



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

EL CAMBIO DE CREENCIAS DE LOS ESTUDIANTES SOBRE LAS MATEMÁTICAS: UN ESTUDIO INICIAL SOBRE EL EFECTO DE LA ENSEÑANZA

**Tesis presentada para obtener el título de: Maestro en Educación
Matemática**

Presenta: Claudia Éthel Figueroa Suárez

Asesor: Dr. Josip Slisko Ignjatov

Co-asesor: M.C. Adrián Corona Cruz

Mayo 2017

INTRODUCCIÓN

Las ideas vertidas en distintas investigaciones indican que un estudiante, para aprender matemáticas con éxito, debe tener las siguientes aptitudes: conocimientos, métodos heurísticos, habilidades de autorregulación y creencias positivas hacia las matemáticas y su aprendizaje, y la necesidad de interconexión entre ellas (Gómez, Op'T Eynde, De Corte, 2006). Este trabajo atiende experimentalmente la necesidad del desarrollo e implementación de modelos de enseñanza de las matemáticas que favorezcan un cambio positivo de creencias, tomando en cuenta las aptitudes antes mencionadas (Gómez, et al., 2006).

La preocupación que nos genera el evaluar las creencias de los estudiantes es por la manera en la que éstas influyen en su quehacer en el aula, y se refleja en su desempeño. El cambio favorable de creencias, logrado a través de una intervención por parte de los profesores, puede proporcionar información importante sobre posibilidades viables de una mejor práctica educativa y de nuestro papel en el aula.

El objetivo de este trabajo es demostrar que es posible cambiar las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas con una enseñanza que promueva el aprendizaje activo (De Corte, 1995, 2004; Slisko, 2016), dejando de lado la enseñanza tradicional. Se supone que, al modificar la forma en la que los estudiantes aprenden matemáticas, se genera en ellos un cambio de creencias. Se organizan la instrucción y las actividades de modo que se promueva en los estudiantes el uso de estrategias propias de resolución de problemas. Con ello se toma en cuenta su opinión y se logra que la enseñanza no sea vista más como “*memorizar y repetir lo que el profesor ha dicho o el libro de texto ha dicho*” (Slisko, 2016, pp. 5), sino como un proceso en el que ellos sean un agente *activo y comprometido* con su aprendizaje.

Nuestra tarea al cambiar las creencias que *limitan* el aprendizaje es ampliar la visión que tiene los estudiantes de lo que es aprender al construir, evaluar y compartir sus conocimientos. Se determinan y comparan las creencias de cuatro grupos, dos grupos llevaron una instrucción tradicional (grupos control), y los otros dos grupos llevaron la instrucción donde se promueve un aprendizaje activo. Las creencias de los estudiantes se han determinado, usando un instrumento validado: el cuestionario “*Mathematics- Related Beliefs Questionnaire*” (Op'T Eynde y De Corte, 2003), traducción hecha al español (Gómez Chacón, et al., 2006).

Los resultados no muestran cambios significativos de manera global en las creencias de los estudiantes; pero de forma individual sí se pudo influenciar de manera positiva a algunos de ellos. Además de que es muy importante tomar las preguntas cuyos valores en la escala fueron bajos en comparación con la media, ya que pueden darnos

ideas claras sobre qué puntos en particular se deben enfatizar en la enseñanza alternativa, y de esta forma hacerla más eficaz. Sobre todo porque aparecen de la misma forma con anterioridad y se mantienen después con ambas instrucciones.

Una enseñanza en la que no se les exija a los estudiantes más de lo acostumbrado, los mantiene en una zona de estabilidad, porque es lo que esperan y con lo que ellos están *contentos*. Pero eso es lo que no podemos permitir como profesores: la caída rutinaria en una zona de estabilidad en donde no se exija todo lo que se puede dar.

ÍNDICE

Capítulo 1. LAS CREENCIAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA	1
1.1 Aspectos afectivos y cognición	4
1.2 Creencias	5
1.2.1 Conceptos alrededor de las creencias	8
1.2.2 Naturaleza, estructura y definición de creencias	10
1.2.3 Categorías de creencias	14
1.2.4 Influencia de las creencias en el aprendizaje de las matemáticas	16
1.2.5 El cambio de creencias en el salón de clases	21
1.3 Instrucción	23
1.3.1 Resolución de problemas	26
Capítulo 2. METODOLOGÍA	30
2.1 Objetivo del estudio	30
2.2 Población	30
2.3 Instrumento	30
2.4 Instrucción Grupos Control	32
2.5 Instrucción Grupos Experimentales	32
2.5.1 Tareas	36
Capítulo 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS	42
3.1 Cuestionario de creencias	42
3.1.1 Resultados globales	42
3.1.2 Resultados por factor	44
3.1.3 Resultados agrupados por factores de importancia para el estudio	53
3.2 Tareas	59
Capítulo 4. DISCUSIÓN DE RESULTADOS	80
CONCLUSIONES	82
REFERENCIAS	83
ANEXO	86
APÉNDICE A	91
APÉNDICE B	93
APÉNDICE C	98

ÍNDICE DE TABLAS, FIGURAS Y GRÁFICOS

TABLAS

Capítulo 1. LAS CREENCIAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA	
Tabla 1. Tópicos relacionados con el dominio afectivo y cognitivo	2
Tabla 2. Las Nueve caracterizaciones de creencias obtenidas en el cuestionario	6
Tabla 3. Grado de acuerdo/desacuerdo de la respuesta con la caracterización	7
Tabla 4. Categorías de creencias de los estudiantes	15
Tabla 5. Creencias relacionadas con las matemáticas	16
Tabla 6. Perspectivas sociales y psicológicas de las actividades dentro del salón de clases	23
Tabla 7. Acciones del profesor durante la resolución de problemas	28
Capítulo 2. METODOLOGÍA	
Tabla 8. Temario de Matemáticas I, BUAP	34
Tabla 9. Objetivos de problemas introductorios	36
Tabla 10. Tarea 1, parcial 1	37
Tabla 11. Tarea 2, parcial 1	37
Tabla 12. Tarea 3, parcial 1	38
Tabla 13. Tarea 4, parcial 1	38
Tabla 14. Tarea 1 y 2, parcial 2	39
Tabla 15. Tarea 3, parcial 2	40

FIGURAS

Capítulo 1. LAS CREENCIAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA	
Figura 1. Relación entre conceptos principales y creencias	10
Figura 2. Estructura del sistema de creencias	13
Capítulo 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS	
Figura 3. Aprendizaje de las matemáticas	53
Figura 4. Cómo se aprenden las matemáticas	54
Figura 5. Cómo se resuelve un problema	55
Figura 6. Autoconfianza	55
Figura 7. Autoeficacia	56
Figura 8. Importancia de la tarea	57
Figura 9. Importancia y uso de las matemáticas	57
Figura 10. Importancia y competencia matemática	58
Figura 11. Cuestionario estudiante 20B	59
Figura 12. Tarea 1, parcial 1, estudiante 20B	60
Figura 13. Tarea 3, parcial 2, estudiante 20B	61
Figura 14. Tarea 3, parcial 3, estudiante 20B	62
Figura 15. Cuestionario estudiante 13B	64
Figura 16. Tarea 1, parcial 1, estudiante 13B	64

Figura 17. Tarea 3, parcial 2, estudiante 13B	65
Figura 18. Tarea 3, parcial 3, estudiante 13B	66
Figura 19. Cuestionario, estudiante 3C	68
Figura 20. Tareas 1, parcial 1, estudiante 3C	69
Figura 21. Tareas 3, parcial 2, estudiante 3C	70
Figura 22. Tareas 3, parcial 3, estudiante 3C	71
Figura 23. Cuestionario, estudiante 15C	73
Figura 24. Tarea 1, parcial 1, estudiante 15C	73
Figura 25. Tarea 3, parcial 2, estudiante 15C	74
Figura 26. Tarea 3, parcial 3, estudiante 15C	75
Figura 27. Cuestionario, estudiante 18C	76
Figura 28. Tarea 1, parcial 1, estudiante 18C	77
Figura 29. Cuestionario, estudiante 38B	78
Figura 30. Tarea 1, parcial 1, estudiante 38B	87
Figura 31. Tarea 3, parcial 2, estudiante 38B	79

GRÁFICOS

Capítulo 3. RESULTADOS Y ANÁLISIS	
Gráfico1. Cuatro factores	43
Gráfico 2. Factor 1	45
Gráfico 3. Factor 2	47
Gráfico 4. Factor 3	49
Gráfico 5. Factor 4	51

EL CAMBIO DE CREENCIAS DE LOS ESTUDIANTES SOBRE LAS MATEMÁTICAS: UN ESTUDIO INICIAL SOBRE EL EFECTO DE LA ENSEÑANZA

Capítulo 1.

1. LAS CREENCIAS EN LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Apegándonos a las exigencias del contexto, en donde desarrollamos nuestra práctica educativa, las cuales son reflejo de los cambios que se dan a nivel mundial, nuestra principal responsabilidad como profesores, es la de conocer a nuestros estudiantes y ocuparnos no sólo de los contenidos de nuestra materia, sino en todo lo que interviene en el proceso educativo de enseñanza-aprendizaje. Por ello, según lo marca el carácter social de la construcción del conocimiento, *“se debe reconocer la cerrada interacción entre el meta-conocimiento y los factores motivacionales y afectivos en el aprendizaje de los estudiantes”* (Op ’t Eyde, De Corte y Verschaffel; 2002, 2006, pp. 194).

Diversos estudios se han hecho en Educación Matemática sobre el dominio afectivo, uno de los más importantes sobre el tema es el realizado por Douglas G. McLeod en 1992, en el cual realiza una re-conceptualización sobre el afecto en la Educación Matemática. Él pone de manifiesto el cambio “substancial” que significa en Educación Matemática el tomar los aspectos afectivos como parte importante en el aprendizaje.

Al ocuparnos de la construcción del conocimiento como una actividad social, desarrollada en el salón de clases, debemos de tomar en cuenta todos los factores que lo rodean, de manera general los factores cognitivos y afectivos (Op ’t Eyde, De Corte y Verschaffel; 2002, 2006). El siguiente cuadro muestra algunos tópicos relacionados con el dominio cognitivo, y conceptos relacionados con el dominio afectivo (McLeod, 1992, pp. 583-588):

DOMINIO COGNITIVO	DOMINIO AFECTIVO
Autonomía Aprendizaje autónomo. Relacionado con los estilos de aprendizaje. Estética Reconocer la belleza y elegancia de los problemas o su solución. El factor estético está relacionado con el monitoreo de estrategias de solución. Este monitoreo estético relaciona procesos meta-cognitivos con respuestas afectivas al resolver un problema. Intuición El conocimiento intuitivo en matemáticas es el conocimiento que es evidente, lleva consigo características de sentimientos de certidumbre. Meta-cognición Existe una relación entre meta-cognición y motivación. La regulación de los procesos de aprendizaje Contexto social La relación entre el aprendizaje de las matemáticas y la enseñanza están relacionados por el contexto social. Relacionan las creencias y las actitudes, influenciada por la familia, la instrucción. Tecnología La tecnología puede tener un fuerte impacto en el contexto y ambiente afectivo. Los estudiantes podrían, por medio de un ambiente tecnológico correcto, desarrollar independencia en su aprendizaje. Se formulan actitudes hacia la tecnología y su uso.	Confianza La confianza es como una creencia acerca de nuestra competencia en matemáticas. Se relaciona con otras variables afectivas como motivación y atribuciones causales. Las creencias de los estudiantes acerca de sus competencias en matemáticas es un factor importante. Auto-concepto Se puede ver como una generalización de la confianza en el aprendizaje de las matemáticas. Se relaciona auto-concepto con logros. Los estudiantes que tienen un pobre auto-concepto en matemáticas pueden necesitar ayuda para cambiar sus creencias. Auto-eficacia Es una variación del auto-concepto. Son relacionadas a las decisiones acerca de las actividades en las cuales se quiere participar. Esta correlacionada positivamente con logro y actitud matemática. Ansiedad matemática Las actitudes, creencias y emociones se involucran en el desarrollo de la ansiedad matemática. Se puede caracterizar como miedo (emoción) o bien disgusto (actitud).

Tabla 1. Tópicos relacionados con el dominio afectivo y cognitivo. Tomada de McLeod, 1992, pp. 583-588

De acuerdo a la teoría de Madler (1984), *“el dominio afectivo y el cognitivo están íntimamente relacionados. La respuesta afectiva no ocurre en la ausencia de la evaluación cognitiva.”* (McLeod, 1992, pp. 586). Gómez Chacón (2003) describe cómo el afecto codifica la información proveniente del contexto social y físico, información relacionada con las configuraciones cognitivas y afectivas del individuo mismo y la relativa a las configuraciones cognitivas de otro.

Gómez Chacón (2003) señala que este nuevo paradigma en Educación Matemática sobre afecto ha surgido debido a investigaciones sobre psicología cognitiva y socio-constructivismo.

Las investigaciones en educación matemática se han centrado en los aspectos cognitivos, dejando de lado los aspectos afectivos (Gómez, 2003). A qué se debe entonces este cambio en la Educación Matemática y sus investigaciones. De Corte (2004), pone de manifiesto la manera en la que se concibe ahora la enseñanza:

“...las matemáticas no son más concebidas principalmente como una colección de conceptos abstractos y habilidades procedimentales para ser dominados, sino principalmente como un conjunto de actividades de solución de problemas y sentido humano basados en modelos matemático reales. De acuerdo con esto el fin de la educación es la adquisición de una disposición matemática más que de un conjunto de aislado de conceptos y habilidades.” (De Corte, 2004, pp. 280)

Todo esto repercute en la concepción del aprendizaje de las matemáticas, según lo señala el mismo autor, y continúa:

“... pasar de la pasiva y descontextualizada absorción de los conocimientos matemáticos y habilidades adquiridas e institucionalizadas por pasadas generaciones, hacia la activa construcción en una comunidad de aprendices que den sentido y entendimiento, basado en el modelo de realidad.” (De Corte, 2004, pp. 280)

Es decir, se pasa de un aprendizaje pasivo, en el cual el profesor era el principal actor, a un aprendizaje activo, en el que el estudiante es el principal actor, y por lo tanto nos debemos fijar en todos los aspectos que influyen en ellos a la hora de aprender. A saber, se distinguen dos aspectos importantes durante el proceso de aprendizaje, el cognitivo y el afectivo. Se requiere ahora de propuestas didácticas que integren *Afecto* y *Cognición*, que tomen en cuenta la dimensión emocional y la socio-contextual del estudiante (Gómez, 2000, 2002).

Y regresando al primer párrafo, que es lo que nos motiva a realizar esta investigación, a continuación se hará una revisión de qué son los factores afectivos, de acuerdo a distintas investigaciones, porque son importantes en la Educación Matemática y cómo influyen en el aprendizaje.

1.1 Aspectos afectivos y cognición.

McLeod (1992) señala que es importante desarrollar un nuevo paradigma de investigación sobre afecto “... *que pueda ser más comprensible y más estrechamente integrada con las actuales investigaciones sobre cognición*” (McLeod, 1992, pp. 577). Para Gómez Chacón: “*en el ámbito del aprendizaje de la matemática, los afectos no son un lujo. Desempeñan un papel en la comunicación de intenciones de los estudiantes a los demás, y de guía cognitiva, facilitando o bloqueando la adquisición de conocimiento*” (Gómez, 2003, pp. 226).

Las investigaciones se basan en la evaluación cognitiva que se hacen de los bloqueos que surgen a la hora de resolver problemas, y se ponen de manifiesto al menos tres aspectos (McLeod, 1992, Gómez, 2002):

- Creencias acerca de las matemáticas y sobre ellos mismos (los estudiantes),
- Emociones, positivas y negativas, como parte del aprendizaje de las matemáticas; y
- Actitudes positivas o negativas hacia las matemáticas.

Estos tres descriptores varían en estabilidad e intensidad, según MacLeod (1992): las creencias y actitudes son generalmente estables, y las emociones son menos estables; en cuanto a la intensidad considera que van de “cold” creencias, a “cool” las actitudes hasta “hot” las emociones. Además cada uno de ellos difiere en que las creencias tienen una naturaleza mayormente cognitiva y se desarrollan a través de un largo periodo de tiempo y que las emociones son de una naturaleza menos cognitiva y aparecen y desaparecen rápidamente (McLeod, 1992).

Gómez Chacón (2000, 2002, 2003 y 2010), distingue entre dos tipos de afecto, a los que llama afecto local y afecto global, los cuales representan dos caminos diferentes en la evaluación de los procesos afectivos y cognitivos en el aprendizaje de las matemáticas. Y las define de la siguiente forma (Gómez, 2000):

- Afecto local expresa estados de cambio de sentimientos o **reacciones emocionales** durante la resolución de una actividad matemática:

interrupciones, desviaciones, atajos cognitivos, que pueden expresar a través de diferentes rutas. Es transitorio y se desarrolla en un contexto específico.

- Afecto global es el resultado de las rutas seguidas (en la persona) en el afecto local, multi-contextual y más permanente, que contribuye continuamente a la construcción de estructuras generales del concepto de una mismo y de **creencias** sobre las matemáticas y su aprendizaje.

Para esta autora, y como profesores estamos de acuerdo con ella, que las investigaciones no solo deben de arrojar conceptualizaciones sobre afecto, o sobre la interacción cognición afecto en los procesos de pensamiento matemático, lo importante es que se llegue a una propuesta en el aula que integre lo que se ha desarrollado teóricamente a la práctica (Gómez, 2010) y que se incorporen estas componentes al diseño instruccional (Gómez, 2003).

Así como en el dominio cognitivo se resalta la necesidad de que el estudiante sea consciente de lo que aprende, es decir, toma conciencia de su actividad cognitiva y es capaz de regular los procesos de la misma, el término utilizado es meta-cognición. Igualmente en el dominio afectivo existe la necesidad de tomar conciencia de la actividad emocional, es decir tomar conciencia de las emociones y de la regulación de las mismas, el término utilizado es meta-afecto, el cuál desempeña un papel importante durante la actividad matemática, ya que al tomar en cuenta sus emociones y “...tomar conciencia de un estado de ánimo negativo conlleva también el intento de desembarazarse de él” (Gómez, 2003, pp. 230). “Ser consciente de uno mismo significa ser consciente de nuestros estados de ánimo y de los pensamientos que tenemos acerca de esos estados de ánimos.” (Gómez, 2003, pp. 230).

En este trabajo nos centraremos en las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas. A continuación se detalla el concepto y las implicaciones que tiene en el aprendizaje de las matemáticas.

1.2 Creencias.

Furinghetti y Pehkonen (2002) realizaron una investigación sobre la caracterización de creencias, estableciendo de alguna forma la relación y diferencia entre **creencias**, **concepciones** y **conocimiento**, con base en el análisis de diferentes investigaciones sobre el tema, algunas de las cuales no hacen distinción sobre estos tres conceptos. Con ello quieren aclarar suposiciones ambiguas sobre estos términos, y dejarlos claros para futuras investigaciones sobre el tema de **creencias** en educación matemática, particularmente. Lo cual resulta muy importante para nuestra investigación.

La siguiente tabla muestra nueve caracterizaciones, incluidas en el cuestionario utilizado en la investigación Furinghetti y Pehkonen (2002):

1	Hart, 1989, pp. 44	“Nosotros usamos la palabra creencia para reflejar cierto tipo de juicios sobre un grupo de objetos”
2	Lester et al., 1989, pp. 77	“las creencias constituyen el conocimiento subjetivo del individuo acerca de él mismo, las matemáticas, solución de problemas y los tópicos relacionados con el planteamiento del problema”
3	Lloyd & Wilson, 1998, pp. 249	“Nosotros usamos la palabra concepción para referirnos a la estructura mental de una persona que abarcan conocimientos, creencias, comprensión, preferencias y puntos de vista”
4	Nespor, 1987, pp. 321	“Los sistemas de creencias a menudo incluyen sentimientos afectivos y evaluaciones, memorias vívidas de experiencias personales, y suposiciones acerca de la existencia de entidades y otros mundos, los cuales no están abiertos a una evaluación o crítica en el mismo sentido que lo está el sistema de conocimiento”
5	Ponte, 1994, pp. 169	“Creencias y concepciones son consideradas parte del conocimiento. Las creencias son verdades personales incontrovertibles que tienen todos, derivadas de experiencias o de fantasías, con un fuerte componente efectivo y evaluativo.”
6	Pehkonen, 1998, pp. 44	“Nosotros entendemos por creencias como un conocimiento subjetivo estable (el cual incluye sus sentimientos) de un cierto objeto o concerniente a los cuales no siempre se pueden encontrar motivos sostenibles en la consideración objetiva.”
7	Schoenfeld, 1992, pp. 358	“Creencias son interpretadas como entendimientos y sentimientos individuales que forman el camino para la individual conceptualización y compromiso en su comportamiento en matemáticas”
8	Thompson, 1992, pp. 132	“Una concepciones de los profesores de la naturaleza de las matemáticas puede ser vista como las conscientes o inconscientes creencias, conceptos, significado, reglas, imágenes mentales, y preferencias concernientes a la disciplina matemática.”
9	Törner & Grigutsch, 1994, pp. 213	“La actitud es estable, de larga duración, la predisposición aprendida a responder a ciertas cosas de cierta manera. El concepto tiene un aspecto cognitivo (creencia), un aspecto afectivo (sentimiento) y un aspecto conativo (acción).

Tabla 2. Las Nueve caracterizaciones de creencias obtenidas en el cuestionario. Tomada de Furinghetti & Pehkonen, 2002, pp. 47

El cuestionario estaba constituido por la lista de caracterización de creencias, mostrada en el cuadro anterior, y las siguientes preguntas e indicaciones:

1. ¿Considera correcta la caracterización?

2. Por favor, denos la razón para su decisión.
3. Por favor, escriba su propia caracterización del concepto de creencia.

Las dos primeras preguntas se debían de contestar para cada una de las 9 caracterizaciones, la primera de acuerdo a la siguiente escala: Y (totalmente de acuerdo), P+ (más o menos de acuerdo), P (de acuerdo), P- (más o menos de desacuerdo) y N (totalmente en desacuerdo).

El cuestionario se dio a 22 especialistas en Educación Matemática en el campo de creencias, invitados al “Mathematical Beliefs and their Impact on Teaching and Learning of Mathematics”, realizado en noviembre de 1999 en Oberwolfach. 18 de los cuales contestaron el cuestionario, cabe señalar que ellos no sabían a qué autor correspondía cada caracterización.

En los resultados que obtuvieron estos autores (Furinghetti & Pehkonen, 2002) no observan un patrón en las respuestas de la primer pregunta; pero si cierta regularidad y unificación de criterios sobre qué caracterización no les parecía apropiada. Los resultados para la primera pregunta fueron los siguientes:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Y	7	7	9	4	2	7	11	11	7
P+	4	1	3	-	1	1	1	1	4
P	2	7	4	4	-	1	3	2	2
P-	1	-	-	2	-	-	-	-	2
N	4	3	2	8	15	9	3	4	3

Tabla 3. Grado de acuerdo/desacuerdo de la respuesta con la caracterización. Tomada de Furinghetti, F. & Pehkonen, E., 2002, pp. 49

Es importante señalar que el análisis de las respuestas se concentra en los puntos de acuerdo o desacuerdo, y no si la caracterización es correcta o no. Estos puntos de acuerdo y/o desacuerdo, ayudan a esclarecer el concepto de creencias y a posicionarlas dentro de una línea de investigación. El trabajo de Furinghetti y Pehkonen (2002) concluye con lo siguiente, según las respuestas de los expertos sobre las 9 caracterizaciones (Pehkonen & Pietilä, 2003, pp. 2):

- “Considerar dos tipos de conocimientos (conocimiento objetivo y conocimiento subjetivo).

- *Considerar a las creencias como parte del conocimiento subjetivo.*
- *Incluir lo factores afectivos en el sistema de creencias, y distinguir entre creencias afectivas y cognitivas, si es necesario.*
- *Considerar grados de estabilidad, y saber que las creencias están abiertas al cambio.*
- *Tomar en cuenta el contexto (población, sujeto, etc.) y las principales investigaciones entre las cuales las creencias estén consideradas.”*

Para futuras investigaciones, sobre el campo de creencias, es importante dejar y tener en claro cuáles son los objetivos de la misma para establecer el campo de aplicación sobre el que se desarrolla (educación matemática, filosofía, educación general, psicología y sociología), caracterizando el contexto, situación y población, de esta manera se caracteriza el concepto de creencia adecuadamente.

Gómez Chacón (2010) en su investigación “Tendencias actuales en Educación Matemática y afecto”, de acuerdo a la revisión que hace de trabajos sobre el tema, encuentra que se han puesto de manifiesto tres necesidades (Gómez, 2010, pp. 128):

- *“Determinar las dimensiones constitutivas de los sistemas de creencias de los estudiantes para la constitución de un marco conceptual.*
- *Describir las relaciones entre las creencias de los estudiantes y su comportamiento en el aprendizaje, y*
- *Desarrollar estudios que profundicen en estilos instruccionales que favorezcan un cambio de creencias.”*

En el presente trabajo entonces, nos abocaremos en un principio a enmarcar qué papel juegan las creencias dentro del aprendizaje de las Matemáticas, de acuerdo a distintas investigaciones, dando primero una caracterización adecuada de este concepto y que esté de acuerdo con los objetivos que persigue nuestra investigación.

1.2.1 Conceptos alrededor de las creencias.

Hay que dejar en claro los términos que rodean a la definición de creencias, primero nos ocuparemos de definir los tipos de conocimientos: conocimiento objetivo y conocimiento subjetivo.

El *conocimiento objetivo* (conocimiento oficial, formal, público), son saberes que son generalmente aceptados en una estructura matemática desarrollada durante más de 2000 años, aceptado por la comunidad investigadora. El *conocimiento subjetivo*, es individual y único, poseído usualmente solo por el individuo mismo, basado en las

experiencias, y no es necesariamente evaluado por nadie fuera de uno mismo. Las creencias forman parte del conocimiento subjetivo (McLeod, 1992, Furinghetti & Pehkonen, 2002, Pehkonen & Pietilä, 2003). Existen diferentes conexiones entre el conocimiento objetivo y el conocimiento subjetivo, por ejemplo: el conocimiento subjetivo se convierte en conocimiento objetivo cuando parte de este conocimiento subjetivo ha sido presentado en público, es justificado, ha sido discutido, y es socialmente aceptado (Pehkonen y Pietilä, 2003).

Dos nuevos conceptos se integran a la caracterización de creencias: emociones y actitudes. Ya nos referimos anteriormente a estos dos aspectos dentro del dominio afectivo; pero ahora los definiremos con más claridad para saber la interacción que guardan con las creencias.

La **actitud** puede ser positiva o negativa, determina las intenciones de una persona e influyen en su comportamiento (Gómez, 2002), combinan la parte afectiva y la cognitiva de manera balanceada (Pehkonen, Pietilä, 2003). Gómez Chacón distingue 2 clases de actitudes en Matemáticas (Gómez, 2002, pp. 5):

- “Las *actitudes hacia la Matemática* se refieren a la valoración y el aprecio de esta disciplina y el interés por esta materia y por su aprendizaje, y subraya más la componente afectiva que la cognitiva; aquella se manifiesta en términos de interés, satisfacción, curiosidad, valoración, etc.
- Las *actitudes matemáticas*, por el contrario, tienen un carácter marcadamente cognitivo y se refieren al modo de utilizar capacidades generales como la flexibilidad de pensamiento, la apertura mental, el espíritu crítico, la objetividad, etc., que son importantes en el trabajo en Matemáticas.”

Las **emociones** son sentimientos positivos o negativos, son más intensas y menos estables que las actitudes o las creencias (Pehkonen, Pietilä, 2003). Surgen en respuesta a un suceso, interno o externo (Gómez, 2003).

La siguiente figura, presentada con más detalle por Pietilä (2003, pp. 21), muestra la relación que guardan los conocimientos objetivos, conocimientos subjetivos, creencias, emociones y actitudes (Pehkonen, Pietilä, 2003, pp. 6).

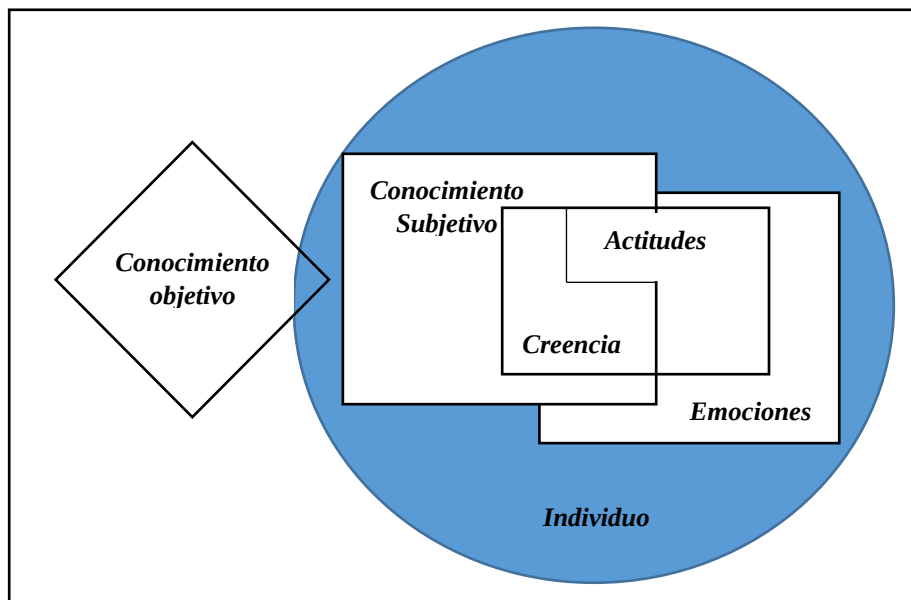


Figura 1. Relación entre conceptos principales y creencias. Tomada de Pietilä, 2002, pp. 21

Se observa en la Figura 1 cómo las creencias pertenecen al conocimiento subjetivo y las actitudes matemáticas pertenecen a las emociones. Estos dos subdominios, el de emociones y conocimientos subjetivos, se intersecan debido a que una misma sentencia puede ser vista como creencias y al mismo tiempo como una actitud. “Por ejemplo, “*yo soy bueno en cálculos mentales*”, puede ser entendido como una **creencia** concerniente a uno mismo, pero también como una **actitud** hacia las matemáticas.” (Pehkonen, Pietilä, 2003, pp. 6).

