BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA
FACULTAD DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Profr. Carlos Alberto López Andrade
Materia: Álgebra Superior

Tarea $\#\ 2$ *(Números Complejos)*

1. Calcular lo siguiente:

   a) $(\sqrt{3}-1)^6$

   b) $(1+i)^{20}$

   c) $(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i})^{30}$

2. Demuestre que

   a) $(-1+i)^7 = -8(1+i)$

   b) $(1+i\sqrt{3})^{-10} = 2^{-11}(-1+i\sqrt{3})$

   c) $(1+i)^n = 2^{n/2}(\cos\frac{n\pi}{4} + \sin\frac{n\pi}{4})$

   d) $(\sqrt{3}-i)^n = 2^n(\cos\frac{n\pi}{6} - \sin\frac{n\pi}{6})$

3. ¿Cuál es el conjugado complejo de $\frac{(3+8i)^4}{(1+i)^{10}}$?

4. Hallar las raíces cuadradas del número complejo z dado

   a) $z = 2i$

   b) $z = 3+4i$

5. Hallar las raíces cúbicas del número complejo z dado

   a) $z = -i$

   b) $z = -27i$

   c) $z = -2+2i$

6. Hallar las raíces 4-ésimas del número complejo z dado

   a) $z = -1$

   b) $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i.$

7. Hallar las raíces 5-ésimas del número complejo $z = -4+3i$

8. Hallar las raíces 6-ésimas del número complejo z dado

   a) $z = 8$

   b) $z = -8.$

9. Encontrar las cuatro raíces de la ecuación $z^4 + 4 = 0$ y emplearlas para factorizar $z^4 + 4$ en factores cuadráticos con coeficientes reales.

10. Demuestre que:

    a) $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} : \overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$

    b) $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} : \overline{z_1 - z_2} = \overline{z_1} - \overline{z_2}$

    c) $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C} : \overline{z_1 z_2} = \overline{z_1}\ \overline{z_2}$

    d) Si $z_2 \neq 0$ entonces $\overline{z_1/z_2} = \overline{z_1}/\overline{z_2}$

    e) Si $z_2 \neq 0$ entonces $|\frac{z_1}{z_2}| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

    f) $Re\ z = \frac{z+\overline{z}}{2}$ y $Im\ z = \frac{z-\overline{z}}{2i}$

11. Demostrar que:

    a) $\overline{\overline{z} + 3i} = z - 3i$

    b) $\overline{iz} = -i\overline{z}$

    c) $\frac{\overline{(2+i)^2}}{3-4i} = 1$

    d) $|(2\overline{z} + 5)(\sqrt{2} - i)| = \sqrt{3}|2z + 5|$

12. Demuestre que: $\forall n \in \mathbb{N} :\ |z_1 + z_2 + \cdots + z_n| \leq |z_1| + |z_2| + \cdots + |z_n|$.

Puebla, Pue., a 15 de noviembre de 2010