Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Licenciatura en Matemáticas

Tesis de licenciatura

Tema

La resolución de problemas de geometría y aritmética: ¿Cuáles deficiencias presentan los estudiantes y qué tanto influye su escolarización?

Presenta

Marcela Cante Morales

Director de tesis

Dr. Josip Slisko Ignjatov

Puebla, Julio de 2012.

INDICE

INTRODUCCIÓN

Desde hace tiempo, inspirada en la visión y la obra de Polya (1975), la resolución de problemas matemáticos es la parte central del proceso de aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas en todos los niveles educativos. Se considera que su papel principal es que los estudiantes desarrollen la habilidad de “pensar matemáticamente” (Schoenfeld, 1992).

Los problemas sirven tanto para introducir los conceptos y los procesos matemáticos como para evaluar su dominio por parte de los estudiantes en diferentes aplicaciones (NCTM, 1989).

Investigaciones sobre el comportamiento de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos son numerosas. En términos generales, el comportamiento de los estudiantes puede ser ingenuo, rutinario o sofisticado (Muir, Beswick, y Williamson, 2008). El comportamiento ingenuo siempre resulta en algún tipo de errores, sea en el planteamiento de la resolución de problema o en la obtención y la interpretación de las soluciones.

La presencia de diferentes tipos de errores en el pensamiento y comportamiento matemático de los estudiantes está bien documentada (Radatz 1979, 1980). Los errores detectados (y comprendidos en su base psicológica) pueden ser el punto de partida en el planteamiento didáctico del aprendizaje matemático basado en la averiguación (Borasi, 1987).

En esta tesis se exploran las maneras, tanto correctas como erróneas, que los alumnos de nivel primaria, secundaria y preparatoria realizan para resolver los problemas de reparto de figuras geométricas y un problema de doble cambio con la cantidad inicial desconocida.

En base a los resultados obtenidos en la prueba piloto. Esto da origen a la investigación que se desarrolla en esta tesis.

Los objetivos de esta investigación son:

(1) Descubrir las imágenes conceptuales y esquemas de razonamiento (estrategias) de los estudiantes sobre el concepto de reparto en geometría.
(2) Estudiar la coherencia entre la representación verbal y numérica de la idea de fracción del área del triángulo y cuadrado.

(3) Identificar hasta qué edad los estudiantes mantienen y aplican las ideas "perder el peso implica resta" y "ganar el peso implica suma" en la resolución de un problema de doble cambio.

(4) Analizar qué tanto varían las estrategias de resolución de los problemas en los alumnos de acuerdo a su grado escolar.

Para estos objetivos se han diseñado los instrumentos (hojas de trabajo) después de realizar diferentes estudios previos.

Se aplican a 285 estudiantes de diferentes edades (entre 10 y 19 años), llenan de manera individual y anónima las hojas de trabajo.

La parte importante de cada hoja de trabajo es la justificación de las respuestas de los estudiantes.

Se analizaron las estrategias utilizadas, la coherencia entre la representación verbal y numérica, la edad hasta que los estudiantes mantienen y aplican las ideas de "perder el peso implica resta" y "ganar el peso implica suma" y que tanto varían las estrategias de resolución de los problemas según su grado escolar.

Se observó que el aumento en el grado de escolaridad no disminuye tanto, cómo se podría esperar, la aparición de ciertas estrategias erróneas de resolución de problemas investigados.

También se muestran los resultados que obtuvieron en cada grado escolar (respuestas correctas he incorrectas).

Capítulo I

ANTECEDENTES

En esta parte se presentan los resultados de algunas investigaciones similares a la que se ha desarrollado en esta tesis. Esa similitud es tanto temática como metodológica. Los antecedentes más importantes son aquellos relacionados con el problema de reparto y con los problemas de cambio en que se busca la cantidad inicial.

En el campo de los problemas de reparto, Valdemoros (2004) en su investigación sobre el lenguaje, fracciones y reparto, explora cualitativamente el vínculo entre la construcción del lenguaje aritmético de las fracciones y del desarrollo de conceptos ligados a tales números.

Para ese objetivo aplica un cuestionario en un grupo constituido de cuarto grado de primaria (integrado por 37 alumnos entre 8 y 11 años de edad). El mencionado cuestionario estuvo centrado en diversos contenidos semánticos asignados a las fracciones. El propósito de dicha indagación fue identificar los componentes semánticos, sintácticos y de "traducción" involucrados en las respuestas de los alumnos ante diversas situaciones de reparto**,** concediendo especial atención a aquellos componentes que afectasen el adecuado desenvolvimiento de los niños y el consiguiente aprendizaje escolar a desarrollar.

Dicho modelo de análisis presenta una naturaleza eminentemente lingüística, ya que permite los tres planos constituyentes de todo lenguaje; el semántico, el sintáctico y el pragmático. Por ejemplo: citamos los ejercicio; XII) *cinco amigos se proponen pintar en común, un muro, ¿cómo podrían distribuir equitativamente el trabajo a realizar?* XII) *Cuatro niños van a comer tres galletas. Ayúdalos a repartirlas, de modo que a todos ellos les correspondan partes iguales* y XIV) *Ocho amigos participan en un festejo. Indica cómo pueden repartirse cinco bebidas de diferentes sabores, de modo que cada uno de ellos reciba la misma cantidad*.

En el plano de la traducción de un lenguaje a otro; lo que tiene que ver con elaboraciones cognitivas (ideas) que los estudiantes se forman de las imágenes. Valdemoros (2004) observó que el sentido global de las respuestas de los alumnos se basa en la escritura de nombres o el sombreado de cada figura, recursos que son recurrentes en todos los casos, así mismo aclara que algunos alumnos apelaron a un uso simultáneo de distintos lenguajes, a nivel de la respuesta escrita, es decir, conjuntaron signos heteróclitos en un mismo planteamiento final, exhibiendo procesos incompletos de “traducción” o “tránsito” desde los pictogramas al lenguaje aritmético.

En general tales modalidades de “hibridación” de los lenguajes y sistemas simbólicos usados asumieron formas diversas, dependiendo de la situación planteada por la tarea y de la estrategia de solución adoptada por el respectivo estudiante, lo que todas ellas tienen en común es el insuficiente nivel de “traducción” alcanzado, circunstancia que indicaría un inestable desarrollo del sentido global de la ejecución; presumiblemente, este fenómeno estaría revelando una situación transicional en el aprendizaje de estos niños, en su progreso orientado hacia modalidades de explicación crecientemente menos sincréticas y más especializadas.

En el plano semántico, observa una importante dificultad cognitiva asociada al reconocimiento de las restricciones semánticas introducidas por el modelo de una distribución equitativa, concluyendo que para adecuar “lo real” al discurso aritmético, es necesario desechar toda experiencia que no se ajuste al contenido fundamental del reparto equitativo, es decir los alumnos no tienen nociones claras de las indicaciones ante la presencia de conceptos aritméticos nuevos por lo que sólo se dejan guiar por lo visual dejando a un lado el discurso aritmético.

En el plano sintáctico, aclara que al desarrollar complejas elaboraciones (conformadas por la articulación de diversos signos y la combinación de distintas estrategias de partición ligadas a la misma situación de reparto), algunos estudiantes formularon una expresión escrita que involucra implícitamente la suma de fracciones.

Explorando cuidadosamente el uso que los niños le dan a ciertos “nexos lingüísticos” asociados a las operaciones de fracciones, pueden ser constatadas algunas aplicaciones nada adecuadas de los mismos. En estudios precedentes y en vinculación con otra operación entre fracciones, Valdemoros (2004), llegó a comprobar que muchos niños de la escuela primaria usaban la palabra "de" como nexo lingüístico entre dos fracciones, pero sin asociarlo con la noción de multiplicación de tales números, sino atribuyendo a otras operaciones ligadas a éstos.

De León Pérez (1998), en su investigación: "Procedimientos de los niños de primaria al estudiar situaciones de reparto", **analiza situaciones de reparto y procedimientos que utilizan los alumnos para realizar sus conjeturas y llegar a soluciones prácticas** cuya finalidad es contribuir a la discusión y planteamiento de preguntas relacionadas con los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y en particular sobre los procesos cognitivos de los niños al aprender las fracciones. Observando que en el reparto se muestra que hay ciertas regularidades para que los niños se apropien del significado de las fracciones en el contexto de los problemas de reparto, a saber: los niños ignoran las relaciones fraccionarias involucradas en las situaciones problemáticas, luego incorporan de manera implícita las relaciones fraccionarias y finalmente llegan a las fracciones como mediaciones o herramientas que les permiten anticipar la solución a las situaciones problemáticas de reparto. Debido a eso, de León Pérez (2004) guía su investigación preguntándose:

¿Qué conocimientos previos se necesitan?

¿Qué procedimiento usan los niños para establecer equivalencia? y

¿Qué obstáculos enfrentan los niños para establecer equivalencias?

Así mismo presenta tres tipos de problemas, explicando con detalle el procedimiento a utilizar de reparto, de selección del pedazo de un reparto, y el de comparación de repartos.

Sus principales resultados De León (1998) están clasificados en **cuatro procedimientos o formas de organizar las situaciones de reparto,** caracterizando detalladamente cada proceso como se describe a continuación:

Procedimiento I. Los niños organizan las situaciones a partir de ciertas hipótesis sobre la igualdad y la relación lógica parte-todo. Sobre esta relación los niños no comprenden la conexión necesaria entre ambos aspectos, conciben a las partes de manera aislada y sin vinculación con el todo. De lo anterior se entiende que no lleguen a considerar la invariancia o conservación del todo, para estos niños un todo que es dividido deja de ser el mismo todo. En relación a la igualdad, ésta se concibe con el contexto de los números enteros, o sea que en un reparto equitativo a los niños les debe tocar el mismo número de partes independientes de su forma o tamaño, por lo que analiza y concluye aseverando que estas concepciones son un obstáculo para lograr la coordinación de la exhaustividad y las partes iguales, ya que los niños solo asocian el número igual de partes y no la parte proporcional que les corresponde.

Procedimiento II. En este procedimiento los alumnos obtienen un residuo después del reparto. A diferencia de quienes utilizan el procedimiento I, estos alumnos respetan la igualdad de las partes pero al no tener claro el número de partes necesarias para dividir los chocolates les queda un residuo.

Procedimiento III. Al poner en juego este procedimiento los niños llegan a comprender la relación lógica entre el todo y las partes. Por otro lado entienden la equivalencia de las partes como la igualdad en tamaño y no como el mismo número de partes. La adquisición de estos conocimientos posibilita que coordinen la exhaustividad y la equitatividad en el reparto pero mediante procedimientos de ensayo y error. No existe una anticipación del reparto, los procedimientos consisten en considerar los chocolates uno a uno, y en lo inmediato de las particiones se van haciendo los ajustes para poder cumplir con las exigencias de la exhaustividad y la equitatividad.

Procedimiento IV. En esta forma de organizar, los niños han realizado una doble construcción: por un lado han organizado en una estructura operatoria las siete características que Piaget atribuye como necesarias para la adquisición del número fraccionario; dicha estructura coordina las acciones directas e inversas implicadas en las acciones de reparto o sea las acciones de partir o separar las partes del todo y las de juntar mentalmente las partes para volver a construir el todo. Esta organización de acciones posibilita comprender la relación anterior e implica un manejo de la fracción en el contexto de reparto.

Más allá del reparto, De León Pérez (1998), también analiza el conflicto cognitivo que se genera al pedir al alumno la selección de un pedazo fraccionado equitativamente y exhaustivamente, aclarando que la estrategia privilegiada para resolver este tipo de problemas es la conmensurabilidad. Esta consiste en juntar todos los chocolates involucrados y buscar aquellos pedazos iguales que yuxtapuestos coinciden con la longitud de los chocolates. Desde luego, esto implica, como lo menciona Piaget, una reversibilidad de pensamiento. Por lo que destaca dos grupos; por una parte a los alumnos que transforman el problema y un segundo grupo con alumnos que resuelven el problema recurriendo a la medición del objeto fraccionado.

La solución de problemas de geometría desarrolla en el alumno la capacidad de producir conjeturas, comunicarlas y validarlas.

Específicamente en el área de Geometría, es necesario que se sitúe a los alumnos como seres pensantes frente a su propio pensamiento y se promueva una auto-reflexión sobre su saber matemático o, en este caso, sobre su saber geométrico, no como un saber estático, perfecto y cristalizado, sino muy al contrario, como un saber dinámico, imperfecto y nebuloso, es decir, como un saber en acción.

