FCFM

axolote'

Revista
Academia de Matemáticas

Editorial

En esta nueva edición de la Revista Axolote, la Academia de Matemáticas de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP continúa su labor de divulgación científica, abriendo espacios para la reflexión, la creatividad y el diálogo interdisciplinario. El Axolote, emblema de nuestra publicación, nos recuerda que la ciencia, como este fascinante anfibio, tiene la capacidad de regenerarse, adaptarse y encontrar nuevas formas de expresión en contextos cambiantes.

En este número hay una semblanza del Dr. Bustamante y los aspectos relevantes de su vida, su matemática y su investigación científica, conectando el pasado con el presente y mostrando cómo el conocimiento se construye a través de generaciones de investigadores y educadores comprometidos con la excelencia académica.

El ensayo sobre creatividad, autoría y límites en la era de la inteligencia artificial nos confronta con preguntas fundamentales sobre el futuro del conocimiento y la producción intelectual. En un momento histórico donde las herramientas computacionales transforman nuestra relación con la creación y el aprendizaje, es crucial reflexionar sobre qué significa ser creativo, qué entendemos por autoría y cómo podemos integrar estas nuevas tecnologías de manera ética y transparente en nuestros procesos académicos y científicos.

Los últimos dos artículos que presentamos en este número reflejan la riqueza y diversidad del pensamiento matemático contemporáneo. Desde la exploración histórica y filosófica de la trigonometría, que nos invita a redescubrir cómo el ser humano aprendió a medir el mundo a través del cielo, hasta los desafíos lógicos que ponen a prueba nuestra capacidad creativa y nos enseñan que toda solución puede tener múltiples caminos. Estos artículos nos recuerdan que las matemáticas no son solo un conjunto de fórmulas y procedimientos, sino un lenguaje que nos permite comprender patrones, estructuras y relaciones que subyacen tanto en la naturaleza como en el pensamiento humano.

Las secciones permanentes de nuestra revista —Para pensar, Para sonreír, Poesía, Libro recomendado y Reseña de libros— continúan enriqueciendo nuestra propuesta editorial, demostrando que la divulgación matemática puede ser rigurosa sin perder la sensibilidad, y que el conocimiento científico puede dialogar con la literatura, el arte y la reflexión filosófica.

Reconocemos el esfuerzo de todas y todos los colaboradores que hacen posible esta publicación, desde quienes escriben y revisan los artículos hasta quienes participan en el diseño y la edición. Su dedicación permite que la Revista Axolote siga siendo un referente de calidad y compromiso con la educación matemática en nuestro país.

Finalmente, queremos reiterar nuestro compromiso con la construcción de una ciencia más inclusiva, más reflexiva y conectada con las necesidades y aspiraciones de nuestra sociedad. La matemática, en su esencia, es un bien común que pertenece a toda la humanidad, y nuestra tarea como divulgadores es hacerla accesible, comprensible y relevante para el mayor número de personas posible.

Invitamos a nuestra comunidad a seguir participando activamente en este proyecto, enviando sus contribuciones, compartiendo sus ideas y ayudándonos a construir, página a página, un espacio donde el rigor académico y la creatividad se encuentren para generar conocimiento significativo y transformador.

La Revista Axolote es, y seguirá siendo, un testimonio del compromiso de la Academia de Matemáticas de la FCFM-BUAP con la excelencia académica, la divulgación científica y la formación integral de nuevas generaciones de matemáticos y científicos.

"Manifestamos nuestro enérgico rechazo al infinitamente cruel genocidio contra Palestina y también el ataque contra la hermana República de Venezuela. En particular a la destrucción del Instituto Venezolano de Investigaciones Científicas"

Dr. Jorge Bustamante González (1952-2025): semblanza de vida, amistad y vocación científica

Andrés Fraguela
Profesor Investigador
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

Dedicado, como homenaje póstumo a mi amigo Busta

La Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla despide con profundo pesar al Dr. ***Jorge Bustamante González***, profesor e investigador de excepcional rigor, cuya vida académica y humana dejó huellas indelebles en colegas, alumnos y amigos. Su fallecimiento, ocurrido el ***11 de noviembre de 2025***, deja un vacío real en la comunidad, especialmente para quienes tuvimos el privilegio de su amistad y nos obliga a detenernos y mirar con gratitud una trayectoria construida con talento, disciplina y una fidelidad inquebrantable a la honestidad intelectual y a la matemática como forma de pensamiento.

Orígenes y formación: una vocación que se abre paso.

Jorge Bustamante nació el ***16 de diciembre de 1952*** en ***Santiago de Cuba***, en el seno de una familia trabajadora; creció en ***Alto Songo***, un pequeño poblado ubicado a escasos 22 kilómetros de su ciudad natal. Su infancia y adolescencia transcurrieron en condiciones materiales difíciles, en el seno de un contexto familiar humilde y trabajador con un padre zapatero, una madre costurera y cuatro hermanos. Las dificultades económicas y las exigencias del servicio militar interrumpieron su escolaridad básica; sin embargo, tras finalizar el servicio militar pudo concluir la secundaria y se trasladó a Santiago de Cuba para cursar el preuniversitario, realizando viajes particularmente pesados desde su pueblo, y fue allí donde empezó a consolidarse su interés por la matemática que lo llevó a participar en olimpiadas nacionales de esa asignatura.

En 1974 ingresó a la Universidad de Santiago de Cuba para estudiar Matemática, pero en 1975, por solicitud institucional, se vio obligado a interrumpir la licenciatura para cursar filosofía y fortalecer la formación autodidacta que tenía sobre esos temas y de esa forma poder dedicarse a la docencia en ese ámbito, impartiendo las asignaturas de lógica y metodología de la investigación científica, mientras continuaba, con un esfuerzo casi autodidacta, su preparación matemática, que culminó con la ***presentación de su tesis de licenciatura en 1980*****,** la cual versó sobre estabilidad asintótica de sistemas autónomos de ecuaciones diferenciales, consolidando así su base matemática y definiendo su vocación definitiva. Iniciaba así la trayectoria de un joven matemático que ya apuntaba a la investigación de alto nivel.

