

---

**Tarea # 2**

1. Determinar si los vectores dados son linealmente dependientes o linealmente independientes.

a)  $(1, 2, 1), (2, 6, -2), (-3, -11, 7)$

b)  $(1, -2, -3), (2, 3, -1), (3, 2, 1)$

¿Qué conjunto de vectores pertenecen a un mismo plano?

¿Que conjunto de vectores no pertenecen a un mismo plano?

Representar geoméricamente ambas situaciones.

2. Determinar si el vector dado  $u$  se puede escribir como combinación lineal de los vectores  $u_i$  correspondientes.

a)  $u = (5, 2, 4)$  y  $u_1 = (1, 0, 0), u_2 = (-3, 2, 1), u_3 = (4, 5, -3), u_4 = (-2, 1, 0)$

b)  $u = (-1, 7, 2)$  y  $u_1 = (1, 3, 5), u_2 = (2, -1, 3), u_3 = (-3, 2, -4)$

c)  $u = (10, 1, 4)$  y  $u_1 = (2, 3, 5), u_2 = (1, 2, 4), u_3 = (-2, 2, 3)$

d)  $u = (-5, 1, 3, -2)$  y  $u_1 = (2, 9, 5, 6), u_2 = (-4, 3, 2, -5), u_3 = (7, 2, -3, 4), u_4 = (4, -7, 1, -3)$ .

3. Determinar cuáles de los siguientes conjuntos de vectores en  $\mathbb{R}^4$  son linealmente independientes sobre  $\mathbb{R}$ .

a)  $\{(1, 1, 0, 1), (1, -1, 1, 1), (2, 2, 1, 2), (0, 1, 0, 0)\}$ .

b)  $\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 1, 0), (1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, 1)\}$ .

c)  $\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 0, 1), (0, 0, 1, 1), (1, 1, 1, 1)\}$ .

d)  $\{(1, 2, 3, 3), (-2, 1, 4, -11), (2, -2, -6, 12)\}$ .

e)  $\{(1, 1, 2, 4), (2, -1, -5, 2), (1, -1, -4, 0), (2, 1, 1, 6)\}$ .

4. Mostrar que el conjunto dado es una base para  $\mathbb{R}^3$ . Expresar a cada uno de los vectores de la base canónica como combinación lineal de los vectores de la base dada.

a)  $\{(1, 1, 0), (1, 0, 1), (0, 1, 1)\}$ .

---

b)  $\{(1, 0, -1), (1, 2, 1), (0, -3, 2)\}$ .

c)  $\{(1, 0, -1), (1, 1, 1), (1, 0, 0)\}$ .

5. Mostrar que los vectores  $u_1 = (1, 1, 0, 0)$ ,  $u_2 = (0, 0, 1, 1)$ ,  $u_3 = (1, 0, 0, 4)$  y  $u_4 = (0, 0, 0, 2)$  forman una base de  $\mathbb{R}^4$ .

6. ¿  $\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (1, 0, 1, 0), (0, 1, 0, -1)\}$  es una base de  $\mathbb{R}^4$ ?

7. Sea  $\mathcal{U}$  el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$-2x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 = 0$$

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0$$

Encontrar una base para  $\mathcal{U}$ .

8. Sea  $\mathcal{V}$  el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$2x_1 - 4x_2 + 3x_3 - x_4 + 2x_5 = 0$$

$$3x_1 - 6x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 4x_5 = 0$$

$$5x_1 - 10x_2 + 7x_3 - 3x_4 + x_5 = 0$$

Encontrar una base para  $\mathcal{V}$ .

9. Sea  $\mathcal{W}$  el conjunto de todas las soluciones del sistema de ecuaciones lineales homogéneas

$$2x_1 - x_2 + \frac{4}{3}x_3 - x_4 + 0x_5 = 0$$

$$x_1 + 0x_2 + \frac{2}{3}x_3 + 0x_4 + x_5 = 0$$

$$9x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 0$$

Encontrar una base para  $\mathcal{W}$ .

10. Sean  $u, v, w \in \mathbb{R}^n - \{0\}$ . Si  $u \cdot v = u \cdot w$  entonces mostrar mediante un ejemplo que no necesariamente se tiene que  $v = w$ .

11. Sea  $u \in \mathbb{R}^n$  fijo. Muestre que: si  $u \cdot v = 0$  para todo  $v \in \mathbb{R}^n$  entonces  $u = 0$ .

---

12. Sean  $u_1, \dots, u_r$  vectores en  $\mathbb{R}^n$  y sea

$$W = \{v \in \mathbb{R}^n : v \cdot u_i = 0 \text{ para todo } i = 1, \dots, r\}.$$

Mostrar que  $W$  es un subespacio de  $\mathbb{R}^n$ .

13. Sean  $u_1, \dots, u_r \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$  mutuamente perpendiculares. Probar que los vectores  $u_1, \dots, u_r$  son linealmente independientes.

Puebla, Pue., a 20 de agosto de 2013