Examen de admisión al programa de Maestría

6 de diciembre de 2010

Nombre Completo:

Institución de procedencia:

Correo electrónico:

Por favor primero lee todo el examen, posteriormente de las siguientes preguntas elige para resolver dos preguntas de Álgebra y tres de Análisis. Finalmente, indica en este renglón sus números ya que sólo se calificará lo que aquí indiques.

1. Sea $\beta = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ una base de un espacio vectorial $\mathbb{V}$ y sea $S \subset \mathbb{V}$, S linealmente independiente, entonces existe un subconjunto S_1 de β tal que $S_1 \cup S$ es base de $\mathbb{V}$.

2. Dados $\mathbb{V}$ y $\mathbb{W}$ espacios vectoriales, respecto al mismo campo, sea T transformación lineal de $\mathbb{V}$ en $\mathbb{W}$. Si $dim(\mathbb{V}) = n = dim(\mathbb{W})$ entonces T es inyectiva si y sólo si T es sobreyectiva.

3. Sea $\mathbb{V}$ un subespacio vectorial de $\mathbb{R}^5$ el cual es generado por los vectores $\{(2,-1,1,0,0), (0,-1,0,1,0), (1,0,0,0,1)\}$.

   (a) Halle la proyección ortogonal del vector $(2,2,1,4,0)$ sobre $\mathbb{V}$.

   (b) Halle una base ortonormal de $\mathbb{V}^{\perp}$.

4. Usando la definición de límite en términos de ε y δ, demuestre que

$$lim_{x \to -1} \left(\frac{1}{x-3} \right) = -\frac{1}{4}$$

5. Sean f y g funciones continuas de $[a,b]$ en los números reales, tales $f(a) < g(a)$ y $f(b) > g(b)$. Demuestre que existe $x_0 \in (a,b)$ tal que $f(x_0) = g(x_0)$.

6. Sea $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ función, cuya regla de asociación es $g(x) = x^2 sen(\frac{1}{x^2})$, para todo $x \neq 0$ y $g(0) = 0$. Demuestre que g es diferenciable en $\mathbb{R}$.

7. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ función, cuya regla de asociación es $f(x) = (x-2)^{\frac{2}{3}}$ encuentre los valores máximos y mínimos que alcanza f en el intervalo $[1,5]$.