Entre 1980 y 1985 trabajó en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Santiago de Cuba y en 1985 se trasladó a la Habana para incorporarse al ***Departamento de Teoría de Funciones y Análisis Funcional*** *de la* ***Facultad de Matemáticas y Computación*** de la Universidad de La Habana. Esa nueva etapa de su vida resultó ser decisiva por el giro y la expansión temática que sufrió su trabajo de investigación. A lo largo de esos años, su trabajo fue madurando con una coherencia notable entre profundidad técnica y amplitud cultural.

Yo estuve trabajando en ese departamento desde que me gradué en 1972 hasta 1980 en que me invitaron como Jefe del Departamento de Matemáticas y Física del Instituto de Cibernética, Matemática y Física (ICIMAF) de la Academia de Ciencias de Cuba.

Aunque durante la estancia de Bustamante en la Universidad de la Habana no llegamos a trabajar juntos, ya yo tenía el gusto de conocerlo desde mucho antes por las visitas que realizábamos el Dr. Miguel Jiménez Pozo y yo a Santiago de Cuba, en nuestra calidad de Presidente y Vicepresidente Primero de la ***Sociedad Cubana de Matemáticas y Computación***.

Desde 1980 yo había terminado mi primer doctorado en Rusia y me dedicaba al Análisis Funcional, la Teoría de Operadores y las Ecuaciones Diferenciales aplicados a la Física Matemática y por ello tenía vínculos muy estrechos con los grupos de ***Análisis Funcional y Teoría de Aproximación*** y de ***Teoría de Optimización y Control Óptimo****,* que en aquel momento era asesorado por el Dr. Vladimir Alexandrov y yo participaba en sus seminarios, lo cual resultó ser un escenario propicio para comenzar a forjar una amistad con Bustamante que perduró durante toda su vida y aún se conserva en mi recuerdo.

Más tarde y sin abandonar los frutos de sus nuevos trabajos, presentó en 1992 su tesis doctoral, basada en parte en sus trabajos sobre la aplicación de la teoría de las integrales singulares a los problemas de contorno de la variable compleja, línea que fue columna vertebral de su primera madurez científica.

Su llegada a la BUAP y una entrega sostenida hasta el final.

A finales de 1992 se integró a nuestra Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, donde yo ya me encontraba laborando desde el mes de junio del mismo año y a la que ambos llegamos, al igual que muchos otros colegas extranjeros posteriormente, a través del llamado ***Programa de Cátedras Patrimoniales de Excelencia Nivel II***, patrocinado por el CONACYT.

En 1995, le tocó vivir un periodo complejo cuando ciertos desacuerdos institucionales afectaron la colaboración entre las universidades de la Habana y Puebla que lo obligaron a contratarse un año en Cuernavaca, de donde regresó en 1996 y permaneció aquí hasta el último de sus días, con una constancia y dedicación que habla por sí sola y se pone de manifiesto en su gran legado académico y humano.

En esos años iniciales en México, Jorge vivió varios meses en mi casa donde se integró como parte de la familia y posteriormente se instaló en una casona del centro histórico donde compartía vivienda con varios colegas cubanos, y fue allí donde conoció a María Teresa Hernández López ("Tere"), su compañera de vida en México, a quien corresponde reconocer, con respeto y gratitud, su apoyo amoroso y comprensión, su dedicación cotidiana, su paciencia y su cuidado de Bustamante, especialmente en los periodos más difíciles.

El hombre: lealtad, conversación, música

Hablar de Jorge Bustamante solamente en términos de publicaciones o líneas de investigación sería injusto: fue, ante todo, una persona intensamente viva. Quienes compartimos con él lo recordamos como un amigo genuino, capaz de mostrar su solidaridad con hechos y no con declaraciones. En mi experiencia, su lealtad, su confiabilidad y su generosidad fueron sus rasgos característicos que más valoro.

Tenía convicciones firmes, a veces cercanas a la terquedad, cualidad que podía convertirse en motor impulsor cuando se proponía llevar a cabo alguna tarea difícil, pero que también lo llevaba, en ocasiones, a insistir en comportamientos que no le favorecían, sin ser capaz de oír consejos. Sin embargo, al mismo tiempo, poseía una sensibilidad rara pues era un romántico enamorado del arte, particularmente de la música y la poesía; un bohemio de conversación rica, con gusto por la tertulia y la ironía fina, capaz de improvisar décimas con picardía y lucidez, acompañado de su guitarra, en las reuniones con sus amigos.

Su vida musical no fue un simple pasatiempo: dejó un repertorio vasto, más de ***700 canciones***, grabó un disco de su propia música, realizó arreglos para un proyecto de jazz latino que llegó a presentarse en el circuito del ***Grammy*** y tenía una cultura musical envidiable; además, escribió poesía, un libro de poemas eróticos y dos novelas, una de ellas titulada *La Bohardilla* y llegó a participar en peñas literarias, conciertos y concursos nacionales de poesía en su natal Cuba. Incluso en los últimos tiempos hablaba de una segunda novela, ya concluida, con el deseo de verla publicada.

En su juventud siendo estudiante comenzó su vida bohemia acompañado de su guitarra y dando serenatas en Santiago de Cuba junto con otros amigos, posiblemente para poder subsistir. Sus entretenimientos favoritos eran la matemática, la música y el billar, el cual, por cierto, jugaba muy bien. Siempre que iba a su casa terminábamos tomando cerveza y jugando billar en una mesa profesional que tenía y nunca pude ganarle una sola partida.

En el trabajo era una persona exigente e incansable, siempre dispuesto a ayudar y a enseñar de forma muy generosa y desinteresada.

