) Competencias para la vida (genéricas).

Aprender a resolver problemas y formular preguntas.

Justificar la validez de los procedimientos y resultados mediante el uso del lenguaje matemático.

2) Competencias matemáticas (disciplinar).

Resolver problemas de manera autónoma.

Comunicar información matemática.

Validar procedimientos y resultados.

Manejar técnicas eficientemente.

Los estudiantes realizaron las actividades propuestas, primero de manera individual, leyeron para comprender el problema, identificaron datos y lo que se quería encontrar, identificaron posibles estrategias de solución; luego, en grupos de tres o cuatro estudiantes se comentaron y reflexionaron las propuestas de resolución, hicieron puestas en común y comprobaron resultados. Los procedimientos fueron valorados por los integrantes de cada equipo para realizar puestas en común y socializar con todo el grupo, se hizo una valoración final de los resultados y se acordaron conclusiones y comentarios. Todas las actividades fueron realizadas dentro del salón de clase, en algunas actividades los materiales utilizados fueron proporcionados. Cada sesión tiene su objetivo y estratégica didáctica, una actividad fue manual otras de manipulación de materiales y otras escritas. Concluida la aplicación de la propuesta didáctica se pidió a los estudiantes contestaran una autoevaluación de su desempeño en las actividades, ésta se realizó con la intención de tener un parámetro sobre lo que pensaron los estudiantes de la propuesta didáctica. A continuación se presentan las actividades de la propuesta didáctica.

ACTIVIDAD 1

Nombre de la situación de aprendizaje

Rehilete

Recursos

Dos hojas de diferente color, tijeras, impresión de la secuencia uno, dos trozos de cartón, lápiz adhesivo, hilo de cobre, un popote duro, lápiz, goma, lapicero, una aguja de canevá.

Duración

50 minutos

Objetivo didáctico

Haciendo uso de sus conocimientos previos, retoma el concepto de fracción en un conjunto discreto y continuo. Describe y reconoce las fracciones matemáticas a través de una unidad como un todo. Reconoce e interpreta fracciones usuales como: 1/2, 1/4, 1/8. Lee y escribe correctamente las fracciones.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados

- Identifica la unidad parte todo, los medios, cuartos y octavos.
- Identifica la unidad como parte discreta.
- Identifica fracciones de la unidad discreta y continua.

Estándar curricular que se favorece

Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización (inicio)

Se forman equipos mixtos con tres integrantes, se proporciona a cada alumno dos hojas carta de diferente color y una hoja de trabajo. Para introducir a los alumnos en el tema de las fracciones se parte de la construcción de un rehilete y de sus conocimientos previos sobre entero, fracción, medios, cuartos y octavos.

Manos a la obra (desarrollo)

Se siguen las instrucciones de armado del rehilete y a la vez se va recordando la idea de fracción, medios, cuartos y octavos. Con base en los colores de su rehilete se reflexiona sobre la unidad discreta y continua en forma implícita y se contestan las preguntas guiadoras de la actividad.

Lo que aprendimos (evaluación)

Se realiza una evaluación cuantitativa de las respuestas de la actividad, logro de los aprendizajes esperados y aprendizajes no logrados.

Para saber más (retroalimentación)

Para concluir el trabajo se realiza una conclusión grupal mediante una lluvia de ideas, se redefine el concepto de fracción y unidad.

ACTIVIDAD 2

Nombre de la situación de aprendizaje

Cubo mágico

Recursos

Impresión de la secuencia 2, lápiz, goma, lapicero, colores.

Duración

50 minutos

Objetivo didáctico

Haciendo uso de sus conocimientos previos, retoma el concepto de fracción en un conjunto discreto. Describe y reconoce las fracciones de una unidad discreta. Representa la fracción correctamente en la recta numérica.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados

- Identifica la unidad parte todo.
- Identifica la unidad como parte discreta.
- Identifica fracciones de la unidad discreta.

- Utiliza las conversiones para representar números fraccionarios en la recta numérica.

Estándar curricular que se favorece

Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización (inicio)

Se inicia de forma individual, se proporciona a cada alumno la hoja de trabajo de la actividad dos, para introducir a los alumnos en el tema de las fracciones se da una breve introducción sobre el cubo mágico de Rubik y se comenta de forma breve las experiencias personales con este cubo. Se trabaja de forma individual aproximadamente 10 minutos.

Manos a la obra (desarrollo)

Se forman equipos mixtos de 3 integrantes para comentar lo realizado y hacer puestas en común, se continúa trabajando la sesión de manera colaborativa, se fomenta el análisis y la reflexión.

Lo que aprendimos (evaluación)

La evaluación es cuantitativa basada en el logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados, interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

Para saber más (retroalimentación)

Al término del trabajo se llega a una conclusión grupal mediante lluvia de ideas, se redefine la unidad como parte discreta y se comenta sobre las dificultades de la representación de fracciones en la recta numérica.

ACTIVIDAD 3

Nombre de la situación de aprendizaje

La dieta

Recursos

Impresión de la secuencia 3, lápiz, goma, lapicero.

Duración

50 minutos

Objetivo didáctico

Haciendo uso de sus conocimientos previos realiza conversiones de decimal a fracción y viceversa para resolver problemas. Transita del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático al representar decimales y fracciones en la recta numérica.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados

Transita con los números fraccionarios por entre las representaciones de fracción, decimal y representación en la recta numérica.

Estándar curricular que se favorece

Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización

Se trabaja en forma individual, para introducir al alumno en el tema se presenta una dieta en forma de tabla sobre algunos alimentos de origen animal, mediante lluvia de ideas se comenta la tabla. Se trabaja la sesión aproximadamente 15 minutos.

Desarrollo

Se forman equipos mixtos de 3 integrantes para comentar lo realizado y hacer puestas en común, se continúa trabajando la sesión de manera colaborativa, se fomenta el análisis y la reflexión.

Evaluación

Cualitativa: razonamientos y representaciones mentales del alumno (argumentos).

Cuantitativa: logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados, interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

Retroalimentación

En grupo mediante lluvia de ideas se comenta y analiza las respuestas.

ACTIVIDAD 4

Nombre de la situación de aprendizaje

Los dados

Recursos

Lápiz, goma, libreta u hoja para hacer operaciones, dos dados con los números señalados en la actividad.

Duración

50 minutos

Objetivo didáctico

Con base en sus conocimientos previos comprende y usa su concepto de fracción a través del manejo de las diferentes representaciones.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados

Transita por entre la conversión de decimales y fracciones con mayor eficacia.

Estándar curricular que se favorece

Resuelve problemas teóricos que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización

Para introducir al alumno al tema de conversión de fracciones a decimales y viceversa se da una breve introducción de los orígenes del juego de dados, si hay dudas se explican las reglas del juego.

Desarrollo

Se forman equipos de 4 o 5 integrantes, se forman contrincantes de parejas y/o ternas, mientras una de las parejas juega la otra verifica las operaciones de equipo contrario para asegurar que no haga trampa, si la suma de los valores numéricos es incorrecta pierde el punto.

Evaluación

Cualitativa: observación sistemática.

Guía de observación

Grado y grupo: Fecha de observación: Tema: No. de equipo:					
Parámetros: Excelente: se desempeña en el rango de una manera superior a lo esperado (E). Muy bien: se desempeña en el rango de la manera esperada (MB). Bien: se desempeña en el rango de manera inferior a lo esperado (B). Mejorable: se inicia en el logro del rango (M). Sin mejorar: no se observó el rango o tuvo dificultades para lograrlo (SM).					
RASGOS	E	MB	B	M	SM
Muestra actitud positiva por comprender y usar el vocabulario y los procesos matemáticos.					
Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos de los algoritmos empleados					
Convierte correctamente la fracción a decimal					
Convierte correctamente el decimal a fracción					

Retroalimentación

Al término de la actividad se reflexiona sobre las dificultades presentadas en el vocabulario y en los procesos matemáticos.

ACTIVIDAD 5

Nombre de la situación de aprendizaje

El juego de ajedrez

Recursos

Impresión de la actividad 5, lápiz, goma, lapicero

Duración

50 minutos

Objetivo didáctico

Desarrolla el significado y uso de número fraccionario. Haciendo uso de sus conocimientos previos, retoma y usa su concepto de fracción en un conjunto continuo. Describe y reconoce las fracciones en una unidad continua.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados

Transita del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático, amplia y profundiza sus conocimientos.

Contextualización

Para introducir al alumno se da una introducción sobre los orígenes del ajedrez y se comenta de forma breve algunas experiencias con el juego. Se inicia el trabajo de manera individual aproximadamente por 15 minutos.

Desarrollo

Se forman equipos mixtos de 3 integrantes para comentar lo elaborado y hacer puestas en común, se continúa trabajando la sesión de manera colaborativa, se fomenta el análisis y la reflexión.

E*valuación*

Cuantitativa: logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados, interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

R*etroalimentación*

Al término de la sesión en forma grupal se realizan comentarios y/o conclusiones de las semejanzas y diferencias de una unidad continua (actividad 5) y una unidad discreta (actividades 1, 2)

ACTIVIDAD 6

Nombre de la situación de aprendizaje

Juego dominó

Recursos

Dominó con diferente representación de fracciones, calculadora sencilla, hojas blancas, lápiz.

Duración

65 minutos

Objetivo didáctico:

Favorece el uso y manejo de las fracciones a través del tránsito por diferentes representaciones.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados

Resuelve problemas teóricos utilizando diferentes representaciones de las fracciones.

Estándar curricular que se favorece

Resuelve problemas teóricos que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización

Para hacer una primera interacción con la situación problemática se da una introducción sobre los orígenes del ajedrez y se comenta de forma breve algunas experiencias con el juego. Con base en sus conocimientos previos se comenta sobre las diferentes representaciones de los números fraccionarios.

Desarrollo

Se forman equipos con 3 o 4 integrantes, se inicia el juego y si hay dudas sobre las reglas se aclaran, la actividad se realiza por 50 minutos.

Evaluación

Autoevaluación: Con base en tu desempeño del juego contesta lo siguiente (15 minutos)

Nombre: ______________________________ Fecha:______

Grado y grupo:

Tema: Conversión de fracción a través de sus diferentes representaciones.

Actividad: Juego de dominó.

RASGO A EVALUAR	Indicadores de logro		
	MUY BIEN	BIEN	POR MEJORAR
En una imagen o en la recta numérica identifico correctamente su valor numérico en fracción o en decimal			
Manejo con precisión las tablas de multiplicar			
Domino el algoritmo de la división			
Convierto correctamente las fracciones a decimales			
Convierto correctamente los decimales a fracción			
Apliqué el razonamiento matemático			
Mantengo una actitud positiva de mí mismo como usuario de las matemáticas (vocabulario y procesos matemáticos)			
Comparto e intercambio ideas sobre los procedimientos y resultados			

Retroalimentación

En forma grupal se comenta sobre los avances y dificultades presentados en el tema.

ACTIVIDAD 7

Nombre de la situación de aprendizaje

Tuercas tornillos y algo más.

Recursos

Impresión de la actividad 7, tornillo de cabeza plana de $1\frac{9}{16}$ pulgadas, tuerca de 3/8 de pulgada, tornillo hexagonal de ¾ de pulgada, lápiz, goma, lapicero, regla de 30 centímetros, escuadra u otra regla, colores.

Duración:

75 minutos

Objetivo didáctico:

Haciendo uso de sus conocimientos previos resuelve problemas que implique la conversión de decimal a fracción y viceversa. Transita del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático. Representa correctamente decimales y fracciones en la recta numérica. Comprende y usa los números fraccionarios en su vida cotidiana.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados:

Convierte números fraccionarios a decimales y viceversa. Conoce y utiliza las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en la recta numérica.

Estándar curricular que se favorece:

Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización

Se da una breve introducción sobre el origen y uso del tornillo, mediante lluvia de ideas se hacen comentarios breves sobre experiencias personales del tema.

Desarrollo

Se forman equipos mixtos de 3 integrantes para realizar la sesión de manera colaborativa, se fomenta el análisis, la reflexión y las puestas en común.

Evaluación

Cuantitativa: logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados, interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

Cualitativa

Retroalimentación

Al término de la sesión se comenta sobre las dificultades y los avances logrados en la actividad.

ACTIVIDAD 8

Nombre de la situación de aprendizaje

Lotería representación de números fraccionarios

Recursos

Fichas, lotería de fracciones,

Duración

50 minutos

Objetivo didáctico

Identifica y reconoce los números fraccionarios en sus diferentes representaciones en un conjunto discreto y continuo.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados

Transita con mayor eficiencia por entre las diferentes representaciones.

Contextualización

Mediante lluvia de ideas se comenta en forma breve sobre las diferentes representaciones de las fracciones.

Desarrollo

Se forman equipos mixtos de 3 integrantes, se proporciona una lotería y fichas a los equipos.

Evaluación

Cualitativa: con base en el desempeño del equipo

Equipo : Fecha: Grado y grupo: Tema: Conversión de fracciones a través de sus diferentes representaciones. Actividad: Juego de lotería.			
Rasgos	Muy bien	Bien	Por mejorar
En una imagen o en la recta numérica identificó correctamente el valor numérico en fracción o en decimal			
Convirtió correctamente las fracciones a decimales			
Representa las fracciones en la recta numérica			
Convirtió correctamente los decimales a fracciones			
Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.			
Mantuvo una actitud positiva de sí mismo como usuario de las matemáticas			

Retroalimentación

Con base en el desempeño del equipo comentan sus aciertos y dificultades así como posibles soluciones del tema abordado.

ACTIVIDAD 9

Nombre de la situación de aprendizaje

Copas de grosella, frambuesa y melocotón

Recursos

Impresión de la actividad 9, lapicero

Duración:

50 minutos

Objetivo didáctico:

Resuelve problemas que implican la conversión de fracciones a decimales y viceversa.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados

Convierte números decimales a fraccionarios y viceversa

Estándar curricular que se favorece

Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa

Contextualización

Para introducir el tema de las fracciones se plantea una situación en la que el alumno debe intervenir.

Desarrollo

La actividad se trabaja de forma individual

Evaluación

Cuantitativa: logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados, interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

Retroalimentación)

En grupo se comenta sobre posibles dificultades y posibles soluciones y estrategias de solución que llevaron a cabo los alumnos.

ACTIVIDAD 10

Nombre de la situación de aprendizaje

Instrumentos de medición

Recursos

Impresión de la actividad 10, regla, colores, lapicero

Duración

50 minutos

Objetivo didáctico

Resuelve problemas que implican la conversión de fracciones a decimales y viceversa. Comprende y usa las fracciones en su vida cotidiana.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados

Convierte números decimales a fraccionarios y viceversa. Conoce y utiliza las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en esquemas.

Estándar curricular que se favorece

Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización

Para introducir en el tema al alumno se da una breve introducción sobre cómo a través del tiempo han evolucionado las formas de medir, se presenta una tabla con algunos de los instrumentos de medición actual.

Desarrollo

Se forman equipos de 3 o 4 integrantes mixtos para realizar la sesión de manera colaborativa, se fomenta el análisis, la reflexión y las puestas en común.

Evaluación

Cuantitativa: logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados, interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

Retroalimentación

En grupo se comenta sobre posibles dificultades y soluciones, también sobre estrategias de solución que llevaron a cabo los alumnos.

ACTIVIDAD 11

Nombre de la situación de aprendizaje:

¿Qué talla de bici usas?

Recursos

Impresión de la secuencia 11, colores, lápiz, goma, lapicero

Duración

50 minutos

Objetivo didáctico:

Resuelve problemas que implican la conversión de fracciones a decimales y viceversa. Comprende y usa las fracciones en situaciones teóricas y de su vida cotidiana.

Eje temático

Sentido numérico y pensamiento algebraico.

Aprendizajes esperados:

Convierte números decimales a fraccionarios y viceversa. Conoce y utiliza las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en la recta (esquema).

Estándar curricular que se favorece:

Resuelve problemas que implican convertir números fraccionarios a decimales y viceversa.

Contextualización

Para introducir en este tema al alumno se da una breve introducción sobre los orígenes de la bicicleta y del ciclismo, mediante lluvia de ideas se comentan experiencias sobre el tema.

Desarrollo

Se forman equipos de 3 o 4 integrantes mixtos para realizar la sesión de manera colaborativa, se fomenta el análisis, la reflexión y las puestas en común.

Evaluación

Cuantitativa: logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados, interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

Retroalimentación

En grupo se comenta sobre posibles dificultades y estrategias de solución que llevaron a cabo los alumnos.

Autoevaluación a la propuesta didáctica

Nombre: ____ fecha: _____

Con base en tu opinión y desempeño en las actividades realizadas en el tema “Conversión de números decimales a fraccionarios y fraccionarios a decimales”, analiza con cuidado y contesta cada uno de los siguientes aspectos según la escala de valores.

4 Totalmente de acuerdo

3 De acuerdo

2 Parcialmente de acuerdo

1 En desacuerdo

0 Totalmente en desacuerdo

<table>
<tr><th>Rasgos</th><th>Aspecto a evaluar</th><th>4</th><th>3</th><th>2</th><th>1</th><th>0</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Conocimientos</td><td>Las actividades te ayudaron a aclarar algunos elementos del concepto de fracción.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Las actividades te ayudaron a comprender mejor algunas representaciones de los números fraccionarios.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">Destrezas</td><td>Las actividades te ayudaron a realizar de mejor manera la conversión de las diferentes representaciones de los números fraccionarios.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Las actividades te ayudaron en la resolución de problemas con números fraccionarios.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Actitudinal</td><td>Las actividades te permitieron comprender su utilidad.</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>TOTALES</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Porcentajes</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

3.5 Propuesta didáctica

El presente apartado se dedica en su totalidad a describir la propuesta didáctica. Se dio protagonismo al estudiante basándose en el hecho de que si el escolar descubre los conceptos por sí mismo éstos se asientan de manera más duradera en su estructura lógica. También se motivó la participación en el desarrollo de cada una de las actividades ya que se pretende que los escolares tengan una actitud abierta, crítica y que construyan su conocimiento. Las actividades de transformación de fracciones serán un factor esencial para relacionar el tema de las fracciones con otras actividades mediante las cuales el alumno se conecte con su vida cotidiana. Igualmente importante es la convención entre las representaciones de las fracciones (el objeto matemático, concepto, pensamiento, etc. esa imagen mental que expresamos a través de signos lingüísticos, que no son los mismos para todos, pero el compartir los objetos mentales permite compartir los significados logrando una convención en el uso y manejo de las fracciones). Es decir, el aprendizaje del alumno consiste en el descubrimiento del objeto matemático a través de representaciones ya reconocidas como representaciones semióticas. Para alcanzar el objetivo de favorecer en el escolar la construcción de la noción de fracción, nos concentramos en el manejo de las diferentes representaciones que marca el plan de estudios 2011 de SEP para primero de secundaria, el manejo de las diferentes representaciones será indicador de aprendizaje. La propuesta está integrada por once actividades de cincuenta minutos cada una, se da libertad para integrarse pero en todas las actividades se forman nuevos equipos con la característica de contener integrantes con diferente gusto por la matemática asegurando el aprendizaje de algunos y reafirmando o aclarando el de otros. Otra característica de la propuesta didáctica es que no se dan sugerencias ni orientaciones para la resolución de la situación, se pueden lanzar preguntas al equipo para propiciar la reflexión y sean ellos mismos quienes resuelvan la situación. En general la propuesta didáctica está diseñada para recuperar de la base de conocimientos la noción de fracción, y a la vez, con cada actividad contribuir con la construcción de la noción de fracción en forma gradual. Durante el desarrollo de las actividades se monitoreó a todos los equipos para asegurar que todos los estudiantes se involucraran en la actividad.

Las actividades uno, dos, tres y cinco se enfocan en recuperar conocimientos previos, reconocer y usar ideas informales del concepto de fracción y pasar del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático en nociones como unidad discreta, unidad continua, cambio de unidad, unidades fraccionarias. Las actividades cuatro, seis y ocho son teóricas, se pretende el tránsito fluido entre las conversiones de las fracciones y resolver problemas teóricos. Las actividades siete, nueve, diez y once son de resolución de problemas centrándose en transformación de lenguaje cotidiano a lenguaje matemático, en usar y comprender los números fraccionarios en la vida diaria y en reconocer las convenciones para representar los números fraccionarios. A continuación se describe cada una de ellas.