Dejando en claro la diferencias entre estos aspectos, conocimiento objetivo, conocimiento subjetivo, actitudes, emociones y creencias; nos enfocaremos ahora a lo que nos interesa en esta investigación, que son las creencias. Las definiremos de manera más precisa, sobre su naturaleza y estructura, su influencia en el aprendizaje de las matemáticas y el contexto de clase, y la manera de inducir un cambio en ellas.

1.2.2 Naturaleza, estructura y definición de creencias.

Para entender lo que son las creencias y su influencia en el aprendizaje, primero tenemos que dejar en claro de donde surgen las creencias, cómo se generan y su consecuente definición; de esta forma las entendemos y estamos preparados para proponer maneras de cambiarlas, y lograr un mejor aprendizaje.

Según lo antes mencionado, éstas se derivan de la actividad del sujeto. “*Las creencias tienen su origen en la experiencia, en la observación directa o provienen de informaciones, y a veces son inferidas de otras creencias*” (Callejo, Vila, 2003, pp.

182). Las creencias no surgen de la nada, se derivan de la interacción del sujeto con el medio y en base a las percepciones que tiene de lo que lo rodea.

“Las creencias no son independientes unas de otras, sino existen en un sistema, relacionadas. E. Pehkonen y G. Törner (1996) se las imaginan metafóricamente como un plato de espaguetis: si se tira de uno de ellos, posiblemente se acabará tirando de muchos más. También podríamos pensar en un frutero con cerezas: si se coge un pequeño racimo de dos o tres suele traer otros enganchados. Estos ejemplos ilustran el enredo y la relación entre ellas” (Callejo, Vila, 2003, pp. 182).

Cambiar por lo tanto una creencia en particular, es imposible, ya que unas dependen de otras. Además, no es como quitar un tumor, ya que no tienen una representación física ni se encuentran en una parte específica del cerebro que se puede modificar. Al formar parte del ser, un cambio de creencias requiere una tarea continua y sistemática para que el cambio sea considerado verdadero y permanente.

En las investigaciones actuales se está poniendo más atención en el estudio de *sistemas de creencias* más que en el estudio de creencias aisladas, esto puede permitir una comprensión mejor de cómo las creencias influyen en el aprendizaje de la matemática (Gómez, 2003).

Green (1971) introduce tres dimensiones para los sistemas de creencias (Furinghetti y Pehkonen, 2002, pp. 43-45):

- *Cuasi-lógico*: El sistema de creencias no sigue un orden lógico, cada persona tienen su propio sistema de creencias con su propia lógica. Con creencias primarias y creencias derivadas.
- *Centralidad psicológica*: Algunas creencias son más importantes que otras, las más importantes son psicológicamente más centrales y las otras son periféricas. Cambian en el grado de convicción, y las periféricas se pueden cambiar con mayor facilidad.
- *Grupos*. Las creencias no se consideran en total independencia una de otra, siempre están en grupos. Estas estructuras permiten la existencia de creencias en conflicto dentro de un mismo sistema de creencias.

Las creencias pueden ser *periféricas* o *centrales*, las creencias centrales son más fuertes que las periféricas. Para realizar un cambio en las creencias es importante realizar un cambio en las creencias centrales y en consecuencia se cambian las creencias periféricas (Op ’t Eyende, De Corte y Verschaffel, 2002).

Para Gómez Chacón (2002, 2003) las creencias son consideradas, de forma general, como:

“... esa parte del conocimiento, perteneciente al dominio cognitivo, compuesta por elementos afectivos, evaluativos y sociales. Son estructuras cognitivas que permiten al individuo organizar y filtrar las informaciones recibidas, y que van construyendo su visión del mundo. Las creencias constituyen un esquema conceptual que filtra las nuevas informaciones sobre la base de las procesadas anteriormente, cumpliendo la función de organizar la identidad social del individuo y permitiéndole realizar anticipaciones y juicios acerca de la realidad. Las creencias proporcionan significado personal y ayudan al individuo a atribuirle cierta relevancia como miembro de un grupo social.”
(Gómez, 2002, pp. 4)

Esta autora utiliza la palabra conocimiento de la siguiente forma: “... para referirme a la amplia red de conceptos, imágenes y habilidades inteligentes que poseen los seres humanos” (Gómez, 2003, pp. 234). Esta definición integra el conocimiento subjetivo, como esa parte del conocimiento propio de un individuo, y la parte cognitiva que distingue a las creencias, dentro del dominio afectivo, de las emociones y las actitudes (McLeod, 1992).

De acuerdo a Op ’t Eyende, De Corte y Verschaffel (2002), la diferencia entre creencia y conocimiento, está situada bajo una perspectiva individual o en un contexto social. Es decir, de manera individual no se distingue entre conocimiento y creencias; pero dentro de un contexto social si es posible separarlos. Retoman la palabra *concepción*, y dicen: algunas de estas concepciones subjetivas (creencias), tendrán la estructura de conocimientos y pueden ser evaluadas de nuevo socialmente, y si son aceptadas, ellas llegan a ser conocimiento. Desde una perspectiva individual entonces, el conocimiento puede ser considerado como una creencia correcta. Los estudiantes tienen concepciones subjetivas a un nivel implícito o explícito. Ellas nunca pueden ser juzgadas como correctas o incorrectas sino solo como positivas o negativas, creencias de acuerdo a un criterio subjetivo (Op ’t Eyende, De Corte y Verschaffel, 2002). “Las creencias de los estudiantes relacionadas con las matemáticas son concepciones subjetivas implícitas o explícitas sostenidas por los estudiantes como verdaderas, que influyen en su aprendizaje de las matemáticas y la solución de problemas” (Op ’t Eynde, et al., 2002, pp. 16 y 24).

Esta definición ya no considera a las creencias como *conocimiento subjetivo*, sino como *concepciones subjetivas*, se desliga de la definición de conocimiento, los autores consideran que las creencias no tienen la estructura de un conocimiento, ya

que se basa en el comportamiento de un individuo, “con lo que realmente sucede en la cabeza del sujeto, con lo que realmente piensa que es importante” (Op ´t Eynde, et al., 2002, pp. 24).

Esto, lejos de contradecir lo que se definió al inicio de esta sección, y precisamente bajo esos conocimientos previos, se da mayor certeza a la conceptualización de creencias, ya que queda claro que la diferencia entre los conocimientos que poseemos y nuestras creencias se encuentran en el momento en el que el individuo se ve como parte de una sociedad junto a otros individuos, en un contexto social.

En resumen, Op ´t Eynde, et al. (2002) proponen una dimensión constitutiva de lo que nombran “*Sistema de creencias de los estudiantes relacionado con las matemáticas*”, y lo representan en la figura 2 (Op ´t Eynde, et al., 2002, pp. 27, Gómez, et al., pp. 311):

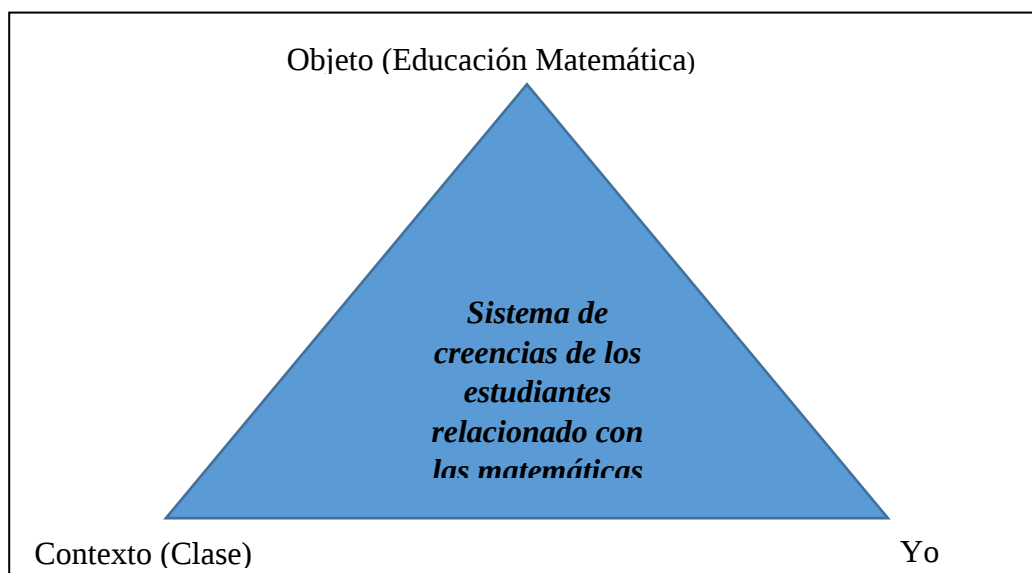


Figura 2. Estructura del sistema de creencias (Op ´t Eynde, et al., 2002, pp. 27, Gómez, et al., pp. 311)

De todo lo anterior surge una última definición (Op ´t Eynde, et al., 2002, pp. 27):

“Las creencias de los estudiantes relacionadas con las matemáticas son concepciones subjetivas implícitas o explícitas sostenidas por los estudiantes como verdaderas acerca de la educación matemática, acerca de ellos mismos como matemático, y acerca del contexto de la clase de matemáticas. Estas creencias determinan una cerrada interacción con otras y con conocimientos previos de los estudiantes sobre el aprendizaje de las matemáticas y la solución de problemas en clases.”

Las creencias se forman o son producto del contexto social del individuo, en este caso del salón de clases de matemáticas. Diversas investigaciones han puesto de manifiesto como el tipo de creencias sobre las matemáticas dependen del tipo de instrucción que reciben los estudiantes, “...*el tipo de problemas usados en la clase, la forma de evaluación, las dinámicas de grupo y las tareas contribuyen directamente a que el estudiante desarrolle unas determinadas creencias que pueden dar lugar a patrones de falso o verdadero aprendizaje.*” (Gómez, 2003, pp. 237).

Esto es de suma importancia, ya que si a partir del contexto del aula y la instrucción se generan las creencias de los estudiantes, puede considerarse que a partir de la instrucción se pueden generar cambios en las creencias que permitan un mejor aprendizaje. Para el diseño de una instrucción que genere estos cambios debemos de conocer además, el tipo de creencias que rodean al aprendizaje de las matemáticas.

1.2.3 Categorías de creencias

Op ’t Eyende, De Corte y Verschaffel (2002) realizan una revisión de distintas publicaciones, donde distinguen 4 categorías de creencias más centrales en éstas:

- a) “Creencias acerca de la naturaleza de las matemáticas y el aprendizaje de las matemáticas y la solución de problemas;
- b) Creencias acerca del Yo en el contexto del aprendizaje de las matemáticas y la solución de problemas;
- c) Creencias acerca de la enseñanza de las matemáticas y el contexto social del aprendizaje de las matemáticas y la solución de problemas;
- d) Creencias epistemológicas, por ejemplo, creencia acerca de la naturaleza del conocimiento y el proceso de conocimiento”.

Las publicaciones revisadas contemplan, cada una, solamente una de estas categorías. Por ello, posteriormente, los mismos autores ven la necesidad de establecer una categorización general, que relacione las diferentes creencias con los estudios realizados por los investigadores y sus categorizaciones (Op ’t Eyende, et al., 2002, pp. 19):

Categorías	
Underhill	a) Creencias acerca de las matemáticas como una disciplina (U1) b) Creencias acerca del aprendizaje de las matemáticas (U2) c) Creencias acerca de la enseñanza de las matemáticas (U3) d) Creencias acerca de uno mismo dentro de un contexto social (U4)
McLeod	a) Creencias acerca de las matemáticas (M1) b) Creencias acerca de uno mismo (M2) c) Creencias acerca de la enseñanza de las matemáticas (M3) d) Creencias acerca del contexto social (M4)
Kloosterman	a) Creencias acerca de las matemáticas (K1) b) Creencias acerca del aprendizaje de las matemáticas (K2) • Creencias acerca de uno mismo como un aprendiz de las matemáticas (K21) • Creencias acerca del rol del profesor (K22) • Otras creencias sobre el aprendizaje de las matemáticas (K23)
Pehkonen	a) Creencias acerca de las matemáticas (P1) • Creencias acerca de las matemáticas como tal (P11) • Creencias de la asignatura de matemáticas (P12) • Creencias del origen de las tareas matemáticas (P13) • Etc. b) Creencias acerca de uno mismo dentro de las matemáticas • c) Creencias acerca de la enseñanza de las matemáticas • d) Creencias acerca del aprendizaje de las matemáticas •

Tabla 4. Categorías de creencias de los estudiantes. Tomado de Op ´t Eyende, et al., 2002, pp. 19.

Aunque en esta revisión de categorizaciones se observan ciertas similitudes entre los autores, también se siguen observando claras diferencias, por lo que aún hay que integrarlos en un marco de referencia. Po ello surge la siguiente categorización (Op ´t Eyende, et al., 2002, pp. 28; Gómez, et al., 2006, pp. 311):

Un cuadro de referencia de las creencias relacionadas con las matemáticas	
1. Creencias acerca de la educación matemática	a) Creencias acerca de las matemáticas como un objeto b) Creencias acerca del aprendizaje de las matemáticas y la solución de problemas. c) Creencias acerca de la enseñanza de las matemáticas en general.
2. Creencias acerca de uno mismo	a) Creencias de auto-eficacia b) Control de creencias c) Creencias sobre el valor de la tarea d) Creencias sobre la orientación de la meta
3. Creencias acerca del contexto social	a) Creencias acerca de las normas sociales dentro de su clase - El papel y la función del profesor - El papel y la función de los estudiantes b) Creencias sobre las normas socio-matemáticas dentro de su clase

Tabla 5. Creencias relacionadas con las matemáticas. Tomado de Op ´t Eyende, et al., 2002, pp. 28; Gómez, et al., 2006, pp. 311.

Esta categorización se basa en la naturaleza de las creencias, y sus dimensiones constitutivas, que fueron señaladas con anterioridad por los mismos autores (Op ´t Eynde, et al., 2002). Esta categorización nos ayuda a definir el tipo de creencias que tienen los estudiantes hacia las Matemáticas y sobre lo que actúan y crean resultados, es decir su comportamiento durante la actividad matemática.

En los estudios que se centran en la influencia que tienen las reacciones afectivas sobre el aprendizaje, se deben de tomar en cuenta “...la realidad social que producen estas reacciones y el contexto sociocultural de los estudiantes” (Gómez, 2002, pp 2, 2003, pp. 227); es decir, el ambiente del salón de clases, de manera natural, y no restringirse a situaciones de laboratorio, ya que la actividad matemática el estudiante las desarrolla en interacción con otros y no de manera aislada (Gómez, 2002, 2003).

1.2.4 Influencia de las creencias en el aprendizaje de las matemáticas

Con anterioridad se he explicado la relación entre el dominio afectivo y cognitivo, y el trabajo se ha concentrado en definir y entender lo que son las creencias, cómo se generan, su estructura y categorización. Ahora es importante definir la importancia

que tienen en el aprendizaje de las matemáticas y posteriormente, en específico, su importancia dentro del salón de clases.

En 1989, Alan H. Schoenfeld realiza un estudio al que llamó “*Explorations of Students’ Mathematical Beliefs and Behavior*” donde la principal atención se centra en lo que implica la intersección entre el dominio cognitivo y afectivo y el papel de las concepciones en la actividad matemática. En las discusiones generales de su investigación, Schoenfeld (1989) reporta los siguientes puntos, que nos parecen de relevancia mencionar aquí:

- “Los estudiantes *creen* que el tema puede ser dominado si trabajan en él, y cuando ellos hacen bien las cosas *creen* que han tenido éxito porque han trabajado duro.”
- “Los estudiantes *creen* que cualquier problema que no se pueda resolver en 12 minutos de trabajo será imposible.”
- “Los estudiantes afirman que las matemáticas se aprenden mejor por memorización – y en el caso de la memorización, ellos practican lo que dicen *creer*.” (pp. 348 y 349)

Todo esto se repite en trabajos posteriores, como el de Gómez Chacón (2002, 2003), en el que afirma que si los estudiantes creen que “...*todos los problemas de matemáticas se pueden resolver mediante la aplicación directa de hechos, reglas, fórmulas y procedimientos mostrados por el profesor o presentado en los libros de texto,...*”, entonces llegan a la conclusión de que “... *el pensamiento matemático consiste en ser capaz de aplicar hechos, reglas fórmulas y procedimientos.*” (Gómez, 2002, pp. 12, Gómez, 2003, pp. 241-242).

Este mismo comportamiento se encuentra en el trabajo de Callejo y Vila (2003), sobre el origen de las creencias sobre la resolución de problemas, en donde el significado del *éxito* se reduce a la obtención del “*resultado correcto*”. Y se manifiesta que el aprendizaje se percibe como aprender técnicas y conceptos, y mecanizar métodos de solución de problemas que el profesor debe enseñar.

Estas creencias se reflejan en la interpretación que ellos le dan al aprendizaje de las matemáticas, ya que los estudiantes estarán motivados por hacer las cosas bien; pero no por las razones correctas (Schoenfeld, 1989). Podrán estar motivados para aprender reglas y fórmulas; pero no para reflexionar sobre lo que hacen ni para que les sirva realmente lo que están haciendo. Los estudiantes que solo memorizan reglas y fórmulas no estarán interesados en los aspectos conceptuales, ni en las conexiones entre los distintos conceptos matemáticos (Gómez, 2002).

Por otro lado, los estudiantes cuando no identifican el problema, como un problema que se resuelva con una técnica que ya haya sido mostrado con anterioridad por el profesor, se observan interpretaciones absurdas del enunciado, o bien dan una respuesta rápida e irreflexiva (Callejo y Vila, 2003).

Schoenfeld en 1992, presenta una lista de creencias de los estudiantes acerca de la naturaleza de las matemáticas:

- *“Los problemas de matemáticas tienen una y solo una respuesta.*
- *Hay una sola manera de resolver cualquier problema de matemáticas – generalmente la regla que el profesor ha mostrado recientemente a la clase.*
- *Estudiantes comunes no esperan entender las matemáticas; ellos esperan memorizar y aplicar lo que ellos han aprendido mecánicamente y sin entender.*
- *Las matemáticas son una actividad solitaria, realizada por individuos en aislamiento.*
- *Los estudiantes que han entendido las matemáticas que han estudiado serán capaces de resolver cualquier problema asignado en cinco minutos o menos.*
- *Las matemáticas aprendidas en la escuela tienen poco o nada que ver con el mundo real.*
- *La prueba formal es irrelevante para los procesos de descubrimiento o invención.”* (pp. 360)

Como una visión general sobre lo que los estudiantes tienen sobre las Matemáticas, Gómez (2003) encontró los siguientes rasgos:

- *“Fijas, inmutables,*
- *Desconectadas de la realidad*
- *Misterio asequible a pocos*
- *Colección de reglas y de cosas que hay que recordar*
- *Materia en que los puntos de vista y las opiniones no tienen ningún valor*
- *Materia llena de x , y y de fórmulas incomprensibles.”* (pp. 236)

Todo lo anterior sigue estando en consonancia con lo reportado por Schoenfeld en 1989. Los estudiantes siguen manifestando el mismo tipo de creencias y siguen actuando en consecuencia. También, en la investigación realizada por Callejo y Vila (2003), se refuerza la siguiente aseveración hecha por Pekkonen y Törner:

“Las creencias pueden tener un poderoso impacto en la forma en que los alumnos aprenden y utilizan las matemáticas y, por tanto, pueden ser un obstáculo al aprendizaje de las matemáticas. Los alumnos que

tienen unas creencias rígidas y negativas de las matemáticas y su aprendizaje, fácilmente se convertirán en aprendices pasivos, que cuando aprenden enfatizan la memoria sobre lo aprendido” (Pehkonen y Törner, 1996, pp. 102).

En el mismo artículo, mencionan creencias encontradas en estudios anteriores, entre ellas, las encontradas por Callejo en 1994 (Callejo y Vila, 2003, pp. 188)

- *“La resolución de un problema se acaba cuando se encuentra la solución.*
- *“El resultado es más importante que el proceso seguido. Si no se ha encontrado la solución se ha fracasado”.*

Surge ahora la necesidad de conocer, por parte de los profesores, la conexión que hay entre las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas y su comportamiento en el salón de clases (Gómez, 2002, Op ´t Eynde, et al., 2002). Por ello creemos que es necesario ser más específico, y referirnos de manera puntal sobre ciertos comportamientos observados en el salón de clases consecuencia de ciertas creencias, ya que existen evidencias documentadas.

En el 2002 Gómez Chacón realiza una investigación sobre factores afectivos, con una perspectiva para el profesor, el cual resulta interesante ya que se basa en experiencias observadas dentro del salón de clases. Mencionaremos dos escenarios, el primero, el escenario 4, al que llamó: “El deseo de hacerlo bien” (Gómez, 2002, pp. 11). El tipo de material utilizado por el profesor puede acarrear las siguientes dificultades:

- *“Los problemas presentan unos contextos poco relevantes para los estudiantes. La falta de contexto limita la capacidad de los estudiantes para utilizar su conocimiento informal de la situación problemática como ayuda para elaborar una estrategia de resolución y limita las posibilidades de participación.*
- *Los problemas que se plantean suelen reducirse a un tipo, como consecuencia lleva a los estudiantes a categorizar enunciados, por ejemplo “es de sumas y restas”, “es de ecuaciones”...”(Gómez, 2002, pp. 11)*

El segundo, el escenario 5, al que llamó: “La imagen que tienen los estudiantes de las matemáticas” (Gómez, 2002, pp. 12), manifiesta la importancia de que el profesor “descubra y explore” las creencias de y los estudiantes sobre las matemáticas para ver cómo influyen en su comportamiento en clase, para que de esta forma, puedan intervenir y cambiar esas creencias que les provocan bloqueos en su quehacer matemático. Por ejemplo:

Imagen 1: “El alumno no debe opinar y criticar los enunciados propuestos por el profesor” (Gómez, 2002, pp. 12)

Al tomar al profesor como orientador del procesos de aprendizaje, los estudiantes creen que no deben de “opinar ni criticar” los problemas que él plantea, ya que está bien planteado, y el estudiante solo debe aplicar lo que aprendió para resolverlo (Gómez, 2002).

“La formulación de este problema didáctico parte de un hecho que se repite en todos los niveles educativos: los alumnos tienden a delegar en el profesor la responsabilidad de la validez de sus respuestas, como si no les importara el que éstas sean verdaderas o falsas; como si el único objetivo de su actuación fuera contestar a las preguntas del profesor y en nada les comprometiera la coherencia o validez de su respuesta.” (Gómez, 2002, pp. 12)

Esto que atañe directamente al profesor es muy importante, desde nuestro papel como profesores, ya que nos vemos como generadores de esas creencias que limitan, que lejos de ayudar a los estudiantes en su aprendizaje los pueden generar bloqueos que no les permitan seguir avanzando en la adquisición de conocimientos.

Por lo tanto, hay que tomar en cuenta dos aspectos, el primero es el papel del profesor visto como portador del conocimiento y transmisor del mismo, cuya actitud genera en los estudiantes solo el deseo de “hacerlo bien”, sin ningún compromiso real en su aprendizaje; y el segundo es la desvinculación que tienen los estudiantes de lo que aprenden en la escuela con el mundo que los rodea, lo cual genera desinterés y apatía, esto como consecuencia del tipo de problemas que son planteados por el profesor en clase, con contextos poco relevantes para los estudiantes.

Este tipo de creencias genera que los estudiantes pierdan el sentido de las matemáticas, y de su aprendizaje (Schoenfeld, 1992). De acuerdo a los resultados que las creencias crean y su influencia en el quehacer de los estudiantes en el salón de clases, se distinguen dos tipos de creencias (Gómez, 2003, pp. 237):

1. Creencias **positivas**, son aquellas que aumentan nuestras capacidades.
2. Creencias **limitativas**, son aquellas que bloquean nuestras capacidades (“no puedo...”).

En específico se definen las *creencias limitativas* como: “... aquellos modos de pensar que producen interferencia en los recursos, habilidades y control necesario que hay que aplicar al enfrentarse con la actividad matemática.” (Gómez, 2002, pp. 12)

Tenemos entonces como puntos clave al profesor, la instrucción y el tipo de problemas utilizados para la enseñanza. En la mayoría de las ocasiones, es posible cambiar este tipo de creencias que interfieren en el aprendizaje (Gómez, 2003). Esta afirmación nos permite tomar acciones para, no solo no provocar creencias limitativas, sino también para cambiar las ya existentes.

1.2.5 El cambio de creencias y el salón de clases

Las diferentes definiciones, dadas por distintas investigaciones (ver Furinghetti y Pehkonen, 2002; Op 't Eyende, De Corte y Verschaffel, 2002; Gómez, 2002, 2003) nos dan una idea clara de la naturaleza de las creencias y de su importancia en el comportamiento del estudiante dentro de un contexto, en nuestro caso la clase de matemáticas. Además del papel que desempeñan en el aprendizaje de las matemáticas.

Schoenfeld distingue también 5 aspectos importantes, específicamente en la solución de problemas, dentro del aprendizaje de las matemáticas (Schoenfeld, 1992, pp. 348):

1. Conocimientos básicos,
2. estrategias de solución de problemas (heurística),
3. monitoreo y control (autorregulación),
4. creencias y afecto (estudiantes, profesores y sociedad) y
5. práctica.

Por su parte, De Corte concluye que se han destacado cinco categorías de aptitud que el estudiante debería adquirir para tener una buena disposición en matemáticas (De Corte, 2004, pp. 282, De Corte, 2014, pp. 33):

1. Buena organización y accesibilidad de conocimientos matemáticos básicos;
2. métodos heurísticos, destreza para resolver un problema;
3. meta-conocimientos, conocimiento de funciones cognitivas (meta-cognición);
4. técnicas de autorregulación y
5. creencias sobre sí mismo en relación con las matemáticas y la solución de problemas, sobre el contexto de clase y sobre las matemáticas y su aprendizaje.

En el proceso de enseñanza – aprendizaje estas aptitudes se deben interconectar, y en eso radica la complejidad de enseñar y aprender matemática (Gómez, 2006). La cuestión a la que se enfrentan ahora los profesores, como actores de este proceso, es cómo articular estas aptitudes y lograr esta interconexión, en donde se observa que las creencias están presentes.

En base a lo ya conocido, surge la necesidad de “**cambiar**” las creencias que interfieren en el aprendizaje y que tome en cuenta esta serie de aptitudes, para una buena *disposición matemática*, y mejorar el aprendizaje de los estudiantes. Nos debemos de enfocar en mejorar la instrucción en el salón de clases, tomando en cuenta la influencia que tienen las creencias en el aprendizaje.

Los profesores deben estar seguros y convencidos sobre la influencia de las creencias en el aprendizaje de las matemáticas y que provocar un cambio se vuelve necesario para propiciar un mejor aprendizaje. Primeramente se debe generar un cambio profundo de creencias de los profesores sobre las matemáticas, para que esto se vea reflejado de manera eficaz en el aprendizaje. “*Por ejemplo, un profesor expresa la creencia de que explorara situaciones matemáticas es más importante que ejercicios de rutina, sin embargo deja casi 50 ejercicios a sus estudiantes para trabajar durante la clase*” (Furinghetti y Pehkonen, 2002, pp. 45). Estas situaciones distinguen las creencias aceptadas y las creencias en acción, ya que no se está de acuerdo entre lo que se dice y lo que se hace, y esto no genera cambios en la forma en la que se enseña la matemática. También, en el caso de los estudiantes, se encuentra la siguiente situación:

“Cambiar las creencias permite variar la conducta y ésta se modifica más rápidamente si se dispone de las capacidades o estrategias para realizar una tarea. Sin embargo, cambiar la conducta no implica cambiar las creencias de forma tan fiable, pues algunas personas no se convencer nunca mediante la repetición de experiencias, simplemente ven una serie de coincidencias desconectadas.” (Gómez, 2003, pp. 237)

De lo que se trata al cambiar las creencias es de trabajar en un cambio de actitud hacia las matemáticas, es crear una mejor disposición y desarrollar ambientes adecuados para el aprendizaje de las matemáticas. Con la intención de desarrollar escenarios que integren los aspectos afectivos y cognitivos, y que generen cambios permanentes.

Yackel y Rasmussen (2002), explican, desde una perspectiva social y psicológica, cómo el cambio en las creencias puede ser iniciado en el salón de clases. Se centra en las normas y en las normas socio-matemáticas en el salón de clases (Op ’t Eyende, et al., 2002). El término normas sociales es utilizado como “... *las regularidades en los patrones de interacción que regulan la interacción social en el salón de clases*” (Yackel y Rasmussen, 2002, pp. 315).

