Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Una Propuesta de Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria

Tesis presentada al

Colegio de Matemáticas

como requisito para obtener el título de

Licenciado en Matemáticas

por

Yasmin Reyes Dominguez

Director de tesis

Dr. Francisco Solano Tajonar Sanabria

Puebla Pue.
18 de noviembre de 2011

Dedicatoria

Con cariño y amor a:
Apolinar, Quetzalli, a mis padres Laura y José, mamá Toña y a mis hermanos Noe y Edgar.

Agradecimientos

Gracias a Dios por permitirme llegar y lograr este momento.

Agradesco a todas las personas que estuvieron junto a mi en los buenos y malos momentos apoyandome siempre:

A mi esposo Apolinar y mi hija Quetzalli por su paciencia y apoyo para que pudiera lograr este objetivo. A mis padres Laura y José, gracias por apoyarme siempre con lo que estuvo a su alcance y gracias por creer en mi, también por enseñarme que se pueden lograr las cosas que uno se proponga.

A mamá Toña, a Toñita y su familia por haberme apoyado en este tiempo, ya que sin su apoyo no lo hubiera logrado. Gracias por cuidar y darle cariño a nuestra hija.

A mis hermanos: Noé y Edgar gracias por su apoyo incondicional y estar conmigo siempre.

A tios, tias, primas, primos, cuñadas y cuñados que han estado pendiente y apoyandome.

A mis amigos y amigas: Erika(Kika), Araceli, Jorge(Yiyo), Susana y Ivan más los que me faltan que son muchos, gracias por estar conmigo.

Agradezco a mi asesor, Dr. Francisco Tajonar Sanabría, por su inmensa paciencia y apoyo que tuvo para que pudiera lograr este momento. Muchas pero muchas gracias.

Un agradecimiento al jurado: Dr. Hugo Adán Cruz Suárez, Dra. Araceli Juárez Ramírez y Lic. Pablo Rodrigo Zeleny Vázquez por dedicar su valioso tiempo para revisar este trabajo.

Sin olvidar a los profesores y compañeros que compartieron conmigo la estancia en la facultad, por todo el apoyo que en algún momento me dieron.

Índice general

Introducción

En el 2009, se hizo la renovación de la curricula del nivel básico, se completó y articuló la Reforma Integral de la Educación Básica (RIEB). Estos tres cambios curriculares centran su atención en la adopción de un modelo educativo basado en competencias que responda a las necesidades de desarrollo de México en el siglo XXI. Esta Reforma Educativa tiene como fin:

- Modificar los planes y programas de estudio de todo el Sistema Educativo Nacional. Para que las nuevas generaciones cuenten con los conocimientos, habilidades y valores que les permitan afrontar los retos sociales del futuro.
- Continuidad entre los niveles que conforman la educación básica: Preescolar, Primaria y Secundaria.
- Una metodología didáctica basada en el desarrollo de competencias. En la formación integral para la vida y el trabajo.

En este siglo XXI se demanda una educación diferente, ya que la sociedad se identifica por sufrir cambios constantes sociales, culturales, tecnológicos, etc., en este tema se toma en cuenta que los niños del siglo XXI ya nacieron con estas herramientas tecnológicas, las utilizan y conocen, para esto los docentes debemos estar actualizados. Esta renovación educativa representa un reto para nosotros como docentes. Aun cuando este nuevo plan de estudios signifique un cambio a favor de la educación, como docentes necesitamos capacitación para aplicar este nuevo plan de estudios y así obtener los objetivos deseados, no podemos dejar a un lado que es algo nuevo y diferente, así que los niños deben adaptarse a esta nueva forma de aprender y nosotros con ellos. En los últimos años la educación basica ha sufrido una serie de transformaciones respecto a la organización del programa de estudios, que han intentado adecuarla al nivel de desarrollo de la sociedad contemporánea, en particular al desarrollo tecnológico y científico. La razón de esto es que la problemática educativa ha sido, en general, atacada por medio de procedimientos empíricos y subjetivos y sin ninguna metodología propia. En particular, en México, los cambios introducidos en el sistema educativo en base a los procedimientos anteriores han llevado a una situación de crisis, que se ve incrementada por factores como: El enorme crecimiento de la población estudiantil en todos los niveles, una multitud desordenada de cambios problemáticos y la proliferación de nuevos planteles educativos, sin duda necesarios, que requieren de gran cantidad de personal docente (Reforma Educativa en México).

En la educación primaria se trata principalmente de desarrollar una "*intuición probabilística*", que sea lo más ajustada posible. Los métodos de asignación probabilística se basan, en dar a conocer problemas simples y manejables para los alumnos de nivel primaria, más especificamente a los alumnos de quinto y sexto año. En el presente trabajo se da una propuesta en la enseñanza de probabilidad en educación primaria, lo que tiene como objetivo general dar a entender y conocer lo básico del área de probabilidad en este nivel, aplicando la técnica de resolución de problemas, mediante algunos juegos de azar donde se puedan relacionar con conceptos de probabilidad.

En las etapas obligatorias de Educación Primaria, se han de conjugar las Matemáticas como una herramienta útil para otras materias tomando en cuenta su campo formativo. Un aspecto importante que hay que considerar es el carácter globalizador de la etapa, entendiendo por tal la no separación en áreas, sino tratar contenidos que se complementen y relacionen, aunque este carácter vaya disminuyendo al final de la misma.

Partiendo con certeza de que el tratamiento del azar en la educación se puede mejorar, se debe partir de los conocimientos o primeras intuiciones que desde su más tierna edad tienen los niños sobre el azar. También como ayuda se pueden utilizar algunas actividades experimentales, juegos y problemas que son buenos catalizadores en la construcción del aprendizaje probabilístico en la enseñanza.

De lo mencionado anteriormente se pretende lograr y aportar algo para el mejoramiento de la educación en el área de matemáticas sobre todo en probabilidad, por lo cual se presenta alguna herramienta sobre el tema, con apoyo de algunas investigaciones respecto a la enseñanza de la probabilidad en educación primaria. Remarcando, que es una parte complicada el manejar conceptos o definiciones del lenguaje probabilístico sobre todo en este nivel, también considerando que por parte del gobierno ha implementado el trabajo por medio de las competencias educativas. Es por ello que en este trabajo se presenta la propuesta de enseñanza de la probabilidad en educación primaria bajo la técnica de resolución de problemas, para la obtención de mejores resultados en la enseñanza de las matemáticas en el nivel primaria.

Capítulo 1

Organización del programa de estudios para la educación primaria

Los contenidos que se estudian en la educación primaria se han organizado en tres ejes temáticos, que coinciden con los de secundaria: *Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida; y Manejo de la información.*

- `Sentido numérico y pensamiento algebraico.`

  Alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y del álgebra:

  - La modelización de situaciones mediante el uso del lenguaje matemático.
  - La exploración de propiedades aritméticas que en la secundaria podrán ser formuladas y validadas con el álgebra.
  - La puesta en práctica de diferentes formas de representar y efectuar cálculos.

- `Forma, espacio y medida.`

  Encierra los tres aspectos esenciales en los cuales se establece el estudio de la geometría y la medición en la educación básica:

  - Explorar las características y propiedades de las figuras geométricas.
  - Generar condiciones para que los alumnos ingresen en un trabajo con características deductivas.
  - Conocer los principios básicos de la ubicación espacial y el cálculo geométrico.

  Por último, este eje es el que maneja el tema de probabilidad y es la parte que nos interesa.

- `Manejo de la información.`

  Incluye aspectos que en la sociedad actual, caracterizada por producir gran cantidad de información provenientes de distintas fuentes, es fundamental estudiar desde la educación básica. Los alumnos de primaria tendrán la posibilidad de:

  - Formular preguntas y recabar, organizar, analizar, interpretar y presentar la información que responde a dichas preguntas.
  - Conocer los principios básicos de la aleatoriedad.
  - Vincular el estudio de las matemáticas con el de otras asignaturas.

  Para más detalles véase [2], [3] y [4].

  En este eje temático se incluye la proporcionalidad porque provee de nociones y técnicas que constituyen herramientas útiles para interpretar y comunicar información, como el porcentaje y la razón.

  Es importante la vinculación entre contenidos del mismo eje, y de ejes distintos o incluso con los de otras asignaturas para contrarrestar la tendencia generalizada de fragmentar el estudio y ofrecer conocimiento en pequeñas dosis, lo que deja a los alumnos sin posibilidades de establecer conexiones o ampliar los alcances de un mismo concepto.

  En estos programas, la vinculación se logra mediante la organización en bloques temáticos que incluyen contenidos de los tres ejes. Algunos vínculos se sugieren en las orientaciones didácticas y otros quedan a cargo de los docentes o de los autores de materiales de desarrollo curricular, como libros de textos o ficheros de actividades didácticas, para más información puede consultar [2], [3] y [4].

Algunos conceptos que se manejan son:
1.- Recolección y ordenación de datos.
2.- Frecuencias.
3.- Carácter aleatorio de algunas experiencias.

En los contenidos actitudinales la probabilidad no aparece de forma clara y respecto a los criterios de evaluación para la Educación Primaria aparece lo siguiente:

- Hacer estimaciones basadas en la experiencia sobre el resultado de juegos de azar sencillos y comprobar dicho resultado. Aclara que se intenta saber si los alumnos comienzan a constatar que hay sucesos imposibles, sucesos que con toda seguridad se producen o se repiten, siendo más o menos probable esa repetición, estas nociones estarán basadas en su experiencia, ver [12].

De todo lo mencionado anteriormente se quiere lograr y aportar algo para el mejoramiento de la educación en el área de matemáticas sobre todo en probabilidad, por lo cual se presenta alguna herramienta sobre el tema, con apoyo de algunas investigaciones respecto a la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. Remarcando, que es una parte complicada el manejar conceptos o definiciones del lenguaje probabilístico sobre todo en este nivel.

1.1. Contexto histórico y precursores

El avance en las matemáticas y la filosofía, empieza a dar una explicación coherente a muchos fenómenos que no seguían un patrón determinístico, sino aleatorio. Es el caso de todos los fenómenos relativos a la probabilidad de los sucesos, concretados en el periodo del Renacimiento, fundamentalmente en los juegos de azar.

En este periodo es cuando empiezan a surgir de manera más seria, inquietudes entorno a contabilizar el número de posibles resultados de un dado lanzado varias veces, o problemas más prácticos sobre cómo repartir las ganancias de los jugadores cuando el juego se interrumpe antes de finalizar. Estas inquietudes surgían más como intentos de resolver problemas *cotidianos*, con el fin de ser justos en las apuestas y repartos o incluso de conocer las respuestas para obtener ventajas y en consecuencia mayores ganancias respecto a otros jugadores y mucho menos de inquietudes matemáticas verdaderas. De hecho la idea de estructurar el azar mediante las matemáticas aún no estaba plenamente presente en los intelectuales de la época, véase [5] y [9].

- `Pacioli, Cardano y Tartaglia`

  Uno de los primeros problemas dedicados a contabilizar el número de posibles resultados al lanzar un dado varias veces podemos encontrarlo en la Edad Media, en el poema DE VETULA de Richard de Fournival (1200-1250), donde afirma correctamente que si se lanzan tres dados hay 216 combinaciones posibles y calcula acertadamente los diferentes valores para la suma de los tres dados. Aunque ahora puede parecer una cuestión trivial, en aquella época no lo era, y otros autores se equivocaron al intentar resolverla, generalmente porque no tomaban en cuenta las posibles permutaciones de una misma combinación.

  Pero el problema más importante relativo a los juegos de azar era conocido como "problema del reparto de apuestas", que distribuía las ganancias entre jugadores cuando la partida se interrumpía antes de finalizar. Este problema fué abordado por `Lucas Pacioli` (1445-1517) quien en 1487 propuso estos dos problemas particulares: un juego en el que el premio es de 22 ducados que consiste en alcanzar 60 puntos, se interrumpe cuando un equipo lleva 50 puntos y el otro 30; y tres arqueros que compiten por un premio de 6 ducados lanzan flechas hasta que uno de ellos haga 6 dianas, siendo interrumpidos cuando el primero de ellos lleva 4 dianas, el segundo 3 y el tercero 2, ¿cómo deben repartirse los premios entre los contedientes?. Pacioli propuso que el premio deberia ser repartido en función de las victorias obtenidas anteriormente; es decir, el premio del primer problema se dividía en 60*5/8 ducados para el primer equipo y en 60*3/8 para el segundo; para el problema de los arqueros, el premio se dividía en la proporción 4/9, 3/9 y 2/9, más tarde se pondría de manifiesto que esta solución obtenida por Pacioli es incorrecta, véase [6] y[8].

Fue `Girolamo Cardano` (1501-1576), quién escribió la primera obra importante relacionada con el cálculo de probabilidades en los juegos de azar en 1565 y se llama *Libro de los juegos de azar.* Además, Cardano se había ocupado anteriormente del problema del reparto de apuestas y en 1539 llegó a la conclusión de que la solución de Pacioli era incorrecta porque al considerar tan sólo el número de juegos ganados por un equipo, no contaba cuántos juegos debían ganar para hacerse del premio. Cardano propuso como solución del problema que si n es el número de juegos totales y, `a` y `b` los juegos ganados por cada equipo, el premio debía repartirse de la siguiente manera:

$$[1+2+...+(n-b)]:[1+2+...+(n-a)].$$

Esta solución es, en general, incorreta y sólo dá resultados validos en casos particulares, véase [6] y [17].

`Niccolo Tartaglia` (1499-1557), también intentó resolver este problema y en 1556 publicó un libro en el que descartaba la solución dada por Pacioli: si un equipo ha ganado `a` puntos y el otro `b`, el cual se juega a `n` puntos y el premio total es P, las ganancias deberían repartirse de la siguiente forma:

$$(P/2) \pm P[(a-b)/n],$$

siendo la cantidad mayor para el equipo que tenga más victorias. Sin embargo, Tartaglia fue consciente de que su solución no era la correcta y en su libro dejaba claro que era buena para impartir justicia y equilibrio a un reparto, pero no era exacta desde el punto de vista matemático, más detalles en [7, 8].

Además, de estos tres nombres importantes, entre los percursores de la probabilidad destacó también un hombre mucho más conocido en otros campos de las matemáticas y la física como fué `Galileo Galilei`, que durante su vida también resolvió problemas sobre dados, hasta el punto de escribir un libro llamado *"Sobre la puntuación en tiradas de dados".* Sin embargo, la mayor aportación de Galileo en los inicios de la probabilidad fué la invención de su teoría de la medida de errores. Clasificó los errores en dos tipos: en *sistematicos y aleatorios*, la clasificación se mantiene aún en la actualidad y estableció cuidadosamente las propiedades de los errores aleatorios. Con esto contribuyó sin saberlo a la creación de ramas fundamentales de la estadística y probabilidad.

- `El problema del Caballero de Meré: Nacimiento de la probabilidad`.

Cierto día del año 1654, `Blaise Pascal (1623-1662)` matemático francés, realiza un viaje en compañía de un jugador conocido como el caballero de Meré, quién era una persona apasionada con todo lo relacionado con el juego de dados y de cartas, siendo además un hombre noble e ilustrado.

Esté caballero creía que había encontrado una *falsedad* en los números al analizar el juego de dados, observando que el comportamiento de dados era diferente cuando se utilizaba un dado que cuando se empleaban dos dados. La *falsedad* partía simplemente de una comparación errónea entre las probabilidades de sacar un seis con un sólo dado o de sacar un seis con dos dados, para el caballero debía existir una relación proporcional entre el número de jugadas necesarias para conseguir el efecto deseado en uno y otro caso, el problema estaba en que el citado caballero no tomo en cuenta que en el segundo caso estaba analizando una probabilidad compuesta en donde las distintas probabilidades se deben calcular multiplicando, ver [17].

Otros problemas planteados por el caballero a Pascal sobre cuestiones relacionadas con diferentes juegos de azar, dieron origen a una correspondencia entre el propio Pascal y algunos de sus amigos matemáticos, sobre todo con `Pierre de Fermat` (1601-1665) de Toulouse, abogado de profesión, pero gran amante de las matemáticas.

Esta correspondencia constituye el origen de la teoría moderna de probabilidad. En una carta de Pascal a Fermat, en la que narraba la anécdota anteriormente mencionada, concluía que "el caballero de Meré tiene mucho talento, pero no es geómetra; esto es, como sabéis un gran defecto" (carta del 29 de julio de 1654).

Otro de los problemas famosos planteados por el caballero a Pascal fue resuelto por éste y Fermat tras la correspondencia de manera independiente, llegando ambos a la misma solución: En una partida de dados intervienen dos jugadores y apuestan 32 doblones de oro cada uno, eligiendo un número diferente, gana el juego el primero que obtenga tres veces el número que eligió. Después de un rato de juego, el número elegido por el primer apostador ha salido dos veces mientras el otro jugador sólo una vez ha acertado, en este instante la partida debe suspenderse. ¿Cómo dividir los 64 doblones de oro apostados?, ¿en qué proporción ha de ser compensado cada jugador?, en la correspondencia que siguió este problema, tanto Pascal como Fermat estuvieron de acuerdo en que el primer jugador tiene derecho a 48 doblones de oro, véase [17].