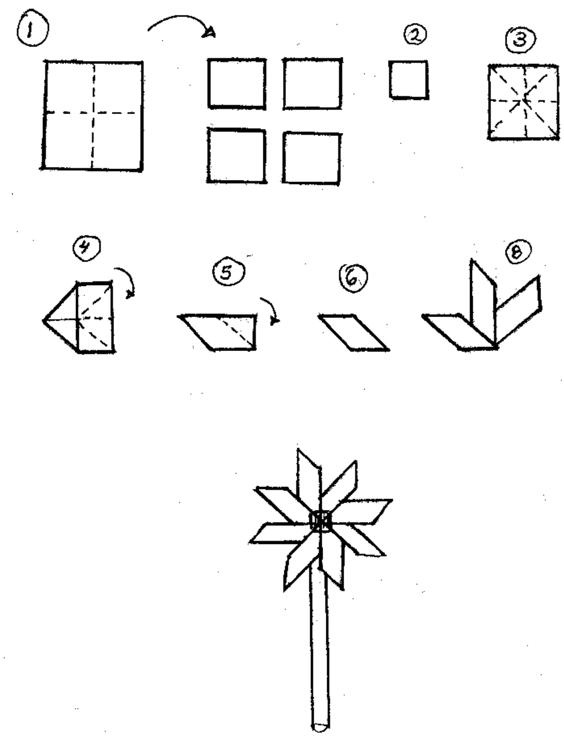
Actividad 1: Rehilete

Consiste en la construcción de un rehilete con ocho aspas de papel de dos colores diferentes. La impresión de la actividad contiene un instructivo e imágenes que orientan al estudiante en dicha construcción. La actividad tiene la intención didáctica de recuperar los conocimientos previos en los estudiantes. Primero se toma como unidad las hojas de papel y sobre la construcción de las aspas del rehilete se recupera de la base de conocimientos la noción de unidad continua, fracción, medios, cuartos y octavos. La mayoría recuerda la noción de fracción al ser dividida o doblada la hoja de papel. Después de armado el rehilete, se presenta un cambio de unidad, se toma a éste como una unidad discreta y se contesta una serie de preguntas que sólo pueden responderse de manera individual ya que las respuestas dependen de los colores que hayan escogido para armar su rehilete. Con la intención de organizar toda la información e identificar la fracción que corresponde a cada color se presentan dos tablas para ser contestadas. Se formaron equipos para apoyarse durante la construcción y se dio libertad para propiciar la creatividad y favorecer la convivencia. Si el participante lo deseó intercambió colores con sus compañeros. La construcción manual permitió socializar en equipo y en grupo, la actividad favoreció el trabajo colaborativo porque entre todos se ayudaron para construir sus rehiletes. La evaluación fue cuantitativa basada en el logro de los aprendizajes esperados y aprendizajes no logrados, se realizó de manera individual. Se comparó el rehilete con las respuestas escritas para valorar si eran correctas o no, en algunos casos se hicieron preguntas a los participantes de tal forma que ellos mismos se dieran cuenta de las diferencias entre las respuestas y su unidad discreta. A la mayoría de los participantes les agradó la actividad porque dijeron “aprendimos y no escribimos tanto en la libreta”.

“REHILETE”
Actividad 1

Paso 1 Se realizan dobleces horizontal y vertical a la hoja y se corta en los dobleces.
Paso 2 Se recorta cada uno de los trozos para formar un cuadrado.

Paso 3 Se hacen dobleces horizontal, vertical y dos en diagonal.
Paso 4 Se doblan hacia adentro dos esquinas seguidas.
Paso 5 Se dobla como en la figura.
Paso 6 Colocada la figura como se muestra, doblar hacia adentro para formar la siguiente figura ilustrada.
Paso 7 Hacer un total de 8 figuras.
Paso 8 Coloca los dobleces gruesos en el centro y coloca las figuras una tras



otra como se muestra.

Paso 9 Pega en un cuadrado todas las

Figuras por ambos lados.

Paso 10 Perfora el rehilete por el

centro, perfora el popote grueso en

un extremo y arma el rehilete.

Con base en la construcción del rehilete responde las siguientes preguntas:

1. ¿En cuántas partes está dividido tu rehilete? _______________________

2. ¿Qué **fracción** del rehilete corresponde a cada una de sus partes? _________________

3. ¿Qué colores contiene tu rehilete?____

4. ¿Qué **fracción** del rehilete es de color _____________________? Es _____________

5. Representa la **fracción** anterior en forma decimal. _________________________

6. ¿Qué **fracción** corresponde a cada uno de los colores de tu rehilete?

Color	Fracción que le corresponde

Color	Fracción que le corresponde

Actividad 2: Cubo mágico

La sesión inicia con una contextualización del cubo de Rubik (este cubo es conocido por la mayoría de los participantes porque se ha convertido en un juego popular). La actividad tiene la intención didáctica de retomar el concepto de fracción en un conjunto discreto, describir y reconocer las fracciones de una unidad discreta además de representar la fracción correctamente en la recta numérica. Se presentan dos imágenes que deberán ser observadas para contestar una serie de preguntas por medio de la reflexión y el análisis. Al inicio de la actividad las preguntas están diseñadas tomando como unidad una cara del cubo, se retoma la noción de fracción en un conjunto discreto además de ubicar y representar la fracción en la recta numérica. Posteriormente para terminar con la serie de preguntas la unidad la conforman todas las caras del cubo. Se busca favorecer la conversión de representaciones de número fraccionario a decimal y viceversa, también de número fraccionario a su representación y ubicación en la recta con lo que se pretende favorecer la construcción de noción de fracción. La evaluación es cuantitativa basada en el logro de los aprendizajes esperados y aprendizajes no logrados. Se fomentó el trabajo en equipo porque los estudiantes que no conocían el cubo fueron asesorados por integrantes del mismo equipo. Aunque el tema de equivalencia de fracciones no está incluido en esta investigación, un dato interesante es que en esta actividad se formuló una pregunta sobre equivalencias por ser un representante de las fracciones (ya que la investigación está enfocada en las representaciones semióticas de las fracciones). En esta pregunta hubo estudiantes que contestaron que no se podía representar una fracción con otra fracción. Con base en las respuestas de los estudiantes considero que también se tienen dificultades en equivalencia de fracciones.

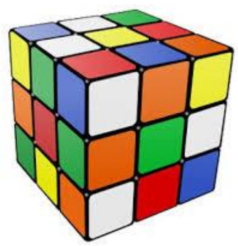
CUBO MÁGICO

Actividad 2

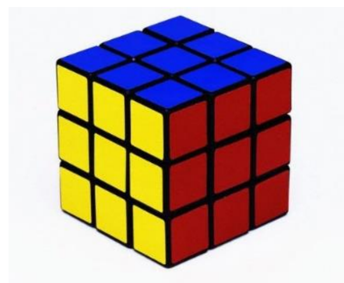
Lee el texto:

El cubo de Rubik fascinó a gente de todo el mundo y se volvió uno de los juegos más populares de América a mediados de la década de 1970. En solo siete años las ventas mundiales habían superado los treinta millones de unidades. Un conocido comprador en el emporio de juguetes de Nueva York señaló que se había convertido en "el juguete más solicitado". Algunos incluso sostenían que podía llevar a un comportamiento obsesivo. El cubo dio lugar a una serie de televisión y trabajos literarios. Hasta enero de 2009, 350 millones de cubos habían sido vendidos en todo el mundo, haciéndolo el juego de rompecabezas más vendido del mundo.

CUBO DE RUBIK



CUBO 1



CUBO 2

Representa en forma numérica (a excepción de la respuesta 1) las respuestas de cada una de las siguientes preguntas **considerando como unidad una cara del cubo**.

1. ¿Qué colores tiene el cubo 1?____________________________________

2. ¿Cuántos colores son?________________

3. ¿Qué **parte** de la cara 3 se encuentra representada de color naranja? _______

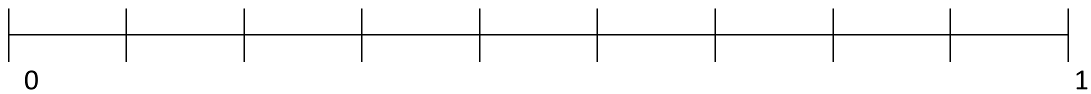
4. ¿Qué **parte** de la cara 1 se encuentra representada de color amarillo? __________

5. ¿Qué **parte** de la cara 2 se encuentra representada de color azul? ________

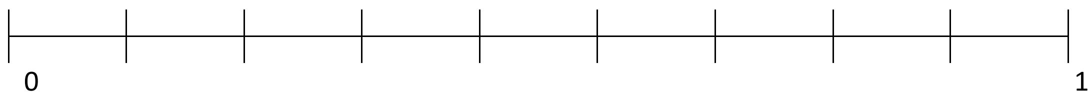
Contesta lo que se pide en cada uno de los segmentos.

Considera que el segmento de recta de abajo representa una cara del cubo.

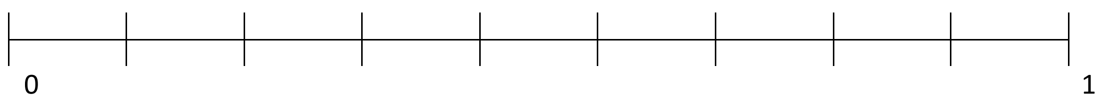
6) ¿Qué **fracción** corresponde a cada una de las marcas en el segmento?



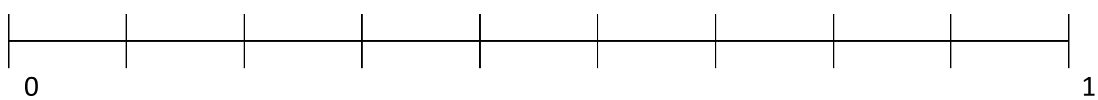
7) ¿Qué **fracción** representa el color verde en la cara 2? Represéntala en la recta.



8) ¿Qué **fracción** representa el color rojo en la cara 1? Represéntala en la recta.



9) ¿Qué **fracción** representa el color blanco en la cara 3? Represéntala en la recta.



Ahora vamos a considerar las **6 caras del cubo como la unidad**.

10) ¿En cuántos cuadros pequeños está dividida la unidad?______________ partes

11) ¿Cuántas partes rojas no son visibles en el CUBO 1? _______________partes.

12) Representa las partes anteriores en **fracción**._________________

13) ¿Cuántas partes blancas no son visibles en el CUBO 1? ________________ partes.

14) Representa estas partes blancas en **fracción**. _________________

15) ¿Puedes representar la **fracción** de las partes blancas por medio de **otra fracción**?

____

16) En caso de haber dicho SI, ¿cuál es la **otra fracción** para representarlo?

____

Actividad 3: La dieta

La actividad inicia con una tabla sugerida por el ISSSTEP (2015) con ciertos alimentos y porciones para pacientes con diabetes, esta tabla se retomó porque la diabetes es uno de los padecimientos con mayor índice en México, por lo tanto, el contexto de la actividad es una situación en la que el alumno puede estar más familiarizado. Seguido de la tabla se presenta una serie de preguntas que responden a posibles escenarios de consumo. Para determinar las cantidades utilizadas, el estudiante tiene que manejar diferentes representaciones de las fracciones, realizar conversiones de unidades de medida y conversión de fracción a decimal. Con la actividad se pretende que el estudiante transite del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático y resuelva problemas que se le puedan plantear en su vida diaria. Mediante la reflexión y la discusión se hacen puestas en común validando los argumentos, los participantes desarrollan situaciones de acción y a los equipos se les formulan preguntas que orienten el trabajo pero sin dar respuestas. La evaluación es mixta basada en el razonamiento y representación mental por un lado y por otro el logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados e interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

“LA DIETA”

Actividad 3

A los enfermos con diabetes se les sugiere la siguiente dieta con alimentos de origen animal.

Porciones diaria

AVES 40 g.	Pollo o pavo sin piel	
QUESOS 40 g.	Queso panela, cottage, quesillo, requesón, queso fresco	
PESCADOS 40 g.	Filete de pescado, mojarra, robalo, mero, salmón, charal fresco, huachinango.	1/3 de lata de atún en agua (El contenido pesa aprox. 120 g.) Sardina 1 pieza
MARISCOS 40 g. (máximo una vez por semana)	Calamar fresco, jaiba cocida, camarones, almeja, mejillones	
HUEVO	Huevo entero 1 pieza (máximo 3 piezas por semana)	Clara de huevo 2 piezas
RES 40 g.	Corte de res sin grasa	Pata de res 50 g. (máximo 1 vez por semana)
		Barbacoa maciza 40 g. (máximo 1 vez por semana)
EMBUTIDOS	Jamón de pavo 2 rebanadas delgadas (1 o´ 2 veces por semana)	Salchicha de pavo 1 pieza (máximo 1 vez por semana)

Si tuvieras una persona con diabetes en casa y entre lunes y viernes come una vez: pata de res, camarones, mojarra, queso panela y pavo.

1. En total, ¿cuántos **gramos** de alimentos de origen animal consumió en la semana? ___g.

2. En la semana, ¿se comió más del kilo o menos del kilo?, argumenta tu respuesta. _____

____

3. Representa en **kilogramos** el total de alimentos consumidos en la semana**.** _______Kg.

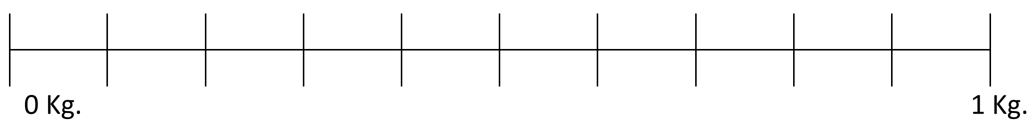
4. Representa el total de kilogramos consumidos en **fracción decimal.** ____________Kg.

5. En la siguiente recta numérica localiza lo que se pide:

5a) **Localiza y representa el valor numérico** en kilogramos de lo consumido en la semana.

5b) Suponiendo que come atún del diario y que tuviera que comprar atún para abastecerse de lunes a viernes por 4 semanas, ¿cuánto pesaría el total de atún en gramos? _________g.

Localiza y representa en fracción decimal esta cantidad.



Actividad 4: Juego de dados

La actividad inicia con una contextualización sobre el origen del juego con dados. El juego consta de dos dados, uno con fracciones y otro con decimales diferentes en las seis caras. El juego consiste en sumar los dos números que cayeron en las caras superiores al lanzar los dados pero para lograrlo tienen que cambiar de un registro a otro, de fracción a decimal o viceversa. La actividad tiene la intención de que el estudiante transite por entre la conversión de decimal a fracción y viceversa. El conocimiento del algoritmo para la suma de fracciones o decimales es importante en la medida en que los participantes lo utilizaron para tratar de ganar el juego. El proceso de la actividad se apoya en el razonamiento y en la capacidad de transformar el objeto entre los dos registros semióticos, se juega en pareja y durante el juego el equipo contrario tiene que corroborar los procesos para evitar que les hagan trampa. La evaluación es cualitativa basada en la observación sistemática mediante una guía de observación. La encomienda no fue indiferente para los estudiantes, mostraron interés y se apoyaron en el uso de la calculadora para realizar las operaciones. La división indicada en la fracción al ser realizada permitió aclarar algunas dudas sobre "quién divide a quién" justificando la validez de sus procedimientos y resultados. Con la intención de ganar entre pares se retroalimentaron propiciando también el discurso matemático. Esta es la primera actividad lúdica que se presenta a los participantes y en general hay aceptación por el juego.

"JUEGO LOS DADOS"

Actividad 4

El juego de los Dados fue inventado hace millares de años en Egipto, por ejemplo, ya se mencionaban los dados en 1151 a.C., igualmente jugados por faraones y campesinos. En otras partes del mundo hay registros de tribus primitivas echando dados aunque en esa época los dados no tuvieran el formato que tienen hoy. Tiempo atrás, varios objetos fueron utilizados como dados. Frutos como ciruelas, piedras y guijas, conchas y huesos son algunos ejemplos de lo que el hombre utilizaba para jugar dados. Los dados utilizados en el pasado tenían variadas formas y tamaños. Las reglas básicas del juego no variaban mucho de las actuales. Los dados que conocemos hoy son originarios de Corea y los dados de seis caras provienen, en realidad, de un juego budista llamado «Promoción».

Reglas del juego.

El juego consiste en 2 tiradas alternas para cada equipo. Para sumar los números, en una tirada se convierten a decimal y en la otra tirada se convierten a fracción.

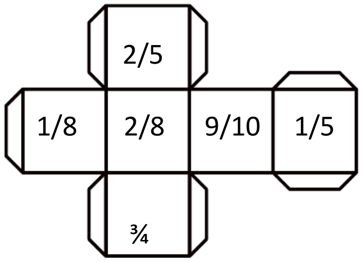
1) Se juega entre contrincantes de parejas y/o ternas.

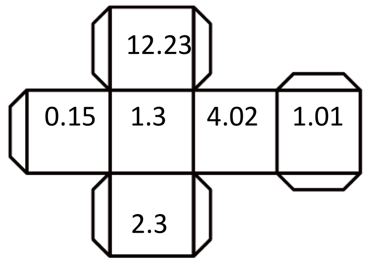
2) Se lanzan dos dados alternando los equipos.

3) El equipo que lanzó suman los valores de las caras superiores de los dados, el equipo contrario verifica las operaciones para asegurar que no hagan trampa.

4) Si la suma de los valores numéricos es correcta gana un punto por cada tirada.

5) Gana el juego el que tenga más puntos al final de las 2 tiradas o el que acumule más puntos al final de todos los juegos.





Actividad 5: El juego de ajedrez

La actividad inicia con una contextualización sobre el posible origen del juego y cómo ha evolucionado a través de la historia, se basa en el diseño del tablero y de las piezas. Tomando al tablero como la unidad (y a las casillas como fracción de una parte del todo) se pretende que el estudiante transite del lenguaje común al lenguaje matemático y desarrolle su noción de fracción en una unidad continua. El ajedrez es desconocido por algunos estudiantes, por lo que la imagen de las piezas con sus nombres respectivos contribuyó de manera positiva en el proceso de resolución. Se evaluó de manera cuantitativa basada en el logro de los aprendizajes esperados y no logrados así como las interferencias en el aprendizaje de los alumnos. Es necesario señalar que en la actividad no hubo cambio de unidad parte todo como en actividades anteriores y por otro lado se está a la mitad de la propuesta, estas dos razones pueden ser factores por lo que la mayoría de los estudiantes contestaron en forma correcta. En la actividad la mayoría de los participantes logró identificar la parte de la unidad solicitada con su representante en fracción. Las intervenciones del docente fueron casi nulas porque los estudiantes afirmaron que la actividad no les representó mucha dificultad.

“EL JUEGO DE AJEDREZ”

Actividad 5

El ajedrez es un juego milenario. Tal como lo conocemos en la actualidad, tiene más de cinco siglos de existencia, ya que su modificación definitiva ocurrió en el transcurso del siglo XV, en los albores del Renacimiento europeo. Sin embargo, en esencia es mucho más antiguo pues, se cree, proviene del “chaturanga”, juego que se practicaba en la India por el siglo V antes de nuestra era. De ahí llegó a Persia y luego apareció en Europa cuando los árabes conquistaron la España medieval en el siglo VIII. En el lapso de un siglo o dos, el ajedrez ya era jugado por todo el continente, incluso en Rusia, difundido por soldados y comerciantes. El ajedrez ha tenido cambios constantes a través de los siglos hasta llegar a su forma actual.

INSTRUCCIONES: **Tomando el tablero de ajedrez como la unidad**, observa atentamente el juego y contesta lo que se te pide.

1. ¿Cuántas casillas tiene en total el tablero de ajedrez? ________casillas

2. ¿Cuál es la **fracción** que representa una casilla del juego? _________

3. ¿Cuántas casillas cafés tiene en total el juego? _____________casillas.

4. ¿Cuál es la **fracción** que representa las casillas cafés?_____________

5. Representa de otra manera la fracción de las casillas cafés. ________

6. ¿Cuántas casillas blancas tiene en total el juego?__________ casillas.

7. ¿Cuál es la **fracción** que representa las casillas blancas? ___________

8. Representa de otra manera la fracción de las casillas blancas. _______

9. ¿Cuántos reyes hay en total? ___________________________reyes.