Rider (2006), plantea que esta búsqueda para caracterizar las estrategias metodológicas utilizadas en el desarrollo de la Geometría, tiene como objetivo, que la relación alumno – docente, sea verdaderamente productiva y, por ende, se produzca un mejor entendimiento en un proceso de enseñanza–aprendizaje flexible, siendo este proceso continuo, tomando en cuenta todos y cada uno de los aspectos que influyen en la enseñanza de la geometría.

Desde hace tres décadas, las investigaciones realizadas en varios países han mostrado patrones consistentes de rendimiento de los alumnos en los problemas tipo "cambia", "combina" y "compara" que involucren la suma y resta. Por ejemplo, se ha demostrado que para los alumnos de todos los niveles son especialmente difíciles los problemas de cambio en que se conocen la cantidad final y el cambio pero se busca la cantidad inicial.

Los resultados de esas investigaciones, como son dificultades que revelan los alumnos en resolver ciertos tipos de problemas, se pueden interpretar dentro de un marco teórico que hace hincapié en el desarrollo de los conocimientos empíricos, lógicos y matemáticos. (Nesher, Greeno y Riley, 1982).

Capítulo II

MARCO TEORICO

El marco teórico para plantear la investigación y para la interpretación de sus resultados es el constructivismo. Según esta teoría de aprendizaje, los alumnos en sus prácticas escolares y extraescolares adquieren ciertas imágenes mentales de conceptos y ciertos esquemas de razonamiento y los usan al resolver problemas matemáticos.

La tarea de esta investigación es descubrir esas imágenes conceptuales y esos esquemas de razonamiento, analizando las soluciones que presentan los alumnos de diferentes edades para dos sencillos problemas de geometría y aritmética.

2.1 Organización intelectual y adaptación

Para Piaget (1952) los actos cognitivos son considerados actos de organización y adaptación al medio cuyos procesos son la organización intelectual del cómo el sujeto adquiere o crea nuevos esquemas (aprendizajes) a sus estructuras mentales. De tal manera, Piaget considera necesarios 4 conceptos cognoscitivos básicos para explicar cómo el alumno tiene un nuevo aprendizaje o plantea nuevas y/o diferentes estrategias en la resolución de conflictos:

1.-El esquema. Sirve para designar las estructuras cognoscitivas o mentales mediante las cuales los individuos se adaptan intelectualmente al medio y lo organizan.

Los esquemas son estructuras intelectuales que organizan los sucesos tal como el organismo los percibe y los clasifica en grupos de acuerdo con características comunes. Son fenómenos psicológicos repetibles, en el sentido de que el niño clasifica el estímulo repetida y congruentemente.

Los esquemas cognoscitivos cambian, cuyos procesos responsables son la asimilación y el ajuste.

2.-La asimilación. Es el proceso cognoscitivo mediante el cual las personas integran nuevos elementos perceptuales, motores o conceptuales a los esquemas o patrones de conducta existentes.

En teoría, la asimilación no provoca un cambio de esquemas, pero si condiciona su crecimiento y en consecuencia, forma parte del desarrollo. El proceso de asimilación da pauta a que crezcan los esquemas, pero no explica el cambio de éstos.

No obstante Piaget explica el cambio de los esquemas mediante el ajuste.

3.- El ajuste. Cuando está frente a un estímulo nuevo, el niño trata de integrarlo a sus esquemas. Sin embargo, esto no siempre es posible. A veces el estímulo no puede colocarse o integrarse en un esquema, debido a que no hay esquemas en los que pueda ajustarse con facilidad. Las características del estímulo no se parecen a ninguna de las de los esquemas del niño. Por tanto, ¿qué hace el niño?

En general, tiene la alternativa de: (1) crear un nuevo esquema donde colocar el estímulo o (2) modificar uno de los esquemas de modo que el estímulo se ajuste a él. Tanto una como otra son formas de ajuste. Por tanto, el ajuste consiste en la creación de nuevos esquemas o de la modificación de los antiguos. Ambas acciones determinan un cambio, o desarrollo, de las estructuras (esquemas) cognoscitivas.

Una vez que se lleve a cabo el ajuste, el niño puede tratar de asimilar otra vez el estímulo, y como la estructura ya cambió, éste es asimilado con facilidad. La asimilación siempre es el producto final.

El ajuste da como razón del desarrollo (cambio cualitativo); la asimilación del crecimiento (cambio cuantitativo).

Al balance entre la asimilación y el ajuste Piaget lo denomina equilibrio.

4.-El equilibrio. Es un mecanismo de autorregulación necesario para asegurar una interacción eficaz entre el desarrollo y el medio.

El equilibrio es un estado de armonía entre la asimilación y el ajuste.

El desequilibrio, al presentarse, produce la motivación para que el niño busque el equilibrio, esto es, para que busque una mayor asimilación o ajuste. El desequilibrio activa el proceso de equilibrio y la pugna por regresar al equilibrio. Así, se puede considerar que el equilibrio es un estado de “armonía” cognitiva que se alcanza en el momento en que se produce la asimilación.

Capítulo III

PROBLEMAS DEL ESTUDIO

En la preparación de la investigación descrita en esta tesis, se realizó un estudio piloto.

Objetivo

Plantear algunos problemas a jóvenes de secundaria y bachillerato así como analizar la manera de atacar los problemas planteados (conocer las dificultades que se les presentan al resolverlos).

Metodología

Las pruebas se realizaron con alumnos de secundaria y preparatoria de entre 14 y 17 años de edad, el total de pruebas que se realizaron para secundaria fueron 69 y 92 para preparatoria.

El estudio piloto se realizó usando hojas de trabajo en las que los estudiantes resolvían los problemas, justificando sus soluciones.

Mario cambia de peso

Se trata de un problema de doble cambio en que se busca el valor inicial de la cantidad en cuestión (el peso de Mario). Se aplicaron dos versiones del enunciado:

1. En mayo Mario pesaba 69.5 kg. Para abril había perdido 3.5 kg y para marzo otros 4kg. ¿Cuánto pesaba Mario en el mes de abril y cuanto en el de marzo?

2. Comenzando el mes de mayo Mario pesaba 69.5 kg. Durante el mes de abril había perdido 3.5kg, mientras durante el mes de marzo su pérdida de peso ha sido de 4kg. ¿Cuánto pesaba Mario comenzando el mes de abril? ¿Cuánto pesaba Mario comenzando el mes de marzo?

La segunda formulación trata de ser más precisa con respecto a la situación del problema, indicando que

(a) los pesos de Mario se refieren al primer día de cada mes y

(b) los cambios ocurren durante los meses de abril y marzo.

Y se anexan los siguientes ejercicios:

a) ejercicio 1 “partes iguales” y

b) ejercicio 2 “triángulos iguales”

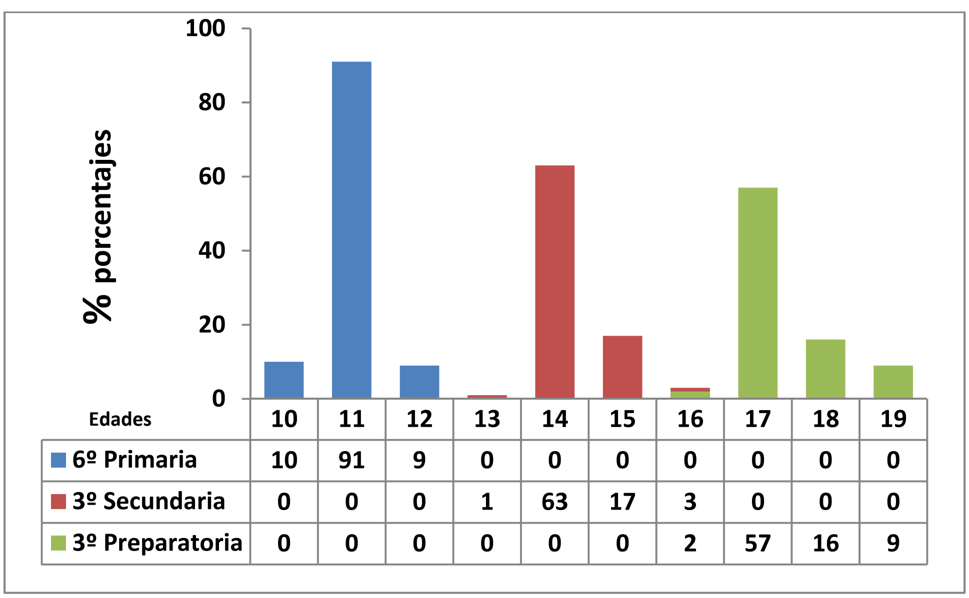
En ambas versiones se pidió a los estudiantes justificar sus respuestas antes de entregar su hoja de trabajo.

Investigación formal de la tesis

Metodología

Las pruebas de geometría y aritmética (Cuadros 1, 2 y 3 anexo) se aplicaron a alumnos que estaban cursando el quinto grado de primaria, tercer grado de secundaria y tercer semestre de preparatoria en instituciones educativas públicas ubicadas en el Estado de Tlaxcala.

Un total de 285 alumnos tomaron parte de la investigación: 112 eran alumnos que cursaban sexto grado de primaria, 85 eran alumnos que cursaban tercer grado de secundaria y 88 eran alumnos que cursaban sexto semestre de preparatoria de escuelas públicas del Estado de Tlaxcala.



Edades	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
6º Primaria	10	91	9	0	0	0	0	0	0	0
3º Secundaria	0	0	0	1	63	17	3	0	0	0
3º Preparatoria	0	0	0	0	0	0	2	57	16	9

En las escuelas primarias, el programa de estudio 2009 presenta la operación de suma en la segunda mitad del primer curso, mientras que la resta empieza en la segunda mitad del segundo curso.

Las figuras planas se estudian en la segunda mitad del tercer curso, áreas y fracciones en situaciones de reparto en el cuarto curso.

Para aplicar los problemas se solicitó el permiso a los directores de los centros educativos.

Criterios a evaluar

Para analizar las soluciones que proporcionaron los alumnos, se tomó en cuanta lo siguiente:

Cuadro 1 y 2

1.- Es correcta si eligen el inciso c) y da una justificación correcta.

2.- Es coherente si eligen los incisos c) y a).

Cuadro 3

1.- Es correcta si Mario pesaba 75kg en abril y 79kg en marzo y da una justificación correcta; y María pesaba 41kg en abril y 38kg en marzo con una justificación correcta.

Aplicación de los instrumentos

Se acudió a las instituciones en los horarios de clases indicadas por los directivos. En cada una de las aplicaciones (en los tres grados escolares) se dieron las indicaciones de resolver los problemas de forma individual y si tenían alguna duda (indicando que se consideraría duda alguna palabra o frase que no entendiera y no si el método que utilizaba era el correcto para la resolución) acercarse al aplicador para poder resolvérsela o levantar la mano para acudir a su lugar.

En su mayoría los alumnos colaboraron, pocos fueron los alumnos que presentaron apatía por resolver los problemas, ya que al saber que eran problemas de matemáticas, mostraban descontento pero después de leerlos se interesaban en resolverlos. Durante la aplicación en primaria los alumnos prestaron atención a las indicaciones dadas, para la resolución de los cuadros 1 y 2 no presentaron ninguna complicación, mientras que al llegar al cuadro 3 algunos empezaron a levantar la mano para resolver su duda. Los alumnos de secundaria también siguieron las indicaciones dadas (ya que les agrado formar parte de un trabajo de investigación) en los tres cuadros tuvieron dudas. Los alumnos de preparatoria se mostraron más interesados en la resolución del cuadro 3, ya que el 1 y 2 mencionaban que estaban muy fáciles. En las tres sesiones los alumnos que terminaban antes pedían se les plantearan ejercicios similares, mientras sus compañeros concluían y todos se interesaban por saber la solución correcta al final.

Capítulo IV

Análisis de los resultados

Triángulos y cuadrados (prueba piloto).

En los ejercicios que siguen se quiso averiguar cómo en la resolución del problema de reparto de las figuras geométricas elementales influyen diferentes instrucciones (una abstracta “partes iguales” y otra concreta “triángulos iguales”).

Se aplicó a un grupo de secundaria de 32 alumnos y uno de preparatoria de 24 alumnos quienes ilustraron las siguientes soluciones:

Secundaria (partes iguales).