También, el último de los problemas históricos (al ser su solución parte del inicio de la probabilidad actual) que propuso Mére y resolvieron Pascal y Fermat es donde el juego consistía en lanzar 24 veces un par de dados y el problema era decidir si es lo mismo apostar a favor o en contra de la aparición de por lo menos un seis doble.

Pascal y Fermat fueron los que empezaron a formalizar la teoría de las propabilidades, probando el desacuerdo con el caballero de Meré, esto se debía a que era erróneo el cálculo que había efectuado, ya que se equivocó en considerar sucesos equiprobables que no lo eran, y sólo cuando los casos posibles son equiprobables tiene sentido aplicar la definición dada por Meré de probabilidad. Sin embargo, Pascal erró al intentar extender algunos de los resultados de los problemas del caballero al caso en el que hubiera tres o más jugadores, ver [17].

Ni Pascal ni Fermat expusieron sus resultados por escrito y fue el fisíco-matemático holandés Christian Huygens (1629-1695) quién en 1657 publicó un breve tratado titulado "*De Ratiocinnis in ludo alease*" (sobre los razonamientos relativos a los juegos de dados) inspirado en la correspondencia sostenida entre los dos creadores de la teoría de la probabilidad. Además, Huygens extendió algunos resultados de Pascal y aclaró varios problemas para tres o más jugadores, véase[5]y [17].

En 1665, Pascal publicaba *Tratado sobre el triángulo aritmético*, la más importante contribución realizada hasta la fecha en el ámbito de la combinatoria. El libro se basa en la construcción y propiedades combinatorias el cuál posteriormente fue llamado *el triángulo de Pascal,* que es de la siguiente forma:

$$\begin{array}{c} 1 \\ 1\ 1 \\ 1\ 2\ 1 \\ 1\ 3\ 3\ 1 \\ 1\ 4\ 6\ 4\ 1 \\ 1\ 5\ 10\ 10\ 5\ 1 \\ 1\ 6\ 15\ 20\ 15\ 6\ 1 \\ 1\ 7\ 21\ 35\ 35\ 21\ 7\ 1 \\ 1\ 8\ 28\ 56\ 70\ 56\ 28\ 8\ 1 \end{array}$$

Las aportaciones de Pascal se extienden a muchos campos como el de la filosofía e incluso el de la teología, intentando argumentar la existencia de Dios en términos probabilísticos y de ganancias (probabilísticamente es mejor creer que no creer, es decir, es mejor actuar como si existiera, por si acaso existe), véase[5] y [17].

También el primero en dar la definición clásica de probabilidad fue Jacob Bernoulli (1654-1705), matemático suizo que trabajó en la universidad de Basilea en 1687, en su obra "Ars conjectandi" (El arte de la conjetura) que fue públicada algunos años después de la muerte del autor, en esta obra se encuentra la importante proposición conocida como el *Teorema de Bernoulli* mediante el cual la teoría de probabilidad fue elevada por primera vez del nivel elemental de conjunto de soluciones de problemas particulares a un resultado de importancia general. Bernoulli siempre destacó la importancia de que los fenómenos aleatorios dejaran de enfocarse como casos particulares y se intentara ver los conceptos generales que había detrás de ellos, sólo así se avanzaría y profundizaría en el entendimiento de esta materia.

El matemático francés Abraham De Moivre (1667-1754) aceptó la definición dada por Bernoulli y reformuló en términos más modernos para la época: *"una fracción en la que el numerador es igual al número de apariciones del suceso y el denominador es igual al número total de casos en los que el suceso pueda o no pueda ocurrir, la fracción expresa la probabilidad de que ocurra el suceso"*, véase [7] y [8].

Durante la última parte del siglo XIX y sobre todo en el siglo XX, tuvo lugar la creación de diferentes escuelas y tendencias dedicadas al estudio de las matemáticas, en particular; el campo de la teoría de la probabilidad, una de estas escuelas fue:

- `La escuela rusa:`

Los matemáticos rusos dominaron todas las áreas relativas al cálculo de probabilidades y de la estadística durante la segunda mitad del siglo XIX y en el siglo XX formaron una escuela dirigida principalmente por `Andrei N. Kolmogorov` (1903-1987) y Khinchine. Los precursores de esta escuela fueron Chebysshev, Markov y Liapunov entre otros, pero fue Kolmogorov el máximo exponente de este movimiento.

Realizó su primer trabajo evaluando los estudios sobre probabilidades efectuados entre los siglos XV y XVI, apoyándose en los trabajos de Bayes. En 1924 comenzó su interés en la teoría de la probabilidad, la cual lo consagró. En 1927 había completado sus investigaciones sobre suficiencia y condiciones necesarias de la ley débil de los grandes números, comenzada por J. Bernoulli. En 1930 se hace eco de la ley fuerte de los grandes números de Cantelli, trabaja para mejorarla y generalizarla. El año anterior había publicado "La Teoría General de la Medida y el Cálculo de Probabilidades". En 1950 completó uno de los trabajos más importantes en Estadística, "Estimadores Insesgados". Kolmogorov dió solución a una parte del sexto problema de Hilbert, en el que se pedía un fundamento axiomático de la teoría de probabilidades, utilizando la medida de Lebesgue. Este fue el comienzo del aporte más importante que Kolmogorov hizo la teoría del cálculo de probabilidades, o aún más se le conoce como: la axiomatización de la probabilidad, véase [7] y [8].

1.2. Kolmogorov y la axiomatización de la probabilidad

Alrededor de 1909, Borel había considerado la importancia de la teoría general de la medida para la construcción de ciertos pilares y fundamentos de la teoría de la probabilidad, pero no fue hasta el año 1933 cuando Kolmogorov se propuso construir una teoría de la probabilidad totalmente rigurosa basada en axiomas fundamentales.

La construcción axiomática de la teoría de la probabilidad procede de las propiedades fundamentales de la probabilidad observada en los ejemplos que ilustran las definiciones clásica y frecuentista. Así, la definición axiomática las incluye como casos particulares y supera las carencias de ambas.

De esta manera la probabilidad pudo desarrollarse como una teoría completamente lógica, al mismo tiempo siguió permitiendo los problemas aplicados de las ciencias modernas y la tecnología.

La definición axiomática da una equivalencia entre los conceptos de teoría de la medida y los de probabilidad. Se toma un conjunto de medida 1, Ω, cuyos elementos son sucesos elementales y se considera la σ-álgebra F, un subconjunto de Ω que satisface lo siguiente: Ω y el $\emptyset$ pertenecen a F, es cerrado bajo complementación y bajo uniones numerables. Luego se define una función P que asigna a un suceso un número entre 0 y 1 (su medida). Así, la terna (Ω, F, P) se convierte en un espacio de probabilidad. No obstante, la teoria de probabilidad y de medida permanecen perfectamente diferenciadas, ya que la segunda carece de algo necesario en la primera; que es la independencia de variables aleatorias, ver [10]y [11].

- `Axiomas de Probabilidad`

  Sea ε un experimento aleatorio. Sea Ω un espacio muestral asociado con ε. Con cada suceso A asociamos un número real, designado por P(A) y llamado la probabilidad A, que satisface las siguientes propiedades:

  1. $0 \leq P(A) \leq 1$.

  2. $P(\Omega) = 1$.

  3. Si A y B son sucesos que se excluyen mutuamente, $P(A \bigcup B) = P(A) + P(B)$.

- `Propiedades Básicas de la Probabilidad`

  1. $P(\emptyset) = 0$

  2. $\forall B,\ P(B^c) = 1 - P(B)$

  3. $\forall B,\ 0 \leq P(B) \leq 1$

  4. $B \subseteq C \Rightarrow P(B) \leq P(C)$

  5. $P(B \cup C) = P(B) + P(C) - P(B \cap C)$

6. $P(B_1 \cup ... \cup B_n) \leq \sum_{j=1}^{n} P(B_j)$, (*Desigualdad Boleana*).

Es claro que de los tres axiomas fundamentales de Kolmogorov se deducen las propiedades de la probabilidad que se conocen y se manejan hoy en día, ver [10] y[11].

1.3. Necesidad de abordar la probabilidad en la escuela

- `Necesidad social.`

  En realidad, ¿necesitamos conocimientos de probabilidad en nuestro entorno?.

  Lo que hace falta es transmitir pautas de comportamiento que permiten utilizar y rentabilizar la información que se posee. (Fernando Savater).

  Hoy en día es esencial para los ciudadanos un conocimiento de ambas (probabilidad y estadística). Como han mostrado las investigaciones de Fischbein y otras, el sentido innato de la probabilidad es, por lo general, demasiado ingenuo y lleva pronto a errores de juicio cuantitativo. Existe la necesidad de desarrollar y fortalecer ese sentido en la educación matemática, (Informe Kuwait, 1986).

  Entre los conocimientos matemáticos en probabilidad que Claudi Alsina (Ábaco, 2000) opina que:

  Tener una clara conciencia de que todos los juegos de azar que involucran dinero han sido diseñados para que gane "la banca", y pierda el jugador.

  Saber reflexionar sobre las cuantificaciones que delatan la marginalidad, la discriminación y el atraso, evaluando las posibilidades propias de ayuda hacia otros problemas.

  En este sentido José Enrique Pujales (2001), profesor de matemáticas en Laracha (A Coruña España), indica que es preciso que la sociedad tenga conocimientos de Estadística y Probabilidad, entre otros objetivos que cita:

  a) mantener una actitud crítica ante los juegos de azar;
  b) aprender a detectar engaños y timos;
  c) potenciar la autonomía y la creatividad en busca de hipótesis alternativas practicando el método científico como la mejor herramienta para estudiar la realidad.

  Para más detalles ver [12].

Sirva como ejemplo el bombardeo a que nos vemos sometidos por los medios de comunicación, sobre todo TV, a lo largo de todo el año, haciendo hincapié en el número y cuantía de los premios de la Lotería Nacional. Pero no se menciona a las personas que pierden, ¿sólo hay ganadores?, ¿qué esperanza de ganar tiene el jugador?, ¿acaso existen ganadores sin apostar?, ¿qué efecto produce todo este torrente de información en las personas?, y ¿qué ocurre después con todas estas predicciones?, generalmente, quedan todas ahogadas en nuestra mente por toda la información que capta nuestro cerebro. También podemos entrar en el mundo de las creencias, supersticiones y generalizaciones a partir de algún caso concreto, ¿somos superticiosos?, ¿cuál es la probabilidad de que ocurra algo no deseado en martes o viernes 13?. Incluso el saber popular tiene un refrán que lo pone de manifiesto:

El viernes y el martes no te cases ni te embarques ni de tú casa te marches.

¿Existe alguna relación entre los nacimientos, en general, y las fases lunares?, ¿cuál es la probabilidad de que en la escuela podamos hacer algo para ayudar a los demás, a que los niños sean más críticos respecto a estos temas?, ver [12].

Podría pensarse que es inutíl indagar en las posibilidades del futuro, ya que todo lo que ocurriera sería casual, "por suerte"(¡o por desgracia!), y un azar ciego condicionaría el porvenir. Afortunadamente no es así, el azar produce regularidades que pueden detectarse (Trujillo, 1994).

Como dice Pujales (2001):

Es necesario sentir la belleza y el poder de las matemáticas cuando te permiten una interpretación correcta de la realidad.

- `Necesidad Escolar`

  ¿Es necesario empezar a construir el conocimiento probabilístico en la escuela?. Las matemáticas solas, no existen más que en el aula, en la enseñanza obligatoria está todo más globalizado, más difuminado y no se entienden determinados conceptos sin el contexto al que van ligados, esté es un hecho que debenos tener presente para construir el conocimiento. La probabilidad y la estadística son áreas fundamentales para tratar en la escuela determinados temas transversales, en los que aparecen hábitos perjudiciales para la salud (drogadicción, tabaquismo, alcoholemia, anorexia, etc.), trabajo y deportes de riesgo, hábitos relacionados con determinados juegos de azar (bingos, loterías, quinielas, casinos, etcetera). La construcción del conocimiento probabilístico en la escuela debe estar presente en todo el proceso de enseñar y aprender en cuanto el contexto así lo requiera, entre otras razones, porqué:

  - *Las regularidades del azar permiten hacer previsiones y nos facilitan la toma de decisiones.*

- *Nos ayuda a entender algo más y mejorar el mundo actual a base de porcentajes, fracciones, recuentos, simulaciones, etc.*
- *Es una buena fuente de motivación en cuanto a la utilización de juegos en clase con los niños.*
- *Permite construir el sentido crítico a través del uso de los medios de comunicación en distintos soportes.*
- *Es preciso que los alumnos vayan construyendo a base de experiencias aleatorias una red conceptual que les permita diferenciar sus intuiciones de lo que es un verdadero conocimiento probabilístico.*
- *Permite interpretar y comprender el grado de cumplimiento de determinadas prediciones.*

Los detalles pueden ser consultados en [12].

El Seminario Reflexión sobre la Enseñanza de las Matemáticas celebrado en La Gomera del 12 al 14 de octubre del 2000 elaboró un documento referente a la Educación Primaria y en sus conclusiones se recogían entre otras las siguientes:

- `Respecto a la estructura de la Educación Primaria:`

La globalizacion exige un trabajo de planificación y diseño, dado que hay que relacionar las Matemáticas con el resto de las áreas, a partir de una organización previa del centro, con proyectos que guíen el quehacer diario.

En este sentido, es necesario que funcione en los centros educativos una coordinación adecuada entre el profesorado de cada grado, que tome en cuenta la planificación realizada conjuntamente y un equipo directivo que dinamice la vida del centro educativo. En fin, que el centro educativo sea un lugar en el que la mayoría de los problemas que en él surgen, además de los esperados, tengan solución en la medida en la que se entiende la educación como un trabajo en equipo.

¿Cuál es la probabilidad de que en los salones existan tiempos y espacios comunes para que los docentes puedan planificar, consensar, y luego llegar acuerdos en los aspectos básicos que conlleven al proceso educativo?. Podríamos hablar de los tiempos disponibles por los tutores para "estar con sus alumnos", donde el docente se ve muy precionado, puede consultar [12].

- `Respecto al desarrollo curricular:`

Los distintos pasos del proceso, programación-evaluación, actividad, deben entenderse de forma integradora; son un todo coherente. Debemos procurar que cada actividad, obedezca a un criterio y conlleve una observación que permita evaluar lo *que queremos conseguir al realizarla.*

Es preciso que todo el proceso de enseñar y aprender sea coherente y responda a la planificación realizada, ya que la cadena se rompe en algún punto y la evaluación es como si no formase parte del proceso o no se tomará en cuenta para continuarlo de una manera eficaz, parece que determinadas actividades se realizan sin una finalidad, como si estuviesen desencajadas del proceso. Es como si la única planificación existente fuese el libro de texto, no deja de resultar curioso que en el medio rural, con su riqueza en fauna y flora, tanto en donde viven los niños como en los alrededores de las escuelas puedan no tomarse en cuenta para nada esos mundos (animal y vegetal), próximos a ellos, en el proceso educativo.

¿Cuál es la probabilidad de que estos alumnos construyan su conocimiento sobre la medida y la estimación a partir de su mundo?, ¿medida de líquidos a partir de la leche que se extrae de las vacas diariamente y que ellos consumen?, ¿o de la superficie a partir de las medidas tradicionales o de sus casas, patios y parques donde ellos se desarrollan y juegan?, ¿o de masas a partir de los kilogramos de frutas que compran las mamas para la casa o de las personas que comen y cuidan su aspecto físico para mantenerse en forma?, ¿o del volumen a partir de arena, la tierra, el agua o el estiércol que lleva el tractor o del depósito de agua o del tonel?, ¿cuál es la probabilidad de que se aprenda en la escuela lo mínimo sobre un préstamo bancario y su amortización?, ¿cuál es la probabilidad de que no se consideren a los niños de cierta manera ignorantes y se tome en cuenta el conocimiento con que llegan al aula educativa?, para más detalles se recomienda consultar [12].

- `Respecto a los contenidos:`

  El bloque de Números y Operaciones es importante, ya que articula al resto y permite conectarlos entre sí. Pero no debemos olvidar que la Geometría y el Tratamiento de la información dotan al alumno de un mayor sentido crítico, aportan atractivo al proceso de aprendizaje y tienen posibilidades de ser visualizados y manipulados, permitiendo interrelaciones entre todos ellos. Serán dichas conexiones las que darán sentido al proceso de enseñanza y aprendizaje. Recomendamos una secuencia en espiral. El bloque de Tratamiento de la Información resulta adecuado para la incorporación relacionada con los temas transversales (Consumo, Publicidad, Salud, etc.).

  Podemos escandalizarnos o no y repetirnos aquella pregunta de Claudia Ansina, ¿cuándo fue la última vez que hizo usted una división de no sé cuantas cifras en el divisor? pero, la verdad es que la práctica algorítmica sigue ocupando en el aula más tiempo del que creemos, y siendo eso mejorable, aún hay otra pregunta que va más allá, ¿y, si no hago eso que les enseño?, ¿cuál es la probabilidad de que en las clases de matemáticas se eduque a los niños, desarrollando su sentido crítico, aprendiendo a añalizar, comprender e interpretar la realidad, a predecir hechos o comunicarlos?, ver [12].