10. ¿Qué **fracción** es la que representa la fracción de los reyes? ________

11. ¿Cuántos caballos en total tiene el juego? ________________caballos.

12. ¿Qué **fracción** es la que representa las casillas de los caballos? _____

13. ¿Cuántos peones hay en el juego?_______ peones.

14. ¿Cuál es la **fracción** que representan las casillas de los peones en el tablero?________

Actividad 6: Juego dominó

El juego está formado por veintiocho fichas (como un dominó normal) y en lugar de puntos contiene diferentes representaciones de fracciones (fracción, decimal, diagrama, distancia en la recta, punto en la recta). Se reparten 7 fichas a cada jugador y se pueden apoyar con el uso de la calculadora. La actividad consiste en unir dos fichas con representaciones diferentes del mismo número, cualquier representación numérica es finita con la menor magnitud posible. El juego se puede cerrar y contiene un par de fracciones equivalentes lo que le permite tener variedad en las jugadas. Gana el juego quien tenga la menor cantidad al sumar los números o quien se quede primero sin fichas. La actividad pretende favorecer el tránsito de las fracciones en sus diferentes representaciones contribuyendo a la resolución de problemas teóricos (que en este caso satisface una necesidad de ganar), el tiempo designado fue para una o dos partidas según los integrantes del equipo. La autoevaluación es cualitativa con rasgos numéricos, de conversión y de actitudes. Esta actividad lúdica es la que más aceptación tuvo entre los participantes. Se observó mayor dinamismo en el desarrollo del juego y emoción por ganar, se manifestó mucho la competitividad entre los jugadores a tal grado que solicitaron seguirlo jugando. Algunos comentaron que les gustó mucho el juego y que "así si les gustaban las matemáticas". La actividad también contribuyó a la mejora del discurso matemático porque tenían que utilizar las convenciones adecuadas para justificar por qué unieron las fichas. Al día siguiente los estudiantes se autoevaluaron y fue muy gratificante observar que los participantes se mostraron más reflexivos en sus autoevaluaciones. Algunos manifestaron alegría y emoción por aprender porque se dieron cuenta que necesitaban saber más sobre las representaciones de las fracciones para poder ganarle a sus compañeros. Como una alternativa para motivar a los estudiantes se otorgó medio punto en la calificación final al compañero que ganara la partida por equipo.

JUEGO "DOMINÓ"
Actividad 6

El juego contiene representaciones de números fraccionarios, representaciones en rectas numéricas, números decimales y representaciones gráficas.

INSTRUCCIONES

Se juega entre 4 personas.

Se hace la sopa y cada jugador toma 7 fichas.

Los jugadores pueden usar calculadora.

Se elige el primer jugador en poner ficha en juego.

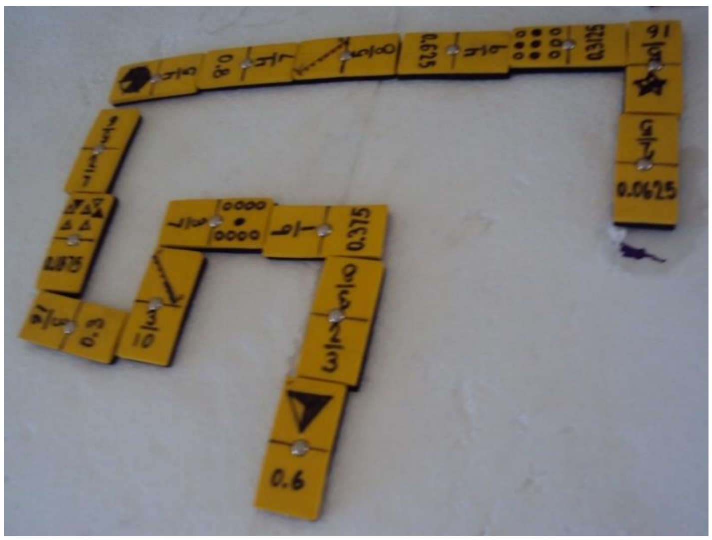
Posteriormente iran tomando turno hacia la derecha.

Se colocan las fichas una junto a otra siempre que sea su representación equivalente (como en el juego tradicional).

El juego se puede cerrar.

Si el jugador en turno no tiene la ficha correspondiente será brincado su turno.

Gana el primer jugador que se quede sin fichas o el jugador que tenga menos valor numérico en la suma de sus puntos.



Actividad 7: Tuercas tornillos y algo más

La actividad inicia con una contextualización sobre el origen y la evolución del tornillo a través de la historia. Posteriormente se da una breve introducción sobre algunos tipos de tornillos que se usan en la actualidad, sus características, cómo y con qué unidades se mide las tuercas y tornillos, además se presentan ilustraciones para evitar confusiones. Con la intención de mostrar al participante el uso de las fracciones en la cotidianidad, se abordó este tema porque las tuercas y tornillos se miden en fracción de pulgada, además de que es muy común el uso de estos materiales. También se aborda la medición de ciertos aparatos eléctricos en pulgadas. Se presentan diversos problemas que el estudiante tiene que resolver mediante la reflexión, la discusión y las puestas en común con su equipo. La actividad pretende que el estudiante haciendo uso de sus conocimientos previos resuelva problemas que implique la conversión de decimal a fracción y viceversa, que transite del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático además de que represente correctamente decimales y fracciones en la recta numérica. Con el desarrollo de la actividad se aspira a que el escolar comprenda el uso y relación de las fracciones en su vida cotidiana. Los materiales proporcionados son iguales para todos los equipos para facilitar la comparación de resultados al final de la actividad (tornillo de cabeza plana de $1\frac{9}{16}$ de pulgadas, tuerca de 3/8 de pulgada, tornillo hexagonal de 3/4 de pulgada). La evaluación fue cuantitativa identificando las interferencias en el aprendizaje de los estudiantes. La actividad se programó para desarrollarse en cincuenta minutos pero el tiempo de resolución por parte de los participantes se prolongó a setenta y cinco minutos. A pesar de que el tema podría no ser atractivo para el gusto femenino, las estudiantes no mostraron rechazo en el desarrollo de la actividad. Durante el proceso, los alumnos tuvieron dificultades y detectaron errores en sus instrumentos. Algunos equipos después de comentar y analizar dichos errores decidieron eliminar los instrumentos que no coincidían en las escalas. Esta decisión favoreció la construcción de la noción de medida ya que el estudiante buscó que los instrumentos tuvieran el mismo patrón de medida. La intervención del docente fue mínima, para desatorar una situación se lanzaron preguntas al equipo de tal forma que propiciaran la reflexión y fuera el estudiante quien determinara la solución.

"TUERCAS TORNILLOS Y ALGO MÁS"
Actividad 7

Aunque algunos historiadores mencionan que ya los antiguos egipcios hacían uso del **tornillo**, el primer registro que se tiene acerca de su invención se remonta al nombre del griego **Arquitas de Tarento** que viviera entre los años 430 a 360 antes de Cristo, Arquitas fue también quien inventó la polea. Posteriormente **Arquímedes** (el mismo que salió desnudo de la bañera gritando Eureka!!! al encontrar la forma de medir el volumen de un cuerpo irregular) perfeccionó el tornillo e inventó el torno y un “tornillo sin fin”, el cual usó para trasladar agua a superficies más altas.

Durante el siglo XV surgieron los tornillos de madera, los cuales empiezan a aplicarse en máquinas de guerra y otros aparatos mecánicos, entonces no había ni tornillos ni tuercas iguales, ya que eran fabricados de forma artesanal y variaban tanto en tamaño como en diámetro de la rosca, así como en la separación de la misma. Fue hasta la revolución industrial cuando, con la llegada de las máquinas se comenzó a producir en gran escala, pero continuó el problema de que las medidas eran todas diferentes, ya que no existía una estandarización en la métrica de su fabricación.

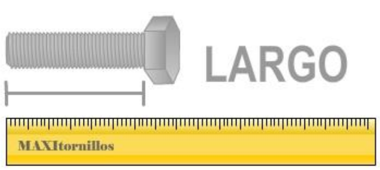
Es entonces cuando **Joseph Whitworth** de nacionalidad inglesa en el año 1841 sugiere un paso de rosca universal para cualquier tornillo, independientemente del fabricante y lugar de origen. A partir de ese momento es cuando todo lo que resulta armado es más confiable, ya que el tornillo da la seguridad que no se tenía con los clavos o grapas, es mucho más durable y eficiente.

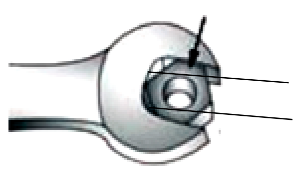
¿Cómo se miden las tuercas y tornillos?

Nota: En tornillería fraccional las pulgadas se representan por comillas (”).

El largo de los tornillos

El largo o longitud se toma a partir de la altura del cilindro o vástago del tornillo hasta la cabeza de este sin tomar en cuenta el hexágono de la cabeza.

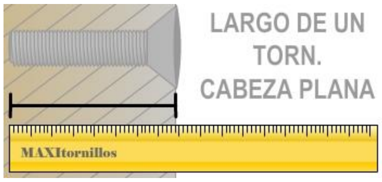




Medida de
la tuerca

La medida de la tuerca es el diámetro del orificio, tal y como se muestra en la figura.

Para los tornillos que van embutidos, es decir, tornillos en los cuales la cabeza también entra en la superficie a fijar, la longitud se toma incluyendo la cabeza de éste.



¿CUÁNTO MIDE UNA PULGADA?

1. Observa tu regla en **pulgadas**, ¿en cuántas partes está dividida una **pulgada**? ___partes.

2. La siguiente recta está dividida como tu regla, escribe debajo de cada una de las divisiones la fracción que representa cada segmento, utiliza las líneas para representar la fracción.

0 1

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

3. Reduce las fracciones que se puedan y escríbelas todas nuevamente sobre la recta en el lugar que le corresponden, utiliza las líneas para representar la fracción.

0 1

_ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _

4. Coloca dos reglas, una encima de la otra, de tal forma que coincidan en el cero, pero una regla con unidades en **centímetros** y otra regla con unidades en **pulgadas.** Comparando tus dos reglas, ¿a cuántos **centímetros** equivale 1 **pulgada**? ___________cm.

5. Si quisieras convertir una medida en **pulgadas** a c**entímetros**, piensa, qué proceso harías. Explica ampliamente tu respuesta.

____

INSTRUCCIONES: Resuelve cada una de las siguientes situaciones utilizando la información anterior, realiza todas las operaciones en la parte de atrás de la hoja en forma ordenada.

6. Mide en **pulgadas** cada uno de los objetos que se te dan y escribe la **fracción de medida** en pulgada que representa.

6A) ¿Cuál es la **fracción** de medida del tornillo de cabeza hexagonal? ______________de pulgada.

6B) Simplifica la **fracción** y represéntala en la siguiente recta (**en pulgadas**) colocando el número correspondiente (también la puedes representar con color).

0 1

6C) ¿A cuántos centímetros equivale la fracción anterior si tomas la pulgada de 2.54 cm? __________ cm.

6D) Representa los centímetros (en tamaño real) en la siguiente recta, apóyate con una regla.

0

7A) ¿Cuál es la **fracción** de medida del tornillo de cabeza plana? ________________de pulgada.

7B) Representa la fracción en la siguiente recta colocando el número correspondiente (también la puedes representar con color).

0 1 2

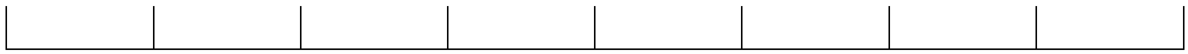
7C) ¿A cuántos **centímetros** equivale la fracción anterior? ___________ cm.

7D) Representa los **centímetros** en la siguiente recta (en tamaño real), apóyate en una regla y coloca el número correspondiente.

0

8A) ¿Cuál es la **fracción** de medida de la tuerca? ________________de pulgada.

8B) Simplifica la **fracción** y represéntala en la siguiente recta colocando el número correspondiente (puedes representarlo con color).



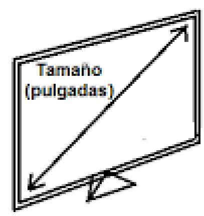
0 1

8C) ¿A cuántos centímetros equivale la fracción anterior? ___________ cm.

8D) Representa los centímetros en la siguiente recta (en tamaño real).

0

9. Una pantalla de plasma se mide en pulgadas, la medida es la diagonal de la pantalla sin el marco. Si se tiene una pantalla de 50 pulgadas, y el marco mide 2 cm. por lado.



9A) ¿Cuál es la medida de la pantalla en **centímetros** sin tomar en cuenta el marco? ___________cm.

10. Tania compró una tableta de 7".

En el espacio siguiente representa en una recta con **dimensiones reales** el tamaño de la tableta.

10A) ¿A cuánto equivale el tamaño de la tableta en c**entímetros**?

______________ cm.

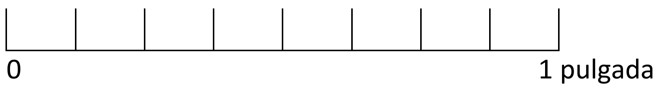
10B) Subraya la respuesta correcta.

Si Tania quiere comprar una funda para su tableta, ¿de cuántos **centímetros** de diagonal debe comprar su funda?

a) Menos de 17 cm. b) 17 cm. c) más de 17 cm. d) 17 pulgadas

11. Para cambiar tu tanque de gas para la estufa necesitas una llave de $\frac{7}{8}$ de pulgada.

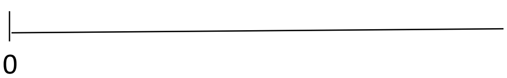
11A) Representa la **fracción** en la siguiente recta.



11B) ¿A cuánto equivale la medida de la llave en **centímetros**?

__________________cm.

11C) Representa en la siguiente recta, con **medida real**, la medida de la llave en centímetros.



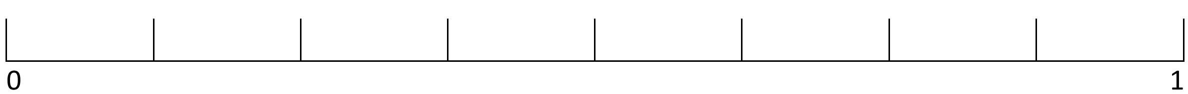
Nuevo modelo
de llave

12 Con base en la información anterior contesta.

12A) ¿La tuerca hace rosca con el tornillo hexagonal?

SI (   )   NO (   )

12B) Represента en la siguiente recta las medidas en **fracciones** (pulgadas) de los dos objetos, colocando los valores correspondientes de cada fracción.



12C) ¿Qué fracción es mayor? _______________

12D) ¿Cuál es tu argumento para decir que una fracción es mayor que otra? Explícala.

____

Actividad 8: Juego de lotería

La actividad está diseñada para identificar y reconocer las fracciones en sus diferentes representaciones en conjuntos discretos y continuos. El juego contiene las mismas características de una lotería normal (cada tarjeta contienen nueve representaciones y cada una se repite en todo el juego tres veces, quien lleva la lotería dice una representación en forma oral y el jugador tiene que identificar en su tarjeta otra representación que identifique al mismo objeto). Se diseñaron ocho tarjetas de lotería, la ficha para llevar el juego contiene el número que se va a representar y en la parte baja de la ficha una imagen de la conversión a identificar para agilizar la corroboración de los ganadores. Se pretende que la actividad favorezca en los estudiantes el tránsito con mayor afluencia por entre las diferentes representaciones (fracción, fracción decimal, decimal, diagrama, distancia en la recta, punto en la recta). La evaluación es cualitativa basada en la observación del equipo. La mayoría de los participantes si logró relacionar la imagen o la representación en la recta con su representación en fracción. En lo general la actividad tuvo aceptación y para motivar la participación de los escolares en el juego se otorgó medio punto en la calificación final de bimestre. Entre los integrantes del equipo hubo comentarios y reflexiones sobre las representaciones de su lotería. Se fomentó el discurso matemático y la convención del uso y manejo de las fracciones.

JUEGO DE LOTERÍA
REPRESENTACIONES DE NÚMEROS FRACCIONARIOS
Actividad 8

Se juega en equipos de 3 o 4 jugadores.

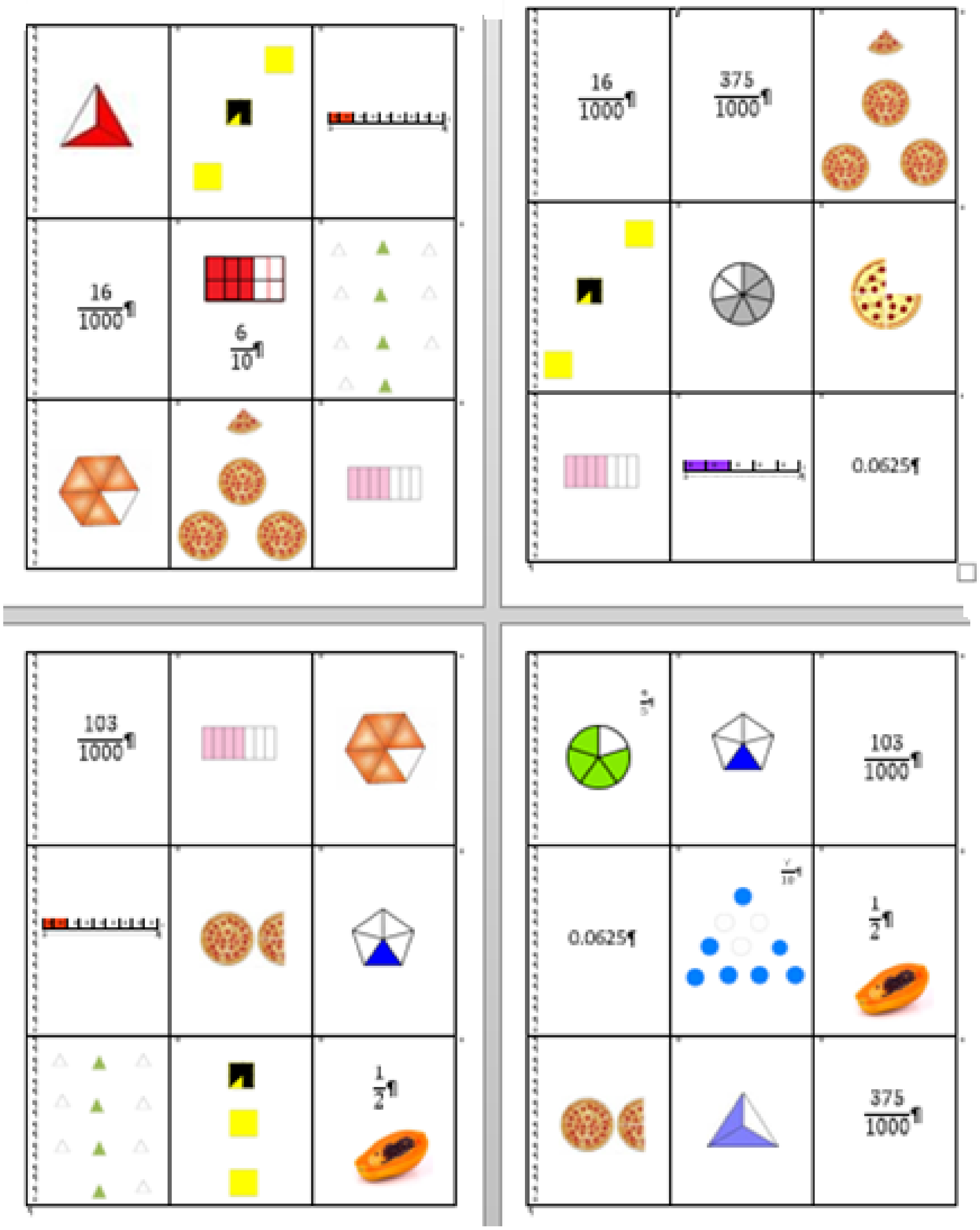
Se entrega una lotería (al equipo) al azar con 9 imágenes.

Quien lleva la lotería lee cada una de las fichas del juego.