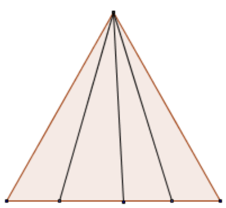
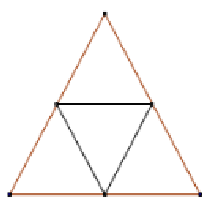
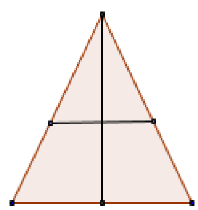
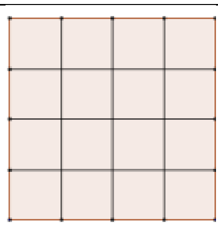
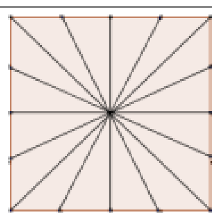
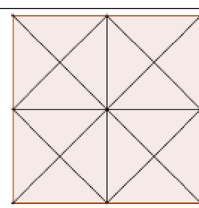
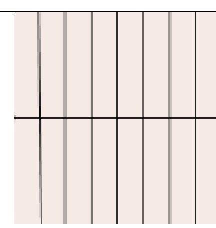
 6%	 88%	 6%	
 69%	 9%	 16%	 6%

Figura 1.-Se muestran las diferentes soluciones del triángulo y cuadrado con su respectivo porcentaje.

Preparatoria (partes iguales).

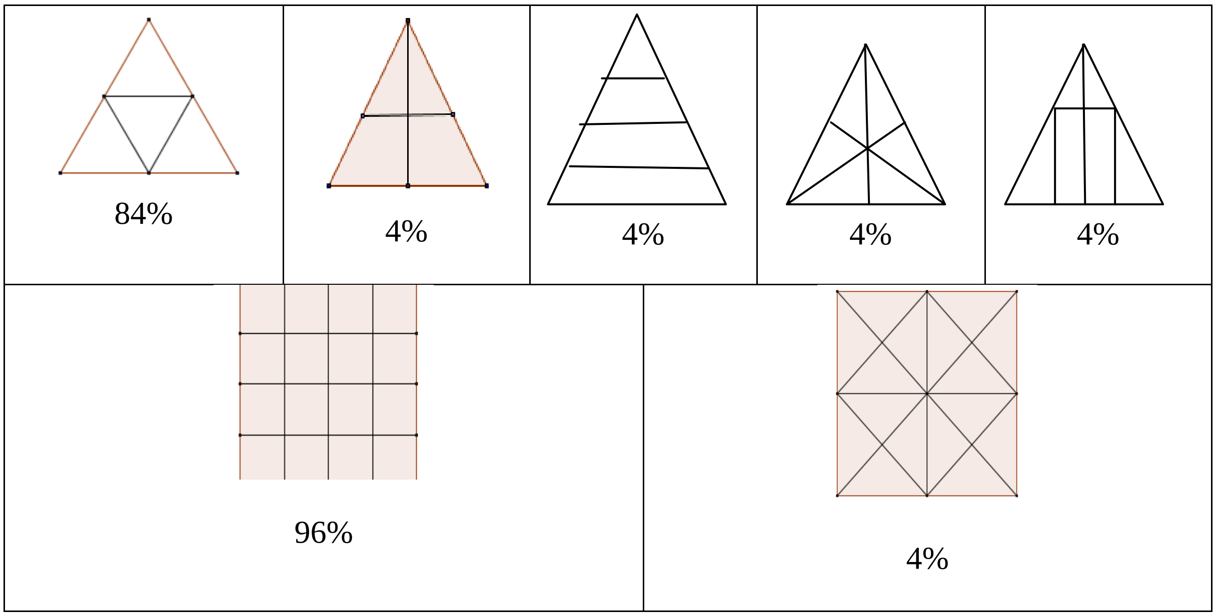


Figura 2.-Se muestran las diferentes soluciones del triángulo y cuadrado con su respectivo porcentaje.

Secundaria (triàngulos iguales).

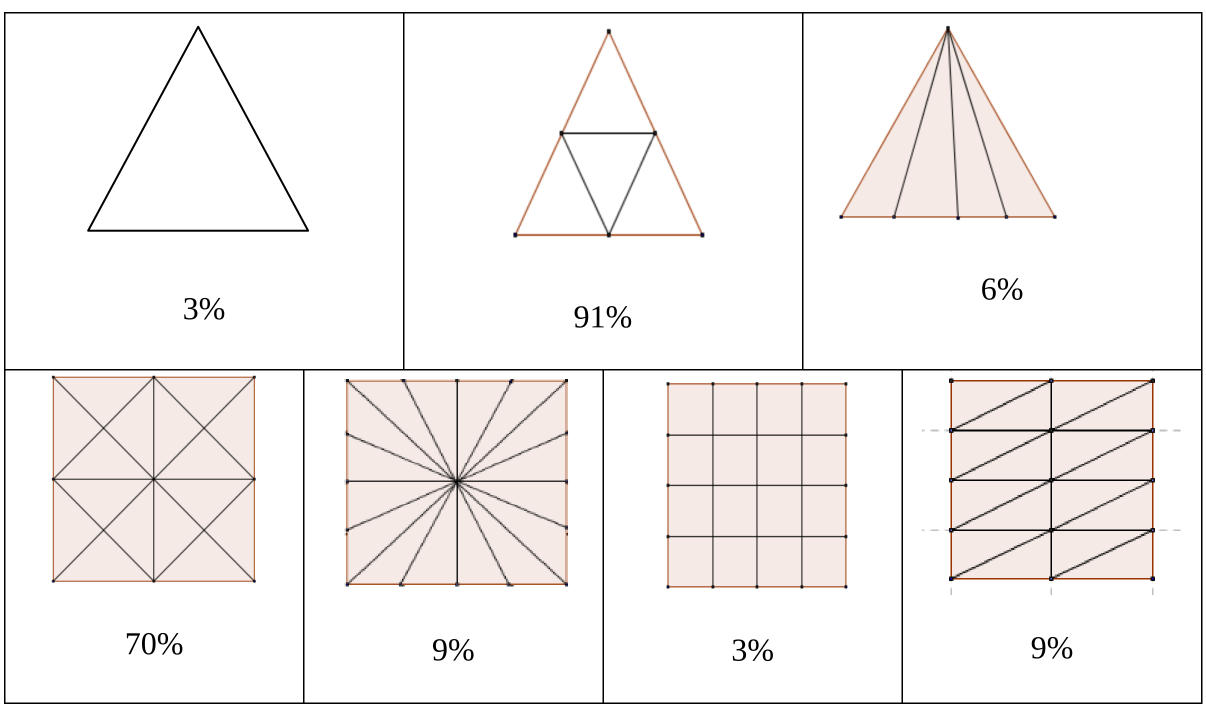


Figura 3.-Se muestran las diferentes soluciones del triángulo y cuadrado con su respectivo porcentaje.

Preparatoria (triángulos iguales).

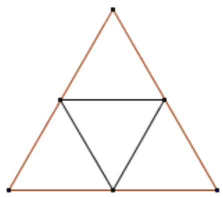
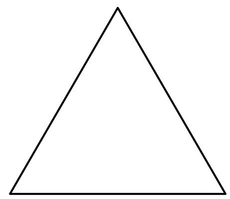
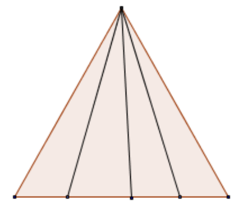
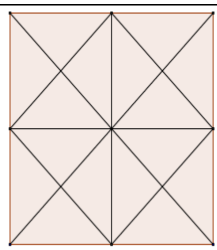
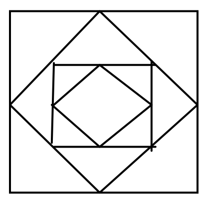
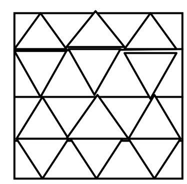
 88%	 4%	 8%
 88%	 8%	 4%

Figura 4.-Se muestran las diferentes soluciones del triangulo y cuadrado con su respectivo porcentaje.

Es posible notar que

(1) Los estudiantes resuelven mejor el problema de reparto cuando se indica explícitamente la forma de las partes que cuando esa forma es opcional.

(2) En el reparto del cuadrado, la forma triangular de las partes está presente y cuando no se indica explícitamente en el enunciado.

(3) Hay alumnos que no comprenden que el reparto en “partes iguales” y “triángulos iguales” significa conceptualmente la igualdad de las áreas de las partes.

Ese hecho experimental se exploró de manera sistemática en la prueba de geometría.

Investigación formal

Dividiremos el estudio de nuestros resultados en dos partes:

a) Análisis de respuestas correctas y
b) Análisis de respuestas incorrectas.

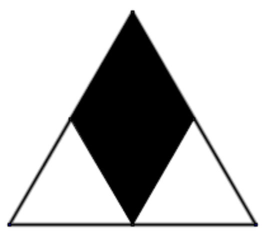
Respuestas correctas.

Problema sobre la división del triángulo.

Escuela ___________________________________ Edad__________

Fecha_________________

1. ¿A qué parte del área del triángulo corresponde el área sombreada?



(a) a la cuarta parte **(b) a la tercera parte** **(c) a la mitad**

Justifica tu respuesta

____
____
____
____

Si el área del triángulo es de 12 m^2, la parte sombreada tiene el área de:

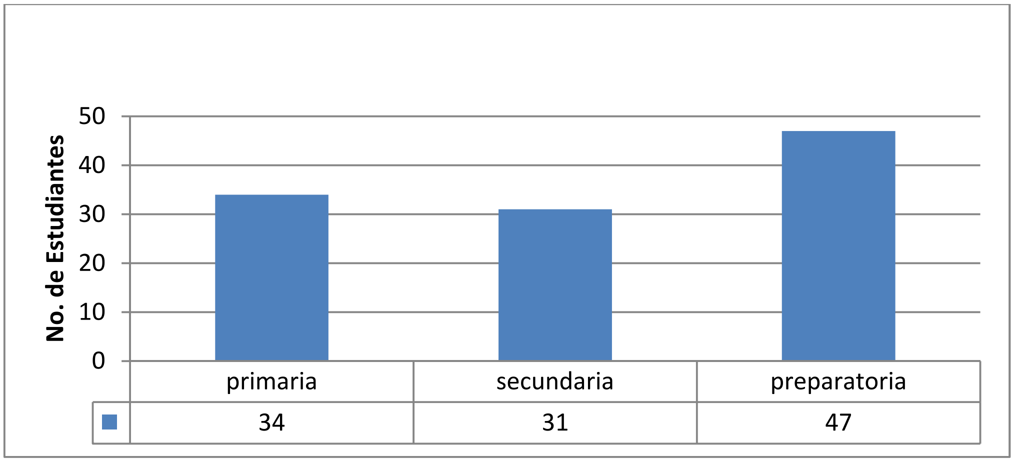
a) 3m^2 b) 4 m^2 c)6m^2

Si el área de la parte sombreada fuera de 5 m^2, el área de triangulo sería de:

a) 10 m^2 b) 15 m^2 c) 20 m^2

Se consideró una respuesta correcta si eligieron el inciso c) y justifican correctamente. En los resultados obtenidos por cada nivel educativo, fue que solamente 34 estudiantes de primaria, 31 de secundaria y 47 de preparatoria respondieron de manera correcta.

GRAFICA 4.1



Entre las **preguntas que más se plantearon los alumnos** fueron:

(1) si necesariamente debían justificar su respuesta,

(2) si podían medir la figura o reproducirla en otra hoja para ver si las partes no sombreadas forman la sombreada.

Estrategias utilizadas

Primaria

Se encontraron 34 respuestas correctas, las cuales, 20 propusieron unir las partes "porque si uniéramos las partes en blanco se forma la misma figura que está de negro", 13 hicieron alusión al color "porque el triángulo le caben 4 triangulitos y en el triángulo hay 2 triangulitos y 2 es la mitad de los cuatro triangulitos" y uno propuso calcular el área "porque si le calculamos el área te da mitad".