- `Respecto a la metodología:`

  Aprendizaje cooperativo, organización flexible del trabajo en el aula, es conveniente partir de situaciones globales, contextualizadas y cercanas a los niños.

  En cuanto a la organización de alumnado, es preciso combinar el trabajo individual con el trabajo de equipo e, incluso, la organización tiene que ser mixta; es decir, mientras unos niños trabajan en equipo otros pueden hacerlo individualmente.

  Casi nunca se miden con el mismo reloj los tiempos del alumno y los del maestro en cuanto a aprender y enseñar. Todos los alumnos deben de disponer del tiempo suficiente para consolidar lo que aprenden según su ritmo que, evidentemente, no es el nuestro. El hecho de que no se les dé el tiempo necesario para adquirir una destreza o un conocimiento provocará lagunas en su construcción, a veces, insalvables. Ya que conforme va avanzando en el aprendizaje, las dudas van creciendo y la ignorancia también, por el miedo a preguntar y que se rían de uno, es mejor quedarse callados.

  El estilo del maestro es básico y tiene que sentirse a gusto, convencido de lo que hace y de como lo hace. Su actitud es fundamental y su convicción con el trabajo es básico. También la seguridad y la ambientación que proporcione el maestro en el aula es fundamental ya que el alumno se desenvolverá con mayor confianza en si mismo para aclarar dudas.

  El maestro alegre, abierto, dialogante, comprensivo, no está reñido con la firmeza y el saber construir el conocimiento de los alumnos; esa especie de currículo oculto en cuanto al comportamiento en el que, con una cierta complicidad, ellos y los maestros saben hasta donde pueden llegar con el respeto para que este límite no se rompa, ver [12].

  Después de todo lo que se ha mencionado, uno no puede evitar la cita del artículo de Ma. Luz Callejo publicada en el número 289 de Cuadernos de Pedagogía, por considerar sus ideas básicas en las etapas obligatorías. Su título es: "Educar para la ciudadanía. Una mirada desde las matemáticas y desde Latinoamérica", donde habla de construir la ciudadanía activa y dice:

  Se trata de formar sujetos racionales, informados, activos, que estén en posesión de sus derechos y sean responsables con respecto a sus deberes. Esto requiere capacidad para comprender, analizar, interpretar y criticar los acontecimientos de la realidad social; asimismo, se debe transcender el punto de vista personal para acceder a otros puntos de vista y entrar en diálogo con ellos, deliberar, resolver conflictos, negociar y construir acuerdos.

En cuanto a las Matemáticas al servicio de la ciudadanía afirma:

La educación matemática no puede dirigirse a una minoría que la va a utilizar, por el contrario, debe llegar a las mayorías que necesitan usarla en su vida cotidiana para convertirse en sujetos activos y participativos en una sociedad democratica, en la doble dimensión de sujetos autónomos y sociales.

Para más detalles consultar [12].

- `La probabilidad en el contexto del proceso de enseñar y aprender.`

Los conceptos de probabilidad habría de verlos, en esta etapa, como una serie de herramientas que ayudan a describir e interpretar el mundo que nos rodea. El trabajo no debe limitarse a la mera lectura de datos, tablas y a la realización de algunos cálculos y diagramas, (Grupo cero).

La probabilidad constituye conexiones importantes con otras áreas de contenido, como son las ciencias sociales y naturales. También pueden reforzar las destrezas comunicativas al discutir los niños sus actividades, conclusiones, y escribir sobre ellas. Dentro de las matemáticas, estos temas conllevan regularmente el uso de números, mediciones, estimación y resolución de problemas, (Estándares curriculares, NCTM).

Además, es interesante el desarrollo psicológico infantil, sólo se citará dos de las corrientes más importantes:

PIAGET (1951) *"Los niños no pueden comprender la probabilidad antes de la etapa de las operaciones formales (adolescencia)"*, versus Fischbein (1975) *"Para lograr los requisitos de una cultura científica eficiente hay que experimentar y entrenar desde los primeros niveles la base intuitiva existente".*

Como dice Carmen Burgués, "No se trata de proporcionarles a la mayoria de los maestros formación de matemáticas superior, sino de dar conocimiento en los saberes de las matemáticas que se debe enseñar", y según su opinión, "el nivel de información ofrecidos por los documentos curriculares es insuficiente para los maestros, precisamente por el desconocimiento matemático de los docentes".

Además, en el programa de estudio en matemática se contemplan contenidos vinculados a la probabilidad y se sugiere que sean introducidos desde el nivel básico. Quizas muchos profesores de primaria tengan la imagen de probabilidad que estudiaron ya hace muchos años en formación docente, y que muy resumidamente se basaban en la asignación probabilística de Laplace y en la combinatoria para contar los casos favorables y posibles de los sucesos, ver [12].

Es por ello que se pretende dar una propuesta en la enseñanza de probabilidad en educación primaria, para la fomentación cotidiana en dicha área en este nivel. Considerando que por parte del gobierno ha implementado el trabajo por medio de las competencias educativas. Es por ello que en este trabajo se presenta la propuesta de la enseñanza de la probabilidad en educación primaria bajo la técnica de resolución de problemas, para la obtención de mejores resultados en la enseñanza de las matemáticas en general en el nivel primaria.

En base a propuestas simples se expondrán breves ideas sobre el tema; por ejemplo:

Un suceso es aleatorio cuando es incierto, cuando si lo repetimos en condiciones idénticas no podemos predecir el resultado: decimos que depende del azar, ver [12].

En los juegos de azar o en un suceso aleatorio no es posible conocer previamente el resultado:

- Cuando extraemos una carta de una baraja española, ¿cuál saldrá?, ¿será una figura?, ¿y si fuese figura, será una sota, el rey de copas, el caballo de oros?.
- Cuando se lanza un dado, en un juego de mesa ¿que número saldrá?, ¿me saldrá un seis, para volver a tirar?, ¿o un cinco y salimos con la única ficha que me queda en casa?.
- Cuando se lanza una moneda al aire, ¿que será más fácil que salga sol o águila? y, sí se lanzara dos monedas a la vez, ¿que combinaciones se podrían dar?. Estos podrían ser algunos de los ejemplos más simples, de probabilidad.

La mayoría de los juegos con cartas, tarjetas, bolas, ruletas, fichas, dados, monedas, exigen una experiencia manipulativa y seguir una serie de técnicas y habilidades de origen matemático: contar, operar, observar, anotar, recontar, elaborar tablas, ver frecuencias, estudiar distintas posibilidades, realizar diagramas, distintas combinaciones de elementos. Pues bien, todas estas destrezas, técnicas, habilidades matemáticas para trabajar algo sobre lo que no tememos la sensación de certidumbre plena (es posible, es seguro, improbable, escasamente probable) chocan con el más puro determinismo del bloque de números y operaciones. Es decir, resulta complicado y difícil de asimilar que un experimento realizado más de una vez en idénticas condiciones no se obtenga exactamente el mismo resultado. Soló a base de experiencias y de prácticas manipulativas, con un cierto grado de sistematización para organizar la información que se va obteniendo, los niños llegan a darse cuenta de que en los juegos de azar se producen regularidades que aumentan con el número de repeticiones que se realizan.

El azar, además de indeterminación, produce regularidades que ayudan en la toma de decisiones y también al hacer predicciones. Normalmente, los niños respecto a la probabilidad se mueven en el mundo de las creencias, como si pertenecieran al mundo mágico o incluso de la superstición. De ahí determinados “ritos” (soplar tres veces el objeto antes de guardarlo en el puño) o cuando se echan las suertes para elegir compañeros de juego.

Capítulo 2

Probabilidad bajo la técnica de resolución de problemas

En este capítulo se presenta una propuesta de la enseñanza de la Probabilidad en el nivel básico bajo la resolución de problemas. Se inicia con la parte del tratamiento didáctico de la probabilidad en nivel primaria, enseguida se dá una introducción sobre la técnica de resolución de problemas, finalmente se plantea una serie de problemas que se van a utilizar para el desarrollo de esta propuesta.

2.1. Tratamiento didáctico de la probabilidad en primaria

Los niños desde edades muy tempranas comienzan a través de sus juegos a acercarse al mundo de lo posible aunque indeterminado. Cuando quieren elegir a integrantes de sus equipos ellos escogen a sus líderes para que los hagan ganar, para saber quien escoge primero echan al aire una moneda o juegan a el de piedra, papel o tijera, o meten papelitos con sus nombres en una bolsa, o recogen una piedra en uno de sus puños. Es decir, ellos tienen sus propios métodos "aleatorios", y los utilizan como parte de muchos de sus juegos, naturalmente también se incluye aquellos en los que como el juego de oca utiliza dados, o las barajas.

Cuando planteamos, algunos juegos de tablero, o actividades de tipo juego de decisión, estamos aprovechando el amplio uso anterior y por lo tanto, la naturalidad de sus reglas y procedimientos. Los objetivos marcados en estos juegos escolares son distintos de los jugados por ellos en contexto libre en el patio, la calle o en familia. Cuando los niños juegan con procedimientos "aleatorios", en realidad solo necesitan que el procedimiento no sea claramente determinado, es decir, que no se pueda prever de principio el resultado, y como se juega de forma muy irregular y poco sistemática, la mayoría de los procedimientos les sirven. Es nuestro interés el usar algunos juegos de azar en la escuela, y gracias a que se planearan de forma más continua, se puede centrar en el grado implicado.

También los niños juegan con una piedra en un puño para ver quién cuenta en el juego del escondite, sólo usan el método las veces necesarias para cumplir su objetivo, algunos entonces usarán el clásico (entre los niños por lo muy usado que es) sistema de golpear ambos puños y ponerse las palmas sobre los oídos, son para ver cual de los dos se oye más, indicando esto el puño que contiene la piedra. El método es claramente mágico y totalmente superfluo pero como ellos juegan una sola vez, y quizás les hagan ganar, tienden a pensar que el sistema es válido en el control de la suerte, ver [13].

Por medio del planteamiento de juegos de azar podemos conseguir: Que aprecien claramente que los procedimientos de control de la suerte no son válidos, que vean que si se juega con más casos favorables (manteniendo los posibles) se tienen mayores posibilidades de ganar, que vean que si se juega con iguales casos favorables, aquel que tenga más casos posibles tendrá más posibilidades de ganar, que experimenten que las posibilidades de ganar en un juego no dependen de que sea de una prueba (a un lanzamiento) o de varias pruebas (tipo carreras en tablero).

En resumen, los juegos de azar son de gran ayuda para el desarrollo de los niños, en el ambiente educativo, sobre todo en probabilidad, también permiten un tratamiento frecuencial o empírico de la probabilidad, imprescindible para que, se pueda comenzar a contrastar más formalmente con la probabilidad.

- `Algunos métodos usados por los niños para elegir el comienzo del juego.`

  - Silabear una canción señalando en cada sílaba a un participante en el sorteo.
  - Encontrar una piedra en unos de los dos puños. A piedra, papel y tijera.
  - Meter papelitos en una bolsa con el nombre de los participantes en el sorteo.
  - Usar un bolígrafo, o una botella y darles vueltas para ver a quién señala.
  - Lanzar cualquier objeto que tenga a mano y disponga de caras estables.
  - Lanzar monedas o dados en juegos familiares como la oca, el turista.

  Para más detalles consultar [13].

- `Conceptos probabilísticos que se desarrollan con los juegos.`

  1. Que se pueden tener más opciones y perder, pero que lo mejor es jugar con aquel suceso que tiene más opciones.
  2. Que no todo lo posible es igualmente probable.
  3. Que a igual número de casos posibles es mejor tener más casos favorables.
  4. Que a igual número de casos favorables es mejor tener menos casos posibles.
  5. Que el procedimiento de anotar las observacines es bueno para conocer aproximadamente un hecho de naturaleza aleatoria.

6. Que en un objeto regular como un dado, es predecible aproximadamente el número de veces que saldrán cada cara cuando se lanza muchas veces.
7. Que parece razonable que en una moneda buena las dos caras buenas salgan más o menos por igual, que si no es así, en un número grande de lanzamientos, podemos sospechar de la moneda.
8. Comenzar a observar que al componer sucesos hay que tener cuidado porque pueden no ser equiprobables.

Para más detalles consultar [13].

2.2. Tratamiento didáctico de los juegos

Previamente al desarrollo de los juegos es muy interesante (de hecho muchos niños lo hacen espontáneamente) que den su opinión sobre el juego, fundamentalmente sobre si todas las opciones tienen las mismas posibilidades de ganar.

El trabajo en grupo es totalmente imprescindible, las propias reglas de los juegos así lo establecen, dentro del grupo se deberán de establecer diferentes papeles, lanzar dado, mover fichas y sobre todo anotar los resultados de las partidas. Además, los miembros del grupo deberán buscar una explicación colectiva a los resultados que se obtienen.

Las anotaciones de los grupos deben ser consensadas por el conjunto de la clase para acumular posteriormente todos los resultados, luego a la repetición de los juegos en los grupos y a la acumulación de resultados de todos ellos, se hace necesario plantear un debate que intente buscar una lógica a lo observado.

El papel del profesor se centrará en comprobar si las reglas del juego han sido comprendidas, así como, animarles a buscar sus explicaciones a lo que ocurre. En la fase de trabajo con todo el grupo, la clave esta en, mantenerse dentro de los niveles de discusión establecidos por los propios niños, ir consiguiendo clasificar los conceptos probabilísticos básicos, ver [13].

Los materiales que se pueden utilizar son los clásicos, los llamados generadores aleatorios: cubos, bolas, dados (Iran, Egipto), dianas, fichas de colores, monedas, barajas (s. XV), tablas, bolsitas, tableros, urnas, ruletas, cajas, etc.

- `Algunas actividades`

En general, el alumnado de educación primaria le gusta explorar sobre la casualidad y disfrutan con ello. Los juegos deben permitirles explorar diversos aspectos de la probabilidad, recolectar y analizar datos en un ambiente de resolución de problemas.

Aunque, según Piaget, la idea del azar, lo mismo que la de probabilidad, no puede ser totalmente comprendida hasta que se desarrolle el pensamiento combinatorio en la etapa de las operaciones formales (12-14 años), creemos que sí se puede experimentar y no dejar estimular lo que Fischbein llama intuiciones primarias probabilísticas, es decir, sentar las bases con un entrenamiento adecuado, ver [12].

Resulta difícil atribuir actividades o juegos determinados para cada año escolar, porqué el mismo puede ser utilizado a distintas edades dependiendo del contexto en el que nos encontremos y de lo que queramos conseguir con él. Los niños suelen tener sus primeras experiencias probabilísticas con juegos del tipo, oca, turista, etcetera, los preconceptos probabilísticos que tienen son producto de su experiencia, esta puede ser limitada y puede chocar con el carácter del tratamiento de la probabilidad en el salón de clase, porqué tratándose de un dado cúbico normal, el profesor dice que los seis sucesos son equiprobables:

$$P(i) = 1/6, \text{ donde } i = 1, 2, ..., 6.$$

para más detalles consultar [13].

2.3. Probabilidad bajo la técnica de resolucion de problemas

El objetivo principal de este trabajo se enfoca principalmente en la resolución de problemas, que es un tipo de competencia metodológica que nos permite la organización del tiempo, estrategias de aprendizaje, toma de decisiones y planificación. En el libro de Hofstadther "Gödel, Escher y Bach", podemos encontrar la siguiente lista de capacidades de la inteligencia:

1. Responder a situaciones con flexibilidad.
2. Sacar partido de circunstancias fortuitas.
3. Encontrar semejanzas entre situaciones a pesar de las diferencias que pueden separarlas. Encontrar diferencias entre situaciones a pesar de las semejanzas que las unan.
4. Sintetizar nuevos conceptos considerando viejos conceptos y uniéndolos de manera nueva.
5. Proponer ideas nuevas. Modificar hipótesis.

Para más detalles ver [13],[15] y [16].

En el campo de las matemáticas, estas capacidades pueden desarrollarse mejor que de ningún otro modo por medio de la resolución de problemas.

"*Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fín deseado, que no se consigue de forma inmediata, utilizando los medios adecuados.*"

George Polya. "Matematica1 Discovery".

En este trabajo se trata de enfocar la enseñanza de las matemáticas en nivel primaria, sobre todo en el área de probabilidad, donde se pretende dar una propuesta de enseñanza mediante "*Resolución de problemas y juegos*", donde se le pueda explicar a los alumnos conceptos o definiciones de probabilidad, también se pretende que los alumnos relacionen esos conceptos en la vida diaria para que se les facilite el lenguaje probabilistico y no les sea desconocido en los niveles de estudios futuros.

Es por ello que se muestra una serie de problemas y juegos acordes al nivel de los niños, que pueden ser utilizados por los profesores para que los implemente en sus clases esperando obtener una mejor respuesta por parte de los alumnos y que les facilite un mejor entendimiento de la probabilidad.