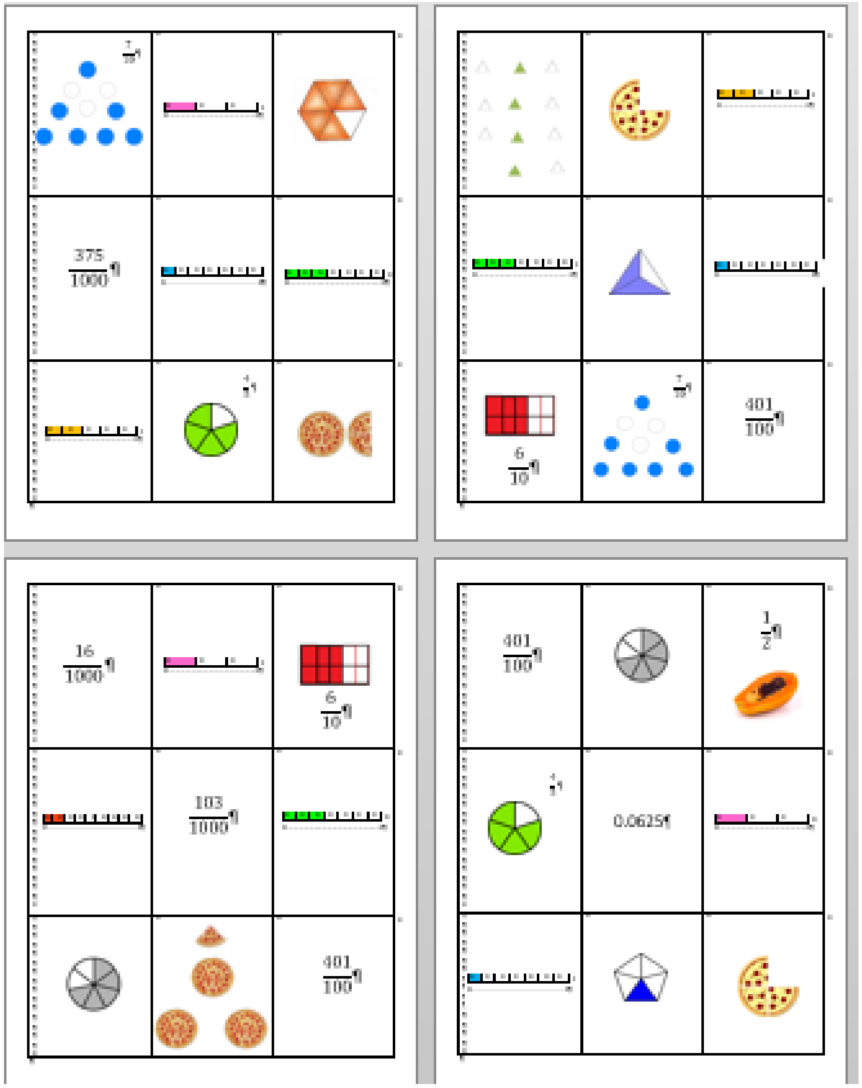
El equipo debe localizar en su lotería una representación equivalente a la escuchada.

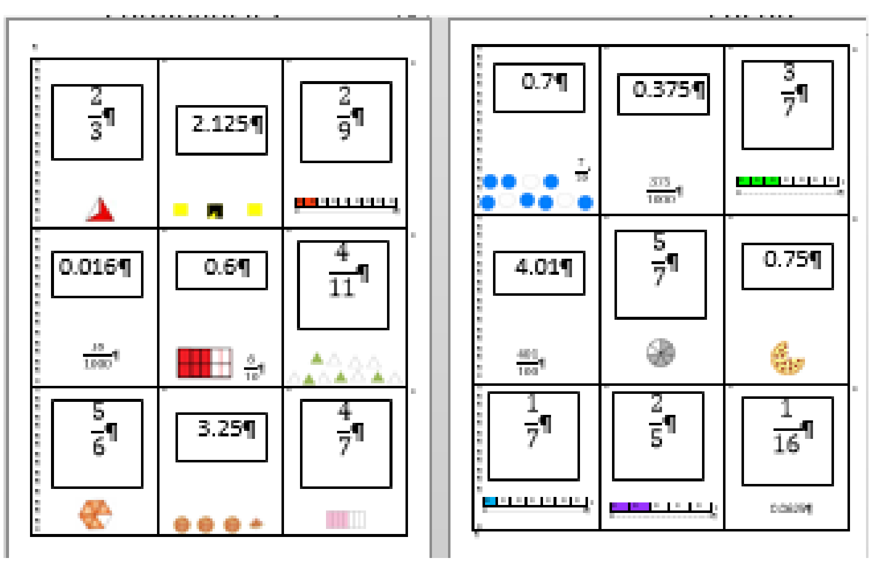
Gana el equipo que localice primero todas las representaciones de la loteria.

La evaluación de la actividad se realiza en forma cualitativa.

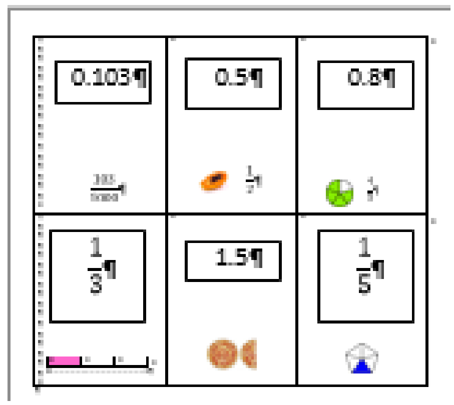


Tarjetas de lotería





Fichas para llevar la lotería



Actividad 9: Copas de grosella, frambuesa y melocotón

Al inicio de la actividad se presenta la receta de un postre con la lista de ingredientes, posteriormente se dan a conocer las instrucciones para resolver un problema teórico el cual consiste en identificar y relacionar dos representaciones del mismo objeto. La actividad pretende favorecer la convención y conversión de números fraccionarios a decimales y viceversa. La evaluación es cuantitativa enfocada en el logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados e interferencias en el aprendizaje de los alumnos. La mayoría de los estudiantes logró contestar correctamente aunque en otros persistieron las mismas dificultades. La actividad se desarrolló en forma individual con la intención de tener un referente sobre el avance de cada uno de los participantes. A pesar de que el tema podría no ser atractivo para el gusto masculino los estudiantes no mostraron rechazo en el desarrollo de la actividad.

"COPAS DE GROSELLA, FRAMBUESA Y MELOCOTÓN"
Actividad 9

Para preparar las copas se requiere lo siguiente:

Preparación: 15 minutos.

Refrigeración: 2 horas.

Para 6 copas.

Ingredientes:

2 melocotones en almíbar.

150 g. frambuesas.

250 g. grosellas rojas desgranadas.

125 g. azúcar.

¼ L Champán

1 decilitro de crema chantilly.

3 cucharadas de leche evaporada.

INSTRUCCIONES:

Verifica si los datos de la columna de la derecha son iguales a los datos de la receta original (columna de la izquierda). Realiza las operaciones correspondientes y **escribe todas las operaciones** de forma ordenada en la parte de atrás de la hoja. Posteriormente une con una línea **sólo aquellos datos que si representan la misma cantidad.**

Preparación: 0.25 de hora.	Preparación: 15 minutos.
Refrigeración: $\frac{1}{6}$ de día	Refrigeración: 2 horas
Para $\frac{48}{8}$ copas	Para 6 copas
2 melocotones en almíbar.	2/1 melocotones en almíbar

$\frac{1}{5}$ Kg. de frambuesas	150 g. de frambuesa.
$\frac{1}{6}$ Kg. de grosella roja desgranada	250 g. de grosella roja desgranada
$\frac{1}{8}$ Kg. de azúcar.	125 g. de azúcar
$\frac{3}{12}$ L de Champán	¼ L de Champán
0.1 L. de crema chantilly	1 decilitro de crema chantilly
$\frac{30}{10}$ cucharadas de leche evaporada.	3 cucharadas de leche evaporada

Actividad 10: Instrumentos de medición

La actividad inicia con una breve historia de cómo y por qué el hombre empezó a medir, muchos instrumentos de medición se tienen en casa por lo que el contexto es familiar para los estudiantes. Después de la contextualización se presenta una tabla conteniendo medidas, graduaciones e imágenes de algunos instrumentos. Se plantean diferentes situaciones problemáticas que el estudiante tiene que resolver guiado por preguntas y peticiones. En esta actividad se pretende que el escolar resuelva problemas que implican la conversión de fracciones a decimales y viceversa, que comprenda y use los números fraccionarios en su vida cotidiana. La evaluación es cuantitativa: basada en el logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados e interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

Durante la actividad algunos participantes reconocieron y utilizaron las convenciones usuales para representar números fraccionarios y decimales. En otros participantes se presentaron algunas dificultades de decodificación de la información pero se comentó a los participantes que observaran con mayor detenimiento la tabla de instrumentos para aclarar sus dudas, se propició el discurso matemático durante las discusiones de los equipos y las puestas en común.

INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN

Actividad 10

En la antigüedad los humanos no tenían más remedio que echar mano de su propio cuerpo para contabilizar e intercambiar productos. Así aparece el pie como unidad de medida útil para medir pequeñas parcelas. Aparece el codo, útil para medir piezas de tela u otros objetos que se pueden colocar a la altura del brazo. Aparece el paso, útil para medir terrenos más grandes. Para medidas más pequeñas de objetos delicados aparece la palma y la cuarta. A través del tiempo las técnicas de medida se fueron desarrollando y mejorando. En la actualidad hay diferentes objetos para medir según sea el área de conocimiento, por ejemplo en gastronomía existen diversos aparatos para ayudar en la medición de los alimentos, algunos de estos aparatos los tienes en tu casa.

Instrumentos para medir en la cocina

Instrumento de medida	Capacidad y equivalencias	imagen
Taza medidora	Tazas: $\frac{1}{2}$, 1, $1\frac{1}{2}$, 2 Litros: $\frac{1}{2}$ Mililitros: 50, 100, 150, 200, 250, 300, 350, 400, 450, 500	
Cuchara sopera	Equivale a 15 gramos si está rasa, 25 gramos si está colmada y 15 ml si contiene líquido.	

Cucharita para café	Equivale a 5 gramos y 5 ml si es líquido.	 Cuchara digital para medir.
Vaso de licuadora	Tazas: 1, $1\frac{1}{2}$, 2, $2\frac{1}{2}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5, $5\frac{1}{2}$, 6, $6\frac{1}{2}$ Litros: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{2}$	
Cucharas medidoras	De la grande a la pequeña: 15 ml, 15 g. 7.5 ml, 7.5 g. 5 ml, 5 g. 2.5 ml, 2.5 g. 1 ml, 1 g.	
Inyector de sabor para carnes Jeringa	45 ml de líquido	

Lee atentamente y realiza las operaciones atrás de la hoja en forma ordenada.

1. Carlos tiene tos y el médico le mandó tomar 1 cucharada sopera de jarabe cada 8 horas por 7 días.

1A) ¿Cuántos mililitros se tomó en el tratamiento? __________________ml.

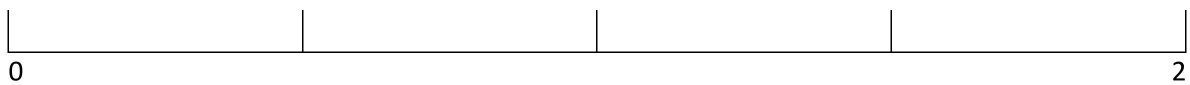
1B) Representa esta cantidad en litros. _______________litros.

1C) Representa los litros en fracción decimal. ___________________

2. Rosa preparó una jarra de $1\frac{1}{2}$ L con agua de horchata.

2A) ¿Qué parte representa esta cantidad de litros en números decimales?_______________ litros.

2B) Representa el número decimal en la recta numérica.



3. Si tengo una cucharada cafetera con chocolate en polvo para preparar un vaso con leche.

3A) ¿A cuánto equivale el chocolate en polvo en Kg? ___________.

3B) ¿Qué fracción decimal representa este número?_____________________________

3C) Si el chocolate fuera líquido, ¿qué fracción representa el contenido de una cucharada cafetera dentro de una cucharada sopera?______________

3D) ¿Y dentro de media taza medidora? ____________

4. La mamá de Juan está haciendo pasteles, de repente Juan se pone a jugar con los ingredientes y con las cucharas medidoras de su mamá, jugando empieza a vaciar los contenidos de las cucharas más pequeñas dentro de las más grandes. Si eres observador como Juan, podrás contestar lo siguiente.

4A) En la cuchara naranja, ¿qué fracción representa el contenido de una cucharada azul de harina?____________________

4B) En la cuchara morada, ¿qué fracción representa el contenido de una cucharada amarilla de vainilla líquida?_____________________________

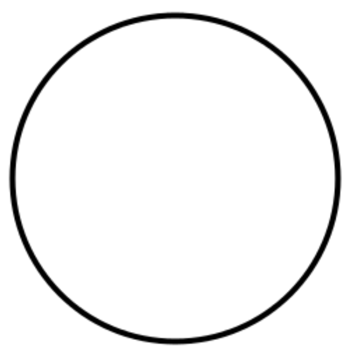
4C) Se va a inyectar una jeringa completa de vino a una carne, ¿cuántos **litros** serán inyectados?_______________________de litro

5. Juanita quiere hacer gelatina de agua para llevar a sus compañeros de escuela, se prepara 1 sobre de gelatina en 1 litro de agua.

5A) ¿Cuántas tazas medidoras necesita para preparar la gelatina? __________________

5B) Si Juanita quiere hacer gelatina de anís con cubitos de sabores de grosella, piña, limón y naranja, y tomando la gelatina de sabores como la unidad, ¿qué fracción representa cada sabor? ___________________________

5C) En el diagrama siguiente representa cada sabor de la gelatina e ilumínalo con el color que caracteriza al sabor.



6. Si Antonia muele en la licuadora 4 tazas de frijoles cocidos para preparar tostadas.

6A) ¿Qué cantidad en litros se está moliendo? ___________litro.

6B) Al estar moliendo los frijoles, Antonia se da cuenta que está muy espeso y agrega 2 tazas de caldo de frijoles a la licuadora, ¿qué cantidad en litros se está moliendo ahora? __________

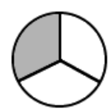
6C) Representa esta última cantidad utilizando los esquemas, considera cada figura como la unidad.

7. A cierta ensalada de verduras se le agregan una cucharada sopera de aceite de olivo para darle sabor.

7A) En la jeringa, ¿qué **fracción** representa el contenido de la cucharada de aceite?

____

7B) Tacha la representación correcta de esta fracción.

$\frac{3}{4}$  

(   )   (   )   (   )

Actividad 11: ¿Qué talla de bici usas?

La actividad inicia con una breve reseña sobre el origen y evolución de la bicicleta, el contexto es muy familiar para el estudiante porque la ocupan mucho como medio de transporte, además de que realizan sus propias reparaciones. Posteriormente se recuerda la equivalencia de una pulgada en centímetros y se dan a conocer ciertas medidas de tuercas y tornillos más comunes que pueden utilizar las bicicletas, también se muestran algunas imágenes para aclarar cualquier condición. En seguida se presenta una serie de posibles situaciones problemáticas que pudieran presentarse con la bicicleta, mediante preguntas y peticiones el estudiante tiene que resolver problemas, esto contribuye a transitar con mayor fluidez por entre las diferentes representaciones de los números fraccionarios (fracción, decimal, diagrama, distancia en la recta, punto sobre la recta). Con la actividad se pretende que el alumno resuelva problemas que impliquen la conversión de fracciones a decimales y viceversa, que comprenda y use las fracciones en su vida cotidiana y que conozca y utilice las convenciones para representar números fraccionarios y decimales en diagramas. La evaluación es cuantitativa enfocada en el logro de los aprendizajes esperados, aprendizajes no logrados e interferencias en el aprendizaje de los alumnos.

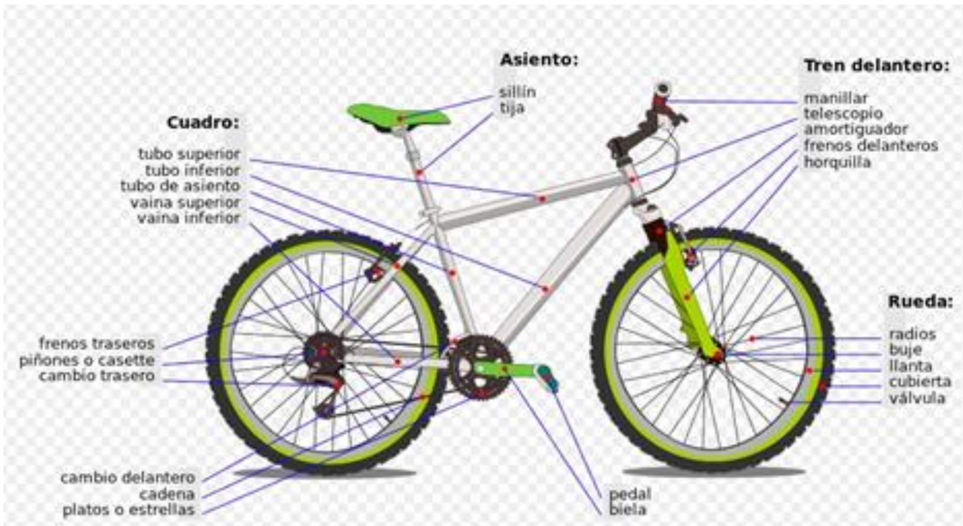
Esta actividad resultó de agrado para los participantes porque todos hablaron de sus experiencias con alguna bicicleta (uso, reparación, refacciones, herramientas, empleos, accidentes, etc.). Los comentarios facilitaron las discusiones, la reflexión y las puestas en común sobre la noción de fracción porque discutieron sobre la fracción como medida, como punto en una recta y como parte todo. Un dato interesante es que aquí si ocuparon representaciones de equivalencia en las fracciones de medida de las herramientas, sin embargo, en la actividad dos, la mayoría de los participantes no aceptó la idea de que una fracción se puede representar por medio de otra fracción. En general se observa mayor aceptación en el uso de las diferentes representaciones de las fracciones.

¿QUÉ TALLA DE BICI USAS?

Actividad 11

Existen jeroglíficos egipcios que describen a un hombre montado en dos ruedas unidas, son los primeros indicios que se tienen registrados sobre el origen de la bicicleta. El 7 de enero de 1887, el norteamericano Thomas Stevens realiza el primer viaje en bicicleta alrededor del mundo, partió de San Francisco y regresó a la misma ciudad después de pedalear durante más de tres años. El 31 de mayo de 1889 nació oficialmente el ciclismo de competición; los hermanos Olivier organizaron una carrera en París con 1200 m de recorrido en la que tomaron parte 7 ciclistas. A partir de entonces comenzó la fiebre del ciclismo. Las mejoras y avances se fueron sucediendo, hasta llegar a la bicicleta tal y como la conocemos en la actualidad.

Para que conozcas mejor tu bicicleta se te presenta una imagen con las partes principales.



Contesta las siguientes preguntas. Recuerda que una pulgada equivale a 2.54 cm.

1. La mayoría de las bicicletas utilizan tres medidas de tuercas: 15 mm, 10 mm y 8 mm. La llave para 15 mm es indispensable para quitar algunas ruedas, las tuercas de 8 y 10 mm nos sirven para ajuste de frenos, asiento, manubrio, etc. (recuerda que las llaves inglesas se miden en fracción de pulgada).

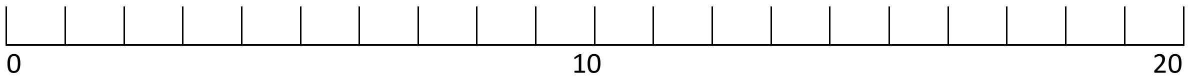
1A) Si tuvieras que quitar la rueda de tu bicicleta, ¿qué llave usarías? Representa la medida de la llave en **fracción.** ___________________de pulgada

1B) Supón que vas a ajustar las tuercas de los frenos que miden 10 mm, ¿qué llave ocuparías? Representa la medida de la llave en la siguiente recta numérica (**en pulgadas**).

0 1

2. En un taller de bicicletas un aprendiz por pura curiosidad se puso a medir las bielas de las bicicletas.

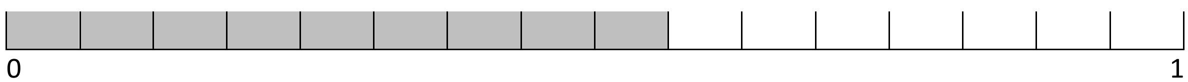
2A) Si una biela mide 170 mm, ¿cuál es la medida de la biela en **centímetros**? Representa esta cantidad en la siguiente recta numérica.



