FCFM Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

axolote'

Editorial

Estimados lectores: con enorme gusto les presentamos el número 17 de ‘‘axolote’’ (tercero del año 2022). Como en cada número de “axolote", esfuerzo editorial de la Academia de Matemáticas de la FCFM-BUAP para divulgar y difundir las matemáticas, los invitamos a participar en ella, enviando sus colaboraciones, ya sea en forma de artículos de divulgación o de difusión, y -¿por qué no?- de investigación. También pueden colaborar con chistes, curiosidades, dibujos, caricaturas o problemas matemáticos, y lo que ustedes crean que pueda enriquecer nuestro entendimiento y gozo de la matemática y de su papel en nuestra sociedad.

Con el esfuerzo de toda la Facultad se va logrando despertar un mayor interés en la matemática y una mayor consciencia de su importancia, no sólo en las otras ciencias, sino en el arte, las ciencias sociales y en la cultura en general, ofreciendo modos de ver y analizar, con métodos claros y coherentes.

En la primera semana de septiembre, se realizó el CIMA (Congreso Internacional de Matemáticas y sus Aplicaciones) en nuestra Facultad, con una gran presencia de conferencistas de todo el país y una nutrida asistencia a las ponencias, en cada una de las sesiones. En noviembre se le brindó un merecido homenaje al Dr. Jorge Bustamante, investigador de nuestra Facultad, en ocasión de su septuagésimo aniversario, mediante un pequeño congreso en el que se ponderó la importancia de su valioso trabajo, tanto internacional, a través fundamentalmente de sus investigaciones y publicaciones, como a nivel local, como formador y maestro de varias generaciones de buenos matemáticos.

Finalmente, nos alegra mucho presentar en este número 17 de “axolote” tres colaboraciones, no sólo de profesores de la Facultad, sino también de sus estudiantes: ‘‘Una mujer en las matemáticas de 1900’’, ‘‘Iterar con reglas simples’’ y ‘‘Grupos Klenianos y su conjunto residual’’.

Como en cada número, se tienen las secciones de poesía (en este caso, con dos poemas de Rafael Alberti Merelo), chistes, la recomendación de libro (“la gran novela de las matemáticas”), frases célebres (del matemático William Paul Thurston), reseña del libro (“malditas matemáticas”) y algunas actividades matemáticas a realizarse en 2023.

Una mujer en la matemáticas de 1900

Patricia Domínguez Soto
Profesor Investigador
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP
Artículo tomado de Saberes y Ciencias, la Jornada de Oriente

Rosa es una estudiante de doctorado en matemáticas en una conocida universidad. Un día de primavera, Rosa caminaba por un pasillo, muchas veces recorrido, del departamento de matemáticas cuando de pronto fijó su atención en un póster de la IBM que tenía como título "Hombres de las matemáticas modernas", la primera pregunta que cruzó por su cabeza fue ¿y las mujeres?.
Rosa leyó el poster, el cual tenía una visión cronológica de los matemáticos más importantes con sus biografías, de 1000 a 1900. Rosa encontró a muchos matemáticos, junto con sus principales resultados, que ella había escuchado repetidas veces en sus cursos de licenciatura y maestría.

De pronto, la estudiante se llenó de júbilo ¡había una mujer! Emmy Amalie Noether; presurosa, la estudiante quiso saber qué había hecho Emmy Noether en las matemáticas y comenzó a leer. Conforme leía sentía un pesar muy grande; lo que estaba escrito era lo siguiente: Emmy Noether, llamada Der Noether, como si fuera un hombre, tuvo un puesto en la Universidad de Göttingen, pero sin remuneración alguna. Era gorda, áspera y ruidosa, pero cariñosa y sociable. Nada se decía con respecto a sus logros matemáticos.

Rosa sintió que debía conocer sobre los logros matemáticos de E. Noether y buscó su biografía, la cual, resumida es la siguiente: Emmy Amalie Noether, nacida el 23 de marzo de 1882 en Erlangen, Bavaria, Alemania. Estudió en la escuela Höhere Töchter Schule, en Erlangen (1889-1897) donde aprendió alemán, inglés, francés, aritmética y recibió lecciones de piano.

