

4 NÚMERO DE ESTADOS $\Omega(E)$

La tarea básica inicial de la estadística es contar microestados, así que voy a introducir una de las funciones más importantes a este respecto: la función número de estados (microestados). Considere un sistema de N partículas, aislado con energía E y en un volumen V . El conjunto de microestados compatibles con estas condiciones lo llamamos conjunto accesible, y el número de microestados de este conjunto es lo que vamos a llamar número de estados y que obviamente dependerá del valor de las variables E, V y N : $\Omega = \Omega(E, V, N)$. El sistema está caracterizado en muchos casos por la energía, un número de partículas y un volumen, pero además del volumen pueden haber otras variables tales como áreas, redes, campos externos que forman parte o afectan al sistema, estas variables, junto con el volumen, se le llaman parámetros externos. También puede haber más de un tipo de partículas: $N_1, N_2, \dots$. Así en general el número de estados debería escribirse: $\Omega = \Omega(E, V, A, L, H, E, \dots, N_1, N_2, \dots)$ donde A es un área, L una longitud, H un campo magnético, E un campo eléctrico, Para abreviar seguiré escribiendo V como único parámetro externo, pero estará representando según el caso el volumen y/o cualquier otro u otros parámetros externos. Lo mismo ocurrirá con N , puede que esté representando varios componentes. Es más, muchas veces pondré sólo la dependencia con la energía que es la clave de todo, las otras dependencias se supondrán, en el contexto se sabrá fácilmente cuales son. El primer objetivo es determinar el número de estados como función de la energía con los parámetros externos que hubiere en el sistema:

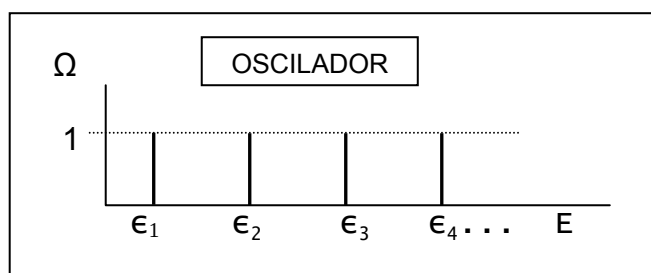
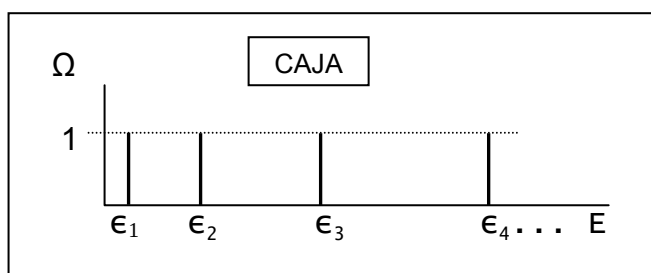
$$\Omega = \Omega(E, \text{parámetros_externos})$$

CONTABILIDAD CUÁNTICA

Contar estados en un sistema cuantizado puede llegar a ser tedioso pero es una práctica en extremo obvia. Veamos unos ejemplos simples

- Una partícula ($N=1$) cuántica en una caja de longitud L . Sabemos de lo aprendido en mecánica cuántica que el espectro de energía está dado por $\epsilon(n) = \frac{h^2}{8mL^2} n^2$ con $n=1, 2, \dots$ (sin degenerar) por lo tanto:

$$\Omega(E, N=1, L) = \begin{cases} 1 & \text{si } E = \epsilon_n \\ 0 & \text{si } E \neq \epsilon_n \end{cases}$$



- Un oscilador cuántico ($N=1$, constante de fuerza= k) en una dimensión. Sabemos de lo aprendido en mecánica cuántica que el espectro de energía está dado por $\epsilon(n) = (\frac{1}{2} + n)\hbar\omega$ con $n=0, 1, 2, \dots$ (sin degenerar) y siendo $\omega = \sqrt{k/m}$, por lo tanto (obsérvese que la constante de fuerza hace un papel similar a L en el ejemplo anterior, así que es un parámetro externo):

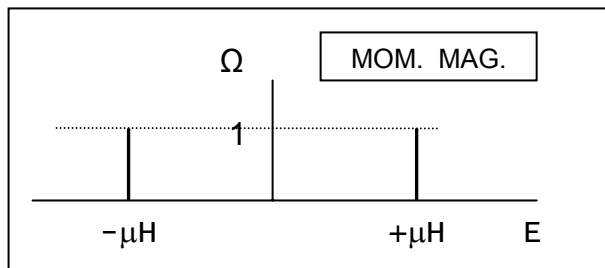
$$\Omega(E, N=1, k) = \begin{cases} 1 & \text{si } E = \epsilon_n \\ 0 & \text{si } E \neq \epsilon_n \end{cases}$$

- Momento magnético μ de una partícula ($N=1$) con espín $1/2$ en un campo magnético H . Sabemos de lo aprendido en mecánica cuántica que las posibles orientaciones del momento son dos:

1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS

paralelamente y antiparalelamente a $\mathbf{H}$, con las energías $\varepsilon(\pm) = \pm\mu H$, por lo tanto (obsérvese que

el campo H hace el papel de parámetro externo): $\Omega(E, N=1, H) = \begin{cases} 1 & \text{si } E = \pm\mu H \\ 0 & \text{si } E \neq \pm\mu H \end{cases}$



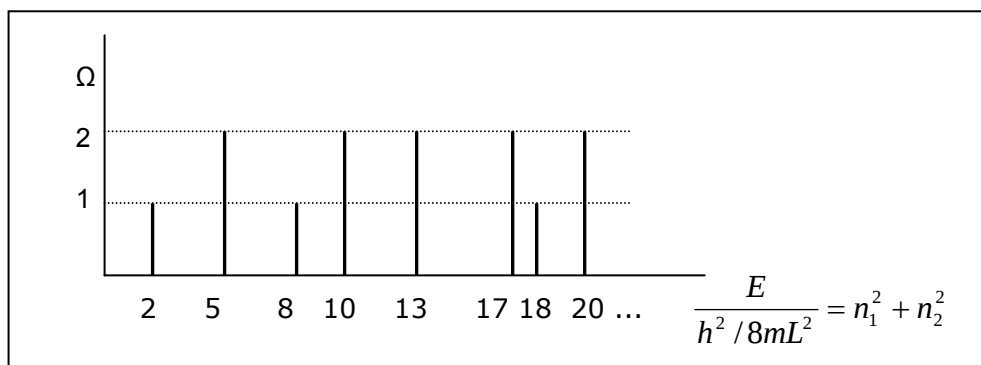
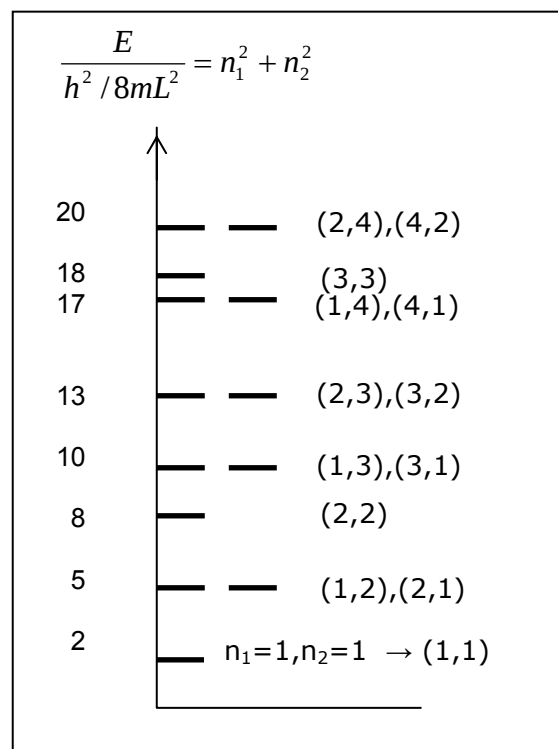
- Dos partículas distintas ($N=2$) sin interacción mutua en dos cajas de longitud L . La energía total es $E = E(n_1, n_2) = \varepsilon(n_1) + \varepsilon(n_2)$

$$= \frac{h^2}{8mL^2} n_1^2 + \frac{h^2}{8mL^2} n_2^2 = \frac{h^2}{8mL^2} (n_1^2 + n_2^2), \text{ con } n_1, n_2 = 1, 2, 3, \dots$$

