axolote'

Revista
Academia de Matemáticas

Editorial

Antes de presentar el contenido de este número, Axolote se une a la felicitación, y le dedica este número, al Dr. José Juan Angoa Amador por sus cincuenta años de trabajo en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas. Su fructífera labor ha sido interna —en las aulas, en los seminarios, en la formación cotidiana de generaciones— y externa —en la vinculación académica, en la vida de la disciplina más allá del edificio, en el compromiso de devolver a la sociedad lo que la universidad enseña—en su larga trayectoria. Con esa constancia ha formado recursos humanos, dirigiendo tesis de todos los niveles para el bien del país y de las matemáticas: estudiantes y profesores salieron de sus clases en la FCFM con una idea más amplia de lo que significa pensar, enseñar y servir. Gracias, doctor Angoa.

Este número de Axolote, mayo–agosto de 2026, reúne textos de fondo y las secciones de siempre. El axolote sigue siendo un buen emblema: regenera, se adapta y no se deja reducir a una sola forma. Lo mismo pedimos a quien lee matemáticas: más de un camino, más de una solución.

Francisco Javier Mendoza Torres responde a una pregunta de estudiantes en los 75 años de la FCFM: cómo nació la licenciatura en matemáticas. Recorre la Escuela de 1950, los años en que la física monopolizó el esfuerzo, el convenio con la UNAM, la refundación de 1973 y los primeros titulados por Puebla —entre ellos el propio José Juan Angoa—. No es una crónica complaciente: documenta ataques, falta de maestros y el modo en que la matemática a veces quedó como apoyo de otras carreras. A esa historia se suma, con otro tono, Animal del tiempo, de Emilio Angulo Perkins, estudiante de la Facultad: un homenaje al Dr. Angoa como quien atraviesa las décadas y ha provocado, con ideas densas, a decenas o cientos de estudiantes. Celebramos más de cincuenta años de quehacer docente que el texto nombra y que este editorial reconoce.

Josip Slisko abre el juego de los acertijos de cerillos. Muestra que los libros suelen publicar una sola respuesta aunque el problema tenga varias, y que decir cuántas hay despierta la creatividad. Con Guilford, propone no fijar de antemano cuántos cerillos se mueven: el estudiante pasa de resolver un acertijo a inventar otros. Es un argumento claro contra la idea de que cada problema tiene un único modo de resolverse. Cuauhtémoc Castañeda Roldán, egresado de la FCFM, evoca en memoria al Dr. Jorge Bustamante: matemático, filósofo, músico y novelista; maestro honesto y amigo, cuya pérdida se sigue sintiendo en los pasillos donde caminó.

Dos estudiantes de la Facultad exploran el diálogo entre número y arte. Bruno Ventura Flores, en La arquitectura invisible de la música, desarma el sonido —ondas, frecuencias, escalas, timbre— para hacer visible la relación, ya pitagórica, entre matemática y armonía. José Gael Huerta Granados pregunta en «¿Mito o método? Una revisión de la influencia de la razón áurea en la composición artística» si esa proporción es regla de composición o relato heredado. Repasa la definición de φ, su parentesco con Fibonacci y el camino que va de los pitagóricos y Euclides a Pacioli y Zeising; contrasta afirmaciones populares sobre el Partenón, la pirámide de Guiza o la Mona Lisa con el análisis crítico de Markowsky y Livio. Su balance inclina la balanza hacia el mito: número fascinante, pero no tan omnipresente en el arte como repite la divulgación.

En la sección Para pensar aparecen Hilbert y el infinito de Cantor; en Para sonreír, el vector que pide un momento. La poesía es la de Millôr Fernandes, donde un cociente se enamora de una incógnita. Se recomienda El tío Petros y la conjetura de Goldbach, de Doxiadis, y se reseña La fórmula favorita del profesor, de Ogawa: memoria de ochenta minutos y números que sirven para querer. Cierran el número el coloquio mensual, el Congreso de la SMM 2026 y las convocatorias de los libros de la Academia. Invitamos a enviar divulgación, problemas y reseñas a pdsoto@fcfm.buap.mx y acontri@fcfm.buap.mx. Axolote sigue siendo el lugar donde el rigor y el juego se sientan en la misma mesa.

"Manifestamos nuestro enérgico rechazo al infinitamente cruel genocidio contra Palestina, y la guerra contra Irán, también al ataque contra las hermanas Repúblicas de Venezuela y Cuba"

Los primeros años de la Matemática en la FCFM

Francisco Javier Mendoza Torres
Profesor Investigador
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

En el marco de la celebración de los 75 años de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas (FCFM), unos estudiantes de nuestra Facultad me preguntaron sobre el papel de las matemáticas en este periodo tan largo. Estaban interesados, por ejemplo, en saber sobre los orígenes de la licenciatura en matemáticas en la FCFM. En ese momento tenía dudas sobre el papel de la matemática en la historia de la FCFM, tuve que documentarme para dar una respuesta. Esta documentación me cuesta trabajo referirla en este escrito, pero lo que menciono lo hago desde mi propia experiencia, de la comunicación que he tenido con Ricardo Florac, John Godard y Salvador García Olivera quienes fueron matemáticos y profesores de nuestra escuela en la década de los años mil novecientos setenta, de conversaciones con compañeros que actualmente son profesores de nuestra escuela y de notas que han sido publicadas alrededor del tema. A continuación, presento mi respuesta a la pregunta de mis estudiantes.

La Escuela de Ciencias Físico Matemáticas (ECFM) fue fundada el 8 de febrero de 1950 con dos licenciaturas a cursarse en tres años, una en Física y otra en Matemáticas, siendo rector el Lic. Horacio Labastida Muñoz. Sin mucho esfuerzo, se puede notar que los programas de ambas licenciaturas estaban formados por a lo más el cincuenta por ciento de las materias de los programas actuales. La planta de profesores que impartían las materias de matemáticas era reducida y compuesta por profesionales que no eran matemáticos. Uno de ellos fue el Ingeniero (Civil) Joaquín Ancona Albertos, que dos años antes había sido invitado por el rector Labastida a impartir catedra en la UAP. Por medio del Ing. Ancona Albertos, el rector Labastida conoció al Ing. Luis Rivera Terrazas. Los tres son considerados los fundadores de la ECFM.

En el período de 1950 a 1961, la ECFM navegó contra corriente, se puede notar que la matemática no tuvo apoyo de la universidad y, sin ser su intención, de la propia ECFM. La atención se dirigía a mantener la licenciatura en física.
Entre 1961 y 1966, la licenciatura en física tiene una época floreciente con un número significativo de egresados y una planta docente relativamente robusta. No así para la licenciatura en matemáticas. Físicos egresados de la propia escuela, como Eugenio Ley Koo, Augusto Moreno Moreno y Virgilio Beltrán, llegan a formar parte de la planta docente de la escuela, junto con otros importantes físicos como Leopoldo García Colín, Eleazar Brown, Roberto Alexander, Nevil Clark, Asdrubal Flores y Fernando Chaos.

En 1961 se vivió un movimiento de Reforma Universitaria en la UAP, dando pie a transformaciones sustanciales de la vida universitaria. En este año, se abre el génesis de los primeros egresados de matemáticas de la ECFM, sólo que esto de forma parcial. En ese año, ingresan como alumnos de matemáticas, Jesús Pérez Romero y Raymundo Bautista Ramos, ambos también estudiaban Ingeniería Química. Como estudiantes de la ECFM, su inquietud los lleva a organizar conferencias de divulgación en matemáticas y física, invitando a prestigiados físicos y matemáticos de la época. En 1963, en el segundo año de su carrera no pudieron continuar sus estudios debido las condiciones difíciles de la ECFM que llevaba a la falta de maestros matemáticos. Junto con otro alumno de nombre Rolando E. Rodríguez, y por medio de un convenio entre la UAP y la UNAM, son admitidos en la Facultad de Ciencias de la UNAM para continuar sus estudios. Ambos, por diferentes caminos, terminan sus estudios hasta el doctorado y en diversos períodos imparten catedra en la ECFM. Debido al año cursado y el "acuerdo" mencionado, podríamos decir que su formación es el primer logro parcial de la ECFM en formar matemáticos.

Durante esta época, existen crónicas que dan fe de la impartieron de cursos de invierno que duraban un mes. En estos cursos participaron destacados matemáticos como el checoslovaco Zdenek Vorel y el estadounidense Harold McIntosh.
En noviembre de 1965 hubo cambio de Rector en la UAP y el doctor en física Eugenio Ley Koo fue designado director de la ECFM. De común acuerdo con la planta académica se reafirmaron los planes de estudio. La rectoría de la UAP tuvo una posición contraria, incitando y manipulando, en abril de 1966, un ataque de estudiantes de medicina a las instalaciones de la ECFM. El Rector se rehusó a renovar los contratos de los profesores de la ECFM, e hizo caso omiso a los llamados de atención de organismos tan importantes como la Academia Mexicana de Ciencias. En mayo de 1966, los estudiantes que se aferraron a continuar con sus estudios fueron a refugiarse en las instalaciones de la Preparatoria "Benito Juárez García", sin embargo, en agosto, la mayoría sucumbió en sus intentos de continuar con sus estudios. Parte de estos estudiantes fueron admitidos en la Facultad de Ciencias de UNAM y en la ESFM-IPN. Hay que mencionar que, en este período, no encontré referencias de que entre estos profesores y estudiantes haya habido matemáticos.

Entre 1966 y 1972, física era la única licenciatura que se impartía en la ECFM. Pero ya se contaba con matemáticos como profesores, entre estos, Jesús Pérez Romero y Raymundo Bautista Ramos, ahora como matemáticos egresados de la UNAM; también de esta universidad, en 1968 se integró Fernando Velázquez Castillo. En 1974 se agregan a la planta docente de matemáticas, Salvador García Olivera, egresado de la maestría de la Universidad de Harvard y Luis Verde Star quien había obtenido su doctorado por la Universidad de Wisconsin. Estas inclusiones proporcionaron condiciones más fuertes para soportar la licenciatura en matemáticas que en 1973 se había refundado.
También en 1973, la ECFM ya contaba con la licenciatura en Computación. La de Electrónica se había fundado en 1972 como carrera técnica en Electrónico Instrumentista, convirtiéndose en licenciatura en 1974. Así, en este año la ECFM albergaba 4 licenciaturas.