Emmy decide estudiar matemáticas en la universidad de Erlangen (1900-1902), pero era un tiempo difícil para las mujeres, pues en esa época eran aceptadas extraoficialmente sólo como oyentes y debían solicitar permiso a cada profesor de cátedra para asistir a sus clases. En 1903 Emmy estudia en la Universidad de Göttingen, también en calidad de alumna oyente. Entre los años 1908 y 1915, Emmy trabaja en el Instituto de Matemáticas de Erlangen, pero sin remuneración ni nombramiento oficial. Durante este tiempo Emmy trabaja con el matemático algebrista Ernst Otto y Herman Minkowski.

En 1915 se incorpora al Instituto de Matemáticas de Göttingen, donde trabaja con Félix Klein y David Hilbert en las ecuaciones de la teoría de la relatividad de Einstein. En 1918 demuestra dos teoremas básicos tanto para la relatividad general como para la física de partículas elementales; uno de estos teoremas es conocido como el Teorema de Noether.

Pese a su trabajo académico, Emmy era discriminada por su sexo para ser aceptada como investigador y docente titular en la universidad de Göttingen. Durante 1920 Emmy realiza estudios fundamentales sobre álgebra abstracta, trabaja la teoría de grupos, teoría de anillos grupos representativos y teoría de números. Además, Emmy desarrolló conceptos básicos que conducían a un grupo de principios que unificaban álgebra, geometría, álgebra lineal, topología y lógica.

En 1932 los organizadores del Congreso Internacional de Matemáticas celebrado en Zurich le solicitan a Emmy sesiones plenarias y ese mismo año le es concedido el prestigioso premio en matemáticas Ackermann-Teuner Memorial Prize. Pero la discriminación de Emmy continuó por otros motivos; el gobierno nazi que había tomado el poder en Alemania en 1933 le prohibió dictar clases en todo el territorio alemán (por tener raíces judías).

Emmy emigra a USA en septiembre de 1933 como profesor invitado en Bryn Mawr College, Pennsilvania, en 1935 Emmy consigue que el periodo de su calidad académica sea extendido, pero en abril de 1935 Emmy tiene una cirugía uterina y muere de una infección postoperatoria.

Rosa, con toda esta información sobre los logros matemáticos de Emmy, se siente cerca de ella como matemática y mujer, sin importar nacionalidad, color o religión. El póster, que tuvo en Rosa al inicio un impacto negativo tiene ahora otro significado, ya que Emmy fue una mujer valiente que se abrió paso entre un círculo de varones muy selectos —matemáticos muy importantes—, por lo que el póster es un recordatorio constante de ese valor y esfuerzo de Emmy.

Emmy recuerda a todas las mujeres valientes que han sido y son discriminadas por razones de sexo, raza y religión, pero que a pesar de ello continúan abriéndose camino en este mundo.

Iterar con reglas simples

Gabriel Martínez
Estudiante Maestría
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

Al acto de repetir un proceso con el objetivo de alcanzar una meta deseada o resultado sele llama **iterar**.

A cada repetición del proceso se le denomina una "iteración", y los resultados de una iteración se utilizan como punto de partida para la siguiente iteración.

Ejemplo 1: Tomemos la ecuación:

$x^2 + 3$ Tomemos el número **x = 2**

4 + 3 = 7 Primera iteración

49 + 3 = 52 Segunda iteración

…..

….. etc.

El **método de Newton_**es un ejemplo de un método iterativo y el proceso de iteración más conocido en matemáticas. En 1669, Newton trabajó la ecuación:

$$x^3 - 2x - 5 = 0,$$

empezó con la aproximación $x_0 = 2$ a la raíz real β, el escribió $x = 2 + y$, donde obtuvo la ecuación:

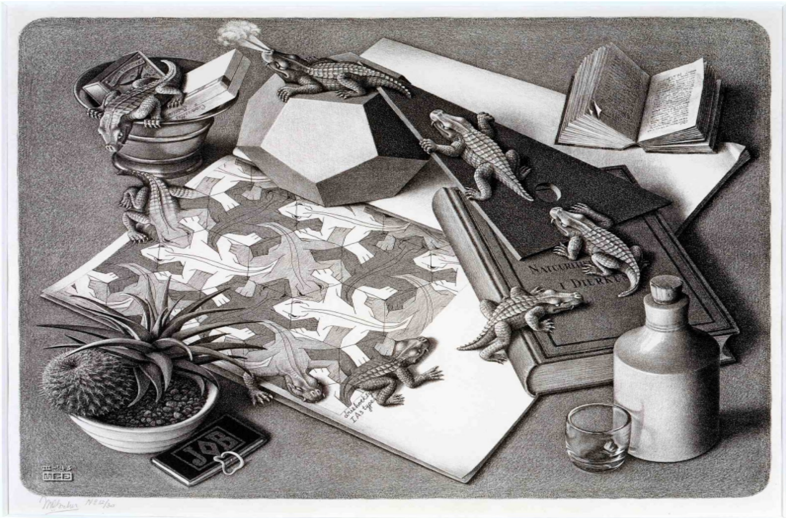
$$y^3 + 6y^2 + 10y - 1 = 0.$$

Newton encontró $y = \frac{1}{10}$. Así, tomo $x_1 = 2.1$ para su siguiente aproximación a β.

El método fue sistemáticamente discutido por Joseph Raphson en 1690 y usando la derivada (que Newton no ocupó) se obtiene la familiar Newton-Raphson fórmula:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Los ejemplos antes mencionados, involucran fórmulas, pero es posible iterar con reglas simples. Un proceso de iteración se puede apreciar en el siguiente dibujo de Escher.



A continuación se muestran dos ejemplos de iteración con reglas simples:

Ejemplo 2: Usaramos el siguiente proceso de iteración:

Proceso para iterar: cuando veas un triángulo equilátero, toma los puntos medios de los lados y traza un triángulo, después quita el triángulo que trazaste y vuelve a repetir el proceso con los triángulos que quedan.

Triángulo equilátero

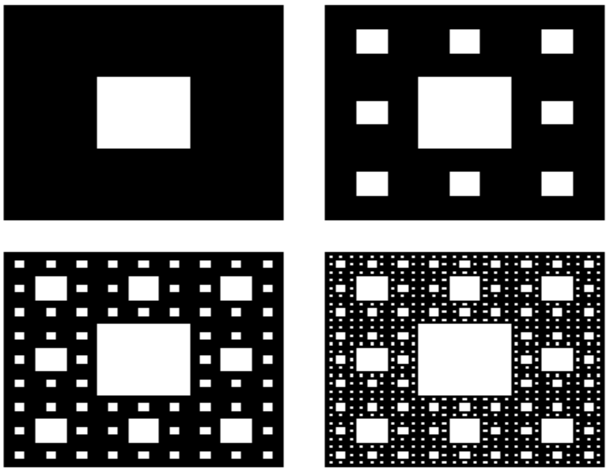
Primera iteración

Segunda ietración

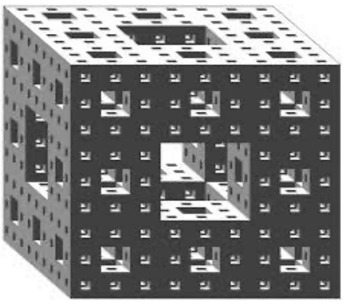
Tercera iteración

Ejemplo 3: Usaramos el siguiente proceso.

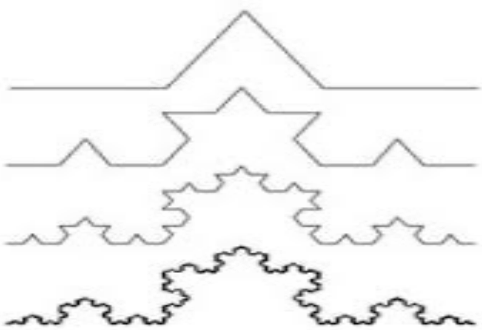
Proceso para iterar: cuando veas un cuadrado, cortalo en 6 pedazos iguales y quita el cuadrado de enmedio y vuelve a repetir el proceso con los cuadrados que no quitaste. La primera, segunda, tercera y cuarta iteración se pueden observar en la siguiente figura.



Las formas obtenidas en los ejemplos anterios muestran un patrón que se repite y que tiene el nombre de fractal, pero eso es otra historia. Si en lugar de un cudardo, se tomara un cubo y se realizará el proceso del ejemplo 3, en tercera dimensión, se obrendría el siguiente dibujo.