Ejemplos:

Justifica tu respuesta

por que los trangulitos no sombreados, si guntan sus bases forman la parte sombreada

Justifica tu respuesta

Por que si le carculamos el area te la mitad

Justifica tu respuesta

proque si cortamos la que esta coloreada salen 4 triangulos y la que esta coloreada son 2 así que daría la mitad

Justifica tu respuesta

Porque el triangulo te caben 4 triangulitos. y en el triangulo hay 2 triangulitos y 2 es la mitad de los cuatro triangulitos.

Secundaria

Se encontraron 19 respuestas correctas, las cuales 11 propusieron unir las partes “por la parte sombreada es un rombo y si juntamos las otras dos mitades se convierte en un rombo”, 21 hicieron alusión al color “ya que si divides el triángulo en cuatro partes la parte sombreada son dos partes y es la mitad” y uno propuso medir “porque si medimos los 2 triángulos libres y la parte sombreada nos va dar la mitad”.

Ejemplos:

Justifica tu respuesta

Por que Si unimos los dos triangulos Forma un Romboide

Justifica tu respuesta

por que ocupa 2 triangulos

Justifica tu respuesta

Por que son 4 triangulos en 1 sólo, entonces en la parte sombreada hay 2/4 del triangulo y la que no esta sombreada es igual a 2/4 entonces 2/4 + 2/4 = 4/4 por eso es la mitad.

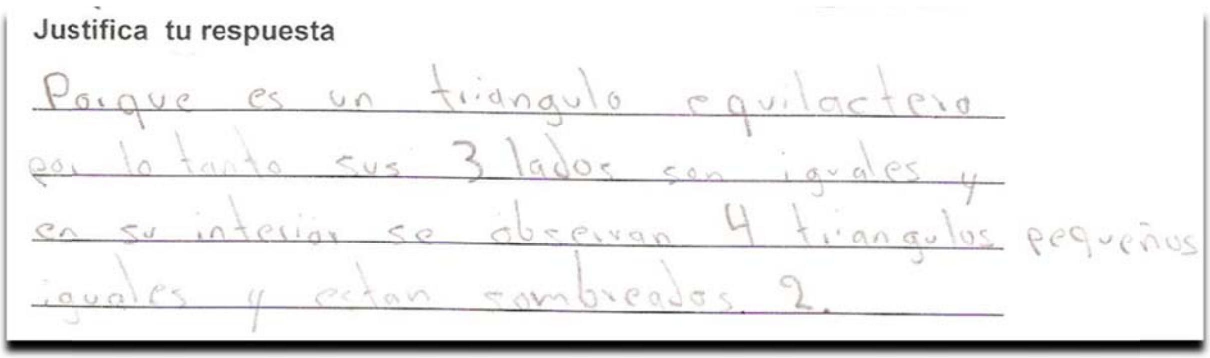
Preparatoria

Se encontraron 47 respuestas correctas, las cuales 16 propusieron unir las partes "porque si unimos los dos triángulos blancos de la misma manera que los negros va hacer la mitad del triángulo", 31 hicieron alusión al color "es la mitad ya que el triángulo está conformado por cuatro triángulos iguales y la parte sombreada abarca dos triángulos" y uno propuso calcular el área "porque si le calculamos el área te da mitad".

Ejemplos:

Justifica tu respuesta

porque si unimos las figuras que no estas sombreadas se forma un rombo del mismo tamaño dela parte que esta sombreada

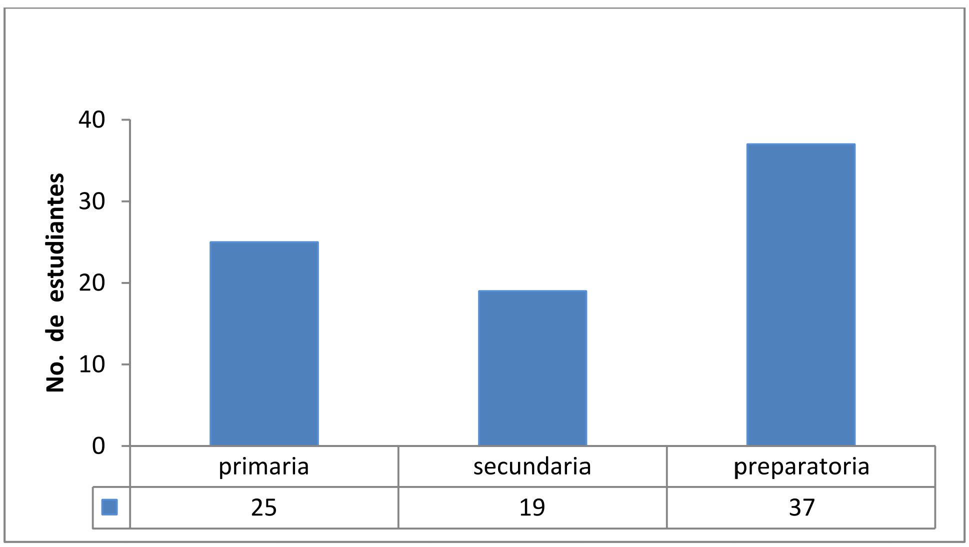

Justifica tu respuesta

Porque es un triangulo equilactero por lo tanto sus 3 lados son iguales y en su interior se observan 4 triangulos pequeños iguales y estan sombreados 2.

Coherencia entre la representación verbal y numérica.

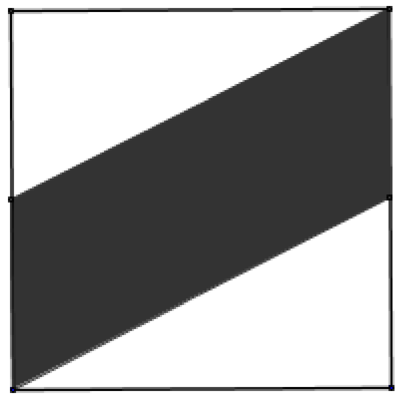
Los resultados obtenidos son 25 estudiantes de primaria, 19 de secundaria y 37 de preparatoria, todos ellos dieron una justificación correcta, obsérvese en la gráfica 4.2.

GRAFICA 4.1.2



Problema sobre la división del cuadrado.

2. ¿A qué parte del área del cuadrado corresponde el área sombreada?



(a) a la cuarta parte **(b) a la tercera parte** **(c) a la mitad**

Justifica tu respuesta

____

____

____

____

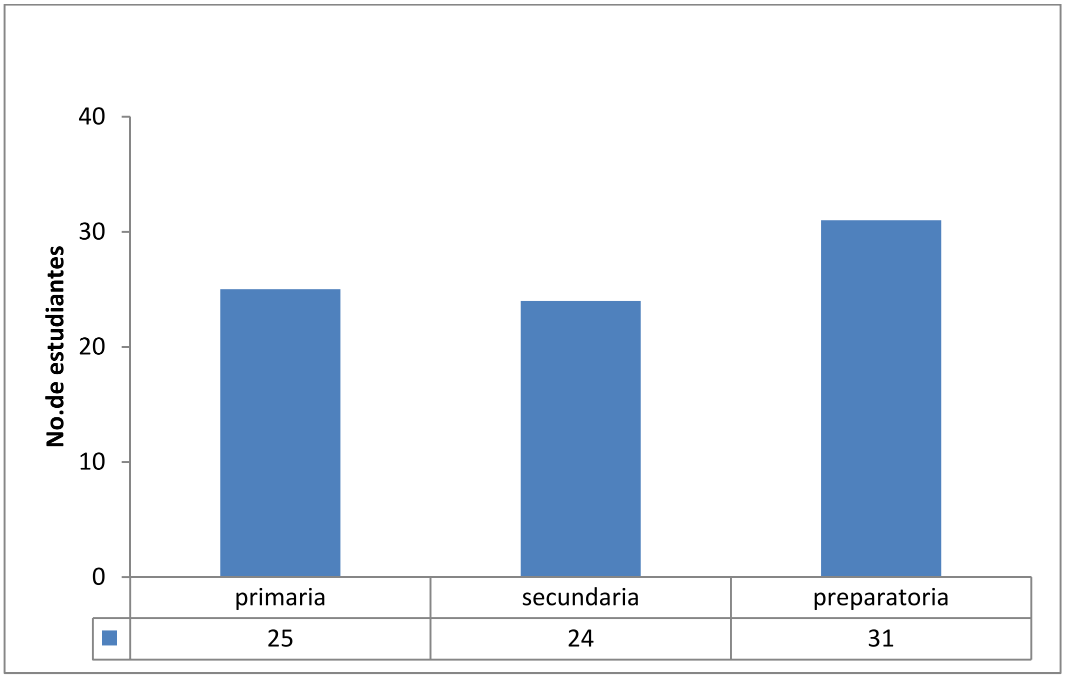
Si el área del cuadrado es de 24 m^2, la parte sombreada tiene el área de:

a) 6m^2 b) 8 m^2 c) 12m^2

Si el área de la parte sombreada fuera de 3 m^2, el área de cuadrado sería de:

a) 6 m^2 b) 9 m^2 c) 12 m^2

En los resultados que se obtuvieron por cada nivel educativo, fue que solamente 25 estudiantes de primaria, 24 de secundaria y 31 de preparatoria responden de manera correcta.



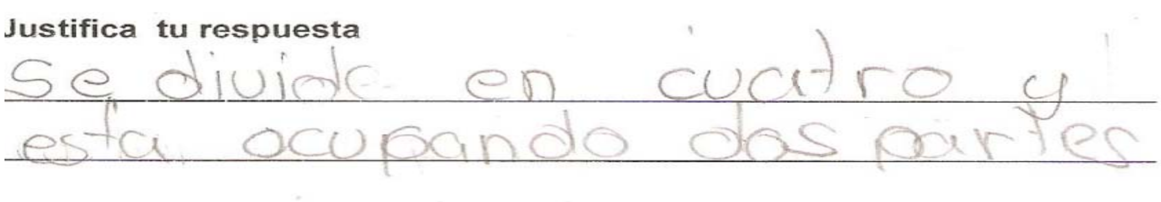
GRAFICA 4.1.3.

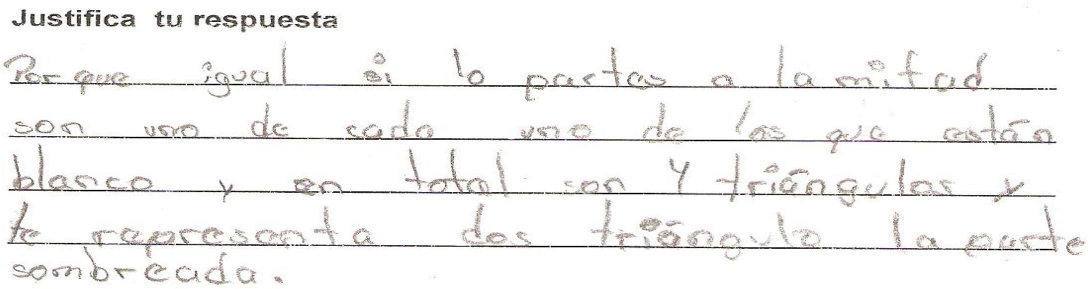
Estrategias utilizadas

Primaria

Se encontraron 25 respuestas correctas, las cuales, 20 propusieron unir las partes "lo que está pintado de negro es lo mismo que los de blanco unidos al revés", 5 hicieron alusión al color "se divide en cuatro y está ocupando dos partes"

Ejemplos:


Justifica tu respuesta
Se divide en cuatro y
esta ocupando dos partes



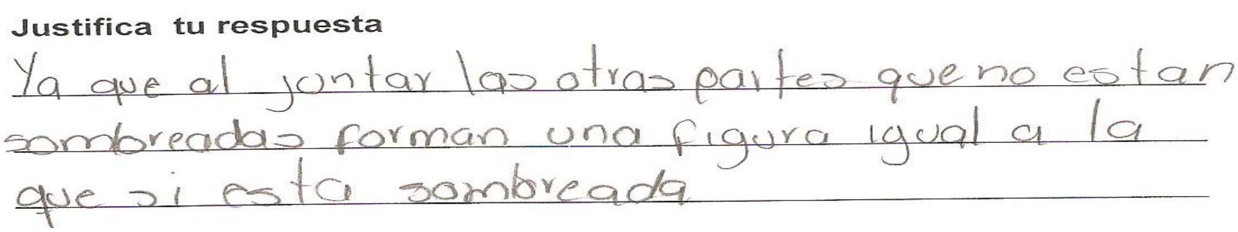
Justifica tu respuesta

Por que igual si lo partes a la mitad son uno de cada uno de los que están blanco y en total son 4 triángulos y te representa dos triángulo la parte sombreada.