En febrero de 1975 ingresa como docente Hipólito Martínez quien era licenciado en matemáticas por el Tecnológico de Monterrey y había hecho una maestría en Estados Unidos; medio año después se une a la planta docente la maestra Guadalupe Raggi Cárdenas, egresada de la UNAM.
En 1976 se suman, Ricardo Florac (francés), John Goddard Close (egresado de la Universidad de Oxford), y los argentinos Horacio O'Brien, Adriana Echeverria y Enzo Gentile. En 1977 llega el profesor polaco-chileno Segismundo Maur. No tengo el dato preciso, pero también por esos años ya se había incorporado Guillermo López Mayo.
Una parte importante de esas incorporaciones son a invitación de Salvador García Olivera, con la anuencia del Ing. Luis Rivera Terrazas, director de la ECFM. Recuerdo que Chava García organizo varias conferencias donde participaron importantes matemáticos de la ciudad de México. Tuve la oportunidad de escuchar conferencias de Samuel Gitler, Santiago López de Medrano y algunos otros matemáticos importantes de la ciudad de México.

Hechos notables son la realización de los Congreso de la Sociedad Matemática Mexicana en 1973 y 1978, en momentos donde nuestra universidad pasaba por situaciones muy difíciles. En 1972 habían asesinado a Joel Arriaga Navarro y a Enrique Cabrera Barroso, y el 1 de Mayo de 1973 el gobierno de Gonzalo Bautista O'farril atacó el edificio Carolino, asesinando a 7 personas, entre ellas a 4 universitarios uno de los cuales fue Alfonso Calderón Moreno, director de la Preparatoria Popular "Emiliano Zapata" en la que yo estudiaba, y a Norberto Suarez de 16 años que había sido mi compañero en la secundaria. En el Congreso de la SMM de 1973, el Dr. Santiago López de Medrano, presidente de la SMM, mencionó la difícil situación por la que pasaba la UAP recordando los asesinatos de 1972, pero no tengo referencia de que se haya pronunciado por los del Primero de Mayo. También es interesante mencionar que Chava García y Jesús Pérez Romero fueron presidentes de la Sociedad Matemática Mexicana en periodos cercanos a estos años.
Bajo las condiciones anteriores, y 23 años después de su fundación, la ECFM tuvo sus primeros estudiantes de licenciatura en matemáticas que además fueron también los primeros en obtener el título de matemáticos por la Universidad Autónoma de Puebla: Aracely Juárez Ramírez, Celestino Soriano Soriano, Jaime Arroyo García y José Juan Angoa Amador.

Entre las décadas de 1970 y 1980, la computación y electrónica van teniendo un auge mundial, lo cual tiene repercusiones en nuestra escuela. A mediados de esa década, la mayoría de los estudiantes eran de esas licenciaturas, generando poco a poco una masificación de estos. A la vez, a finales de la década de 1970, la mayoría de los profesores matemáticos extranjeros y los profesores mexicanos que no eran egresados de nuestra licenciatura dejan de dar clases en nuestra escuela. Estos hechos generaron la necesidad de incorporar como profesores de matemáticas a los recién egresados de esta licenciatura. Hecho que se repitió por varias generaciones.
Se puede notar que desde entonces y hasta ahora, aunque menos marcada esta condición, la matemática sirvió de apoyo a las otras licenciaturas, dejando de lado su propio desarrollo.

A manera de conclusión, se puede decir que el recorrido histórico de la matemática en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas muestra un desarrollo marcado por retos institucionales, limitaciones en la consolidación de la planta docente y una lucha constante por su reconocimiento dentro de la estructura académica de la universidad. Sin embargo, el compromiso de superación de sus primeros estudiantes y académicos, así como la llegada de destacados matemáticos nacionales y extranjeros, permitió cimentar las bases de una formación matemática de calidad en la BUAP.
Hoy, a 75 años de la fundación de la Facultad, es fundamental reconocer el esfuerzo de quienes, con su pasión y dedicación, hicieron posible la consolidación de la licenciatura y el posgrado en matemáticas. Este legado invita a las nuevas generaciones a reflexionar sobre el papel de la investigación y la enseñanza de las ciencias matemáticas dentro de la universidad y a continuar fortaleciendo su desarrollo como una disciplina fundamental en la ciencia y la educación superior.





Animal del tiempo

Emilio Angulo Perkins
Estudiante
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

Celebrando más de 50 años de quehacer docente

Entendámonos como manifestaciones de complejas capas: social, biológica, económica, etc. La mayoría podemos entendernos como manifestaciones inmediatas de nuestro contexto: Nuestros padres, amigos, escuela, gobiernos, etc.

Pensemos cada factor como una dimensión. Obtenemos así, virtualmente infinitas combinaciones.

Pero hay seres que varían una dimensión adicional; que parecieran manifestaciones del tiempo mismo, animales del tiempo que atraviesan las configuraciones. Seres producto del tiempo, del destino, si se quiere usar ese lenguaje.

Seres paradójicos, que son lo que no hay. Que, como manifestaciones del tiempo pasado, irrumpen el presente.

Con admiración y respeto, veo al Dr. Angoa como animal del tiempo. Que su trabajo e ideas son lo que no hay. Un ser que ha provocado, incitado, decenas, si no cientos de estudiantes, con sus ideas. Ideas de singular densidad, que amalgaman ciencia, filosofía, política y utopías.

Dedico estas letras como agradecimiento, siendo yo un ser arbitrario pero fijo, del conjunto de personas impactadas por la vida y obra del Dr. Angoa.



Una nueva forma de aumentar el desafío creativo de los acertijos aritméticos con cerillos

Josip Slisko
Profesor Investigador
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

Introducción

Como siempre y aún más en el siglo XXI, el pensamiento creativo es reconocido como una de las habilidades importantes para una vida exitosa en los dominios personal, profesional y social (Pellegrino & Hilton, 2012; Trilling & Fadel, 2009; World Economic Forum, 2023).

Para alcanzar una mayor presencia de la creatividad en la educación matemática es necesario eliminar la falsa creencia de que "cada problema tiene solamente una solución o una manera de resolución" (Nickerson, (2010).

Para lograr dicha meta, los acertijos geométricos y aritméticos con cerillos que tienen varias soluciones pueden ser muy útiles. Lamentablemente, los autores de los libros con acertijos eliminan dicha posibilidad publicando solamente una solución. A continuación, se exponen dos ejemplos de tal fenómeno no deseado.

Dos ejemplos de acertijos con cerillos con soluciones múltiples, pero con una sola solución publicada

El primer ejemplo es un acertijo geométrico con cerillos publicado por varios autores a lo largo de 90 años (Mittenzwey 1880, p. 37, p. 90; Tromholt 1892, p. 112, p. 148; Czepa, 1910, p. 47, p. 63; Paraquin, 1970, p. 3, p. 26).

La formulación (a), la configuración inicial (b) y la única solución publicada del acertijo (c) están dadas en la Figura 1.

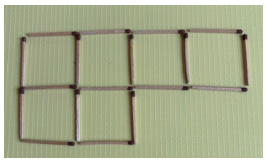
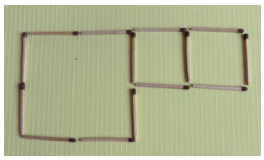
(a) De la configuración inicial remover 4 cerillos para obtener 3 cuadrados.	 (b) La configuración inicial	 (c) La única solución publicada

Figura 1. La formulación, la configuración inicial y la solución publicada del acertijo.

Sin embargo, para el acertijo en cuestión es posible encontrar cuatro diferentes soluciones adicionales (Figura 2).

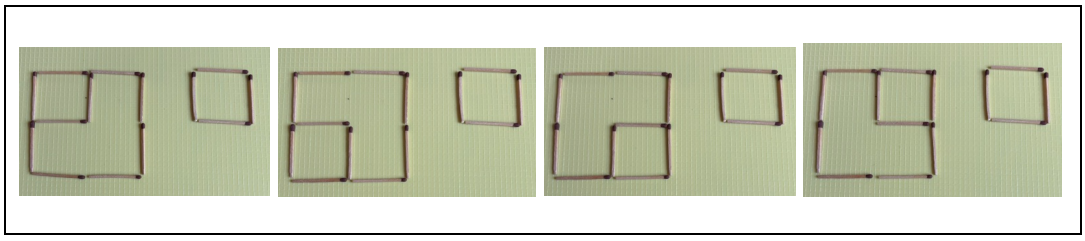


Figura 2. Las cuatro soluciones adicionales.

Una posible manera de reducir o eliminar la falsa creencia de que "cada problema tiene solamente una solución o una manera de resolución" es informar a los estudiantes sobre el número de soluciones posibles.

En un estudio piloto a pequeña escala realizado en Serbia por la Dra. Ivana Krulj, 3 de los 21 alumnos de 14 años lograron encontrar cuatro soluciones adicionales tras ver la única solución (Figura 1) y ser informados de la existencia de cuatro soluciones adicionales.

El segundo ejemplo es un acertijo aritmético publicado por el famoso autor austriaco Gilbert Obermair durante 25 años en cuatro ediciones de su libro "*Juegos con cerillos*" (Obermair, 1975; Obermair, 1983, p. 23, p. 43; Obermair, 1991, p. 109, p. 207; Obermair, 2000, p. 45, p. 57)

La formulación (a), la falsa ecuación (b) y la única solución publicada por Obermair (c) están dadas en la Figura 3.

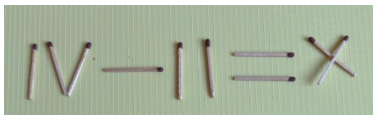
(a) En la falsa ecuación inicial mover 2 cerillos para obtener una ecuación correcta.	 (b) La falsa ecuación inicial	 (c) La única solución de Obermair

Figura 3. La formulación, la falsa ecuación inicial y la única solución de Obermair.

Como en el caso del primer acertijo, este acertijo tiene también cuatro soluciones diferentes adicionales (Figura 4).