En conclusión, podemos utilizar cualquier forma geométrica y definir un proceso para realizar la iteración, como se muetra en la siguiente figura.



Grupos Klenianos y su conjunto residual

Wendy Rodríguez Díaz y Patricia Domínguez
Estudiante de Doctorado
Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, BUAP

La teoría de grupos Kleinianos fue iniciada a finales del siglo XIX por Félix Klein y Henri Poincaré

Félix Klein

Henri Poincaré

Un **grupo Kleiniano Γ** es un grupo discreto de transformaciones de Möbius. Actúa tanto como grupo de isometrías del espacio hiperbólico tridimensional como por automorfismos conformes en la esfera de Riemann, que se puede identificar en el borde del espacio hiperbólico.
La propiedad de ser discreto implica que el grupo tiene un buen comportamiento en el espacio hiperbólico, en el sentido que las órbitas de los puntos no tienen puntos de acumulación en el espacio hiperbólico, aunque sí pueden tenerlo en el infinito, es decir, en la esfera de Riemann. El conjunto de puntos de acumulación de cualquier órbita es lo que se llama el **conjunto límite** $\Lambda(\Gamma)$ del grupo Kleiniano. Este conjunto es vacío sólo si el grupo Kleiniano es finito. En otro caso es un cerrado de la esfera invariante por el grupo. Este cerrado puede ser incluso toda la esfera. Su complementario se llama dominio **ordinario** o de discontinuidad $\Omega(\Gamma)$.

Un tamiz de Apolonio es un ejemplo de un conjunto límite de un grupo Kleiniano, véase la Figura 1.

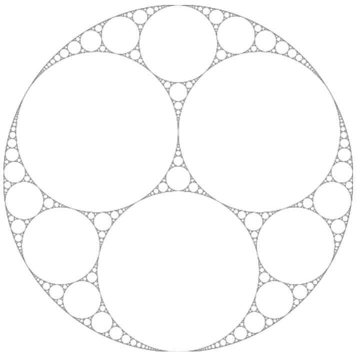


Figura 1. Tamiz de Apolonio

Recordar que el tamiz de Apolonio, en gemetría, es un fractal generado por conjuntos de circunferencias mutuamente tangentes densamente empaquetadas en una circunscrita. El nombre se debe al matemático griego Apolonio de Perga del siglo III a. C.

Los conjuntos ordinario y límite de un grupo Kleiniano tienen propiedades interesantes, a continuación se enuncian algunas de ellas.

Algunas Propiedades de: Conjuntos Ordinario $\Omega(\Gamma)$ y Límite $\Lambda(\Gamma)$ de un grupo Kleiniano Γ

1. El conjunto ordinario $\Omega(\Gamma)$ es un conjunto abierto Γ-invariante, es decir,

$$\gamma\big(\Omega(\Gamma)\big) = \Omega(\gamma), \ \forall \gamma \in \Gamma.$$

   Consecuentemente $\Lambda(\Gamma)$ es un conjunto cerrado Γ-invariante.

2. Γ grupo Kleiniano no elemental. Entonces $\Lambda(\Gamma)$ es un conjunto perfecto. En particular $\Lambda(\Gamma)$ es un conjunto no contable.

3. El conjunto ordinario $\Omega(\Gamma)$ de un grupo Kleiniano Γ tiene a lo mas dos componentes invariantes.

4. El número de componentes del conjunto ordinario $\Omega(\Gamma)$ es 0, 1, 2 o ∞.

Conjunto Residual de un grupo Kleiniano *Γ*

Definimos el **Conjunto Residual de un grupo Kleniano Γ**, denotado por $\Lambda_0(\Gamma)$, como:

$$\Lambda_0(\Gamma) = \Lambda(\Gamma) \setminus \cup\, \partial\, \Omega_i(\Gamma),$$

donde Ω_i son las componentes de $\Omega(\Gamma)$

En otras palabras, el Conjunto Residual consiste de aquellos puntos que quedan al quitar las fronteras de componentes del conjunto Ordinario $\Omega(\Gamma)$ al conjunto Límite Λ (Γ).