(observar que es el mismo caso que el de dos partículas iguales en dos cajas distintas o el de una partícula en un

caja bidimensional de lado L : $\varepsilon(n_x, n_y) = \frac{h^2}{8mL^2} (n_x^2 + n_y^2)$.

$$\text{Ahora: } \Omega(E, N=2, L) = \begin{cases} 1 & \text{si } E = E(n_1, n_2) \\ 0 & \text{si } E \neq E(n_1, n_2) \end{cases}$$



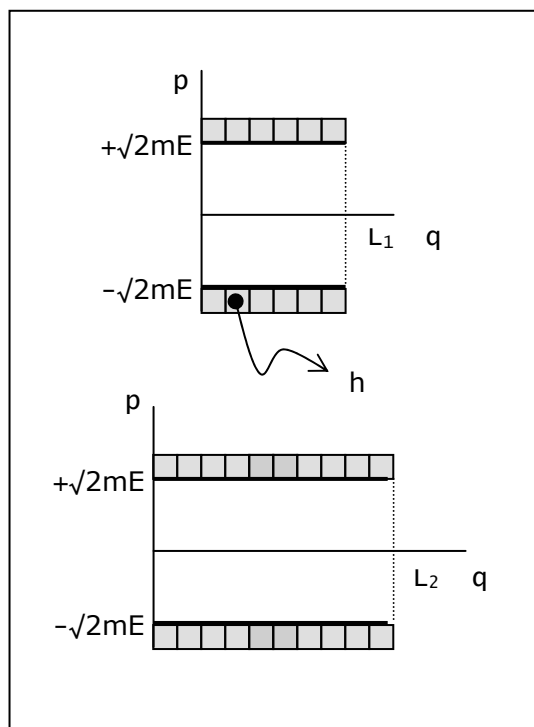
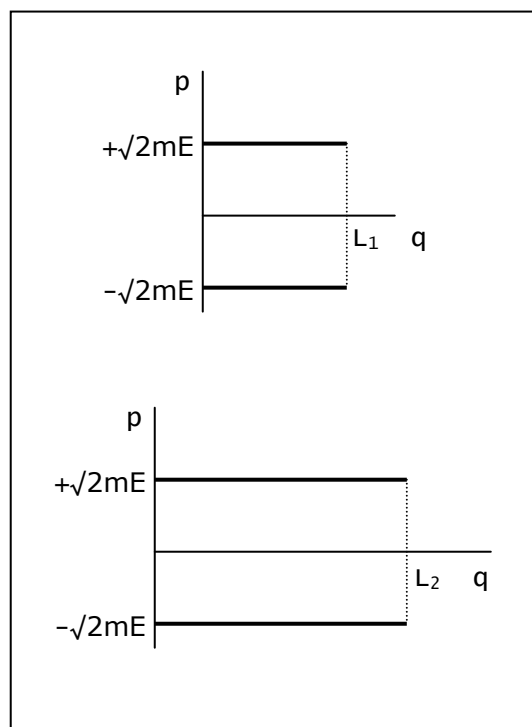
En definitiva el número de estados en los sistemas cuánticos es una función que coincide con la degeneración de la energía cuando para esa energía existe al menos un estado y es cero en el resto de los valores de la energía, estamos suponiendo un espectro discreto. En el caso de que hubiera una parte continua (partícula libre) se limitaría el volumen accesible, con lo cual se volvería al caso discreto, y se evaluaría el número de estados y se llevaría al límite de volumen infinito.

CONTABILIDAD CLÁSICA (dificultades y solución)

Voy a estudiar el caso de una partícula en una caja de una dimensión cuya versión cuántica ya hemos analizado. Si nos fijamos en los microestados accesibles observamos que están distribuidos de forma continua en dos líneas rectas del espacio de las fases, es por lo tanto un conjunto infinito de microestados como corresponde al punto de vista clásico. Si para la misma energía colocamos la partícula en una caja más grande volvemos a tener la misma situación: un conjunto infinito de estados clásicos.

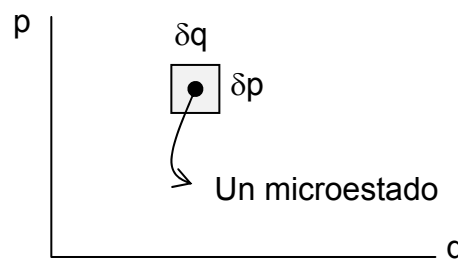
1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS

Está claro que siempre tendremos un continuo de infinitos microestados clásicos y contarlos de esta guisa no sirve para nada. Observando la extensión que ocupan los microestados en el ejemplo de las cajas de longitud L_1 y L_2 podría ser razonable relacionarla con la función número de estados que estamos buscando, al menos para comparar sistemas (veremos que así lo pensó Gibbs y pretendió obtener el modo de contar estados). Así se podría hacer para el ejemplo de la caja. Para determinar de manera absoluta el número de estados habría que fijar una unidad de longitud, llegado el caso podría hacerse y tendríamos resuelto el problema para cualquier sistema de partículas en una caja. Aparte de la arbitrariedad surge otro problema cuando queremos utilizar el método en otro sistema distinto, por ejemplo el del oscilador ¿con qué unidades medimos la extensión de la longitud de elipse? ¡No tiene sentido ninguno al ser una curva trazada en dos ejes con unidades distintas! ¿Cuál es la solución? La mecánica cuántica nos saca del aprieto al avisarnos que no es posible determinar simultáneamente la posición q y su momento p con absoluta precisión. El principio de Heisenberg nos impone la limitación sobre la certidumbre simultánea de ambas variables con la condición $\Delta q \Delta p \sim h$, donde Δq y Δp son las incertidumbres de q y p respectivamente

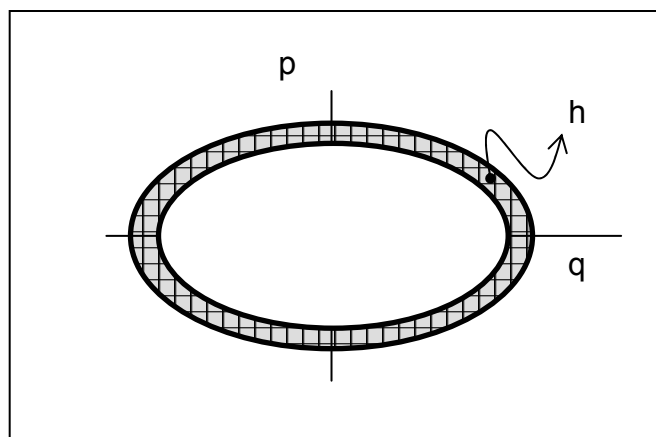


y h la constante de Planck; este principio se opone a la manera clásica de contabilizar por puntos del espacio fásico y por tanto, esta contabilidad, no puede aceptarse. Lo que sugiere el principio de Heisenberg es que elementos de extensión $\Delta q \Delta p$ del orden de h pero no menores pueden asociarse a un microestado. Voy a tomar como un microestado un elemento de tamaño h , podríamos tomar algún otro valor del orden de h pero "a posteriori" veremos que el límite clásico de la mecánica cuántica exige que sea h . Es interesante darse cuenta que asociar un microestado a un elemento de volumen es otra forma de exigir una incertidumbre en la energía en acuerdo con la decisión de forzar la ergodicidad en los sistemas que vamos a estudiar, es decir permitir una cierta incertidumbre en la energía; La incertidumbre en el momento exige una incertidumbre en la energía a través de la expresión de la energía cinética.