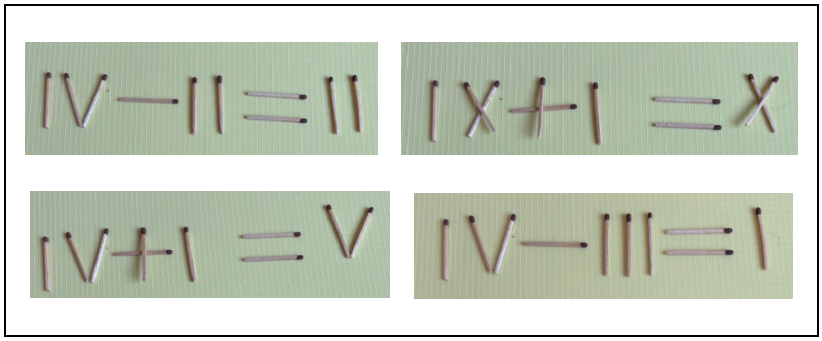


Figura 4. Cuantro diferentes soluciones adicionales del acertijo de Obermair.

Para el acertijo de Obermair, se puso a prueba con varios grupos la hipótesis de que la información sobre el número posible de respuestas del acertijo estimula la creatividad de los estudiantes. La gran mayoría de estudiantes logró encontrar más que una solución y varios encontraron las cinco soluciones al acertijo (Slisko, 2025).

Otras evidencias experimentales de que la información acerca del número de posibles soluciones de los acertijos con cerillos estimula la creatividad de los que los resuelven se presentan en el Capítulo 10 de mi libro "*Fostering cognitive mathematics skills with matchstick puzzles: A guide for researchers, teachers, and general readers"* (Slisko, 2026).

Para aumentar el desafio creativo de los acertijos con cerillos es posible abandonar su tradicional estructura en que las tres partes están definidas: configuración inicial, acciones requeridas y configuración final.

En cierto sentido, se debe lograr que las personas se vuelvan autores de sus propios acertijos a partir de una configuración dada. Tal idea fue propuesta, por primera vez, por Joy Paul Guilford.

La idea de Guilford

El psicólogo americano Joy Paul Guilford (Figura 5) es famoso por sus muchas contribuciones a la compresión de la inteligencia humana y la creatividad (Guilford, 1959; Guilford, 1967; Guilford, 1968; Guilford & Hoepfner, 1971).

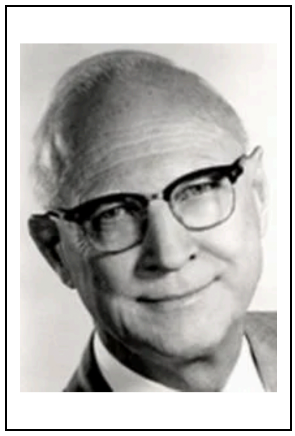


Figura 5. Joy Paul Guilford (1897 – 1987).

En sus investigaciones sobre la creatividad caracterizada por el pensamiento divergente, Guilford ha usado los problemas geométricos con cerillos ("*match problems*") de dos tipos.

El primer tipo de problemas con cerillos tiene la estructura tradicional: una configuración de cerillos inicial, hecha de cuadrados o triángulos, se debe transformar en la configuración final deseada eliminando un número específico de cerillos.

El segundo tipo de problemas con cerillos tiene una estructura que difiere de la tradicional: una configuración de cerillos inicial, hecha de cuadrados o triángulos, se debe transformar en la configuración deseada eliminando un número no definido de cerillos. Según Guilford, el mayor desafío creativo estaba en los problemas en los cuales se deben encontrar diferentes números de cerillos eliminados que llevan a la configuración deseada.

El ejemplo de un acertijo con cerillos en que se buscan diferentes acciones posibles

El ejemplo es el siguiente (Guilford & Hoepfner, 1971, p. 425):

"En la configuración inicial (Figura 6) eliminar *diferentes números de cerillos* para que la configuración final tenga tres cuadrados."

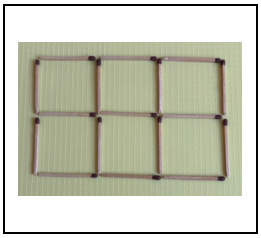
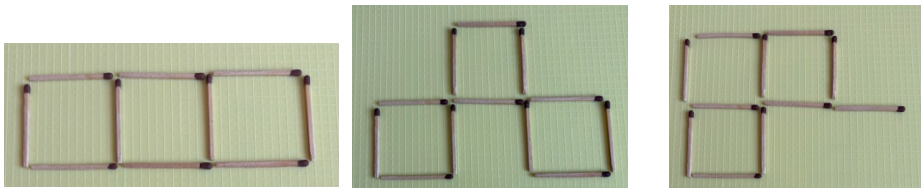


Figura 6. La configuración inicial del acertijo en que se deben eliminar diferentes números de cerillos.

Se presentaron solamente tres soluciones posibles (Guilford & Hoepfner, 1971, p. 425). Están dadas en la Figura 7.



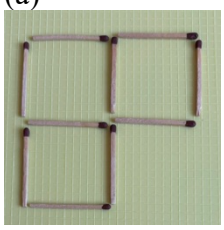
7 cerillos eliminados 5 cerillos eliminados 6 cerillos eliminados

Figura 7. Las tres soluciones publicadas con diferentes números de cerillos eliminados.

Como correctamente notó mi estudiante de la maestría en educación matemática, ***Clara Lo Rujamah Arce Rojas***, la tercera solución es errónea, pues en tal "solución" hay un cerillo suelto.

La correcta configuración de tres cuadrados sin un cerillo suelto se obtiene eliminando 7 cerillos (Figura 8a). Una de las correctas configuraciones de tres cuadrados que se obtienen eliminando 6 cerillos está dada en la Figura 8b.

(a)



(b)

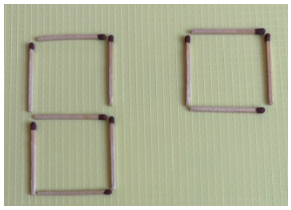


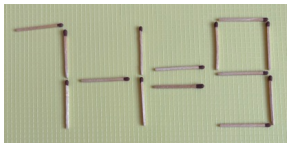
Figura 8. Las tres soluciones publicadas con diferentes números de cerillos eliminados.

La idea de Guilford en los acertijos aritméticos con cerillos

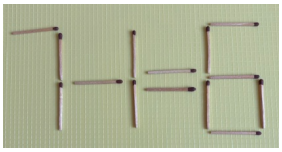
Los acertijos aritméticos con cerillos presentan comúnmente una expresión falsa con la tarea de corregirla moviendo, eliminando o agregando un número específico de cerillos.

La formulación (a), la igualdad falsa (b) y la única solución de un acertijo de tal tipo están dadas en la Figura 9.

(a) Moviendo un cerillo transformar la igualdad falsa en la igualdad correcta.



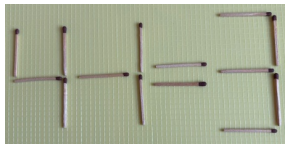
(b) La igualdad falsa

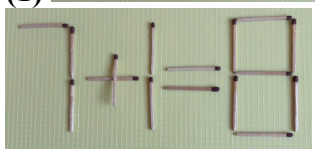


(c) La igualdad correcta

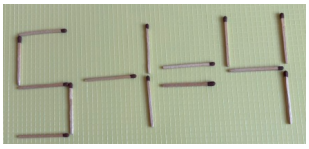
Figura 9. La formulación, la igualdad falsa y la solución correcta con la acción específica ("moviendo un cerillo").

A los estudiantes se les puede proponer que formulen otros acertijos que presentan diferentes posibilidades de transformar la igualdad falsa "7 – 1" en una igualdad correcta. Siete posibles acertijos con las diferentes acciones indicadas y las soluciones correpondintes, se presentan en la Figura 10.

(1) 



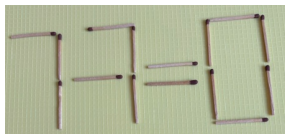
Mover dos cerillos

(2) 

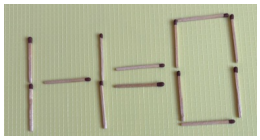
Mover tres cerillos

(3)

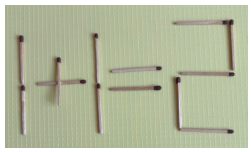
Agregar dos cerillos

(4) 

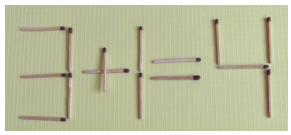
Mover un cerillos y agregar un cerillo

(5) 

Mover un cerillo y eliminar un cerillo

(6) 

Mover dos cerillos y eliminar un cerillo

(7) 

Mover dos cerillos y agregar un cerillo

Figura 10. Siete diferentes posibilidades de transformar la igualdad falsa "7 – 1 = 9" en una igualdad correcta.

Conclusión

La **creatividad numérica** es la capacidad de usar los números, los patrones de los números y el razonamiento cuantitativo de manera original y flexible para resolver problemas.

La idea de Guilford aplicada en los acertijos aritméticos con cerillos es: no especificar acciones que transforman una igualdad falsa en una igualdad correcta.

Ese cambio, como muestra el ejemplo presentado, hace posible elevar bastante el desafío de la creatividad numérica de los acertijos aritméticos con cerillos. En lugar de buscar solamente resultados de una sola acción, por ejemplo "mover un cerillo", los estudiantes deben imaginar diferentes acciones possibles que transforman una igualdad falsa en una igualdad correcta.

Referencias

Czepa, A. (1910). *Streichholz-Spielereien. Kunststücke und Scherze nebst Auflösungen*. Otto Maier Verlag.
Guilford, J. P. (1959). Three faces of intellect. *The American Psychologist, 14*(8), 469–479.
Guilford, J. P. (1967*). The nature of human intelligence.* McGraw-Hill Book Company.
Guilford, J. P. (1968). *Intelligence, creativity and their educational implications*. Robert R. Knapp.
Guilford, J. P. & Hoepfner, R. (1971). *The analysis of intelligence*. McGraw-Hill Book Company.
Nickerson, R. (2010). *How to discourage creative thinking in the classroom*. In R. Beghetto, & J. Kaufman (Editores), Nurturing creativity in the classroom (pp. 1-5). Cambridge University Press.