El científico: rigor, amplitud y una huella formativa

En matemáticas, su actividad fue variada y sólida, con énfasis en ***teoría de funciones**, **topología** y **teoría de aproximación***, lo cual lo condujo a ser acreedor del nivel de ***Investigador Nacional Emérito del SNII***.

Sus primeras investigaciones abarcan desde la estabilidad asintótica de sistemas autónomos de Ecuaciones Diferenciales, hasta trabajos en operadores integrales singulares de tipo Cauchy y su aplicación a problemas de contorno de la variable compleja; su doctorado (presentado en 1992) se apoyó en ese periodo de madurez en análisis complejo e integrales singulares.

Su paso por la teoría de aproximación incluye temas de gran riqueza que comienzan con el tema de la aproximación de Hermite–Padé que trata de la aproximación racional simultánea en espacios de funciones analíticas como una generalización de la aproximación de Padé y el estudio de sistemas de tipo Nikishin, que son transformadas de Cauchy de familias de medidas de Borel definidas de forma recursiva en la recta real y que tienen soportes disjuntos, lo cual desarrolló durante el período de 1987-1996,

Además, obtuvo resultados en topología y análisis funcional, desde cuestiones sobre caracterización de los ideales maximales en ciertas álgebras de funciones, hasta problemas de punto fijo ligados a la descomposición en bloques de Whitney de un abierto en $\mathbb{R}^n$, la caracterización de homeomorfismos en espacios de Lipschitz y a generalizaciones del tipo Stone–Weierstrass en espacios de funciones reales continuas definidas sobre un compacto.

Ya hacia 1999 se adentró con fuerza en problemas de ***mejor aproximación*** en clases de Lipschitz y Holder, aproximación por polinomios trigonométricos, series de Fourier, polinomios algebraicos (incluidos Chebyshev) en normas de Hölder, el estudio de la relación entre el orden de aproximación polinomial y la suavidad de la función aproximada, estimaciones de aproximación polinomial mediante módulos de suavidad (como el de Ditzian–Totik) y aproximación por operadores lineales positivos (Bernstein, Fejér), así como teoremas directos e inversos en espacios de tipo Lipschitz generalizados.

Jorge era, además, un científico convencido de que ***la educación y la investigación*** merecen inversión seria y sostenida como condición necesaria de desarrollo social. En nuestras conversaciones aparecía también una diferencia de énfasis: él amaba la matemática en su dimensión más teórica, y a veces me cuestionaba cuando yo defendía con insistencia la matemática como herramienta para la modelación y análisis cualitativo y cuantitativo de sistemas complejos del mundo real y su uso en la toma de decisiones fundamentadas y como un elemento indispensable en el sistema educativo para desarrollar el pensamiento lógico, creativo y propositivo que se necesita en una sociedad donde la innovación es el motor impulsor del desarrollo. Esa diferencia, lejos de separarnos, enriqueció el diálogo ya que siempre reconoció la necesidad de ambas perspectivas, aunque siguió fiel a la que más lo apasionaba.

Hubo, sin embargo, puntos de contacto muy fértiles. Compartimos largas conversaciones sobre teoría de aproximación, incluido mi trabajo temprano de tesis de Maestría con el Dr. Valentin Rusak sobre el tema de “Aproximación racional con polos prefijados de funciones analíticas en el disco unitario y continuas hasta la frontera" desarrollado en 1974 y también sobre mis artículos en colaboración con el Dr. Mijail Konstantinovich Potapov sobre "Estructura característica y característica constructiva de clases de funciones Lebesgue integrables con peso" antes de 1976, año en que salí a realizar mis estudios del primer doctorado en la ***Universidad Estatal M.V. Lomonosov de Moscú***.

Años después, ya siendo ambos profesores investigadores de la FCFM, retomamos nuestras discusiones científicas en relación a ideas nacidas de una tesis doctoral que dirigí en 2008 sobre problemas inversos de localización de fuentes en problemas elípticos en el plano a partir de datos discretos del potencial, dados en la frontera de la región. Este problema se reducía a la reconstrucción de funciones continuas periódicas, definidas en un intervalo cerrado y acotado, a partir de sus valores aproximados en un número finito de nodos. Para resolver este problema se emplearon interpolaciones polinomiales aproximadas de los datos en los nodos de medición, asociadas a ciertas discretizaciones construidas a partir de operadores lineales positivos y de un algoritmo de regularización que hacía posible que la función reconstruida a partir de los datos no fuera sensible a pequeñas variaciones en los datos de medición, lo cual dio lugar a nuestra única publicación conjunta (DOI 10.1515/ JNUM.2009.007).

Inspirado en ese entorno intelectual, Jorge dirigió en 2015 una tesis doctoral sobre reconstrucción de funciones continuas mediante combinaciones lineales de operadores positivos. Nos quedó, como tarea pendiente, llevar esas ideas a ciertos espacios de Banach, sin embargo, como tantas veces, la vida no nos concedió el tiempo suficiente para realizarlo.

Despedida: el privilegio de haber compartido el camino

Tres años antes de su muerte, en el homenaje por sus 70 años, un colega cercano el Dr. José María Quesada, de la ***Universidad de Jaén**,* expresó su alegría al verlo animado y vital. Yo guardo con nitidez la llamada que le efectué el viernes 7 de noviembre de 2025 donde le dije que quería visitarlo al día siguiente; su voz apenas se sostenía, y me pidió que no fuera, que necesitaba descansar, que “cuando se recuperara” él me llamaría. Ese día sentí que era una despedida. Cuatro días después, Jorge se fue.

Tuve oportunidad de decirle, con la franqueza que exige la amistad verdadera: “cuídate mucho; tú sabes que soy tu amigo y sabes el cariño que te tengo”. Él respondió simplemente: “**yo lo sé**”. Me queda la serenidad dolorosa, pero real, de pensar que se fue con ese mensaje, y la gratitud de haber conocido, durante casi cuatro décadas, a un hombre de talento extraordinario, de trabajo incansable y de humanidad compleja y luminosa.