Con la nueva conjetura:

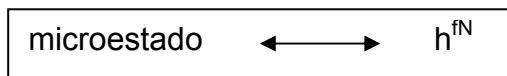


Para obtener el número de estados basta evaluar el volumen que ocupan y dividir por el volumen de uno de ellos. En el problema de la partícula en la caja se resuelve como se ve en la figura adjunta. Y lo mismo ocurre para los otros ejemplos (ver figura siguiente).



1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS

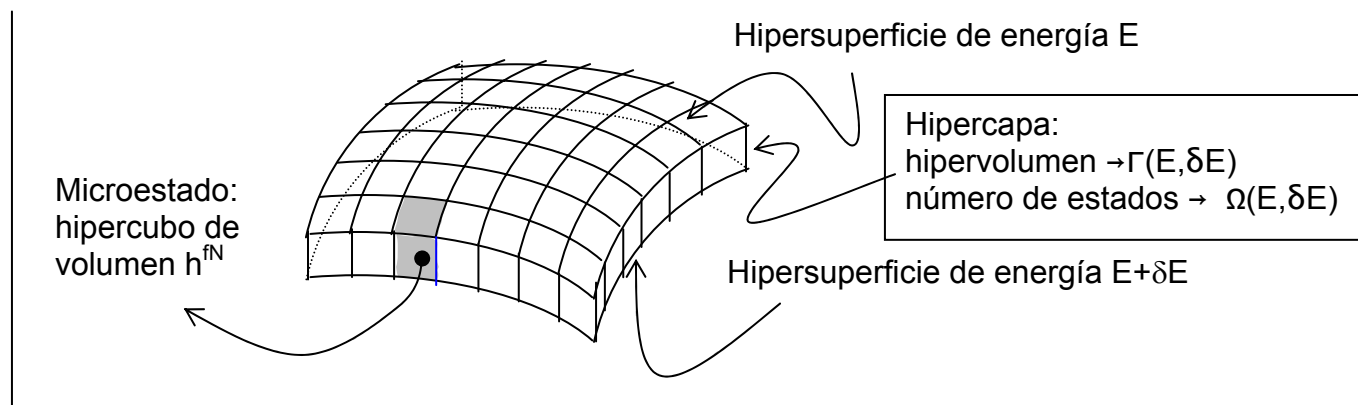
En el caso más general debe haber un h por cada par de variables conjugadas q y p , por lo tanto a cada microestado le corresponde un "hipercubo" de $2fN$ dimensiones, de lado $\sqrt{h}$ y de volumen h^{fN} (no necesariamente tiene que ser un hipercubo, podría ser otra figura pero la dimensión el volumen debe ser h^{fN}):



Si llamamos $\Gamma(E, \delta E, \text{parámetros_externos})$ a la extensión hipervolumétrica en el espacio de las fases que ocupan los microestados en un intervalo de energías $(E, E+\delta E)$ para unos determinados valores de los parámetros externos, entonces el número de estados en ese hipervolumen debe ser:

$$\Omega(E, \delta E, \text{parámetros_externos}) = \frac{\Gamma(E, \delta E, \text{parámetros_externos})}{h^{fN}}$$

Observe que estoy usando el mismo símbolo para el número de estados con energía definida que para el número de estados en un intervalo de energías, pero son naturalmente funciones distintas.



5 DENSIDAD DE ESTADOS $\omega(E)$

Estrictamente el número de estados es una función discontinua (el caso clásico es una aproximación) extraordinariamente incómoda de utilizar. Por otra parte en la mayoría de los casos, como veremos, no hace falta conocer cuantos estados hay para una energía específica E sino más bien cuantos estados hay en un intervalo de energías $(E, E+\delta E)$, que es lo que finalmente se llega en los casos clásicos con el truco de asociar un estado a un hipercubo en el espacio de las fases, se acaba obteniendo el número de estados en un intervalo de energía. Se define para este propósito la función densidad de estados $\omega(E, \text{parámetros_externos})$ que multiplicada por δE proporciona el número de estados en el intervalo de energías $(E, E+\delta E)$ para unos valores dados de los parámetros externos. Es usual escribir esta función como función de la energía, la dependencia con los parámetros externos se sobreentienden. Entonces

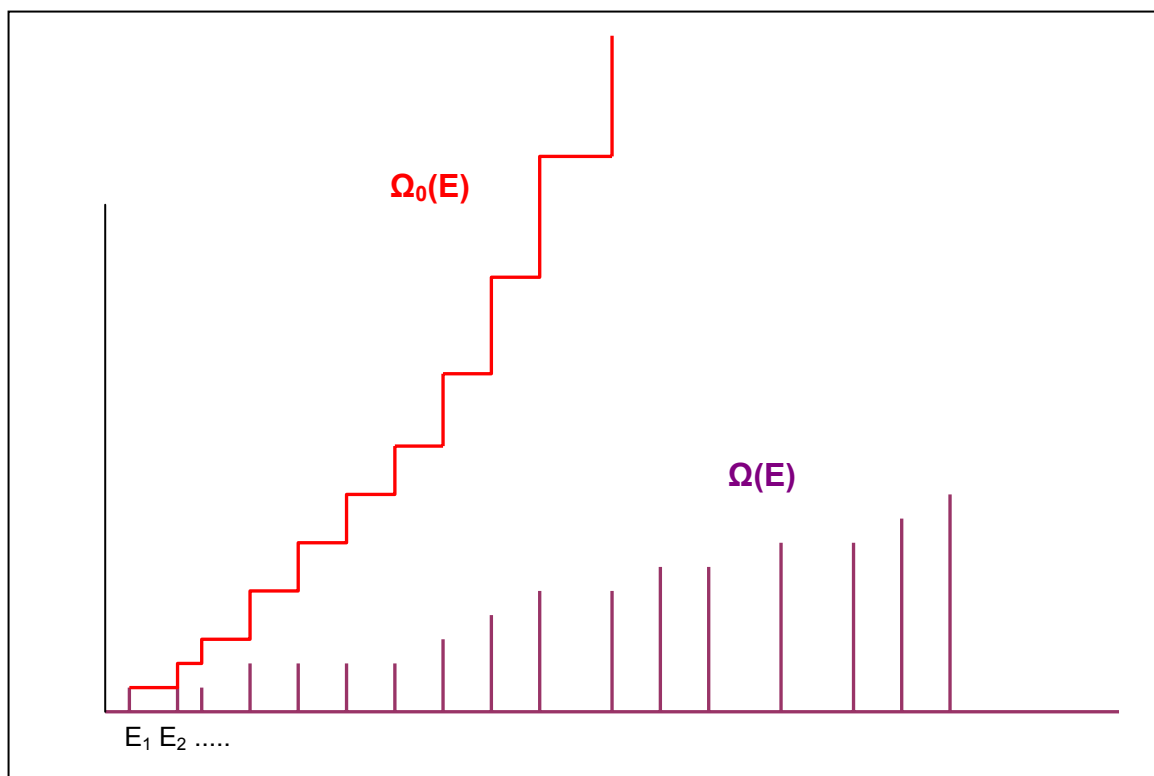
$$\omega(E)\delta E = \text{número_de_microestados_en_}(E, E + \delta E)$$