Secundaria

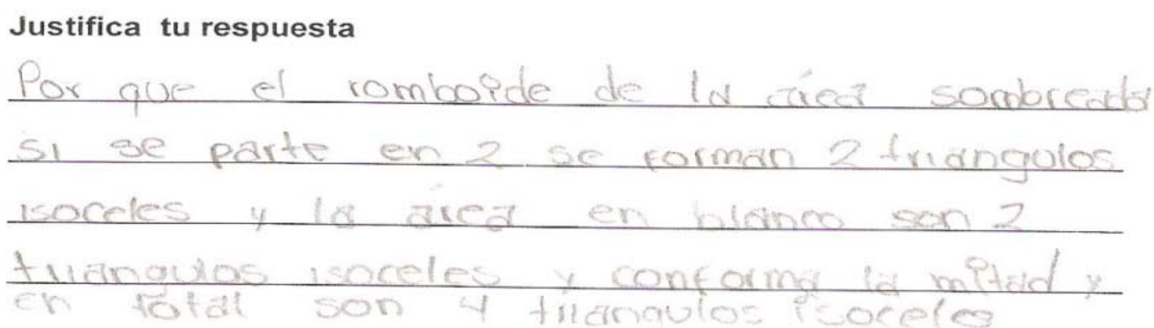
Se encontraron 24 respuestas correctas, las cuales 18 propusieron unir las partes “porque si juntamos las dos partes que están en blanco forman una mitad y con la parte sombreada es la otra mitad” ,4 hicieron alusión al color “si trazamos una línea diagonal salen dos triángulos iguales que los del área no sombreada y los dos dividen el cuadrado a la mitad” y dos propuso medir “porque todo el cuadrado se está midiendo completo y entonces la mitad seria”.

Ejemplos:



Justifica tu respuesta

Ya que al juntar las otras partes que no estan sombreadas forman una figura igual a la que si esta sombreada



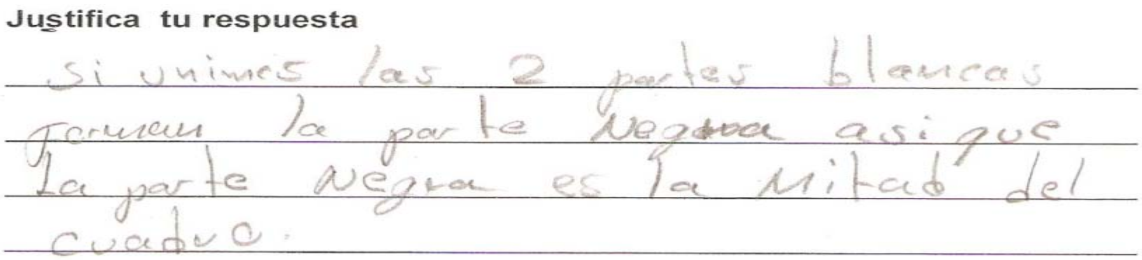
Justifica tu respuesta

Por que el romboide de la área sombreada si se parte en 2 se forman 2 triángulos isoceles y la área en blanco son 2 triangulos isoceles y conforma la mitad y en total son 4 triangulos isoceles

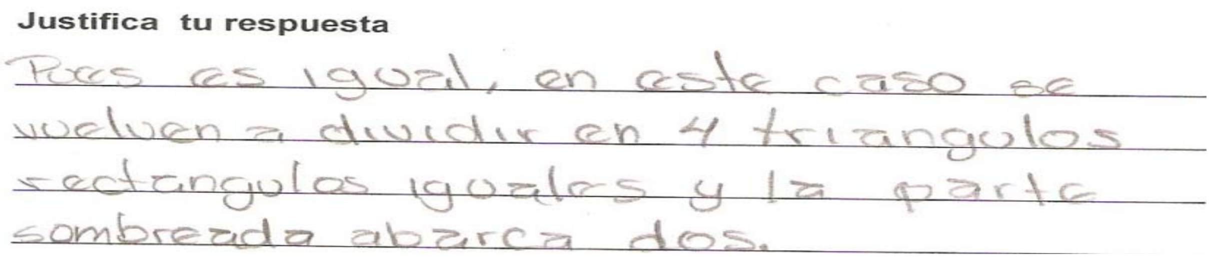
Preparatoria

Se encontraron 31 respuestas correctas, las cuales 13 propusieron unir las partes “porque son los dos triángulos rectángulos que están pintados en blanco pegados de la base, por lo tanto representa la mitad”, 12 hicieron alusión al color “dividir en cuatro triángulos rectángulos iguales y la parte sombreada abarca dos” ,4 propusieron medir “porque el área sombreada tiene la misma medida que el área que no está sombreada” y uno propuso dividir “que si dividimos las partes nos daremos cuenta que es la mitad de la figura”.

Ejemplos:


Justifica tu respuesta

Si unimos las 2 partes blancas forman la parte Negra asi que La parte Negra es la Mitad del cuadro.

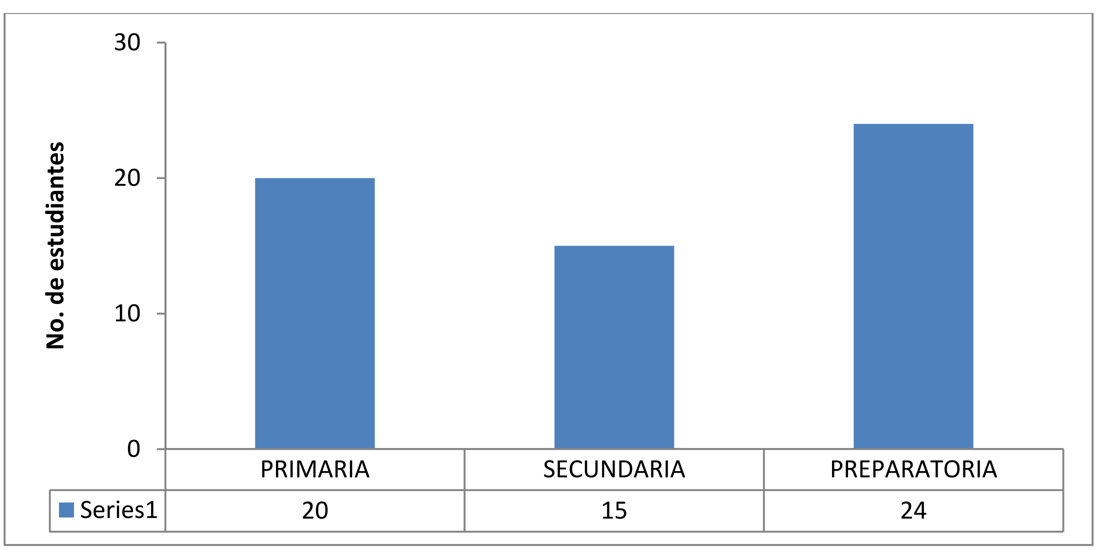

Justifica tu respuesta

Pues es igual, en este caso se vuelven a dividir en 4 triangulos rectangulos iguales y la parte sombreada abarca dos.

Coherencia entre la representación verbal y numérica.

Los resultados obtenidos son que 20 estudiantes de primaria, 15 de secundaria y 24 de preparatoria son coherentes entre su representación verbal y numérica; todos ellos dieron una justificación correcta, véase en la gráfica 4.1.4.

GRAFICA 4.1.4.



Siendo un 17% de los estudiantes de primaria, 17% estudiantes de secundaria y 21 % de preparatoria que presentaron esta coherencia, se observó que solo mejoraron un poco según el grado escolar.

Las estrategias de resolución no varían según el grado escolar, siendo más utilizadas las de

a) Unir los triángulos blancos y formar una figura como la sombreada, o
b) El dividir el triángulo en cuatro partes iguales y considerar solo 2 (las que están sombreadas).

Para el problema del cuadrado la estrategia más utilizada es la de unir las partes.

En base a la coherencia se observó que en el nivel primaria y secundaria mantienen el mismo porcentaje y solo aumenta un 4% el de los estudiantes de preparatoria.

Mario cambia de peso (prueba piloto)

Para identificar el logro del objetivo: "*Plantear algunos problemas a jóvenes de secundaria y bachillerato, así como analizar la manera de atacarlos (conocer las dificultades que se les presentan al resolverlos), primero* se analizaron la cantidad de respuestas correctas a la pregunta desconceptualizada y la reformulada, además, se caracterizaron por el inciso indicado y su justificación.

Problema descontextualizado

En mayo Mario pesaba 69.5 kg. Para abril había perdido 3.5 kg y para marzo otros 4kg. ¿Cuánto pesaba Mario en el mes de abril y cuanto en el de marzo?

Los resultados obtenidos son:

Secundaria

Del 100% de los alumnos que contestaron el 54% contestó que Mario pesaba 66 kg en abril y que en marzo 62 kg, y el 46% erró mucho en su solución.

Las preguntas aclaratorias que fueron planteadas son:

¿Qué quiere decir la expresión "para abril perdió 3.5kg"?

La mayoría colocó "cuantos kilos pesaba en ese mes" y solo 4 alumnos indicaron "perdió 3.5kg".

¿Qué quiere decir la expresión "para marzo otros 4kg"?

Aquí hubo respuestas muy variadas como "bajó 4 kg más", "lo que pesaba en ese mes", "subió 4kg".

¿Cómo piensas resolver el problema?

El 90% lo resolvió realizando restas y el resto da soluciones no acordes al contexto del problema.

Preparatoria

Del 100% de los alumnos que contestaron el 29% contestó que Mario pesaba 73Kg. en abril y 77kg. en marzo, el 47% contestó que Mario pesaba 66 kg en abril y que en marzo 62 kg, y el 24% erró mucho en su solución.

Las preguntas aclaratorias que fueron planteadas son:

¿Qué quiere decir la expresión "para abril perdió 3.5kg"?

La mayoría colocó "perdió 3.5kg en ese mes".

¿Qué quiere decir la expresión "para marzo otros 4kg"?

Aquí hubo respuestas como "bajó 4 kg más", "lo que pesaba en ese mes", "subió 4kg".

¿Cómo piensas resolver el problema?

El 90% respondió realizando restas y sumas.

Problema restructurado

Comenzando el mes de mayo Mario pesaba 69.5 kg. Durante el mes de abril había perdido 3.5kg, mientras durante el mes de marzo su pérdida de peso ha sido de 4kg. ¿Cuánto *pesaba Mario comenzando el mes de abril? ¿Cuánto pesaba Mario comenzando el mes de marzo?*

Secundaria

Del 100% de los alumnos que contestaron el 48% contestó que Mario pesaba 66 kg. en abril y 62kg. en marzo, y el 52% vario entre aproximándose al resultado teniendo solo una respuesta correcta y contestando erróneamente a ambas.

Las preguntas aclaratorias planteadas fueron:

¿La formulación del problema te pareció clara?

Al 100% de los alumnos la formulación le pareció clara.

Preparatoria

Del 100% de los alumnos que contestaron el 50% contestó que Mario pesaba 73Kg. en abril y 77kg. en marzo, el 10% contestó que Mario pesaba 66 kg en abril y que en marzo 62 kg, y el 40% erró en su solución aproximándose al resultado correcto.

Las preguntas aclaratorias planteadas fueron**:**

La formulación del problema te pareció clara ¿como la reformularías?

Al 75% de los alumnos les pareció clara la formulación del problema, y a un 25% no, algunos solo indicaron que debían haber ordenado los meses; otros presentaron las siguientes reformulaciones:

- Mario perdió 3.5kg en el mes de abril y4kg en el mes de marzo. ¿Cuánto pesaba en el mes de abril yen el de marzo, si su peso actual en mayo era de 69.5 kg.?
- Durante el mes de marzo Mario perdió de peso 4kg en el mes de de abril perdió 3.5kg y ahora en el mes de mayo es de 69.5 kg. ¿Cuánto pesaba Mario comenzando el mes de marzo y el mes de abril?

Justifica tu reformulación.

- Se cambia la secuencia de los meses para entender mejor y darle respuesta a la pregunta.

- Para llevar en orden los meses, porque si empiezas desde Mayo hasta abril estaríamos hablando de once meses después.

Mario y María

Entre las **preguntas que más se plantearon los alumnos** eran:

(1) si necesariamente debían justificar su respuesta,

(2) si tenían que considerar el orden de los meses, porque pedían saber datos que estaban enunciados en la descripción del problema.