Las actividades individuales y colectivas dentro del salón de clases las definen para su análisis de la siguiente forma (Yackel y Rasmussen, 2002, pp. 315):

Perspectiva social	Perspectiva psicológica
Normas sociales del salón de clases	Creencias acerca de su papel, del papel de otros, y en general de la actividad matemática en la escuela.
Normas socio-matemáticas	Específicamente creencias y valores matemáticos
Prácticas matemáticas en el salón de clases	Concepciones matemáticas

Tabla 6. Perspectivas sociales y psicológicas de las actividades dentro del salón de clases.

Tomado de Yackel y Rasmussen, 2002, pp. 315

Consideran que la relación entre las normas y las creencias “... *proporcionan un medio para hablar de un cambio de creencias*” (Yackel y Rasmussen, 2002, pp. 316). Se deben fomentar normas que generen que los estudiantes desarrollen soluciones personalmente, que expliquen y justifiquen sus pensamientos, que escuchen y atiendan lo que los demás piensan, que planteen preguntas cuando no estén de acuerdo o no entiendan (Yackel y Rasmussen, 2002).

La instrucción se debe desarrollar en un ambiente activo y colaborativo que permita al estudiante participar de forma consciente en su aprendizaje, y no como simples espectadores.

1.3 Instrucción

Para el diseño de una instrucción que tenga como objetivo cambiar las creencias de los estudiantes se debe de tomar en cuenta que el objetivo de la educación debe ser el de “... *propiciar la habilidad de aplicar de manera flexible conocimientos y destrezas en diferentes contextos*” (De Corte, 2014, pp. 33), a lo que llaman *competencia de adaptación*. Que el aprendizaje se define como: “... *un proceso activo, constructivo, acumulativo, autorregulado, orientado a una meta, situado, colaborativo e individualizado de construcción de significados, conocimientos y destrezas*” (De Corte, 2014, pp. 35). Eso resulta en un significado más amplio de lo que es el proceso de enseñanza-aprendizaje, que genera nuevos retos; pero también que promete mejores resultados, al hacer al estudiante actor principal del proceso de enseñanza-aprendizaje. Además obliga a los profesores a ocuparse sobre el contexto en el que trabaja y diseñar la instrucción de acuerdo a la realidad social en la que se desempeña.

De Corte (2004) señala que, como resultado de las investigaciones en educación matemática, en la última parte del siglo 20, se apunta a un cambio sobre la

concepción de las matemáticas, vista hasta ese entonces como “*un conjunto de conceptos abstractos y habilidades procedimentales que hay que dominar*” (De Corte, 2004, pp. 280). El aprendizaje apunta ahora hacia la adquisición de una “*buen disposición matemática*” como meta de la educación (De Corte 1995, 2004). Para el diseño de ambientes de aprendizaje que ayuden a alcanzar esa meta sugiere las siguientes prácticas (De Corte, 1995, pp. 260, De Corte, 2004, pp. 295):

1. Los ambientes de aprendizaje deben de iniciar y apoyar procesos de adquisición *activos y constructivos* en todos los estudiantes. Un buen balance entre el aprendizaje por descubrimiento y exploración personal, y la instrucción sistemática y guiada.
2. Los entornos de aprendizaje deben fomentar el desarrollo de estrategias de autorregulación en los estudiantes. El balance entre la regulación externa y regulación interna debe variar para alcanzar el nivel de auto-regulación hasta que la instrucción explícita desaparezca.
3. Debido a la importancia del contexto y la colaboración para un aprendizaje efectivo, los entornos de aprendizaje deben integrar las actividades de adquisición constructiva de los estudiantes preferentemente en situaciones auténticas y reales que tengan un significado personal para los aprendices, que aporten amplias oportunidades para el aprendizaje distribuido a través de la interacción social y que sean representativas de las tareas y problemas en los cuales los estudiantes tendrán que aplicar sus conocimientos y habilidades en el futuro. El uso de actividades con experiencias y prácticas que contemplen diferentes categorías de aptitudes (dominio de conocimiento, heurísticas y estrategias meta-cognitivas) en una gran variedad de situaciones.
4. El aprendizaje debe permitir la adaptación flexible del apoyo instruccional, especialmente el equilibrio entre el autodescubrimiento y la instrucción directa, o entre la autorregulación y la regulación externa, para tener en cuenta las diferencias individuales entre los alumnos tanto en las aptitudes cognitivas como en las afectivas. Y las características de motivación de las actividades de aprendizaje y los resultados apuntan a la necesidad de alternar las intervenciones de instrucción con apoyo emocional.
5. Debido a que los conocimientos específicos de la materia, los métodos heurísticos y las estrategias meta-cognitivas desempeñan un papel complementario en el aprendizaje, el pensamiento y la resolución de problemas, los entornos de aprendizaje deberían crear oportunidades para adquirir conocimientos generales y habilidades de pensamiento integrados en los campos de la materia, es decir, el de la clase de matemáticas.
6. Los entornos de aprendizaje deben crear un clima y cultura de clase que induzca a que los alumnos den explicaciones y reflexionen sobre sus

actividades de aprendizaje y estrategias de resolución de problemas. Berry y Sahlberg, (1996) argumentan que para modificar las ideas de los estudiantes acerca del aprendizaje en la dirección del modelo de De Corte, es necesario desarrollar su comprensión meta-cognitiva conceptual sobre el aprendizaje a través de prácticas reflexivas y diálogos con compañeros en pequeños grupos. Y para mejorar las habilidades de auto-regulación se requiere que los estudiantes se vuelvan conscientes de las estrategias, crean que valen la pena y es útil, y finalmente dominar y controlar su uso (Dembo y Eaton, 1997).

En base a la concepción que se tiene ahora sobre la Educación Matemática, los ambientes de aprendizaje deben de guiarse por los siguientes principios (De Corte, 1995, pp. 262):

1. El papel principal de los problemas con contexto, sirviendo como una base para la construcción de conceptos matemáticos, pero también como campo de aplicación;
2. Uso extenso de modelos como herramientas o andamios para facilitar la progresión hacia altos niveles de abstracción;
3. La importante contribución de que los propios niños construyan y produzcan como punto de partida para la reflexión;
4. La importancia de la interacción y cooperación del aprendizaje; y
5. El entrelazado de los “hilos” de aprendizaje.

Estos cinco principios están relacionados con las cinco categorías de aptitud que debe tener un estudiante para una *“buena disposición matemática”* (De Corte, 1995, 2004) y las señaladas por Schoenfeld para la resolución de problemas (1992). Por lo tanto la buena disposición depende en gran medida del tipo de instrucción que se imparta.

Además, para que se pueda lograr un cambio, Slisko (2016, p. 6) apunta que los estudiantes deberían ser:

1. Explícita y ampliamente informados acerca de la complejidad del proceso de enseñanza y la importancia crucial de los pensamientos e ideas personales en el proceso, e
2. Involucrados en múltiples experiencias con secuencias de aprendizaje que los ayude a reconocer esta complejidad y la importancia de su total compromiso personal.

Todo esto fomenta la parte motivacional, con el propósito de despertar en los estudiantes interés al formar parte activa e importante de su aprendizaje. Además, se propone, en ese mismo artículo, una secuencia de cuatro actividades que pudieran conducir a los estudiantes hacia el aprendizaje autorregulado (Slisko, 2016, p. 8), tres

de las cuales se van a describir más adelante, y se aplicaron en este trabajo, con el fin de promover el aprendizaje *activo*.

1.3.1 Resolución de problemas

Las matemáticas son de las materias idóneas dentro del currículum escolar que propician el “aprender a pensar” (Corts, Vega, 2004). *“Podemos hacer de los procesos de pensamiento objeto de aprendizaje, a través del enfrentamiento con situaciones problemáticas que se pueden abordar con las herramientas que ofrece la matemática”* (Corts, Vega, 2004, pp. 11-12). Es decir, aprender matemáticas a través de la resolución de problemas, es visto como una forma efectiva para lograr los aprendizajes esperados.

También se señala que el papel de los problemas verbales dentro del aprendizaje de las matemáticas ha sido el de desarrollar en los estudiantes habilidades de saber cuándo y cómo hacer uso de sus conocimientos matemáticos (De Corte, Verschaffel, Greer, 2000).

Pero existe una tendencia en las clases de matemáticas de recurrir a problemas rutinarios, alejados de la realidad, lo cual genera en los estudiantes que dejen de lado sus conocimientos del mundo real para resolver un problema y acepten las condiciones que en éste se plantean aunque sean empíricamente falsas (De Corte, et al., 2000). Esto lejos de desarrollar habilidades en los estudiantes los orilla a mecanizar el aprendizaje.

En relación a esto último, *“Este hecho ha llamado la atención de los investigadores, quienes han llegado a la conclusión de que el profesor debe dar a sus alumnos problemas más “reales” para que el estudiante se sienta comprometido de alguna forma”* (Kilpatrick, et al., pp. 57).

Greer, Verschaffel y De Corte (2002), realizan una investigación sobre las creencias acerca de “problemas verbales”, a los cuales definen de la siguiente forma (Greer, et al., 2002, pp. 271):

“... un texto (que contiene típicamente información cuantitativa) que describe una situación ficticia familiar al lector y que plantea una pregunta cuantitativa, una respuesta a la que se puede llegar por medio de operaciones matemáticas realizadas con los datos que provee el texto, o inferido de otro modo.”

Dentro de la Educación Matemática los “problemas verbales” cumplen dos propósitos principales, el primero es el aplicar las matemáticas a la física o fenómenos sociales, para enfatizar que las matemáticas sirven para describir o hacer deducciones de aspecto reales. El segundo propósito consta de usar historias imaginables pero a menudo no realistas, para usar nociones abstractas de las matemáticas (Greer, et al., 2002). El uso de los problemas para el aprendizaje de las matemáticas se puede desviar de los objetivos de la enseñanza, y provocar que los estudiantes pierdan el “sentido de las matemáticas”.

También se piensa que plantear problemas en contextos artificiales puede generar falsas ideas en los estudiantes, que provocan actitudes negativas hacia el estudio de las matemáticas y repercuten en el aprendizaje esperado (Velázquez, Slisko, Nolasco, 2013 y 2014). Se busca que el contexto del problema no sea un mero adorno y baste con extraer los datos y resolver el problema, sino que sea parte importante y ayude a darle sentido al aprendizaje de las matemáticas.

Pero, ¿cuáles son los problemas que son considerados “reales” y qué requisitos deben cumplir? Torulf Palm propone, entre otros, los siguientes elementos para considerar una tarea como auténtica (Palm, 2006, pp. 44):

1. Evento. Una situación del mundo real.
2. Pregunta. De acuerdo a la situación real.
3. Información/datos. Deben ser existentes, realistas y específicos.
4. Presentación. Modo de presentar la información, lenguaje.

Por lo tanto, para poder favorecer un cambio de creencias y no generar creencias que obstaculicen el aprendizaje, como las señalas por Schoenfeld (1992), se deben proponer problemas “reales” en los que los estudiantes desarrollen estrategias propias de solución, y se sientan comprometidos e involucrados al resolverlos.

Los profesores deben de saber cuáles son los objetivos que persigue al proponer un problema en el salón de clases, qué espera como respuesta de los estudiantes, y cuáles serían los aprendizajes finales; pero para evaluar de manera adecuada esos aprendizajes, debe de llevar acabo ciertas acciones que les permitan monitorizar el proceso de solución de los problemas, en el siguiente cuadro se muestran las acciones propuestas por Schoenfeld (1992, pp. 358):

<i>Acciones del profesor</i>	<i>Propósito</i>
<i>ANTES</i>	
1. Leer el problema – discutir palabras o frases que los estudiantes posiblemente no entiendan	Ilustrar la importancia de leer cuidadosamente; atendiendo en especial el vocabulario
2. Utilizar el debate de toda la clase para centrarse en la importancia de entender el problema	Centrarse en la datos importantes, clarificación de procesos
3. (Opcional) debate de toda la clase sobre posibles estrategias de solución del problema	Elicitar ideas para posibles rutas para resolver el problema
<i>DURANTE</i>	
4. Observar y cuestionar a los estudiantes para determinar donde se encuentran	Diagnosticar fortalezas y debilidades
5. Proveer sugerencias cuando sea necesario	Ayudar a los estudiantes en bloqueos pasados
6. Proveer extensiones de problemas como sea necesario	Desafiar a los que terminan primero para generalizar
7. Requerir a los estudiantes quienes obtienen una solución a “responder la pregunta”	Requerir a los estudiantes ver el trabajo realizado y hacer algo que tiene sentido
<i>DESPUES</i>	
8. Mostrar y discutir las soluciones	Mostrar y nombrar diferentes estrategias
9. Relacionar previas soluciones de problemas o hacer que las estudiantes resuelvan las extensiones	Demostrar aplicabilidad general de las estrategias de solución de problemas
10. Discutir características especiales	Mostrar cuales características pueden influenciar en los enfoques

Tabla 7. Acciones del profesor durante la resolución de problemas. Tomado de Schoenfeld, 1992, pp. 358.

Los problemas utilizados deben ser “provocadores” (no rutinarios), que se salgan de los típicos problemas, que signifiquen un reto, para propiciar en los estudiantes interés y motivación. Esto es con el fin de que recurran a maneras propias de solucionar un problema y no utilicen algoritmos de rutina; que reten sus capacidades y los orillen a pensar en estrategias propias de solución.

Dentro de este marco, George Polya realizó análisis sobre los procesos de quienes resuelven problemas matemáticos (Kilpatrick, Gómez, Rico, 1998), a partir de los cuales propuso, en su libro “Cómo plantear y resolver problemas”, los siguientes pasos para resolver un problema (Polya, 1989):

1. Aceptar y comprender las condiciones del problema.
2. Planificar su solución.
3. Llevar a cabo el plan planificado; y
4. Comprobar, verificar la solución.

Esos pasos proporcionan un método heurístico general para resolver problemas. De esta forma, los estudiantes tienen que “pensar” en un camino para resolver un problema, en contraste con los algoritmos que son procesos bien definidos (Kilpatrick, et. al., 1998).

De esta forma se les permite a los estudiantes explorar diversas formas para resolver un problema, sin recurrir a un procedimiento establecido, enseñado por el profesor o presentado en un libro de texto, se les deja en libertad de pensar por ellos mismos y llegar a una solución, haciendo uso de sus propios recursos. Participando de forma activa en su aprendizaje y no como simples receptores.

Capítulo 2

2. METODOLOGÍA.

2.1 Objetivos del estudio

Objetivo general. Demostrar que es posible cambiar las creencias de los estudiantes de manera positiva con una enseñanza que promueve el aprendizaje activo.

Objetivos específicos. Conocer las creencias de los estudiantes sobre las matemáticas, usando un instrumento validado, al inicio, en el transcurso y al final de un curso normal de matemáticas. Implementar una instrucción que promueve un aprendizaje activo en un grupo de estudiantes y comparar los resultados obtenidos del cuestionario con los de un grupo control.

2.2 Población

La intervención se realizó con los estudiantes de Educación Media Superior, distribuidos en cuatro grupos de primer año, de la Preparatoria “Lázaro Cárdenas del Río”, de la Ciudad de Puebla, Puebla. Perteneciente a las preparatorias de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP).

- Dos de estos grupos (turno vespertino), con un total de 52 estudiantes, han sido los grupos control, llevaban una instrucción tradicional, en donde el profesor daba el tema a manera de cátedra, resolviendo algunos ejercicios y dejando tareas con ejercicio repetitivos.
- Los otros 2 grupos (turno matutino), con un total de 63 estudiantes, han sido los grupos experimentales, involucrados en una enseñanza alternativa, la cual pretendía promover un aprendizaje activo. El profesor de estos dos grupos es el primer coautor de este trabajo.

2.3 Instrumento

El instrumento utilizado para medir las creencias es el diseñado por Gómez, Op'T Eynde y De Corte en 2006, el cual es una traducción al español del *Mathematics - Related Beliefs Questionnaire* (MRBQ) (Op't Eynde, De Corte, 2003). En este cuestionario se emplea una escala tipo Likert, que va del “totalmente de acuerdo” hasta “totalmente en desacuerdo”, con puntuación que van de cinco a cero, respectivamente.

En su versión original el MRQB está compuesto por 44 ítems, distribuidos en 4 sub-escalas:

1. *Creencias sobre las matemáticas como actividad social.* Se refiere a la utilidad de la matemática en la vida real, y al hecho de que las matemáticas están relacionadas con la práctica humana y es percibida como una disciplina dinámica.
2. *Creencias sobre el significado y competencia en matemáticas.* Estas preguntas están relacionadas con creencias sobre el valor de la tarea y la auto-eficacia.
3. *Creencias sobre las matemáticas como un dominio de excelencia.* Las preguntas se refieren a las creencias sobre la meta del aprendizaje, por un lado, y por el otro el punto de vista absolutista del aprendizaje de las matemáticas y la solución de problemas.
4. *Creencias acerca del papel y el funcionamiento del profesor.*

En el presente estudio, se aplicó el cuestionario completo traducido al español (Anexo), y se tomaron en cuenta los 4 factores explicativos del original en inglés. El cuestionario se aplicó en tres tiempos, a los cuatro grupos, al inicio del curso (Agosto de 2015), a la mitad del curso (Enero de 2016) y al final del curso (Junio 2016).

A lo largo del curso se aplicaron otros instrumentos para medir y monitorear el proceso de aprendizaje de los estudiantes. Uno de los instrumentos aplicados a los 4 grupos, al principio del curso, fue el TOLT (Test of Logical Thinking) (Tobin y Capie, 1981), traducido al español por Acevedo y Martínez (1995), para medir el nivel de desarrollo de pensamiento cognitivo (concreto – formal), de los estudiantes.

A los dos grupos experimentales, al finalizar el primer semestre, se aplicó parte del cuestionario diseñado por Trigueros, et al. (1996), este cuestionario fue diseñado para hacer un diagnóstico acerca del manejo del concepto de variable en el álgebra. Solamente se tomaron las 12 primeras preguntas, ya que solamente se quería el diagnóstico de los dos primeros usos de la variable, señaladas por los autores, como el *uso de la variable como número general* y el *uso de la variable como incógnita*. Esto se requería para el siguiente semestre (Apéndice A).

Se diseñó también un cuestionario que contiene el planteamiento de un problema de dos formas diferentes, una con datos concretos que podían manipular y llegar a un resultado numérico y la otra en lugar de datos el enunciado contenía símbolos, y el resultado tenía que ser una expresión. Esto con el fin de obtener información sobre el nivel de pensamiento cognitivo y compararlo con los resultados del TOLT. Este cuestionario se aplicó solamente a los grupos experimentales.

Además de las cuatro evaluaciones correspondientes a cada uno de los cuatro parciales, las cuales se realizan de manera individual, en una sesión de 50 minutos (Apéndice B).

2.4 Instrucción Grupos Control

La enseñanza era a manera de cátedra, donde se exponen los contenidos de forma secuenciada, el profesor resuelve *ejercicios* con procedimientos establecidos, y los estudiantes repiten estos procedimientos. Los problemas son abordados ocasionalmente, al final de alguno de los temas; pero no son la parte central de la enseñanza. El trabajo en grupo se daba de manera esporádica, y no como una constante dentro del proceso de aprendizaje, se les dejaba preguntar a sus compañeros durante la realización de alguna tarea; pero no a manera de trabajo colaborativo.

2.5 Instrucción Grupos experimentales

En la asignatura de Matemáticas I, correspondiente al primer año de las preparatorias de la BUAP, se buscan que los estudiantes manejen y apliquen contenidos del álgebra elemental, modelen y resuelvan situaciones problemáticas, comprobando y valorando los resultados.

En el transcurso del curso se dejaron varias tareas que consistieron en la resolución de un problema relacionado con un tema (unidad de competencia) del programa. Además de los cuestionarios antes mencionados, se dejaron actividades para trabajar en clase de manera individual.

Los problemas debían ser resueltos siguiendo los pasos propuestos por G. Polya para resolver un problema:

1. Aceptar y comprender las condiciones del problema.
2. Planificar su solución.
3. Llevar a cabo lo planificado; y
4. Comprobar, verificar la solución.

Los grupos experimentales no tuvieron una instrucción previa sobre los conceptos que se abordaron al resolver un nuevo problema, no se expuso la teoría previa a manera de cátedra ni se dieron ejemplos de problemas donde se aplicaban dichos conceptos. De esta manera, se esperaba que ellos recurrieran a procesos propios de solución, que desarrollaran sus propias estrategias. Se pusieron a prueba sus capacidades de comprensión, análisis y argumentación.

Los tres pasos que se usaron en la “instrucción alternativa” fueron tomados en parte y modificados de los propuestos en anteriores investigaciones (Slisko, 2016, p. 8). Tales pasos son los siguientes:

1. **Solución personal.** Se pide a los estudiantes resuelvan un problema de forma individual, se les deja como tarea para realizarla en casa. Esta tarea la deben de enviar de forma electrónica por correo, en formato PDF (para facilitar las correcciones y conservar la evidencia). Se da una semana para realizar la entrega. Ellos pueden, y deben, hacer uso de todo lo que se encuentra a su alcance, como ayuda de familiares, el internet, libros, etc.
2. **Solución grupal.** Una vez realizada la entrega individual, y antes de regresarles las tareas calificadas con las correcciones pertinentes, se forman grupos de entre 3 y 5 personas para resolver el mismo problema. Con ello se pretende fomentar el intercambio de ideas, en donde tienen que defender su propia solución y posiblemente los lleve a cambiar sus propias ideas originales (Ursini, Sánchez y Orendain, 2004, pp. 61). De esta forma, se espera que los estudiantes aprendan a socializar lo aprendido, compartiendo y defendiendo sus estrategias de solución. En esta fase el profesor no es solo observador, también interviene como facilitador y promotor del intercambio de ideas.
3. **Solución experta.** Al final el profesor resuelve el problema, y lo empata con los temas del programa de estudio, es decir, extrae la teoría relacionada con el problema y les muestra lo que ellos solos aprendieron, utilizando el lenguaje matemático para formalizar lo aprendido. En esta parte también se discuten las soluciones dadas por ellos, para eliminar dudas sobre sus estrategias y tener una retroalimentación completa.

Con esta forma de plantear y desarrollar las actividades se espera que se propicie un mayor interés en el estudiante y que le ayude a desarrollar sus habilidades de manera autónoma. Con esto no sacrifican los contenidos matemáticos del programa de estudio, éstos fueron abordados; pero en el proceso se espera que el estudiante entienda, que si bien las Matemáticas es un tema “difícil”, no es imposible de aprender teniendo las herramientas, la guía y la disposición necesaria.

Al ser estudiantes egresados del último nivel de Educación Básica, tienen conocimientos sólidos sobre algunos de los temas que se abordarán en el curso (aritmética y álgebra elemental), por lo tanto, los problemas deben de ser un verdadero reto para ellos. Los problemas fueron extraídos de diferentes documentos y libros, algunos son problemas presentados para la comprensión explícita de algún tema determinado, y también problemas tipo “puzzle” o de retos matemáticos.

El temario de Matemáticas I, para el Bachillerato universitario de las Preparatorias BUAP, marca el siguiente contenido:

UNIDAD DE COMPETENCIA	CONTENIDO TEMÁTICO	DURACIÓN
BLOQUE I LOS NÚMEROS ENTEROS	- Operaciones con los enteros y sus propiedades. - Orden de los enteros. - Divisibilidad	TIEMPO: 12 utc (unidades de tiempo de clase)
BLOQUE II FRACCIONES	- Noción de fracción y su generalización como par ordenado de enteros. - Operaciones con fracciones. - Orden de las fracciones.	TIEMPO: 12 utc
BLOQUE III LOS NÚMEROS REALES	- La fracción como un <i>número racional</i> (por abuso de lenguaje serán sinónimos) - Fracciones decimales - Los números irracionales - El conjunto de los números reales y su representación geométrica	TIEMPO: 5 utc
BLOQUE IV RAZONES Y PROPORCIONES	- Razón y proporción. - Proporcionalidad directa o inversa. - Regla de tres simple directa o inversa. - Porcentaje.	TIEMPO: 16 utc.
BLOQUE V TERMINOLOGÍA ALGEBRAICA MÍNIMA Y OPERACIONES BÁSICAS CON POLINOMIOS	- Ingredientes del álgebra elemental - Variables y dominio - Polinomios - Operaciones básicas con polinomios	TIEMPO: 12 utc
BLOQUE VI OBTENCIÓN DE PRODUCTOS POR SIMPLE INSPECCION, FACTORIZACIÓN	- Obtención de productos por simple inspección. - Factorización	TIEMPO: 8 utc
BLOQUE VII FRACCIONES ALGEBRAICAS RACIONALES	- Fracciones algebraicas racionales - Equivalencia de fracciones algebraicas - Operaciones con fracciones algebraicas	TIEMPO: 12 utc
BLOQUE VIII EXPONENTES Y RADICALES.	- Exponentes naturales y enteros - Exponentes racionales y su notación con radicales - Propiedades (leyes) de los exponentes. - Operaciones con expresiones que contengan radicales.	TIEMPO: 12 utc
BLOQUE IX ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES.	- Ecuaciones de primer grado - Ecuaciones de segundo grado - Sistema de ecuaciones lineales	TIEMPO: 25 utc
BLOQUE X FUNCIONES Y GRAFICAS	- Concepto de función. - Plano cartesiano - Gráfica de una función	TIEMPO: 10 utc

Tabla 8. Temario de Matemáticas I, BUAP.

Con los problemas que se presentaban en las tareas, no se pretendía solamente que el estudiante aprendiera un tema en específico del programa de estudio, sino, como lo marca el propósito de la asignatura, fuera desarrollando habilidades de razonamiento y deducción, haciendo uso de lo que saben. De esta forma se pretendía que comprendieran, de manera más sencilla, alguna técnica que simplifique la solución y que los ayudara a “economizar” en procedimiento; pero que vale la pena que ellos “piensen” de manera independiente primero cómo resolver un problema, antes de que el profesor les indique el procedimiento tradicional de solución.

Antes de dejar la primera tarea, en el salón se discutieron 2 problemas, para que les quedara claro el procedimiento que tenían que seguir siguiendo los pasos propuestos por G. Polya, resaltando la importancia de cada uno de estos pasos para poder resolver un problema.

Estos dos problemas, además de servir como introducción, nos ayudaron a poner de manifiesto la importancia de entender el enunciado de un problema, de que éste esté bien redactado, con datos reales y confiables, que la pregunta sea clara para que ellos puedan, siguiendo un procedimiento lógico y ordenado, llegar a una solución de la que ellos estén seguros que es la correcta. La autenticidad de los problemas verbales señalada por Palm (2006, 2009) no solo es importante para resolver un problema, también permite al estudiante ser crítico a la hora de leer un problema, y no solo resolverlo porque se lo plantea el profesor o un libro. Para darle sentido a lo que hacen. Los problemas fueron los siguientes:

Problema 1:

“Un autobús de la armada transporta 36 soldados. ¿Si 1128 soldados deben ser transportados en autobuses a su lugar de entrenamiento, cuántos autobuses se necesitan?” (Selter, 2009, pp. 316).

Problema 2:

“La mariposa más grande que se conoce, es la mariposa pájaro gigante de las islas Salomón, que puede medir 28.77 cm y es 21 veces más grande que la mariposa enana azul de Sudáfrica, que es la más pequeña que se conoce. ¿Cuánto mide la mariposa Enana Azul?” (Semerena, 2008, pp. 2)

Estos problemas no solo ponen en práctica sus conocimientos sobre operaciones con números que involucran decimales, sino también tienen que interpretar el resultado, como lo propone Selter (2009). O bien los invita a investigar sobre la información que les da el problema, sobre la veracidad de los datos con los que deben operar. Los objetivos fueron los siguientes:

Problema 1: El problema está diseñado para saber la interpretación que le dan al valor decimal, que resulta después de haber realizado la operación de división, requerida para llegar a la solución del problema. Era importante hacer hincapié en lo importante que resulta explicar un resultado numérico, ya que en términos reales, en este problema en particular, se admiten resultados en números enteros, ya que no podemos “partir” un camión. La operación no resultó difícil de realizar, lo que si les pareció complicado es interpretar el resultado y explicarlo, lo importante era que supieran que al resolver un problema llegar al resultado numérico no significa llegar a la solución.	Problema 2: En este caso, matemáticamente el problema requería de realizar una división con números decimales. A parte de eso nuestro objetivo era mostrar como la redacción del problema es importante para llegar a la solución, el problema dice: <i>“... puede medir 28.77 cm y es 21 veces más grande...”</i> No especifica a que se refieren la medida de 28.77 cm, en este caso es la envergadura; pero el problema no lo dice, y eso es importante. Por otro lado es necesario investigar la veracidad de la información, si en realidad la mariposa más grande es la Mariposa Pájaro Gigante y si la más pequeña es la Enana Azul. Resolver un problema no es solo operar con la información, también es importante verificarla, sobre todo si se refiere a un contexto real.
---	--

Tabla 9. Objetivos de problemas introductorios.