Mittenzwey, L. (1880). *Mathematische Kurzweil*. Julius Klinkhardt.
Obermair, G. (1975). *Streichholz-Spielereien*. Wilhelm Heyne Verlag.
Obermair, G. (1983). *Streichholz-Spielereien*. Honeywell Bull Computer.
Obermair, G. (1991). *Streichholz-Spielereien*. Wilhelm Heyne Verlag.
Obermair, G. (2000). Streichholz-Spielereien. Falken Verlag.
Paraquin, K. H. (1970). Spiel und Spass mit Hölzchen und Köpfchen, Otto Maier Verlag.
Pellegrino, J. W., & Hilton, M. L. (2012). *Educating for life and work: Developing transferable knowledge and skills in the 21st century*. National Academies Press.
Slisko, J. (2025). Helping Puzzle-Solvers Find Solutions Missed by a Famous Puzzle Author: Initial Study on Stimulated Creativity. *European Journal of Science and Mathematics Education*, *13*(4), 385-394.
Slisko, J. (2026). *Fostering cognitive mathematics skills with matchstick puzzles: A guide for researchers, teachers, and general readers*. Springer Nature.
Trilling, B., & Fadel, C. (2009). *21st century skills: Learning for life in our times*. Jossey-Bass.
Tromholt, S. (1892). *Streichholzspiele. Denksport und Kurzweil*. Quinta edición. Otto Spamer Verlag.
World Economic Forum. (2023). *Future of jobs report*. World Economic Forum.

En Memoria del Dr. Jorge Bustamante

Cuauntémoc Castañeda Roldán
Profesor Investigador
Instituto de Física de la Universidad Tecnólogica de la Mixteca

El Dr. Cuauhtémoc Castañeda Roldán, egresado de esta Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de nuestra Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. El Dr. Castañeda, a quien le dirigió su tesis doctoral el Profesor Bustamante, está adscrito al Instituto de Física y Matemáticas de la Universidad Tecnológica de la Mixteca desde hace más de 27 años.

Caminó por los pasillos de nuestro Instituto de Física y Matemáticas en el 2006. De estancia sabática vino a trabajar arduamente como siempre lo hizo. Pero también vino a bromear, a convivir, a hacer amigos, a fumar en un metro cuadrado de jardín que conservó colillas por varios años, en suma, a ser Bustamante. Bromeaba frecuentemente con nuestro compañero Raúl Amaro, muchas veces el pretexto era echar carrilla de la Física a la Matemática y viceversa. No recuerdo que le dijo una vez Raúl, pero recuerdo la inmediata y pícara respuesta de Busta: “Mira, yo sé que existen los físicos, únicamente porque un día lo demostré”.
Hemos perdido a un gran matemático, pero también a un filósofo, a un amante de la música que tocaba la guitarra, componía canciones, a un novelista que sólo para complacer a un buen amigo estuvo de acuerdo en que se editara y publicara su única novela, guardada en el cajón por muchos años.
Pero sobre todo hemos perdido a un amigo y a un gran maestro, siempre honesto, siempre sincero, podía bromear pesado y ser de juicios severos, pero nunca ofendernos.
Se siente y se seguirá sintiendo su pérdida, porque es tan raro encontrar en una persona tantas cualidades: inteligencia, profesionalismo, creatividad, generosidad, originalidad, autenticidad y muchas más. Nos queda su mirada, su risa, su picardía; de todo ello será difícil desprenderse, seguirá su figura caminando por los pasillos de nuestros recuerdos envuelto en humo, hablando con su acento cubano y posando en nosotros esa mirada profunda y tierna escondida tras sus gruesas gafas.



La arquitectura invisible de la música

Bruno Ventura Flores
Estudiante
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

El arte tiene una relación muy fina con la matemática y esto no es una novedad. “La música es el más soportable de todos los ruidos” [1]; esta frase, aunque no lo parezca, tiene secretos ocultos que solo la matemática puede descifrar, y aquí intentaremos ver por qué esto es cierto.

Desde hace mucho tiempo, con el surgimiento del gran Pitágoras, la música atrajo la atención de diversos matemáticos de esa era, dando nacimiento a distintas teorías. Según la tradición pitagórica, el filosofo enuncio el concepto de “la armonía de las esferas”, el cual postula que los cuerpos celestes producen una música inaudible para el oído humano. Esta melodía seria generada por su movimiento y las relaciones espaciales que guardan entre sí, de manera muy similar a las notas producidas por las cuerdas de un monocordio (un instrumento utilizado por Pitágoras que consiste en una cuerda asegurada por los extremos, la cual, al dividirse en ciertas proporciones, genera sonidos agradables) [2]. Esta clase de pensamiento demuestra que la música más allá de solo ser un arte es una manifestación del orden intrínseco del universo.

A diferencia del lenguaje verbal (el cual es la capacidad humana de comunicarse basándose en reglas gramaticales esenciales para el pensamiento), la música posee una autonomía totalmente propia. Es decir, aunque guarda un escaso parentesco estructural con las palabras, la música es capaz de transmitir ideas, pensamientos y sentimientos; y aunque no todos podemos comprender lógicamente lo que dice, absolutamente todos podemos sentirla.

Por lo que la música va muy de la mano con la armonía, siendo este uno de los conceptos clave en la especulación de los pitagóricos. Para ellos, la armonía nace de la unificación de contrarios, y este concepto se complementa con algo más complejo: el “numero”.

Para hacer visibles los procesos físicos que ocurren al generar música, utilizamos las matemáticas como una herramienta fundamental. Esta disciplina permite comprender la elección de las notas, su disposición, las tonalidades, los tiempos e incluso los métodos de composición, demostrando que está intrínsecamente ligada a la esencia del arte.

Como hemos podido ver, la relación entre la matemática y la música es demasiado estrecha, tan estrecha que casi se puede sentir.

Queremos entender esta profunda y fuerte conexión, as que sonara un poco raro, pero tendremos que desarmar el sonido mismo y observar que es lo que lo vuelve tan especial a través de ondas, frecuencias y proporciones perfectas.

La función y el timbre[1]

Para poder observar la magia de una melodía, primero debemos acercarnos a la física y ver que nos quieren decir los sonidos. Para esto usaremos una formula para poder modelar lo que sucede, aquí aparece la función sinusoidal:

$$p(t) = Asin(2\pi ft)$$

Donde A es la amplitud de la onda que cambia el volumen del sonido y f la frecuencia de la onda que cambia el tono del sonido de valores graves a agudos.

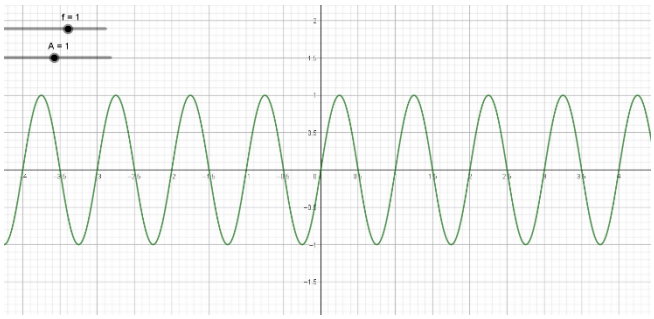


FIGURA 1: $A = 1\, Y\, f = 1$, EL VOLUMEN Y EL TONO SE MANTIENE IGUAL. FUENTE: AUTOR.

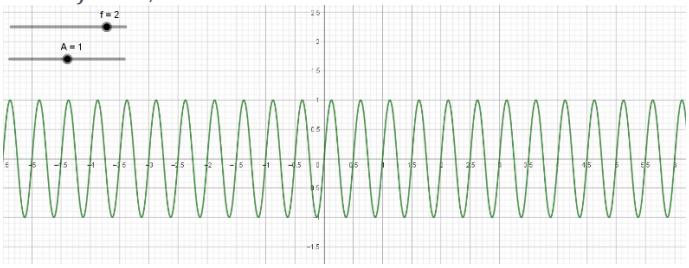


FIGURA 2: $A = 1\, Y\, f = 2$, EL TONO SE HACE MÁS AGUDO. FUENTE: AUTOR.

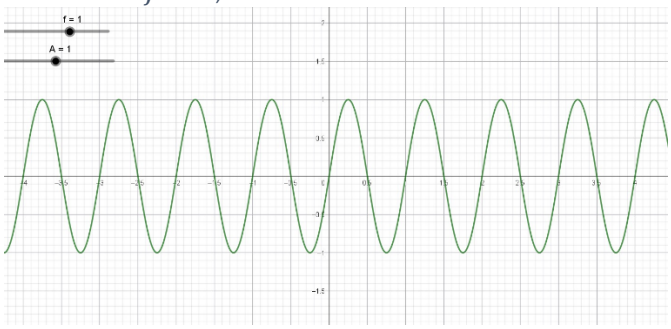


FIGURA 1: $A = 2\, Y\, f = 1$, EL VOLUMEN AUMENTA. FUENTE: AUTOR.

[1]~~El desarrollo conceptual y visua~~l de esta sección toman como inspiración el análisis matemático presentado en [3].

Antes de empezar a desmenuzar esto debemos dar otro concepto **los armónicos**. Son la manera en que vibra una cuerda y no solo hay uno puede haber muchos. Si hiciéramos vibrar una cuerda y solo hay una cresta que va de arriba hacia abajo se le conoce como el **primer armónico** (f), **el segundo armónico** $(2f)$ tiene dos crestas, **el tercer armónico** $(3f)$ tiene tres crestas, etc. Aunque los armónicos son sonidos agradables al oído, no aportan mucha riqueza musical cada uno por separado.

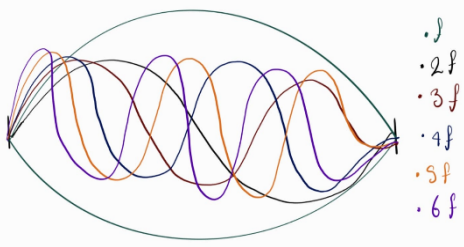


FIGURA 4: REPRESENTACIÓN DE LOS ARMÓNICOS. FUENTE: AUTOR.