2B) Otra biela que midió el aprendiz es de 175 mm, entonces, ¿cuántos **centímetros** hay de diferencia entre una biela y otra? ______________cm.

2C) ¿Qué **fracción decimal** representa esta cantidad en **metros**? _______________ m.

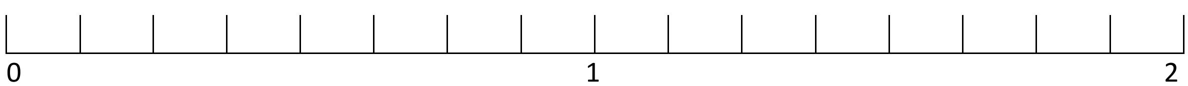
3. Por lo general el eje de los pedales es de medida estándar, esta medida está representada en la siguiente recta.



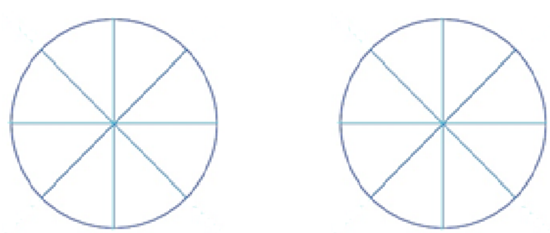
3A) ¿Cuál es la **fracción** que representa la medida del eje de los pedales? _______________

4. El aprendiz se encontró una bicicleta que tiene $1\frac{1}{8}$ **pulgadas** de ancho en el manubrio.

4A) Representa esta cantidad en la siguiente recta numérica.



4B) Utiliza el diagrama para representar **la fracción** del ancho del manubrio en pulgadas, considera cada círculo como la unidad, utiliza colores claros para representarla.



4C) Como la medida del manubrio estaba en pulgadas, el aprendiz decidió medir nuevamente el ancho del manubrio pero ahora en centímetros, ¿cuál es la medida del ancho del manubrio en centímetros? __________ cm.

5. El aprendiz siguió midiendo refacciones y encontró un cuadro de bicicleta de 16 pulgadas.

5A) ¿Cuántos centímetros mide el cuadro de la bicicleta?______________ cm.

Medida del cuadro de bicicleta

5B) ¿Cuánto mide el cuadro de la bicicleta en metros? ________________m.

5C) Representa esta última cantidad en fracción decimal._______________

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1 Resultados de pre test

Una vez evaluados los trabajos se buscaron similitudes y errores más comunes, los resultados mostraron diferentes niveles de dificultad en las transformaciones. En la conversión de fracción a decimal la mayor dificultad observada fue que el estudiante no sabe qué hacer para resolver el problema, no logró visualizar la división indicada, un poco más de la mitad de los participantes obtuvo cero respuestas correctas en esta transformación. Otro error frecuente registrado fue al realizar la conversión, algunos de los alumnos colocan el denominador de la fracción como dividendo, el estudiante intentó realizar el algoritmo aprendido en la escuela pero perdió coherencia y sentido del problema. Debido a la insistencia de los estudiantes en cometer este error, se pidió a tres estudiantes que expresaran en forma verbal la manera en que leen la fracción como división indicada al mismo tiempo que fueron escribiendo las partes, posteriormente se les pidió hicieran como lo leen y escriben cuando está representada en una división con galera, en los tres casos la fracción la leen y escriben correctamente pero al escribirla y expresarla en forma oral en la galera los estudiantes lo hicieron en el mismo sentido de la lectura y escritura (de izquierda a derecha). Esta situación no concuerda en cómo se leen las divisiones con galera en matemáticas que es de derecha a izquierda, los resultados anteriores concuerdan con los expresados por Fandiño (2009), la forma en que aprendemos las fracciones en los primeros años de vida es determinante para estudios posteriores. En el tercer error más frecuente realizó operaciones que no corresponden con la consigna, algunos estudiantes buscaron operar con los números aunque sea de forma incorrecta, el alumno se manifiesta a través de los códigos convencionales que se le propusieron sólo con el fin de lograr afinidad o aceptación. Los resultados concuerdan con los de Perera y Valdemoros (2007) al afirmar que hay una tendencia de algunos niños a usar tanto números naturales como operaciones aritméticas seleccionadas arbitrariamente. Ver tablas 1 y 2.

Tabla 1: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la conversión de fracción a decimal en el diagnóstico

Ponderación	5 respuestas correctas	4 respuestas correctas	3 respuestas correctas	2 respuestas correctas	1 respuesta correcta	0 respuestas correctas
Frecuencia relativa	6/30	0	1/30	6/30	1/30	16/30
Porcentaje	20%	0%	3.33%	20%	3.33%	53.33%

Tabla 2: Frecuencia y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la conversión de número fraccionario a decimal en el diagnóstico

Ponderación	Al dividir coloca el denominador como dividendo	Tiene problemas con el algoritmo de la división	Multiplica numerados por denominador	No sabe que la fracción representa división	No sabe que hacer o no se acuerda
Frecuencia relativa	8/24	3/24	2/24	1/24	10/24
Porcentaje	33.33%	12.5%	8.33%	4.16%	41.66%

En el ítem uno se pidió a los estudiantes representar los números fraccionarios en el segmento de recta numérica, cabe mencionar que la evaluación diagnóstica solicita representar la fracción pero hubo estudiantes que representaron en el segmento de recta su equivalente en decimal. De los siete estudiantes que ordenaron decimales en el segmento de recta sólo dos lo hicieron de manera correcta, aproximadamente el 80% del grupo no ordenó correctamente las 5 fracciones en la recta numérica. Apoyados en el trabajo de Diezmann (2000) se observa que no hay una relación de conocimientos previos, diagrama y contenido del problema; no hay una decodificación correcta de la información lingüística y, como consecuencia, no hay una correcta codificación visual en el diagrama por lo que representa cantidades incorrectas al hacer las conversiones. Se aprecia una ubicación inadecuada de los números, la mayoría no marca el origen en la recta numérica como un referente para señalar marcas que le ayuden a ubicar las fracciones, es decir, coloca marcas de forma arbitraria para representar los números fraccionarios en la recta numérica. En los trabajos se observa una carencia en la relación ubicación-medición, es decir, el grupo presenta una gran dificultad en la interpretación de fracción como punto de una recta orientada. Esto conlleva a tener dificultades para establecer una adecuada relación de orden entre fracciones y a representar marcas exactas que sirvan como guía para ubicar correctamente las fracciones, algunos estudiantes limitaron el espacio de las marcas en la recta numérica por lo que el espacio reducido impidió distinguir la información relevante. Ver tablas 3 y 4.

Tabla 3: Frecuencias y porcentajes de alumnos con logros al representar fracciones y/o decimal en la recta numérica en el diagnóstico

Ponderación	Coloca el cero	Coloca marcas precisas	Ubicación correcta de todas las fracciones y/o decimales en la recta	Ordena correctamente todas las fracciones en la recta	No contestó	Error frecuente: Ordena la fracción respecto al numerador
Frec. Relativa	12/30	7/30	4/30	7/30	9/30	3/30
Porcentajes	40%	23.3	13.3	23.33%	30%	10%

Tabla 4: Frecuencias y porcentajes de alumnos que ordenaron correctamente las fracciones y/o decimales en la recta numérica en el diagnóstico

Ponderación	5 respuestas correctas	4 respuestas correctas	3 respuestas correctas	2 respuestas correctas	1 respuesta correcta	0 respuestas correctas
Frec. Rel.	7/30	3/30	3/30	2/30	1/30	14/30
Porcentaje	23.33%	10%	10%	6.66%	3.33%	46.66%

En el ítem dos se solicitó convertir números decimales a fracciones, el error más frecuente es que el estudiante no tomó en cuenta el valor posicional de cada dígito que forma el decimal, recuerda que la conversión está relacionada con los múltiplos de diez pero presenta dificultades para realizarlo de manera correcta. Separa los números decimales para formar la fracción, es decir algunos dígitos del decimal los coloca como numerador y el resto como denominador, o la parte entera como numerador y los decimales como denominador. Solo dos alumnos al formar la fracción colocan el múltiplo de diez en el numerador, nuevamente cambió el objeto matemático. En el ítem dos el 40% de los alumnos contestó correctamente todos los incisos, el doble del porcentaje correspondiente en el ítem uno. Esto nos lleva a afirmar que el grupo presenta mayor dificultad en la conversión de fracción a decimal. Nuevamente los datos concuerdan con los comportamientos mencionados por Fandiño (2009), la fracción y su equivalente en decimal producen efectos operatorios diferentes, es por eso que no toma en cuenta el valor posicional para convertir el número decimal a fracción. También en este ítem hay una conversión de registros semióticos, por lo que se infiere que los alumnos presentan dificultad de interpretación, decodificación y codificación de la información coincidiendo con Duval (2006) y Diezmann (2000). Ver tablas 5 y 6.

Tabla 5: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la conversión decimal a fracción en el diagnóstico

Ponderación	5 respuestas correctas	4 respuestas correctas	3 respuestas correctas	2 respuestas correctas	1 respuesta correcta	0 respuestas correctas
Frecuencia relativa	12/30	0	3/30	3/30	2/30	10/30
Porcentaje	40%	0%	10%	10%	6.66%	33.33%

Tabla 6: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la conversión de decimal a fracción en el diagnóstico

Ponderación	No toma en cuenta el valor posicional de los decimales	Separa los números decimales para formar la fracción	Al formar la fracción invierte el lugar del numerador con denominador	No sabe que hacer No se acuerda
Frecuencia relativa	8/18	6/18	2/18	2/18
Porcentaje	44.44%	33.33%	11.11%	11%

En el ítem tres se presenta el problema de venta de dulce, aproximadamente la tercera parte del grupo resuelve de manera correcta, esto está estrechamente relacionado con los porcentajes que se obtuvieron en los ítems uno y dos ya que la mayoría de los estudiantes presenta dificultades en la conversión de fracción a decimal y en menor cantidad viceversa. Para la resolución del problema algunos de los estudiantes utilizaron como estrategia la conversión de fracción a decimal, los errores más frecuentes fueron convertir la fracción a decimal de manera incorrecta y en menor frecuencia sumar simultáneamente de forma arbitraria los decimales y las fracciones.

Los resultados de este estudio proporcionan orientaciones respecto a las dificultades en el proceso de construcción de la noción de fracción y se propone un modelo de estudio enfocado en sus diferentes representaciones basado en las teorías de los diferentes autores citados. Ver tablas 7 y 8.

Tabla 7: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores y aciertos en la resolución del problema en el diagnóstico

Ponderación	Resuelve correctamente	No resuelve correctamente
Frec. Relativa	8/30	22/30
Porcentaje	26.66%%	73.33%%

Tabla 8: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores frecuentes en la resolución del problema en el diagnóstico

	Errores frecuentes						
Ponderación	Realiza operaciones aritméticas arbitrarias para obtener el resultado	Convierte fracción a decimal con operaciones incorrecta	Al sumar no toma en cuenta el valor posicional	Opera decimales y fracciones simultáneamente sin conversión	Al dividir coloca el denominador como dividendo	usa los dígitos de la fracción para formar el decimal	No contestó
Frec. Relativa	5/22	2/22	0	6/22	1/22	2/22	6/22
Porcentaje	22.72%	9%	0%	27.27%	4.54%	9%	27.27%

4.2 Resultados de la propuesta didáctica

En este capítulo se reporta la aplicación de la propuesta didáctica. En cada una de las actividades se hace una breve descripción de lo que realizaron los estudiantes con la intención de observar el proceso en la construcción del concepto de fracción, se mencionan los errores más frecuentes y se muestran algunas evidencias fotográficas. En algunos casos se presentan resultados de algún instrumento de evaluación. Las actividades y el pos test se aplicaron durante el mes de abril de 2016.

Actividad 1: Rehilete

La construcción del rehilete fue el recurso por el cual se recuperaron los conocimientos previos (noción de unidad continua, fracción, medios, cuartos y octavos, ver figura 1). La evaluación cuantitativa está basada en seis preguntas guiadoras que fueron respondidas de acuerdo con el rehilete de cada estudiante. De acuerdo a las respuestas, más del 90% de los participantes identifica el número de partes que forma el rehilete y los colores que lo componen, pero al pedirle que represente la fracción que constituye un color este porcentaje se reduce a un poco más del 70%. Los errores más frecuentes se encuentran en los siguientes ítems.

~ ¿Qué fracción del rehilete corresponde a cada una de sus partes?

A pesar de que en las indicaciones se le menciona que deberá responder con base en la construcción de su rehilete, y que más del 90% reconoció que su rehilete está formado por ocho aspas, diez de dieciocho alumnos que respondieron de forma incorrecta tomaron como unidad la hoja de papel dividida en cuatro partes. La tercera parte del total del grupo se quedó con la idea de que la unidad la forman las hojas de papel haciendo a un lado el rehilete como unidad, como consecuencia diez estudiantes respondieron a la pregunta 1/4. Esta dificultad coincide con Fandiño (2009) cuando afirma que identificar la unidad representa una dificultad para el estudiante. Ver figura 2.

~ Representa la fracción anterior en forma decimal.

Para la representación decimal se tomó en cuenta la respuesta anterior independientemente si fue o no correcta. El 66.66% de los que contestaron de forma incorrecta, separan los dígitos de la fracción para formar el decimal, esto refleja que algunas de las dificultades continúan presentándose. Se observa que los datos obtenidos se comportan de acuerdo con una de las interpretaciones de Fandiño donde la fracción a/b como cociente significa tener “a” objetos y dividirlo en “b” partes que es una idea muy diferente a la de parte todo que se enseña en la primaria (la unidad se divide en “b” partes y se toman “a”). Esta división no efectuada (propuesta) y la división efectuada (realizada por el alumno) tienen diferentes roles por lo que provoca confusión al alumno. Por otro lado 3 participantes al dividir usando galera cambiaron de lugar el denominador por el dividendo. De acuerdo con Duval (2006) al colocar el denominador como dividendo faltó en los alumnos coordinación interna entre los diversos sistemas de representación que pueden ser elegidos y usados, es decir, en la fase de conversión al pasar de una representación semiótica a otra cambiaron el objeto matemático. Ver figura 2.

~ ¿Qué fracción corresponde a cada uno de los colores de tu rehilete?

Ocho de trece estudiantes que contestaron de forma incorrecta toman como unidad la hoja de papel dividida en cuatro partes. Nuevamente el cambio de unidad representó una dificultad para algunos estudiantes, los números representados correspondieron a objetos diferentes. Ver figura 2.

Aunque la actividad fue novedosa y creativa para los estudiantes en mi opinión, en algunos casos, se observó que la manipulación de materiales y la construcción del artefacto si contribuyó a la recuperación de los conocimientos previos sobre la noción de fracción. También se observó en otros casos falta de conexión entre la situación real vivida y la situación problemática escolar porque sus respuestas no concordaron con su rehilete y/o se estancaron con la idea de unidad con las hojas de papel. Igualmente se observó que algunos participantes priorizan lo estético y la construcción del instrumento ante la construcción de la noción de fracción con base en sus conocimientos previos. Ver tablas 9 y 10.

Figura 1. Estudiantes en proceso de construcción y recuperación de base de conocimientos.

A8

Con base en la construcción del rehilete responde las siguientes preguntas:

¿En cuántas partes está dividido tu rehilete? en 7

¿Qué **fracción** del rehilete corresponde a cada una de sus partes? $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

¿Qué colores contiene tu rehilete? amarillo, azul, verde, Rojo,

¿Qué **fracción** del rehilete es de color $\frac{3}{4}$? Es amarillo

Representa la **fracción** anterior en forma decimal. 3.4

¿Qué **fracción** corresponde a cada uno de los colores de tu rehilete?

Color	Fracción que le corresponde
amarillo	3/4
verde	2/4
azul	1/4
Rojo	1/4

Figura 2. La imagen muestra la representación de la fracción que se le asigna a cada una de las aspas del rehilete, la fracción asignada a las aspas del color amarillo para el estudiante es ¾ porque dijo tomar 3 de 4 partes de la hoja, al representar la fracción en decimal separa los dígitos para formar el número.

PN: Pregunta número N en la actividad

Tabla 9: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la actividad 1

Ponderación	P1	P2	P3	P4	P5	P6
Frec. Relativa	28/30	12/30	29/30	22/30	12/30	17/30
Porcentaje	93.3%	40%	96.6%	73.3%	40%	56.6%

Tabla 10: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la actividad 1

	P2				P5			P6		
Ponderación	Toma como unidad la hoja dividida en cuatro partes	Cuenta más o menos de 8 partes del rehilete	Toma como unidad los colores o algunos colores del rehilete	Repre--sentó la fracción de la unidad	Separa los dígitos de la fracción para forma el decimal	Al dividir cambia el denominador por el dividendo	No contesto	Toma como unidad la hoja de papel dividida en 4	No sabe que hacer	No toma en cuenta las partes ni los colores
Frec. Rel.	10/18	1/18	3/18	4/18	12/18	3/18	3/18	8/13	2/13	3/13
Porcentajes	55.5%	5.5%	16.6%	22.22%	66.6%	16.6%	16.6%	61.5%	15.3%	23%

Actividad 2: Cubo mágico

La introducción al cubo de Rubik ofrece al escolar una primera interacción con la situación problemática que se plantea (además de que algunos niños lo han jugado), coincidiendo con Perera y Valdemoros (2007) es indispensable la familiaridad del contexto así como construir la noción de fracción a partir de sus conocimientos previos, los participantes tienen que relacionar las dos imágenes y hacer deducciones para contestar las preguntas, ver figura 3. La evaluación cuantitativa se basa en la cantidad de respuestas correctas. Con base en las respuestas se observa que las contestaciones son más asertivas cuando la unidad la forma una cara del cubo pero cuando se cambia la unidad a las seis caras del cubo los porcentajes de asertividad bajan. Las representaciones de las fracciones que hacen en la recta numérica en su mayoría fueron correctas. Cabe hacer notar que las marcas de los intervalos con la ubicación del cero y el uno ya estaban dados por lo que el estudiante sólo tuvo que ubicar la fracción. Los errores más frecuentes se encuentran en las preguntas siguientes:

- ¿Cuántas partes rojas no son visibles en el CUBO 1?
  Representa las partes anteriores en fracción

Al representar la fracción el 86.66% del total del grupo contestó tomando como unidad una cara del cubo a pesar de que el texto aclara que se considerará como unidad las seis caras del cubo, este porcentaje es más alto que en la actividad anterior cabe señalar que en esta actividad el conjunto con el que opera es discreto y en la actividad anterior primero fue continuo y después discreto. Estos resultados concuerdan con Fandiño (2009) porque se observó que las fracciones en conjuntos discretos y continuos presentan dificultades diferentes además de que el alumno presenta dificultades para reconocer la unidad, aquí también se quedaron con la idea de que la unidad es una cara del cubo.

- ¿Cuántas partes blancas no son visibles en el CUBO 1?
  Representa estas partes blancas en fracción.

A pesar de que la mayoría de grupo si identifica las partes blancas faltantes, nuevamente la fracción la formó tomando como unidad una cara y no las seis caras del cubo como se indica en el texto. Se observa que en las dos preguntas anteriores no identificaron en forma correcta quién es la unidad. El porcentaje de estudiantes con respuesta incorrecta nuevamente es de 86.66%. Identificar la unidad para operar con ella nuevamente es la dificultad que lo conduce al error. Ver figura 4.

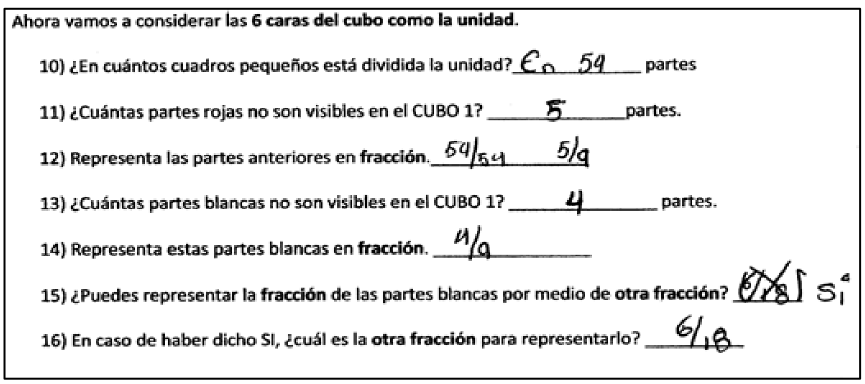
- ¿Puedes representar la fracción de las partes blancas por medio de otra fracción?
  En caso de haber dicho SI, ¿cuál es la otra fracción para representarlo?