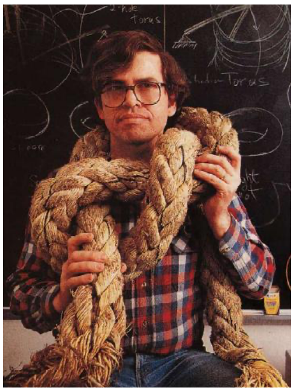
El Conjunto Límite Residual (o conjunto Residual) fue investigado hasta 1971 por Abikoff (se pensaba que era vacío). Abikoff demostró la existencia de grupos Kleinianos con $\Lambda_0(\Gamma) \neq \emptyset$. En su trabajos, estudió las propiedades del Conjunto Residual y demostró que: es no vacío para grupos Kleinianos finitamente generados, excepto para aquellos que son de dos clases que tienen claramente el Conjunto Residual vacío: (1) clase de Grupos Función y (2) una clase de extensiones de Z_2 de grupos Casi-Fuchsianos

La construcción de un grupo Kleiniano cuyo conjunto Residual sea no vacío es sumamente abstracta, se puede dar un ejemplo siguiendo la construcción dada por Abikoff en*: Abikoff, W. “The residual limit sets of Kleinian groups”, Acta Math. 130 (1973), 127-144.*

Los grupos Kleinianos constituyen una rama de enorme importancia en las matemáticas por sus múltiples relaciones con otras ramas, como por ejemplo los sistemas dinámicos. Se sabe que existe una correspondencia entre la teoría de iteración de funciones racionales y la teoría de grupos Kleinianos, conocida como el diccionario de Sullivan. El diccionario enumera analogías entre las dos teorías, donde el conjunto residual aparece de forma natural, usando la misma definición de Abikoff para grupos Kleinianos.

Para Pensar: Frases célebres

***William Paul Thurston* (30/10/1945-21/08/ 2012)** fue un matemático y profesor estadounidense. Fue pionero en el campo de la topología geométrica. En 1982 la Union Matemática Internacional le concedió la medalla Fields por la profundidad y originalidad de sus contribuciones en la matemática.



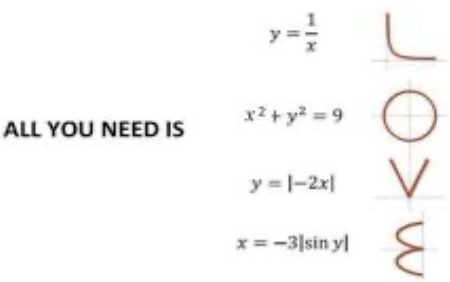
"La matemática no se trata de números cálculos o algoritmos: se trata de comprender "

"La satisfación real de los matemáticos es aprendiendo de otros y compartiendo con otros"

Para sonreír, divertirse y reflexionar

¿Te sabes un chiste de matemáticos?

Más o menos, ¿Por?



Poema de septiembre-diciembre

Rafael Alberti Merelo (1902-1999), escritor español especialmente reconocido como poeta. Está considerado como uno de los mayores literatos de la llamada edad de plata de la literatura española.

A la divina proporción

A ti, maravillosa disciplina,
media, extrema razón de la hermosura,
que claramente acaba la clausura
viva en la malla de tu ley divina.
A ti, cárcel feliz de la retina,
áurea sección, celeste cuadratura,
misteriosa fontana de mesura
que el Universo armónico origina.
A ti, mar de los sueños angulares,
flor de las cinco formas regulares,
dodecaedro azul, arco sonoro.
Luces por alas un compás ardiente.
Tu canto es una esfera transparente.
A ti, divina proporción de oro.

A la línea

A ti, contorno de la gracia humana,
Recta, curva, bailable geometría
delirante en la luz, caligrafía
que diluye la niebla más liviana.

A ti, sumisa cuanto tirana,
misteriosa de flor y astronomía
Imprescindible al sueño y la poesía,
Urgente al curso que tu ley dimana.

A ti, bella expresión de lo distinto,
complejidad, araña, laberinto.
Donde se mueve presa la figura.

El infinito azul es tu palacio.
Te canta el punto ardiendo en el espacio.
A ti, andamio y sosten de la pintura.