Una propiedad fascinante de estos armónicos es que una cuerda de longitud total L, sujetada por ambos extremos, solo puede vibrar en proporciones que mantengan sus extremos fijos [4]. Esta restricción geométrica obliga a la cuerda a dividirse en partes iguales para generar sonido:

- El **primer armónico** vibra en la longitud total: L
- El **segundo armónico** divide la cuerda exactamente a la mitad: $\frac{L}{2}$
- El **tercer armónico** la divide en tres partes iguales: $\frac{L}{3}$

Si sumamos las longitudes de estas proporciones fundamentales que habitan simultáneamente en la cuerda cuando pulsamos, obtenemos la siguiente relación:

$$L + \frac{L}{2} + \frac{L}{3} + \frac{L}{4} + \cdots$$

Al factorizar la longitud original L, aparece la famosa **serie armónica**:

$$L\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \cdots\right) = L\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$$

A esta sucesión matemática infinita de longitudes proporcionales se le conoce formalmente como *serie armónica:*

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}.$$

Pero estos armónicos no suenan uno por uno, sino que suenan todos al mismo tiempo; supongamos que hacemos vibrar una cuerda de una guitarra, la cuerda vibrará de arriba hacia abajo hasta detenerse y en esa única cuerda suenan todos los armónicos, pero en diferentes volúmenes. Así podemos ver que la combinación de sonidos simples hace sonidos complejos.

Como vimos, la serie armónica es la base de las melodías y el volumen de los armónicos hace que los instrumentos musicales se diferencien unos de otros. Si hacemos sonar una flauta, suena completamente diferente a un violín, pero si pudiéramos modificar el volumen de cada uno de los armónicos podríamos obtener un sonido similar al de un violín. Así es como se conecta la fórmula del principio con los armónicos, pues la función sinusoidal describe matemáticamente los fenómenos periódicos que oscilan de manera suave y repetitiva, como son las ondas sonoras, y da la casualidad de que los armónicos son esas ondas combinadas que nos pueden dar sonidos tan agradables como disonantes.

Las escalas

Acabamos de ver que el sonido esconde en su interior a la **serie armónica**. Ahora, para poder entender este nuevo lenguaje deberíamos tener algún tipo de alfabeto, y ahí es donde aparecen las escalas musicales. Estas no se inventaron de la nada; en realidad, fueron extraídas directamente de las proporciones exactas de la serie armónica usando un poco de geometría, pues la manera de elegirlas no es arbitraria.

Si recordamos que el segundo armónico vibra exactamente al doble de la frecuencia (multiplicar o dividir por 2), descubrimos el origen de las **octavas** (la distancia de ocho notas consecutivas en una escala diatónica, que nos indica si un sonido es la versión grave o aguda de una misma nota). Asimismo, si tomamos la relación que hay entre el tercer armónico $3f$ y el segundo $2f$, obtenemos la proporción exacta de $\frac{3}{2}$. Multiplicar la frecuencia por esta proporción de $\frac{3}{2}$ (lo que en el mundo físico equivale a pisar la cuerda para reducirla exactamente a $\frac{2}{3}$ de su tamaño original) da como resultado las **quintas** (el segundo intervalo más estable de la música, fundamental en la formación de acordes y en el círculo de quintas que organiza las tonalidades).

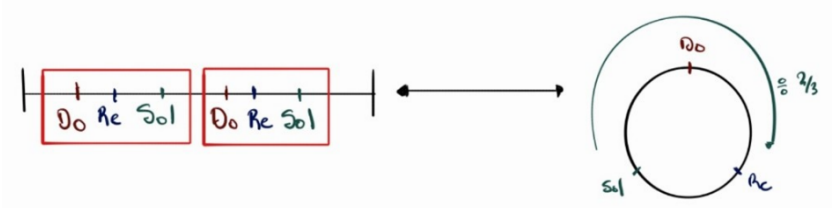


FIGURA 5: QUINTAS Y EL CIRCULO. FUENTE: AUTOR.

Como dijimos al principio, esta parte incluye geometría y aquí la usaremos. Para crear escalas musicales agradables, necesitamos simetría: si organizamos las notas

en un círculo y al unirlas obtenemos una forma geométrica regular, la escala es simétrica y funciona; en caso contrario, no es simétrica y se descarta.

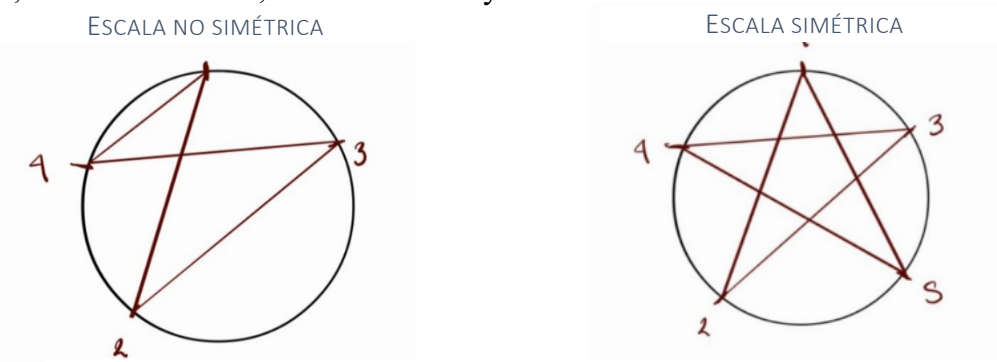


FIGURA 6: COMPARACIÓN VISUAL ENTRE UNA ESCALA NO SIMÉTRICA Y UNA SIMÉTRICA. FUENTE: AUTOR.

Las escalas simétricas funcionan porque entre cualesquiera de sus notas y la quinta de esa nota, siempre hay el mismo número de separación. Así, después de la escala pentatónica (de 5 notas), la siguiente escala simétrica es la de 7 notas musicales que nacen directamente de encadenar las primeras quintas de una cuerda.

Si siguiéramos sacando quintas a estas notas musicales aparecería la escala cromática, que se compone de 12 notas musicales y es la base de cualquier arreglo musical. Notemos que las siguientes notas musicales caen intercaladas entre las 7 que ya teníamos; así, podemos observar que las primeras 7 notas musicales son las teclas blancas del piano y las otras 5 son las teclas negras.

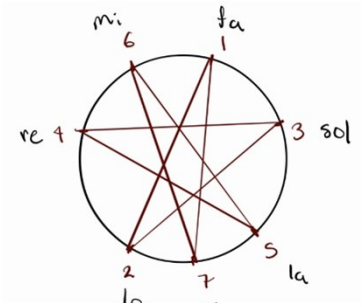


FIGURA 7: ESCALA DE 7 NOTAS. FUENTE: AUTOR.

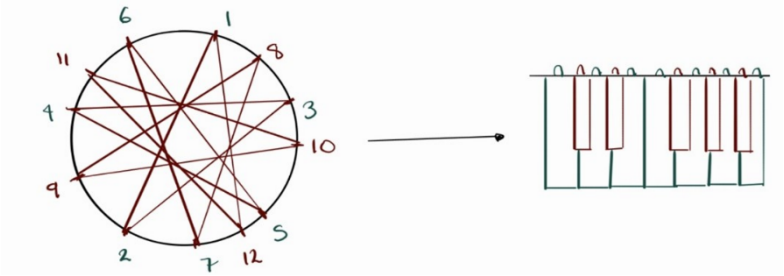


FIGURA 8: ESCALA CROMÁTICA Y LA RELACIÓN CON LAS TECLAS DEL PIANO. FUENTE: AUTOR

Por último, y como resultado de todo este viaje por la geometría y las notas musicales, aparece la fórmula para hallar la frecuencia exacta de cualquier nota musical en este sistema:

$$F_n = 440 * 2^{\frac{n}{12}}\ [3].$$

Donde 440 representa los hercios (Hz) de la frecuencia central (comúnmente la nota La), y n es el número de pasos o semitonos de distancia desde esa nota central, utilizando la proporción geométrica de $2^{\frac{n}{12}}$ para saltar de nota en nota multiplicando o dividiendo.

El infinito (∞) y π

Más allá de las escalas y los sonidos, lo que realmente es interesante, y el punto de todo esto, no parte de lo que escuchamos cuando una cuerda vibra, sino en lo que parece que se extiende hacia la eternidad.

La música se podría decir viaja al infinito; las matemáticas nos demuestran que, en el interior de una sola melodía, sonido o una nota habitan una infinidad de frecuencias y, como vimos en el inicio, una serie armónica que diverge hacia el infinito. Pero ¿qué significa que diverge? Y más

aún, ¿por qué la serie armónica diverge? Recordemos que el modelo teórico dice que la cuerda se divide en fracciones cada vez más pequeñas $(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, ...)$. Nuestra intuición nos puede decir que si sumamos números cada vez más pequeños indefinidamente se acercarían a un número en específico, pero esto es falso. Veamos por qué esto sucede:
Recordemos la serie armónica.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}.$$

Llamemos S a la siguiente suma:

$$S = 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \cdots$$

Luego agrupemos estas sumas de la siguiente manera:

Suma de dos términos:

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right).$$

Suma de cuatro términos:

$$\left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right).$$

$$\vdots$$

Y así sucesivamente.

Podemos notar que:

$$\frac{1}{3} > \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{4} > \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2} \;\; y \;\; \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} > \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}.$$

Este proceso se repetirá indefinidamente, entonces podemos escribir lo siguiente:

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \cdots = S > 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \cdots$$

Así, notamos que si sumamos una infinidad de veces $\frac{1}{2}$ la suma nunca termina y por lo tanto se extiende al infinito. Y esto significa que algo diverge, en pocas palabras no tiene fin.
Ahora que ya sabemos que diverge, si todos los armónicos sonaran con la misma fuerza, la suma de todos los armónicos tendería al infinito, teóricamente. Pero ¿por qué los armónicos no pueden sonar todos con la misma fuerza? La respuesta nos la da la manera en la que se crea el sonido. Por ejemplo, para hacer sonar la cuerda de una guitarra tenemos que jalarla desde un punto y esto hace que se deforme la cuerda y creamos un ángulo agudo, así en ese instante antes de soltar, la cuerda tiene la forma geométrica de un triángulo.