Para la aplicación de estos problemas y juegos, ya sea para que trabajen con ellos en equipos o individualmente, integrando toda la información posible, lo de uso cotidiano en sus vidas, y que lo vean como algo entretenido, más no aburrido. Ya que se ha notado que a la mayoria de los niños no les gustan las matemáticas por que son algunas veces aburridas, hablando de las matemáticas en general; es por ello, que solo se considera a la probabilidad, esperando que al alumno le sea interesante y divertida al no tener nada de conocimiento de esta.

Antes de la aplicación de la técnica de "Resolucion de problemas", primero veamos como la describen algunos autores:

"*La mejor forma de librarse de un problema es resolverlo.*"

Brendan Francis

Según Weatley "*resolver un problema es lo que haces cuando no sabes lo qué hay que hacer.*"

La resolución de un problema es sobre todo un proceso y no un procedimiento paso a paso aunque se enseñen todas las técnicas heurísticas, es como ha dicho alguién *es más un viaje que un destino.*

La resolución de problemas es consustancial a las matemáticas. Las matemáticas sólo son útiles en la medida que solo se puedan aplicar a una situación concreta; es decir, a la aplicación de diversas situaciones posibles es lo que se denomina resolución de problemas. El primer paso a seguir es primordial, plantear una serie de dificultades a los alumnos, hecho que se pasa por alto. El profesor ha de ayudar a los alumnos a entender en cada etapa del curso, como deben de aplicar los conceptos y destrezas que estén aprendiendo, también como han de hacer uso de los mismos en la resolución de problemas. Estos problemas, por su parte, han de guardar relación con la aplicación de las matemáticas a situaciones cotidianas de las experiencias de los alumnos y a otras situaciones menos familiares. Muchos alumnos necesitan más tiempo de discusión y trabajo oral, antes de poder abordar por escrito los problemas más sencillos.

Hay diferentes tipos de problemas, algunos merecen más atención, estos son problemas abiertos y tareas amplias de resolución de problemas, luego debemos investigar y formular preguntas a partir de los problemas, también representar situaciones de forma verbal, númerica, gráfica, geométrica o simbólica. De todo esto se pretende construir nuevos conocimientos a través de la resolución de problemas, luego resolver problemas que surjan de las matemáticas y de otros contextos, para que se apliquen y adapten diversas estrategias para resolver problemas. Por último se pretende controlar el proceso de resolución de problemas matemáticos y reflexionar sobre ello.

Así mismo, con el uso de la técnica de resolución de problemas se pretende investigar y entender los contenidos matemáticos, formular problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollar y aplicar diversas estrategias para resolver problemas haciendo hincapié en problemas no rutinarios y de pasos múltiples, también verificar e interpretar resultados en relación con la situación del problema original, finalmente se pretende generalizar soluciones y estrategias para situaciones de nuevos problemas, de todo esto se quiere adquirir confianza en el uso significativo de la matemática, ver [16].

Se hace mención de cinco puntos que se deben tomar en cuenta para resolver un problema:

1. Conocimiento lingüistico: Términos en los que está redactado el problema. Comprensión del enunciado.
2. Conocimiento semántico: Hechos. Por ejemplo: $1ha = 10000m^2$. Comprensión de la lengua y del lenguaje especifico matemático.
3. Conocimiento esquemático: Ser consciente del tipo de problema a resolver. Por ejemplo: algorítmico o de enunciado abierto.
4. Conocimiento operativo: Dominio de herramientas. Por ejemplo: cómo despejar una incógnita, cómo determinar la ecuación de una recta, cómo manejar el compás, etc.
5. Conocimiento estratégico. Uso de líneas de pensamiento que se ponen en juego al resolver problemas, en forma de elección de heurísticos, procedimientos o métodos.

Para más detalles consultar [16].

En la parte de las estrategias heurística tenemos lo siguiente:

- Resolver primero un problema simple.
- Codificar los datos buscando notaciones adecuadas para representar el problema.

- Emplear dibujos o diagramas.
- Hacer tablas y buscar pautas.
- Descomponer el problema en subproblemas.
- Realizar experimentos.
- Empezar el problema desde atras o dar por resuelto el problema.
- Generalizar la solución para tener un modelo de resolución de todos los problemas análogos.

Mencionamos algunas sugerencias para resolver problemas matemáticos:

1. Lectura del enunciado y comentarios con compañeros proximos.
2. Resguardar el problema y expresar oralmente con propias palabras y de una forma lo que expresa el enunciado. Oir las diferentes versiones y discutirlas.
3. Expresar por escrito un plan de resolución en terminos parecidos a los siguientes: "Yo haria esto y con lo que me salga haré esto otro para obtener, luego haré, y me saldra tal cosa que es la solución".
4. También pueden hacerse esquemas.
5. Ejecutar el plan discutiendo el procedimiento con los compañeros. Expresar continuamente lo que se hace y para que se hace.
6. Expresar la solución mediante una frase. En su caso ajustar la respuesta a las preguntas del problema.
7. Plantearse la pregunta ¿Hay otra forma de resolver el problema?. Planificar y ejecutar otras formas de resolución.
8. Utilizar cuando el caso lo requiera diferentes estrategias como: plantearse casos más sencillos, realizar graficos o dibujos, representar los datos en tablas y buscar pautas, etcetera.

Más detalles en [15]y [16].

2.4. Serie de problemas para Quinto Grado

En esta sección se presenta una serie de problemas, para que se de apoyo a la enseñanza de probabilidad en las escuelas primarias mediante la técnica de resolución de problemas, donde los niños puedan identificar y relacionarlos con esta área, aplicando conceptos de esta misma. Con la serie de problemas se pretende que el alumno no encuentre dificultad al entrar en esta parte de la matematicas que denominamos probabilidad para que le sea de su agrado; ya que es en este grado de primaria donde por primera vez el alumno se relaciona con más precisión en probabilidad y donde se pretende que el alumno pueda ser capaz de encontrar una solución a cada uno de los problemas.

Por ello, en la serie de problemas que se presenta lo que se pretende primero que el alumno pueda conocer palabras que a escuchado en el hablar de la gente y que conozca su significado por medio del diccionario, luego se muestra una serie de enunciados de los que se pueden formar con actividades o sucesos de la vida diaria, también que el alumno los vaya relacionando con problemas de probabilidad. Luego se da a conocer ya más a fondo en que consiste el área de probabilidad y una definición de probabilidad en el lenguaje matemático. De lo cuál se presentan problemas similares para la aplicación de la definición de probabilidad clásica.

¿Qué tiene que ver la probabilidad con las matemáticas?.

Busca en el diccionario el significado de las siguientes palabras:

1. Azar:
2. Evento:
3. Espacio Muestral:
4. Experimento Aleatorio:
5. Evento posible:
6. Evento seguro:
7. Probabilidad:

Muchas de estas palabras tienen varios significados, elige la que te parezca que se relaciona de alguna forma con matemáticas. Discutan en pequeños grupos sus hallazgos y después coméntelos entre todo el grupo.

El que suceda o no un hecho, lo podemos catalogar más o menos así:

1. Nunca
2. Alguna vez
3. A veces si
4. A veces no
5. Casi siempre
6. Siempre

Por ejemplo, ¿dónde pondrías, en la escala anterior, los siguientes hechos?.

1. Si suelto un libro, se cae.
2. Si no hago pasar corriente, se enciende un foco.
3. Si tiro un balón a la canasta de basquet, encesto.
4. Si no estudio, salgo bien en los exámenes.
5. Si meto la mano en el cajón, sin ver, saco dos calcetines que formen un par.
6. Si tiro un dado, saco el número 6.
7. Si juego a la pirinola, me sale “toma todo”.

¿De los ejemplos anteriores puedo saber cuándo sucederá lo que quiero?, ¿de cuáles?.

Precisamente, la parte de las matemáticas que se llama “Probabilidad”, trata con los problemas que pueden suceder y de los cuales se puede tener alguna previsión, ver [1].

La mayoría de los llamados juegos de apuesta, a los que tanta gente se aficiona, se llaman también juegos de azar, lo más sencillo es iniciar con los volados. ¿Qué probabilidad hay de que al lanzar una moneda al aire, salga águila?.

Dado que sale águila o sale sol, decimos que hay 50 por ciento de probabilidad, o sea 1/2.

En diagrama se pondría:

	si
P(águila)	
	no

Esto nos lleva a una primera definición de probabilidad, donde:
f es el número de casos favorables, p el número de casos posibles y E el evento.

$Probabilidad(E) = \dfrac{f}{p}.$

Probabilidad de que salga “águila”, en un volado es igual a $\frac{1}{2}$.

Probabilidad de que al tirar un dado tenga un 5 es igual a $\frac{1}{6}$ ya que hay un cinco en un total de seis números posibles, para más detalle puede consultar [1].

Ejercicios complementarios

`1.- Fechas de cumpleaños.`

Realiza una encuesta por medio de papeletas donde escriba cada compañero de tú grupo su nombre y su fecha de cumpleaños.

Ejemplo de la papeleta.

Nombre	Fecha de cumpleaños

Luego realiza una tabla donde puedas anotar toda la información que obtuviste; es decir, nombre, mes y día.

Por último, contesta las siguientes preguntas:

¿Qué probabilidad existe de que al menos dos compañeros cumplan años el mismo día?.

¿Qué probabilidad existe de que alguno de tus compañeros haya nacido el mismo mes y el mismo día que tú?.

`2.- Nombres iguales.`

Realiza una encuesta por medio de papeletas donde escriban su nombre cada compañero del grupo. Luego contesta lo siguiente:

¿Qué probabilidad existe que tengas al menos dos compañeros con el mismo nombre?.

Una de las aplicaciones de este tipo de problemas es cuando se hace un sondeo con un universo relativamente grande y después se aplica a la población completa.

`3.- Monedas y Dados.`

Realiza lo siguiente y anota los resultados de cada uno:

1. Lanza dos monedas iguales tres veces.
2. Lanza dos dados iguales dos veces.
3. Lanza una moneda y un dado una vez.
4. Lanza un dado cinco veces.

`4.- Sacar bolas numeradas del 1 al 10.`

Tenemos una caja con bolas. Esta tiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Sacamos una bola de la caja. Calcula la probabilidad de:

- Obtener la bola con el número 5.
- Obtener la bola con el número 2.
- Obtener la bola con un número par.
- Obtener en dos sacadas el número 7 y en la segunda el 2.

`5.- Taparroscas de colores.`

Tenemos una bolsa con taparroscas de colores: 5 amarillas, 3 rojas, 4 verdes y 3 anaranjadas, averigua lo siguiente:

- ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar por primera vez de la bolsa una taparrosca, esta sea roja?.
- ¿Cuál es la probabilidad de sacar la primera vez una anaranjada, y la segunda vez un color distinto?.
- ¿Cuál es la probabilidad de que al sacar la primera vez salga amarillo?.
- ¿Cuál es la probabilidad de obtener la primera vez verde y la segunda sea anaranjada?.

`6.- La pirinola.`

Primero: gira unas 10 veces la pirinola y anota en una tabla que valor te va saliendo.

Segundo: vuelve a girar 10 veces la pirinola, anota los resultados y luego comparalos con la primera tanda.

¿Cuál es la probabilidad de que te salga *Toma todo* en un giro?.
¿Cuál es la probabilidad de que te salga *Todos ponen* en un giro?.

Ejercicios Planteados:

1. Si en una caja cerrada hay cinco canicas, tres rojas y dos blancas, ¿qué probabilidad hay de que al sacar una canica sea blanca?.
2. Mi hermana tiene 5 blusas rojas y 4 azules, ¿cuál es la probabilidad de que escoja una color azul?.

3. En una bolsa hay 5 paletas de sabor uva, 3 de sabor durazno y 1 de limón, ¿cuál es la probabilidad de que escoja una de sabor uva?.

4. En una tienda de mascotas hay 3 perros de raza chihuahueño, 2 pastor alemán y 4 gatos siameses, la tienda la habren a las 8 a.m., ¿cuál es la probabilidad de que al abrir la tienda, el primer cliente se lleve a un perro?.

5. Mi hermana esta embarazada no sabe que va a tener, si niño o niña, ¿cuál es la probabilidad de que sea niña?.

6. El primo de una amiga tiene 5 años y le dierón a escojer para ir de vacaciones, ir a la playa o ir a Disneylandia, ¿cuál es la probalilidad de que desee ir a la playa?.

7. El marino es pescador, vende pescado a 10 restaurantes y 7 supermercados. Por lo general todos les pagan en efectivo, pero hoy uno le pago con cheque, ¿cuál es la probabilidad de que el cheque fuera de un restaurante?.

8. Las ventanas de un edificio tienen vistas diferentes: 5 miran al zócalo y 4 miran al jardín. Si la señora Ramírez asiste a una reunión en una de ellas esta tarde, ¿cuál es la probabilidad de que tenga vista hacia el jardín?.

9. En un zoológico llegaron nueve animales entre ellos fueron 7 osos pandas y 2 osos polares, pero uno de ellos esta enfermo, ¿cuál es la probabilidad de que uno de los enfermos sea un oso panda?.

10. Tengo en mi bolsa una mandarina y una naranja. Una de estas frutas se la voy a dar a mi amiga(o), ¿cuál es la probabilidad de que sea la mandarina la que regale?.

11. En una fiesta de disfraces 3 fueron con disfraces de momias, 3 de mariposas y 4 de reyes. Si se premiará al mejor disfraz, ¿cuál es la probabilidad de que gane el del disfraz de momias?.

2.5. Serie de problemas para Sexto Grado

En esta sección lo que se pretende con la serie de problemas es que el alumno pueda resolver y crear nuevos problemas donde pueda aplicar correctamente la definición de probabilidad, contemplando que el año anterior de su curso ya vio lo principal respectó a la parte de probabilidad. En esta parte se presenta la serie de problemas similar a la que se presento en la sección anterior, pero con más complejidad, y se da de manera más formal la definición de probabilidad clásica, donde se espera que se facilite más la aplicación de probabilidad mediante los problemas de juegos de azar y motivando el aprendizaje del alumno. Ya que se espera que al darle toda la teoria necesaria el alumno en este año de escolaridad pueda ser capaz de solucionar los ejercicios complementarios y planteados que se presentan en esta sección.

¿Qué tiene que ver la probabilidad con las matemáticas?.

Busca en el diccionario el significado de las siguientes palabras:

1. Azar:
2. Experimento Aleatorio:
3. Evento:
4. Espacio muestral:
5. Evento posible:
6. Evento seguro:
7. Probabilidad:

Muchas de estas palabras tienen varios significados, elige la que te parezca que se relaciona de algún modo con matemáticas. Discutan en pequeños grupos sus hallazgos y después coméntelos entre todo el grupo.

El que suceda o no un hecho, lo podemos catalogar más o menos así:

1. Nunca
2. Alguna vez
3. A veces si
4. A veces no
5. Casi siempre
6. Siempre

Por ejemplo, ¿dónde pondrías, en la escala anterior, los siguientes hechos?.

1. Si suelto un libro, se cae.
2. Si no hago pasar corriente, se enciende un foco.
3. Si tiro un balón a la canasta de basquet, encesto.
4. Si le entro al *Me late*, me gano la bolsa.
5. Si juego un volado para ver quién paga, yo gano.
6. Si no estudio, salgo bien en los exámenes.
7. Al llegar a la parada, llega el autobús que necesito.
8. Si meto la mano en el cajón, sin ver, saco dos calcetines que formen un par.
9. Si tiro un dado, saco 6 puntos.

10. Si juego a la pirinola, me sale “toma todo”.

¿De los ejemplos anteriores puedo saber cuándo sucederá lo que quiero?, ¿de cuáles?.

Precisamente, la parte de las matemáticas que se llama “Probabilidad”, trata de los problemas que pueden suceder y de los cuales se puede tener alguna previsión, ver [1].

La mayoría de los llamados juegos de apuesta, a los que tanta gente se aficiona, se llaman también juegos de azar, lo más sencillo es iniciar con los volados, ¿Qué probabilidad hay de que al lanzar una moneda al aire, salga águila?.

Dado que sale águila o sale sol, decimos que hay 50 por ciento de probabilidad, o sea 1/2.

En diagrama se pondría:

si
P(águila)
no

`Juega con un compañero a las carreras.`

Dibuja dos líneas divididas en cuadritos, cuando menos 10. Cada uno de los jugadores elige *águila* o *sol*. Alternando, cada uno tira un volado hasta alcanzar 10 tiros cada uno, cada vez que se tira el volado y sale *águila* o *sol*, la ficha se mueve un cuadro, si lo que salió coincide con lo elegido por cada uno.

Después de 5 volados se anota hasta dónde han llegado, luego de los 20 volados, 10 de cada uno, ¿en dónde está la ficha?, ¿porqué?. Pongan otra señal en el cuadro donde se encuentra la ficha.