Por definición la densidad de estados tiene unidades de inversa de energía. También es útil definir la función número total de estados $\Omega_0(E, \text{parámetros_externos})$ que proporciona el número de estados hasta la energía E . Como en los otros casos la dependencia con los parámetros externos se sobreentiende y no se escribe explícitamente. Entonces

$$\Omega_0(E) = \text{número_de_microestados_con_energías_} \leq E$$

En la figura se observa que el número total de estados es una función mucho más manejable que el número de estados.

1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS

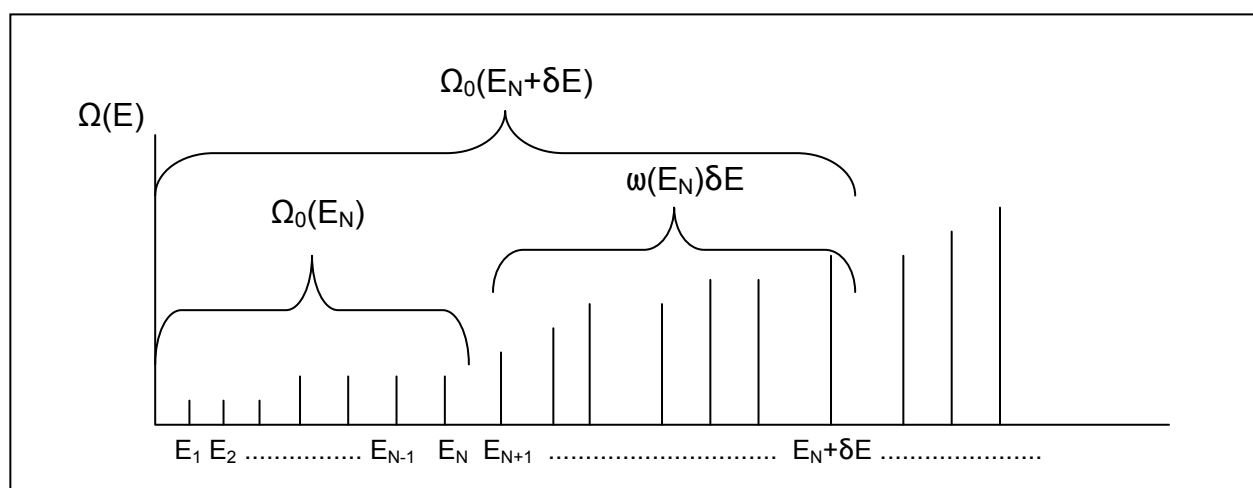


Con las nuevas definiciones se puede escribir las siguientes relaciones:

$$\Omega_0(E) = \Omega(E_1) + \Omega(E_2) + \Omega(E_3) + \dots = \sum_{E_i \leq E} \Omega(E_i)$$

$$\Omega(E_N) = \Omega_0(E_N) + \Omega_0(E_{N-1})$$

$$\omega(E)\delta E = \Omega(E_N) + \Omega(E_{N+1}) + \dots + \Omega(E_N + \delta E) = \Omega_0(E_N + \delta E) - \Omega_0(E_{N-1})$$



Usualmente las condiciones del sistema corresponden a energías tan altas comparadas con los saltos de energía de los microestados, es decir comparadas con las diferencias $\Delta E = E_{N+1} - E_N$ (cuyo origen se debe a propiedades microscópicas del sistema), que la función número total de estados puede considerarse prácticamente continua. En estos casos se verifica que (ver figura): $E \gg \delta E \gg \Delta E$, por lo tanto

1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS

$$\omega(E)\delta E = \Omega_0(E + \delta E) - \Omega_0(E) = \Omega_0(E) + \frac{d\Omega_0(E)}{dE}\delta E + \dots - \Omega_0(E) = \frac{d\Omega_0(E)}{dE}\delta E$$

por lo que se obtiene:

$$\omega(E) = \frac{d\Omega_0(E)}{dE}$$

Para energías bajas, cuando son comparables a las energías más bajas de los microestados esta aproximación no se puede hacer, el carácter discreto del espectro tiene que mantenerse.

La extensión de estas funciones a los sistemas clásicos es directa:

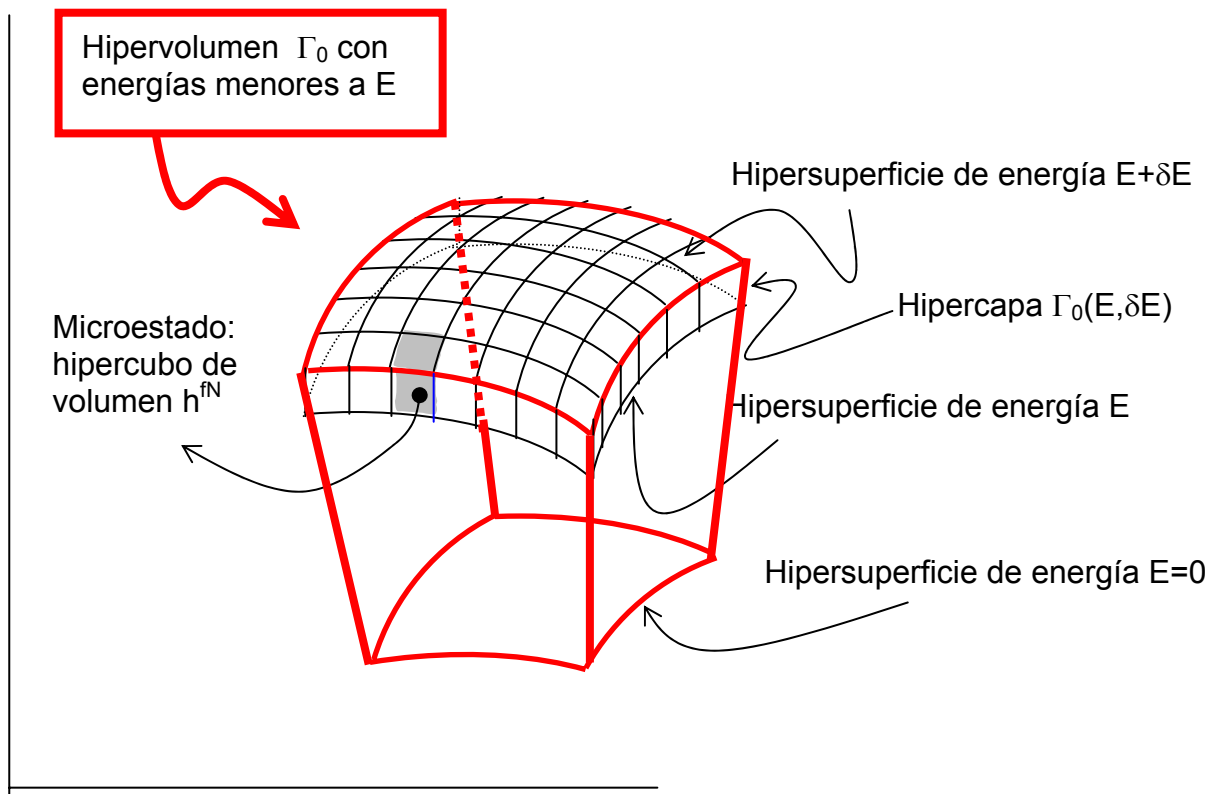
$$\Gamma_0(E) = \text{extensión_de_los_microestados_con_energías_} \leq E$$