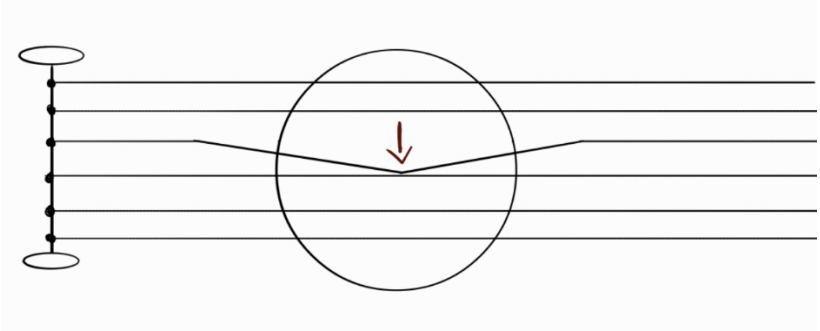


FIGURA 9: CUERDA DE UNA GUITARRA AL TOCARLA. FUENTE: AUTOR.

Por el teorema de las series de Fourier, sabemos que la naturaleza debe "reconstruir" esa forma triangular inicial sumando infinitas ondas sinusoidales puras (los armónicos), para obtener una forma como la de la Figura 1 [4]. Al calcular los coeficientes necesarios para construir las líneas

rectas de ese triángulo usando puras ondas, el resultado dice que la amplitud (o el volumen) de cada armónico decae rápidamente de manera que es inversamente proporcional al cuadrado de su posición, es decir, $\frac{1}{n^2}$.

Esta realidad física evita que el sonido colapse en una suma infinita y crea una nueva estructura donde el volumen se rige por la siguiente serie:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Y para nuestra fortuna, esta serie converge. Pero ahora ¿qué significa que converge? Bueno, para responder esa pregunta debemos ver qué es lo que sucede con esta suma que también se extiende al infinito.

En esta ocasión nos ayudaremos de la fracción $\frac{1}{n(n-1)}$.

Sabemos que para cualquier $n \geq 2$ sucede lo siguiente:

$$n^2 \geq n(n-1).$$

Y si invertimos la desigualdad obtenemos:

$$\frac{1}{n^2} < \frac{1}{n(n-1)} = \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\ .$$

Podemos ver que ya obtuvimos el término que se suma indefinidamente hasta el infinito, ahora vamos a ver qué le sucede al término de la derecha si también lo sumamos.

$$\sum_{n=1}^{k} \frac{1}{n-1} - \frac{1}{n} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{k-1} - \frac{1}{k}\right).$$

Podemos ver que algunos términos se cancelan como:

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 0,$$
$$-\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 0,$$
$$-\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = 0,$$
$$\vdots$$

Al final solo nos quedarán los términos:

$$1 - \frac{1}{k}.$$

Llamaremos

$$S_k = 1 - \frac{1}{k}.$$

Por último, veremos qué pasa cuando k tiende al infinito ($k \to \infty$). Así,

$$\lim_{k\to\infty} \left(1 - \frac{1}{k}\right) = 1.$$

Como nuestra serie original era:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} < 1.$$

Notemos que omitimos el primer término (que es 1) para la comparación. Al demostrar que el resto de la serie está estrictamente acotada por 1, y al ser una suma de términos positivos (monótonamente creciente), concluimos por el Teorema de Convergencia Monótona que toda la serie converge a un valor menor que 2. Es decir, se acerca a un número en específico; el valor exacto al que converge esta serie, un famoso enigma matemático conocido como el **Problema de Basilea**, es $\frac{\pi^2}{6}$.

Pero estábamos hablando únicamente de cuerdas y fracciones, ¿de dónde salió el número π? La respuesta nos la da el matemático Leonard Euler al conectar las ondas con las series de Taylor. [5] Euler tomó la función seno (la misma función sinusoidal que usamos al principio para modelar el sonido) y la expandió usando su serie de Taylor:

$$sen(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

Si dividimos toda la ecuación entre x, obtenemos:

$$\frac{sen(x)}{x} = 1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \cdots$$

Euler notó que a esta serie infinita la podía usar como un polinomio y así obtener sus raíces (los puntos donde se hace cero). Sabemos que las raíces de $\frac{sen(x)}{x}$ son exactamente los múltiplos de π, es decir:$\pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi$, ...

Al factorizar el "polinomio" usando sus raíces, Euler obtuvo:

$$\frac{sen(x)}{x} = \left(1 - \frac{x^2}{\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{4\pi^2}\right)\left(1 - \frac{x^2}{9\pi^2}\right)\cdots$$

Luego Euler multiplicó los términos de esta expansión y se fijó únicamente en el coeficiente que acompañaba a la variable x^2.

En la serie de Taylor original, el coeficiente x^2 es $-\frac{1}{3!}$. Así, en su versión factorizada, el coeficiente de x^2 resulta de sumar todos los denominadores:

$$-\left(\frac{1}{\pi^2} + \frac{1}{4\pi^2} + \frac{1}{9\pi^2} + \cdots\right) = -\frac{1}{\pi^2}\left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \cdots\right).$$

Entonces, igualamos ambos coeficientes:

$$-\frac{1}{6} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}.$$

Multiplicando ambos lados por -π2, obtenemos que:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

De esto podemos concluir que el sonido está determinado por el número irracional π. La energía total de todos los armónicos infinitos que suenan en una nota musical converge en una proporción casi exacta dictada por la misma constante que define círculos perfectos.

Hemos visto que la música no es un arte aislado de la ciencia, las demostraciones comprueban que no son mera casualidad el cómo funcionan las melodías. La geometría, el cálculo, el álgebra, la física son la explicación científica de la paz, tensión, alegría, tristeza o cualquier sentimiento que nos haga sentir la música intentando averiguar el porqué de las series divergentes y convergentes. Pitágoras tenía razón en intuir que existía una "armonía de las esferas". Y como las matemáticas construyen las melodías que escuchamos, son la arquitectura invisible de la música.

Referencias

[1] MideBien. (2012). Pitágoras y su escala musical. Recuperado de https://midebien.com/pitagoras-y-su-escala-musical/

[2] Grout, D. J., y Palisca, C. V. (2001). Historia de la música occidental. Alianza Editorial.

[3] Lemnismath. (2018). ¿Por qué tenemos 12 notas musicales? Música y matemáticas [Archivo de video]. YouTube. https://www.youtube.com/watch?v=P7iC-fbdKmQ

[4] Russell, D. A. (2011). The Vibration of a Fixed-Fixed String. Graduate Program in Acoustics, The Pennsylvania State University. Recuperado de https://www.acs.psu.edu/drussell/Demos/string/Fixed.html

[5] Dunham, W. (1999). Euler: The Master of Us All. Mathematical Association of America.

¿Mito o método? Una revisión de la influencia de la razón áurea en la composición artística

José Gael Huerta Granados
Estudiante
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

Introducción

¿Acaso es un acercamiento a la perfección o simplemente una exageración?" Esta pregunta ha acompañado a la razón áurea a lo largo de los siglos. Ha fascinado desde el mismísimo padre de la geometría, Euclides de Alejandría, hasta los matemáticos de hoy en día. Esta proporción, presentada como una regla estética en el mundo del arte, ha sido fuertemente cuestionada por diferentes investigadores y amada por sus defensores, que ven en esta razón un método usado por grandes artistas. El objetivo de este trabajo es revisar críticamente la influencia del número dorado. Para ello, hablaremos sobre su definición matemática, su contexto histórico y analizaremos los argumentos de ambas posturas, para después concluir si realmente la razón áurea merece ser considerada un método o, por el contrario, un simple mito.

Definición matemática de la razón áurea

La razón áurea, denotada por la letra griega ϕ (phi) en honor al escultor Fidias [Livio, 2002], se define geométricamente como la división de un segmento en "extrema y media razón". Según la definición de Euclides: "Una línea recta se dice que ha sido cortada en extrema y media razón cuando la línea entera es al segmento mayor como el segmento mayor es al menor" [Livio, 2002, p. 3].

Algebraicamente, esta definición conduce a la ecuación:

$$\frac{a+b}{a} = \frac{a}{b} = \phi,$$

de donde se obtiene $\phi^2 = \phi + 1$. Resolviendo esta ecuación cuadrática:

$$\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx 1{,}6180339887\ldots$$

Livio [Livio, 2002, p. 86] señala dos propiedades notables de este número: su cuadrado equivale a sumarle la unidad ($\phi^2 = \phi + 1 \approx 2{,}618$), y su recíproco equivale a restarle la unidad ($1/\phi = \phi - 1 \approx 0{,}618$).

Además, la razón áurea está íntimamente relacionada con la sucesión de Fibonacci (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34. . .), ya que "el cociente entre dos números consecutivos de Fibonacci oscila pero se

acerca cada vez más al número áureo" [Livio, 2002, p. 101]. Esta propiedad puede observarse en la siguiente tabla:

n	F_n	F_{n+1}/F_n
1	1	1.000000
2	1	2.000000
3	2	1.500000
4	3	1.666667
5	5	1.600000
6	8	1.625000
7	13	1.615385
8	21	1.619048
9	34	1.617647
10	55	1.618182

Cuadro 1: Aproximación de la razón áurea mediante cocientes de números de Fibonacci.

Se puede demostrar que el límite de esta sucesión de cocientes es precisamente ϕ. Definimos:

$$L = \lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}.$$

Como $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$, tenemos:

$$\frac{F_{n+1}}{F_n} = \frac{F_n + F_{n-1}}{F_n} = 1 + \frac{F_{n-1}}{F_n}.$$

Pero $\frac{F_{n-1}}{F_n} = 1/(\frac{F_n}{F_{n-1}})$.

Si la sucesión converge, tanto $\frac{F_{n+1}}{F_n}$ como $\frac{F_n}{F_{n-1}}$ tienden al límite L.