Tiren otros 10 volados cada uno, ¿qué sucedió?, ¿cuánta diferencia hay entre las águilas y los soles?.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	meta
águila											
sol											

`Ahora juega una lucha al cable.`

En el diagrama, coloca una ficha en la casilla de color que está al centro. A, significa águila y S, significa sol. Toma una moneda y echa volados, siempre en un total par de volados. Según salga A o S la ficha se mueve hacia un lado o al otro.

Águila												Sol

Si tiras un número grande de “volados”, ¿qué sucede con la ficha?, ¿después de cuántos volados ganará una de las dos partes?, ¿por qué se pide que sea un número par de volados?.

El que en los volados haya la misma oportunidad de que salga un águila que un sol, se le llama eventos equiprobables, ya que tienen la misma probabilidad de salir águila o sol.

¿Qué probabilidad hay de que saque cinco águilas seguidos, tirando volados con una misma moneda?.

A S

A S A S

Esto nos lleva a una primera definición de probabilidad donde:

f es el número de casos favorables, p números de casos posibles y E el evento.
$Probabilidad(E) = \dfrac{f}{p}$.

Probabilidad de que salga águila en un volado es igual a $\frac{1}{2}$.

Probabilidad de que al tirar un dado tenga un 5 es igual a $\frac{1}{6}$, ya que hay un cinco en un total de seis números posibles.

`Regla de multiplicación`.

¿Qué probabilidad hay de que en dos volados seguidos salga un sol?.

En el primer volado la probabilidad es $\frac{1}{2}$ de que salga un “sol”. En el segundo volado también hay $\frac{1}{2}$, lo que resulta $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

Esto se puede ver más fácilmente, si se hace un diagrama de árbol.

A
A
S
A
S
S

Vemos que en la segunda ocasión hay cuatro posibilidades de las cuales sólo una da el resultado buscado.

`Volvemos nuevamente a los dados:`

¿Qué probabilidad hay de que, al tirar dos dados al mismo tiempo, salga un dos y un tres?.

De que salga un dos en el primer dado es: $\frac{1}{6}$.

De que al tirar el segundo dado salga un 3 es $\frac{1}{6}$.

Por lo tanto, será un sexto de un sexto, es decir, $\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$.

Realicen por parejas una verificación de lo afirmado anteriormente con dados bien simétricos y equilibrados, es decir, que las seis caras sean de las mismas dimensiones, y el peso del dado esté igualmente repartido, ver [1].

Ejercicios complementarios

`1.- Fechas de cumpleaños.`

Realizen una encuesta por medio de papeletas donde escriba cada compañero de tú grupo su nombre y su fecha de cumpleaños.

Ejemplo de la papeleta.

Nombre	Fecha de Cumpleaños

Luego realiza una tabla donde puedas anotar toda la información que obtuviste; es decir, nombre, mes y día.

Por último, contesta lo siguiente:

¿Qué probabilidad existe de que al menos dos compañeros cumplan años el mismo día?.

¿Qué probabilidad existe de que alguno de tus compañeros haya nacido el mismo mes y el mismo día que tú?.

`2.- Nombres iguales.`

Realiza una encuesta por medio de papeletas donde escriban su nombre cada compañero del grupo. Luego contesta lo siguiente:

¿Qué probabilidad existe que tengas al menos dos compañeros con el mismo nombre?.

Una de las aplicaciones de este tipo de problemas es cuando se hace un sondeo con un universo relativamente grande y después se aplica a la población completa.

`3.- Monedas y Dados.`

Realiza lo siguiente y anota los resultados de cada una:

1. Lanza dos monedas iguales una vez.
2. Lanza dos dados iguales dos veces.
3. Lanza 3 monedas iguales tres veces.
4. Lanza 3 dados iguales tres veces.
5. Lanza una moneda y un dado una vez.

`4.- Sacar bolas numeradas del 1 al 10.`

Tenemos una caja con bolas. Esta tiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Sacamos una bola de la caja. Calcula la probabilidad de:

- Obtener la bola con el número 5.
- Obtener la bola con el número 2.
- Obtener la bola con un número par.
- Obtener en dos sacadas el número 7 y en la segunda el 2.

`5.- La pirinola.`

Primero: gira unas 10 veces la pirinola y anota en una tabla que valor te va saliendo.

Segundo: vuelve a girar 10 veces la pirinola, anota los resultados y comparalos con la primera tanda.

¿Cuál es la probabilidad de que te salga *Toma todo* en un giro?.
¿Cuál es la probabilidad de que te salga *Todos ponen* en un giro?.

`6.- Los deportes.`

Se realizó una encuesta entre 100 alumnos de una escuela preguntando que deporte prefieren más de estas opciones:

- Futbol

- Voleibol
- Basquetbol
- Beisbol
- Atletismo

Obtuvimos lo siguiente: 38 alumnos les gusta el futbol, 25 basquetbol, 12 beisbol, 10 voleibol y 15 atletismo.

1. Realiza una tabla de frecuencia absoluta.

`7.- Los dados.`

Tiramos el dado 100 veces y se obtuvo los siguientes resultados: 16 veces el 1; 17 veces el 2; 16 veces el 3; 18 veces el 4; 19 veces el 5 y 14 veces 6. Elabora la tabla de frecuencia absoluta de cada puntuación.

Ejercicios Planteados:

1. En una papelería hay 3 pliegos de papel china y 8 de papel crepe. Uno de ellos salió defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que el defectuoso sea de papel china?.
2. Miguel tiene dulces en sus bolsillos: 4 de limón y 4 de menta. Si Miguel saca un dulce, ¿cuál es la probabilidad de que sea uno de limón?.
3. En una exposición de autos hay 2 jettas, 4 sentra y 1 sturu, ¿cuál es la probabilidad de que el más visto sea un jetta?.
4. Mi vecina tiene 5 gatos, 4 perros y un perico, pero solo puede sacar un animal de su casa, ¿cuál es la probabilidad de que saque a un perro?.
5. En una estación de radio estan rifando 5 boleto para ir a ver a los equipos de futbol; 3 para el cruz azul, 2 para el puebla y 1 para el ámerica, ¿ cuál es la probabilidad de que un radio escucha se saque un boleto para ir a ver al américa?.
6. Las 8 salas de conferencias en un edificio tienen vistas diferentes: 4 miran al este y 4 miran al oeste. Si la señora Ramírez asiste a una reunión en una de ellas esta tarde, ¿cuál es la probabilidad de que tenga vista al este?.
7. El señor Hernández es pescador, vende pescado a 3 restaurantes y 2 supermercados. Por lo general, todos les pagan con cheques, pero hoy uno le pago con efectivo, ¿cuál es la probabilidad de que el efectivo fuera de un restaurante?.
8. En la mesa de Pepe hay 5 refrescos 3 de coca-cola y 2 de pepsi, ¿cuál es la probabilidad de se tomé una pepsi?.

9. En una biblioteca hay 7 libros, 2 son de historietas, 3 son de ciencias y 2 son de cocina, ¿cuál es la probabilidad de que el primero que se saque de la biblioteca sea de ciencias?.

10. Si en un hospital nacieron en un dia 5 niños y 3 niñas, ¿cuál es la probabilidad de que el primero haya sido un niño?.

11. En una gaveta, hay camisas de varios colores: 4 azules y 2 rojas. Si la señora Moratín toma una camiseta de la gaveta, ¿cuál es la probabilidad de que la camiseta sea azul?.

12. Alejandro ha comprado una caja de chocolates. Son de sabores diferentes: 1 de almendra y 3 de coco, ¿cuál es la probabilidad de que el primer chocolate que Alejandro coma sea de almendra?.

13. En la tienda Buen día, surtieron 15 galletas: 8 de coco y 7 de avena, ¿cuál es la probabilidad que escoja un cliente una de avena?.

14. La hermana de Juan se va de viaje pero no sabe si irse en avión, en coche ó en autobus, ¿cuál es la probabilidad de que decida irse en coche?.

2.6. Solución de problemas

El objetivo de esta sección es dar solución a los problemas complementarios de forma simple talque se puedan entender y con estos puedan resolver problemas similares los alumnos de quinto y sexto año de primaria. Señalando que lo primordial es que el alumno pueda entender y comprender el concepto de probabilidad.

`1.- Fechas de cumpleaños.`

Se realizó una encuesta a 80 alumnos por medio de papeletas, donde escribió cada alumno su fecha de cumpleaños (nada más dia y mes).

Nombre	Fecha de cumpleaños

Luego se capturó en una tabla toda la información que se obtuvo de las papeletas:

Nombre	Día	Mes	Nombre	Día	Mes
1.- Yael A.	8	Enero	41.- Oliver A.	2	Agosto
2.- Alejandro	16	Enero	42.- Jacob	7	Agosto
3.- Mario A.	19	Enero	43.- Paola	7	Agosto
4.- Seferino	1	Febrero	44.- Dennise	9	Agosto
5.- Paola	14	Febrero	45.- Berenice	13	Agosto
6.- Maria F.	16	Febrero	46.- Alejandro	14	Agosto
7.- Erika L.	19	Febrero	47.- Agustín	19	Agosto
8.- Nadia P.	19	Febrero	48.- Irving	22	Agosto
9.- José R.	22	Febrero	49.- Anahí	3	Septiembre
10.- Jessica	24	Febrero	50.- Andrea	5	Septiembre
11.- Mari C.	24	Febrero	51.- Maraimi S.	9	Septiembre
12.- Verónica	27	Febrero	52.- Cesar	10	Septiembre
13.- Cielo A.	3	Marzo	53.- Joel	15	Septiembre
14.- Ximena Y.	11	Marzo	54.- Maria	18	Septiembre
15.- Víctor	17	Marzo	55.- Ernesto	27	Septiembre
16.- Jose C.	21	Marzo	56.- Irlanda P.	30	Septiembre
17.- Valeria	30	Marzo	57.- Angelica X.	8	Octubre
18.- Giovanni	2	Abril	58.- Carlos A.	9	Octubre
19.- Rubícelia	6	Abril	59.- Carlos	12	Octubre
20.- Gerardo	14	Abril	60.- Pamela	14	Octubre
21.- José A.	14	Abril	61.- Karen	25	Octubre
22.- Noé	14	Abril	62.- Lizbeth	25	Octubre
23.- Cristian J.	22	Abril	63.- Brisa	29	Octubre
24.- Gerardo	23	Abril	64.- Andrea	1	Noviembre
25.- Alejandro	26	Abril	65.- Carlos O.	2	Noviembre
26.- David	31	Abril	66.- Maria G.	4	Noviembre
27.- Yazmín	5	Mayo	67.- Jenedit	6	Noviembre
28.- Ana L.	13	Mayo	68.- Samuel	13	Noviembre
29.- Sebastián	13	Mayo	69.- Verónica	15	Noviembre
30.- Brandon	28	Mayo	70.- Alan	20	Noviembre
31.- Daniela	31	Mayo	71.- Ricardo	28	Noviembre
32.- Jesús M.	10	Junio	72.- Víctor A.	30	Noviembre
33.- Jazmín	16	Junio	73.- José A.	4	Diciembre
34.- Aldair	20	Junio	74.- Diego A.	7	Diciembre
35.- Lorena	22	Junio	75.- Moisés	10	Diciembre
36.- Karla C.	8	Julio	76.- Jorge E.	13	Diciembre
37.- Jorge E.	16	Julio	77.- Adrian	14	Diciembre
38.- Monserrat	25	Julio	78.- Cristian Y.	16	Diciembre
39.- Iván	27	Julio	79.- Abimael	18	Diciembre
40.- José F.	31	Julio	80.- Estefanía	24	Diciembre

De la realización de la encuesta a los 80 alumnos arrojó que hay 6 pares de alumnos que cumplen año el mismo día. Para obtener la probabilidad de este evento aplicamos la definición de probabilidad clásica, que es:

$Probabilidad(E) = \frac{f}{p}.$

Donde f es el número de casos favorables, p número de casos posibles y E el evento.

es decir, $Probabilidad(E) = \frac{6}{80}.$

¿Qué probabilidad existe de que alguno de mis compañeros haya nacido el mismo mes y el mismo día que yo?.

La respuesta de esta pregunta conforme a la encuesta que se realizó a los 80 alumnos es: la probabilidad es cero porqué ninguno coincidió con la fecha de mi cumpleaños que es el 9 de febrero.

`2.- Nombres iguales.`

Se realizó una encuesta a 80 alumnos por medio de papeletas donde escribieron cada alumno su nombre y fecha de cumpleaños.

Forma de la papeleta:

Nombre	Fecha de cumpleaños

Los resultados obtenidos en la encuesta, se muestran en la siguiente tabla:

Nombre	Día	Mes	Nombre	Día	Mes
1.- Abimael	18	Diciembre	41.- Jesús M.	10	Junio
2.- Adrian	14	Diciembre	42.- Joel	15	Septiembre
3.- Agustín	19	Agosto	43.- Jorge E.	16	Julio
4.- Alan	20	Noviembre	44.- Jorge	13	Diciembre
5.- Aldair	20	Junio	45.- José G.	4	Diciembre
6.- Alejandro	26	Abril	46.- José A.	14	Abril
7.- Alejandro	14	Agosto	47.- José C.	21	Marzo
8.- Alejandro	16	Enero	48.- José F.	31	Julio
9.- Ana L.	13	Mayo	49.- José R.	22	Febrero
10.- Anahi	3	Septiembre	50.- Karen	25	Octubre
11.- Andrea	5	Septiembre	51.- Karla C.	8	Julio
12.- Andrea	1	Noviembre	52.- Lizbeth	25	Octubre
13.- Angélica	8	Octubre	53.- Lorena	22	Junio
14.- Berenice	13	Agosto	54.- Maraimi	9	Septiembre
15.- Brandon	28	Mayo	55.- Mari C.	24	Febrero
16.- Brisa	29	Octubre	56.- Maria	18	Septiembre
17.- Carlos	12	Octubre	57.- Maria F.	16	Febrero
18.- Carlos A.	9	Octubre	58.- Maria G.	4	Noviembre
19.- Carlos O.	2	Noviembre	59.- Mario A.	19	Enero
20.- Cesar	10	Septiembre	60.- Moisés	10	Diciembre
21.- Cielo A.	3	Marzo	61.- Monse	25	Julio
22.- Cristian J.	22	Abril	62.- Nadia P.	19	Febrero
23.- Cristian	16	Septiembre	63.- Noé	14	Abril
24.- Daniela	31	Mayo	64.- Oliver A.	2	Agosto
25.- David	31	Abril	65.- Pamela	14	Octubre
26.- Dennise	9	Agosto	66.- Paola	14	Febrero
27.- Diego A.	7	Diciembre	67.- Paola	7	Agosto
28.- Erika L.	19	Febrero	68.- Ricardo	28	Noviembre
29.- Ernesto	27	Septiembre	69.- Rubicelia	6	Abril
30.- Estefanía	24	Diciembre	70.- Samuel	13	Noviembre
31.- Gerardo	14	Abril	71.- Sebastián	13	Mayo
32.- Gerardo	23	Abril	72.- Seferino	1	Febrero
33.- Giovanni	2	Abril	73.- Valeria	30	Marzo
34.- Irlanda P.	30	Septiembre	74.- Verónica	27	Febrero
35.- Irving	22	Agosto	75.- Verónica	15	Noviembre
36.- Iván	27	Julio	76.- Víctor	17	Marzo
37.- Jacob	7	Agosto	77.- Víctor A.	30	Noviembre
38.- Jazmin	16	Junio	78.- Ximena	11	Marzo
39.- Jenedit	6	Noviembre	79.- Yael A.	8	Enero
40.- Jessica	24	Febrero	80.- Yazmin	5	Mayo

Luego se contestó lo siguiente: ¿Qué probabilidad existe que tenga compañeros con el mismo nombre que yo?.

Para la respuesta de esta pregunta con respecto a la encuesta es: Aplicando la definición de probabilidad clásica es:

$Probabilidad[Yasmin] = \frac{1}{80}$.

¿Qué probabilidad hay de tener compañeros de nombres iguales? (es decir, que haya al menos dos con el nombre de juan o de maria).

En esta pregunta la encuesta arrojó que son 11 niños que tienen el mismo nombre, lo cuál aplicando la definición de probabilidad clásica es:

$Probabilidad[\text{nombres iguales}] = \frac{11}{80}$.

`3.- Monedas y Dados.`

Realiza las siguientes actividades y anota los resultados de cada una:

1. Lanza dos monedas iguales una vez

Lanzamiento	Resultado
Primer lanzamiento	Águila, sol

2. Lanza dos dados iguales dos veces

Lanzamiento	Resultado
Primer Lanzamiento	2 y 5
Segundo Lanzamiento	6 y 3

3. Lanza 3 monedas iguales tres veces

Lanzamiento	Resultado
Primer Lanzamiento	Sol, Sol, Águila
Segundo Lanzamiento	Águila, Sol, Águila
Tercer Lanzamiento	Águila, Águila, Sol

4. Lanza 3 dados iguales tres veces

Lanzamiento	Resultado
Primer Lanzamiento	3, 5, 6
Segundo Lanzamiento	1, 4, 4
Tercer Lanzamiento	3, 6, 1

5. Lanza una moneda y un dado una vez

Lanzamiento	Resultado
Primer Lanzamiento	1 , Águila

`4.- Sacar bolas numeradas del 1 al 10.`

Tenemos una caja con bolas. Esta tiene 10 bolas numeradas del 1 al 10. Sacamos una bola de la caja. Calcula la probabilidad de:

- Obtener la bola con el número 5.