$$\Gamma_0(E) = \text{Hipervolumen_de_los_microestados_con_energías_} \leq E$$

Por lo tanto:

$$\Omega_0(E) = \frac{\Gamma_0(E)}{h^{fN}}$$

y derivando esta función tendríamos la densidad de estados.



6 COMPORTAMIENTO DE $\Omega(E)$ Y $\omega(E)$ EN SISTEMAS MACROSCÓPICOS: $N \sim N_A$

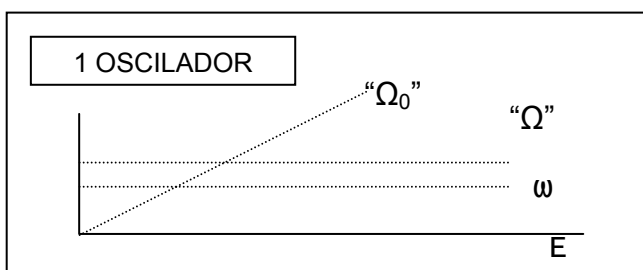
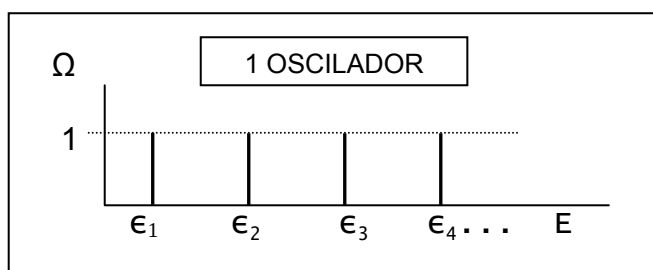
Cualquier sistema macroscópico suele tener un número de partículas del orden del número de Avogadro $N_A = 6.024 \times 10^{23}$. Para estos sistemas el número de microestados crece con la energía de una forma vertiginosa de tal manera que no es fácil de concebir intuitivamente, está extraordinariamente lejos de la experiencia que se haya podido tener en el crecimiento de medida de cualquier variable. Para poder hacerles una idea de este inconcebible crecimiento voy a presentar unos ejemplos.

En los siguientes ejemplos hay que tener presente que, por definición, el número de estados Ω como la densidad de estados ω se comportan, numéricamente, de la misma manera. El número total de estados Ω_0 crece más deprisa aún por el efecto acumulativo y su derivada es la densidad de estados.

Osciladores cuánticos.

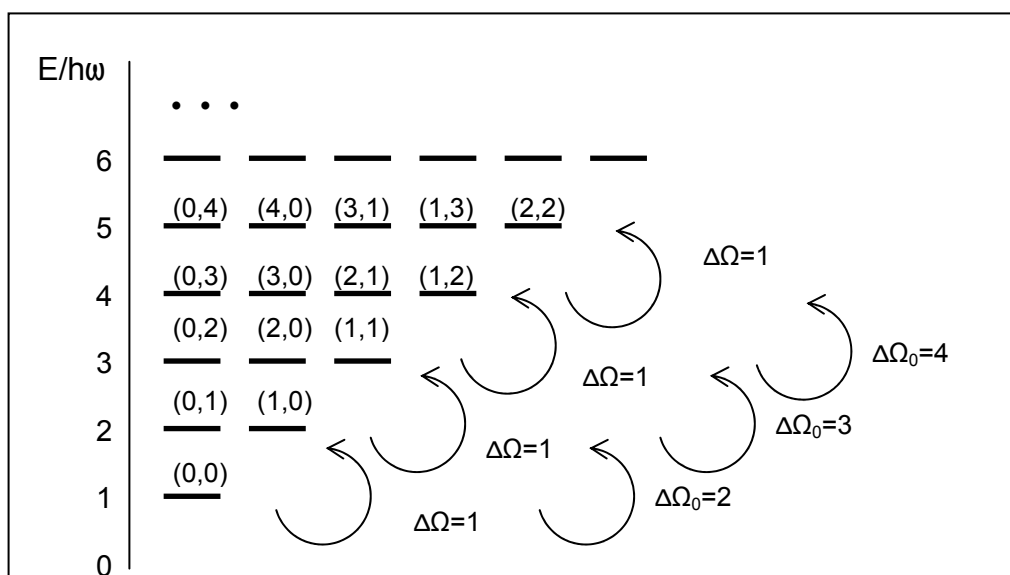
Caso $N=1$ (sistema ciertamente no macroscópico): $E = (\frac{1}{2} + n)h\omega$, con $n=0,1,2,\dots$ El número de estados

y la densidad de estados es obvio que se mantienen constantes, naturalmente en el caso del número de estados me estoy refiriendo al valor de Ω cuando E coincide con un posible estado. También es obvio que el número total de estados Ω_0 crece linealmente (salvo los escalones sólo significativos a escalas pequeñas de la energía) por el efecto acumulativo

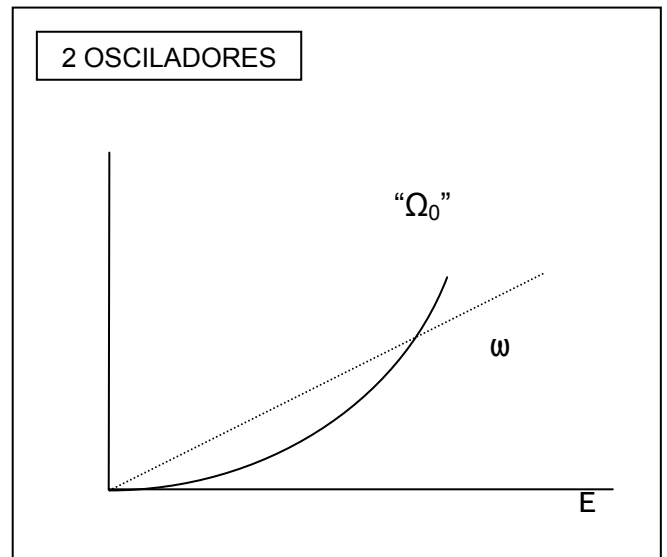
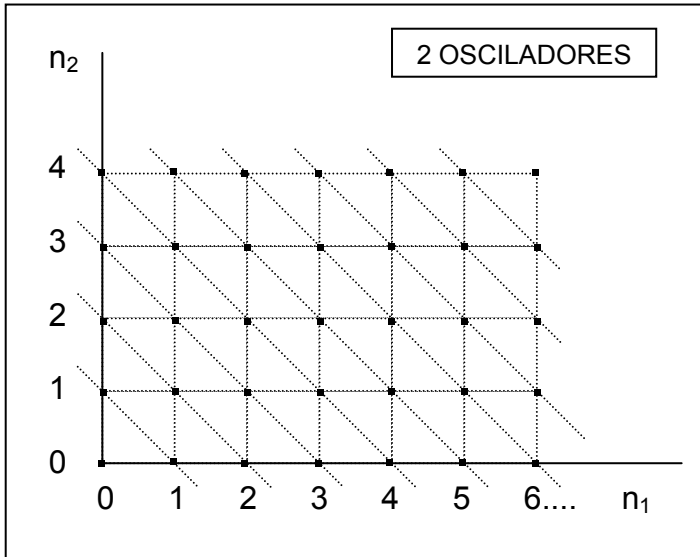