Por lo tanto:

$$L = 1 + 1/L.$$

Multiplicando por L: $L^2 = L + 1$, es decir, $L^2 - L - 1 = 0$. Resolviendo:

$$L = (1 \pm \sqrt{5})/2.$$

La solución positiva es $\phi = (1 \pm \sqrt{5})/2 \approx 1{,}6180339887\ldots$ Así queda demostrado que:

$$\phi = \lim_{n\to\infty} \frac{F_{n+1}}{F_n}.$$

Contexto histórico

Los pitagóricos y el pentagrama

Los pitagóricos tenían cierta apreciación por algunos números. En particular, el número 5 simbolizaba el amor y el matrimonio. Aparentemente usaban el pentagrama como símbolo de su hermandad y lo llamaban "salud". El pentagrama está relacionado con el pentágono regular, pues si se conectan todos sus vértices por diagonales se obtiene un pentagrama. Estas diagonales

forman un pentagrama y un pentágono aún más pequeño, y este proceso puede repetirse infinitamente. La propiedad fundamental es que los segmentos, en orden decreciente de longitud, cumplen que cada segmento es más pequeño que el anterior por un factor igual a la razón áurea ϕ [Livio, 2002, p. 35].

Euclides y el pentágono regular

Euclides definió la razón dorada como $AC/CB = AB/AC$. En palabras de Livio: "el segmento más largo es al segmento más corto como la línea entera es al segmento más largo" [Livio, 2002, p. 81]. Esta definición tuvo una relación directa con el pentágono regular (regular porque sus lados y ángulos son iguales). Si se trazan dos diagonales en un pentágono regular, se forman tres triángulos isósceles (con dos lados iguales). El triángulo central ADB tiene ángulos de 36°, 72° y 72°. Si se traza una línea que forme un triángulo con ángulos internos iguales al original (es decir, semejante), se puede probar que la división de la línea cumple con la proporción dorada. Más aún, la razón del segmento AD al segmento DB es igual a esta proporción [Livio, 2002, p. 83].

Pacioli y la Divina Proporción

En 1509, el fraile franciscano Luca Pacioli publicó *De Divina Proportione*, un libro ilustrado por su amigo Leonardo da Vinci [Livio, 2002, p. 131]. Pacioli la llamó *divina* por cinco razones basadas en su fe: (1) es única, como Dios; (2) involucra tres longitudes, como la Santísima Trinidad; (3) es irracional y no puede expresarse con números exactos, así como Dios no puede explicarse con palabras; (4) es omnipresente, como Dios en el universo; y (5) está presente en el dodecaedro, que representaba el cosmos [Livio, 2002, p. 132]. Esta visión religiosa contribuyó a que la proporción áurea adquiriera un aura mística. Curiosamente no hay evidencia de que el propio Leonardo haya aplicado esta proporción en sus pinturas.

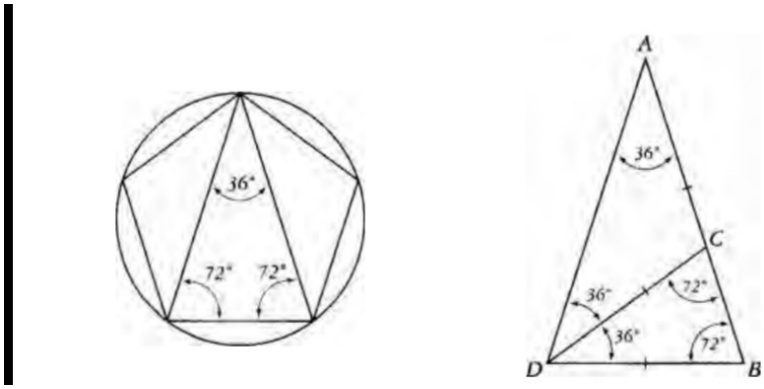


Figura 1: Pentágono regular con diagonales. El triángulo central tiene ángulos de 36°, 72° y 72°. La razón entre los segmentos AD y DB es igual a la razón áurea ϕ. Fuente: adaptado de Livio (2002, p. 84).

El nacimiento del mito: Zeising

Pacioli vinculó la razón áurea con lo divino y el investigador alemán Adolf Zeising en el siglo XIX la convirtió en una ley universal de la belleza. En una serie de publicaciones, Zeising afirmó que la razón áurea se encuentra en la naturaleza, el arte, la arquitectura e incluso en las proporciones del cuerpo humano [Livio, 2002, p. 178]. Sus afirmaciones, carentes de evidencia sólida, como un efecto mariposa fueron repetidas por innumerables autores y dieron origen al mito moderno de que la razón áurea es un principio estético universal.

Casos de estudio

1) Arquirectura

El partenón. Markowsky [Markowsky, 1992, p. 8] señala que múltiples fuentes afirman que el Partenón de Atenas tiene relación con la razón áurea de alguna manera. Según estos autores, las dimensiones del templo podían ajustarse casi exactamente a un rectángulo áureo. Sin embargo, Markowsky observa que existe una gran variedad de dimensiones reportadas para el Partenón, probablemente porque los autores midieron desde diferentes puntos de referencia [Markowsky, 1992, p. 8-9].

Por ejemplo, Trachtenburg y Hyman reportan una altura de 45 pies 1 pulgada y un ancho de 101 pies 3.75 pulgadas, lo que da una proporción ancho/altura de aproximadamente 2.25, muy lejana del valor de $\phi \approx 1{,}618$ [Markowsky, 1992, p. 9]. Además, las figuras que pretenden demostrar el rectángulo áureo suelen omitir partes del edificio o trazar líneas de manera arbitraria.

La pirámide de Guiza. En diferentes libros se afirma que la pirámide de Guiza fue elaborada con la razón áurea, pero esto carece de evidencia científica. No existe evidencia de que los egipcios conocieran esta proporción [Markowsky, 1992, p. 8].

El argumento más citado proviene de un relato según el cual las dimensiones de la Gran Pirámide fueron elegidas de manera que el área de un cuadrado con lado igual a la altura fuera igual al área de un triángulo de la cara [Markowsky, 1992, p. 6]. Markowsky demuestra que esta afirmación se basa en una mala interpretación de Herodoto, quien describió la pirámide como "un cuadrado de 800 pies cada lado y la altura igual" [Markowsky, 1992,
p. 7], lo cual es inexacto.

2) Pintura

La Mona Lisa. Markowsky [Markowsky, 1992, p. 10] señala que, a pesar de las afirmaciones populares, no hay evidencia de que Leonardo da Vinci utilizara la razón áurea en la Mona Lisa. Las biografías del artista no mencionan el uso de esta proporción en sus pinturas [Markowsky, 1992, p. 11].

Leonardo pintó la Mona Lisa entre 1503 y 1506, y su encuentro con Luca Pacioli (quien popularizó la "Divina Proporción") ocurrió en 1496. Sin embargo, no existe ningún archivo donde Leonardo afirme haber utilizado la razón áurea en esta obra.

La Última Cena. Al igual que con la Mona Lisa, se ha afirmado que La Última Cena de Leonardo da Vinci contiene la razón áurea en sus dimensiones o en la disposición de los apóstoles. Livio [Livio, 2002, p. 9] señala que estas afirmaciones carecen de evidencia documental.

Análisis crítico: ¿mito o método?

Considero que la razón áurea es más un mito que un método estético. Principalmente, es algo que tuvo fuerza gracias a su influencia religiosa, desde que Pacioli la llamó "divina proporción". Todos los casos presentados tienen en común su falta de evidencia documental: no hay cartas, cuadernos o algún archivo donde los artistas afirmen haberla utilizado.

Los defensores de esta proporción suelen hacer mediciones arbitrarias para "aproximarse" a ϕ. Como señala Markowsky [Markowsky, 1992, p. 5], esta búsqueda insistemática es una *falacia*

piramidológica: se ajustan los puntos de medición hasta que la proporción se acerca a 1.618. Livio [Livio, 2002, p. 46] ejemplifica esto midiendo un televisor común y encontrando valores cercanos a ϕ, lo que no significa que el fabricante lo haya diseñado con esa proporción.

Discusión. El mito persiste porque la gente lo ve como algo atractivo, como una regla estética no escrita que se debe seguir, a pesar de la falta de evidencia. Además, su nombre "Divina proporción"
influyó profundamente en la mente de las personas, otorgándole un aura de perfección y misterio que la divulgación científica ha repetido durante décadas. Sin embargo, no toda la historia es mito. Artistas modernos como Salvador Dalí sí utilizaron conscientemente la razón áurea en sus obras, inspirados por las lecturas de Pacioli [Livio, 2002, p. 9]. El problema no es la proporción en sí misma, sino la creencia de que constituye una ley universal de la belleza que los grandes maestros del pasado siguieron secretamente.

Conclusiones. La razón áurea es más un mito que un método. Hemos visto que los casos presentados carecen de evidencia documental. Sin embargo, a pesar de todo esto, sigue siendo un caso matemático bastante fascinante, con propiedades únicas que justifican su estudio.

Referencias

Mario Livio. *The Golden Ratio: The Story of Phi, the World's Most Astonishing Number*. Broadway Books, Nueva York, 2002.
George Markowsky. Misconceptions about the golden ratio. *The College Mathematics Jour-nal*, 23(1):2–19, 1992.

Para Pensar: Frases célebres

David Hilbert: Matemático que nació el *23 de enero de 1862* en Königsberg, Prusia (actualmente Kaliningrado, Rusia) y falleció el 14 de febrero de 1943. Fue uno de los científicos más influyentes y universales de finales del siglo XIX y principios del XX.