Los dos problemas se resolvieron en clase de manera individual y posteriormente de forma grupal, pidiendo en cada caso seguir los pasos sugeridos por G. Polya. Para el primer problema se pide investigar, en el caso de que el salón fuera de viaje y se necesitara rentar un medio de transporte, que tomarían en cuenta para hacerlo, en qué se basaría su investigación. Para el segundo problema se pide verificar la información y aclarar que el tamaño de la mariposa se refiere a su envergadura. Todo esto se pide que lo lleven por escrito en la siguiente clase y se discute de manera verbal, se llegan a acuerdos y se registra en el cuaderno de notas.

2.5.1 Tareas

Los problemas utilizados en las tareas se ajustan al orden del temario y se escogieron según su contenido y complejidad. A continuación se presentan cada una de las tareas, con los objetivos perseguidos de aprendizaje, seguidos de algunas apreciaciones que se hicieron al calificar y discutir la tarea.

Primer parcial

Tarea 1 En un camino hay un perro y a 150 m de él hay una liebre. El perro corre para cazar a la liebre, pero cada vez que avanza 9 m la liebre avanza 7 m. ¿Cuántos metros recorre el perro antes de capturar a la liebre? (Semerena, 2008, pp. 2)	Objetivo de aprendizaje: • Uso y operaciones con números enteros, • Uso de tablas o recta numérica, • Reconocimiento de patrones.
---	--

Tabla 10. Tarea 1, parcial 1.

En este problema se pide que realicen un dibujo que refleje el contenido del problema, la mayoría de ellos fueron caricaturas de un perro y una liebre (conejo); pero que difícilmente los podría ayudar a resolver el problema.

Tarea 2 1. Si al hacer el recorte del día en un restaurante al administrador hacer 3 rollos de billetes de la misma denominación en el primero hay \$1350 en el segundo \$1700 y en el tercero \$3550. ¿Cuántos billetes hay en cada rollo y de que denominación? 2. Tres escuelas deciden hacer una colecta de dinero entre los alumnos, para donar a varias instituciones de beneficencia, si la primera junta \$120 000, la segunda \$280 000 y la tercera \$360 000. ¿Cuál es la mayor cantidad que recibirá cada institución? De tal manera que sea la misma y ¿cuántas instituciones pueden ser beneficiadas? 3. Una persona viaja a la ciudad de México cada 12 días, otro lo hace cada 20 días y una tercera cada 6 días. Si hoy han coincidido en estar en la ciudad. ¿Dentro de cuántos días como mínimo volverán a coincidir? 4. Un médico receta a un paciente tomar una pastilla cada 6 horas y un jarabe cada 8 horas y al iniciar el tratamiento toma la pastilla y el jarabe a la misma hora. ¿Después de cuántas horas volverá a tomar ambos medicamentos al mismo tiempo? (CONAMAT, 2009, pp. 43)	Objetivo de aprendizaje: • Uso y operaciones con números enteros, • criterios de divisibilidad, • uso de la técnica de <i>Máximo Común Divisor</i> en los problemas 1 y 2 (MCD) y • uso de la técnica de <i>mínimo común múltiplo</i> en los problemas 3 y 4 (mcm).
---	---

Tabla 11. Tarea 2, parcial 1.

Hubieron algunas dificultades al resolver el problema 2, ya que el enunciado no aclara de qué forma las escuelas donaran el dinero, si es todas por medio de una institución o bien es de forma independiente cada una. Las técnicas no fueron utilizadas de manera regular, lo hicieron por deducciones, por medio de tablas, etc. En general la redacción en este tipo de problemas (los de MCD), son un poco forzadas.

Tarea 3	Objetivo de aprendizaje:
1. ¿Cuál es el número más pequeño que dividido entre 2, 3, 4 5 ó 6 da de residuo 1 y exactamente divisible entre 7? (Ugarte, 2011, pp. 80) 2. Dos hombres van de paseo hasta una fuente. Allí se disponen a almorzar. Uno de los hombres tienen 3 panes y el otro 2. Ven a un soldado y lo invitan a unirse con ellos. Todos comen la misma cantidad de pan y el soldado, al marchar, les entrega 5 monedas por el pan recibido. ¿Cómo debe repartirse las monedas los dos hombres? (Ugarte, 2011, pp. 82)	• Uso de los criterios de divisibilidad, • Operaciones con fracciones y • Razones.

Tabla 12. Tarea 3, parcial 1.

En el problema 1 hubieron dificultades por el uso del “o”, y por simplicidad, supusieron que no debían de ser todos, y excluyeron el 5. La cuestión es de redacción. El segundo problema les resulta complicado y confuso, ya que suponen que el reparto es por el pan que llevaba cada hombre.

Tarea 4	Objetivo de aprendizaje:
Un rey envió 30 hombres a plantar árboles y plantaron 1000 árboles en 9 días. ¿Cuántos días tardarán 36 hombres en plantar 4400 árboles? (Ugarte, 2011, pp. 23, Sigler, 2003, pp.210)	• Proporciones y • Regla de tres directa e inversa.

Tabla 13. Tarea 4, parcial 1.

En este problema los estudiantes no utilizan la regla de tres compuesta, como se supone que se debe de resolver este tipo de problemas, simplifican la solución por

medio de métodos deductivos y más prácticos y sencillos que lo que implica el uso de regla de tres compuesta.

Segundo parcial

Tarea 1 Un hombre compra 7 huevos por un denario, y vende 5 huevos por un denario. Para obtener una ganancia de 19 denarios ¿cuántos denarios tendrían que invertir? (Sigler, 2003, pp. 275) Tarea 2 Un hombre compra 7 huevos por 2 denarios, y vende 19 huevos por 6 denarios. Para obtener una ganancia de 21 denarios ¿cuántos denarios tendrían que invertir? (Sigler, 2003, pp. 275)	Objetivo de aprendizaje: • Fracciones, • decimales, • proporciones y • regla de tres inversa y directa.
--	---

Tabla 14. Tarea 1 y 2, parcial 2.

Las dos tareas se presentan con las instrucciones:

1. Redacta cómo resolverías este problema (plan de acción):
2. Escribe los cálculos necesarios para resolver el problema, según tu plan de acción anterior (si lo crees necesario realiza un diagrama, tabla o esquema).
3. ¿Crees que sea posible hacer esta compra-venta?
 - a) Sí
 - b) No
 - c) No se

Justifica tu respuesta.

Todo esto con el fin de que puedan interpretar su respuesta y pensarán más allá de una respuesta numérica.

Tarea 3	Objetivo de aprendizaje:
1. La diferencia de las edades de un padre y su hijo es de 25 años, hace 15 años la edad del hijo era $\frac{3}{8}$ de la edad del padre. Hallar las edades actuales. (Baldor, 1980, pp. 253) 2. Ángel tenía 54 pesos y Beto 32 pesos. Ambos ganaron una misma cantidad de dinero y la suma de lo que tienen ambos ahora excede en 66 pesos al cuádruple de lo que gano cada uno. (Baldor, 1980, pp. 255) 3. Pedro tenía \$90 y su hermano \$50 ambos gastan la misma cantidad de dinero y ahora el hermano de Pedro tienen $\frac{3}{11}$ de lo que tienen Pedro. ¿Cuánto dinero gasto cada uno? (Baldor, 1980, pp. 255) 4. La cifra de las decenas de un número de dos cifras excede en 2 a las cifras de las unidades y el número excede 27 a 10 veces a la cifra de las unidades. Hallar el número. (Baldor, 1980, pp. 258)	• Planteamiento de ecuaciones de primer grado. • Solución de ecuaciones de primer grado.

Tabla 15. Tarea 3, parcial 2.

Aquí se les dio a los estudiantes la oportunidad de escoger dos de los cuatro problemas para resolver y entregar. Durante la semana de entrega se discutieron los enunciados, para que no hubiera confusión entre los datos que se presentan y no hubiera problemas para llegar a la solución. Lo importante en este caso es cómo el planteamiento de una ecuación puede ayudar a llegar al resultado de una manera más sencilla y de esta forma se vieran motivados a hacer uso de ellas.

Tercer parcial

En este parcial se dejaron 3 tareas, por la extensión de ellas, se anexan en el Apéndice C.

Se sigue trabajando con ecuaciones y discutiendo la importancia del planteamiento de modelos matemáticos (ecuaciones) para resolver un problema, en este caso ecuaciones de primer grado con una incógnita.

Debían de seguir las siguientes instrucciones:

Nombre:

Escribe aquí el enunciado original del problema que te fue asignado:

1. Reescribe el problema con tus propias palabras o de la forma que tú lo entendiste.
2. Indica los datos que te proporciona el problema y qué es lo que te pide.
3. Describe cada uno de los pasos que piensas hacer para resolver el problema y realízalos.
4. Escribe claramente tu respuesta y compruébala de alguna forma.

Cuarto parcial

Para este parcial, los requerimientos del programa se alejan un poco de la forma de enseñanza, y nos tenemos que concentrar en los contenidos. Y se abordan los temas de factorización, con una dinámica de exposiciones, y discusión dentro del grupo.

Se resuelven problemas que implican ecuaciones de segundo grado, donde es necesario realizar una descomposición factorial; pero no se sigue la misma dinámica de entrega. Se realizan de forma grupal durante la clase y al final se entregó un reporte, a manos, de forma física por equipos. Para los problemas ver Apéndice C.

Capítulo 3

3. RESULTADOS

3.1 Cuestionario de creencias

Es importante señalar, que se considera un cambio positivo cuando en las respuestas el puntaje de la escala aumenta de una aplicación a otra. Por lo tanto, para una mejor lectura de las gráficas, fue necesario invertir la escala de algunas de las preguntas, para que se leyera de la misma forma, ya que en ellas se esperaba una disminución en el puntaje de las respuestas, es decir, que estuvieran “*totalmente en desacuerdo*”. Al invertir la escala lo que se hizo fue tomar el “*totalmente de acuerdo*” con un puntaje de *ceros* y el “*totalmente en desacuerdo*” con un puntaje de *cinco*. Las preguntas fueron las siguientes:

3, 4, 8, 10, 12, 16, 24, 32, 41, 43 y 44.

Las gráficas presentan promedios de los puntajes de las respuestas de los dos grupos experimentales y los dos grupos control, respectivamente, por lo que las observaciones se referirán a los resultados *promedio*, y no en específico a cada uno de los cuatro grupos.

3.1.1 Resultados globales

Los resultados que se presentan provienen de las tres aplicaciones de la prueba sobre las creencias. Se muestran los resultados de acuerdo a los 4 factores explicativos obtenidos en su versión en inglés del MRQB. Que son los siguientes:

1. *Creencias sobre las matemáticas como actividad social.*
2. *Creencias sobre el significado y competencia en matemáticas.*
3. *Creencias sobre las matemáticas como un dominio de excelencia.*
4. *Creencias acerca del papel y el funcionamiento del profesor.*

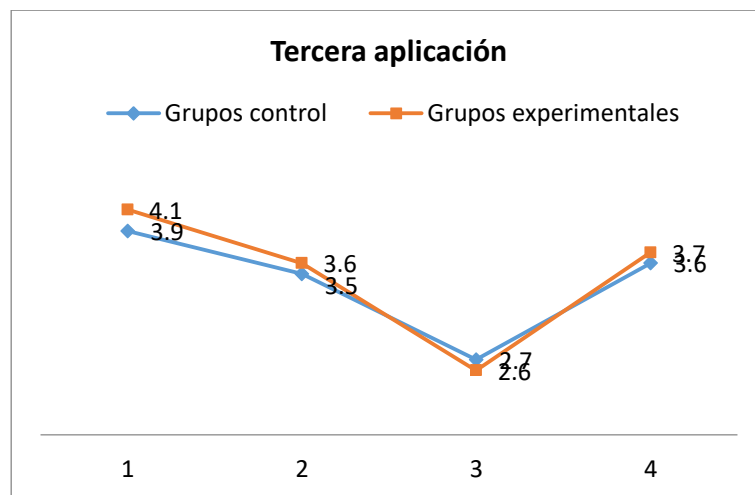
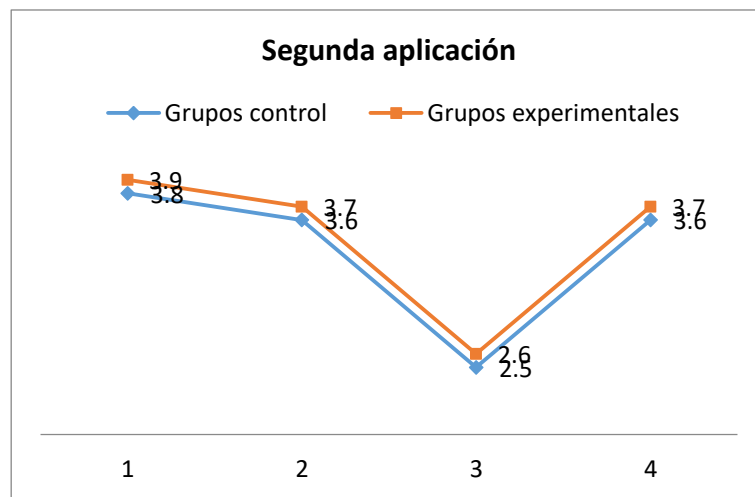
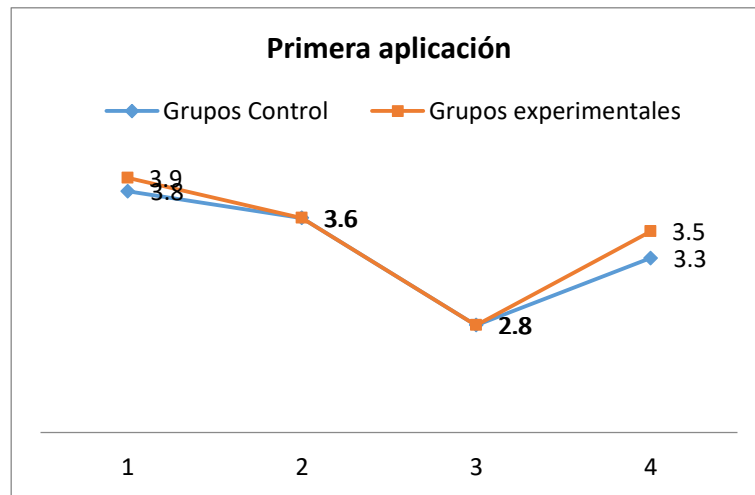


Gráfico1. Cuatro factores.

En los resultados globales no hay grandes diferencias entre los grupos experimentales y los grupos control, en cuanto al aumento o disminución de puntajes. Hubo un aumento en los puntajes de los factores 1 y 4, y una disminución en los factores 2 y 3, en los grupos control. En los grupos experimentales también hay un aumento en los factores 1 y 4, y una disminución en el factor 3, al final el factor 2 queda con el mismo puntaje, aunque hubo un aumento entre la primera y la segunda aplicación, el puntaje en la tercera aplicación fue igual a la primera.

El puntaje, en la primera aplicación, es igual en los grupos experimentales y los grupos control en el factor 2 y 3; para el factor 1 y 4 el puntaje es mayor en los grupos experimentales. En la segunda aplicación los puntajes en los cuatro factores es mayor en los grupos experimentales, el factor 3 fue el único que disminuyó tanto en los grupos experimentales como los grupos control. En la tercera aplicación los puntajes de los factores 1, 2 y 4 son mayores en los grupos experimentales que en los grupos control, solo el factor 3 el puntaje es menor en los experimentales que en los grupos control.

El *Factor 3* es el de menor puntaje de los cuatro factores. Las preguntas de este factor van dirigidas hacia las creencias sobre las matemáticas como un dominio de excelencia, solo alcanzado por algunos por un lado, y los objetivos del aprendizaje de las matemáticas por el otro. Estas creencias forman parte del conocimiento común y prevaleciente sobre la concepción de las matemáticas y su aprendizaje y parecen ser las más arraigadas.

El *Factor 4* es donde se observan mayores cambios en los resultados de forma inmediata, de la primera a la segunda aplicación y siguió aumentando, de la segunda a la tercera aplicación. Lo cual indica que en ambos casos las creencias sobre el papel del profesor en clase mejoraron, tanto en los grupos experimentales como los grupos control.

3.1.2 Resultados por Factor

A continuación se presentan los resultados por factor y por pregunta. Los resultados son de los promedios obtenidos de los 4 grupos (2 experimentales y 2 control), de las tres aplicaciones. Se harán comentarios sobre las preguntas en donde se observan cambios dispares, entre los grupos experimentales y los grupos control.

Factor 1: La matemática como una actividad social.

Preguntas: 1, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14 y 26.

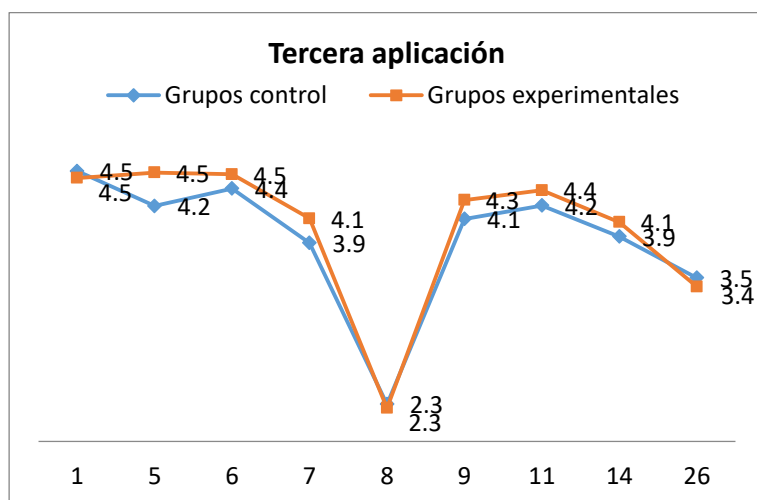
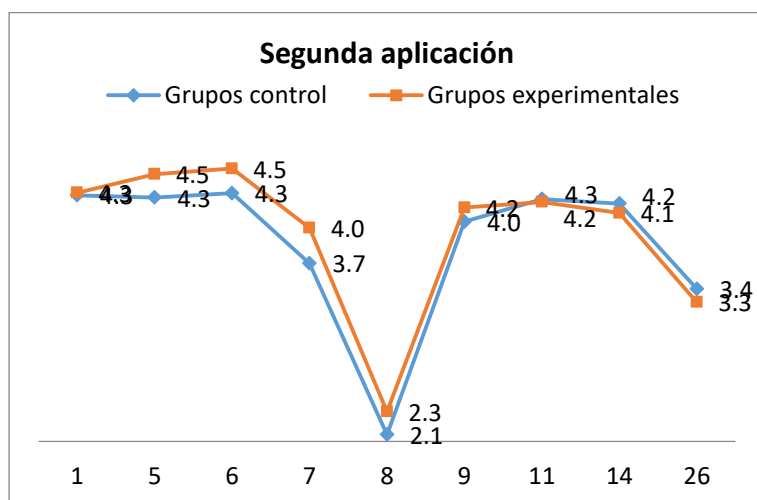
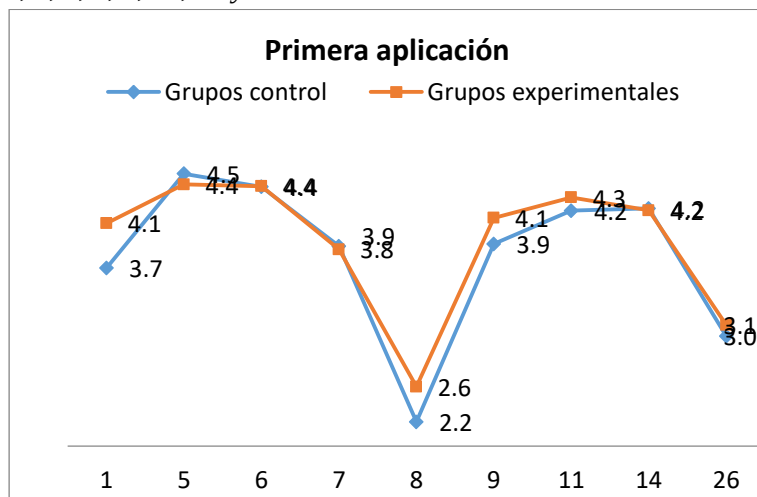


Gráfico 2. Factor 1

Pregunta 5: *Cualquiera puede aprender matemáticas*. Los grupos experimentales se mantienen el puntaje aumenta y en los grupos control el puntaje disminuye. Esta mejora en los grupos experimentales indica que la instrucción propicia este cambio positivo, se trata de romper esos bloqueos que se originan al resolver un problema, dándoles la confianza de utilizar lo que saben.

Pregunta 6: *En los problemas de matemáticas hay diversas formas para llegar a encontrar una solución correcta* y pregunta 7: *Las matemáticas te capacitan para comprender mejor el mundo donde vives*. En los grupos experimentales el puntaje aumenta; en los grupos control al principio disminuye y en la tercera aplicación regresa al mismo puntaje. En la instrucción dada a los grupos experimentales, aparte de basarse en la solución de problemas, aunque no se basen en un contexto real y cercano para ellos, se explicaba siempre que las matemáticas fueron hechas para solucionar problemas de la sociedad; y al exponer sus propias soluciones, se dan cuenta de que la solución correcta no solo es la expuesta por el profesor.

Pregunta 8: *Resolver un problema exige pensar mucho y ser un estudiante inteligente* (la escala se invirtió). En los grupos experimentales la escala disminuye, a pesar de que piensan que cualquiera pueda aprender matemáticas; por el contrario, en los grupos control el puntaje se mantiene igual, aunque en la segunda aplicación disminuye. Esta pregunta es la de menor puntaje en todo el factor. Debido a la diferencia entre el material utilizado en los dos grupos, se explica la disminución en el puntaje en los grupos experimentales, ya que los problemas utilizados con estos grupos exigían pensar más que la solución de un mero ejercicio de rutina.

Factor 2: Sobre la importancia y la competencia matemática

Preguntas: 2, 3, 4, 15, 17, 18, 20, 21, 22, 23, 25, 27 y 28.

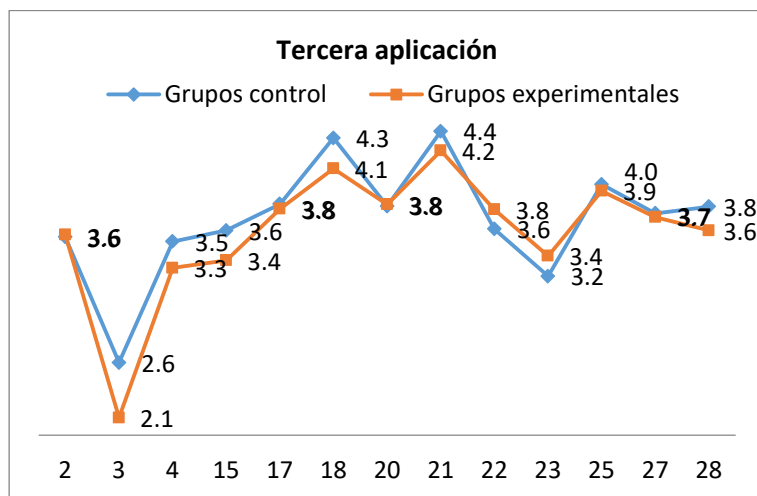
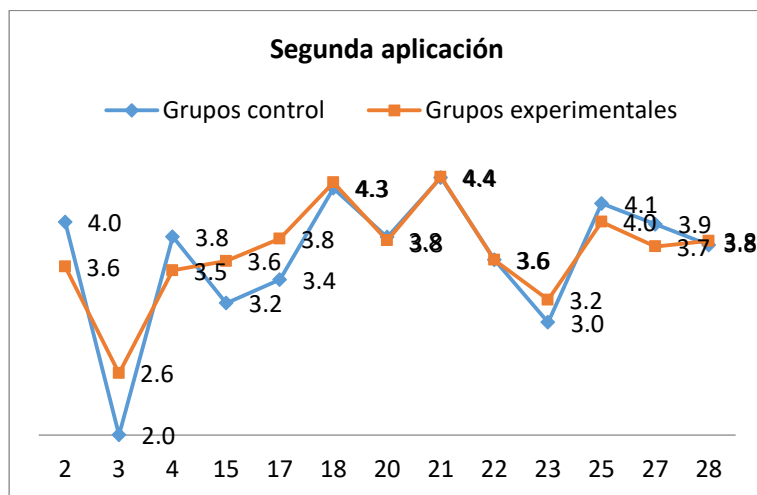
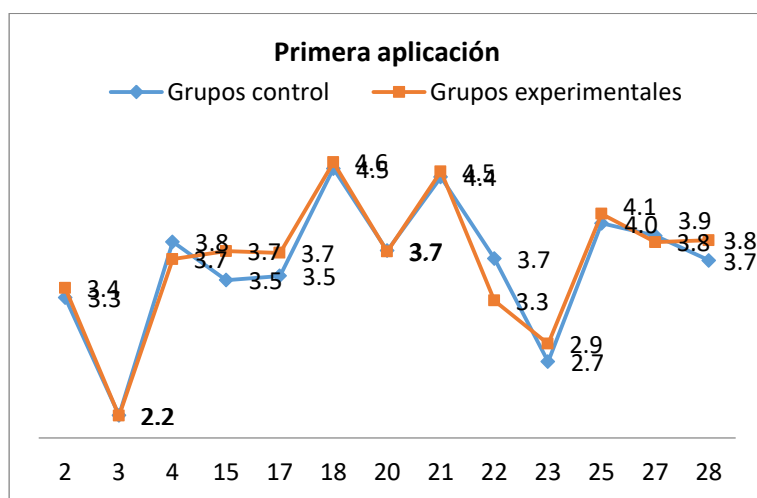


Gráfico 3. Factor 2

Pregunta 3: *El aprendizaje matemático es principalmente memorístico* (la escala se invirtió). En los grupos experimentales en la segunda aplicación el puntaje aumentó pero en la tercera disminuye, con respecto de la primera aplicación. En los grupos control, por el contrario, en la segunda aplicación disminuye y en la tercera aumenta, ambas con respecto de la primera aplicación. Una de las creencias más arraigadas (con puntajes bajos) en los estudiantes es precisamente ésta, con la forma de resolver los problemas en los grupos experimentales se quería cambiar estas creencias, lo cual se logra a la mitad del curso; pero esto cambia drásticamente al final del curso.

Pregunta 4: *Es una pérdida de tiempo cuando el profesor nos hace pensar solos sobre cómo se resolvería un nuevo problema* (la escala se invirtió). La escala disminuye tanto en los grupos experimentales como en los grupos control; pero en los grupos experimentales la disminución es mayor, aun cuando en la instrucción de estos grupos esa fue la intención, que ellos pensarán como resolver por su propia cuenta cada uno de los problemas que se planteaban, antes de que el profesor diera la solución.

Pregunta 15: *Creo que este año recibiré una excelente nota en matemáticas*. La escala disminuye tanto en los grupos experimentales como en los grupos control. Pero en los grupos control se observa una drástica disminución en la última aplicación. A los grupos experimentales se les evaluaba de acuerdo a lo que hacen con lo que saben, y no simplemente se evalúa lo que saben.

Pregunta 21: *Para mí las matemáticas son una asignatura importante*. En los grupos experimentales el puntaje disminuye, y en los grupos control se mantiene igual. Esta pregunta tiene alto puntaje, aún con los cambios se mantiene como la más alta del factor.

Pregunta 22: *Prefiero las tareas matemáticas me esfuerzo por encontrar una solución*. A pesar de la tendencia de las repuestas a las preguntas anteriores, en los grupos experimentales el puntaje aumenta y en los grupos control disminuye. Esto indica que la instrucción, si bien no abona en mejorar su percepción sobre las matemáticas como una “*asignatura importante*” si imprime cierto compromiso en los estudiantes hacia la tarea.

Pregunta 25: *Si trabajo duro, entonces puedo comprender todo el material del curso de matemáticas*. En los grupos experimentales va disminuyendo de la primera a la tercera aplicación; y en los grupos control, a pesar de que en la segunda aplicación aumenta, en la tercera regresa al puntaje de la primera.

Factor 3: La matemática como un dominio de excelencia.

Preguntas: 10, 12, 13, 16, 19 y 24.