  $Probabilidad[5] = \frac{1}{10}$.

  Explicación: Aplicando la definición de Probabilidad Clásica que dice: $Probabilidad[E] = \frac{f}{p}$, donde f es el número de casos favorables, p el número de casos posibles y E el evento. En este caso el número de casos favorables de que salga la bola con el número cinco es 1 porqué nada más hay una bola con el número 5 entre el número de casos posibles que son 10.

- Obtener la bola con el número 2.

  $Probabilidad[2] = \frac{1}{10}$.

  Explicación: En este caso el número de casos favorables de que salga la bola con el número dos es 1 porqué nada más hay una bola con el número 2 entre el número de casos posibles que son 10.

- Obtener la bola con un número par.

  Para obtener la probabilidad de sacar una bola con un número par aplicando a cada evento la definición de probabilidad clásica de la siguiente forma:

  $Probabilidad[2] = \frac{1}{10}$.

  $Probabilidad[4] = \frac{1}{10}$.

  $Probabilidad[6] = \frac{1}{10}$.

  $Probabilidad[8] = \frac{1}{10}$.

  $Probabilidad[10] = \frac{1}{10}$.

  luego de obtener la probabilidad de cada evento, denotamos que: Sea A: Salga un número par, es decir A = {2,4,6,8,10}.

  $Probabilidad[A] = \frac{5}{10}$.

  Explicación: En este caso el número de casos favorables de que salga la bola con un número par es 5 porqué tenemos en la caja 5 bolas con un número par, estos son 2, 4, 6, 8 y 10 entre el número de casos posibles que son 10.

- Obtener en la primera sacada el número 7, devolvemos la bola a la caja y en la segunda el 2.

  $Probabilidad[7] = \frac{1}{10}$.

  $Probabilidad[2] = \frac{1}{10}$.

  Explicación: En este caso el número de casos favorables de que salga la bola con el número 7 es 1 porqué nada más hay una bola con el número 7 entre el número de casos posibles que son 10 y para la segunda respuesta es el caso de número favorables de que salga la bola con el número 2 es 1 porqué nada más hay una bola con el número 2 entre el número de casos posibles que son 10.

`5.- La pirinola.`

Primero: gira unas 10 veces la pirinola y anota en una tabla que valor te va saliendo.

No. de Giro	Resultado
Primero	Toma 2
Segundo	Pon 2
Tercero	Toma 2
Cuarto	Todos ponen
Quinto	Pon 2
Sexto	Toma 1
Septimo	Todos ponen
Octavo	Pon 1
Noveno	Pon 2
Decimo	Toma todo

Segundo: vuelve a girar 10 veces la pirinola, anota los resultados y comparalos con la primera tanda.

No. de Giro	Resultado
Primero	Pon 1
Segundo	Toma todo
Tercero	Toma 1
Cuarto	Pon 2
Quinto	Pon 2
Sexto	Todos ponen
Septimo	Toma 2
Octavo	Toma 2
Noveno	Pon 2
Decimo	Todos ponen

¿Cuál es la probabilidad de que te salga Toma uno en un giro?.

$Probabilidad[\text{Toma uno}] = \frac{1}{6}$.

Explicación: Aplicando la definición de Probabilidad Clásica que dice:
$Probabilidad[E] = \frac{f}{p}$, donde f es el número de casos favorables, p el número de casos posibles y E el evento. En este caso el número de casos favorables de que salga *toma uno* es 1 porqué nada más hay una cara con toma todo entre el número de casos posibles que son 6.

¿Cuál es la probabilidad de que te salga Todos ponen en un giro?.

$Probabilidad[\text{Todos ponen}] = \frac{1}{6}$.

Explicación: En este caso el número de casos favorables de que salga *todos ponen* es 1 porqué nada más hay una cara con *todos ponen* entre el número de casos posibles que son 6 en total.

`6.- Los deportes.`

Se realizó una encuesta entre 100 alumnos de una escuela preguntando que deporte prefieren más de estas opciones:

- Futbol
- Voleibol
- Basquetbol
- Beisbol
- Atletismo

Se obtuvo lo siguiente: 38 alumnos les gusta el futbol, 25 basquetbol, 12 beisbol, 10 voleibol y 15 atletismo.

1. Realiza una tabla de frecuencia absoluta.

Deporte	Frecuencia absoluta
Futbol	38
Voleibol	25
Basquetbol	12
Beisbol	10
Atletismo	15

Capítulo 3

Resultados bajo la técnica de resolución de problemas

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en los examénes de diagnóstico y del trabajo realizado en el salón de clases a estudiantes de dos diferentes escuelas primarias ubicadas en San Andrés Cholula y San Pedro Cholula. El trabajo se llevó a cabo con alumnos de quinto y sexto año, bajo la técnica de resolución de problemas, obteniendo resultados satisfactorios y los cuales se muestran en las tablas siguientes.

3.1. Técnica de resolución de problemas y ejemplos

En el libro de Hofstadter "Gödel, Escher y Bach" podemos encontrar la siguiente lista de capacidades de la inteligencia.

- Responder a situaciones con flexibilidad.
- Sacar partido de circunstancias fortuitas.
- Encontrar semejanzas entre situaciones a pesar de las diferencias que puedan separarlas. Encontrar diferencias entre situaciones a pesar de las semejanzas que las unan.
- Sintetizar nuevos conceptos considerando viejos conceptos y uniendolos para obtener nuevos conceptos.
- Proponer ideas nuevas. Modificar hipótesis.

Para más detalles ver en [15] y [16].

En el campo de las matemáticas, estas capacidades pueden desarrollarse mejor mediante la resolución de problemas.

"Resolver un problema es encontrar un camino allí donde no se conocía previamente camino alguno, encontrar la forma de salir de una dificultad, de sortear un obstáculo, conseguir el fin deseado, que no se consigue de forma inmediata, utilizando los medios adecuados", consultar [15] y [16].

George Polya. "Matematical Discovery"

`Los objetivos de la técnica de resolución de problemas son:`

- Potenciar el gusto por la resolución de problemas.
- Tomar conciencia de la importancia de la resolución de problemas como núcleo esencial de la educación matemática.
- Conocer y practicar estrategias heurísticas y destrezas convenientes para resolución de problemas.
- Reconocer la resolución de problemas como una actividad en la que se fomente el gusto por hacer matemáticas, evitando que la dificultad se convierta en sinónimo de rechazo, sino más bien en un desafío para la mente y como tal sean tomadas como un juego.
- Compartir recursos documentales, tecnológicos, etc. Para facilitar la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas, ver [16].

Según Weatley "resolver un problema es lo que haces cuando no sabes qué hay que hacer", ver [16].

Un problema matemático representa un desafío a las capacidades deseables de un matemático, tienen interés en sí mismos y estimulan en quienes lo resuelven el deseo de proponerlo a otras personas.

La resolución de problemas es natural a las matemáticas. Las matemáticas sólo son "útiles", en la medida en que puedan aplicarse a una situación concreta; precisamente a la aplicación de diversas situaciones posibles es lo que se denomina "resolución de problemas". En todo caso, antes de resolver el problema, es preciso traducirlo a los términos matemáticos apropiados. Este paso, primero y esencial, plantea serias dificultades a numerosos alumnos, hecho que con frecuencia se pasa por alto. El profesor debe ayudar a los alumnos a entender, en cada etapa del curso, como pueden aplicar los conceptos y habilidades que estén aprendiendo y cómo han de hacer uso de los mismos en la resolución de problemas. Estos problemas, por su parte, han de guardar relación con la aplicación de la matemática a situaciones cotidianas de las experiencias de los alumnos y otras situaciones menos familiares. Muchos alumnos necesitarán más tiempo de discusión y trabajo oral, antes de poder abordar por escrito los problemas más sencillos, para más detalles consultar [16].

Para ello hay problemas que merecen más atención, es decir, donde se debe investigar y formular preguntas a partir de la situación del problema, además de representar una situación de forma verbal, numérica, gráfica, geométrica o simbólica.

Un estandar de resolución del problema puede ser el construir nuevos conocimientos que surjan de las matemáticas y de otros contextos, así como aplicar y adaptar diversas estrategias para su solución, como también controlar el proceso de resolución de los problemas matemáticos y reflexionar sobre él.

`¿Qué se necesita saber para resolver un problema?`

- `Conocimiento lingüisticos`: Términos en los que está redactado el problema. Comprensión del enunciado.
- `Conocimiento semántico`: Hechos. Comprensión de la lengua y del "lenguaje específico matemático".
- `Conocimiento esquemático`: Ser consciente del tipo de problema a resolver.
- `Conocimiento operativo`: Dominio de "herramientas".
- `Conocimiento estratégico`: Uso de líneas de pensamiento que se ponen en juego al resolver el problema, en forma de elección heurística, procedimiento o método.

`Las estrategias heurísticas son:`

- Resolver primeramente un problema más simple.
- Anotar los datos que se nos da del problema.
- Emplear dibujos o diagramas.
- Hacer tablas y buscar pautas.
- Descomponer el problema en subproblemas.
- Realizar experimentos.
- Empezar el problema desde atrás y dar el problema por resuelto.
- Generalizar la solución para tener un modelo de resolución de todos los problemas análogos.

Para más detalles consultar [15] y [16].

`Sugerencias para resolver problemas matemáticos:`

1. Lectura del enunciado y comentarios con compañeros próximos.
2. Resguardar el problema y expresar oralmente con propias palabras lo que expresa el enunciado. Oír las diferentes versiones y discutirlas.

3. Expresar por escrito un plan de resolución en términos parecidos a los siguientes: "Yo haría esto y con lo que me salga haré esto otro para obtener... luego haré... y me saldrá tal cosa... que es la solución".

4. También pueden hacerse esquemas.

5. Realizar el plan discutiendo el procedimiento con los compañeros. Expresar continuamente lo que se hace y para qué se hace.

6. Expresar la solución mediante una frase. En su caso ajustar la respuesta a la(s) pregunta(s) del problema.

7. Plantear la pregunta ¿Hay otra forma de resolver el problema?. Planificar y realizar la otra forma de resolución.

8. Utilizar cuando el caso requiera diferentes estrategias como: plantearse casos más sencillos, hacer dibujos, representar los datos en tablas y buscar pautas, etcetera.

`Proceso de resolución:`

- Anotar por escrito todo el proceso de solución y luego debatir la misma con el resto de los compañeros y el profesor, ¿por qué?, ¿para qué?.
- Para no olvidar las buenas ideas que nos llegan.
- Para que cuando se desee repasar el problema, resulte más cómodo hacerlo.
- Para controlar el proceso de resolución del problema, puesto que está en todo momento delante de quién lo resuelve.
- Para que el profesor pueda orientar no sólo sobre las operaciones, sino sobre lo que es más importante: los procesos y pensamientos matemáticos desarrollados.

Para más detalles consultar [15] y [16].

`PAUTAS`

1. ABORDAJE. Comprender el problema.
   - Lee el problema despacio.
   - ¿Cuáles son los datos? (lo que conoces). ¿Cuál es la incógnita? (lo que buscas).
   - Trata de encontrar la relación entre los datos y la incógnita.
   - Si puedes haz un esquema o dibujo de la situación.
2. CONCEBIR EL PLAN.
   - ¿Esté problema es parecido a otros que ya conoces?.
   - ¿Podrías plantear el problema de otra forma?.

- Imagínate un problema parecido, pero más sencillo.
- Supón que el problema ya está resuelto; ¿cómo se relaciona la situación de llegada con la de partida?.
- ¿Utilizas todos los datos cuando haces el plan?.

3. ATAQUE. Llevar a cabo el plan.
    - Al ejecutar el plan, comprueba cada uno de los pasos.
    - ¿Puedes ver si cada paso es correcto?.
    - Antes de hacer algo piensa: ¿qué consigo con esto?.
    - Acompaña cada operación matemática con una explicación contando lo que haces y para qué lo haces.
    - Cuando tropieces con alguna dificultad que te deja bloqueado, vuelve al principio, reordena las ideas y prueba de nuevo.
4. REVISIÓN. Reflexión sobre el proceso seguido. Revisión del plan.
    - Lee de nuevo el enunciado y comprueba que lo que te pedían es lo averiguado.
    - Fíjate en la solución. ¿Te parece que lógicamente es posible?.
    - ¿Puedes comprobar la solución?.
    - ¿Hay otra forma de resolver el problema?.
    - ¿Puedes hallar alguna otra solución?.
    - Acompaña la solución de una explicación que indique claramente lo que has hallado.
    - Utiliza el resultado obtenido y el proceso que has seguido para formular y plantear nuevos problemas.

Ejemplo:

Una urna tiene 8 bolas rojas, 5 amarillas y 7 verde, si se extrae una bola al azar, calcula la probabilidad de que:

1. Sea roja.
2. Sea verde.
3. Sea amarilla.

`Plan de resolución.`

- Anotamos los datos que conocemos.
- Se nos da a conocer que son 8 bolas rojas, 5 amarillas y 7 verde.
- En total son 20 bolas de colores que hay en la urna.

- Sa aplica la definición de probabilidad clásica: $Probabilidad[E] = \frac{f}{p}$, donde f es el número de casos favorables, p el número de casos posibles y E el evento.

`Ejecución del plan`

1. Total de bolas de colores son 20.
2. Se nos dice que son 8 bolas rojas, 5 amarillas y 7 verde.
3. Se aplica la definición de probabilidad clásica.
4. Sea roja.

   f(número de casos favorables) = 8 y p(número de casos posibles)= 20.

   $p[roja] = \frac{8}{20} = 0.4$.
5. Sea verde.

   f(número de casos favorables) = 7 y p(número de casos posibles)= 20.

   $p[verde] = \frac{7}{20} = 0.35$.
6. Sea amarilla.

   f(número de casos favorables) = 5 y p(número de casos posibles)= 20.

   $p[amarilla] = \frac{5}{20} = 0.25$.

3.2. Escuela Primaria Gral. Lázaro Cárdenas: alumnos de Sexto y Quinto Año.

Tablas de Sexto Año grupo A

Las tablas que se muestran a continuación son respecto a los resultados obtenidos en la aplicación de la evaluación, de un total de 35 alumnos de los cuales solo 29 aplicaron la evaluación.

Primer problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	23	6	29	De un total de 82.85 por ciento de los alumnos que presentaron la evaluación, el 65.71 por ciento de los alumnos de sexto año contestaron bien el problema y de los cuales el 51.42 por ciento aplicó correctamente la definición de probabilidad clásica.

Segundo problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	19	10	29	En esta parte de la evaluación solo el 59.28 por ciento de los alumnos tuvo bien el segundo problema y de estos el 51.42 por ciento aplicó bien la definición de probabilidad clásica.

Los dos problemas de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	18	11	29	En los dos problemas a evaluar solo el 51.42 por ciento obtuvó bien los dos problemas, y el 31.42 por ciento necesita mucho más dedicación y trabajo.

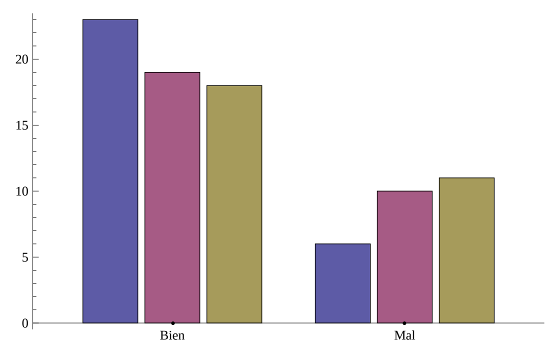


Figura 3.1: Grafica de evaluación 6”A” de la Esc. Prim. Gral. Lázaro Cárdenas.

Forma de calificar a cada niño de Sexto Año y Quinto Año con respecto a la evaluación y el registro de problemas trabajados en clase.

Respecto a la evaluación y el trabajo de resolución de problemas realizados en el salón de clase arrojó muchas observaciones las cuales se clasificarón de la siguiente manera:

A: Calificación 10. En los dos aspectos a evaluar el alumno tuvo muy buen desempeño, por lo tanto, se dio el resultado positivo respecto al propósito en la enseñanza de la probabilidad.

B: Calificación 8 y 9. En los dos aspectos a evaluar el alumno tuvo algunas confusiones respecto a la solución de los problemas realizados en el salón de clase o de la evaluación.

C: Calificación 7 y 6. El alumno no le fue sufiente el tiempo implementado para la explicación de la definición de probabilidad, ya que no obtuvo buenos resultados en la evaluación o en los problemas.

D: Calificación 5. No entendió nada, lo que se traduce que el estudiante tiene algunas deficiencias básicas y por consiguiente falta más trabajo con el alumno.