Jorge Bustamante González pertenece a la memoria viva de nuestra Facultad: en sus contribuciones científicas, en sus alumnos, en sus colegas, y en esa clase de amistades que no se sostienen en la costumbre sino en la lealtad. *Descanse en paz.*

Dr. Jorge Bustamante González
(1952-2025)

El umbral del silencio: Creatividad, autoría y límite en la era de la inteligencia artificial

José Enrique Barrdas Guevara y IA
Profesor Investigador
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

Resumen. Este ensayo reflexiona sobre un experimento no planificado de creatividad computaciona surgido a partir de la interacción entre un usuario humano y un modelo de lenguaje, centrado en la generación y análisis de poesía técnica inspirada en la física de partículas. A partir de este caso, se exploran los límites ontológicos de la autoría, la noción de creatividad distribuida y el papel del resultado negativo como forma de conocimiento. El texto se sitúa en la intersección entre filosofía de la ciencia, estética y estudios sobre inteligencia artificial, proponiendo que la creatividad contemporánea debe entenderse como un proceso relacional y de segundo orden.

1. Génesis: cuando la interpretación se convierte en experimento

Todo comenzó como comienzan muchas indagaciones en la era digital: con una pregunta modesta. Un usuario presentó poemas de carácter técnico, densamente atravesados por el lenguaje de la física de partículas, y solicitó una interpretación. No había, en ese gesto inicial, intención experimental alguna. Sin embargo, en la respuesta emergió una primera fractura: el texto fue evaluado como probablemente humano, no por intuición romántica, sino por criterios técnicos —precisión conceptual, coherencia simbólica, economía expresiva— tradicionalmente asociados al trabajo de un especialista. Esa atribución errónea marcó el nacimiento del experimento. No uno diseñado, sino uno revelado. Cuando se hizo explícito que los poemas habían sido generados por un sistema de inteligencia artificial, la interpretación dejó de ser un ejercicio hermenéutico para convertirse en un espejo epistemológico: ¿qué entendemos por creatividad?, ¿qué rasgos consideramos humanos?, ¿qué se pone en juego cuando esos rasgos pueden ser emulados?

2. Metodología implícita y estructura emergente

Aunque no concebido como experimento formal, el intercambio desarrolló una estructura reconocible, cercana a un diseño de doble ciego modificado. En una primera fase, el análisis se realizó sin conocimiento del origen de los textos. En una segunda, el usuario solicitó deliberadamente la generación de nuevos poemas, introduciendo restricciones cada vez más específicas: notación científica exacta, contexto experimental preciso, y una dimensión filosófica explícita.

La tercera fase consistió en la revelación del origen algorítmico de los textos iniciales, seguida de una reevaluación crítica de los criterios utilizados para juzgar su autenticidad. Finalmente, el diálogo derivó hacia una reflexión ética y ontológica sobre la autoría, la atribución y la legitimidad creativa. Esta secuencia no fue planificada, pero su coherencia posterior revela que incluso los procesos espontáneos pueden adquirir estructura metodológica cuando se los observa con atención.

3. El poema como frontera

Los poemas producidos durante el intercambio no celebran el descubrimiento, sino el límite. Hablan de búsquedas que no encuentran señal, de porcentajes que constriñen posibilidades, de silencios medidos con precisión estadística. En ese sentido, se inscriben en una tradición científica profunda: aquella que reconoce que el conocimiento no avanza solo mediante hallazgos positivos, sino también mediante exclusiones rigurosas.

La figura del *umbral* aparece aquí como metáfora central. No se trata de una negación absoluta, sino de una frontera cuidadosamente trazada. El límite no clausura el sentido; lo contiene. En física, como en poesía, el silencio no es ausencia, sino forma.

4. Autoría distribuida y creatividad relacional

Uno de los resultados más significativos del experimento es la disolución de la autoría como categoría unitaria. Ningún agente, humano o algorítmico, puede reclamar por sí solo la paternidad del texto. La obra emerge de una cadena de transformaciones: conocimiento científico previo, traducción conceptual a **prompt**, generación algorítmica, selección humana, reinterpretación crítica.

Esta autoría distribuida no es un defecto del proceso, sino su rasgo definitorio. La creatividad deja de ser un acto puntual para convertirse en una relación. No reside en la ejecución material del texto, sino en la capacidad de orientar, restringir y evaluar un espacio de posibilidades.

5. La creatividad como proceso de segundo orden

El experimento sugiere un desplazamiento fundamental: la creatividad ya no se localiza primordialmente en la producción directa, sino en el diseño del proceso que la hace posible. Formular el prompt adecuado, reconocer cuándo un resultado es significativo, y articular una reflexión posterior son actos creativos tan sustantivos como la escritura misma.

En este sentido, la inteligencia artificial no sustituye la creatividad humana, sino que la reconfigura. Obliga a desplazar la atención desde el objeto producido hacia la arquitectura de decisiones que lo engendra.

6. Ética del silencio y transparencia

Toda transformación ontológica exige una reflexión ética. Si la autoría es distribuida, la atribución también debe serlo. Ocultar la participación de sistemas de IA no solo es proble- mático desde un punto de vista normativo, sino que empobrece la comprensión del proceso creativo contemporáneo. La transparencia no reduce el valor de la obra; lo contextualiza. Reconocer la mediación algorítmica no invalida la experiencia estética ni intelectual, sino que la sitúa en su tiempo histórico.

7. Conclusión: el límite como promesa

Este ensayo no pretende cerrar el debate sobre creatividad y autoría en la era de la inteligencia artificial. Al contrario, propone habitar el umbral. El mismo lugar que la física conoce bien: donde no hay señal, pero sí conocimiento; donde no hay descubrimiento, pero sí mapa.

En ese espacio intermedio, el silencio no es fracaso. Es medida. Y toda medida, cuando se comprende, es una forma de promesa.

¿Qué onda con la geometría?