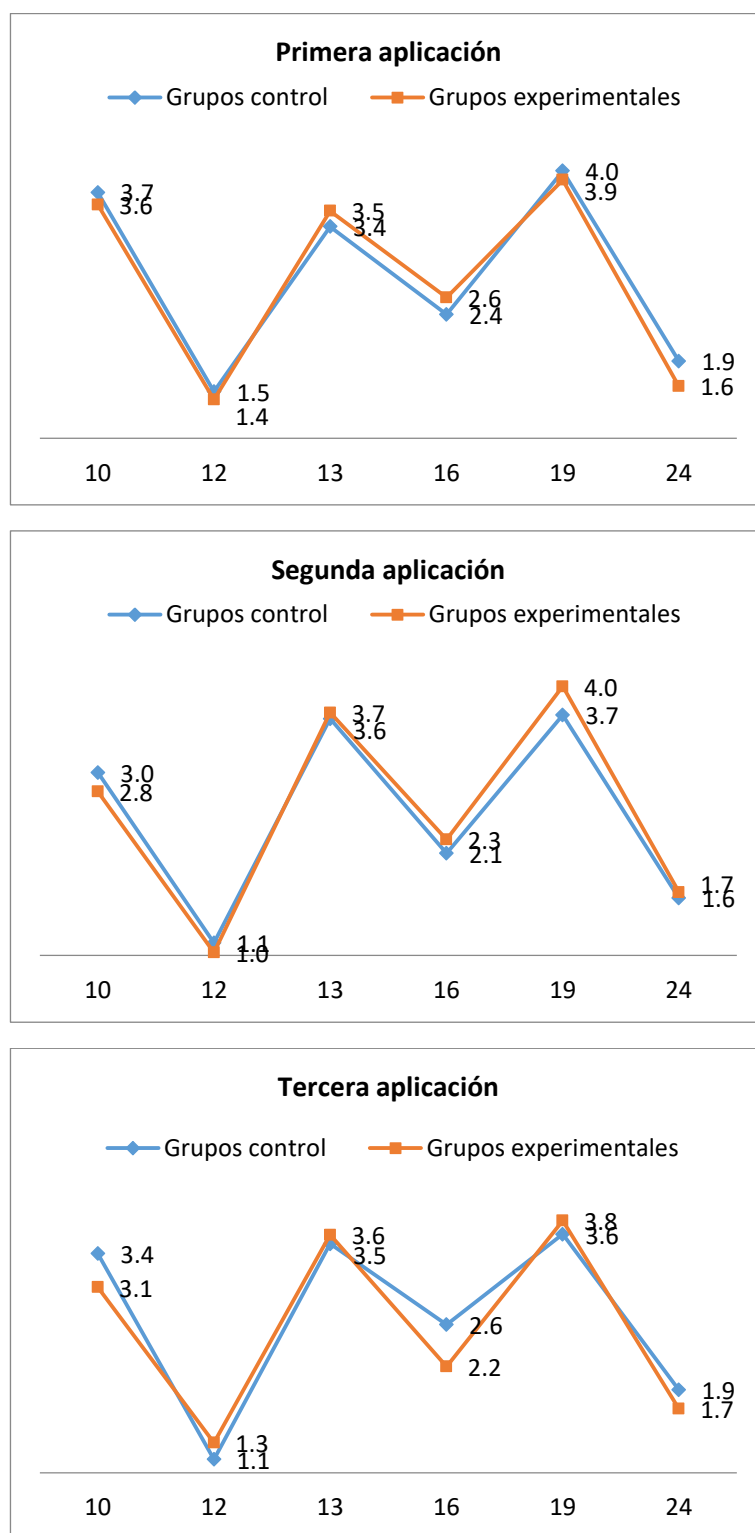


Gráfico 4. Factor 3.

En este factor se encuentran dos de las preguntas con menor puntaje de todo el cuestionario (12 y 24). Además, como lo muestran los resultados globales, es el factor en el que se observen menos cambios en la escala.

Pregunta 24. *Mi mayor preocupación cuando aprendo las matemáticas es obtener buenas calificaciones* (la escala se invirtió). El puntaje en un inicio era mayor en los grupos control, al final de las tres aplicaciones, regresó al puntaje inicial. En los grupos experimentales aumenta; pero al final está debajo del puntaje de los grupos control.

Pregunta 13: *Solo estoy satisfecho cuando logro buenas calificaciones en matemáticas*. Hubo un aumento tanto en los grupos experimentales como en los grupos control. El puntaje en esta pregunta es el segundo más alto del factor, según los resultados, no importa la instrucción, no se modifica en mucho la satisfacción del logro, aunque si aumenta, y al final el puntaje es más alto en los grupos experimentales.

Pregunta 16: *Para ser el mejor hay que controlar las matemáticas. Quiero demostrar al profesor que yo soy mejor que muchos otros estudiantes* (la escala se invirtió). En los grupos experimentales el puntaje disminuye; en los grupos control aumenta en la tercera aplicación. Esta pregunta, presentada en dos partes, en realidad derivan en dos cosas, la primera en cuanto a la competencia matemática como último fin, y la segunda referente a la competitividad; pero enfocado en el punto de vista de otro, del profesor.

Pregunta 19: *Quiero hacer bien las matemáticas y demostrar al profesor que mis compañeros son tan buenos como yo*. En los grupos experimentales aumenta en la segunda aplicación pero ya en la tercera disminuye; en los grupos control disminuye a lo largo de las tres aplicaciones. Esta es la pregunta con el puntaje más alto del factor, si en la pregunta anterior hay dudas, en esta no, y está de la mano con el logro (pregunta 13).

Factor 4: El papel y el funcionamiento el profesor.
Preguntas: de la 29 a la 44.

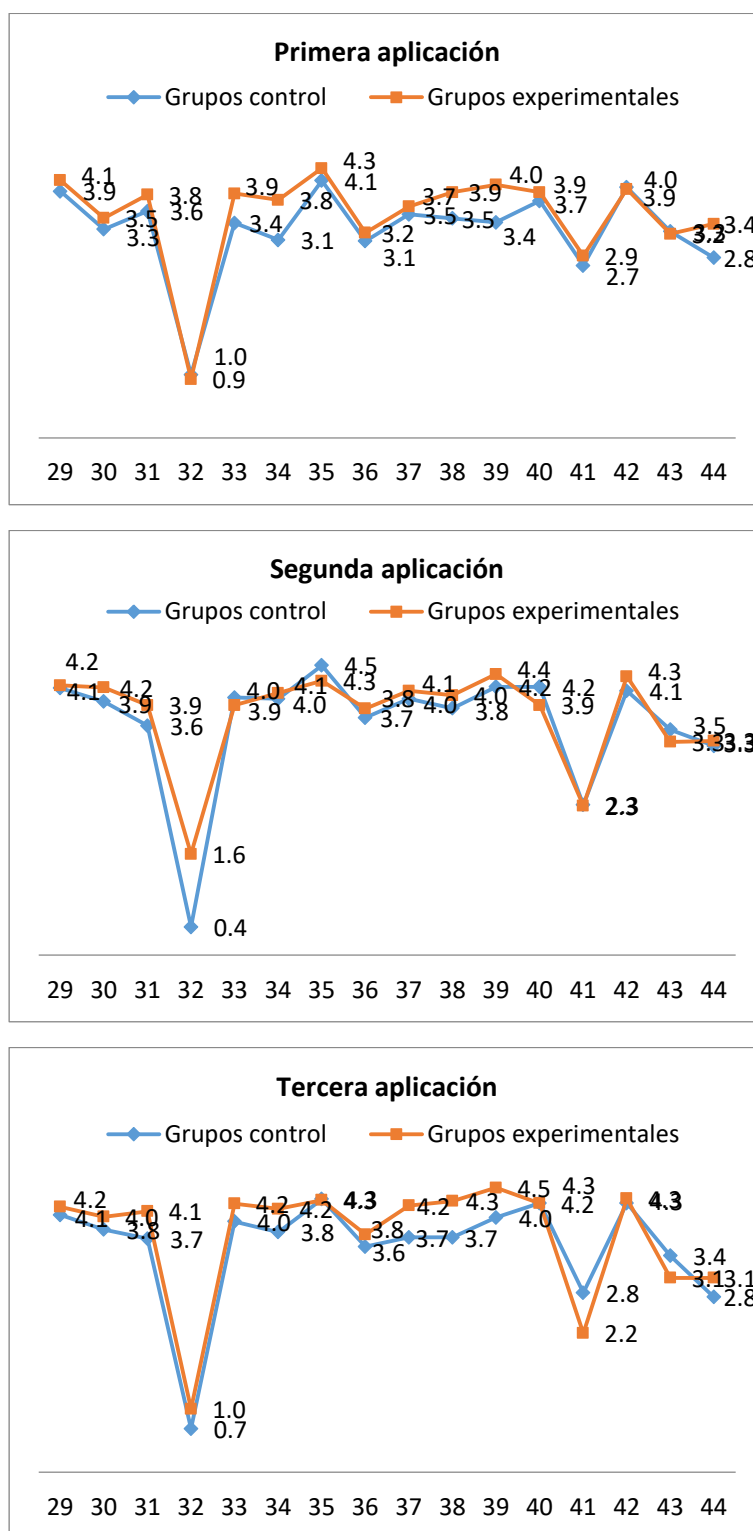


Gráfico 5. Factor 4.

Pregunta 32: *Nuestro profesor primero muestra paso a paso cómo nosotros debemos resolver un problema específico, y antes él nos da ejercicios similares* (la escala se invirtió). En los grupos experimentales, aumenta en la segunda aplicación, en esta parte del curso se mantuvo la instrucción, como ya se explicó anteriormente; en la tercera aplicación disminuye el puntaje con respecto a la segunda aplicación, pero es mayor que al puntaje de la primera aplicación. En los grupos control disminuye, en estos grupos la instrucción a manera de cátedra, siempre fue la misma.

Pregunta 41: *Nuestro profesor piensa que él es el mejor para conocer todas las cosas* (la escala se invirtió). En los grupos experimentales el puntaje disminuyó apreciablemente, en los grupos control aumenta ligeramente en la tercera aplicación.

Pregunta 43: *No está permitido preguntar a los compañeros para que me ayuden en las tareas de clase* (la escala se invirtió). En los grupos experimentales disminuye y en los grupos control aumenta. Aunque en los grupos experimentales se hacía hincapié en la importancia del trabajo colaborativo, también se indicaban los momentos en los que debería de haber un intercambio de ideas y trabajo en equipo

En éstas últimas 4 figuras observamos que las tendencias en las respuestas de los estudiantes son muy parecidas. De acuerdo a los resultados globales observados, resulta importante hacer hincapié en cómo el promedio de las respuestas resultan similares, y resulta más importante sobre todo si nos fijamos en la primera aplicación, ya que los estudiantes, al ser de primer año, proceden de instituciones escolares distintas; pero sus creencias sobre las matemáticas son en promedio las mismas. Vemos puntajes de la escala muy bajos, en las mismas preguntas, por ejemplo: 3, 8, 12 y 32; o bien bastante altos, como en las preguntas 5, 6, 21 y 35.

3.1.3 Resultados agrupados por factores de importancia para el estudio.

A continuación se presentan los resultados, agrupando las preguntas según la incidencia que se tuvo con el tipo de instrucción desarrollado, con los grupos experimentales, durante el ciclo escolar.

Aprendizaje de las matemáticas

Preguntas del MRQB:

1. Cometer errores es una parte importante del aprendizaje de las matemáticas
5. Cualquiera puede aprender matemáticas
8. Resolver un problema exige pensar mucho y ser un estudiante inteligente.
12. Los que son buenos en matemáticas pueden resolver muchos problemas en pocos minutos.

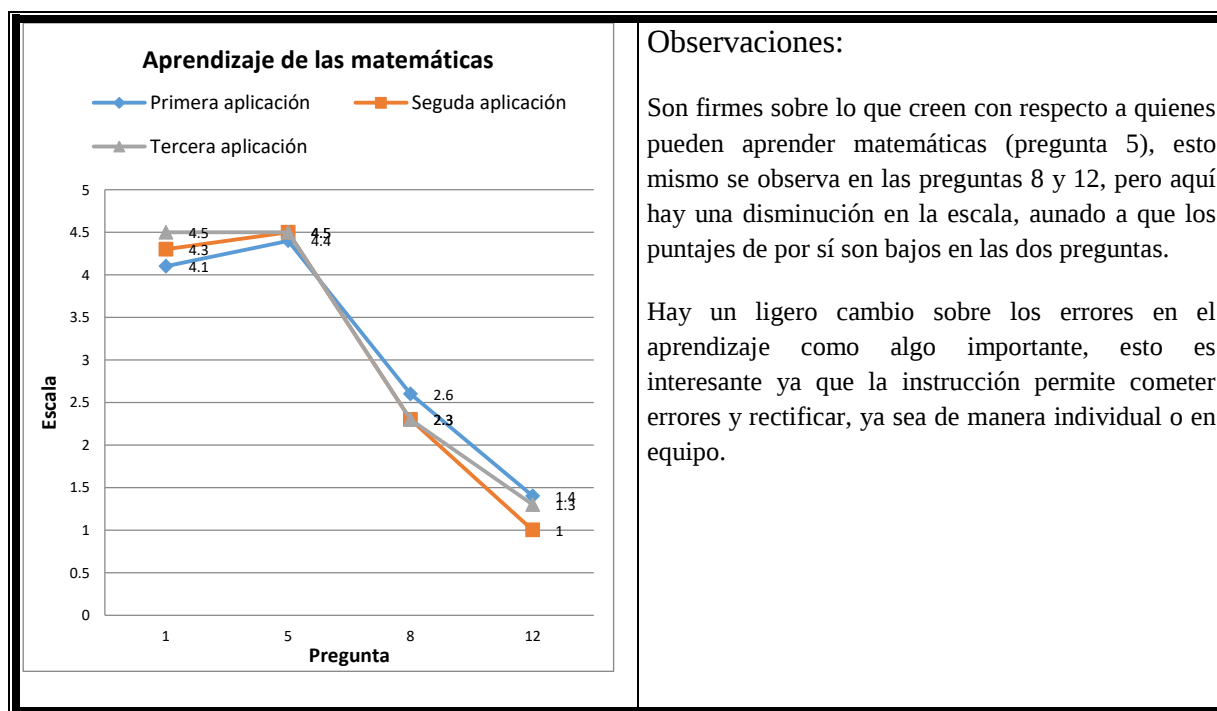


Figura 3. Aprendizaje de las matemáticas.

Cómo se aprenden las matemáticas

Preguntas del MRQB:

2. El trabajo en grupo facilita el aprendizaje de las matemáticas.
3. El aprendizaje matemático es principalmente memorización.
4. Es una pérdida de tiempo cuando el profesor nos hace pensar solos sobre cómo se resolvería un nuevo problema.

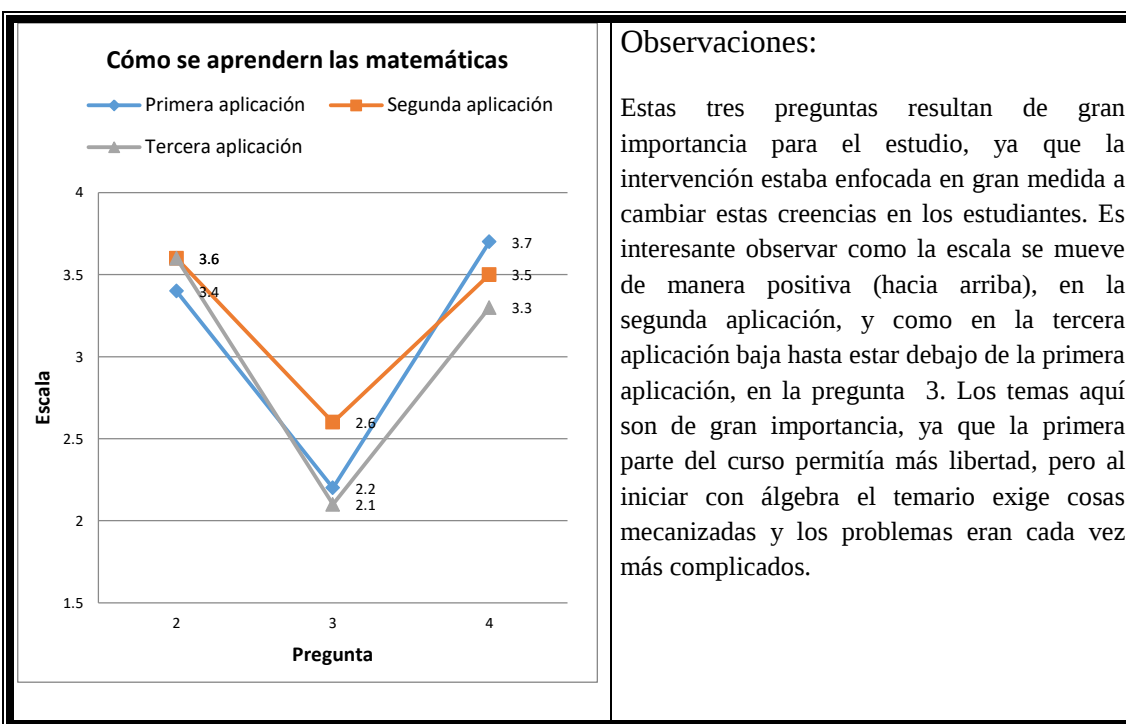


Figura 4. Cómo se aprenden las matemáticas.

Cómo se resuelve un problema

Preguntas del MRQB:

6. En los problemas de matemáticas hay diversas formas para llegar a encontrar una solución correcta.
10. Hay una sola forma de pensar la solución correcta de un problema de matemáticas.

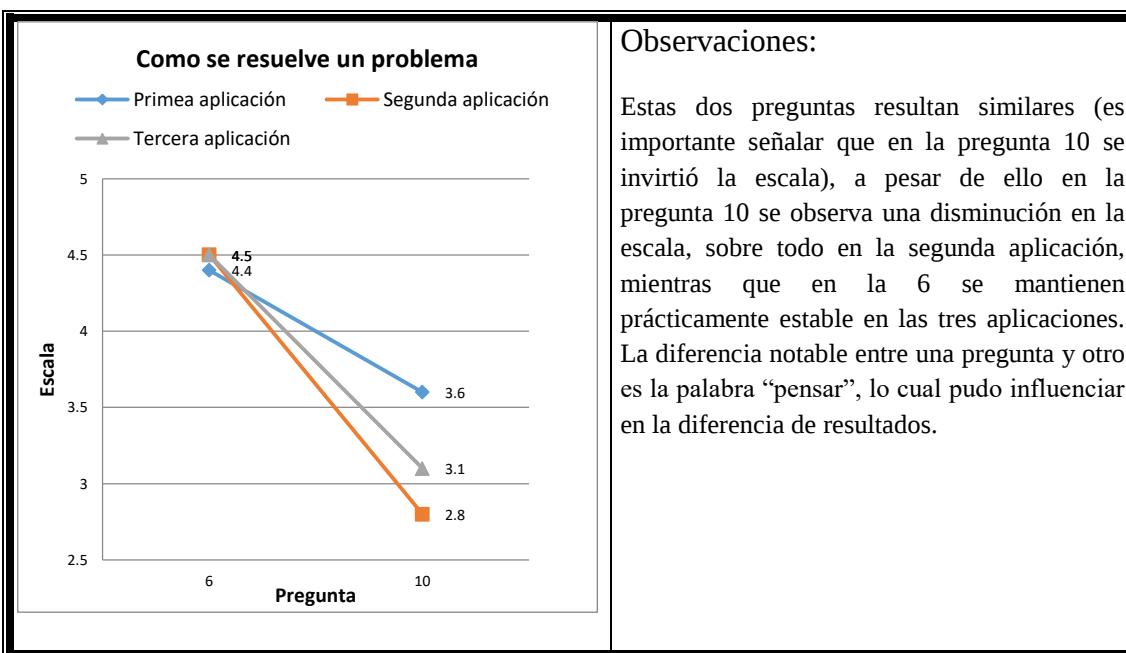


Figura 5. Cómo se resuelve un problema.

Autoconfianza

Preguntas del MRQB:

15. Creo que este año recibiré una excelente nota en matemáticas.

18. Espero lograr un buen resultado en los trabajos y los exámenes de matemáticas.

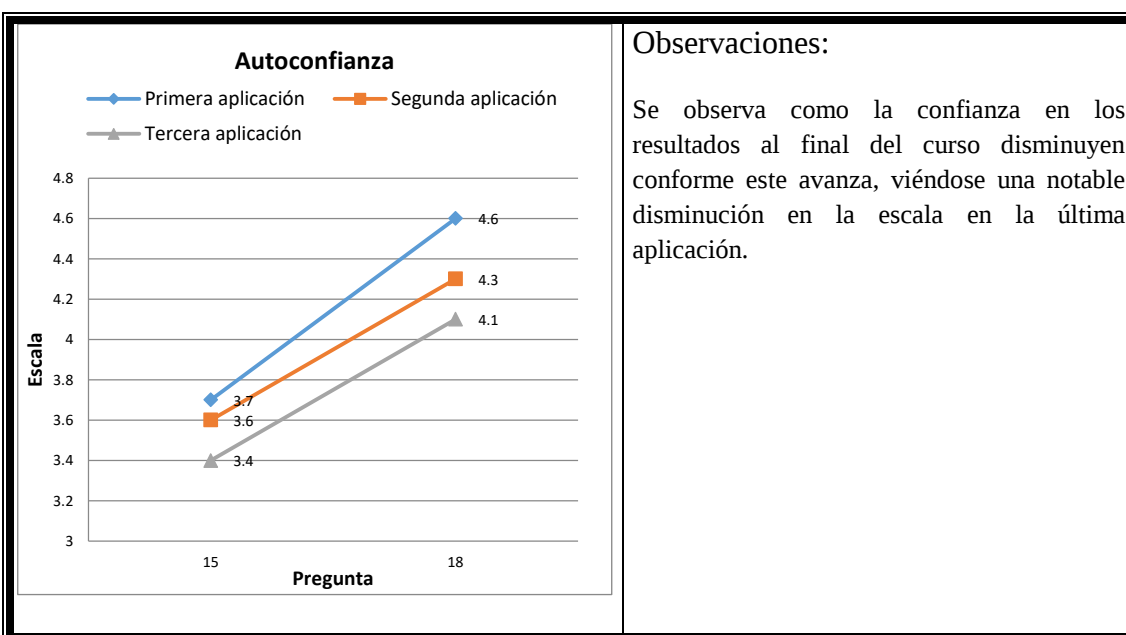
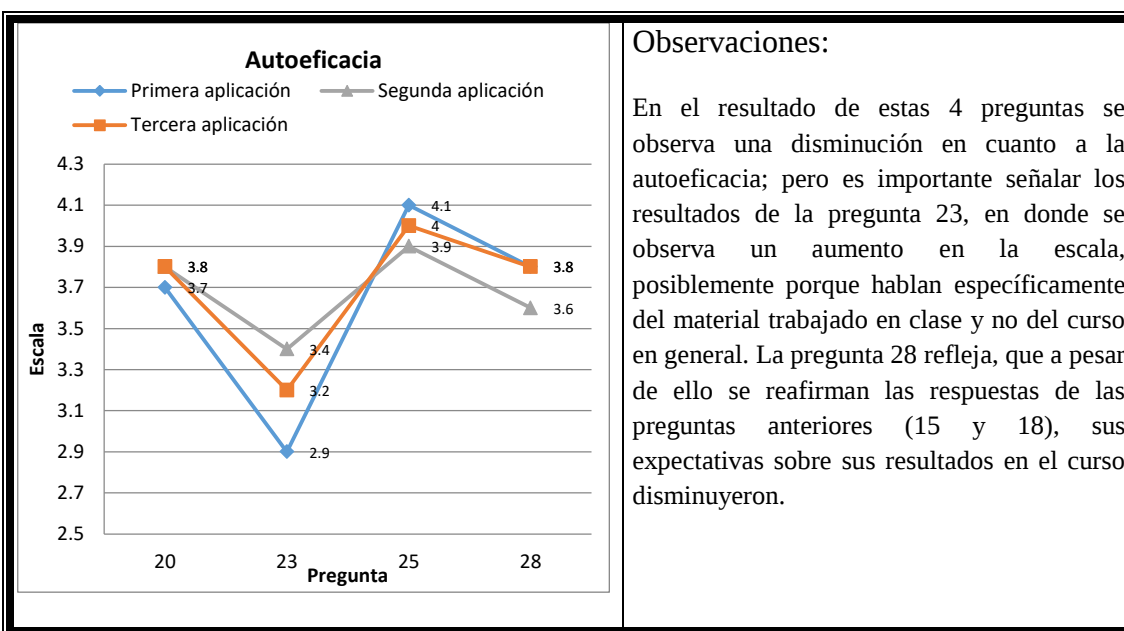


Figura 6. Autoconfianza.

Autoeficacia

Preguntas del MRQB:

- 20. Puedo comprender el material del curso de matemáticas.
- 23. Puedo comprender incluso las cosas más difíciles que nos dan en clase de matemáticas.
- 25. Si trabajo duro, entonces puedo comprender toda la materia del curso de matemática.
- 28. Teniendo en cuenta el nivel de dificultad de nuestro curso de matemáticas, el profesor, mis habilidades y mis conocimientos, tengo confianza en que lograré un buen resultado en matemáticas.



Observaciones:

En el resultado de estas 4 preguntas se observa una disminución en cuanto a la autoeficacia; pero es importante señalar los resultados de la pregunta 23, en donde se observa un aumento en la escala, posiblemente porque hablan específicamente del material trabajado en clase y no del curso en general. La pregunta 28 refleja, que a pesar de ello se reafirman las respuestas de las preguntas anteriores (15 y 18), sus expectativas sobre sus resultados en el curso disminuyeron.

Figura 7. Autoeficacia.

Importancia de la tarea

Preguntas del MRQB:

- 17. Me gusta hacer matemáticas.
- 21. Para mí las matemáticas son una asignatura importante.
- 22. Prefiero las tareas matemáticas, me esfuerzo para encontrar una solución.
- 27. Estoy muy interesado en matemáticas.

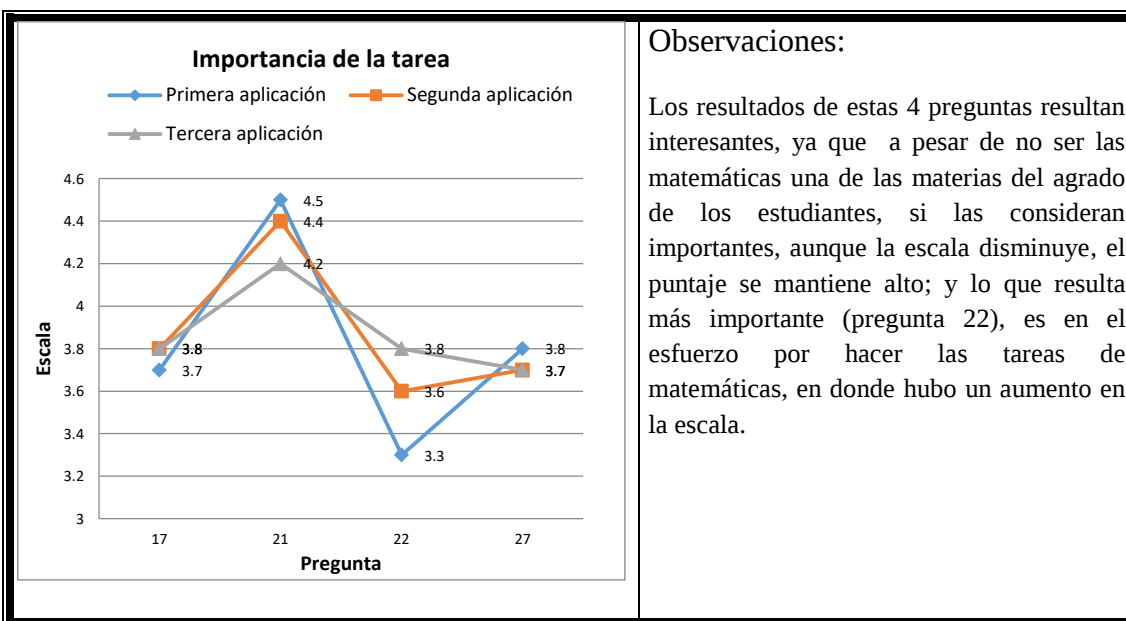


Figura 8. Importancia de la tarea.

Importancia y uso de las matemáticas

Preguntas del MRQB

7. Las matemáticas te capacitan para comprender mejor el mundo en que vives.

11. Mucha gente utiliza las matemáticas en su vida diaria.

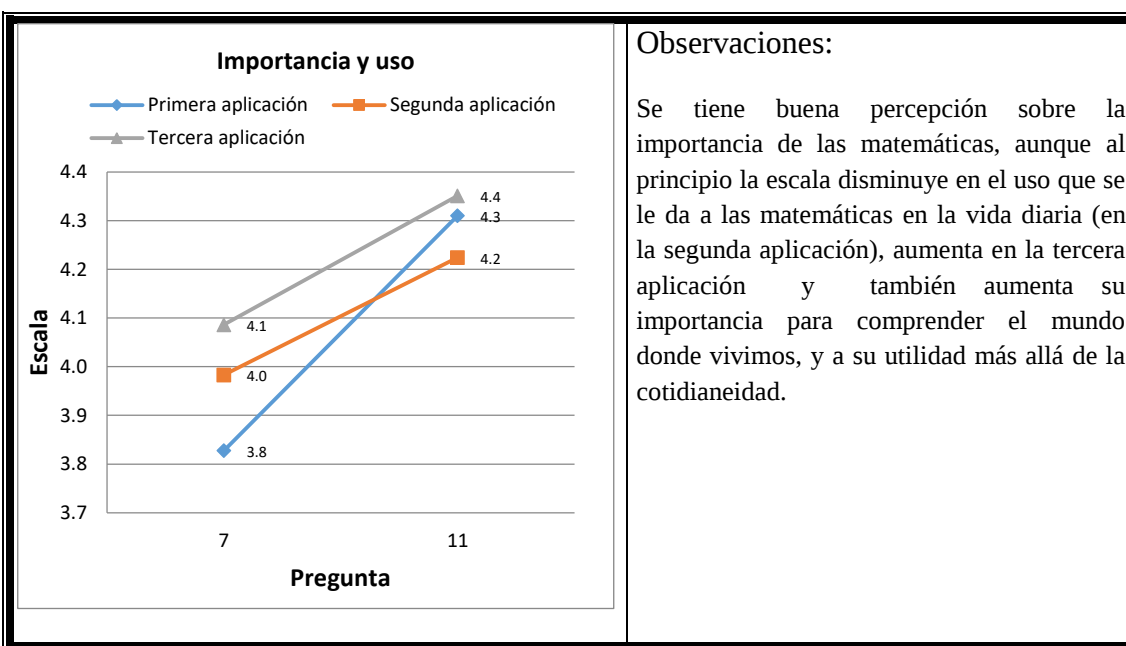


Figura 9. Importancia y uso de las matemáticas.