Dado que la equivalencia es otra representación de la fracción, (aunque la equivalencia no es tema de estudio en este trabajo) se le preguntó al estudiante para averiguar si la identificó como otra representación de la fracción. Un poco más de la mitad del grupo responde que una fracción no se puede representar por medio de otra fracción, lo que lleva a pensar que la mitad del grupo participante también presenta dificultades con el tema de equivalencias. Ver tablas 11 y 12.

Un resultado curioso es que siete alumnos que respondieron si se puede lo hicieron de forma incorrecta, utilizaron alguna operación básica para construirlo coincidiendo con las observaciones de Perera y Valdemoros (2007). Ver figura 4.

Figura 3. Estudiantes realizando la actividad dos

A14



Ahora vamos a considerar las **6 caras del cubo como la unidad.**

10) ¿En cuántos cuadros pequeños está dividida la unidad? En 54 partes

11) ¿Cuántas partes rojas no son visibles en el CUBO 1? 5 partes.

12) Representa las partes anteriores en **fracción.** 54/54 5/9

13) ¿Cuántas partes blancas no son visibles en el CUBO 1? 4 partes.

14) Representa estas partes blancas en **fracción.** 4/9

15) ¿Puedes representar la **fracción** de las partes blancas por medio de **otra fracción?** ~~6/18~~ Si

16) En caso de haber dicho SI, ¿cuál es la **otra fracción** para representarlo? 6/18

Figura 4. Evidencia con dificultades para identificar la unidad y para representar una fracción en una equivalente.

Tablas 11: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la actividad 2

Ponderación	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
Frec. Rel.	30/30	30/30	29/30	28/30	29/30	28/30	26/30	26/30
Porcentaje	100%	100%	96.6%	93.3%	96.6%	93.3%	86.6%	86.6%

Ponderación	P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15	P16
Frec. Rel.	27/30	19/30	29/30	4/30	29/30	4/30	14/30	8/30
Porcentaje	90%	63.3%	96.6%	13.3%	96.6%	13.3%	46.6%	26.6%
Perdidos								6

Tabla 12: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la actividad 2

	P12	P14	P16	P15
Error frecuente	Toma como unidad una cara del cubo	Toma como unidad una cara del cubo	Relaciona con fracciones equivalentes de forma incorrecta	No se puede representar de otra forma la fracción
Frec. Rel.	26/30	26/30	7/16	16/30
Porcentaje	86.6%	86.6%	43.7%	53.33%

Actividad 3: La dieta

Esta actividad plantea situaciones que involucren conocimientos previos a la noción de fracción, entre ellos está la comparación de números, la noción de medida y la transformación de medidas y unidades, como lo sugieren De León y Fuenlabrada (1996). Con base en la tabla de la dieta se formularon cinco preguntas, la evaluación cuantitativa está basada en la cantidad de respuestas correctas. La evaluación cualitativa se enfoca en las observaciones de los resultados. La actividad se sustenta en la conversión de fracción a través de sus representaciones (fracción, decimal y representación en la recta numérica). Las respuestas a las preguntas uno y dos tuvieron mayor número de aciertos con un 66.66% que sumó correctamente los gramos y 76.66% que si obtuvo la equivalencia correcta entre gramos y kilogramos. Del 23.34% que respondió de forma incorrecta a la pregunta dos algunos utilizaron operaciones aritméticas arbitrarias coincidiendo con Perera y Valdemoros (2007), otros presentaron dificultades al realizar equivalencias en la conversión de unidades de medida. Las respuestas a la pregunta cinco son las que reflejaron errores más frecuentes, a continuación se mencionan.

~ En la siguiente recta numérica localiza lo que se pide.

Localiza y representa el valor numérico en kilogramos de lo consumido en la semana.

Veinte estudiantes contestaron correctamente en gramos lo consumido de la semana pero la recta numérica se presentó en kilogramos, como resultado, veintisiete estudiantes no lograron ubicar correctamente la fracción en la recta, esta situación refleja serios problemas en el cambio de registros por lo que se puede deducir que en ciclos anteriores no se aprovechó el concepto de fracción como medida coincidiendo con De León y Fuenlabrada (1996). Por otro lado la representación de la fracción en la recta concuerda con una de las interpretaciones de Fandiño (2009), la distancia entre el origen y el punto fracción representa una medida lo que está muy lejos de interpretarse como una unidad parte-todo, tal y como se aprendió por primera vez en la primaria. Ver figura 5.

- Suponiendo que come atún del diario y que tuviera que comprar atún para abastecerse de lunes a viernes por 4 semanas, ¿cuánto pesaría el total de atún en gramos?

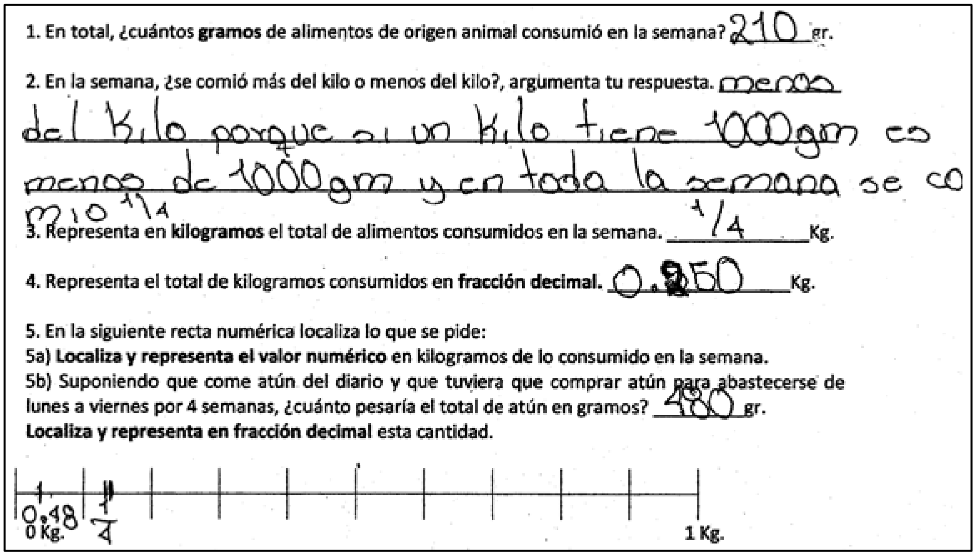
El 76.66% de los estudiantes contestaron en forma errónea, todos presentaron dificultades para decodificar la información ya que en la tabla se aclara que sólo se puede comer un tercio del contenido por día, otros presentaron dificultades por no tomar en cuenta el tiempo correcto de consumo, la dificultad no fue por manejo inadecuado de los números fraccionarios sino por falta de interpretación. Ver figura 5.

- Localiza y representa en fracción decimal esta cantidad.

A pesar de que siete estudiantes tienen la respuesta correcta sólo tres logran representarla en fracción decimal, del 90% de los participantes que lo hicieron de manera incorrecta algunos lo representaron en decimales, otros representaron en gramos con la recta dada en kilogramos, otros afirmaron no entender (su resultado fue incorrecto y se salía del rango de la recta por lo que no supieron cómo ubicarlo). Ver figura 5.

Con base en los resultados obtenidos hasta el momento (aunque algunos no son favorables) considero que las actividades están proporcionando interacción con situaciones problemáticas que se les pudieran presentar, los estudiantes tienen la oportunidad de usar y manejar más interpretaciones de la noción de fracción coincidiendo con Fandiño (2009) y De León y Fuenlabrada (1996), de igual modo están interactuando con otras transformaciones de las fracciones como sugiere Duval (2006). Ver tablas 13, 14 y 15.

A23


1. En total, ¿cuántos **gramos** de alimentos de origen animal consumió en la semana? 210 gr.

2. En la semana, ¿se comió más del kilo o menos del kilo?, argumenta tu respuesta. menos del Kilo porque si un kilo tiene 1000gm es menos de 1000gm y en toda la semana se co mio 1/4

3. Representa en **kilogramos** el total de alimentos consumidos en la semana. 1/4 Kg.

4. Representa el total de kilogramos consumidos en **fracción decimal.** 0.250 Kg.

5. En la siguiente recta numérica localiza lo que se pide:
5a) **Localiza y representa el valor numérico** en kilogramos de lo consumido en la semana.
5b) Suponiendo que come atún del diario y que tuviera que comprar atún para abastecerse de lunes a viernes por 4 semanas, ¿cuánto pesaría el total de atún en gramos? 480 gr.
Localiza y representa en fracción decimal esta cantidad.

Figura 5. Evidencia de conversión de fracción mediante algunas representaciones.

Tabla 13: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la actividad 3

	p1	p2	p3	p4	p5a	P5b	Gráfica recta
Frec. Rel.	20/30	23/30	11/30	9/30	3/30	7/30	3/30
Porcentaje	66.66%	76.66%	36.6%	30%	10%	23.33%	10%

Tabla 14: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la actividad 3

	p1	p2	p3	p4	p5a	P5b	Grafica recta
Ponderación	Presenta dificultad en la conversión de g. a Kg.	Presenta problemas para decodificar el texto	Presenta dificultad en la conversión de g. a Kg.	Confunde fracción decimal con número decimal	No ubica correctamente la fracción en la recta	Presenta dificultades para decodificar información y cambio de unidades	No contesta, no le entiende y/o no ubica correctamente
Frec. Rel.	10/30	7/30	19/30	21/30	27/30	23/30	27/30
Porcentaje	33.3%	23.3%	63.3%	70%	90%	76.66%	90%

Tabla 15: Tabla de argumentos de los estudiantes a la pregunta 2 de la actividad 3

Ponderación	Respuesta incorrecta tomaron la semana con 7 días	Respuesta correcta sumaron las cantidades y el kg tiene 1000 gr	Respuesta incorrecta bajo contrato didáctico
Frec. Rel.	3/30	23/30	4/30
Porcentaje	10%	76.6%	13.3%

Actividad 4: Juego los dados

La actividad se evaluó en forma cualitativa con base en una guía de observación por equipo, durante el juego se observa que algunos estudiantes tienen dificultades para realizar la división indicada y poder convertir la fracción a decimal, discuten en equipos y llegan a puestas en común, muestran sus resultados en la calculadora a la vez que argumentan y validan sus resultados. Esta actividad propició mucho el discurso matemático, el uso del lenguaje y los algoritmos porque tuvieron que argumentar al equipo contrario, con el afán de ganar hubo mucha discusión, los equipos no se dejaron convencer fácilmente. El concentrado de la evaluación por grupo es la siguiente. Ver tabla 16.

Nótese que los porcentajes más altos donde se concentran los alumnos son en primer lugar “mejorable” y en segundo lugar “bien”. Después de evaluar cada equipo se les mostró su evaluación y se le preguntó si estaban de acuerdo o consideraban que merecían más o menos. Todos los equipos estuvieron de acuerdo, algunos estudiantes afirmaron que tenían que mejorar porque con lo que sabían no pudieron ganar, otros afirmaron que debían mejorar porque empleaban mucho tiempo para realizar las operaciones y otros dijeron que tuvieron dificultades para sumar las fracciones; ningún estudiante consideró pertenecer al parámetro “sin mejorar” porque afirmaron que no estaban totalmente “en blanco”. Con base en los resultados considero alentador que el parámetro “sin mejorar” esté vacío y que las respuestas de los estudiantes sean más reflexivas. Todo el grupo coincide en que le gustó la actividad, algunos de los comentarios son los siguientes:

¿Qué te gustó del juego?

A4 “que tienes que pensar y descifrar el resultado”

A3 “que puedo poner a prueba mi inteligencia”

A30 “me gustó ganar, 5 veces, me gustó pasar fracción a decimal”

A25 “ganar y competir”

A28 “me gustó que como no le entendía aprendí y me acordé un poco tarde pero refresqué mi memoria”

También se les preguntó ¿Qué no te gustó del juego? A lo que contestaron algunos:

A22 “que ganaba mucho un compañero”

A3 “que no pude contestar bien”

A16 “que no ganaba”

A12 “perder, hacer cuentas difíciles y que mis compañeros no las entendían”

A29 “convertir de fracción a decimal”

A la pregunta ¿Qué dificultades se te presentaron y por qué?, algunos respondieron:

A28 “no me acordaba como pasar decimal a fracción, tardé mucho, no fui lo suficientemente rápida y no razonaba con claridad”

A13 “que no podía y muy difícil”

A1 “al principio se me olvido como pasar de decimal a fracción porque casi no reviso mis apuntes”

A6 “el que no sé si estaba bien o que mi compañero tuviera lo mismo que yo y que al principio no le entendí pero después me explicaron y lo entendí como era lo que teníamos que hacer”

Con el juego de los dados se provocó el reto y la diversión para que los estudiantes pudieran transformar decimales a fracción y viceversa coincidiendo sobre el aprendizaje según Duval (2006), el uso de los algoritmos les permitió resolver su problema, ganar el juego. Ver figura 6.

Tabla 16: Porcentajes de alumnos con aciertos y rasgos cualitativos de la actividad “Los dados”

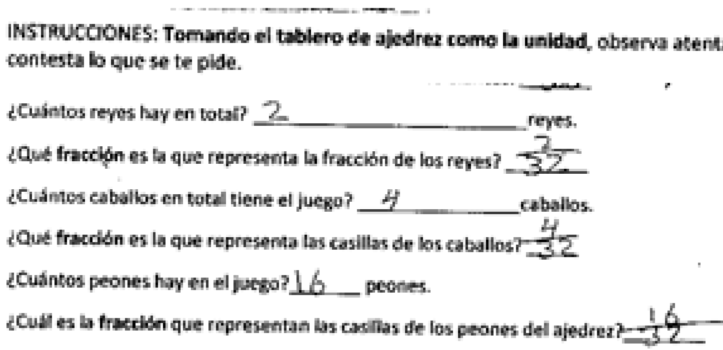
Grado: 1° Fecha de observación: 11-04-2016 Tema: Conversión de fracción a decimal y viceversa. La observación se realizó por equipos. Equipos: E1 a E8					
Parámetros: Excelente: se desempeña en el rango de una manera superior a lo esperado (E). Muy bien: se desempeña en el rango de la manera esperada (MB). Bien: se desempeña en el rango de manera inferior a lo esperado (B). Mejorable: se inicia en el logro del rango (M). Sin mejorar: no se observó el rango o tuvo dificultades para lograrlo (SM).					
Rasgos	Porcentajes				
	E	MB	B	M	SM
Muestra actitud positiva por comprender y usar el vocabulario y los procesos matemáticos.			25%	75%	
Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos de los algoritmos empleados			50%	50%	
Convierte correctamente la fracción a decimal		12.5%	12.5%	75%	
Convierte correctamente el decimal a fracción			12.5%	87.5%	

Figura 6. Equipo de trabajo en el proceso de conversión de decimal a fracción y viceversa, juego “Los dados”

Actividad 5: El juego de ajedrez

Después del texto y de las imágenes introductorias se presentan catorce preguntas, la actividad es evaluada en forma cuantitativa con base en el número de respuestas correctas. La asertividad de las respuestas de los participantes oscila entre el 100% y el 53.33% pasando del lenguaje cotidiano al lenguaje matemático. Los resultados muestran una contribución en la transformación del lenguaje cotidiano a la representación numérica en comparación con la actividad uno, donde los porcentajes de asertividad oscilan entre 93.3% y el 40%. A través de las diferentes transformaciones se llegó a favorecer algunos aspectos relacionados con el concepto de fracción como son unidad discreta y continua, unidad fraccionaria e ideas informales de la noción de fracción. Los resultados muestran que en la medida en que el estudiante se familiarizó más con las transformaciones, éstas le permitieron identificar ciertos elementos de la fracción para reconstruir su concepto, lo que coincide con Duval (2006). Es necesario aclarar que las actividades no son totalmente equivalentes, la do maneja la unidad como continua, en la actividad uno primero se trabaja continua y después hay un cambio a unidad discreta, en la actividad cinco únicamente se maneja la unidad continua. Las respuestas con errores más frecuentes se encuentran en las preguntas doce, catorce y dieciséis, en las tres preguntas la causa de error fue que los participantes no tomaron como unidad todo el tablero de ajedrez a pesar de que el texto lo aclaró, los estudiantes se enfocaron en los colores del tablero, ver figura 8. Concordando con Fandiño (2009) el grupo participante continúa presentando dificultades para identificar la unidad aunque en menor porcentaje comparado con la actividad uno. La mayoría de los alumnos comentó que la actividad "se le hizo fácil", cabe hacer notar que el desarrollo de la actividad no requiere cambio de unidad. Ver tablas 17 y 18.

A4



INSTRUCCIONES: **Tomando el tablero de ajedrez como la unidad**, observa atentamente el juego y contesta lo que se te pide.

¿Cuántos reyes hay en total? 2 reyes.

¿Qué **fracción** es la que representa la fracción de los reyes? 2/32

¿Cuántos caballos en total tiene el juego? 4 caballos.

¿Qué **fracción** es la que representa las casillas de los caballos? 4/32

¿Cuántos peones hay en el juego? 16 peones.

¿Cuál es la **fracción** que representan las casillas de los peones del ajedrez? 16/32

Figura 7. Evidencia al identificar la unidad

Tablas 17: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la actividad 5

Ponderación	P 1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
Frecuencia de aciertos	30	28	30	30	26	30	30
Porcentaje	100%	93.3%	100%	100%	86.6%	100%	100%
Datos perdidos					1		

Ponderación	P8	P9	P10	P11	P12	P13	P14
Frecuencia de aciertos	26	30	16	30	22	30	25
Porcentajes	86.6%	100%	53.3%	100%	73.3%	100%	83.3%
Datos perdidos	1						

Tabla 18: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la actividad 5

Ponderación	P10	P12	P14
Pregunta	¿Qué **fracción** es la que representa la fracción de los reyes?	¿Qué **fracción** es la que representa las casillas de los caballos?	¿Cuál es la **fracción** que representan las casillas de los peones del ajedrez?

Error frecuente	No tomó como unidad todo el tablero de ajedrez	No tomó como unidad todo el tablero de ajedrez	No tomó como unidad todo el tablero de ajedrez
Frec. Rel.	14/30	8/30	5/30
Porcentaje	46.6%	26.6%	16.6

Actividad 6: Juego dominó

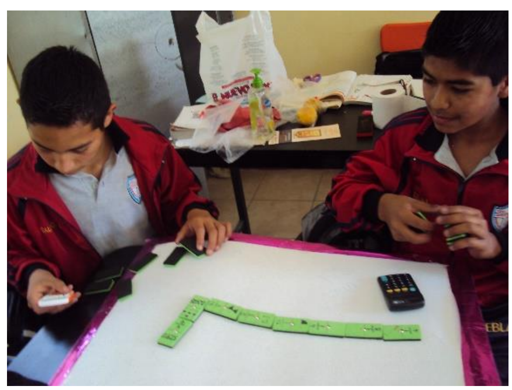
La actividad fue evaluada por medio de una ficha de autoevaluación. Se hizo en forma individual con la intención de hacer reflexionar al participante sobre sus avances de aprendizaje en especial sobre la noción de fracción. Como en la evaluación cualitativa anterior ningún alumno se ubicó en el parámetro “sin mejorar”, en esta evaluación se omitió este parámetro. Obsérvese que los porcentajes más altos se encuentran en los indicadores “Bien” y “por mejorar”, en comparación con la actividad cuatro, los porcentajes del parámetro “bien” son un poco más altos y en el parámetro “muy bien” ya aparecen porcentajes. Los resultados anteriores reflejan que el grupo participante reconstruyó su concepto de fracción a través de diferentes representaciones conviniendo con Duval (2006). Al estar en contacto con diferentes representaciones y en diferentes contextos (Fandiño, 2009; De León y Fuenlabrada, 1996) retoma su base de conocimientos para reestructurarlo construyendo su noción de fracción. Ver Tabla 19.