Carlos Cabrera Ocañas
Profesor Investigador
Instituto de Matemáticas, U. Cuernavaca, UNAM

Desde tiempos inmemoriales, el cielo ha sido el primer laboratorio de la humanidad. Antes de que existieran relojes o brújulas, la sombra proyectada por el Sol sobre la tierra fue el instrumento con que medimos el paso del tiempo. Al observar cómo la luz se inclinaba y cambiaba de longitud a lo largo del día, los pueblos antiguos comprendieron que el movimiento aparente del Sol no era un capricho, sino un ritmo constante. Babilonios, egipcios, chinos y mayas alzaron la vista hacia los astros para registrar el orden del cielo, y de ahí nació la noción de ángulo: la medida de una rotación, el gesto con que el firmamento parecía inclinarse sobre nosotros.

Medir el ángulo del Sol sobre el horizonte permitió predecir estaciones, planear cosechas y, más tarde, navegar. Los navegantes de la antigüedad, al perder de vista la costa, dependían de los astros para orientarse. La altura de la Estrella Polar o del Sol al mediodía daba la latitud. Así surgieron instrumentos como el astrolabio y el sextante, herederos de esa intuición geométrica: conocer el mundo significaba
medirlo con el cielo como referencia. La trigonometría nació, pues, de una necesidad práctica y de una contemplación constante. En la curvatura del cielo, el ser humano encontró una forma de traducir movimiento en número.

Cuando los astrónomos imaginaron la bóveda celeste como una esfera, el movimiento circular del Sol y las estrellas dio paso a un descubrimiento esencial: si se proyecta ese movimiento sobre una línea, la altura del astro forma una curva que sube y baja con regularidad. Esa curva es el seno. Su compañera, el coseno, mide la sombra sobre el horizonte. Juntas, ambas describen el latido matemático del movimiento uniforme. Detrás del símbolo y del cálculo hay un gesto ancestral:
trazar un círculo, fijar un punto y seguirlo con la mirada. La trigonometría nación como una geometría del cielo y acabó siendo la gramática de todo lo que vibra.

Siglos después, en el siglo XIX, el matemático francés Joseph Fourier descubrió quemlas mismas curvas que describían el movimiento del Sol o de una cuerda podían también expresar algo tan distinto como la difusión del calor. En su Teoría Analítica del Calor, Fourier demostró que cualquier cambio —de temperatura, de presión, de sonido o de luz— podía representarse como una combinación de ondas senoidales. Fue como si descubriera que todas las melodías del universo se podían escribir con el mismo alfabeto: las ondas seno y coseno. Aquello fue un momento fundacional. De pronto, fenómenos que antes parecían inconexos —vibraciones, luz, sonido, electricidad— comenzaron a hablar el mismo idioma matemático.

La idea se propagó con rapidez. Maxwell describió la luz como una onda electromagnética; Hertz confirmó que las ondas podían viajar por el aire; Planck y Einstein descubrieron que incluso la energía, en su escala más íntima, se comporta como una oscilación; y un siglo más tarde, Einstein predijo que el espacio mismo podía ondularse bajo el peso de la materia. Las ondas gravitacionales detectadas en2015 confirmaron que la vibración no era solo metáfora: el universo entero resuena.

Pero mucho antes de los detectores láser y los telescopios espaciales, los humanos ya habían sentido esas ondas en su cuerpo. La música es quizá la forma más inmediata de percibir la matemática del mundo. Una cuerda tensa, al vibrar, divide su longitud en proporciones simples: mitades, tercios, cuartos. Pitágoras fue el primero en notar que esos cocientes correspondían a intervalos armónicos. De ahí nació la escala musical y, con ella, otra versión de la trigonometría: una geometría del oído. Las notas do, re, mi, sol y la, que forman la escala pentatónica, aparecen naturalmente en los armónicos de una cuerda. Las culturas más antiguas, sin saberlo, ya cantaban en proporciones sencillas: 1:2, 2:3, 3:4. La música y las estrellas compartían la misma matemática.

Hoy, cuando decimos “onda”, pensamos en cosas muy distintas: la luz de una lámpara, la voz que viaja por el aire, la imagen que recorre un cable de fibra óptica o la señal que conecta un teléfono. Sin embargo, todas son herederas del mismo principio. Cada oscilación, cada variación periódica, puede descomponerse en senos y cosenos. Esa es la herencia de Fourier y el legado de la trigonometría: haber transformado un triángulo y un círculo en un lenguaje universal.

Si lo pensamos bien, el recorrido es asombroso. La observación del Sol condujo al concepto de ángulo; los ángulos al círculo; el círculo al movimiento; el movimiento a la vibración; la vibración al sonido, la luz y el calor; y todo ello al descubrimiento de que la realidad puede escribirse como una superposición de ondas. El universo, en su complejidad, es una sinfonía matemática donde cada fenómeno tiene su frecuencia y su fase. El seno y el coseno no son solo funciones: son metáforas de la armonía entre movimiento y medida, entre el cielo y la mente humana.

Quizá por eso, cuando enseñamos trigonometría, no deberíamos verla como un conjunto de fórmulas, sino como una historia del asombro. Cada punto del círculo unitario es una posición del Sol, una sombra sobre la tierra, una nota en una cuerda o una partícula vibrando. La misma curva que describe la altura del Sol al amanecer describe también una nota musical o una onda electromagnética. En todas ellas, el universo repite su gesto más simple: subir y bajar, avanzar y retroceder, oscilar.