Importancia y competencia matemática

Preguntas del MRQB:

- 13. Sólo estoy satisfecho cuando logro buenas calificaciones en matemáticas.
- 24. Mi mayor preocupación cuando aprendo las matemáticas es obtener buenas calificaciones.
- 26. Cuando tengo oportunidad, escojo las tareas de matemáticas que puedo aprender, aunque no estoy seguro de lograr una buena calificación.

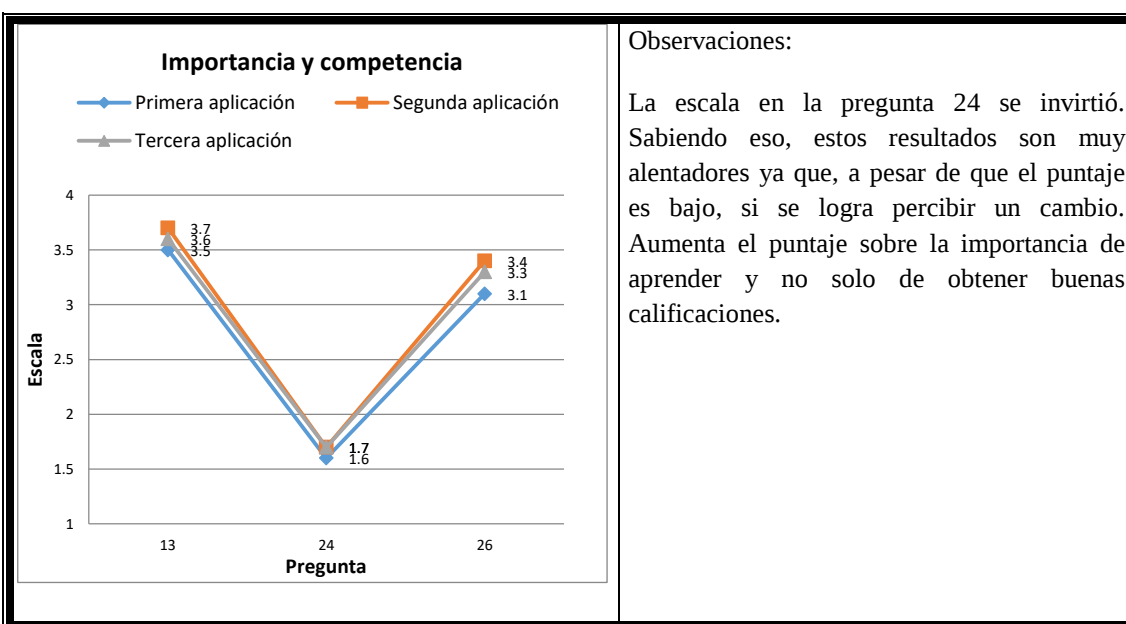


Figura 10. Importancia y competencia matemática.

3.2 Tareas

Para poder apreciar de manera significativa los cambios que la instrucción generó en los estudiantes, se hará ahora una comparación entre los cambios de creencias registrados en el cuestionario y algunas de las tareas realizadas por los estudiantes, las cuales reflejan los cambios debidos a la instrucción.

Se presentan dos grupos de estudiantes, por casos específicos significativos. El primer grupo presenta cambios positivos en el cuestionario, el segundo grupo presenta cambios negativos en el cuestionario.

Se presentan tres tareas en particular, dos coinciden con dos de las aplicaciones del cuestionario, la primera (Tarea 1, Parcial 1) y la segunda aplicación (Tarea 3, Parcial 2). Ya que no se tienen evidencias de las últimas tareas, la tercera tarea corresponde a la tercera tarea del Parcial 3. Se presentan las mismas tareas para cada estudiante, para poder apreciar las diferencias entre uno y otro, y compararlas con sus cambios en el cuestionario.

Grupo con cambios positivos

Estudiante 20B

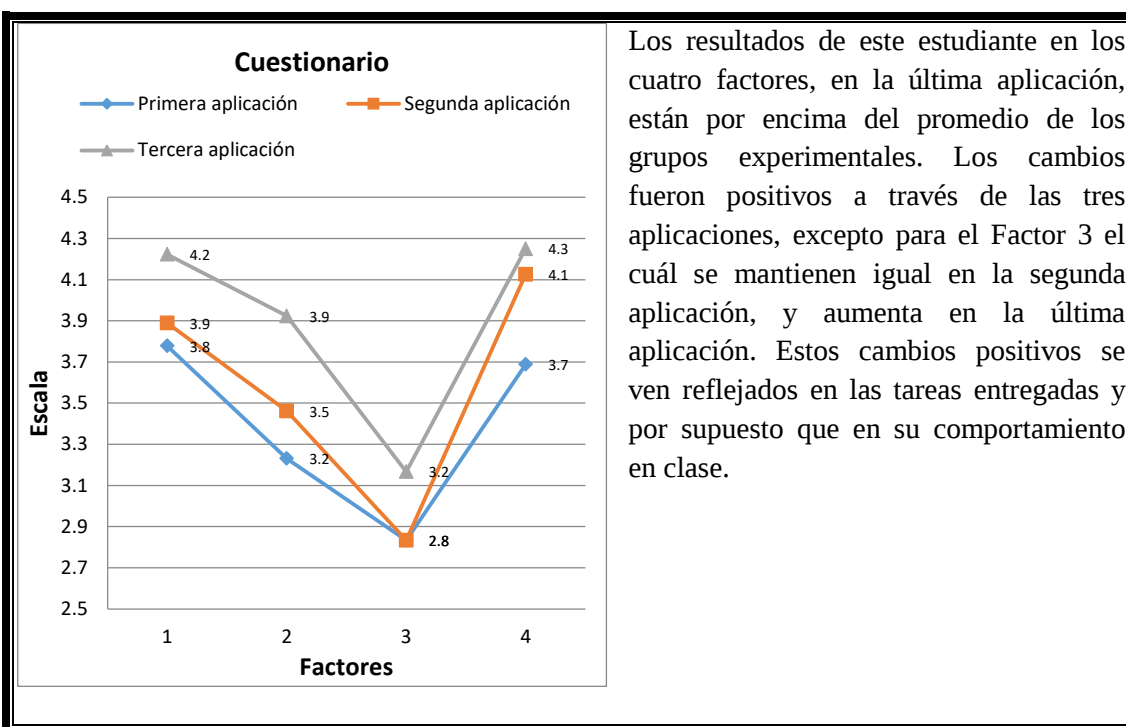
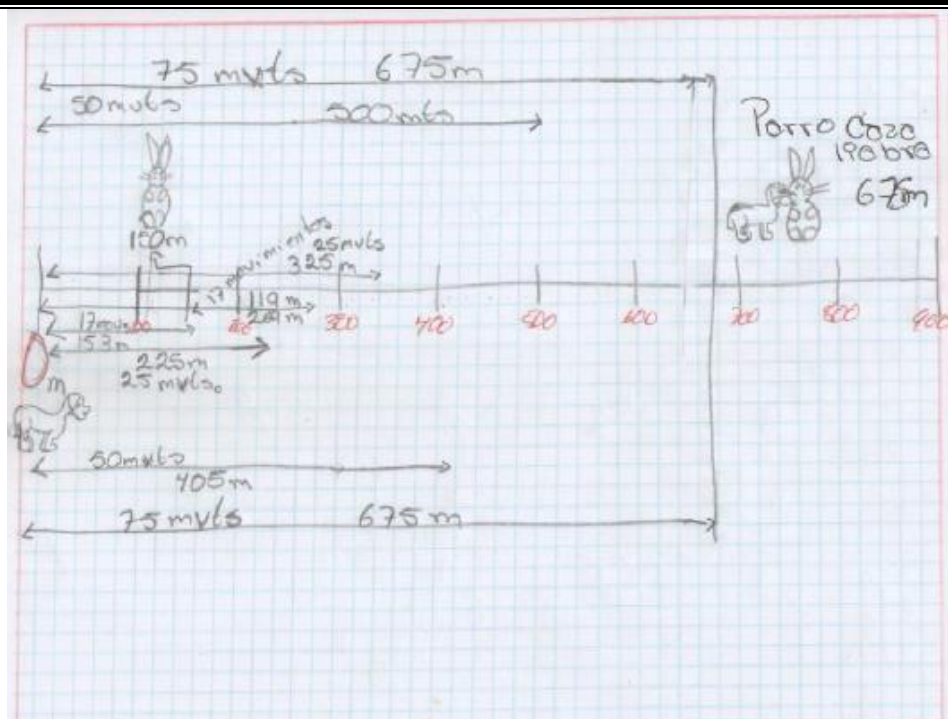


Figura 11. Cuestionario estudiante 20B.

Se tiene registro de las tareas entregadas, a continuación se presentan 3 tareas de este estudiante las cuales dan cuenta de su evolución debida a su cambio positivo de creencias y a su siempre buena disposición al trabajo.

Tarea 1, Parcial 1

En un camino hay un perro y a 150 m de él hay una liebre. El perro corre para cazar a la liebre, pero cada vez que avanza 9 m la liebre avanza 7 m. ¿Cuántos metros recorre el perro antes de capturar a la liebre?



Paso 2

Comenzare dividiendo los 150 metros entre 9 que son los metros del perro después el resultado lo multiplicare por 7 la distancia de la liebre como estos iniciales no darán una apertura concreta el resultado de la división tendrá que irse elevando es decir aumentar,

Figura 12. Tarea 1, parcial 1, estudiante 20B.

por lo que lo aumentare a un número tomando como base un 25 partir de ese 258 solo lo le sumare 25, así a ver cuándo da una distancia razonable ya sea faltante o que se pase.

Paso 3

$$150/9=16.6 \text{ aproximare a } 17$$

Perro

Liebre

$$17 \times 9 = 153$$

$$17 \times 7 = 119 + 150 = 269$$

$$25 \times 9 = 225$$

$$25 \times 7 = 175 + 150 = 325$$

$$50 \times 9 = 405$$

$$50 \times 7 = 350 + 150 = 500$$

$$75 \times 9 = 675$$

$$75 \times 7 = 525 + 150 = 675$$

Paso 4

Perro

Liebre

$$75 \times 9 = 675$$

$$75 \times 7 + 150 = 657$$

$$675 = 675$$

El perro cazo a la liebre a los 675m recorridos.

Figura 12 (continua).

Tarea 3, Parcial 2

Problema 1:

Pedro tenía \$90 y su hermano \$50 ambos gastan la misma cantidad de dinero y ahora el hermano de pedro tiene $\frac{3}{11}$ de lo que tiene pedro ¿Cuánto dinero gasto cada uno?

Dejando atrás los 90 solo buscaremos 1 número que pueda ser multiplicado por 11 y el resultado sea mayor a la cantidad que tiene al inicio el menor es decir mayor a 50

Así que trabajemos con $5 \times 3 = 15$ que será el total que tendrá el niño

$15 \times 11 = 55$ cantidad que tendrá pedro y los 55 es mayor a los 50 que tiene el pequeño al inicio

Y ahora comprobar que si el pequeño tenía 50 y le quedan 15 gasto 35

Y si pedro tenía 90 y gasto 35 le deben quedar 55

Así que 5 es $\frac{1}{11}$ de 55

Y 15 es $\frac{3}{11}$ de 55

$$15/3=5$$

$$5 \times 11 = 55 + 35 = 90$$

$$50 - 15 = 35$$

Gastan 35 cada 1 y el pequeño se queda con 15 que son $\frac{3}{11}$ de los 55 que se queda pedro

Figura 13. Tarea 3, parcial 2, estudiante 20B.

Tarea 3, Parcial 3

Las edades actuales de Julia y María suman 91 años. Julia es ahora el doble de vieja de lo que era María cuando Julia tenía la edad que ahora tiene María. ¿Qué edades tiene ahora Julia y María?

1. *Reescribe el problema con tus propias palabras o de la forma que tú lo entendiste.*

Julia es mayor que María y actualmente Julia tiene 2 veces la edad que tenía María cuando Julia tenía la edad que tiene actualmente María.

2. *Indica los datos que te proporciona el problema y qué es lo que te pide.*

$$\text{Julia} + \text{María} = 91$$

$$\text{Julia} = 2M \text{ (de María cuando Julia tenía la edad actual de María)}$$

3. *Describe cada uno de los pasos que piensas hacer para resolver el problema y realízalos.*

Si actualmente la suma de estas es 91 la diferencia entre la edad que tenían el 'pasado debe ser la misma que tengan ahora así que María no debe estar actualmente muy joven por lo que Julia debe ser aun mas vieja así que usare lo siguiente:

$$91 - X = Y/2 = Z$$

X = un numero que debe ser mas grande de 35 pero menos 45 que será la edad actual de María y también será la edad de Julia hace algunos años.

Z = a la edad actual de Julia.

Z = a la edad anterior de María.

Y se establece esto:

Antes	Actual
-------	--------

$M = X$	$M = Z$
---------	---------

$J = Y$	$J = X$
---------	---------

Así que:

$$91 - 40 = 50/2 = 25$$

$M = 40$	$M = 25$
----------	----------

$J = 50$	$J = 40$
----------	----------

Al mismo tiempo la diferencia entre MyM debe ser la misma que la de JyJ

La diferencia entre MyM es de 15
Y la de JyJ es de 10
Así que no es

Figura 14. Tarea 3, parcial 3, estudiante 20B.

$91-43=43/2=24$
 $M=43$ $M=24$
 $J=48$ $J=43$

La diferencia entre MyM es de 19
Y la de JyJ es de 5
Asi que no es

$91-39=52/2=26$
 $M=39$ $M=26$
 $J=52$ $J=39$

La diferencia entre MyM es de 13
Y la de JyJ es de 13
Asi que esta es la correcta

4. Escribe claramente tu respuesta y compruébala de alguna forma.

$91-39=52/2=26$
 $M=39$ $M=26$
 $J=52$ $J=39$

La diferencia entre MyM es de 13
Y la de JyJ es de 13
Asi que esta es la correcta

Figura 14 (continua)

Este estudiante no tiene ningún inconveniente en hacer uso de lo que sabe para resolver un problema. En las tareas entregadas se observa, cómo se siente en libertad de expresar de forma escrita lo que está pensando al resolver un problema, se observa una mejora y orden a lo largo de los tres problemas. En general tiene una buena disposición a adaptarse a esta forma de enseñanza en donde se les pedía resolver un problema sin una previa instrucción, lo cual representaba un reto; a poner de manifiesto de forma escrita lo que piensa al resolver un problema, lo toma como algo natural a lo largo del curso. Por ello las mejoras en el cuestionario eran de esperarse debido a la forma en la que resuelve los problemas que se le presentaron como tareas a lo largo del curso.

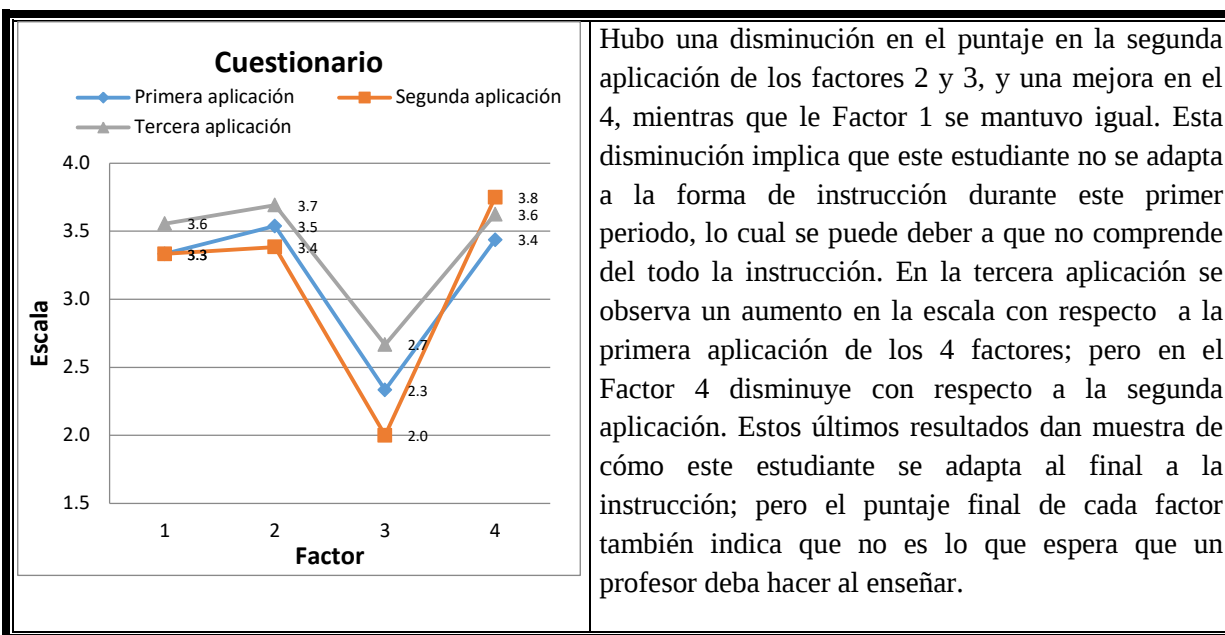


Figura 15. Cuestionario estudiante 13B.

Tarea 1, Parcial 1

En un camino hay un perro y a 150 m de él hay una liebre. El perro corre para cazar a la liebre, pero cada vez que avanza 9 m la liebre avanza 7 m. ¿Cuántos metros recorre el perro antes de capturar a la liebre?

¿Cuántos metros recorre el perro antes de alcanzar a la liebre?

¿cuantos metros recorre el perro antes de capturar a la liebre?

1. leer y entender el tema.
2. Es un problema de progresión lo resolveré mediante una ecuación y lo comprobare mediante una fórmula de progresión.
3. Ejecutar las operaciones:

$$9x - 7x = 150$$

$$2x = 150$$

$$x = \frac{150}{2}$$

$$x = 75$$

$$9(75) - 7(75) = 150$$

$$675 - 525 = 150$$

$$150 = 150$$

$x =$ las veces que avanzaron

Figura 16. Tarea 1, parcial 1, estudiante 13B.

Tarea 3, Parcial 2

Pedro tenía \$90 y su hermano \$50 ambos gastan la misma cantidad de dinero y ahora el hermano de Pedro tienen $\frac{3}{11}$ de lo que tienen Pedro. ¿Cuánto dinero gasto cada uno?

1. Entender el problema:

Pedro tenía: 90

Su hermano tenía: 50

Cantidad que gastaron: x

2. Efectuar una ecuación: $50 - x$ (lo que ahora tiene después de gastar) = $\frac{3}{11}$ (Cantidad de dinero que tiene el hermano) $(90 - x)$ (lo que tiene Pedro después de gastar)

3. Realizar el plan:

$$50 - x = \frac{3}{11} (90 - x)$$

$$50 - x = \frac{3}{11} (90 - x/1)$$

$$50 - x = \frac{270}{11} - \frac{3x}{11}$$

$$11(\frac{3x}{11} - x = \frac{270}{11} - 50)$$

$$3x - 11x = 270 - 550$$

$$-8x = -280$$

$$x = -280/-8$$

$$x = 35$$

4. Comprobación

$$50 - 35 = \frac{3}{11} (90 - 35)$$

$$15 = \frac{3}{11} (55/1)$$

$$15 = \frac{165}{11}$$

$$15 = 15$$

Figura 17. Tarea 3, parcial 2, estudiante 13B.

Tarea 3, Parcial 3

Juan le dice a Pedro, ¿qué edad tengo, si tengo el doble de la que tu tenías cuándo yo tenía la que tú tienes, sabiendo que cuándo tu tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años?

1. Reescribe el problema con tus propias palabras o de la forma que tú lo entendiste.

Juan le dice a Pedro ¿Cuál es mi edad, si tengo el doble de la edad que tu tenías antes, es decir cuando yo tenía tu edad actual, pero sabiendo que cuando tengas mi edad más la edad que yo tenga dará un resultado de 63?

2. Indica los datos que te proporciona el problema y qué es lo que te pide

	Edad pasado	Edad actual
Juan	Y	X
Pedro	Z	Y

La edad del pasado de Juan es "Y", al igual que la edad del presente de Pedro,

$X = 2z$	X es la edad actual de Juan, el enunciado dice que es el doble de lo que tiene Pedro en el pasado (z)
$Z = y - (x - y)$	Z es la edad de Pedro en el pasado, esa edad es la diferencia de la edad actual de pedro, menos la edad actual de Juan (x) y la de pasado (y)

Lo que nos pide este problema es la edad de Juan, la obtendremos con esta ecuación

	Edad futuro	Explicación
Juan	$X + (x - y)$	"Cuando tu tengas la mía, más que yo tenga en ese entonces sumara 63" esto es igual a edad del actual de Juan (x), más la diferencia entre la edad futura de Pedro (x) menos la edad actual (y)
Pedro	X	Es la edad futura de Pedro, "cuando tu tengas la edad que yo tengo actualmente"

3. Describe cada uno de los pasos que piensas hacer para resolver el problema y realízalos.

- Primero debemos sacar lo que vale z.
- Después despejarlo en la primera ecuación ($x = 2z$)
- El resultado descomponerlo en "y", el resultado de la descomposición es $y = \frac{3x}{4}$

Figura 18. Tarea 3, parcial 3, estudiante 13B.

- Después de esto tomamos as dos ecuaciones para las edades futuras de Juan y Pedro, la juntamos para poder despejarlas y sale una nueva ecuación que es:
 $x + [x + (x - y)] = 63$
- El resultado que obtenemos es de "Y" (edad actual de Pedro), la igualamos con la operación anterior, es decir $y = \frac{3x}{4}$, pero como ahora ya tenemos el resultado de "Y" queda de la siguiente forma la ecuación. $\frac{3}{4}x = 3x - 63$
- Se despeja "x" (edad actual de Juan) y el resultado es la edad actual de Juan.

4. Escribe claramente tu respuesta y compruébala de alguna forma.

$$\begin{aligned} \text{➤ } Z &= y - (x - y) & \diamond 3x &= -252 + 12x \\ \text{➤ } Z &= 2y - x & \diamond 3x - 12x &= -252 \\ & & \diamond -9x &= -252 \\ & & \diamond X &= \frac{-252}{-9} \\ & & \diamond X &= 28 \end{aligned}$$

- $X = 2z$
- $X = 2(2y - x)$
- $X = 4y - 2x$
- $2x - x = 4y$
- $3x = 4y$
- $\frac{3x}{4} = y$
- $y = \frac{3x}{4}$

28 es la edad actual de Juan

Comprobación:

$63 - 28 = 35$ es la edad de Juan en el futuro

$35 - 28 = 7$ es la diferencia de edades

$28 - 7 = 21$ es la edad de Pedro n la actualidad

- $X + [x + (x - y)] = 63$
- $3x - y = 63$
- $-y = 63 - 3x (-)$
- $Y = -63 + 3x$

$$\begin{aligned} \diamond \frac{3x}{4} &= -63 + 3x \\ \diamond 3x &= 4(-63 + 3x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \diamond X + [x + (x - y)] &= 63 \\ \diamond 28 + [28 + (28 - 21)] &= 63 \\ \diamond 28 + 28 + 7 &= 63 \\ \diamond 63 &= 63 \end{aligned}$$

Figura 18 (continuación).

Al llevarse las tareas a casa, este estudiante no intentaba resolver los problemas por él mismo, buscaba ayuda, y al principio podía no entender por completo cómo "resolvió el problema". En el cuestionario, por otro lado, se refleja un poco su frustración, ya que intentaba ir más allá de lo que era capaz de hacer, sin atreverse a resolver los problemas con sus propios recursos. Como el uso del álgebra se introduce hasta el tercer parcial, es hasta ese momento cuando se siente cómodo y seguro de cómo se "deben" resolver los problemas de forma correcta y a la altura de lo que él esperaba "aprender" desde un principio. De acuerdo a las primeras tareas, donde hace uso de álgebra para resolver los problemas, era de esperarse que tardara en adaptarse a la

forma de instrucción, ya que pensaba que se le debía “enseñar”, y no le veía caso a estar buscando formas alternativas, propuestas por ellos mismos, si existía ya una forma establecida de resolver el problema. Los cambios se notan en la presentación de esta última tarea, ya que al entender lo que está haciendo puede de una mejor manera explicar porque hace lo que hace y esto se puede leer en este último problema resuelto.

Estudiante 3C

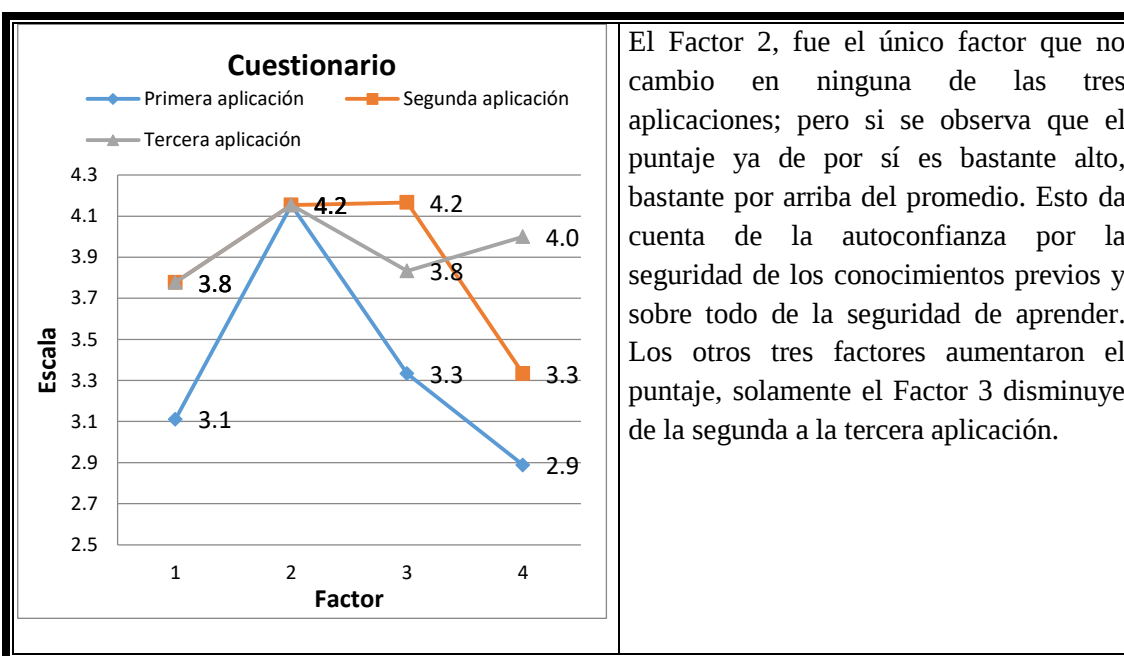


Figura 19. Cuestionario, estudiante 3C.

Las tareas de este estudiante pueden estar muy relacionadas con las del anterior estudiante (13B), ya que el lenguaje algebraico está presente; pero los resultados del cuestionario son muy diferentes. Y esta diferencia se reflejó mayormente en su comportamiento en clase, ya que en sus participaciones se notaba el conocimiento sólidos que tenía de álgebra desde el inicio del y que solo fueron reafirmandose a lo largo del curso.

Tarea 1, Parcial 1

En un camino hay un perro y a 150 m de él hay una liebre. El perro corre para cazar a la liebre, pero cada vez que avanza 9 m la liebre avanza 7 m. ¿Cuántos metros recorre el perro antes de capturar a la liebre?

DATOS:	$B = 150 - 7$
Perro avanza 9m	$B = 143$
Liebre avanza 7m	Por lo que nuestra fórmula para esta sucesión quedaría de esta manera: $7(n) + 143$
Distancia que hay entre el perro y la liebre 150 m	Y seguiría comprobar la existencia de que 675 en la sucesión
Vamos a restar 7 a 9 para saber cuántos metros avanza el perro más que la liebre.	$7n + 143 = 675$
Resulta que son 2 m más que avanza.	Despejamos
Dividimos 150 entre 2 (que son los metros que avanza más que la liebre) y nos da 75.	$7n = 675 - 143$
Por lo tanto, el perro tendría que avanzar 75 veces 9m y multiplicamos $75 \times 9 = 675$	$7n = 532$
Para comprobarlo hice una sucesión y utilice la fórmula para el termino general de una sucesión aritmética $an + b$	$n = 532 / 7$
Donde "a" es la diferencia que hay entre un número y otro (razón), "n" es el número de posición que queremos encontrar y "b" es la constante.	$n = 76$
Entonces tenemos que la liebre a partir de los 150 comienza a avanzar 7m	Por último, comprobamos que 675 sea divisible entre 9 que son los metros que el perro recorre
150, 157, 164, 171.....	$675/9 = 75$
Y lo que queremos comprobar es si 675 es un término de esta sucesión por lo que se hizo lo siguiente para encontrar el valor de "b"	Así podemos comprobar que 675 forma parte de la sucesión 150, 157, 164, 171..... En la posición número 76 y que divido entre nueve nos da 75.
Razón:	Entonces concluimos que el perro corre 675 metros antes de capturar a la liebre.
$7(1) + b = 150$	
$7 + b = 150$	

Figura 20. Tareas 1, parcial 1, estudiante 3C.