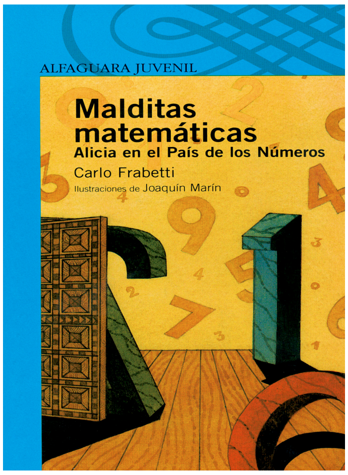
Recomendación de libro

Libro: *La gran novela de las matemáticas*

Autor: *Michaël Launay*

Editorial: *Paidós*

Reseña de libro



Título: *Malditas matemáticas*
Alicia en el País de los Números

Autores: *Carlo Frabetti*

Género: *Matemática/Divulgación Científica*

Editorial: *Alfaguara Juvenil*

Carlo Frabetti. Es un autor italiano, nacido en Bolonia en 1945 pero vive en España desde los ocho años y escribe habitualmente en castellano. Escritor y matemático, combina su actividad de divulgación científica con la literatura infantil y juvenil. Ha publicado más de treinta libros.

Alicia es una niña de 11 años que odia las matemáticas y que piensa que no sirven para nada.

Una tarde, Alicia estaba sentada en un banco del parque haciendo deberes de matemáticas, se encuentra de repente con el famoso escritor inglés Lewis Carrol, autor de Alicia en el País de las Maravillas , que la invita a dar una vuelta por el País de los Números, y a través de un agujero, tras los arbustos, pasan a un mundo paralelo. Lewis le dijo que allí comprendería porque son importantes las matemáticas.

Lewis hace que Alicia se interese por las matemáticas y le cuenta cómo un pastor descubrió la manera más fácil de contar sus ovejas y el método que usó para llegar a las centenas.

En el jardín, Alicia descubre más del juego de la matemáticas: con los naipes, conoció los números primos y juntos huyeron de la Reina de naipes, que era una gruñona y fueron perseguidos por el número cero. Juntos resuelven como encontrar los números primos, cómo se da la tabla de multiplicar, el sistema métrico, el cuadrado mágico y un truco para sumar deprisa.

Viven múltiples aventuras y le enseñan muchos trucos para hacerle las matemáticas más fáciles.

Actividades Academia de Matemáticas en la FCFM

Nos complace informar a la comunidad Matemática que la FCFM será sede del evento Iberoamerican and Pan Pacific International Conference on Topology and its Applications" del 11-14 de septiembre de 2023.

El 56 Congreso Nacional de la Sociedad Matemática Mexicana se llevará a cabo del 22 al 27 de octubre de 2023, teniendo como sede la Universidad de San Luis Potosí.

Publicaciones de la Academia de Matemáticas

Libro de Matemáticas y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP
Publica capítulos expositivos y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2023. Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: David Herrera Carrasco dherrera@fcfm.buap.mx y Fernando Macías Romero fmacias@fcfm.buap.mx
Los trabajos recibidos después del 6 de enero (del año en curso) se tomarán en cuenta para un año después.

Libro de Topología y sus aplicaciones de la FCFM , BUAP
Publica capítulos expositivos y artículos de investigación. Los trabajos recibidos para su publicación son sometidos a un estricto arbitraje.

Se invita a enviar trabajos para el tomo de 2023. Los trabajos deben ser enviados a alguno de los Editores: José Juan Angoa Amador jangoa@fcfm.buap.mx, Raúl Escobedo Conde escobedo@fcfm.buap.mx, María de Jesús López Toriz mjlopez@fcfm.buap, Agustín Contreras Carreto acontri@fcfm.buap.mx

La publicación del libro es anual, según sean las condiciones económicas del cuerpo académico de topología y sus aplicaciones.

Se invita a la comunidad a enviar trabajos de divulgación, problemas matemáticos para resolver, comentarios, etc., al e-mail axolote.fcfm@gmail.com
Las contribuciones deberán estar escritas en word con letra times new roman de 12 puntos.

Compiladores: Docentes de la Academia de Matemáticas, véase lista de docentes en *www.fcfm.buap.mx/academiam/*

Editores:
Patricia Domínguez Soto,
Agustín Contreras Carreto,
José Juan Angoa Amador

Colaboradores:
Carlos Cabrera Ocañas (IMATE, UNAM)

Diseño logo: Santiago Sienra y Guillermo Sienra (Facultad de Ciencias, UNAM)

axolote’