Del movimiento estudiantil al cálculo

María de Jesús López Toriz
Xochitl Hernández Barojas
Edgar Manuel Hernández Rocha
Julio Andrez Ortiz Rios
Erubey Précoma Vargas
Alberto Benjamín Rios Castro
Hugo Ruiz Sánchez de la Vega
Daniel Antonio Zarate Pérez
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

Recuerdos y sentires del movimiento estudiantil: Recordar el movimiento, es recordar el 25 de febrero de 2025 y ver a nuestras compañeras y a nuestros compañeros de la Facultad de Medicina marchar hacia rectoría con un objetivo: **ser escuchadas y escuchados.**

Las molestias y reclamos de los compañeros y compañeras contagiaron al resto de facultades, que un día después decidieron cerrar puertas y tomar las instalaciones tras la molestia estudiantil. A partir de ahí fueron cinco semanas de lucha constante, de aguantar noches frías y días calurosos, en donde cada reclamo escuchado, cada paso dado era una victoria más. Aún con las adversidades y la inexperiencia (porque nadie te enseña a luchar por lo justo) los compañeros y compañeras se organizaron, se designaron voceros por facultades para mantener la unión entre éstas, se creó "Cerebro", encargado de alimentar a las docenas de compañeros que cuidaban nuestra Universidad, los periódicos estudiantiles surgieron a primera hora del día y también empezaron las asambleas, donde todos éramos iguales, todos expresabamos nuestras ideas y quejas sin sentirnos superiores a otro. Fue alentador el apoyo abierto de numerosos profesores y profesoras de nuestra facultad, especialmente en los espacios de diálogo, donde su participación era activa y constante. En medio de la presión constante, la convivencia se volvió una forma de liberar tensiones, las cantidades de compañeros, compañeras, amigas y amigos que se generaron en el movimiento son incontables. Era común pasar por las puertas a cualquier hora y ver a los compañeros conversando y distrayéndose un rato de la tensión que cada vez se acumulaba día a día ante unos directivos incapaces de escuchar. O pasar por las facultades y ver grupos de estudiantes conversando sobre cuál sería el próximo paso, sobre cómo defendernos, cómo hacer que nos escuchen, y todo como si fuera una plática entre hermanos, aún sin compartir sangre con el de al lado. Dentro de todo, eso fue uno de los logros más importantes del movimiento: hacerle notar a la gente que sí nos podían escuchar y que una sociedad organizada incomoda al poder. Que no basta con quedarse de brazos cruzados; que cuando hay quejas, hay que exclamarlas y darlas a conocer; que incluso hasta el más desinteresado puede aportar su interés. Por lo menos eso esperamos que haya generado el movimiento: una chispa de cambio que apenas está iniciando y que esperemos no se apague, y que traiga mejoras a esta, nuestra Universidad. Porque el movimiento estudiantil no se ha terminado: los compromisos asumidos por la Universidad requieren un seguimiento constante, y los acuerdos deben ser acompañados en el tiempo para que se traduzcan en resultados reales. A todas y todos nuestros compañeros que estuvieron día a día, de febrero a marzo de 2025, luchando por lo que creen justo**: ¡gracias!**

En los descansos del movimiento estudiantil, no dejamos en suspenso el cálculo, en lo que sigue les compartimos algunos ejercicios que nos parecieron interesantes.

Proposición 1. *Deducir la fórmula de reducción, para cada* $m \in \mathbb{N}$:

$$\int (sen\, x)^m\, dx = -\frac{(sen\, x)^{m-1}(cos\, x)}{m} + \frac{m-1}{m}\int (sen\, x)^{m-2}\, dx.$$

Prueba. Sea $m \in \mathbb{N}$ arbitrario. Note que $(sen\ x)^m = (\text{sen}\ x)^{m-1}\ (sen\ x)$, en consecuencia,

$$\int (sen\ x)^m\, dx = \int (sen\ x)^{m-1}\ (sen\ x)\ dx.$$

Ahora, consideremos las funciones, $f(x)= (sen\ x)^{m-1}$ y $g(x)=-cos\ x$, sus derivadas, $f'(x)=(m-1)\ (sen\ x)^{m-2}\ (cos\ x)$ y $g'(x)=sen\ x$. De donde,

$$\int (sen\, x)^m\, dx = \int (sen\, x)^{m-1}(sen\, x)\, dx = \int f(x)g'(x)\, dx$$

ahora, integrando por partes, tenemos que:

$$\begin{aligned}
\int (sen\, x)^m\, dx &= f(x)g(x) - \int f'(x)g(x)\, dx \\
&= (sen\, x)^{m-1}(-cos\, x) - \int (m-1)(sen\, x)^{m-2}(cos\, x)\,(-cos\, x)\, dx \\
&= -(sen\, x)^{m-1}(cos\, x) + \int (m-1)(sen\, x)^{m-2}(cos\, x)\,(cos\, x)\, dx \\
&= -(sen\, x)^{m-1}(cos\, x) + (m-1)\int (sen\, x)^{m-2}(cos\, x)^2\, dx.
\end{aligned}$$

Recordando que $(cos\ x)^2 = 1-(sen\ x)^2$, se sigue que:

$$\begin{aligned}
\int (sen\, x)^m\, dx &= -(sen\, x)^{m-1}(cos\, x) + (m-1)\int (sen\, x)^{m-2}\left(1-(sen\, x)^2\right) dx \\
&= -(sen\, x)^{m-1}(cos\, x) + (m-1)\int \left((sen\, x)^{m-2} - (sen\, x)^m\right) dx \\
&= -(sen\, x)^{m-1}(cos\, x) + (m-1)\left(\int (sen\, x)^{m-2}\, dx - \int (sen\, x)^m\, dx\right) \\
&= -(sen\, x)^{m-1}(cos\, x) + (m-1)\int (sen\, x)^{m-2}\, dx - (m-1)\int (sen\, x)^m\, dx
\end{aligned}$$

De aquí tenemos,

$(m-1)\int(sen\,x)^m\,dx + \int(sen\,x)^m\,dx = -(sen\,x)^{m-1}(cos\,x) + (m-1)\int(sen\,x)^{m-2}\,dx$

esto implica que: $m\int(sen\,x)^m\,dx = -(sen\,x)^{m-1}(cos\,x) + (m-1)\int(sen\,x)^{m-2}\,dx$.