Tabla de calificaciónes respecto a los problemas y evaluación de $6A$**.**

Nombre del Alumno	Examén	Problemas en clase	Calf.	Obs.
1.- Sarel Ramirez Gutierrez	Muy Bien	Muy Bien	10	A
2.- Eduardo Pérez Tetepa	Muy Bien	Regular	8	B
3.- Jorge C. Deveaux García	Muy Bien	Muy bien	10	A
4.- Andrea Zanabria Cacho	Muy Bien	Buena	9	B
5.- Hector Anahuat Coyotecatl	Muy Bien	Buena	9	B
6.- Guadalupe Goméz A.	Muy Bien	Buena	9	B
7.- Victor R. López Romero	Muy Bien	Muy Bien	10	A
8.- Dara Manzo Rivera	Buena	Buena	9	B
9.- Aranzasú Conde C.	Buena	Regular	8	B
10.- Julio Edgar De la Rosa F.	Buena	Buena	9	B
11.- Griselda Jimenez Jimenez	Buena	Regular	8	B
12.- Cecilia Almazán Pérez	Buena	Buena	9	B
13.- Ana Carranza Torres	Buena	Buena	9	B
14.- Cristopher Jimenez X.	Buena	Buena	9	B
15.- Marifer Toxqui Corona	Buena	Buena	9	B
16.- Angelica Huitzil López	Buena	Muy Bien	9	B
17.- Francisco Garcia H.	Buena	Regular	8	B
18.- Ricardo Xopa Toxqui	Regular	Buena	8	B
19.- Jesús Cervantes Pérez	Regular	Regular	7	C
20.- Mario Garcia Vazquéz	Regular	Buena	8	B
21.- Jaqueline Romero Pérez	Regular	Regular	7	C
22.- Areli Ordoñez Huerta	Regular	Buena	8	C
23.- Leonel Jair Xicale Solis	Regular	Regular	7	C
24.- Ulices Brijido Aguilar	Mal	Regular	5	D
25.- Daniela Pérez Mani	Mal	Regular	5	D
26.- Jafet Isai Pazuengo C.	Mal	Regular	5	D
27.- Francisco Ragón Lopez	Mal	Regular	5	D
28.- Frida Gonzalez Alvarez	Regular	Mal	6	C
29.- Paloma Andrea Melo C.	Buena	Regular	8	B
30.- Fernando Xochipiltecatl L.	Regular	Regular	7	C
31.- Isidro Linares Colexcua	Regular	Regular	7	C
32.- Luis Enrique Jaramillo	Regular	Regular	7	C
33.- Eleazar Cielo Garcia	Mal	Mal	5	D
34.- Lorena Jimenez	Mal	Regular	5	D
35.- Brandom	Mal	Regular	5	D

Tablas de Quinto año grupo A

El grupo esta formado de 33 alumnos de los cuales solo aplicaron 31 alumnos la evaluación, obteniendo los siguientes resultados:

Primer problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	15	16	31	El 45.45 por ciento contestaron correctamente el primer problema y de estos solo el 24.24 por ciento aplicó bien la definición de probabilidad, y el 48.48 por ciento salió mal, de un total del 93.93 por ciento de los alumnos.

Segundo problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	10	21	31	Se observó que los alumnos se confundieron, ya que el 30.30 por ciento aplicó bien la definición y el 63.63 por ciento respondió incorrectamente de un total 93.93 por ciento de alumnos que presentaron la evaluación.

Los dos problemas de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	8	16	24	Se obtuvo que el 24.24 por ciento de los alumnos contestó bien los dos problemas de la evaluación, y el 48.48 por ciento de ellos respondió incorrectamente, de un total de 93.93 por ciento de alumnos.

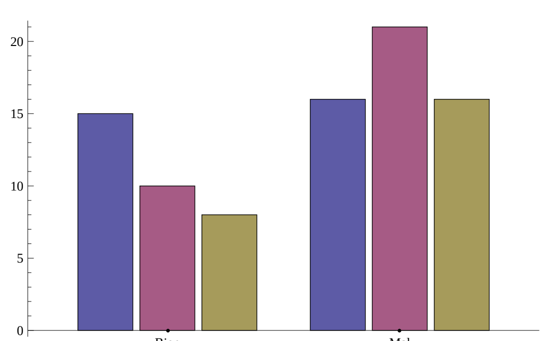


Figura 3.2: Grafica de evaluación 5”A” de la Esc. Prim. Gral. Lázaro Cárdenas.

Tabla de calificaciónes respecto a los problemas y evaluación de $5A$.

Nombre del alumno	Examén	Problemas en clases	Calf.	Obs.
1.- Jessica E. Bertón Martinez	Muy bien	Muy bien	10	A
2.- Oliver A. Tepetl Mendéz	Muy bien	Muy bien	10	A
3.- Paola Tolama Tochimani	Muy bien	Muy bien	10	A
4.- Mario A. Chantes Arce	Muy bien	Muy bien	10	A
5.- Moises Hidalgo Bautista	Muy bien	Buena	9	B
6.- David Balseca Ramirez	Buena	Regular	8	B
7.- Cristian Medina Bracamontes	Buena	Regular	8	B
8.- Jorge Emilio Ixtlamati Tetepa	Buena	Buena	8	B
9.- Valeria Garcia Cadena	Regular	Muy bien	8	B
10.- Maraimi Sarai Castillo Cuatle	Regular	Regular	7	C
11.- Ernesto Deveaux Garcia	Regular	Buena	7	C
12.- Ximena Rodriguez Vazquez	Regular	Regular	7	C
13.- Erika Lizbeth Colexcua Toxtle	Regular	Muy bien	7	C
14.- Veronica Arenas Guerrero	Regular	Buena	7	C
15.- Jacob Juárez Flores	Regular	Buena	7	C
16.- Monserrat Toxtle Mancilla	Regular	Regular	7	C
17.- Lorena Solis Castillo	Mal	Regular	5	D
18.- Joel Torres Tlapa	Mal	Regular	5	D
19.- Maricarmen F. Xicale Tecaxco	Mal	Regular	5	D
20.- Angelica X. Coyopol Ramirez	Mal	Muy bien	6	C
21.- Alejandro Farmacio Hernandez	Mal	Regular	5	D
22.- Iván Alejandro Jimenez X.	Mal	Mal	5	D
23.- Gerardo Cielo Garicia	Mal	Mal	5	D
24.- Nadia P. Castillo Zoca	Mal	Regular	5	D
25.- Victor Verdin Hernandez	Mal	Regular	5	D
26.- Johann M. Tepetl Mendez	Mal	Regular	5	D
27.- Cesar Flores B.	Regular	Mal	6	C
28.- José Alfredo Cuatle Pérez	Mal	Mal	5	D
29.- Carlos O. Melchor Benitez	Mal	Mal	5	D
30.- José C. Jiménez Tolama	Mal	Regular	5	D
31.- Fernando Cuatle Juarez	Mal	Mal	5	D
32.- José Jair Tlachi Ramirez	Mal	Regular	5	D
33.- Andrés Sanchez Huerta	Buena	Buena	9	B

Tablas de Quinto año grupo B

Ahora se muestran las tablas de quinto año grupo B, cuyos resultados se dan a continuación, considerando un total de 30 alumnos.

Primer problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	16	14	30	El 53.33 por ciento tuvo correctamente el primer problema y el 26.66 por ciento aplicó bien la definición de probabilidad, el 46.66 por ciento contestó incorrectamente.

Segundo problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	16	14	30	El 53.33 por ciento respondió bien, y de estos, el 26.66 aplicó correctamente la definición de probabilidad, y el 48.38 por ciento respondió incorrectamente.

Los dos problemas de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	13	11	24	El 43.33 por ciento contestó bien los dos problemas y el 36.66 por ciento respondió incorrectamente de un total del 80 por ciento de alumnos.

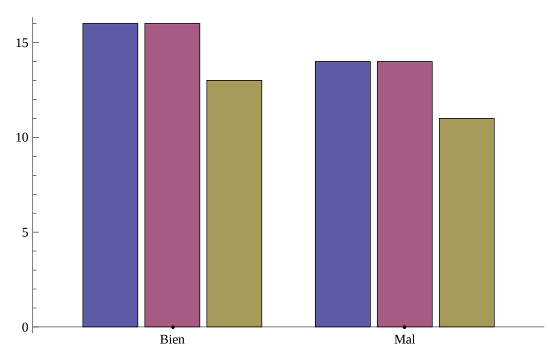


Figura 3.3: Grafica de evaluación 5"B" de la Esc. Prim. Gral. Lázaro Cárdenas.

Tabla de calificaciónes respecto a los problemas y evaluación de $5B$.

Nombre del Alumno	Examén	Problemas en clase	Calf.	Obs.
1.- Aldair Juárez Juárez	Muy Bien	Regular	8	B
2.- Jorge E. Juárez Montes	Muy Bien	Buena	9	B
3.- Cristian Becerra P.	Muy Bien	Buena	9	B
4.- Alan Amozoqueño López	Muy Bien	Buena	9	B
5.- Lizbeth Jimenéz Rojas	Muy Bien	Regular	8	B
6.- Daniela Tenorio López	Buena	Buena	9	B
7.- Sebastian Serrano Olvera	Muy Bien	Buena	9	B
8.- José J. Molina Tepetl	Buena	Mal	7	C
9.- Diego A. Picazo Lozano	Buena	Regular	8	B
10.- Karen Ventura Cuaxiba	Buena	Regular	8	B
11.- Abimael Tomax C.	Buena	Regular	8	B
12.- Pamela Amaro Hdez.	Regular	Regular	7	C
13.- Veronica Sanchez Casas	Regular	Regular	7	C
14.- Agustin Cuatle Juárez	Buena	Regular	8	B
15.- Carlos A. Hernandez T.	Buena	Buena	8	B
16.- José R. Cuatzo Tecuatl	Regular	Regular	7	C
17.- Yazmín Jorge Tlatehui	Regular	Mal	6	C
18.- Brandon Coatl Navarro	Regular	Regular	7	C
19.- Estefania Xique Barajas	Regular	Mal	6	C
20.- Andrea Picazo Tochimani	Mal	Mal	5	D
21.- Samuel Vazquez Junco	Mal	Regular	5	D
22.- Dennise A. Romero R.	Mal	Regular	5	D
23.- Adrian Guerra A.	Mal	Regular	5	D
24.- Noe Juncos Teliz	Mal	Mal	5	D
25.- Marin G. Móyotl Hdez.	Mal	Mal	5	D
26.- Giovanni Toxique Morales	Mal	Mal	5	D
27.- Alejandro Miranda T.	Mal	Mal	5	D
28.- Karla C. Montes V.	Mal	Mal	5	D
29.- José A. Goméz Asuedo	Mal	Mal	5	D
30.- Lupita	Mal	Regular	5	D

Lo anterior nos conduce a concluir considerando los resultados obtenidos por los alumnos de Quinto y Sexto año de la Escuela Primaria General Lázaro Cárdenas, que a pesar de que se conto con un tiempo muy corto de trabajo con los estudiantes, se puede notar que ellos mostraron un buen desempeño de trabajo y que la técnica de resolución de problemas se puede utilizar como una herramienta en la enseñanaza de la probabilidad. Finalmente cabe mencionar que en los programas oficiales de educación básica solo se contempla 45 minutos por día en la impartición de los temas de probabilidad, en este caso, se trabajo con los alumnos dos días y un día de evaluación.

3.3. Escuela Primaria Profa. Paz Montaño: alumnos de Quinto y Sexto Año.

Tablas de Sexto año grupo A

Las tablas que se muestran a continuación son respecto a los resultados obtenidos en la aplicación de la evaluación, considerando un total de 27 alumnos de los cuales solo 23 de ellos presentaron el examen.

Primer problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	14	9	23	En esta parte el 51.85 por ciento contestó bien el primer problema y el 33.33 por ciento lo contestó incorrectamente de un total del 85.18 por ciento.

Segundo problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	14	9	23	El 51.85 por ciento contestó bien el segundo problema y el 33.33 lo contestó incorrectamente.

Los dos problemas de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	12	11	23	El 44.44 por ciento contestó bien los dos problemas y el 40.74 contestó incorrectamente.

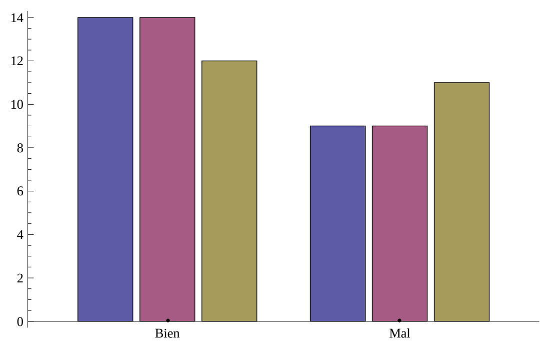


Figura 3.4: Grafica de evaluación 6"A" de la Esc. Prim. Prof. Paz Montaño.

Forma de calificar a cada niño de Sexto Año y Quinto Año con respecto a la evaluación y el registro de problemas trabajados en clase.

Respecto a las evaluaciones y el trabajo de resolución de problemas realizados en el salón de clase, arrojó muchas observaciones las cuales se clasificaron de la siguiente manera:

A: Calificación 10. En los dos aspectos a evaluar el alumno tuvo muy buen desempeño, por lo tanto, se dio el resultado positivo respecto al propósito en la enseñanza de la probabilidad.

B: Calificación 8 y 9. En los dos aspectos a evaluar el alumno tuvo algunas confusiones respecto a las soluciones de los problemas realizados en el salón de clase o en la evaluación.

C: Calificación 7 y 6. El alumno no le fue sufiente el tiempo implementado para la explicación de la definición de probabilidad, ya que no obtuvo buenos resultados en la evaluación o en los problemas.

D: Calificación 5. No entendió nada, lo que se traduce que el estudiante tiene algunas deficiencias básicas y por consiguiente falta más trabajo con el alumno.

Tabla de calificaciónes respecto a los problemas y evaluación de $6A$.

Nombre del Alumno	Examén	Problemas en clases	Calf.	Obs.
1.- Erika Silverio Hernandez	Muy Bien	Regular	9	B
2.- Michel G. Romero Nocelotl	Buena	Regular	8	B
3.- Ma. de Lourdes Mozo Rojas	Buena	Regular	8	B
4.- Marisol Daniel Mendéz	Buena	Regular	8	B
5.- Guillermo García Formacio	Buena	Buena	9	B
6.- Daniela Chávez Cuenca	Buena	Buena	9	B
7.- Estephania Melendez Bueno	Buena	Buena	9	B
8.- Efrain Aguiluz Rojas	Buena	Regular	8	B
9.- Cristhian Cuautle O.	Buena	Buena	9	B
10.- Daniela Santiago Rocha	Buena	Buena	9	B
11.- Ivett Cuautli Guevara	Buena	buena	9	B
12.- Eduardo Xícali Romero	Buena	Regular	8	B
13.- Delfino Alvarez Tornero	Regular	Regular	7	C
14.- Ricardo Ramos Herrera	Regular	Regular	7	C
15.- José G. Tecualt Coalt	Regular	Regular	7	C
16.- Erika Huerta Cuahuey	Regular	Regular	7	C
17.- Lizbeth V. Morales Colexcua	Mal	Regular	5	D
18.- Mayra Coyopol Tlatehui	Mal	Regular	5	D
19.- Christian D. Abascal Cuautle	Mal	Mal	5	D
20.- José S. Coyopol Solis	Mal	Regular	5	D
21.- Ana Karen Cuautle Guzman	Mal	Regular	5	D
22.- Laura I. Ramirez Torrés	Mal	Regular	5	D
23.- Tomás Pérez Hernandéz	Mal	Regular	5	D
24.- Fabiola Simota Tirzo	Regular	Regular	6	C
25.- Laura Juarez Gaytan	Regular	Regular	6	C
26.- Fidel Flores Xicale	Regular	Regular	6	C
27.- Maria Teresa Garcia Ordaz	Mal	Mal	5	D

Tablas de Sexto año grupo B

Las tablas que se muestran a continuación son respecto a los resultados obtenidos en la aplicación de la evaluación, considerando un total de 24 alumnos.

Primer problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	3	21	24	El 12.5 por ciento de los alumnos contestó bien el primer problema, lo que muestra una clara deficiencia académica, y el 87.5 por ciento lo contestó incorrectamente.

Segundo problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	0	24	24	En esta parte de la tabla el 100 por ciento de los alumnos contestó incorrectamente.

Los dos problemas de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	0	21	21	En esta parte el 87.5 por ciento tuvo los dos problemas mal.

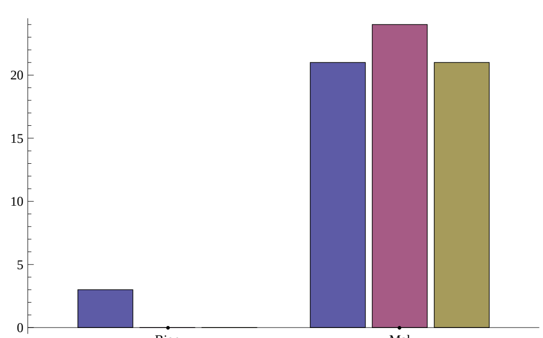


Figura 3.5: Grafica de evaluación 6”B” de la Esc. Prim. Prof. Paz Montaño.

