
Tarea # 3

I) ¿Es $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ generado por

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}?$$

II) ¿Es $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ generado por

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}?$$

III) ¿Es $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$ generado por $1 + x + 2x^2, 2 + x + 2x^2, -1 + x + 2x^2$?

IV) Determine si los conjuntos de matrices son linealmente independientes en $\mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$. Para aquéllos que sean linealmente dependientes, exprese una de las matrices como una combinación lineal de las otras.

a)

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & 7 \end{bmatrix} \right\}$$

b)

$$S = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \right\}$$

v) Determine si los conjuntos de polinomios son linealmente independientes. Para aquéllos que sean linealmente dependientes, exprese uno de los polinomios como una combinación lineal de los otros.

a) $S = \{1 + x, 1 + x^2, 1 - x + x^2, \}$ en $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$

b) $S = \{x, 2x - x^2, 3x + 2x^2\}$ en $\mathbb{P}_2(\mathbb{R})$

c) $S = \{2x, x - x^2, 1 + x^3, 2 - x^2 + x^3\}$ en $\mathbb{P}_3(\mathbb{R})$

VI) Determine si los conjuntos de funciones son linealmente independientes. Para aquéllas que sean linealmente dependientes, exprese una de las funciones como una combinación lineal de las otras.

a) $S = \{1, \cos^2 t, \sin^2 t\}$ en \mathcal{F}

b) $S = \{e^t, \sin t, t^2\}$ en \mathcal{F}

c) $S = \{e^t, e^{2t}, t\}$ en \mathcal{F}

d) $S = \{e^t, \text{sen } t, \text{cos } t\}$ en \mathcal{F}

VII) Determine si el conjunto \mathcal{B} es una base del espacio vectorial \mathcal{V}

a) $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$,

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right\}$$

b) $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$,

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \right\}$$

c) $\mathcal{V} = \mathcal{M}_{2 \times 2}(\mathbb{R})$,

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \right\}$$

d) $\mathcal{V} = \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$, $\mathcal{B} = \{1 - x, 1 - x^2, x - x^2\}$

e) $\mathcal{V} = \mathbb{P}_2(\mathbb{R})$, $\mathcal{B} = \{1, 2 - x, 3 - x^2, x + 2x^2\}$

VIII) Proporcione una base para el espacio vectorial \mathcal{V} y determine la dimensión de \mathcal{V} .

a) $\mathcal{V} = \{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}) : A \text{ es triangular superior} \}$

b) $\mathcal{V} = \{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}) : A \text{ es simétrica} \}$

c) $\mathcal{V} = \{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}) : A \text{ es antisimétrica} \}$

d) $\mathcal{V} = \{A \in \mathcal{M}_{n \times n}(\mathbb{R}) : \text{tr}(A) = 0\}$

IX) Mostrar que los vectores $u = (1 + i, 2i)$ y $v = (1, 1 + i)$ en \mathbb{C}^2 son linealmente dependientes sobre el campo complejo \mathbb{C} pero linealmente independientes sobre el campo \mathbb{R} .

X) Mostrar que los vectores $u = (1 - i, i)$ y $v = (2, -1 + i)$ en \mathbb{C}^2 son linealmente dependientes sobre el campo complejo \mathbb{C} pero linealmente independientes sobre el campo \mathbb{R} .

-
- XI) Mostrar que el campo complejo \mathbb{C} es un espacio vectorial de dimensión 2 sobre el campo real \mathbb{R} .
- XII) Mostrar que los vectores $u = (2i, 1, 0)$, $v = (2, -1, 1)$ y $w = (0, 1+i, 1-i)$ en \mathbb{C}^3 son linealmente independientes sobre \mathbb{C} .
- XIII) Sea $\mathcal{W} = \text{gen}(\{v_1, v_2\})$ donde $v_1 = (1, 0, i)$ y $v_2 = (1 + i, 1, -1)$.
- Demostrar que v_1 y v_2 forman una base de \mathcal{W} .
 - Demostar que los vectores $u_1 = (1, 1, 0)$ y $u_2 = (1, i, 1+i)$ pertenecen a \mathcal{W} y forman otra base de \mathcal{W} .

Puebla, Pue., a 10 de septiembre de 2015