

---

**Tarea # 11**

I) Calcular lo siguiente:

a)  $(\sqrt{3} - 1)^6$

b)  $(1 + i)^{20}$

c)  $\left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}\right)^{30}$

II) Demuestre que

a)  $(-1 + i)^7 = -8(1 + i)$

b)  $(1 + i\sqrt{3})^{-10} = 2^{-11}(-1 + i\sqrt{3})$

c)  $(1 + i)^n = 2^{n/2}(\cos \frac{n\pi}{4} + \sin \frac{n\pi}{4})$

d)  $(\sqrt{3} - i)^n = 2^n(\cos \frac{n\pi}{6} - \sin \frac{n\pi}{6})$

III) ¿Cuál es el conjugado complejo de  $\frac{(3+8i)^4}{(1+i)^{10}}$  ?

IV) Calcular

a)  $\frac{(-1+i)^7}{(1+i\sqrt{3})^{-10}}$

b)  $\frac{(1-i)^5-1}{(1+i)^5+1}$

V) Encuentre las soluciones a:

a)  $z^2 = 3 - 4i$

b)  $z^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

VI) Hallar las raíces cúbicas del número complejo  $z$  dado

a)  $z = -i$

b)  $z = -27i$

c)  $z = -2 + 2i$

VII) Hallar las 4 raíces del número complejo  $z$  dado

a)  $z = -1$

b)  $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

- 
- VIII) Encontrar las cuatro raíces de la ecuación  $z^4 + 4 = 0$  y emplearlas para factorizar  $z^4 + 4$  en factores cuadráticos con coeficientes reales.
- IX) Hallar las 5 raíces del número complejo  $z = -4 + 3i$ .
- X) Hallar las 6 raíces del número complejo  $z$  dado
- a)  $z = 8$
- b)  $z = -8$
- XI) Resolver  $z^8 = 1$ .
- XII) Sea  $\omega$  una raíz  $n$ -ésima de la unidad,  $\omega \neq 1$ . Muestre que  $1 + \omega + \omega^2 + \dots + \omega^{n-1} = 0$ .
- XIII) Expresar  $\cos 3\theta$  y  $\sin 3\theta$  en términos de  $\cos \theta$  y  $\sin \theta$  usando el Teorema de Moivre.
- XIV) Encuentre la parte real y la parte imaginaria de los siguientes números complejos, donde  $z = x + iy$ :
- a)  $1/z^2$
- b)  $\frac{1}{3z+2}$
- c)  $z^3$
- XV) ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia con radio 3 y centro  $8 + 5i$  en notación compleja ?
- XVI) Hallar el conjunto de puntos  $z$  del plano complejo tales que  $Re\left(\frac{z-2i}{z+2i}\right) = 0$ .
- XVII) Demuestre que:  $\forall n \in \mathbb{N} : |z_1 + z_2 + \dots + z_n| \leq |z_1| + |z_2| + \dots + |z_n|$ .

Puebla, Pue., a 26 de mayo de 2015