

# Examen de Admisión al Programa de Maestría en Matemáticas

2 de diciembre de 2013

## EJERCICIOS DE ANÁLISIS

1.- Calcular cuántas raíces reales tiene la ecuación:

$$4x^5 - 5x^4 + 2 = 0$$

2. Sea  $f(x, y)$  la función definida por

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) ¿Es  $f$  continua en  $(0, 0)$ ?

b) Determine, en caso de que existan,  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}(0, 0)$ .

3.- Utilizando el teorema de los residuos calcular:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + a^2)^n}$$

para  $n$  natural mayor o igual a 1 y  $a > 0$ .

4.- Sean  $I = [0, 1]$  y  $f: I \rightarrow \mathbb{R}$  continua no idénticamente nula y tal que

$f(0) = f(1) = 0$ . Pruebe que para  $g_n: x \rightarrow f(x^n)$ , ( $x \in I$ ) se cumple:

a)  $(g_n) \rightarrow 0$  puntualmente,

b)  $(g_n)$  no converge a 0 uniformemente.

# Examen de Admisión al Programa de Maestría en Matemáticas

2 de diciembre de 2013

## EJERCICIOS DE ÁLGEBRA LINEAL

1. Determinar el valor de  $a$  tal que el siguiente sistema

$$\left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & a & 3 \\ 1 & a & 3 & 2 \end{array} \right]$$

tiene:

(a) ninguna solución; (b) más de una solución; (c) una única solución.

2. Diga si matriz  $A$  es diagonalizable y si lo es, explique porque.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

3. Sea  $T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^3$  la transformación lineal definida por

$$T(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, x_1 + x_2, 0).$$

Encontrar la dimensión de  $Im(T)$  y  $Ker(T)$ .