Dudas que expresaron los alumnos:

¿Por qué no se habían puesto en orden los meses a la hora de redactar el problema?

¿Por qué, si María y Mario son hermanos, no llevaban la misma dieta?

Investigación formal

Mario Primaria

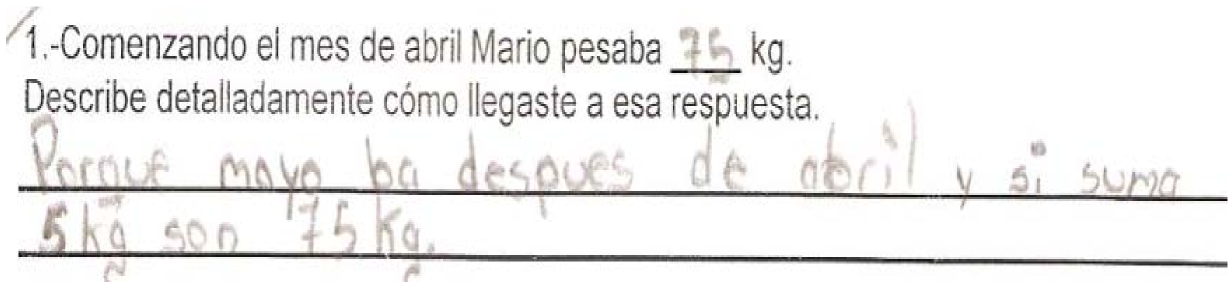
Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 3 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril Mario pesa 75 kg. Como se puede ver, las explicaciones son variadas, por ejemplo: “por qué mayo va después de abril y si suma 5kg son 75kg”; “Mario pesaba en inicios de abril 75kg y si se supone que Mario pesaba 70kg le sume los 5kg que perdió”; “por medio de una operación”.

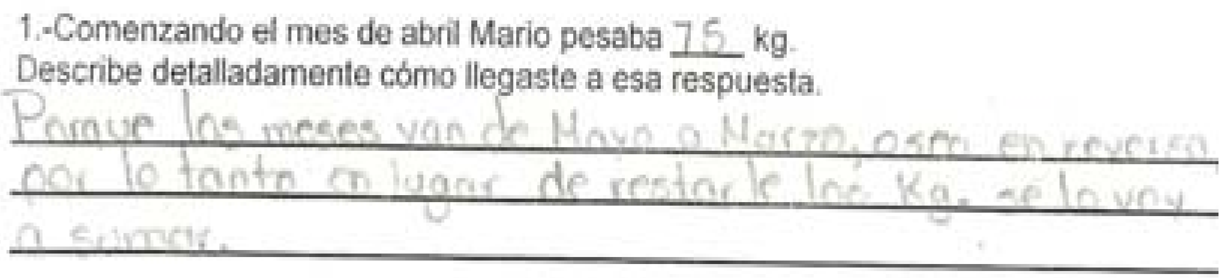
Ejemplos:

1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 75 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

$$\begin{array}{r} 70 \\ +\ 5 \\ \hline 75 \end{array}$$

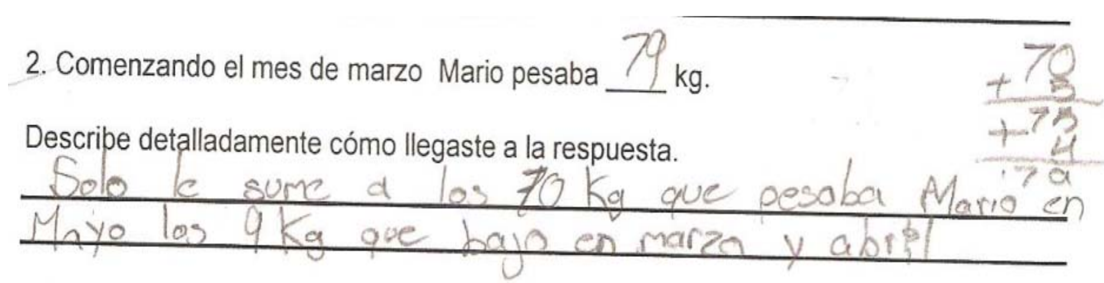
Mario pesaba en inicios de abril 75Kg y si se supone que Mario pesaba 70 Kg le sume los 5 Kg que perdo


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 75 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
Porque mayo ba despues de abril y si suma 5kg son 75 kg.


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 75 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
Porque los meses van de Mayo a Marzo, osea en reversa por lo tanto en lugar de restarle los Kg. se los voy a sumar.

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 3 ejemplos responden que Mario tiene 79 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: "porque marzo y abril son antes de mayo entonces si sumas 5+4 son 79"; solo sume a los 70kg que pesaba Mario en mayo los 9kg que bajo en marzo y abril".

Ejemplos:


2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 79 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.
Solo le sume a los 70 Kg que pesaba Mario en Mayo los 9 Kg que bajo en marzo y abril
70 + 5 = 75; 75 + 4 = 79

2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 79 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

Porque marzo y abril son antes de mayo entonces si sumas 5+4 son 79.

Mario Secundaria

Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 9 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril Mario pesa 75 kg. Como se puede ver, las explicaciones son variadas, por ejemplo: “si Mario pesaba 70kg en mayo solo sume los meses pasados”;” solo sume a 70 kilos que había perdido durante el mes de abril”; “porque iba bajando de 5 en 5 por eso pesaba 75 y en el mes de mayo pasaba 70”;”en el inicio del mes de abril pesaba 75kg y perdió 5kg durante este mes a si al inicio del mes de mayo pesaba 70kg”.

Ejemplos:

1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 75 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

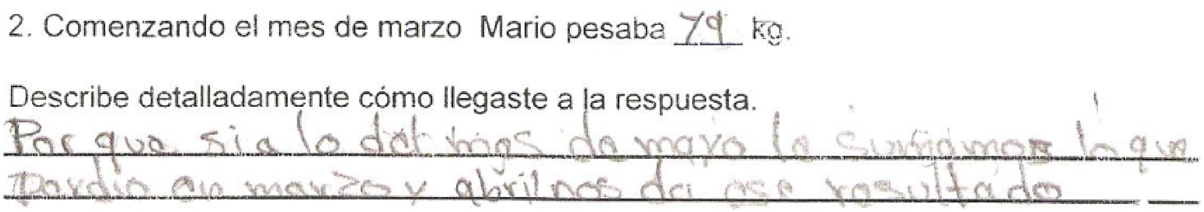
Por que si a losdel mes de mayo lo sumamos lo que pedio en Abrilnos da 75 kg

1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 75 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

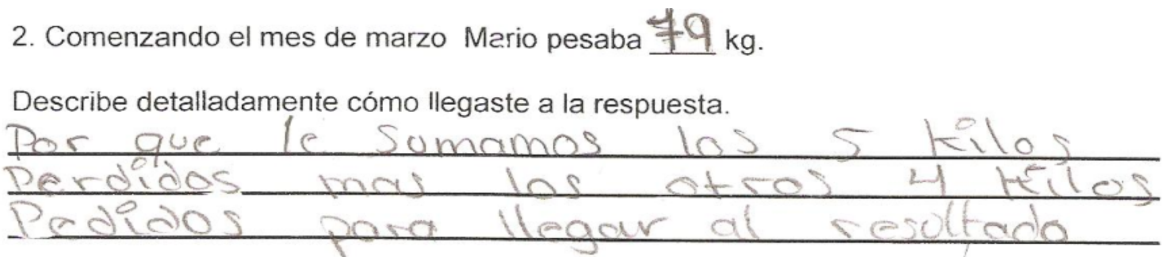
Por que le sumamos los 5 kilos que habia perdido en el mes de abril

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 9 ejemplos responden que Mario tiene 79 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: “solo sume los 4kg que perdió el mes de marzo y los 5 que perdió el mes de abril”; ”por qué bajo en 4 kilos y me dice que después baja 3 kilos”; “porque los meses son marzo, abril, mayo, sumamos lo de marzo y abril son 9kg y eso lo sumamos con lo de mayo son 79kg”;”en el mes de mayo pesaba 70kg y perdió 4kilos en el mes de marzo cuando comenzó”; “si por que pesaba 75+4 kilos que perdió su peso era de 79kg”.

Ejemplos:


2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 79 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.
Porque si a lo del kilos de mayo le sumamos lo que perdio en marzo y abril nos da ese resultado

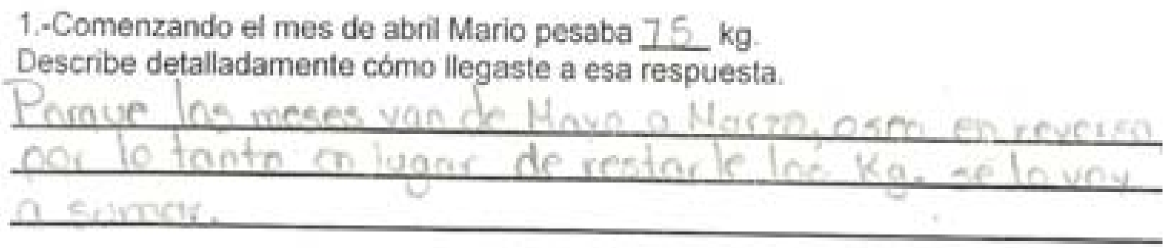

2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 79 kg.

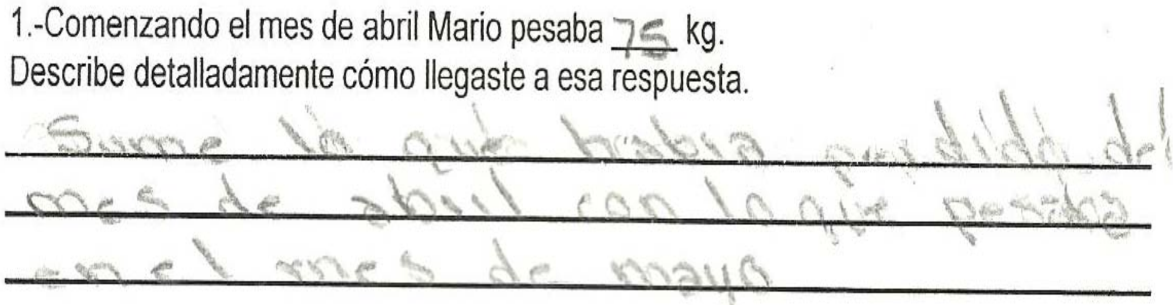
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.
Por que le sumamos los 5 kilos perdidos mas los otros 4 kilos pedidos para llegar al resultado

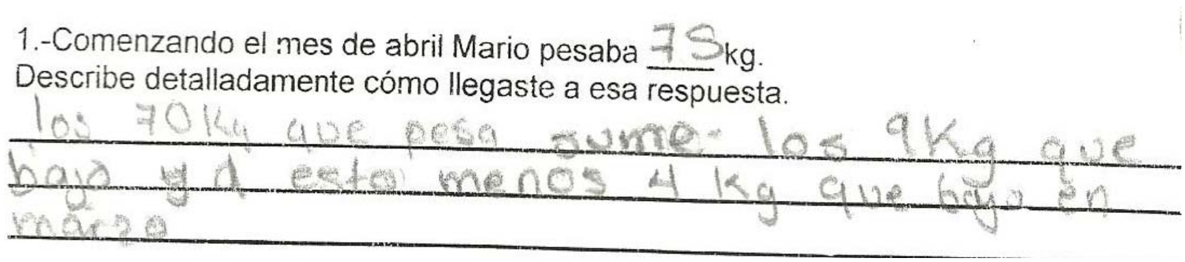
Mario Preparatoria

Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 26 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril Mario pesa 75 kg. Como se puede ver, las explicaciones son variadas, por ejemplo: “Sume lo que había perdido del mes de abril con lo que pesaba en el mes de mayo”; “porque me fije en los meses el mes de abril es primero que mayo y sume los pesos”; “fui ordenando su peso en los meses he hice sumas y restas”; “escribí los meses y datos tomando de punto de partida mayo-70kg le sume 5kg y dio 75kg entonces cuando inicio el mes de abril el pasaba 75kg”; “porque los meses van de mayo a marzo, ósea en reverso, por lo tanto en lugar de restarle los kg se los voy a sumar”.