Caso $N=2$ (sistema ciertamente no macroscópico): $E = (\frac{1}{2} + n_1)h\omega + (\frac{1}{2} + n_2)h\omega = h\omega + (n_1 + n_2)h\omega$, con

$n_1, n_2 = 0, 1, 2, \dots$ Los estados en esta caso pueden representarse gráficamente en el espacio de las "enes" por los nodos de una red cuadrada. Los estados que tienen la misma energía, mismo valor de $n_1 + n_2$, están en una misma recta de pendiente -45° . El número de estados en estas rectas crece linealmente con la energía y por tanto Ω_0 crece cuadráticamente con la energía.

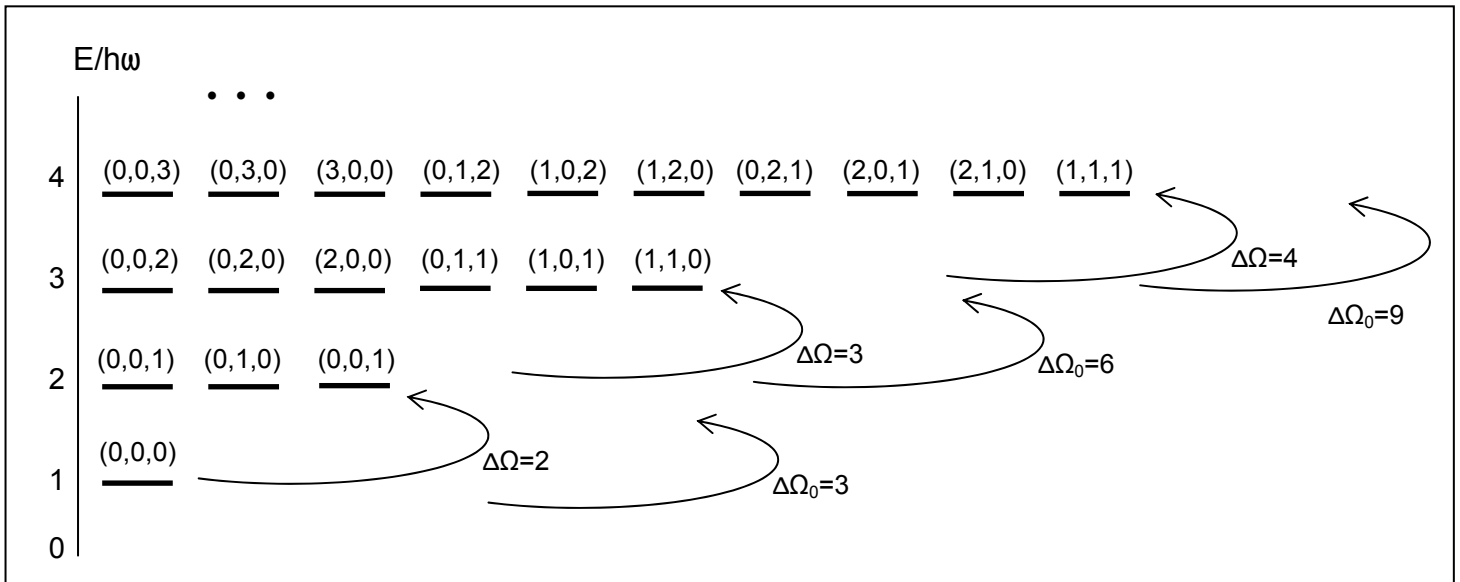


1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS

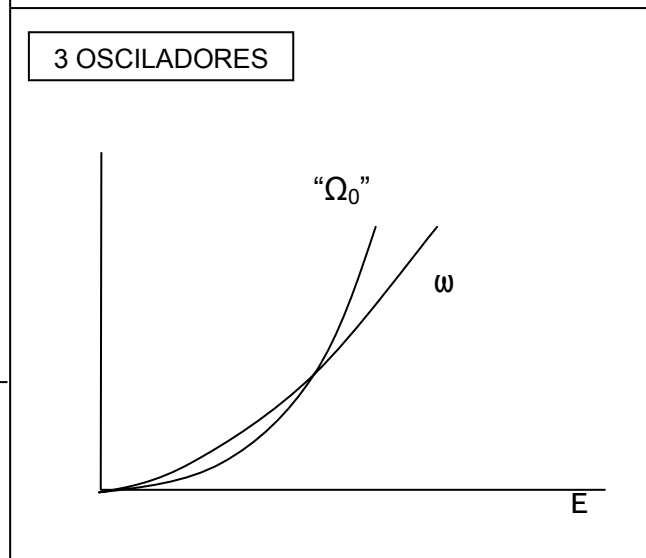
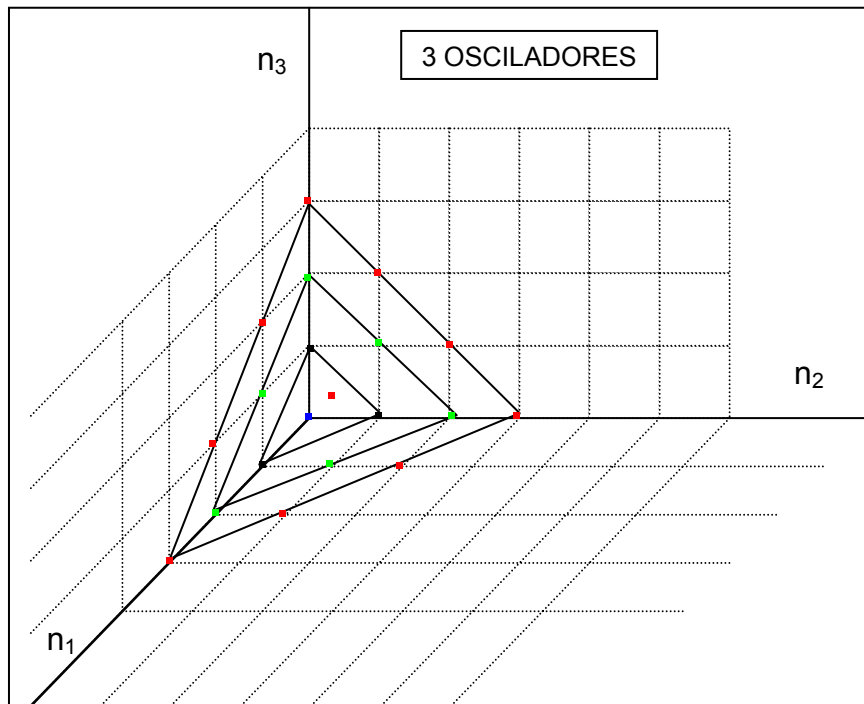


Caso N=3 (sistema ciertamente no macroscópico):

$E = (\frac{1}{2} + n_1)\hbar\omega + (\frac{1}{2} + n_2)\hbar\omega + (\frac{1}{2} + n_3)\hbar\omega = 3\hbar\omega/2 + (n_1 + n_2 + n_3)\hbar\omega$, con $n_1, n_2, n_3 = 0, 1, 2, \dots$. Los estados en esta caso pueden representarse gráficamente en el espacio de las "enes" por los nodos de una red cúbica. Los estados que tienen la misma energía, mismo valor de $n_1 + n_2 + n_3$, están en un mismo plano que corta a los tres ejes simétricamente. El número de estados en estas rectas crece cuadráticamente con la energía y por tanto Ω_0 es una función cúbica de la energía.