Tabla 19: Porcentajes de aciertos de estudiantes con base en su desempeño en la actividad 6

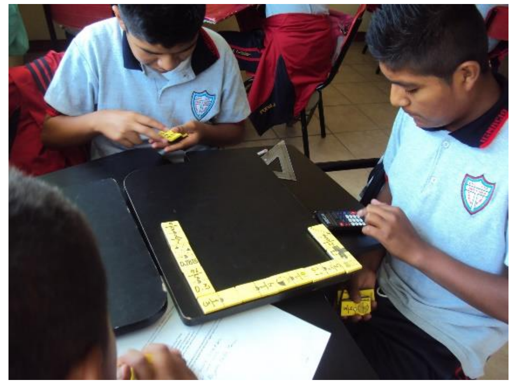
Resultados de grupo Fecha de aplicación: 13-04-16 Tema: Conversión de fracción a través de sus diferentes representaciones. Actividad: Juego de dominó.			
RASGOS A EVALUAR	Indicadores de logro		
	MUY BIEN	BIEN	POR MEJORAR
En una imagen o en la recta numérica identifico correctamente su valor numérico en fracción o en decimal	13.3%	43.3%	43.3%

Manejo con precisión las tablas de multiplicar	13.3%	50%	36.6%
Domino el algoritmo de la división	6.66%	40%	53.3%
Convierto correctamente las fracciones a decimales	13.3%	30%	56.6%
Convierto correctamente los decimales a fracción	3.3%	30%	66.6%
Apliqué el razonamiento matemático	6.66%	50%	43.3%
Mantengo una actitud positiva de mí mismo como usuario de las matemáticas (vocabulario y procesos matemáticos)	16.6%	33.3%	50%
Comparto e intercambio ideas sobre los procedimientos y resultados	30%	43.3%	26.6%

Los resultados de la actividad son alentadores tanto en su evaluación cualitativa como en las actitudes mostradas por los estudiantes, el reto, el optimismo y el deseo de aprender por ganar no había sido tan efusivo (al menos no de igual forma), en seguida se presentan algunas evidencias de la actividad en proceso. Ver figuras 8.



Figuras 8. Evidencia de actividad "juego de dominó"



Figuras 8. Evidencia de actividad “juego de dominó”

Actividad 7: Tuercas tornillos y algo más

La evaluación efectuada en forma cuantitativa fue con base en el número de respuestas correctas y en forma cualitativa con base en las respuestas de las preguntas P5 y P12d. Algunos estudiantes realizaron operaciones con calculadora y en ocasiones también las realizaron de forma manual. Después de analizar los datos se observaron las preguntas que más respuestas correctas alcanzaron, la respuesta a la pregunta P11a alcanzó el 100% de aciertos por lo que el total del grupo logró representar una fracción propia de pulgada en una recta graduada en octavos de pulgada. Es necesario hacer notar que cuando al estudiante se le proporciona la recta graduada con algunos valores ubicados, si es capaz de ubicar y representar, pero cuando se le pide que en una línea sin graduar y sin valores el estudiante represente y ubique el valor, éste presenta mayor dificultad de representación. Considero necesario presentar a los alumnos las dos situaciones con el fin de reconstruir su base de conocimientos. Cabe señalar que en actividades anteriores también se apreció una ligera contribución en la representación de fracción sobre la recta numérica. En el ítem P6b se tuvo que representar una fracción en la recta numérica y el porcentaje de éxito fue de 40%. Los porcentajes varían de acuerdo a diversos factores. En la pregunta P4 las respuestas alcanzaron un 96.66% de acierto, el estudiante logró identificar y comparar equivalencias en patrones de medida, de forma lúdica descubrió a cuanto equivale una pulgada en centímetros. En la pregunta P2 los estudiantes tuvieron que representar e identificar las fracciones de pulgada en la recta numérica, el porcentaje de acierto también es alentador, lograron el 80% de acierto lo cual no se contradice con los resultados de la pregunta P11a. Otro resultado favorable fue el de la pregunta P10b en la que se tuvo que convertir pulgadas entera a centímetros, aquí los estudiantes tuvieron que operar con decimales para lograr la conversión. Las respuestas a la pregunta P1 alcanzaron el 70% de aciertos al reconocer en su instrumento de medición en cuántas partes está dividida una pulgada, recordemos que se tuvieron que eliminar algunos instrumentos con diferentes patrones para asegurar que eso no fuese impedimento para lograr todos el mismo resultado y poder comparar datos con los integrantes del equipo. Los errores más frecuentes en las respuestas de los estudiantes se encontraron en las siguientes preguntas:

En las preguntas P8c con 100% no logrado, P7c con 76.67% y P9a con 76.67% no alcanzado presentaron dificultades para convertir fracción de pulgada a centímetro, en estos ítems la fracción cumplió la función de operador multiplicativo, apoyada en BlocK et al. (2010) se puede decir que aproximadamente el 75% del grupo aún no ha reestructurado su modelo de multiplicación con fracciones. La pregunta P10 con 93.34 % no alcanzado, no contestaron porque pensaron que no se debía contestar. Las preguntas P6a con 76.67%, P7a con 76.67% y P8a con 76.67% presentaron dificultades para medir en pulgadas los tornillos y la tuerca, los resultados reflejan el poco manejo de la fracción como medida y transformación de medidas (Fuenlabrada, 1996). Ver tablas 20.

En la parte cualitativa de la actividad, las respuestas del ítem P5 fueron clasificadas de la siguiente manera:

- ~ P5: Si quisieras convertir una pulgada a centímetros, piensa, ¿qué proceso harías? Explica ampliamente tu respuesta.

Encimar dos reglas graduadas en centímetros y pulgadas y comparar o medir una pulgada con centímetros. Esta respuesta la dieron el 70% de los estudiantes.

Realizó operaciones aritméticas arbitrarias para justificar la respuesta, obtuvo el 20% del grupo.

Para realizar la conversión multiplica por 2.5 cm. el número de pulgadas, logró el 10%.

~ P12d: ¿Cuál es tu argumento para decir que una fracción es mayor que otra? Explícala

Con igual denominador comparo numeradores, respondió el 23.33%.

Comparando la distancia que representa en la recta numérica, contesta el 33.33%.

Respuesta incompleta o realizó operaciones aritméticas arbitrarias, manifiesta el 43.33%.

Ver figura 9 y tablas 21.

Esta actividad brindó la oportunidad para que el estudiante se enfrentara a diferentes interpretaciones y diversos usos de las fracciones en situaciones cotidianas (Fandiño, 2009; Duval, 2006).

A11

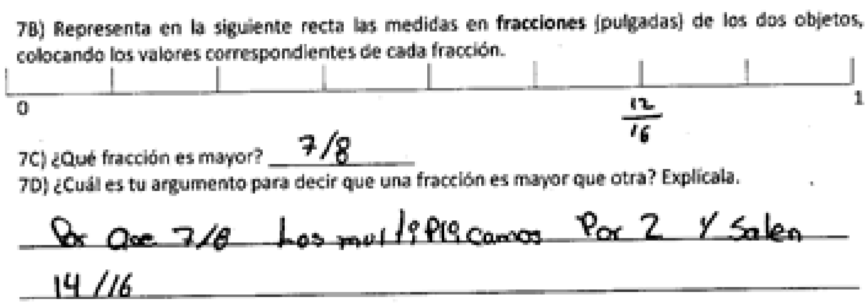


Figura 9. Evidencia de representación y orden de fracciones.

Tablas 20: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la actividad 7

	P 1	P2	P3	P4	P6a	P6b	P6c	P6d	P7a	P7b
Frec. Rel.	21/30	24/30	15/30	29/30	7/30	12/30	8/30	14/30	7/30	14/30
Porcentaje	70%	80%	50%	96.6%	23.3%	40%	26.6%	46.6%	23.3%	46.6%
Perdidos			1		1	2	2	2		1

	P7c	P7d	P8a	P8b	P8c	P8d	P9a	P10	P10a	P10b
Frec. Rel.	7/30	16/30	7/30	16/30	0	15/30	7/30	2/30	16/30	23/30
Porcentaje	23.3%	53.3%	23.3%	53.3%	100%	50%	23.3%	6.6%	53.3%	76.6%
Perdidos	1	1	1	2		1		26		

	P11a	P11b	P11c	P12a	P12b	P12c
Frec.Rel.	30/30	14/30	19/30	19/30	13/30	14/30
Porcentaje	100%	46.6%	63.3%	63.3%	43.3%	46.6%
Perdidos				1	2	2

Tablas 21: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron a preguntas abiertas en la actividad 7

	P5: Si quisieras convertir una **pulgada** a **centímetros**, piensa, ¿qué proceso harías? Explica ampliamente tu respuesta.		
Ponderación	Encimar reglas de cm y pulgadas y/o medir	Realiza operaciones bajo contrato didáctico	Multiplicar 2.5 cm por el número de pulgadas
Frec. Rel.	21/30	6/30	3/30
Porcentajes	70%	20%	10%

	P12d: ¿Cuál es tu argumento para decir que una fracción es mayor que otra? Explícala.		
Ponderación	Con igual denominador compara numeradores	Comparando la distancia que representa en la recta numérica	Respuesta incompleta o bajo el contrato didáctico
Frec. Rel.	7/30	10/30	13/30
Porcentajes	23.3%	33.3%	43.3%

Resultados de actividad 8: Juego de lotería

La actividad se evaluó por equipos en forma cualitativa y posteriormente se hace un concentrado de los equipos, comparando los resultados con los del juego dominó se observa que los porcentajes de asertividad son más bajos, la mayoría de los aciertos se concentra en los parámetros “Por mejorar” y “Bien” aunque en el parámetro “Muy bien” no se reportaron porcentajes. Cabe señalar que la actividad sólo permite la parte auditiva para reconocer al objeto y asociarlo con otra representación (en la actividad dominó se puede reconocer al objeto de forma visual y auditiva para asociarlo con otra representación) esta condición pudo ser un factor por el cual la actividad lotería tuvo porcentajes más bajos de asertividad). Ver tabla 22.

En mi opinión aunque los porcentajes son bajos tampoco son desalentadores porque comparando los resultados con la primera actividad si se aprecia un ligero adelanto en los porcentajes de aciertos por lo que concuerdo con Duval (2006). Ver imagen 10.

Tabla 22: Porcentajes de estudiantes con base a su desempeño en la actividad 8

Tema: Conversión de fracciones a través de sus diferentes representaciones. Actividad: Juego de lotería.			
Rasgos	Muy bien	Bien	Por mejorar
En una imagen o en la recta numérica identificó correctamente el valor numérico en fracción o en decimal		62.5%	37.5%
Convirtió correctamente las fracciones a decimales		50%	50%
Representa las fracciones en la recta numérica		37.5%	62.5%
Convirtió correctamente los decimales a fracciones		12.5%	87.5%
Comparte e intercambia ideas sobre los procedimientos y resultados al resolver problemas.		50%	50%
Mantuvo una actitud positiva de sí mismo como usuario de las matemáticas		37.5%	62.5%

Figura 10. Evidencia a alumnos en la actividad lotería.

Actividad 9: Copas de grosella, frambuesa y melocotón

La evaluación cuantitativa de la actividad está basada en el logro de desempeño de los estudiantes, los porcentajes altos de asertividad se encuentran en el rango de 93.33 y 70%. Con base en los resultados se deduce que el grupo transitó con mayor facilidad en la conversión de fracción a entero, con 83.33% de aciertos la conversión de decimal a entero y de fracción a decimal ambos con cambio de unidades. Nótese que cuando convirtió decimal a entero sin cambio de unidades el porcentaje fue más alto. El 80% de logro lo ocupa la conversión de entero a fracción, por último con 70% de acierto lo ocupan las conversiones de fracción y decimal a entero con cambio de unidades de medida de tiempo, el grado de dificultad radica en que se relacionan una representación decimal y una sexagesimal. Nuevamente la conversión se dificulta cuando hay cambio de unidades de medida, esto es una consecuencia del bajo uso de la fracción en la medición y en la transformación de medidas lo que concuerda con De León y Fuenlabrada (1996) y Fandiño (2009). También se observa que el grado de dificultad en las transformaciones es mayor, los participantes tienen más contacto con las diferentes facetas (Fandiño, 2009; Kieren, 1976) y representaciones (Duval, 2006) de la fracción generando cambios positivos.

Los errores más frecuentes se ubican en los ítems P5 con un 53.4% y P7 con 43.4% de frecuencia incorrecta, después de analizar y categorizar las respuestas se tuvieron los siguientes resultados. Ver figura 11.

- P5: ¿Representa la misma cantidad $\frac{1}{5}$ Kg. de frambuesas y 150 g. de frambuesa?

Se ubican trece estudiantes con respuesta incorrecta al ítem anterior.

Cinco estudiantes realizan operaciones aritméticas arbitrarias sin éxito.

Cinco estudiantes responden de forma errónea sin realizar operaciones.

Tres estudiantes al dividir colocan el denominador como dividendo.

- P7: ¿Representan la misma cantidad $\frac{1}{8}$ Kg. de azúcar y 125 g. de azúcar?

Se ubican 16 estudiantes con respuesta incorrecta al ítem anterior.

Cuatro estudiantes realizan operaciones aritméticas arbitrarias sin éxito.

Cuatro alumnos dan el resultado incorrecto por dificultades en las tablas de multiplicar y/o por dificultades con el algoritmo de división.

Cuatro alumnos dan el resultado incorrecto sin operaciones.

Dos participantes presentan dificultades en la conversión de unidades de medida.

Dos estudiantes al dividir colocan el denominador como dividendo.

Se observa que hasta el momento la conversión de unidades de medida sigue creando dificultades en las transformaciones de los participantes. Ver tablas 23 y 24.

A6

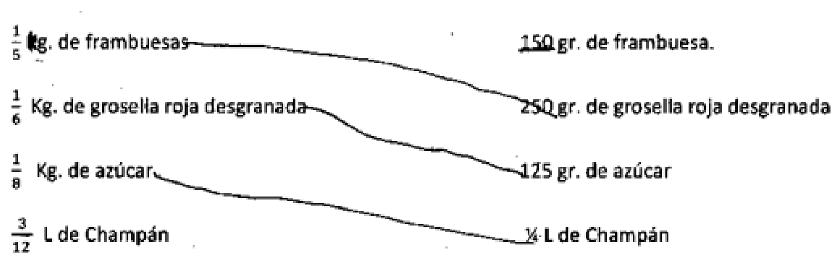


Figura 11. Evidencia de dificultad para reconocer las equivalencias.

Tabla 23: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la actividad 9

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Frec. Rel.	21/30	21/30	18/30	24/30	17/30	25/30	14/30	18/30	25/30	28/30
Porcentaje	70%	70%	60%	80%	56.6%	83.3%	46.6%	60%	83.3%	93.3%

Tablas 24: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la actividad 9

	P5: ¿Representa la misma cantidad $\frac{1}{5}$ Kg. de frambuesas y 150 g. de frambuesa?		
Ponderación	Respuesta bajo contrato didáctico	Respuesta sin justificar	Al dividir coloca el denominador como dividendo
Frec. Rel.	5/13	5/13	3/13
Porcentaje	38.4%	38.4%	23.07%

	P7: ¿Representan la misma cantidad $\frac{1}{8}$ Kg. de azúcar y 125 g. de azúcar?				
Ponderación	Respuesta bajo contrato didáctico	Resultado incorrecto (tablas de multiplicar/algoritmo de división)	Sin operaciones	División correcta, no convierte kg a g	Al dividir coloca el denominador como dividendo
Frec. Rel.	4/16	4/16	4/16	2/16	2/16
Porcentajes	25%	25%	25%	12.5%	12.5%

Actividad 10: Instrumentos de medición

La actividad se evaluó en forma cuantitativa con base en los aprendizajes logrados, los porcentajes más altos de logro se encontraron en el rango de 96.66 y 63.33% Dentro de los logros alcanzados con mayor frecuencia por los estudiantes se encuentra en el ítem P2a con conversión de fracción mixta a decimal alcanzando un 96.6%. En el ítem P2b la conversión de decimal a representación en la recta numérica alcanzó el 86.6% y en el ítem P1B se logró un 70% en la conversión a decimal con cambio de unidades. También hubo logros en el manejo de la fracción como en los ítems P4b y P3c donde se maneja la fracción como operador y contenido. Se observó que los participantes manejan con mayor fluidez las fracciones cuando éstas y sus representaciones son más familiares (por ejemplo ¼, ½, 3/4), pero no es el caso de sus equivalencias. También se observó que la decodificación de la información en ocasiones se dificulta (aunque para algunos sea obvio) por la falta de familiaridad con los contextos. Hubo mayor fluidez en el tránsito de las 3 transformaciones principales que marca la SEP (2011) dentro del programa en primero de secundaria, conversión de decimal a fracción y viceversa y representación de la fracción en la recta numérica. Las observaciones concuerdan con las señaladas por Perera y Valdemoros (2007), Fandiño (2009) y Kieren (1976).

Dentro de los logros no alcanzados con mayor frecuencia se encuentra el ítem P5b, se presentan cuatro sabores para hacer cubitos, el sabor anís contiene a los cubitos pero veintisiete estudiantes no consideraron el sabor de anís en la gelatina, aquí se presentaron dificultades por decodificación de información, ver figura 12. En el ítem P4a los estudiantes tuvieron que trabajar la fracción como operador y como medida pero veintitrés de ellos tuvieron dificultades. En el ítem P6b considero que la dificultad radicó en la decodificación del texto y en la falta de familiaridad con el contexto ya que una taza es diferente a una taza medidora. Las tazas más usuales con frecuencia tienen capacidad para 250 ml, la taza medidora que se presenta en la tabla tiene una capacidad de 500ml, veintidós estudiantes del grupo presentaron esta dificultad. La conversión de decimal a fracción y viceversa es una de las dificultades que se presentaron en el grupo. Los problemas en la conversión de medida y unidades nuevamente se presentó en el ítem P4c con un 73.33% de frecuencia.

En las últimas actividades la fracción se ha interpretado como medida, operador y en lenguaje cotidiano las cuales son muy diferentes a unidad parte todo como se estudió en la primaria (Fandiño, 2009; Kieren, 1976), considero que los resultados obtenidos hasta el momento son el producto de la poca familiaridad que han tenido los participantes con estas interpretaciones de la fracción (Fuenlabrada, 1996; Block et al., 2010). Se espera que el contacto a más interpretaciones del concepto de fracción contribuya a la construcción de su concepto. Ver tablas 25 y 26.

A9

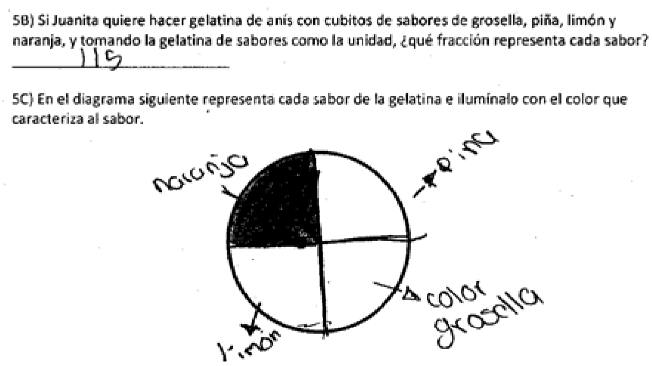


Figura 12. Evidencia de decodificación de la información.

Tablas 25: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la actividad 10

	P1A	P1b	P1c	P2a	P2b	P3a	P3b	P3c	P3d	P4a
Frec. Rel.	14/30	21/30	15/30	29/30	26/30	11/30	8/30	19/30	10/30	7/30
Porcentaje	46.6%	70%	50%	96.6%	86.6%	36.6%	26.6%	63.3%	33.3%	23.3%
Perdidos		1	1	1			2		1	
	P4b	P4c	P5a	P5b	P5c	P6a	P6b	P6c	P7a	P7b
Frec. Rel.	20/30	8/30	22/30	3/30	5/30	11/30	8/30	8/30	15/30	17/30
Porcentaje	66.6%	26.6%	73.3%	10%	16.6%	36.6%	26.6%	26.6%	50%	56.6%
Perdidos		1							2	

Tabla 26: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la actividad 10

	P5b		P4a		P6b
Ponderación	Contrato didáctico	No identifica correctamente la unidad como parte todo	Contrato didáctico	No resuelve	Problemas en la conversión de tazas a litros
Frecuencia	4/27	23/27	19/23	4/23	22/22
Porcentaje	14.8%	85.1%	82.6%	17.3%	100%

Actividad 11: ¿Qué talla de bici usas?