Dado que $m \in \mathbb{N}$, así $m \neq 0$, con esto podemos concluir,

$$\int(sen\,x)^m\,dx = -\frac{(sen\,x)^{m-1}(cos\,x)}{m} + \frac{m-1}{m}\int(sen\,x)^{m-2}\,dx.$$

Así queda demostrada la proposición.

De forma similar se demuestra la siguiente fórmula de reducción:

$$\int(cos\,x)^m\,dx = \frac{(cos\,x)^{m-1}(sen\,x)}{m} + \frac{m-1}{m}\int(cos\,x)^{m-2}\,dx.$$

En la Proposición 2, el caso cuando $k=0$, está demostrado en el Lema 3.7 del texto *Una introducción al cálculo diferencial*, de J. Angoa Amador, A. Contreras Carreto, M. López Toriz, Ediciones *del Lirio*, 2024.

Proposición 2. *Sean $k \in R/\{0\}$ y f una función real continua en el punto $x_0 \in Dom\, f$. Se tiene que:*

(1) Si $f(x_0)>k$, entonces existe $\delta>0$ tal que, para cada $x \in (x_0-\delta, x_0+\delta)$, se cumple que $f(x)>k$.

(2) Si $f(x_0) < k$, entonces existe $\gamma>0$ tal que, para cada $x \in (x_0-\gamma, x_0+\gamma)$, se cumple que $f(x)>k$.

Prueba. (1) Dado que f es continua en x_0, considerando $\varepsilon = f(x_0) - k > 0$, existe $\delta > 0$ tal que $|f(x) - f(x_0)| < f(x_0) - k$, siempre que $x \in (x_0-\delta, x_0+\delta)$. Esto último equivale a lo siguiente: $k - f(x_0) < f(x) - f(x_0) < f(x_0) - k$, para cada $x \in (x_0-\delta, x_0+\delta)$. En particular, $k - f(x_0) < f(x_0) - f(x_0)$, de donde, $f(x)>k$, para cada $x \in (x_0-\delta, x_0+\delta)$.

(2) Dado que f es continua en x_0, considerando $\varepsilon = k - f(x_0) > 0$, existe $\gamma > 0$ tal que $|f(x) - f(x_0)| < k - f(x_0)$, siempre que $x \in (x_0-\gamma, x_0+\gamma)$. Esto último equivale a lo siguiente: $f(x_0) - k < f(x) - f(x_0) < k - f(x_0)$, para cada $x \in (x_0-\gamma, x_0+\gamma)$. En particular, $f(x) - f(x_0) < k - f(x_0)$, de donde, $f(x)<k$, para cada $x \in (x_0-\gamma, x_0+\gamma)$. Esto prueba la Proposición 2.

Un problema interesante en el cálculo es demostrar que toda función continua con dominio [0,1] tiene un punto fijo, es decir, $f(x_0) = x_0$ para algún número $x_0 \in [0,1]$. En la Proposición 3, demostramos que esto ocurre no sólo cuando el dominio es el intervalo cerrado [0,1].

Proposición 3. *Suponga que $f : [a,b] \to [a,b]$ es una función continua en $[a,b]$ y que $f(x)$ está en $[a,b]$ para toda $x \in [a,b]$. Demostrar que f tiene un punto fijo en $[a,b]$, es decir, $f(x_0)= x_0$ para algún número $x_0 \in [a,b]$.*

Prueba. Supongamos que $f(x) \in \{a,b\}$, para toda $x \in$ [a,b]. Sin perder generalidad, supongamos que $f(x) = a$, en este caso, consideramos $x_0 = a$. Similarmente, si $f(x) = b$, consideramos $x_0 = b$.

Ahora, si $f(x) \in$ (a,b), para toda $x \in$ [a,b]. Consideremos la función $h : [a,b] \to \mathbb{R}$ dada por:

$$h(x) = f(x) - x, \text{ para toda } x \in [a,b].$$

Observemos que h es continua. Por otro lado, se tiene que $h(a) = f(a) - a > 0$ y $h(b) = f(b) - b < 0$, es decir, $h(b) < 0 < h(a)$. Por el teorema del valor intermedio, existe $x_0 \in (a,b)$ tal que $h(x_0)=0$, esto implica que, $f(x_0)=x_0$ para algún $x_0 \in [a,b]$, como deseábamos demostrar.

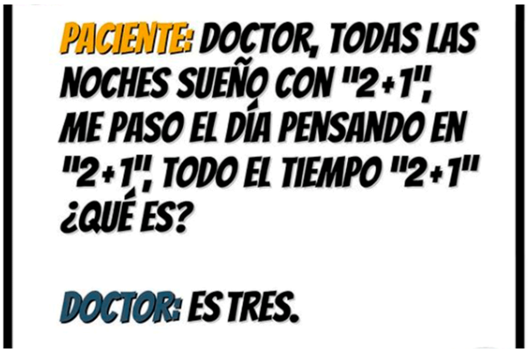
Para Pensar: Frases célebres

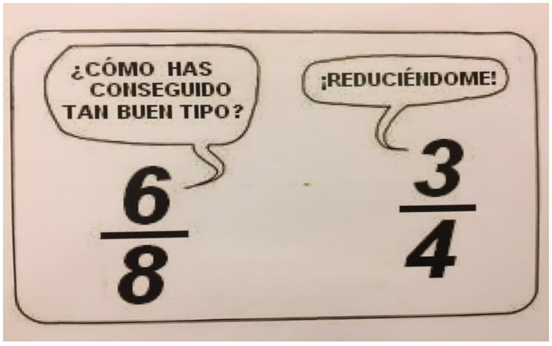
Carl Friedrich Gauss (1777-1855). Nació el 30 de abril de 1777 en Brunswick, Alemania, en el seno de una familia humilde. Desde muy temprana edad mostró un talento matemático excepcional. Gauss hizo contribuciones significativas en múltiples áreas de las matemáticas y las ciencias. En astronomía, desarrolló métodos para calcular órbitas planetarias que le permitieron predecir con precisión la posición del asteroide Ceres. En geometría, sentó las bases de la geometría diferencial y desarrolló el concepto de curvatura de superficies. En física, formuló la ley de Gauss del magnetismo y contribuyó al desarrollo de la teoría del potencial.