Tarea 3, Parcial 2

La diferencia de las edades de un padre y su hijo es de 25 años, hace 15 años la edad del hijo era $\frac{3}{8}$ de la edad del padre. Hallar las edades actuales.

La diferencia de las edades de un padre y su hijo es de 25 años.
Hace 15 años la edad de un hijo eran $\frac{3}{8}$ de la del padre.
¿Cuáles son las edades actuales?

1) $x - y = 25$ → Diferencia de edades
2) $y - 15 = \frac{3(x - 15)}{8}$ → La edad del hijo menos 15 años era $\frac{3}{8}$ de la del padre

$8(y - 15) = 3(x - 15)$
↓
 $8y - 120 = 3x - 45$
 $8y - 120 - 3x = -45$
 $8y - 3x = -45 + 120$
 $8y - 3x = 75$

Como eran 3 partes de 8 partes pasamos el 8 de los $\frac{3}{8}$ del otro lado y multiplicamos el 8 por $(y - 15)$ y el 3 por $(x - 15)$

Hace 15 años ← $-3x + 8y = 75$
edad actual ← $x - y = 25$ (3)

$x - y = 25$
 $-x - 30 = 25$
 $x = 25 + 30$
 $x = 55$

De la edad actual y la que tenían hace 15 años resultó una ecuación y al tener otra ecuación de diferencias de edades, se resolvieron ambas por el método de suma y resta.

$-3x + 8y = 75$
 $3x - 3y = 75$

 $5y = 150$
 $y = \frac{150}{5}$
 $y = 30$

* Respuesta
 $y =$ Edad del hijo → 30 años
 $x =$ Edad del padre → 55 años

Figura 21. Tareas 3, parcial 2, estudiante 3C.

Tarea 3, Parcial 3

Juan le dice a Pedro, ¿qué edad tengo, si tengo el doble de la que tu tenías cuando yo tenía la que tú tienes, sabiendo que cuando tu tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años?

¿Qué edad tengo si tengo el doble de la edad que tú tenías cuando yo tenía la edad que tú tienes, sabiendo que cuando tu tengas la edad que yo tengo entre los 2 tendremos 63 años?

Tú = x
Yo = y

	Pasado	Presente	Futuro
Yo	y	$2x$	$c?$
Tú	x	y	$2x$

$y + 2x = x + y$
 $2y = 3x$

$\frac{3y}{2y} = \frac{y}{x}$

$x = 2y$
 $y = 3y$

diferencia entre pasado y presente es de 1

	Pas	Pre	Fut
Yo	$(3y)$	$(4y)$	$4y + 1y$
Tú	$(2y)$	$(3y)$	$4y$

$4y + 1y + 4y = 63$
 $9y = 63$
 $y = \frac{63}{9}$
 $y = 7$

Sustitución

	Pas	Pre	Fut
Yo	21	28	35
Tú	14	21	28

$35 + 28 = 63$

Figura 22. Tareas 3, parcial 3, estudiante 3C.

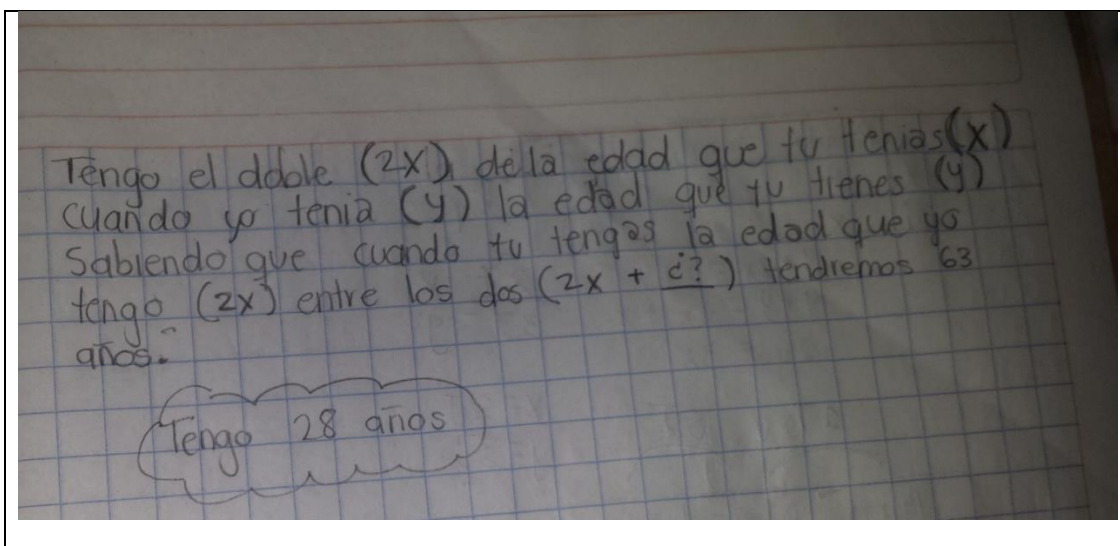


Figura 22 (continuación).

Este estudiante, utiliza de forma adecuada y entiende el lenguaje algebraico, aunque se nota de la primera a la última tarea, cómo el procedimiento es más propio y entendido en ésta última tarea. Estos cambios en la forma de entregar las tareas, dando explicaciones más claras y sencillas, concuerdan con los cambios observados en el cuestionario, con la concepción que tenía de las matemáticas, vista como más sencilla y accesible.

Grupo con cambios negativos

Estudiante 15C

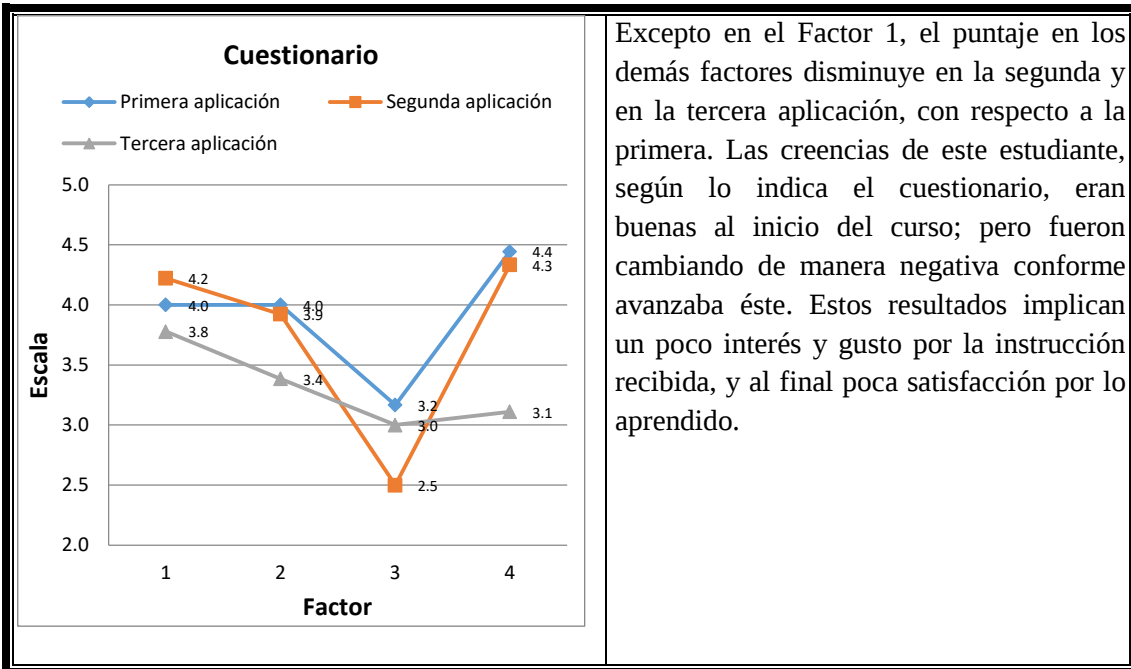


Figura 23. Cuestionario, estudiante 15C.

Tarea 1, Parcial 1

En un camino hay un perro y a 150 m de él hay una liebre. El perro corre para cazar a la liebre, pero cada vez que avanza 9 m la liebre avanza 7 m. ¿Cuántos metros recorre el perro antes de capturar a la liebre?

Paso 1: Localiza o puedes empezar a imaginar un diagrama o hacerlo, en este caso hare una recta, mediante la cual el perro estará en el punto 0 y la liebre en el 150 y en este caso ya se están organizando los datos.

- Paso 2:

Este problema se puede resolver mediante una ecuación para algo no tan laborioso, se podría hacer una lista en la cual vayan cambiando los números de acuerdo a los datos.

Figura 24. Tarea 1, parcial 1, estudiante 15C.

• Paso 3:

$$9x=7x+150$$

$$-7x+9x=150$$

$$2x=150$$

$$x=150/2$$

$$X=75$$

Paso 4: x es el numero de metros que se busca encontrar, el 9 y el 7 son de acuerdo al numero de metros que avanza la liebre y el perro.

Como la liebre ya había avanzado 150 m esos se le suman al numero de metros que avanza.

Figura 24 (continuación).

Tarea 3, Parcial 2

Ángel tenía 54 pesos y Beto 32 pesos. Ambos ganaron una misma cantidad de dinero y la suma de lo que tienen ambos ahora excede en 66 pesos al cuádruple de lo que gano cada uno.

Respuesta: 10

Explicación: Primero se podría decir que es la suma del dinero de Ángel y la de Beto más lo que ganaron que es un a incógnita (lo represente como x) y de esto el cuádruple que gano cada uno.

$$54+x+32+x = 4x + 66$$

$$86 + 2x = 4x + 66$$

$$-4x + 2x = +66 - 86$$

$$-2x = - 20$$

$$X = -20/-2$$

$$X=10$$

x: La cantidad de dinero que ganaron

Figura 25. Tarea 3, parcial 2, estudiante 15C

Tarea 3, Parcial 3

Juan le dice a Pedro, ¿qué edad tengo, si tengo el doble de la que tu tenías cuándo yo tenía la que tú tienes, sabiendo que cuándo tu tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años?

1. Escribe aquí el enunciado original del problema que te fue asignado:

Juan le dice a Pedro, ¿qué edad tengo, si tengo el doble de la que tu tenías cuándo yo tenía la que tú tienes, sabiendo que cuándo tu tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años?

2. Reescribe el problema con tus propias palabras o de la forma que tú lo entendiste.

La edad de Pedro es el doble de la que tenía Juan cuando él tenía la que Juan ahora tiene, y cuando Juan tenga la que él tiene los dos tendrán 63

3. Indica los datos que te proporciona el problema y qué es lo que te pide.

Juan $2x$ hallar edad actual segunda condición $y+2x=63 - 2x$

Pedro y hallar edad actual x y $2x$

4. Describe cada uno de los pasos que piensas hacer para resolver el problema y realízalos.

Primero hice una igualdad, de esta un lado era la edad de Juan y del otro la de Pedro, de esto no cambié nada de acuerdo al tiempo, entonces pondré la edad de Juan menos la de Pedro y esto será igual a los 63 más el doble y de esto despejare y tomando en cuenta el resultado de la anterior ecuación y de esto lo que se despejara es x y mi resultado es 14 y este se sustituye en y para sacar el resultado de Pedro que en este caso es y

5. Escribe claramente tu respuesta y compruébala de alguna forma.

$$y - x = 2x - y \quad 2(6x - 63) = 3x$$

$$2y = 3x \quad 12x - 126 = 3x$$

$$- \text{Tiempos presente y futuro} \quad 12x - 3x = 126$$

$$2x - y = (63 - 2x) - 2x \quad 9x = 126$$

$$2x - y = 63 - 4x \quad x = 14$$

$$y = 6x - 63$$

$$y = 6x - 63$$

$$y = 6(14) - 63 \quad \text{Juan: } 2(14) = 28 \text{ años}$$

$$y = 84 - 63 \quad \text{Pedro: } 21 \text{ años}$$

$$y = 21$$

Figura 26. Tarea 3, parcial 3, estudiante 15C.

Las tareas ratifican lo observado en el cuestionario, al cumplir con ellas se muestra un compromiso; pero también se observa una actitud poco favorable, ya que se entregaban los trabajos como mero requisito, sin poner en interés en tratar de dar soluciones propias a las tareas, copiando sin tratar de entender lo que se estaba haciendo y por lo tanto sin explicar de manera clara el procedimiento. La instrucción resultaba exigente para este estudiante que no estaba acostumbrado, lo cual se observa en el poco interés que ponía al entregar las tareas, pensando que eso era suficiente, sin darle importancia al valor de recurrir a sus propios conocimientos y recursos para resolverlas.

Estudiante 18C

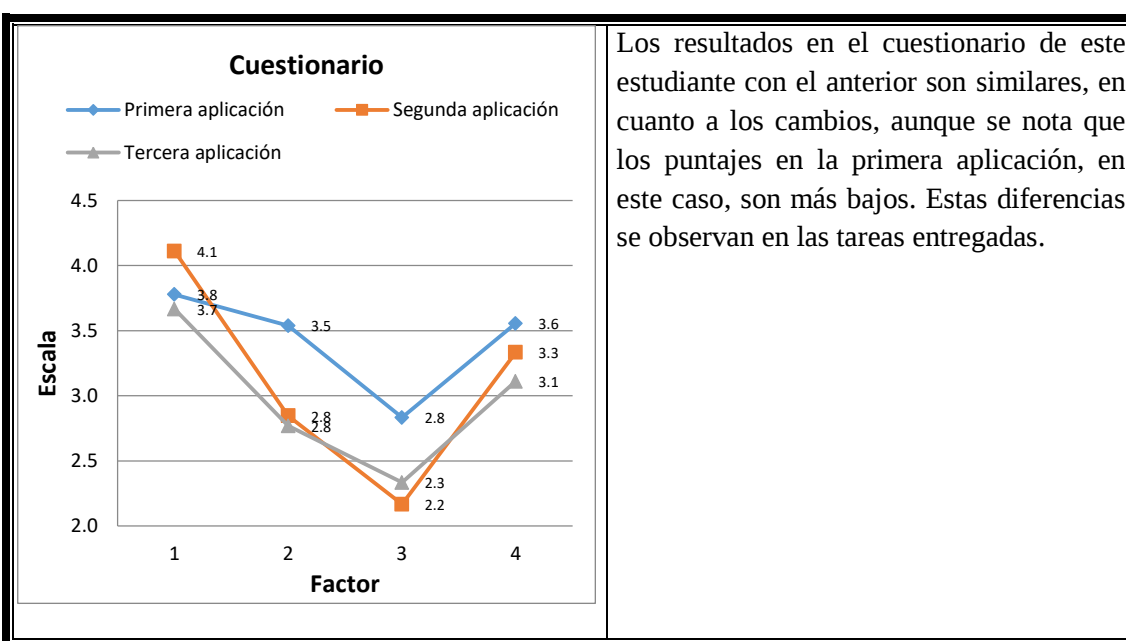


Figura 27. Cuestionario, estudiante 18C.

Tarea 1, Parcial 1

En un camino hay un perro y a 150 m de él hay una liebre. El perro corre para cazar a la liebre, pero cada vez que avanza 9 m la liebre avanza 7 m. ¿Cuántos metros recorre el perro antes de capturar a la liebre?

En un camino hay un perro y a 150 metros de él hay una liebre. El perro corre para cazar a la liebre, pero cada vez que avanza 9 metros la liebre avanza 7 metros. ¿Cuántos metros recorre el perro antes de capturar a la liebre?

Pasos de Polya

1.- Modelo situacional

```

graph TD
    A[El perro y la liebre] --> B[Datos]
    A --> C[Solución]
    B --> D[La liebre está a 150 metros del perro]
    B --> E[Cada vez que el perro avanza 9 m la liebre avanza 7m]
    C --> F[Se puede realizar una tabla hasta que los números coincidan]
    C --> G[Para empezar la tabla, con el perro se parte de 0 y con la liebre empezamos de 150]
  
```

2.- Configurar el plan: Realizaremos una tabla donde empezaremos desde 0 y 150. Al eje del perro le sumaremos 9 y a la de la liebre le sumaremos 7.

3.- Ejecutar el plan:

Perro	0	9	18	27	36	45	54	63	72	91	100	109	118	127	136	145	154	163
Liebre	150	157	164	171	178	185	192	199	206	213	220	227	234	241	248	255	262	269

P	172	191	200	209	218	227	236	245	254	263	272	281	290	299	308	317	326	335	344
L	276	283	290	297	304	311	318	325	332	339	346	353	360	367	374	381	388	395	402

P	353	362	371	380	389	396	407	416	425	434	443	452	461	470	479	488	497	506	515
L	409	416	423	430	437	444	451	458	479	486	493	500	507	514	527	535	542	549	556

P	524	533	542	551	560	569	578	587	596	605	614	623	632	641	650	659	668	677	686
L	563	570	577	584	591	598	605	612	619	626	633	640	647	654	661	668	675	682	689

P	695	704
L	696	703

Se puede decir que el perro recorrió 695 metros antes de capturar a la liebre, solo le falta un metro para atraparla.

Figura 28. Tarea 1, parcial 1, estudiante 18C.

De las tres tareas seleccionadas, este estudiante solo entregó una, esta poca constancia también se observaba en clases. Esta primera tarea muestra un compromiso con la instrucción, ya que recurre a lo que genuinamente sabe en ese momento para resolver con sus propios recursos el problema. Pero tal vez la exigencia del curso no le permitió seguir el ritmo, ya que el no entregar las tareas, reflejan no su falta de interés, sino parte de su frustración al “creer” que no era capaz de hacerlas. Con este estudiante la parte motivacional jugó un papel muy importante. Y al final se nota su poca satisfacción de lo aprendido.

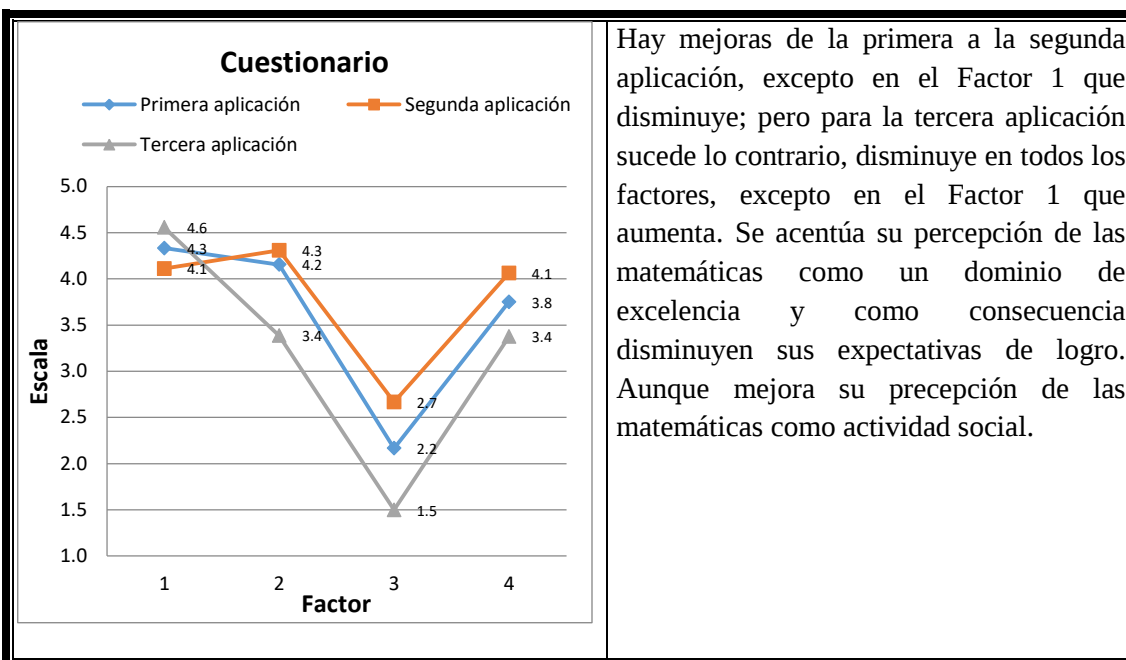


Figura 29. Cuestionario, estudiante 38B.

Tarea 1, Parcial 1

En un camino hay un perro y a 150 m de él hay una liebre. El perro corre para cazar a la liebre, pero cada vez que avanza 9 m la liebre avanza 7 m. ¿Cuántos metros recorre el perro antes de capturar a la liebre?

① Paso
 $9x - 7x = 150$

② Paso
 $2x = 150$
 $x = 150/2$
 $x = 75$

③ Paso
 $75 \cdot 9 = 675$
 $75 \cdot 7 = 525$

Perro 675 m
 Liebre 525 m

Buscamos una ecuación que corresponda con el problema

Despejamos la ecuación y la resolvemos

Multiplicamos los valores para encontrar las distancias correspondientes

Figura 30. Tarea 1, parcial 1, estudiante 38B.

Tarea 3, Parcial 2

Pedro tenía \$90 y su hermano \$50 ambos gastan la misma cantidad de dinero y ahora el hermano de Pedro tienen $\frac{3}{11}$ de lo que tienen Pedro. ¿Cuánto dinero gasto cada uno?

PROCEDIMIENTO

Primero planteo la ecuación

$$50 - X = \left\{ \frac{90 - X}{11} \right\} 3$$

Despues despejo y ago la ecuación

$$2X = \left\{ \frac{90}{11} \right\} 3 + 50$$

Y resolvi

$$X = 37.2727272727$$

Como no me quedo exacto decidi quitar los decimales y hacer el intento con un numero mayor y menor para darme cuenta que el numero era

$X = 35$

$\begin{array}{r} 90 \\ - 35 \\ \hline 55 \end{array}$	$\begin{array}{r} 50 \\ - 35 \\ \hline 15 \end{array}$
$55/11=5$	$5, 3=15$

Figura 31. Tarea 3, parcial 2, estudiante 38B.

Este estudiante estaba acostumbrado a la enseñanza tradicional, por lo que le fue complicado adaptarse en un principio a la dinámica. Esta última tarea entregada muestra los resultados de la segunda aplicación del cuestionario, ya que a pesar de utilizar el procedimiento algebraico, y llegar a un resultado (el cual era equivocado porque no resuelve bien la ecuación), no se convence de él y decide probar con el método aritmético. No entrega la última tarea, lo cual refleja un poco la frustración e insatisfacción con lo aprendido. Es un estudiante competitivo y capaz; pero que al final no se siente satisfecho con la forma de enseñanza, ni con los resultados obtenidos de sus tareas, por ello no entrega ésta tarea, por no poder llegar él al resultado correcto.

Capítulo 4

DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En el Factor 1, las preguntas se refieren a las creencias desde una perspectiva social, donde el estudiante percibe las matemáticas desde su entorno. La instrucción utilizada en los grupos experimentales permitió el cambio "positivo", donde el estudiante percibe el dinamismo de las matemáticas en un ambiente colaborativo. A pesar de ello, y que hubieron cambios positivos en la mayoría de las preguntas, hay creencias que resultan arraigadas (8. *Resolver un problema exige pensar mucho y ser un estudiante inteligente*), que al final no les permite lograr una mejor conexión con ese dinamismo y accesibilidad del conocimiento matemático limitado solo a "algunos pocos".

En el Factor 2, en donde las preguntas están formuladas en primera persona, dirigidas al "yo", en el sentido de: creo, puedo, me gusta. Las creencias de que el aprendizaje de las matemáticas es memorización aparecen como algo arraigado. Aunque en los grupos control disminuye debido al tipo de metodología, basada en ejercicios repetitivos, y en los grupos experimentales hay cambios positivos, los resultados finales están en "*más o menos de acuerdo*". En la mayoría de las preguntas del Factor 2, el puntaje disminuye con la instrucción en los grupos experimentales. Las perspectivas de logro son limitadas, pues con ambas metodologías el puntaje disminuye, lo cual demuestra que los estudiantes siguen viendo a las matemáticas como algo "difícil" y poco accesible para ellos.

Se diferencia entre lo que los estudiantes son "*capaces de hacer*" y lo que "*quieren hacer*" (Gómez, 2003), ya que la instrucción en los grupos experimentales disminuye el interés y no abona por el gusto de hacer matemáticas; la importancia reside en las exigencias entre un tipo de enseñanza y otro. Al hacerlos responsables de su propio aprendizaje, enfrentándolos a problemas (y no ejercicios repetitivos), en donde tenían que hacer uso de sus conocimientos y habilidades, escribir, argumentar y defender sus ideas, no solo les resulta complicado, sino hasta fuera de lugar en una clase de matemáticas, en donde, según sus creencias, evidente en muchos de los trabajos entregados, basta con hacer cuentas y llegar a un resultado numérico. Una enseñanza en la que no se les exija más que lo acostumbrado, los mantiene en una zona de estabilidad, los estudiantes estarán motivados por hacer las cosas bien; pero no por las razones correctas (Schoenfeld, 1989). Podrán estar motivados para aprender reglas y fórmulas; pero no para reflexionar sobre lo que hacen ni para que les sirve realmente lo que están haciendo (Gómez, 2002).

El Factor 3 está relacionado con la pregunta 8 del primer factor. Los estudiantes, no importando la instrucción utilizada, siguen viendo las matemáticas como un dominio de excelencia "accesible y dominado solamente por algunos". Pero la enseñanza alternativa si abona en el objetivo del aprendizaje, que no son solo las buenas calificaciones, lo cual posiblemente resulte en una genuina necesidad de aprender y mejora el gusto por la materia.

Esto resulta muy importante, ya que puede no considerar a las matemáticas como algo importante (pregunta 21); pero al saber su utilidad (preguntas 7 y 11), identifican su importancia al tener claro el objetivo de su aprendizaje (preguntas 13, 24 y 26) lo que trae como resultado el compromiso y una mejor disposición a realizar las tareas matemáticas (pregunta 22), sabiendo las consecuencias que esto tiene en su formación.

En el Factor 4 los puntajes aumentan, lo cual habla de que los profesores tienen una buena actitud hacia la enseñanza y hacia los estudiantes, y ellos lo perciben así, no importando el tipo de instrucción.

Sin embargo, sigue habiendo la percepción de que el profesor es el responsable de la instrucción (pregunta 32), aunque mejora con la instrucción en los grupos experimentales, más en la segunda aplicación, al final se mantiene en un puntaje de bajo, y en los grupos control disminuye. Otra creencia que se mantiene arraigada es la del profesor como portador del máximo conocimiento (pregunta 41), la cual prevalece con puntajes bajos, y en los grupos experimentales al final es más bajo que en los grupos control, aunque al principio era más alta.

En este punto es bueno comentar que los estudiantes se notaban confusos a la hora de responder preguntas directas sobre lo que ellos *pensaban* de forma personal, ya que podían responder de forma involuntaria como reflejo de lo que pensaban que debían ellos opinar, según las circunstancias y su contexto, y no lo que ellos *pensaban en realidad*.

A pesar de que se aplicaron varios instrumentos, solo se mencionan los resultados del cuestionario de creencias porque son los resultados observados en éste los que nos interesaba analizar, de acuerdo a nuestros objetivos. Los otros instrumentos, si bien nos ayudaron en el desarrollo de la instrucción, están diseñados para diagnosticar o evaluar conocimientos, y el desarrollo de habilidades cognitivas, cuyos resultados se alejan de nuestro objetivo final.

CONCLUSIONES

Es entendible que, después de muchos años de aprendizaje memorístico e imitativo y correspondientes rutinas formadas, en un año no se pudieran generar cambios significativos en las creencias de los estudiantes. Sin embargo, hay claros cambios positivos en algunos de ellos, según lo muestran los resultados de los casos expuestos. Estos resultados indican que sí es posible influenciar de manera *positiva* a algunos de ellos y marcar una diferencia cualitativamente notable. Así también, se observa en los casos donde los cambios fueron negativos, que se debe poner mayor atención a dejar muy claros los objetivos del aprendizaje, en donde ellos tienen que participar, para que antes de hacer las cosas, ellos tengan claras las razones y las repercusiones en su aprendizaje (Slisko, 2016).

Es complicado mantener este tipo de instrucción, si el programa y los planes de estudio no se ajustan, y siguen estando diseñados para seguir una enseñanza tradicional, sin tomar en cuenta las nuevas perspectivas de la educación. Tratar de mantenerse aislados sobre lo que pasa en otros grupos es imposible, y si se *sabe* que el profesor es el obligado a *enseñar*, los estudiantes esperan que sea él el que lleve las riendas de la enseñanza y no ellos los que tengan que hacer las cosas. Una de las mayores dificultades al finalizar el curso y ver que no se cubrió en su totalidad el temario, marcado en el programa de estudios, era convencerlos de que lo aprendido cubría con mayor calidad los objetivos del aprendizaje.

Además de que no solo se requiere de más tiempo, sino de constancia y una adecuada organización, dirigida no solo al aspecto activo y concentrándonos en el aspecto meta-cognitivo, para modificar las creencias, también debemos estar preparados en los aspectos meta-afectivos, motivacionales, dentro del salón de clases. En este sentido es muy importante tomar las preguntas cuyos valores en la escala fueron bajos en comparación con la media, ya que pueden darnos ideas claras sobre qué puntos en particular se pueden enfatizar en la enseñanza alternativa, y de esta forma hacerla más eficaz. Sobre todo porque aparecen de la misma forma con anterioridad y se mantienen después con ambas instrucciones.

Por ello la preparación de los profesores debe ser integrada con los aspectos afectivos y cognitivos, no solo estar conscientes de esa interacción en el proceso de enseñanza-aprendizaje, sino hacerlos manifiestos dentro del salón de clases, para no solo cambiar las creencias existentes sino para generar nuevas que ayuden a un mejor aprendizaje.