1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS



Caso general donde N puede ser macroscópico:

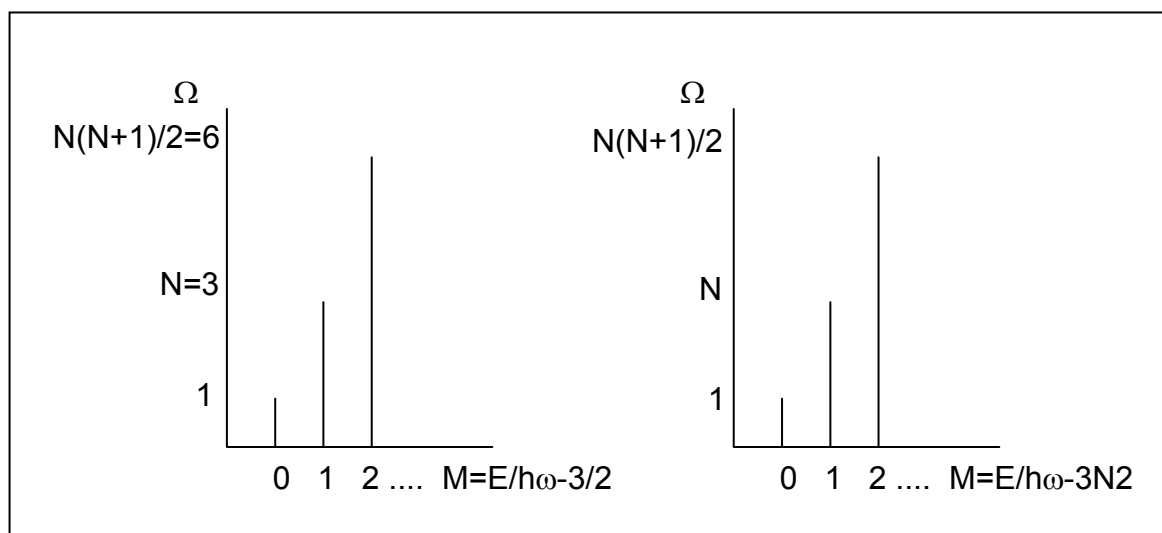
$$E = \sum_{i=0}^N \left(\frac{1}{2} + n_i \right) h\omega = \frac{N}{2} h\omega + h\omega \sum_{i=0}^N n_i = \frac{N}{2} h\omega + Mh\omega, \text{ con } n_i = 0, 1, 2, \dots \text{ y } M = \sum_{i=0}^N n_i.$$
 El número de estados está propuesto en un problema cuya solución es: $\Omega(E, N, \omega) = \frac{(M + N - 1)!}{M!(N - 1)!}$, obsérvese que

$M = M(E, \omega)$ y que esta variable va tomando todos los valores enteros desde cero inclusive. La energía más baja corresponde a $M=0$ (todos los números cuánticos $n_i=0$), es decir ningún oscilador excitado. Sólo hay una posibilidad, $\Omega=1$. Para el siguiente valor de la energía, un sólo oscilador excitado al nivel de excitación más bajo (un sólo número cuántico n_i igual a 1), hay N posibilidades así que $\Omega=N$. La siguiente energía ($M=2$) corresponde a dos osciladores excitados al nivel de excitación mas bajo ($N(N-1)/2$ posibilidades) o sólo un oscilador excitado al segundo nivel de excitación (N posibilidades), por lo que $\Omega=N(N-1)/2 + N = N(N+1)/2$.

Compruebe que estos resultados se cumplen en los casos estudiados con $N=1, 2$ y 3 .

Compruebe que estos resultados están conformes con la expresión general.

Trataré ahora de representar gráficamente el número de estados frente a la energía. Supongamos que la figura adjunta es esta representación para las tres primeras energías del caso $N=3$ y $N=10^{24} \approx N_A$.



1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS

Para $N=3$ la gráfica está a escala pero es no así en la gráfica del sistema macroscópico. Si el estado fundamental ($M=0$) le corresponde un sólo microestado y a la energía siguiente N microestados, habrá que representar a este último N veces más grande y siguiente tendrá que representarse $N(N+1)/2$ veces más grande y así cada vez un aumento mayor. Para el caso $N=3$ es relativamente fácil, al menos para las primeras energías. Pero si $N=10^{24}$, entonces $\Omega(M=1)=10^{24}!!!$ y $\Omega(M=2)=10^{48}!!!$ y sólo son los primeros estados; así que si dibujamos un punto no podremos dibujar otro punto, en la misma gráfica y a escala, razonablemente cercano a el, a una energía mayor o menor.

Naturalmente la densidad de estados crece de forma similar y la función número total de estados crece aún más. Análogamente el crecimiento es enorme con el número de partículas y con algunos parámetros externos extensivos como el volumen.

Hay casos en los que el número de estados crece como es usual pero acaba decreciendo tan deprisa como había crecido. Estrictamente todos los sistemas físicos tienen energía cinética de tal manera que finalmente el número de estados no puede decrecer, crece siempre enormemente. Es posible, como veremos, que estos sistemas y a pesar de la energía cinética estén en condiciones para que se manifieste (temperaturas negativas) el descenso del número de estados.

En lo que sigue representaré el número de estados, la densidad de estados y el número total de estados como funciones crecientes reescaladas convenientemente para poderlas trazarlas en todos los diagramas que usaremos.

Estimación "grosso modo" de la dependencia de la densidad de estados con la energía:

Considere que el estado de una partícula quede determinado por f números cuánticos (por ejemplo un oscilador en una dimensión $f=1$, una partícula en una caja cúbica $f=3$). Sea $\Omega_0^{(1)}(\epsilon)$ el número total de estados de una partícula asociados a cada grado de libertad f . En el estado fundamental $\Omega_0^{(1)}\epsilon_0$ es uno o del orden de uno y conforme crece la energía es de esperar que $\Omega_0^{(1)}$ crezca proporcionalmente a $\epsilon - \epsilon_0$, así podemos poner que

$\Omega_0^{(1)}(\epsilon) \sim (\epsilon - \epsilon_0)^\alpha$ donde α es del orden de la unidad.