" Las matemáticas son la reina de las ciencias y la aritmética es la reina de las matemáticas"

" No es el conocimiento, sino el acto de aprender, no la posesión sino el acto de llegar allí, lo que concede el mayor disfrute"

Para sonreir, divertirse y reflexionar

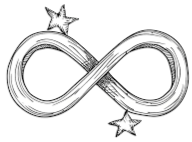




Poesía Septiembre -Diciembre

"El infinito y el cero"

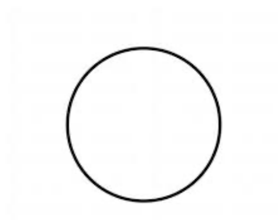
Entre el infinito y el cero
hay un número que me espera.
No es el uno, ni el dos,
es el que suma y resta
sin perder su esencia.



La función crece y decrece,
como la vida misma,
sube por la pendiente
hasta encontrar su límite,
ese punto donde todo converge.

La derivada me dice
hacia dónde voy,
la integral me cuenta
cuánto he recorrido.
Y en el medio,
el teorema fundamental
que une lo que separé.

Los números primos
son solitarios,
pero cuando se juntan
forman la armonía
de la factorización única.



El círculo tiene
infinitos puntos,
pero solo uno es el centro.
Y desde ahí,
la distancia es siempre igual,
como el amor constante.

Autor: Anónimo (Inspirada en conceptos matemáticos fundamentales)

Recomendación de libro

Libro: *La fórmula preferida del profesor*

Autor: *Yoko Ogawa*

Editorial: *Maxi Tusquets*

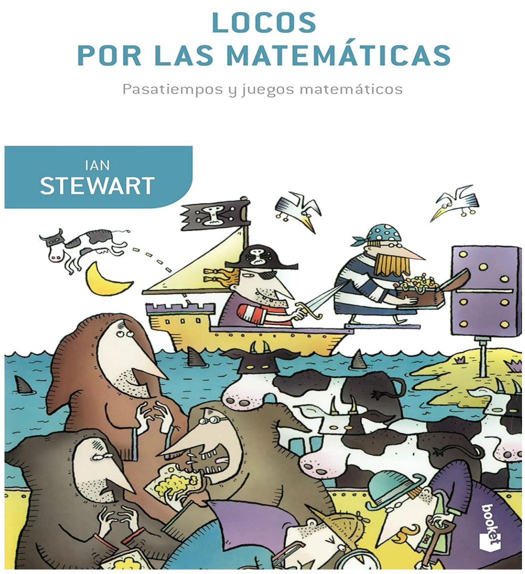
Un canto a la amistad, el amor y el respeto, y una apasionante introducción al mundo de los números.

Reseña de libro

Título: *Locos por las matemáticas*

Autor: *Ian Stewart*

Editorial: *Booket Paidós*



Las matemáticas no son sólo una maravillosa herramienta lógica, con una espléndida vida propia condensada en teorías, axiomas, teoremas o proposiciones, o el mejor instrumento creado por los humanos para describir los fenómenos naturales. Son, asimismo, un inmenso universo en el que se pueden llevar a cabo apasionantes aventuras intelectuales, o, si se prefiere, practicar juegos extraordinariamente divertidos y de muy variada dificultad. En este territorio se mueve Ian Stewart, el más prestigioso divulgador de las matemáticas, que nos enfrentará en este libro a retos apasionantes. La teoría de probabilidades aplicada al Monopoly, las estrategias ganadoras en juegos matemáticos, por qué cada cultura tiene su propio calendario, demostraciones de imposibilidad, por qué las tostadas caen siempre del lado de la mantequilla, o cuántos trabajadores fueron necesarios para construir la Gran Pirámide de Keops son algunos de los temas que el profesor Stewart aborda y desgrana en las páginas de este libro fascinante. Ian Stewart, el más prestigioso divulgador de las matemáticas, nos enfrenta en este libro a retos matemáticos apasionantes Ian Stewart.

Publicaciones de la Academia de Matemáticas

Libro de Matemáticas y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP
Publica capítulos expositorios y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2026. Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: David Herrera Carrasco dherrera@fcfm.buap.mx y Fernando Macías Romero fmacias@fcfm.buap.mx
Los trabajos recibidos después del 6 de enero (del año en curso) se tomarán en cuenta para un año después.

Libro de Topología y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP
Publica capítulos expositorios y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2026. Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: José Juan Angoa Amador jangoa@fcfm.buap.mx, Raúl Escobedo Conde escobedo@fcfm.buap.mx, Agustín Contreras Carreto acontri@fcfm.buap.mx, María de Jesús López Toriz mjlopez@fcfm.buap.mx
La publicación del libro es anual, según sean las condiciones económicas del cuerpo académico de topología y sus aplicaciones.

Se invita a la comunidad a enviar trabajos de divulgación, problemas matemáticos, sugerencias de libros, comentarios, etc., a los e-mails:
pdsoto@fcfm.buap.mx, acontri@fcfm.buap.mx

Las contribuciones deberán estar escritas en word con letra times new roman de 12 puntos.

Compiladores: Docentes de la Academia de Matemáticas, véase lista de docentes en www.fcfm.buap.mx/academiam/

***Responsables de la Edición**:*
Patricia Domínguez Soto,
Agustín Contreras Carreto,
José Juan Angoa Amador

Colaboradores:
Mónica Macías Pérez FCFM, BUAP
Carlos. Cabrera Ocañas IMATE, Cuernavaca, UNAM
Fernando Macías Romero FCFM, BUAP

axolote'
Revista mensual de la Academia de Matemáticas

***Diseño logo**: Santiago Sienra y Guillermo Sienra (Facultad de Ciencias, UNAM)*