REFERENCIAS.

- Acevedo, J., & Martínez, J. M. O. (1995). Validación y aplicación de un test de razonamiento lógico. *Revista de psicología general y aplicada: Revista de la Federación Española de Asociaciones de Psicología*, 48(3), 339-351.
- Baldor, A. (1980). *Álgebra de Baldor*. Ediciones y Distribuciones CODICE: Madrid.
- Callejo, M. L., & Vila, A. (2003). Origen y formación de creencias sobre la resolución de problemas. Estudio de un grupo de alumnos que comienzan la educación secundaria. *Boletín de la Asociación matemática venezolana*, 10(2), 173-194.
- Cole, J. A., & Swokowski, E. W. (2011). *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica*, 11a. Edición. Cengage Learning: México, DF.
- CONAMAT (2009). *Matemáticas Simplificadas*, 2a. Edición. Pearson Educación: México.
- Corts, A. V., & de la Vega, M. L. C. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar: el papel de las creencias en la resolución de problemas* (Vol. 100). Narcea Ediciones.
- De Corte, E. (1995). Fostering cognitive growth: A perspective from research on mathematics learning and instruction. *Educational Psychologist*, 30(1), 37-46.
- De Corte, E., Verschaffel, L., & Greer, B. (2000, January). Connecting mathematics problem solving to the real world. In *Proceedings of the International Conference on Mathematics Education into the 21st Century: Mathematics for living* (pp. 66-73).
- De Corte, E. (2004). Mainstreams and perspectives in research on learning (mathematics) from instruction. *Applied psychology*, 53(2), 279-310.
- Extremera, N., & Fernández-Berrocal, P. (2003). La inteligencia emocional en el contexto educativo: hallazgos científicos de sus efectos en el aula. *Revista de educación*, 332, 97-116.
- Furinghetti, F., & Pehkonen, E. (2002). Rethinking characterizations of beliefs. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 39-57). Springer Netherlands.
- Gómez-Chacón, I. M. (2003). La tarea intelectual en matemáticas afecto, meta-afecto y los sistemas de creencias. *Boletín de la Asociación Matemática Venezolana*, 10(2), 225-247.
- Gómez Chacón, I. M., Op't Eynde, P., & De Corte, E. (2006). Creencias de los estudiantes de matemáticas. La influencia del contexto de clase. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 24(3), 309-324.
- Gómez Chacón, I. M. (2010). Tendencias actuales en investigación en matemáticas y afecto. In *Investigación en educación matemática XIV* (pp. 121-140). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.

- Greer, B., Verschaffel, L., & De Corte, E. (2002). "The Answer is Really 4.5": Beliefs About Word Problems. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 271-292). Springer Netherlands.
- Kilpatrick, J., Gómez, P., & Rico, L. (1998). Educación matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia. una empresa docente.
- Lester Jr, F. K. (2002). Implications of research on students' beliefs for classroom practice. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 345-353). Springer Netherlands.
- McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 575-596.
- McLeod, D. B. (1994). Research on affect and mathematics learning in the JRME: 1970 to the present. *Journal for research in Mathematics Education*, 637-647.
- Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2002). Framing students' mathematics-related beliefs. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 13-37). Springer: Netherlands.
- Op't Eynde, P., & De Corte, E. (2003). Students' Mathematics-Related Belief Systems: Design and Analysis of a Questionnaire. Annual Meeting of the American Educational Research Association (pp. 21- 25). Chicago, IL.
- Op't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2006). "Accepting emotional complexity": A socio-constructivist perspective on the role of emotions in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 193-207.
- Palm, T. (2006). Word problems as simulations of real-world situations: A proposed framework. *For the learning of mathematics*, 26(1), 42-47.
- Palm, T. (2009). Theory of authentic task situation. Verschaffel L., Greer B., Van Dooren W. and Mukhopadhyay S. (Eds.). *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 3-20). Sense Publisher: Netherland.
- Pehkonen, E., & Törner, G. (1996). Mathematical beliefs and different aspects of their meaning. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 28(4), 101-108.
- Pehkonen, E., & Pietilä, A. (2003, February). On relationships between beliefs and knowledge in mathematics education. In *Proceedings of the CERME-3 (Bellaria) meeting*.
- Pólya, G. (1989). Como plantear y resolver problemas. Ed. Trillas: México. (Primera edición 1965).

- Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of students' mathematical beliefs and behavior. *Journal for research in mathematics education*, 338-355.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. D. Gruows (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 334-370). New York: McMillan.
- Selter, C. (2009). Stimulating reflection on word problems by means of students' own productions. Verschaffel L., Greer B., Van Dooren W. and Mukhopadhyay S. (Eds.). *Words and worlds. Modelling verbal descriptions of situations* (pp. 315-332). Sense Publisher: Netherland.
- Semerrena, A. A., Manfrido, R. B., Vadillo, D. R. (Eds.) *Problemas del calendario matemático infantil 2008-2009. Un reto diario*. Torre y de la Torre Impresos: México.
- Sigler, L. (2003). *Fibonacci's Liber abaci: a translation into modern English of Leonardo Pisano's Book of calculation*. Springer Science & Business Media.
- Tobin, K. G., & Capie, W. (1981). The development and validation of a group test of logical thinking. *Educational and Psychological Measurement*, 41(2), 413-423.
- Trigueros, M., Quintero, R., Reyes, A., & Ursini, S. (1996). Diseño de un cuestionario de diagnóstico acerca del manejo del concepto de variable en el álgebra. *Enseñanza de las ciencias*, 14(3), 351-363.
- Ugarte F., A. (2011). *Fibonacci y los problemas del Liber Abaci*. Lulu.com. De: https://books.google.com.mx/books/about/Fibonacci_y_los_problemas_del_Liber_Abac.html?id=MPhrAwAAQBAJ&redir_esc=y
- Ursini, S., Sánchez, G., & Orendain, M. (2004). Validación y confiabilidad de una escala de actitudes hacia las matemáticas y hacia las matemáticas enseñadas con computadora. *Educación matemática*, 16(3), 59-78.
- Velázquez, S. R., & Slisko, J. (2014). Desarrollo de actitudes hacia el estudio de las matemáticas en educación secundaria. Su relevancia en el logro de aprendizajes esperados.
- Velázquez, S., Slisko, J., & Nolasco, H. (2013). Actitudes que producen los problemas planteados en los libros de textos de matemáticas de educación secundaria. Una experiencia con profesores y alumnos.
- Yackel, E., & Rasmussen, C. (2002). Beliefs and norms in the mathematics classroom. In *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (pp. 313-330). Springer Netherlands.

ANEXO

CUESTIONARIO SOBRE “CREENCIAS ACERCA DE LA MATEMÁTICA”

Nombre y apellidos: _____

Escuela de procedencia: _____

Género: _____ Edad (años/meses): _____ Fecha (dd/mm/aa): _____

Responde a las siguientes preguntas. Indica tu grado de acuerdo poniendo una cruz en la respuesta que consideres que expresa tu opinión.

1. Cometer errores es una parte importante del aprendizaje de la matemática.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

2. El trabajo en grupo facilita el aprendizaje de las matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

3. El aprendizaje matemático es principalmente memorización.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

4. Es una pérdida de tiempo cuando el profesor nos hace pensar solos sobre cómo se resolvería un nuevo problema.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

5. Cualquiera puede aprender matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

6. En los problemas de matemáticas hay diversas formas para llegar a encontrar una solución correcta.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

7. Las matemáticas te capacitan para comprender mejor el mundo en que vives.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

8. Resolver un problema exige pensar mucho y ser un estudiante inteligente.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

9. Las matemáticas están en continua expansión. Muchas cosas quedan aún por descubrir.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

10. Hay una sola forma de pensar la solución correcta de un problema de matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

11. Mucha gente utiliza las matemáticas en su vida diaria.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

12. Los que son buenos en matemáticas pueden resolver muchos problemas en pocos minutos.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

13. Sólo estoy satisfecho cuando logro buenas calificaciones en matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

14. Pienso que seré capaz de usar lo que he aprendido en matemáticas y también en otros cursos.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

15. Creo que este año recibiré una excelente nota en matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

16. Para ser el mejor hay que controlar las matemáticas. Quiero demostrar al profesor que yo soy mejor que muchos otros estudiantes.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

17. Me gusta hacer matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

18. Espero lograr un buen resultado en los trabajos y los exámenes de matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

19. Quiero hacer bien las matemáticas y demostrar al profesor que mis compañeros son tan buenos como yo.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

20. Puedo comprender el material del curso de matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

21. Para mí las matemáticas son una asignatura importante.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

22. Prefiero las tareas matemáticas, me esfuerzo para encontrar una solución.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

23. Puedo comprender incluso las cosas más difíciles que nos dan en clase de matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

24. Mi mayor preocupación cuando aprendo las matemáticas es obtener buenas calificaciones.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

25. Si trabajo duro, entonces puedo comprender toda la materia del curso de matemática.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

26. Cuando tengo oportunidad, escojo las tareas de matemáticas que puedo aprender, aunque no estoy seguro de lograr una buena calificación.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

27. Estoy muy interesado en matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

28. Teniendo en cuenta el nivel de dificultad de nuestro curso de matemáticas, el profesor, mis habilidades y mis conocimientos, tengo confianza en que lograré un buen resultado en matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

29. Nuestro profesor piensa que los errores están bien y son buenos para el aprendizaje.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

30. Nuestro profesor presta atención a cómo nos sentimos en las clases de matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

31. Nuestro profesor explica por qué las matemáticas son importantes.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

32. Nuestro profesor primero muestra paso a paso cómo nosotros debemos resolver un problema específico, y antes él nos da ejercicios similares.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

33. Nuestro profesor quiere que estemos a gusto cuando aprendemos nuevas cosas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

34. Nuestro profesor comprende los problemas y las dificultades que experimentamos.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

35. Nuestro profesor escucha atentamente cuando preguntamos o decimos algo.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

36. Nosotros realizamos bastantes trabajos en grupo durante la clase.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

37. Nuestro profesor nos da tiempo para explorar realmente nuevos problemas y tratar de obtener estrategias de resolución.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

38. Nuestro profesor está contento cuando nos esforzamos mucho, aunque nuestros resultados no sean buenos.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

39. Nuestro profesor es muy amable con nosotros.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

40. Nuestro profesor trata de hacer las lecciones de matemáticas interesantes.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

41. Nuestro profesor piensa que él es el mejor para conocer todas las cosas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

42. Nuestro profesor quiere que comprendamos el contenido del curso de matemáticas, no que lo memoricemos.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

43. No está permitido preguntar a los compañeros para que me ayuden en las tareas de clase.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

44. Nuestro profesor no se preocupa de nuestros sentimientos en clase. Él o ella está totalmente absorto en el contenido del curso de matemáticas.

☐ Totalmente de acuerdo ☐ De acuerdo ☐ Más o menos de acuerdo ☐ Más o menos en desacuerdo ☐ No de acuerdo ☐ Totalmente en desacuerdo

APÉNDICE A

CUESTIONARIO

NOMBRE: _____

GRADO Y GRUPO: _____

FECHA: _____

I. En estos ejercicios, solamente escribe una formula. NO CALCULES el número

Escribe una fórmula que exprese: Un número desconocido sumado a 5 es igual a 8.

3. Escribe una fórmula que exprese: multiplica a 8 por la suma de 3 y un número desconocido.

1. Escribe una fórmula que exprese: Un número desconocido multiplicado por 13 es iguala 127.

4. Escribe una fórmula que exprese: 4 sumado a $n + 5$.

2. Escribe una fórmula que exprese: Un número desconocido es igual a 6 más otro número desconocido.

5. Escribe una fórmula que exprese: un número desconocido dividido por 5 y el resultado sumado a 7.

II. Para cada una de las siguientes expresiones escribe los valores que piensas que puede tener la letra. Si piensas que hay más de uno, escribe algunos de ellos

EXPRESIÓN	REPUESTA
6. $x + 2 = 2 + x$	
7. $3 + y = 7$	
8. $x = x$	
9. $4 + s$	
10. $x + 5 = x + x$	
11. $3 + a + a + a + 10$	

(Trigueros, et al.1996)

APÉNDICE B



EXAMEN

P7.1,4 B

MATERIA:	MATEMÁTICAS I	GRUPO:	
PROFESOR:	Ing. Claudia Éthel Figueroa Suárez	TIPO DE EXAMEN:	1er. parcial
NOMBRE DEL ALUMNO:		FECHA:	
MATRICULA:		CALIFICACIÓN:	

SIGA LAS INSTRUCCIONES. LEA CUIDADOSAMENTE CADA PREGUNTA Y REALICE LO QUE SE INDICA. ABSOLUTAMENTE TODO EJERCICIO TENDRÁ QUE ESTAR ARGUMENTADO Y EN ORDEN PARA CONSIDERAR LA RESPUESTA COMO CORRECTA. SEA CONSCIENTE QUE MIENTRAS MÁS LIMPIO ESTE SU EXAMEN MÁS FACIL SERÁ CALIFICARLO Y SE EVITARAN CONFUSIONES

1. Raúl tiene 6 dulces de menta y 12 dulces de uva. Su propósito es hacer paquetes que contengan dulces de ambos sabores. ¿Cuál es la cantidad máxima de paquetes que puede hacer si cada paquete contiene lo mismo?
2. Roberto está distribuyendo su producto a cada dos carros mientras Sandra está distribuyendo otro producto a cada tres carros. ¿Cuál será el primer carro en recibir ambos productos?
3. Una persona del circo tarda 40 minutos en lavar un elefante. Su hijo lo hace en 2 horas. Si trabajan juntos, ¿en cuánto tiempo (EN HORAS) lavarán 3 elefantes?
4. Carlos pagó \$ 20.00 por un libro que tenía el 20% de descuento. ¿Cuál era el costo original del libro?
5. Se distribuyen 28 mujeres y 56 hombres en cuatro talleres: en carpintería hay 20 personas de las cuales una es mujer, en dibujo asisten 16 hombres, en cocina hay en total 16 personas y en electricidad 16 de 28 son hombres, ¿cuántas mujeres hay en el taller de dibujo?

Sus Procedimientos y Respuestas empiezan aquí.....



DGEMS

95

EXAMEN

P7.1,4B

MATERIA: <u>Matemáticas I</u>		GRADO Y GRUPO:	
PROFESOR: <u>Ing. Claudia Éthel Figueroa Suárez</u>	TIPO DE EXAMEN:		2o. Parcial
NOMBRE DEL ALUMNO:		FECHA:	
MATRÍCULA:		CALIFICAIÓN:	

LEA EL EJERCICIO CON DETENIMIENTO PARA SABER EXACTAMENTE LO QUE SE LE PIDE. TODO EJERCICIO DEBE ESTAR ARGUMENTADO PARA CONSIDERAR SU RESPUESTAS COMO CORRECTA. TENGA EN CUENTA QUE ENTRE MÁS LIMPIOS Y ORDENADOS SEAN SUS PROCEDIMIENTO, MENOS HABRA CONFUSIONES AL CALIFICARLOS.

1. Un avión vuela a 500 m de altura.
¿en cuántos minutos tocará tierra,
si pierde 25 metros cada dos
minutos?
2. El lunes, de 1:00 PM a 5:00 PM,
un grupo de fotógrafos, les
tomarán fotografías individuales a
600 estudiantes. Si un fotógrafo
tarda 2 minutos en fotografiar a un
estudiante, ¿cuántos fotógrafos se
necesitarán?
3. Eduardo corre los primeros 400
metros, de una carrera, en 50
segundos. Si la carrera es de 2 000
metros, y mantiene la misma
velocidad, ¿cuántos segundos más
se tardarán en llegar a la meta?
4. Después de añadir 4 canicas a un
grupo de canicas blancas y azules,
hay 8 canicas de cada color,
¿cuántas canicas había
originalmente?

5. En la tabla siguiente se muestran
las calificaciones obtenidas en
Historia de Alejandra y Noemí, en
los cuatro parciales. Si se sabe que
las dos tuvieron la misma
calificación final, ¿cuál es la
calificación del segundo parcial de
Noemí?

Examen	Alejandra	Noemí
1	78	92
2	80	
3	88	75
4	74	83

“Sus respuestas deben iniciar aquí”

**EXAMEN**

P7.1,4 B

MATERIA:	<u>MATEMÁTICAS I</u>	GRUPO:	
PROFESOR:	<u>Ing. Claudia Éthel Figueroa Suárez</u>	TIPO DE EXAMEN:	<u>4º. Parcial</u>
NOMBRE DEL ALUMNO:		FECHA:	
MATRICULA:		CALIFICACIÓN:	

SIGA LAS INSTRUCCIONES. LEA CUIDADOSAMENTE CADA PREGUNTA Y REALICE LO QUE SE INDICA. ABSOLUTAMENTE TODO EJERCICIO TENDRÁ QUE ESTAR ARGUMENTADO Y EN ORDEN PARA CONSIDERAR LA RESPUESTA COMO CORRECTA. SEA CONSCIENTE QUE MIENTRAS MÁS LIMPIO ESTE SU EXAMEN MÁS FACIL SERÁ CALIFICARLO Y SE EVITARAN CONFUSIONES.

1. Factoriza las siguientes expresiones.

a) $2a^2x - 5a^2y + 15by - 6bx$
(2 punto)

b) $1 + 14x^2y + 49x^4y^2$
(2 puntos)

c) $2x^2 + 29x + 90$
(2 puntos)

2. Un caballo costó 4 veces lo de sus arreos y la suma de los cuadrados del precio del caballo y el precio de sus arreos es 860 625 sucres. ¿Cuánto costó el caballo y cuánto lo arreos? (4 puntos).

Sus Procedimientos y Respuestas empiezan aquí.....



EXAMEN

P7.1,4B

MATERIA: <u>Matemáticas I</u>		GRUPO:	
PROFESOR: <u>Ing. Claudia Éthel Figueroa Suárez</u>	TIPO DE EXAMEN:		<u>3er. Parcial</u>
NOMBRE DEL ALUMNO:		FECHA:	
MATRÍCULA:		CALIFICACIÓN:	

LEA CADA EJERCICIO CON DETENIMIENTO PARA SABER EXACTAMENTE LO QUE SE LE PIDE. TODO EJERCICIO DEBE ESTAR ARGUMENTADO PARA CONSIDERAR SU RESPUESTAS COMO CORRECTATENGA. TENGA EN CUENTA QUE ENTRE MÁS LIMPIAS Y ORDENADAS SEAN SUS RESPUESTAS Y PROCEDIMIENTO MENOS HABRÁ CONFUSIONES AL CALIFICARLAS.

1. Iba un campesino quejándose de lo pobre que era, dijo: daría cualquier cosa si alguien me ayudara. De pronto se le aparece el diablo y le propuso lo siguiente:

“Sus respuestas deben iniciar aquí”

- Ves aquel puente, si lo pasas en cualquier dirección tendrás exactamente el doble del dinero que tenías antes de pasarlo. Pero hay una condición debes tirar al río 24 pesos por cada vez que pases el puente.

Paso el campesino el puente una vez y contó su dinero, en efecto tenía dos veces más, tiro 24 pesos al río, y paso el puente otra vez y tenía el doble que antes y tiro los 24 pesos, paso el puente por tercera vez y el dinero se duplico, pero resultado que tenía 24 pesos exactos y tuvo que tirarlos al río. Y se quedó sin un peso. ¿Cuánto tenía el campesino al principio?

2. La botella de vino

Si nos dicen que una botella de vino vale 10 euros y que el vino que contiene cuesta 9 euros más que el envase, ¿cuánto cuestan el vino y el envase por separado?.

APÉNDICE C

TAREA 1

3er. Parcial

Resuelve los siguientes problemas:

1. La suma de las edades de Andrés, Carlos y Rodolfo es de 90 años. La edad de Andrés excede en 4 años a la edad de Carlos y en 11 a la de Rodolfo. Determina las edades de los tres.
2. La edad de Fabiana es la tercera parte de la edad de Hilda y la edad de Cecilia es el doble de la edad de Fabiana. Si la suma de sus edades es de 72 años, determina la edad de Cecilia.
3. La edad de Tania excede en 6 a la de Luz, y la edad de María es la semisuma de las edades de Tania y Luz. Si la suma de sus edades es de 72 años, determina la edad de Cecilia.
4. Carlos tiene 18 años y Juan 42, ¿en cuántos años la edad de Juan será el doble de la de Carlos en ese entonces?
5. La edad de Carlos es el triple de la de Mauricio y dentro de 10 años será el doble. Determina las edades actuales de Carlos y Mauricio.
6. La edad actual de Bárbara es la mitad de la de Patricia. Si dentro de veinte años la edad de Patricia superará en 8 la de Bárbara, determina las edades actuales.
7. Ignacio tiene 70 años y Álvaro 28. ¿Hace cuánto tiempo la edad de Ignacio era el triple de la de Álvaro?
8. Hace 6 años la edad de Alejandra era el triple de la de Omar y dentro de 4 años será el doble. Determina sus edades actuales.
9. Gabriela le dice a Samanta: “Si a mi edad le restas 4 años y a la de Angélica 12 nuestras edades serían iguales, ¿cuántos años tengo si mi edad es la mitad de la de Angélica?”
10. Héctor le dice a María: “Mi abuelo es 40 años más grande que yo y un cuarto de la suma de nuestras edades equivale a mi edad. ¿Cuántos años tengo?”
11. La edad de Guillermo excede en 12 a la de Patricia y hace 7 años la edad de Patricia era $\frac{3}{4}$ de la edad de Guillermo. Halla las edades de Guillermo y Patricia hace 7 años.
12. La edad de Camilo supera en 20 a la de Joaquín y equivale a $\frac{3}{2}$ de la edad de Julián. Si la suma de las edades de Camilo, Joaquín y Julián es de 60 años, ¿cuáles son sus edades?
13. La edad de Iván es $\frac{3}{5}$ de la de Antonio y hace 5 años era la mitad, determina ambas edades.
14. La edad de Luciana son los tres quintos de la edad de Mariana, si dentro de 10 años Luciana tendrá siete décimos de la edad que tenga Mariana en ese entonces, ¿Cuántos años tienen Luciana?
15. Hace 5 años la edad de Juan Carlos era dos tercias de la de Daniel y dentro de 5 años será cuatro quintos. Halla las edades actuales.

(CONAMAT, 2009, pp. 366-367)

INSTRUCCIONES: Escogerán el problema según su número de lista, como solo son 15, a partir del número de lista 16 se volverán a repetir desde el 1, y llegará al 30 (al cual le tocará el problema 15); a partir del 31 empezamos de nuevo en el 1, y así hasta el último.

Para entregar vía electrónica el día miércoles antes de las 11:59 PM.

TAREA 2

3er. Parcial

Primer lista.

INSTRUCCIONES: *Escogerán el problema según su número de lista, como solo son 11, a partir del número de lista 12 se volverán a repetir desde el 1, y llegará al 22 (al cual le tocará el problema 11); a partir del 23 empezamos de nuevo en el 1, y así hasta el último.*

1. Marcos ahorró \$3 270 en monedas de \$10, \$5 y \$2. Si el número de monedas de \$10 excede en 20 a las de \$5 y en 15 a las de \$2, ¿cuántas monedas de \$5 pesos tiene Marcos?
2. Paulina tiene \$9 300 en billetes de \$1 000, \$500 y \$200. Si el número de billetes de \$500 excede en 2 a los de \$1000 y en 3 a los de \$200, ¿cuántos billetes de cada denominación tiene Paulina?
3. Andrés tiene 30 monedas de \$5 y \$10. Si en total dispone de \$200, cuántas monedas de cada denominación tiene?
4. Juan tiene 400 monedas de \$5 y \$10. Si en total dispone de \$350, ¿cuántas monedas de cada denominación tiene?
5. Se desea repartir \$210 en monedas de \$20, \$10 y \$5, de tal forma que el número de monedas de cada denominación sea la misma. ¿Cuántas monedas se necesita de cada denominación?
6. Se desea tener \$2 600 en billetes de \$200, \$100 y \$50, de tal manera que el número de billetes de mayor denominación sea uno más que los de mediana denominación y dos más que los de menor denominación, ¿cuántos billetes de cada denominación se tendrá?
7. Gloria tiene el triple de monedas de \$5 que de \$10 y 10 monedas más de \$2 que de \$5. Si en total dispone de \$392, ¿cuántas monedas de cada denominación tiene?
8. Iván da a su hijo \$90 en monedas de \$2 y 50 centavos, si el número de monedas de \$2 es la mitad del número de monedas de 50 centavos, ¿cuántas monedas de \$2 pesos le da a su hijo?
9. Fabián tiene 12 monedas de \$5 y 33 de \$2, al llegar el domingo su papá le da el doble número de monedas de \$2 que de \$5, Fabián se da cuenta que tiene la misma cantidad de dinero en monedas de \$2 que de \$5, ¿cuántas monedas de \$2 y cuántas de \$5 le dio su papá?
10. Sergio es conductor de un transporte colectivo y cambia en el banco \$795 por monedas de \$5, \$2, \$1 y de 50 centavos. Al separar las monedas de acuerdo con su denominación se da cuenta que el número de monedas de \$5 es la tercera parte de monedas de \$2, la mitad de las de \$1 y el doble de 50 centavos, ¿cuántas monedas de \$5 tiene?
11. Ricardo cambia un cheque de \$6 400 por billetes de \$200, \$100, \$50 y \$20, y le pide al cajero que el número de billetes de \$200 sea la mitad de los de \$100, la cuarta parte de los de \$50 y la décima parte de los de \$20, ¿cuántos billetes de \$200 recibirá?

(CONAMAT, 2009, pp. 370)

TAREA 3

3er. Parcial

INSTRUCCIONES: Escogerán el problema según su número de lista. Los números **impares** realizarán el problema **1** y los **pares** realizarán el problema **2**.

PROBLEMAS:

1. Juan le dice a Pedro, ¿qué edad tengo, si tengo el doble de la que tu tenías cuándo yo tenía la que tú tienes, sabiendo que cuándo tu tengas la que yo tengo entre los dos tendremos 63 años?
2. Las edades actuales de Julia y María suman 91 años. Julia es ahora el doble de vieja de lo que era María cuando Julia tenía la edad que ahora tiene María. ¿Qué edades tiene ahora Julia y María? (Semerena, 2008, pp. 15)

Respeten instrucciones y pongas los datos necesarios para reconocer como suyo el archivo. Por cada indicación que no se cumpla, se descontarán 0.25 puntos; desde nombre del archivo, asunto del correo, etc. Si se equivocan de problema, no será tomado en cuenta.

PROBLEMAS

4º. PARCIAL

1. **Construcción de una caja.** Se desea construir una caja de base cuadrada, sin tapa, a partir de una pieza cuadrada de lámina. Se hará un corte de 3 in^2 en cada esquina y se doblarán los lados hacia arriba Si la caja debe de tener un volumen de 48 in^3 , ¿de qué tamaño será la pieza de lámina?
2. **Construir una caja de pizza.** Debe hacerse una caja de base cuadrada para pizza de una hoja rectangular de cartón. Para esto se cortan 6 cuadrados de 1 in de lado, de las esquinas y las secciones medias y se doblan los lados. Si el área de la base de la caja es de 144 in^2 , ¿de qué tamaño tiene que ser la hoja de cartón?
3. **Construir una caja rectangular.** Hay que elaborar una caja sin tapa cortando cuadrados de 3 in de una pieza rectangular de hojalata, cuya longitud es el doble de su ancho. ¿De qué tamaño debe ser la pieza de hojalata para hacer una caja que tenga un volumen de 60 in^3 ?
4. **Descuentos.** Una compañía vende tenis a \$40 el par en pedidos de menos de 50 pares; si se piden más de 50 pares (hasta 600), el precio por par se reduce en \$0.04 por cada par pedido. ¿Cuántos pares puede comprar un distribuidor por \$8 400?

5. **Descuento por grupo.** Una agencia ofrece viajes en grupo a razón de \$60 dólares por persona para los primeros 30 participantes. En grupos más grandes, hasta de 90, cada integrante recibe un descuento de \$0.50 dólares por participante después de los primeros 30; por ejemplo, con 31 turistas, el costo por persona es de \$59.50. ¿Cuántos turistas debe ir de viaje para que la agencia cobre \$2 812.50?
6. **Precio de un reproductor de CD.** Cuando una tienda vende un reproductor de discos compactos de reconocida marca, en \$300 pesos por unidad, vende 15 unidades por semana. Sin embargo, cada que se reduce el precio \$10 hay dos ventas más por semana. ¿Qué precio de venta produciría un ingreso semanal de \$7 000?
7. **Tarifas de clave.** Una compañía de televisión por cable da servicio a 5000 usuarios y cobra \$20 por un mes. Un estudio de mercado indica que por cada dólar menos en la tarifa mensual, se suscribirán 500 nuevos clientes. Si la compañía recibe un ingreso mensual de \$112 500 dólares, ¿cuál es el costo mensual por usuario?
8. **Renta de departamentos.** Una inmobiliaria posee 180 departamentos, que mantiene ocupados cuando los renta a \$300 al mes. La compañía estima que por cada \$10 de aumento en la renta, se desocuparán 5 departamentos. ¿cuál debe ser el monto de la renta de modo que la compañía reciba \$54 450 dólares al mes por la renta de los departamentos?

(Cole, et al., 2011, pp. 91- 93)

NOTA: in (pulgada), in² (pulgadas cuadradas), in³ (pulgadas cúbicas)