Ejemplos:

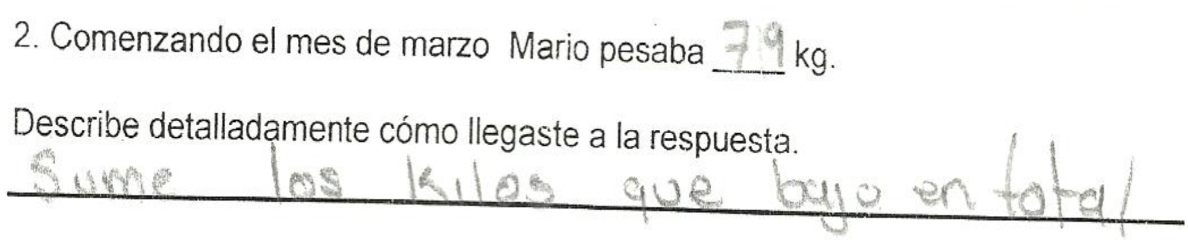

1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 75 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
Porque los meses van de Mayo a Marzo, osea en reversa por lo tanto en lugar de restarle los Kg. se los voy a sumar.


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 75 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
Sume lo que habia perdido del mes de abril con lo que pesaba en el mes de mayo


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 75kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
los 70 Kg que pesa sume los 9Kg que bajo y a esto menos 4 Kg que bajo en marzo

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 26 ejemplos responden que Mario tiene 79 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: *sume lo que había perdido del mes de abril y marza con lo que pesaba en el mes de mayo;* "de igual manera sumando los últimos kilos que había bajado en el mes pasado".

Ejemplos:


2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 79 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.
Sume los kilos que bajo en total

2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 79 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

de igual manora sumando los ultimos kilos q habia bajado en al mes pasado

María Primaria

Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 8 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril María pesa 41 kg. Como se puede ver, las explicaciones por ejemplo son: “porque los 45kg que pesaba los reste por los 4kg que ahí bajo y su peso ideal es de 41kg”; “si María pesaba 45kg y en el mes pasado subió 4 solo le reste los 4kg a los 45kg”; “restando 45kg menos 4kg”.

Ejemplos:

1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 41 kg.

$$\begin{array}{r} 45 \\ -\ 4 \\ \hline 41 \end{array}$$

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

Si María pesaba 45 Kg y el un mes pasado subio 4 solo le reste los 4 Kg a los 45 Kg

1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 41 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

Porque 45 menos 4 son 41.

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 8 ejemplos responden que María tiene 38 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: “restando 41 menos 3kg que perdió en el mes de marzo"; "si María pesaba 45 kilos solo le reste los 7 kilos que subió los 2 meses pasados".

Ejemplos:

2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 38 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

Si María pesaba 45 Kilos solo le reste los 7 kilos que subio los 2 meses pasados

$$\begin{array}{r} 45 \\ -\ 4 \\ \hline 41 \\ -\ 3 \\ \hline 38 \end{array}$$

2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 38 kg.

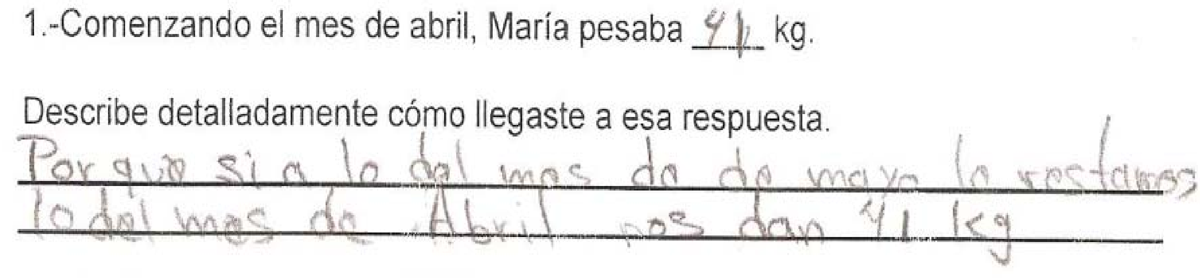
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

Porque 45 menos 7 son 38.

María Secundaria

Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 4 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril María pesa 41 kg. Como se puede ver, las explicaciones por ejemplo son: "quitándole los kilos que perdió"; "porque si a lo del mes de mayo le restamos lo del mes de abril nos dan 41kg", "porque ahora en lugar de sumar se los restamos".

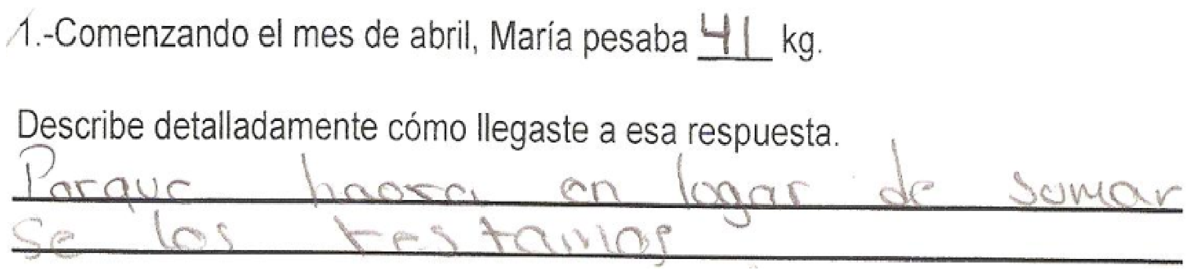
Ejemplos:



1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 41 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

Porque si a lo del mes de mayo le restamos lo del mes de Abril nos dan 41 kg



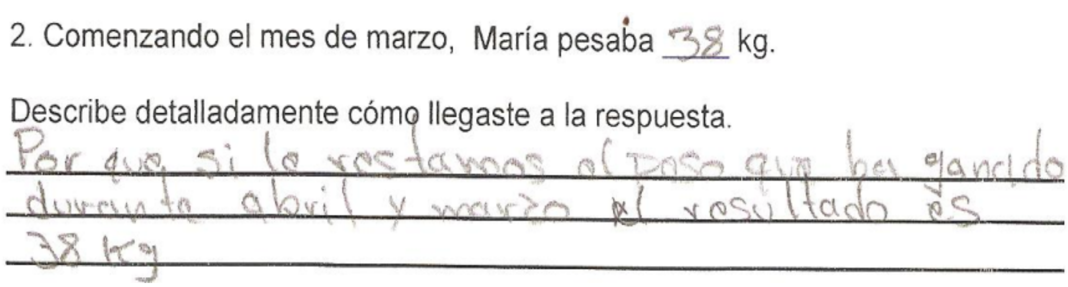
1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 41 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

Porque haora en logar de sumar se los restamos

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 4 ejemplos responden que María tiene 38 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: *"quitándole los kilos que perdió"; "porque si le restamos el peso va ganando durante abril y marzo el resultado es 38kg"*.

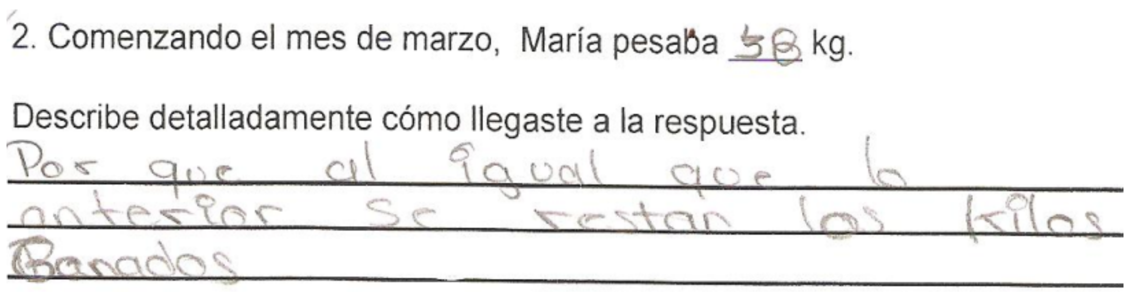
Ejemplos:



2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 38 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

Por que si le restamos el peso que va gando durante abril y marzo el resultado es 38 kg



2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 38 kg.

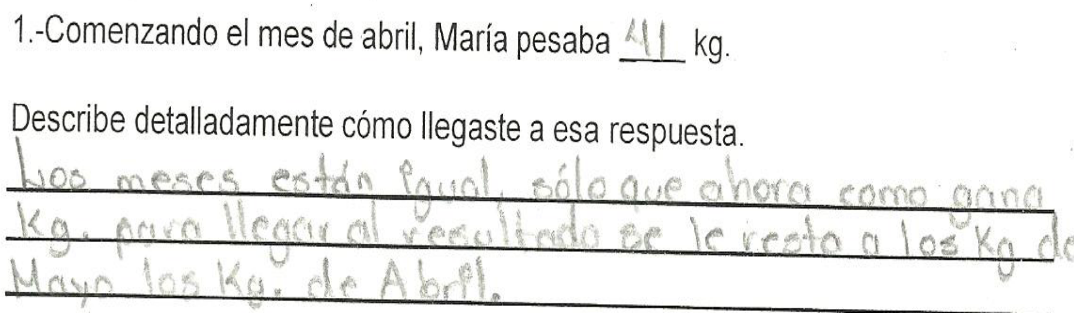
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

Por que al igual que la anterior se restan los kilos ganados

María Preparatoria

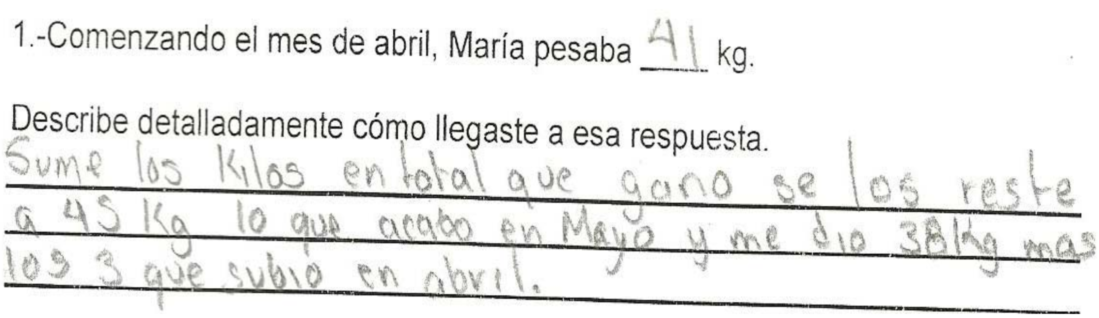
Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 25 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril María pesa 41 kg. Como se puede ver, las explicaciones son variadas, por ejemplo: “si por que le reste los kg ganados al resultado mayor”; “primero hay que hacer un retroceso del tiempo porque nos da ese peso neto de mayo y nos piden el de abril”; “sume los kilos en total que gano se los reste a 45kg lo que acabo en mayo y me dio 38kg mas los 3 que subió en abril”.

Ejemplos:


1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 41 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

Los meses están igual, sólo que ahora como gana Kg. para llegar al resultado se le resta a los Kg de Mayo los Kg. de Abril.


1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 41 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

Sume los Kilos en total que gano se los reste a 45 Kg lo que acabo en Mayo y me dio 38Kg mas los 3 que subio en abril.

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 25 ejemplos responden que María tiene 38 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: “restando 7kg de los 45kg”; “se resta peso en abril –perdida de marzo=38kg”.

Ejemplos:

2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 38 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

es la resta de 45 Kg menos lo 7 Kg que subio r

2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 38 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

se restan los 3 kg

Respecto a la pregunta 3: ¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?, la mayoría de los estudiantes de primaria, secundaria y preparatoria dan como respuesta: utilizando "sumas y resta".

Ejemplos:

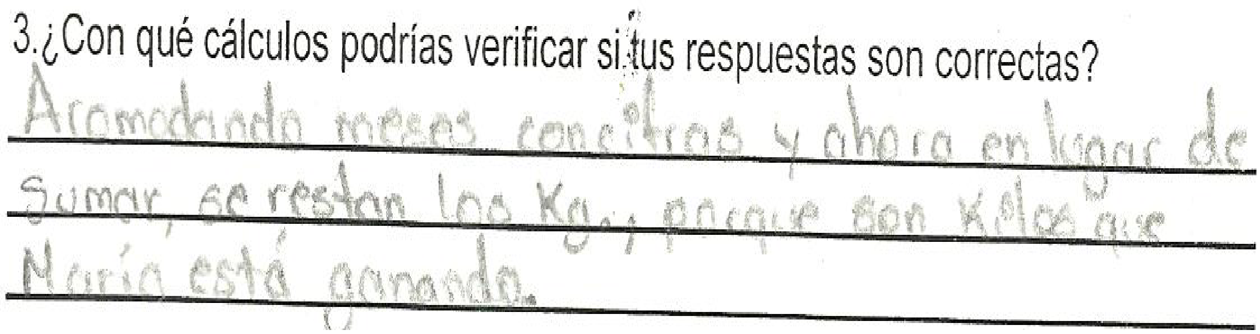
3. ¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?