Tabla de calificaciónes respecto a los problemas y evaluación de $6B$.

Nombre del Alumno	Examén	Problemas en clases	Calf.	Obs.
1.- Yael Andres Escamilla Mora	Regular	Buena	8	B
2.- Berenice Angeles Arguello	Regular	Buena	8	B
3.- Paola Deaquino Torres	Regular	Buena	8	B
4.- Anahí Saldivar Tlatehui	Mal	Regular	5	D
5.- Seferino Xala Baez	Mal	Buena	6	C
6.- Rubicelia Gachupin Ignacio	Mal	Buena	6	C
7.- Ricardo Rico Alquicira	Mal	Regular	5	D
8.- Irlanda Paisano Coyopol	Mal	Regular	5	D
9.- Jesus M. Perez Gutierrez	Mal	Mal	5	D
10.- Gerardo Gonzalez Guerrero	Mal	Regular	5	D
11.- Maria F. Saucedo Lozano	Mal	Regular	5	D
12.- Luis Angel Perez Cualtle	Mal	Mal	5	D
13.- Jazmin Tlatehui Xicale	Mal	Regular	5	D
14.- Ana Laura Reyes Rojas	Mal	Regular	5	D
15.- Carlos E. Flores Tornero	Mal	Mal	5	D
16.- Daniel Reyes Rojas	Mal	Regular	5	D
17.- Andrea Santa Ordaz Flores	Mal	Regular	5	D
18.- Victor A. Martínez Moralez	Mal	Regular	5	D
19.- Carlos Coyopol Vizcaino	Mal	Regular	5	D
20.- Irving Arana Garcia	Mal	Regular	5	D
21.- Cielo A. Marin de Aquino	Mal	Regular	5	D
22.- Ma. de la Paz Farmacio S.	Mal	Regular	5	D
23.- Alejandro Coyopol Solis	Mal	Regular	5	D
24.- Jenedit Tlachi Xicale	Mal	Regular	5	D

Tablas de Quinto año grupo B

En las tablas siguientes se muestran los resultados obtenidos por la evaluación a los 27 alumnos de quinto año, grupo B.

Primer problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	14	13	27	De un total del 100 por ciento el resultado que se obtuvo en el primer problema fue el 51.85 por ciento contestó bien y el 48.14 por ciento contestó incorrectamente.

Segundo problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	10	17	27	Los resultados obtenidos en la evaluación dió que el 37.03 por ciento contestó bien el segundo problema y el 62.96 por ciento contestó incorrectamente.

Los dos problemas de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	9	12	21	El 33.33 por ciento contestaron correctamente los dos problemas y el 44.44 por ciento contestó incorrectamente.

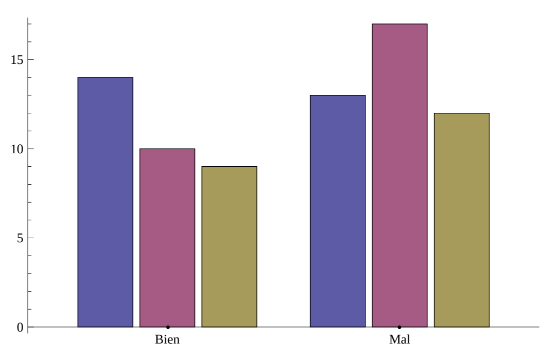


Figura 3.6: Grafica de evaluación 5"B" de la Esc. Prim. Prof. Paz Montaño.

Tabla de calificaciónes respecto a los problemas y evaluación de $5B$.

Nombre del Alumno	Examén	Problemas en clase	Calf.	Obs.
1.- Ariadna M. Ramos Rivera	Muy Bien	Buena	9	B
2.- Quetzalli Jimenéz Quiroz	Muy Bien	Muy Bien	10	A
3.- Adela García Formacio	Muy Bien	Muy Bien	10	A
4.- Ana Elisa Estrada Torres	Muy Bien	Buena	9	B
5.- Ma. del Rosario Mirasol D.	Muy Bien	Buena	9	B
6.- Carlos U. Castillo Rosa	Muy Bien	Buena	9	B
7.- Nadia I. Alvarado lópez	Muy Bien	Regular	8	B
8.- Armando Peréz Torres	Muy bien	Regular	8	B
9.- Josue I. Cravieta Saldaña	Muy Bien	Regular	8	B
10.- Veronica Solis Tecuatl	Regular	Regular	7	C
11.- Maricruz Pérez Coyopol	Regular	Regular	7	C
12.- Arturo Morales Sanchéz	Regular	Regular	7	C
13.- Ma. de Fatima Saldivar T.	Regular	Regular	7	C
14.- Carmen V. Sanchez Paniagua	Regular	Muy Bien	8	B
15.- Elena Oded López Solis	Regular	Regular	7	C
16.- Ana C. Jimenez Morales	Mal	Regular	5	D
17.- Andres Tello Aca	Mal	Mal	5	D
18.- Abigail Cuatle Solis	Mal	Regular	5	D
19.- Gustavo Lorenzo Gomez	Mal	Mal	5	D
20.- José U. Vazquez Nolazco	Mal	Regular	5	D
21.- Abigail Solis Rueda	Mal	Regular	5	D
22.- Ibra Hernandez Dionisio	Mal	Regular	5	D
23.- Marisol Rodríguez López	Mal	Regular	5	D
24.- Carlos Solis Gavilan	Mal	Buena	6	C
25.- Jesus López Solis	Mal	Regular	5	D
26.- Daniel S. Rodriguez Gonzalez	Mal	Regular	5	D
27.- Ivan Flores Xicale	Mal	Mal	5	D

Tabla de Quinto año grupo C

En este grupo de quinto año sólo se mostrará la tabla de problemas realizados en clase, ya que el tiempo no fue suficiente para la implementación de la evaluación, por lo cual las observaciones se clasificarón de la siguiente manera:

A: Calificación 10. Al evaluar el alumno tuvo muy buen desempeño, por lo tanto, se dio el resultado positivo respecto al propósito en la enseñanza de la probabilidad.

B: Calificación 8 y 9. Al evaluar el alumno tuvo algunas confusiones respecto a las soluciones de los problemas realizados en el salón de clase.

C: Calificación 7 y 6. El alumno no le fue sufiente el tiempo implementado para la explicación de la definición de probabilidad, ya que no obtuvo buenos resultados en los problemas.

D: Calificación 5. No entendió nada, lo que se traduce que el estudiante tiene algunas deficiencias básicas y por consiguiente falta más trabajo con el alumno.

Nombre del Alumno	Problemas en clase	Calf.	Obs.
1.- Gabriel Jafet Tartle V.	Mal	5	D
2.- Siuyin Andrea Dominguez Martínez	Buena	9	B
3.- Michelle Xicale Ramírez	Buena	9	B
4.- Brayan Mino Montalbán	Buena	9	B
5.- Ana Karen Cuaxiloa Paisano	Regular	9	B
6.- Eduardo Jacobo Cabrera Morales	Regular	7	C
7.- Angel Nolasco Torres	Mal	5	C
8.- Joana Gabriela Licona Estarislao	Regular	7	C
9.- Isaias Longoria Gonzalez	Regular	7	C
10.-Jesus Antonio Mixcoatl Tomé	Buena	8	B
11.- Williams Hernandez Cóatl	Mal	5	C
12.- Rodolfo Diego Cruz	Buena	8	B
13.- Rosa Maria Solis Rodriguez	Regular	7	C
14.- Erick Francisco Rojas	Mal	5	D
15.- Alejandro Villalobos Castillo	Regular	7	C
16.- Alan Ortega Toxqui	Mal	5	D
17.- Maria Guadalupe Espinosa Reyes	Buena	8	B
18.- Heleny Jaramillo Vazquez	Regular	7	C
19.- Miguel Angel Itzmoyolt Martinez	Buena	8	B
20.- Julio Alfonso Licona	Buena	8	C
21.- Maria del Pilar Aquino	Buena	8	B
22.- Jorge Luis Rojas Tirzo	Regular	7	C
23.- Airam Evelin Cielo Orea	Buena	8	B
24.- Mary Carmen Coyotecatl Aquino	Mal	5	D
25.- Isabel Villegas Baez	Mal	5	D

Los resultados obtenidos en la Escuela Primaria Profesora Paz Montaño nos conduce a concluir que a pesar de que fue corto el tiempo de trabajo con los alumnos de quinto y sexto año, su desempeño fue bueno y que la técnica de resolución de problemas se puede utilizar como una herramienta en la enseñanza de la probabilidad. Por último el tiempo de trabajo con los alumnos de quinto año fue de dos días y un día de evaluación y con los alumnos de sexto año fue de un día de aplicación de problemas y evaluación, cabe señalar que en esta escuela no se tuvo apoyo por parte del docente.

Tablas del Total de Resultados de las Dos Escuelas respecto a la evaluación

En General, por parte de la Escuela Primaria Gral. Lázaro Cárdenas se obtuvo lo siguiente:

Primer problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	54	36	90	De un total del 100 por ciento el resultado que se obtuvo en el primer problema fue el 60 por ciento contestó bien y el 40 por ciento contestó incorrectamente.

Segundo problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	45	45	90	Los resultados obtenidos en la evaluación dió que el 50 por ciento contestó bien el segundo problema y el 50 por ciento contestó incorrectamente.

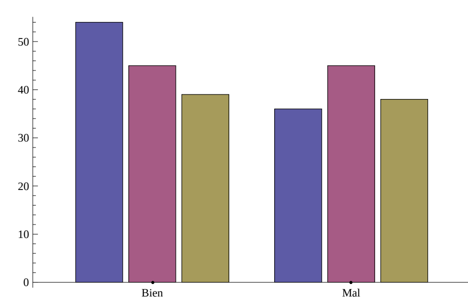
Los dos problemas de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	39	38	77	El 43.33 por ciento contestaron correctamente los dos problemas y el 42.22 por ciento contestó incorrectamente.

Por parte de la Escuela Primaria Profesora Paz Montaño se obtuvo lo siguiente:

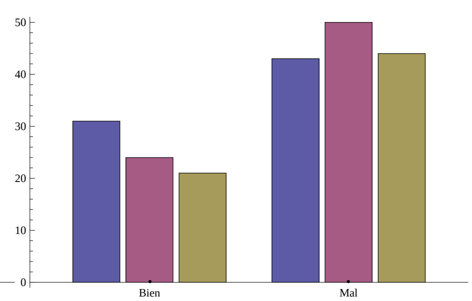
Primer problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	31	43	74	De un total del 100 por ciento el resultado que se obtuvo en el primer problema fue el 41.89 por ciento contestó bien y el 58.10 por ciento contestó incorrectamente.

Segundo problema de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	24	50	74	Los resultados obtenidos en la evaluación dió que el 32.43 por ciento contestó bien el segundo problema y el 67.56 por ciento contestó incorrectamente.

Los dos problemas de la evaluación				
Contestaron	Bien	Mal	Total	Observación
Alumnos	21	44	65	El 28.37 por ciento contestaron correctamente los dos problemas y el 59.45 por ciento contestó incorrectamente.



(a) Esc. Primaria Gral. Lazaro Cárdenas



(b) Esc. Primaria Profa. Paz Montaño

Figura 3.7: Graficas de resultados de la evaluación de las Esc. Prim. Gral Lázaro Cárdenas y Prof. Paz Montaño

Capítulo 4

Conclusiones

De la realización de la tesis, se puede concluir que buena parte de los errores en la resolución de problemas, lo constituye la dificultad de comprensión e interpretación de situaciones por parte del alumno, es usual pretender facilitar todo al alumno, disminuyendo su esfuerzo y por ende su aprendizaje. No todos los alumnos llegan a lograr los objetivos planteados, por que se les dificulta y otros no tienen el menor interés, de lo cúal es importante hacerles saber e insistir en la necesidad de contar con cierto dominio en el tema, que con seguridad encontrará más adelante, en su vida estudiantil.

El hecho de presentar un problema donde se requiera un esfuerzo adicional y la inversión extra de tiempo, no produce efectos positivos en el alumno, esto por falta de hábitos en esforzarse para conseguir sus propias metas y por falta de motivación externa en la mayoría de los casos. El desarrollo de habilidades, destrezas y agilidad mental debe ser planteado como elemento fundamental de la actividad docente y de la motivación del alumno.

Se debe presentar en este caso a la probabilidad como una herramienta de utilidad, digna de ser verdaderamente aprendida desde el nivel básico, para garantizar el éxito en futuras asignaturas directamente relacionadas con la misma, encontradas en las diferentes especialidades,por esto se hace necesaria una reforma curricular de los programas de estudio, con la intención de actualizarlos y colocarlos a tono con la realidad científica, tecnológica y social del país.

Se debe señalar que el programa de estudios de matemáticas en nivel primaria fue utilizado para el conocimiento de los temas de probabilidad, de lo cuál se tomo para la implementación de la propuesta de enseñanza a nivel primaria, mediante la técnica de resolución de problemas, donde se logro la implementación de la propuesta con resultados favorables, ya que se tuvo la oportunidad de realizarló en dos escuelas.

En ambas escuelas se logró organizar situaciones de aprendizaje con el tema a impartir, también implicar al alumno en el aprendizaje y el trabajo tanto individual como por equipo, donde se obtuvo participación en la mayoría de los alumnos, por la aplicación de problemas y juegos de azar.

Para la implementación de este trabajo se propuso promover en los docentes, la aplicación de mejorías en el desempeño de su papel de docente, en el desarrollo de competencias, a través de la cooperación y colaboración que de como resultado un mejor diseño de situaciones de aprendizaje para la implementación del curso de matemáticas en el área de probabilidad.

El objetivo de poder implementar la técnica de resolución de problemas se logró y los resultados obtenidos en la implementación fueron muy buenos ya que se pudo trabajar con esta técnica muy bien y remarcando que los alumnos entendieran el concepto de probabilidad clásica.

También, aprender no basta con estructurar el texto de conocimiento, luego leerlo de modo inteligente y con energía, se necesita ayuda de los talentos didácticos como por ejemplo: Controlar los contenidos con suficiente soltura, luego ordenar las nuevas ideas en situaciones abiertas partiendo de las tareas complejas, sin descuidar el interés del alumno, e integrandolo a que explore sus conocimientos para solucionar la situación, de los cuales te pueden sorprender, por la forma en que ellos interpretan el problema, de lo cuál deja muy satisfecho el resultado obtenido.

Por último, se debe mencionar que un trabajo posterior sobre este mismo objetivo sería una mejoria de la técnica de resolución de problemas en la enseñanza de la probabilidad, adeacuando problemas de juego de azar y de la vida diaria que enfrentan los alumnos, también integrar tutoriales de este tipo de problemas que permitan un mejor entendimiento de la probabilidad.

Bibliografía

[1] Aldape Alejandro; Toral Carlos. (2005). *Matemáticas* 2. *México. Editorial Progreso.*

*[2] Batanero; Ma. C. (*1996*). Razonamiento combinatorio. Madrid, Síntesis.*

*[3] Casanova; Ma. A. (*1998*). Evaluación Educativa. México. SEP-Muralla (Biblioteca para la educación del maestro).*

*[4] Chamorro; Ma. del C. (*2003*) Didáctica de las matemáticas para primaria. Madrid. Pearson Educación.*

*[5] Cooke; Roger. (*1997*). The History of Mathematics. A brief course. John Wiley and Sons.*

*[6] Cramer. (*1960*). Elementos de la teoria de probabilidad y algunas aplicaciones(traducción de Anselmo Callejo). Aguilar.*

*[7] De Groot; Morris H. (*1988*). Probabilidad y estadística. Adison - Wesley Iberoam.*

*[8] Diaz; J. (*1987*). Azar y probabilidad. Madrid. Síntesis.*

*[9] Gnedenks; Boris. (*1997*). Theory of probability. Gordon and Breach science publications.*

*[10] Meyer Paul L. (*1965*). Introductory Probability and Statistical Applications. Addison-Wesley Publishing Company.*

*[11] Mongomery Douglas C. y Runger George C. (*1996*) Probabilidad y Estadística aplicadas a la ingeniería. Mc Graw Hill.*

*[12] Pazos Crespo Manuel. La probabilidad en Educación Primaria, ¿Una casualidad?. X JAEM. Ponencia P*52*, pp.* $467-484$*.Internet.*

[13] Perez Cuenca Pascual. Probabilidad en primaria. Jornadas de Educación Matematica de la comunidad Valenciana. Valencia. pp. $409-412$*.Internet.*

*[14] George and Kilpatrick J. (*2009*). The Stanford Mathematics Problem Book. Dove.*

*[15] George. (*1973*). Mathematical Method. Princeton Science Library.*

*[16] Queralt LLopis Tomás. (*2007*). Enseñanzas de las Matemáticas por Competencias. Toluca, México.Internet.*

*[17] Todhunter Isaac. (*1965*). History of the theory of probability. Chelsea.*