Por ejemplo para la partícula en una caja unidimensional $f=1$ y $\alpha=1$. En una caja bidimensional hacen falta 2 números cuánticos, $f=2$, y para cada número cuántico $\alpha=1$. Lo mismo pasa en tres dimensiones, $f=3$ y para cada número cuántico $\alpha=1$. Lo mismo pasa con el oscilador armónico. Sea ahora un sistema de N de estas partículas con energía E suficientemente grande comparada con el estado fundamental $E_0 = fN\epsilon_0$. La energía total es del orden de fN veces la energía media $\langle \epsilon \rangle$ asociada a cada número cuántico de cada partícula; Puedo escribir entonces $E - E_0 \approx fN (\epsilon - \epsilon_0)$ y por lo tanto

$$\Omega_0(E) \approx \left[\Omega_0^{(1)}(\langle \epsilon \rangle) \right]^{fN} \approx \left[(\langle \epsilon \rangle - \epsilon_0)^\alpha \right]^{fN} \approx \left[\frac{E - E_0}{fN} \right]^{\alpha fN} \sim E^{fN}$$

$$\omega(E) = \frac{d\Omega_0(E)}{dE} \approx \frac{1}{fN} \left[\frac{E - E_0}{fN} \right]^{\alpha fN - 1} \sim E^{\alpha fN - 1} \sim E^{fN} \text{ al ser } 1 \ll \ll \ll \alpha fN$$

que muestra cómo crecen de estas funciones con la energía (sistemas normales). También se llega a:

$$\omega(E)\delta E < \Omega_0(E) < \omega(E)E$$

1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS

7 RESUMEN DE IDEAS

VARIABLES MICROSCÓPICAS

Determinan completamente el estado físico del sistema

Sistemas cuánticos: conjunto completo de números cuánticos
Sistemas clásicos: Coordenadas generalizadas (Espacio de las Fases: $2 \times \text{grados_de_libertad} \times N$)

MICROESTADO

Cada uno de los posibles estados físicos del sistema

TRAYECTORIA

Sucesión de microestados en la evolución dinámica de un sistema.

VARIABLES MACROSCÓPICAS

Describen propiedades globales del sistema físico.

Variables termodinámicas

n° de variables intensivas independientes = componentes - fases + 2

MACROESTADO

Estado físico del sistema descrito por variables macroscópicas

PROCESO (TERMODINÁMICO)

Sucesión de macroestados en la evolución dinámica de un sistema.

CONJUNTO DE ESTADOS ACCESIBLES

Todos los microestados compatibles con un cierto macroestado

NÚMERO DE ESTADOS $\Omega(E)$

Número microestados del conjunto accesible de un sistema aislado de energía E $\rightarrow (E, E + \delta E)$

Ω también puede depender de otros parámetros (externos) como el volumen, número de partículas, campos externos, ... $\Omega = \Omega(E, V, N, \dots)$

Contabilidad clásica: $\Delta q \Delta p \approx h$; AISLADO SALVO UN δE
$$\Omega(E, \delta E, V, N, \dots) = \frac{\text{Hipervolumen} \cdot \text{Hipercapa}}{h^{fN}} = \frac{\Gamma(E, \delta E, V, N, \dots)}{h^{fN}}$$

DENSIDAD DE ESTADOS $\omega(E)$

$\omega(E) \delta E = \text{número de microestados en } (E, E + \delta E)$

ω también puede depender de otros parámetros (externos) como V, N , campos externos $\omega = \omega(E, V, N, \dots)$

Caso clásico $\omega(E, \delta E, V, N, \dots) = \Omega(E, \delta E, V, N, \dots)$

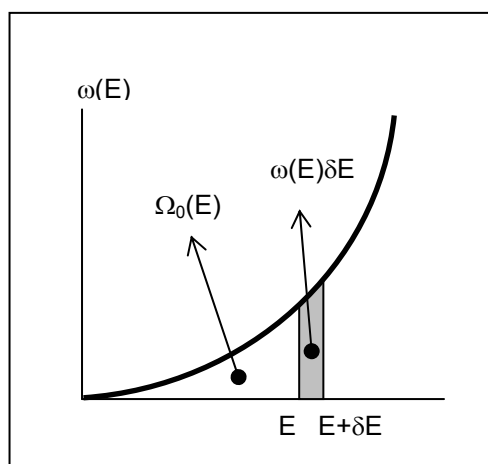
NÚMERO TOTAL DE ESTADOS $\Omega_0(E)$

$\Omega_0(E) = \text{número de microestados con energías } \leq E$

Ω_0 también puede depender de otros parámetros (externos) como V, N , campos externos, ... $\Omega_0 = \Omega_0(E, V, N, \dots)$

Contabilidad clásica: $\Omega_0(E, V, N, \dots) = \frac{\text{Hipervol}}{h^{fN}} = \frac{\Gamma_0(E, V, N, \dots)}{h^{fN}}$

1 CONCEPTOS BÁSICOS. DENSIDAD DE ESTADOS



NO OLVIDE ...

- $\omega(E) = d\Omega_0(E)/dE$
- Ω , ω y Ω_0 crecen colosalmente con E y los parámetros extensivos
- *distancia entre niveles cuánticos* = $\Delta E \lll \delta E \lll E$
- $\omega(E)\delta E < \Omega_0(E) < \omega(E)E$
- $\Omega(E), \omega(E) \propto E^{fN-1} \propto E^{fN}$, $\Omega_0(E) \propto E^{fN}$

7 RESUMEN PRÁCTICO

En lo que sigue se necesitará o bien el número de estados $\Omega(E)$ o, lo que es más usual, la densidad de estados $\omega(E)$.

¿Cuándo será necesario el número de estados $\Omega(E)$?

En sistemas con energías suficientemente bajas en donde no se puede prescindir del carácter discreto del espectro de energías, o en otras palabras en los casos en que la densidad de estados no es una buena aproximación para describir el comportamiento físico de los sistemas. Naturalmente en estas condiciones no es válido el límite clásico. En cada problema habría que buscarse la vida para determinar el número de estados $\Omega(E)$.

¿Cuándo será necesario la densidad de estados $\omega(E)$?

En sistemas donde la energía es suficientemente alta para poder pasar al continuo. No hace falta estar en el límite clásico, incluso se puede estar muy lejos de él. Naturalmente en cualquier problema clásico se utiliza la densidad de estados.

Posibles procedimientos para obtener la densidad de estados:

Procedimiento	Sistema Clásico	Sistema cuántico
Determinando el "volumen" que ocupan los estados con una energía menor igual a una dada: $\Omega_0(E)$	Se determina el hipervolumen $\Gamma_0(E)$ que ocupan los estados con energía $\leq E$ y se divide por lo que ocupa cada estado: $\Omega_0(E) = \Gamma_0(E)/h^{fN}$ finalmente $\omega(E) = d\Omega_0/dE$	Si se puede se determina el "volumen" que ocupan los estados en el espacio de los números cuánticos con energía $\leq E$ y se divide por el "volumen" "v" que ocupa cada estado en ese espacio: $\Omega_0(E) = \text{"volumen"}/\text{"v"}$, finalmente $\omega(E) = d\Omega_0/dE$
Determinando el "volumen" que ocupan los estados en un intervalo de energía	Se determina la hipercapa $\Gamma(E, \delta E)$ que ocupan los estados con energía en un intervalo $(E, E+\delta E)$ y se divide por lo que ocupa cada estado: $\omega(E)\delta E = \Gamma(E, \delta E)/h^{fN}$ finalmente $\omega(E) = \Gamma(E, \delta E)/(h^{fN} \delta E)$	Si se puede se determina el "volumen" que ocupan los estados en el espacio de los números cuánticos con en un intervalo $(E, E+\delta E)$ y se divide por el "volumen" "v" que ocupa cada estado en ese espacio: $\omega(E)\delta E = \text{"volumen"}/\text{"v"}$, finalmente $\omega(E)\delta E = \text{"volumen"}/(\text{"v"} \delta E)$
Buscarse la vida		