La evaluación se realizó en forma cuantitativa con base en los aprendizajes logrados, se observó que los porcentajes de respuesta correctas en general son más altos, un factor que contribuyó es la familiaridad con el contacto a la bicicleta (en la comunidad es frecuente el uso de la bicicleta como medio de transporte). En el ítem P3a el 100% del grupo logró identificar la fracción representada en la recta y convertirla en fracción numérica, el caso contrario alcanzó un 96.66% de logro en el ítem P4a. Con un 90% de asertividad de logro se encuentran los ítems P2a y P4b convirtiendo a representación en recta numérica y conversión de fracción a representación en diagrama respectivamente. Con base en los resultados se puede afirmar que las actividades de conversiones de fracción en sus diferentes representaciones han permitido un mayor acercamiento al concepto de fracción reformando su estructura (Duval, 2006; Fandiño, 2009). Los aprendizajes no logrados con mayor índice por los estudiantes se encuentran en los siguientes ítems:

~ P1b: Supón que vas a quitar las tuercas de los frenos que miden 10mm, ¿qué llave ocuparías? Representa la medida de la llave en la siguiente recta numérica (en pulgadas).

El 90% de los estudiantes presentó dificultades para representar la conversión en la recta numérica con transformación de milímetros a pulgadas, las razones son: dificultades en equivalencia de unidades, representar milímetros en una recta graduada en pulgadas, realizar operaciones aritméticas arbitrarias sin éxito y localizar en la recta 15 mm en lugar de 10mm.

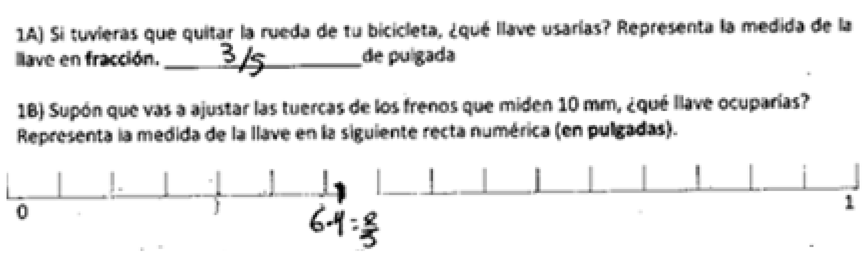
~ P1a: Si tuvieras que quitar la rueda de tu bicicleta, ¿qué llave usarías? Representa la medida de la llave en fracción.

El 86.66% de los estudiantes respondieron de manera incorrecta, la dificultad se presentó al representar la conversión a fracción de milímetros a pulgadas.

~ P5b: ¿Cuánto mide el cuadro de la bicicleta en metros?

Veintiún estudiantes presentaron dificultades, nueve en la conversión de centímetros a metros, siete alumnos no convirtieron a metros y cinco estudiantes realizaron operaciones aritméticas arbitrarias sin éxito. Ver tablas 27, 28 y 29.

A3



1A) Si tuvieras que quitar la rueda de tu bicicleta, ¿qué llave usarías? Representa la medida de la llave en **fracción**. ___3/5___ de pulgada

1B) Supón que vas a ajustar las tuercas de los frenos que miden 10 mm, ¿qué llave ocuparías? Representa la medida de la llave en la siguiente recta numérica **(en pulgadas)**.

0 1

Figura 12. Evidencia de conversión de decimal a fracción con cambio de unidades.

Tabla 27: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la actividad 11

	P1a	P1b	P2a	P2b	P2c	P3a	P4a	P4b	P4c	P5a	P5b	P5c
Frecuencia	4	3	27	12	15	30	29	27	17	21	9	11
Porcentaje	13.3%	10%	90%	40%	50%	100%	96.6%	90%	56.6%	70%%	30%	36.6%
Perdido		1					1					

Tablas 28: Frecuencia y porcentaje de estudiantes con errores más frecuentes en la actividad 11

	P1a: Si tuvieras que quitar la rueda de tu bicicleta, ¿qué llave usarías? Representa la medida de la llave en fracción	P1b: Supón que vas a quitar las tuercas de los frenos que miden 10mm, ¿qué llave ocuparías? Representa la medida de la llave en la siguiente recta numérica (en pulgadas)			
Ponderación	Comparar unidades y/o cambio de unidades	Localiza respuesta 1a en pulgadas	Comparación de unidades y cambio de unidades	Contrato didáctico	Representa 10 mm en una recta dada en pulgadas
Frec. Rel.	26/26	9/26	9/26	4/26	4/26
Porcentajes	100%	34.6%	34.6%	15.3%	15.3%

P5b: ¿Cuánto mide el cuadro de la bicicleta en metros?				P5c: Representa esta última cantidad en fracción decimal				
Ponderación	Contrato didáctico	No convierte a metros	Problemas en la conversión de centímetros a metros	Quita el cero al decimal y divide entre 1000	Presenta un decimal incorrecto	No se toma en cuenta el valor posicional	Separa los dígitos para formar la fracción	Presenta fracción incorrecta
Frec. Rel.	5/21	7/21	9/21	2/19	7/19	4/19	1/19	5/19
Porcentaje	23.8%	33.3%	42.8%	10.5%	36.8%	21%	5.2%	26.3%

Tabla 29: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron a la autoevaluación de la propuesta didáctica

Rasgos	Aspecto a evaluar	4	3	2	1	0
Conocimientos	Las actividades te ayudaron a aclarar el concepto de fracción.	4	7	18	1	0
	Las actividades te ayudaron a comprender mejor las distintas representaciones de los números fraccionarios.	2	13	14	1	0
Destrezas	Las actividades te ayudaron a realizar de mejor manera la conversión de las diferentes representaciones de los números fraccionarios.	1	8	21	0	0
	Las actividades te ayudaron en la resolución de problemas con números fraccionarios.	1	17	11	1	0
Actitudinal	Las actividades te permitieron comprender su utilidad.	2	17	9	2	0
TOTALES		10	62	73	5	0
Porcentajes		6.66%	41.3%	48.6%	3.3%	0%

4.3 Resultados de pos test

En general los porcentajes de respuestas correctas en la conversión de fracción a decimal con respecto a la evaluación diagnóstica incrementaron, el número de alumnos que respondió correctamente las cinco conversiones aumentó un 10% y el número de alumnos que tuvieron cero respuestas correctas bajó el 20%. La mayor dificultad que se observó fue al realizar la división indicada, en la fracción once estudiantes colocaron el denominador como dividendo. Estos estudiantes intentaron realizar el algoritmo aprendido en la escuela pero en la conversión cambiaron el objeto (Duval, 2006). Se trabajó de manera personal con algunos niños para aclarar cómo se lee la división con galera, y al parecer quedó aclarado, pero después de dos días en el pos-test presentaron el mismo error (colocaron el denominador como dividendo) por lo que se comparte la idea de Fandiño (2009) al afirmar que la noción de fracción que nos enseñan los primeros años escolares la arrastramos por años y en estudios superiores no tiene la fuerza para satisfacer todos los significados que el término fracción asumirá. Otra dificultad que se observó, aunque en menor porcentaje, es la falta de dominio del algoritmo de la división y el dominio de las tablas de multiplicar. La fracción *a/b* como cociente significa tener *a* objetos y dividirlos en *b* partes, que es una idea muy diferente a la de parte todo que se enseña en la primaria donde la unidad tiene *b* partes y se toman *a*, esta división efectuada y no efectuada tienen roles diferentes por lo que provoca confusión al alumno, coincidiendo con Duval (2006) faltó coordinación interna en algunos estudiantes. Ver tablas 30 y 31.

Tabla 30: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la conversión de fracción a decimal en el post test

	5 aciertos	4 aciertos	3 aciertos	2 aciertos	1 acierto	0 aciertos
Frec. Rel.	9/30	3/30	4/30	3/30	1/30	10/30
Porcentaje	30%	10%	13.3%	10%	3.3%	33.3%

Tabla 31: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la conversión de fracción a decimal en el pos test

Ponderación	Al dividir coloca el denominador como dividendo	Dificultades con las tablas de multiplicar	Opera bajo contrato didáctico	Presenta dificultades con el algoritmo de la división	Agrega ceros en lugar de dividir	No contestó
Frec. Rel.	11/21	4/21	2/21	2/21	1/21	1/21
Porcentaje	52.3%	19%	9.5%	9.5%	4.7%	4.7%

En la conversión de decimal a fracción los porcentajes de asertividad incrementaron en algunas respuestas, el porcentaje de estudiantes que contestaron correctamente las cinco conversiones incrementó un 23.3% respecto al diagnóstico y los que realizaron correctamente 4 conversiones correctas incrementó 6.66%. Un resultado que llama la atención es que no hubo incremento de porcentaje en tres, dos y una respuesta correcta. El número de alumnos con cero respuestas correctas disminuyó el 13.33%, los errores frecuentes que persistieron son: omite el valor posicional del decimal para convertir a fracción con 45.45%, hace a un lado la parte entera del número decimal y sólo convierte los dígitos de la parte decimal con 36.36% y separa los dígitos del decimal para formar la fracción con 18.18%. Ver tablas 32 y 33.

Nuevamente los datos concuerdan con los comportamientos mencionados por Fandiño (2009), la fracción y su equivalente en decimal producen efectos operatorios diferentes, es por eso que no toma en cuenta el valor posicional para convertir de número decimal a fraccionario.

Tabla 32: Frecuencias y porcentajes de alumnos que respondieron correctamente en la conversión de decimal a fracción en el pos test

	5 respuestas correctas	4 respuestas correctas	3 respuestas correctas	2 respuestas correctas	1 respuestas correctas	0 respuestas correctas
Frec. Rel	19/30	2/30	2/30	0	1/30	6/30
Porcentaje	63.3%	6.6%	6.6%	0%	3.3%	20%

Tabla 33: Frecuencias y porcentajes de estudiantes con errores más

frecuentes en la conversión decimal a fracción en el pos test

Ponderación	Separa los dígitos del decimal para formar la fracción	Omite la parte entera del decimal	Omite el valor posicional del decimal
Frec. Rel.	2/11	4/11	5/11
Porcentaje	18.18%	36.36%	45.45%

En el ítem uno se solicitó representar en la recta numérica cada una de las fracciones, dado que se requiere de más elementos (ubicación, medición, orden, marcas precisas que ayudan a ubicar, escalas, unidades de medida, etc.) para realizar en forma correcta la conversión, este ítem es el que presentó menor progreso, dada la complejidad que representa sólo se clasificó de acuerdo al orden de los números. Tanto en diagnóstico como en pos test ordenar cinco y cuatro fracciones permaneció constante, si hubo incremento en los porcentajes de pos test para ordenar tres, dos y una fracción. El porcentaje de cero respuestas correctas se redujo en un 10% en comparación con el diagnóstico. También se compararon resultados de otros aspectos que intervienen en la representación obteniendo los siguientes. Ver tablas 34 y 35.

Tabla 34: Frecuencias y porcentajes de alumnos con logros al representar fracciones y/o decimal en la recta numérica en el pos test

Ponderación	Coloca el cero	Coloca marcas precisas	Ubicación correcta de todas las fracciones y/o decimales en la recta	Ordena correctamente todas las fracciones en la recta	No contestó	Error frecuente: Ordena la fracción respecto al numerador
Frec. Relativa	14/30	12/30	6/30	7/30	7/30	6/30
Porcentajes	46.66%	40%	20%	23.33%	23.33%	20%

Tabla 35: Frecuencias y porcentaje de alumnos que ordenaron correctamente las fracciones y/o decimales en la recta numérica en el pos test

Ponderación	5 respuestas correctas	4 respuestas correctas	3 respuestas correctas	2 respuestas correctas	1 respuesta correcta	0 respuestas correctas
Frec. Rel,	7/30	3/30	4/30	3/30	2/30	11/30
Porcentaje	23.33%	10%	13.33%	10%	6.66%	36.66%

Después de convertir la fracción a decimal, se ubicaron en la recta. Aunque no se logró incrementar el porcentaje de alumnos que ordenan correctamente todas las fracciones, si se repararon otras dificultades que pueden contribuir a la construcción del concepto de fracción. Estos resultados concuerdan con observaciones realizadas por Diezmann (2000) ya que la mayoría de los estudiantes presenta dificultades para representar en forma figurativa o en esquema, no las reconoce como una herramienta eficaz en la solución de problemas. Como consecuencia no se logró un cambio significativo en la decodificación de la información lingüística para transformarla en codificación visual, algunas representaciones visuales son inútiles porque carecen de codificación selectiva de la información.

En la resolución del problema la mayoría de los estudiantes convirtió a decimal las fracciones, los resultados de respuesta correctas aumentó el 20% en relación con el diagnóstico, se continuó observando la insistencia de realizar operaciones arbitrarias para obtener el resultado, los porcentajes de operar fracciones y decimales simultáneamente sin convertir se redujo junto con la categoría de no contestó. Ver tablas 36 y 37.

Tabla 36: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores y aciertos en la resolución del problema en el pos test

Ponderación	Resuelve correctamente	No resuelve correctamente
Frec. Relativa	14/30	16/30
Porcentaje	46.66%	53.33%

Tabla 37: Frecuencias y porcentajes de alumnos con errores más frecuentes en la resolución del problema en el pos test

	Errores frecuentes						
Ponderación	Realiza operaciones aritméticas arbitrarias para obtener el resultado	Convierte fracción a decimal con operaciones incorrecta	Al sumar no toma en cuenta el valor posicional	Opera decimales y fracciones simultáneamente sin conversión	Al dividir coloca el denominador como dividendo	usa los dígitos de la fracción para formar el decimal	No contestó
Frec. Rel.	8/16	1/16	2/16	2/16	0	3/16	0
Porcentaje	50%	6.25%	12.5%	12.5%	0%	18.75%	0%

CONCLUSIONES

En este trabajo de tesis se presentó una propuesta didáctica basada en la teoría de representaciones semióticas de Duval (2006) y en las diferentes interpretaciones y usos de Kieren (1976) y Fandiño (2009). La finalidad fue que se favoreciera la construcción de algunos elementos del concepto de fracción y se centró en la conversión de estos números de un registro semiótico a otro. Por ejemplo, de fracción a decimal y viceversa, de la representación numérica a la figurativa o esquemática y viceversa. Considerando a Diezmann (2000) se propició el uso y la construcción de representaciones esquemáticas. Las actividades abordan diversos temas con la intención de que el estudiante aprecie las aplicaciones de la fracción en la vida cotidiana. Además, los contextos de los problemas que se plantearon tenían la intención de que fueran familiares a los estudiantes.

El estudio revela que la propuesta didáctica contribuyó de forma positiva en algunos elementos de la construcción del concepto de fracción en un grupo de primer grado de telesecundaria. Los índices de éxito del pos test en comparación con el diagnóstico incrementaron en la mayoría de los ítems. Los resultados muestran que hubo mayores logros en el manejo de la conversión de decimal a fracción que en la conversión de fracción a decimal. Los porcentajes de éxito de representación en la recta numérica fueron mínimos y son los que tienen menor contribución en comparación con las dos transformaciones anteriores. La familiaridad del estudiante con el contexto resultó ser un factor importante para lograr mayor éxito en la resolución de las tareas, lo cual concuerda con lo expuesto por Perera y Valdemoros (2007).

Se obtuvieron resultados favorables de situaciones que no habían sido consideradas en el diseño de la propuesta didáctica. Por ejemplo, se logró incrementar en los participantes el uso de marcas precisas para ubicar las fracciones en la recta así como el uso y la representación del cero, también se logró incrementar el número de estudiantes que de manera asertiva representaron fracciones en la recta (sin convertir a decimal). Otro resultado interesante fue que la propuesta didáctica favoreció la equivalencia de unidades de medida a través de transformaciones, lo cual permitió a los estudiantes comprender la equivalencia como otra forma de representar a las fracciones. Con base en los índices de asertividad de las respuestas se observa que las actividades lúdicas resultaron ser dinámicas, promovieron la competitividad y el manejo de situaciones de acción por lo que se favoreció el uso del discurso matemático. El trabajo colaborativo con integrantes de diferente agrado por las matemáticas favoreció la discusión, la reflexión y el tránsito del lenguaje común al lenguaje matemático. La propuesta didáctica también favoreció el uso de algunas interpretaciones (parte todo, cociente, operador, punto en una recta, medida, lenguaje cotidiano) y representaciones (fracción, decimal, esquemática, figurativa) de la fracción, por lo que se concluye que se logró una reconstrucción del concepto de fracción en los estudiantes.

Se detectaron dificultades persistentes en algunos estudiantes como: no identificar la unidad, no interpretar la fracción como cociente, no tomar en cuenta el valor posicional de los decimales, ordenar las fracciones respecto al numerador sin tomar en cuenta el denominador y realizar operaciones aritméticas arbitrarias. Estas dificultades concuerdan con las reportadas por autores como Kieren (1976), Fandiño (2009) y De León y Fuenlabrada (1996).

En el grupo de estudio hubo dificultades que persistieron, el carácter multifacético del concepto de fracción continuó presentando conflicto en una minoría. La multiplicación de fracciones continuó presentando dificultades de comprensión en algunos estudiantes debido a que no han reestructurado el modelo multiplicativo de la primaria, lo que coincide con Block et al. (2010). Como dato curioso, la idea de equivalencia de fracciones se suma a la lista de dificultades de comprensión del concepto de fracción, aunado con la falta de dominio del algoritmo de la división y de las tablas de multiplicar.

Dada la importancia que tiene el uso y manejo de las fracciones en la vida diaria, en el currículum de secundaria y en estudios posteriores, es necesario realizar investigaciones que contribuyan a la construcción del concepto de fracción. En esta tesis el enfoque de la semiótica aportó información valiosa para contribuir en la construcción de algunos elementos del concepto, y dado que no hay noética sin semiótica, es de vital importancia abrir la mente a nuevas investigaciones y posibilidades. Con base en lo anterior este trabajo ofrece una alternativa para la enseñanza-aprendizaje de las fracciones a través de representaciones semióticas.

Para finalizar retomo las palabras de Duval (2006):

“No se puede realizar ningún tipo de procesamiento matemático sin utilizar un sistema semiótico de representación, porque las matemáticas siempre implica sustituir alguna representación semiótica por otra.” (p. 107).

Referencias bibliográficas:

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). *Rational numbers, ratio and proportion*. In D. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. (pp. 296-333). NY: Macmillan Publishing.

Block, D., Mendoza, T., y Ramírez, M. (2010). *¿Al doble le toca el doble?* Ediciones SM, México D. F.

D´Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas epistemológicas y conceptuales de la Didáctica de las Matemáticas.* Ed. Reverté, S.A. México.

D´Amore, B. (2009/11). *Conceptualización, registros de representaciones semióticas y noética: interacciones constructivistas en el aprendizaje de los conceptos matemáticos e hipótesis sobre algunos factores que inhiben la devolución.* Revista científica No. 11. Recuperado de https://www.google.com.mx/webhp?sourceid=chrome-instant&ion=1&espv=2&ie=UTF-8#q=representaciones%20semioticas%20de%20duval

D´Amore, B. (2013). *La semiótica para la didáctica: una exigencia emergente*. Video recuperado de http://ued.uniandes.edu.co/Difusi%C3%B3n/Conferenciasvirtuales.aspx#Ancla_16

De León, H., y Fuenlabrada, I. (1996). *Procedimientos de solución de niños de primaria en problemas de reparto.* Revista Mexicana de Investigación Educativa. Vol. 1, (núm. 2), pp. 268-282. Recuperado de www.comie.org.mx/documentos/rmie/v01/n002/pdf/rmiev01n02scC00n01es.pdf

Diezmann, C. (2000). *The difficulties students experience in generating diagrams for novel problems.* Proceedings 25th Annual Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, pp 241-248.

Duval, R. (2006). *A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics.* Educational Studies in Mathematics*, 61*. (pp 103–131). Springer.

Fandiño, M. (2009). *Las fracciones: aspectos conceptuales y didácticos*. Ed. Magisterio, Colombia.

Kieren, T. (1976). On the mathematical, cognitive and instructional foundations of rational numbers. In R. A. Lesh y D. A. Bradbard (Eds.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC Information Analysis Center for Science, Mathematics and Environmental Education.

Perera, P., y Valdemoros, M. (2007*). Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de educación primaria*. Investigación en educación matemática XI, 209-218. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000100003