Publicó en 1899 el libro *Grundlagen der Geometrie* (Fundamentos de la geometría), donde reformuló los axiomas de Euclides de forma rigurosa y moderna, eliminando los vacíos lógicos del texto original. En el año 1900, durante un congreso en París, presentó una famosa lista de 23 *problemas matemáticos* sin resolver. Esta lista guió y estimuló gran parte de la investigación matemática de todo el siglo XX.
Impulsó el formalismo matemático y el llamado *Programa de Hilbert*, buscando demostrar que la matemática era un sistema lógico consistente y completo

"¡El infinito! Ninguna otra cuestión ha conmovido tan profundamente el espíritu humano"

" Nadie nos expulsará del paraíso que Cantor creó para nosotros"
(refiriéndose a Georg Cantor y la teoría de conjuntos)

Para sonreir, divertirse y reflexionar

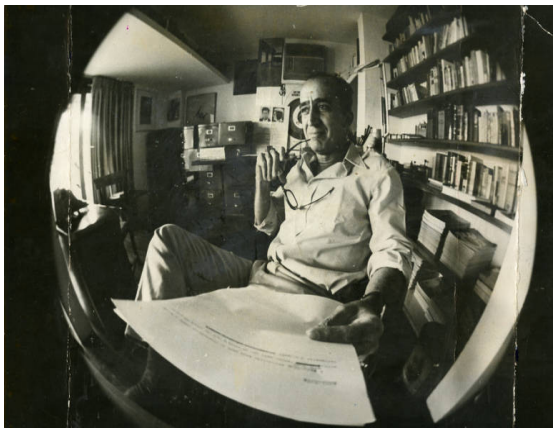
¿Qué le dice un vector a otro?
¿Tienes un momento?





Poesía Mayo-Agosto

Millôr Fernandes (1923–2012) fue uno de los intelectuales, humoristas gráficos, escritores, periodistas y dramaturgos más influyentes de Brasil. Destacó por su ingenio mordaz, su ironía y su aguda crítica social y política. Quedó huérfano a muy temprana edad y c omenzó su carrera periodística de forma autodidacta a los 14 años. Trabajó durante casi dos décadas en la influyente revista brasileña *O Cruzeiro*. Además de sus propios libros y obras teatrales, fue considerado uno de los mejores traductores de William Shakespeare al portugués, además de traducir a autores como Chéjov y Molière.

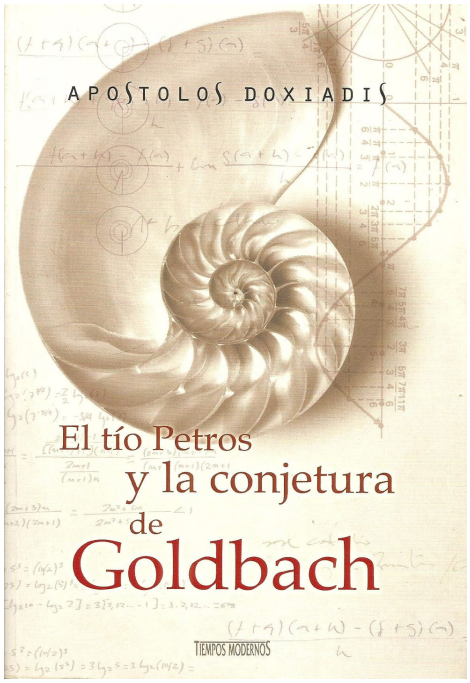


POESÍA MATEMÁTICA

En las muchas hojas
Del libro de matemáticas
Un Cociente se enamoró
Un día dolorosamente
De una Incógnita.

La vio con su mirada innumerable
y la vio desde el ápice a la base:
Una figura impar;
ojos de robot, boca de trapecio,
cuerpo rectangular, senos esferoides.
Hizo de la suya una vida
paralela a la de ella,
hasta que se encontraron
en el infinito.
<<¿Quién eres tú? >> -indagó ella
con ansia radical.
<<Pero puedes llamarme hipotenusa >>
Y de hablar descubrieron que eran
(lo que en aritmética corresponde a las almas hermanas)
primos entre sí.
Y así se amaron
al cuadrado de la velocidad de la luz,
en una sexta potencia
trazando ,
al sabor del momento
y de la pasión,
rectas, curvas, círculos y líneas sinusoidales
en los jardines de la cuarta dimensión.
Escandalizaron a los ortodoxos de las formas euclidianas
y a los exegetas del Universo infinito.
Rompieron convenciones newtonianas y pitagóricas.
Y en fin resolvieron casarse,
constituir un hogar,
más que un hogar, una perpendicular.
Invitaron como padrinos
al Polígono y a la Bisectriz.
E hicieron planos y ecuaciones y diagramas para el futuro
soñando con una felicidad
integral y diferencial.
Y se casaron y tuvieron una secante y tres conos
muy graciosillos
Y fueron felices
hasta aquel día
en que todo se vuelve al fin
monotonía.
Fue entonces cuando surgió
El Máximo Común Divisor.
Ofreciole, a ella,
una grandeza absoluta
y la redujo a un denominador común.
Él, Cociente, percibió
Que con ella no formaba un todo,
una unidad.
Era un triángulo, llamado amoroso.
De ese problema él era una fracción
la más ordinaria,
Pero fue entonces cuando Einstein descubrió la Relatividad
Y todo lo que era espurio pasó a ser
moralidad
Como en cualquier sociedad.

Recomedación de libro



Libro: *El tío Petros y la conjetura de Golbach*

Autor: *Apostolos Doxiadis*

Editorial*: Tiempos modernos*

Cuando el sobrino entra a la universidad y le dice a su tío Petros que quiere ser matemático, este decide ponerlo a prueba para desanimarlo y protegerlo de ese mundo tan duro. Le da un problema aparentemente sencillo para que lo resuelva durante las vacaciones de verano: *demostrar que todo número par mayor que dos es la suma de dos números primos.*
El joven pasa meses obsesionado e intentando resolverlo sin éxito, hasta que un amigo de la universidad le revela la verdad: su tío le ha puesto una trampa. Le dio la *conjetura de Goldbach,* un problema real que los mejores científicos del mundo no han podido resolver en más de dos siglos. El sobrino, enfadado por el engaño, confronta a Petros y es ahí donde el anciano decide abrirse y contarle su verdadera historia.
El libro narra la historia de un brillante pero aislado matemático que dedicó su vida entera a resolver uno de los problemas sin solución más antiguos de la ciencia: la *conjetura de Goldbach*.
A través de los ojos de su sobrino, la obra explora el contraste entre el genio y el aparente fracaso, mostrando cómo la *obsesión intelectual* extrema puede devorar la vida de una persona y apartarla del mundo real.

Reseña de libro

Título: *La fórmula favorita del profesor*

Autor: *Yoko Ogawa*

Editorial: *Tusquet*

La trama principal: La historia sigue a una madre soltera que entra a trabajar como asistenta en la casa de un viejo y brillante *profesor de matemáticas*. El profesor sufrió un grave accidente automovilístico años atrás que le dejó una secuela muy particular: su memoria a corto plazo dura exactamente *80 minutos*. Cada mañana, el profesor despierta olvidando por completo quién es su asistenta, por lo que debe volver a conocerla a través de las notas que lleva prendidas con alfileres en su ropa.

El lenguaje de los números: Al carecer de recuerdos recientes, el profesor se comunica y expresa sus sentimientos a través de las matemáticas. Pronto, un vínculo profundo nace entre él, la asistenta y el hijo de diez años de ella (a quien el profesor apoda cariñosamente "Root" por la forma de su cabeza, que le recuerda al símbolo de la raíz cuadrada).

Las matemáticas como refugio: En lugar de ser fríos, los números se convierten en poesía. El profesor les enseña a ver la magia detrás de los *números primos*, los *números amigos* (como el 220 y el 284, cuyas sumas de divisores se corresponden mutuamente) o la elegancia de la Identidad de Euler, considerada la fórmula más bella de la historia. El álgebra se vuelve una herramienta de sanación para tres almas solitarias que forman una hermosa familia improvisada.

Es una lectura corta, conmovedora y profundamente tierna que te reconcilia con las matemáticas, demostrando que detrás de las ecuaciones hay una inmensa capacidad de dar amor.



Yoko Ogawa es una de las escritoras contemporáneas más célebres y respetadas de Japón, ganadora de prestigiosos galardones literarios de su país como el Premio Akutagawa:

Actividades de la Academia de Matemáticas y Otros Eventos

Coloquio Mensual de Matemáticas

Ponente: *Agíustín Contreras Carreto*
Título: **La elegancia de Euclídes**
Resumen: *Un recorrido de cómo Euclídes estableció las demostraciones correctas de semejanza triángular*
Día: *5 noviembre de 2026*
Lugar: *FM9 109*
Hora: *12hrs*

Publicaciones de la Academia de Matemáticas

Libro de Matemáticas y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP
Publica capítulos expositorios y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2027. Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: David Herrera Carrasco dherrera@fcfm.buap.mx y Fernando Macías Romero fmacias@fcfm.buap.mx
Los trabajos recibidos después del 6 de enero (del año en curso) se tomarán en cuenta para un año después.

Libro de Topología y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP
Publica capítulos expositorios y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2027. Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: José Juan Angoa Amador jangoa@fcfm.buap.mx, Raúl Escobedo Conde escobedo@fcfm.buap.mx, Agustín Contreras Carreto acontri@fcfm.buap.mx, María de Jesús López Toriz mjlopez@fcfm.buap.mx
La publicación del libro es anual, según sean las condiciones económicas del cuerpo académico de topología y sus aplicaciones.

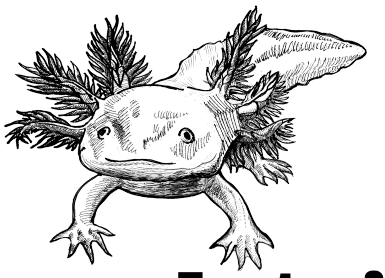
Se invita a la comunidad a enviar trabajos de divulgación, problemas matemáticos, sugerencias de libros, comentarios, etc., a los e-mails:
pdsoto@fcfm.buap.mx, acontri@fcfm.buap.mx

Las contribuciones deberán estar escritas en word con letra times new roman de 12 puntos.

Compiladores: Docentes de la Academia de Matemáticas, véase lista de docentes en www.fcfm.buap.mx/academiam/

Responsables de la Edición:
Patricia Domínguez Soto,
Agustín Contreras Carreto,
José Juan Angoa Amador

Colaboradores:
Mónica Macías Pérez FCFM, BUAP
Carlos. Cabrera Ocañas IMATE, Cuernavaca, UNAM
Fernando Macías Romero FCFM, BUAP



axolote'
Revista mensual de la Academia de Matemáticas

Diseño logo: *Santiago Sienra y Guillermo Sienra (Facultad de Ciencias, UNAM)*