Porque los meses son marzo, Abril, MAYO, restamos lo de marzo y abril son 7 Kg y eso se lo restamos a mayo son 38 Kg

3. ¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?

1 $a-b = 45-4 = 41$

2 $a-b-c = 45-4-3 = 38$



3.¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?

Acomodando meses con cifras y ahora en lugar de Sumar, se restan los Kg., porque son Kilos que María está ganando.

Conclusiones

En este problema, los estudiantes de preparatoria tienen un veinte por ciento más de respuestas correctas que los estudiantes de primaria. Sin embargo el número de las soluciones correcta para nivel de preparatoria es menor que 30 estudiantes. Entonces solamente tres estudiantes de cada diez pudieron resolver correctamente este problema.

Se observó que la estrategia consiste en ordenar los meses para identificar la operación adecuada en todos los niveles educativo, es decir, no varían las estrategias de resolución según el grado escolar.

En los tres niveles educativos, las formas de verificar si son correctas sus respuestas es realizando operaciones (sumas y restas).

Respuestas incorrectas

A continuación se presenta por grado escolar, ejemplos de los errores que cometen los estudiantes (con coherencia entre la representación verbal y numérica de la idea de fracción en el área).

El error es decir que la parte sombreada es la tercer parte porqué hay tres partes en que está dividida la figura geométrica. Este error implica que el estudiante no comprende que el reparto implica la igualdad de áreas de las partes.

Primaria Triangulo

Respecto a las respuestas incorrectas, tenemos 16 casos en los que los estudiantes consideran las tres partes mostradas en la figura, es decir en lugar de comparar las áreas, sólo visualizan el número de partes, por ejemplo: “porque está dividido en tres partes y por eso que escogí la respuesta b”; “pues yo pienso que es la tercera parte porque tiene la sombra en medio en forma de otra figura”; “a la tercera parte del triángulo”.

Ejemplos:

Justifica tu respuesta

Porque hay 3 partes y seria la tercera parte

Justifica tu respuesta

Por que la figura esta en la tercera parte

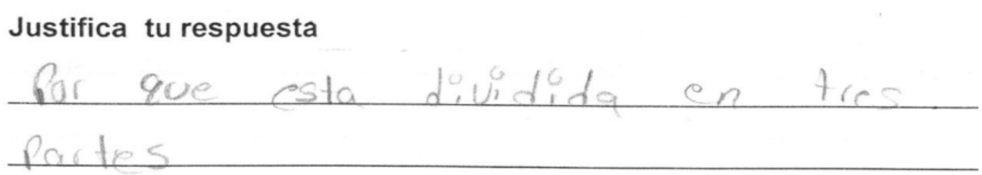
Justifica tu respuesta

pienso que es la tercera parte porque la mitad saldrian 2 triangulos y la cuarta parte saldrian 4 triangulos

Triángulo Secundaria

Respecto a las respuestas incorrectas, tenemos 10 casos en los que los estudiantes consideran las tres partes mostradas en la figura, es decir en lugar de comparar las áreas, sólo visualizan el número de partes, por ejemplo: “porque tiene dos triángulos sombreados los cuales forman la tercera parte”; “por qué está dividido en tres partes”; “ a la tercera parte”.

Ejemplos:

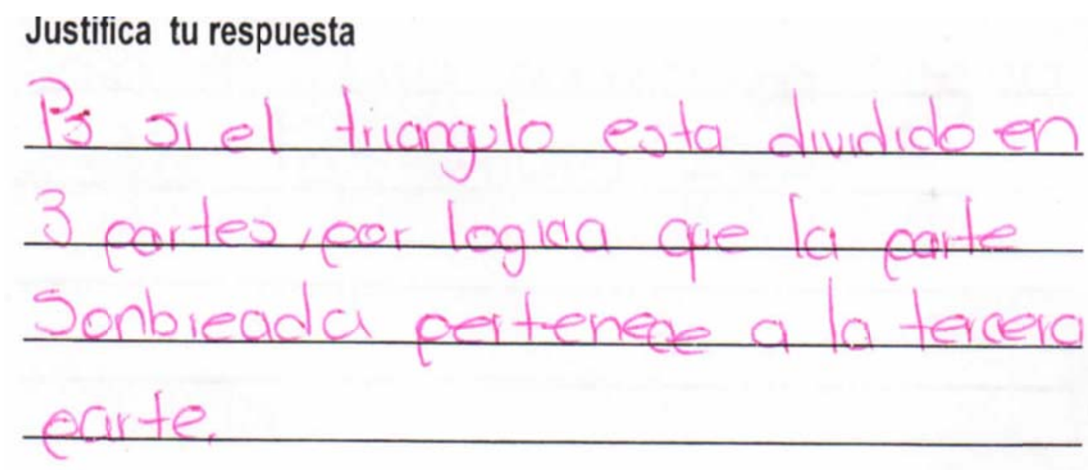

Justifica tu respuesta

Por que esta dividida en tres partes

Triángulo Preparatoria

Respecto a las respuestas incorrectas, tenemos un caso en el que el estudiante considera las tres partes mostradas en la figura, es decir en lugar de comparar las áreas, sólo visualizan el número de partes, por ejemplo: *“pues si el triángulo está dividido en tres partes, por lógica que la parte sombreada pertenece a la tercera parte”*.

Ejemplos:

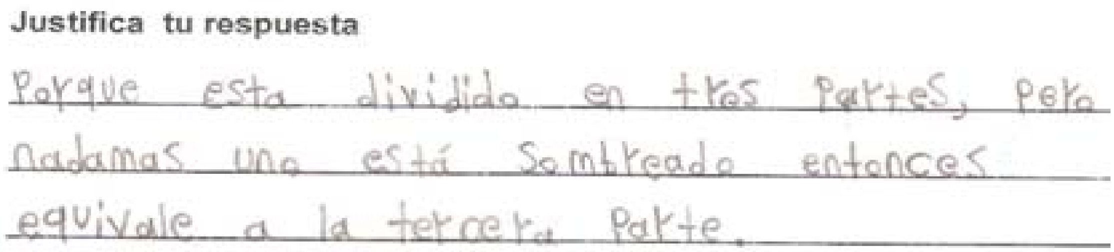

Justifica tu respuesta

Ps si el triangulo esta dividido en 3 partes, por logica que la parte Sonbreada pertenece a la tercera parte.

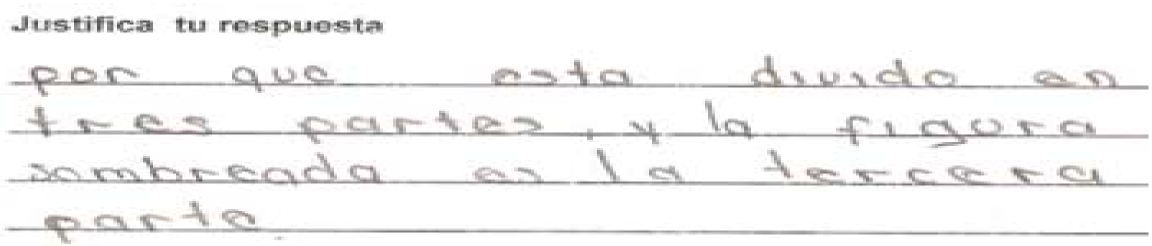
Primaria Cuadrado

Respecto a las respuestas incorrectas, tenemos 19 casos en los que los estudiantes consideran las tres partes mostradas en la figura, es decir en lugar de comparar las áreas, sólo visualizan el número de partes, por ejemplo: *"porque está dividido en tres partes, pero nada más uno esta sombreado entonces equivale a la tercera parte"; "la tercera parte porque dividiendo el cuadrado es la tercera parte"; "porque está en medio de las figuras entonces es a la tercera parte".*

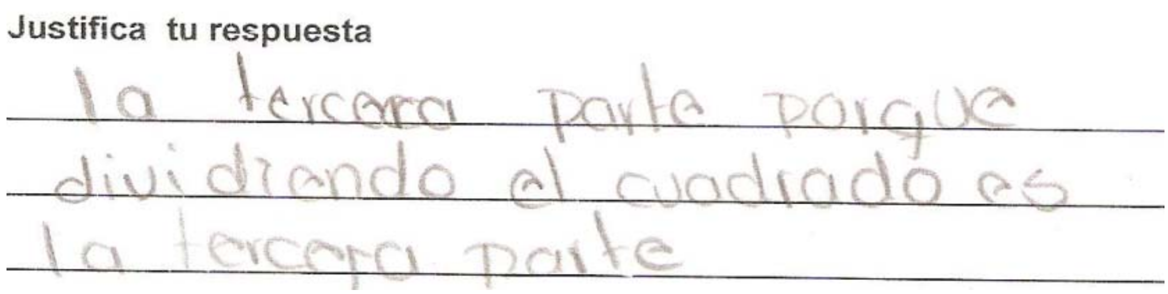
Ejemplos:


Justifica tu respuesta

Porque esta dividido en tres partes, pero nadamas uno está sombreado entonces equivale a la tercera parte.


Justifica tu respuesta

por que esta divido en tres partes, y la figura sombreada es la tercera parte.

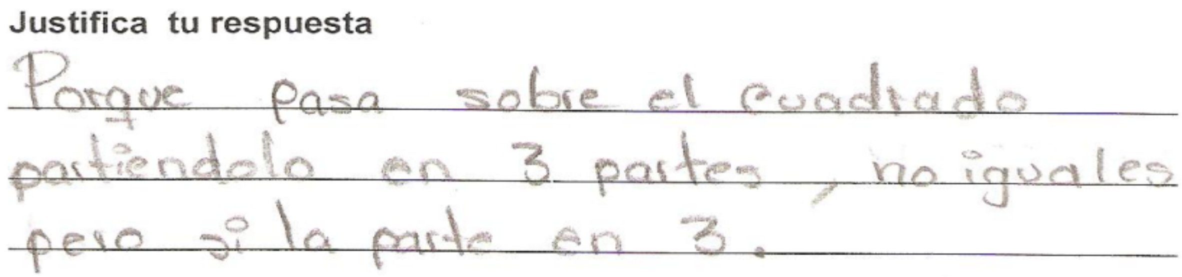

Justifica tu respuesta

la tercera parte porque dividiendo el cuadrado es la tercera parte

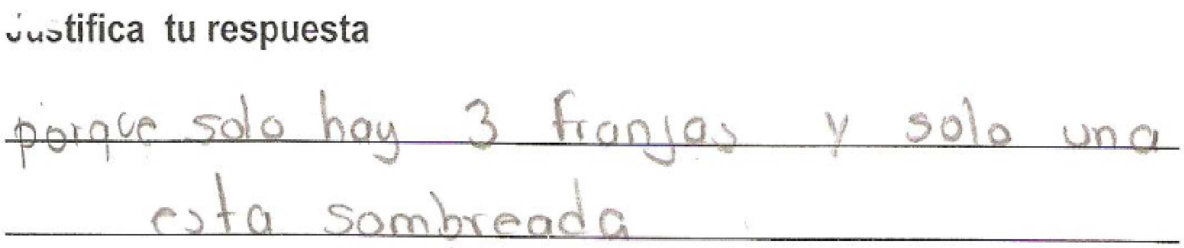
Secundaria cuadrado

Respecto a las respuestas incorrectas, tenemos 13 casos en los que los estudiantes consideran las tres partes mostradas en la figura, es decir en lugar de comparar las áreas, sólo visualizan el número de partes, por ejemplo: "porque la figura está dividido en tres partes, no importa que la parte sombreada sea distinta"; "porque pasa sobre el cuadrado partiéndolo en tres partes, no iguales pero si la parte en tres".

Ejemplos:


Justifica tu respuesta

Porque pasa sobre el cuadrado partiéndolo en 3 partes, no iguales pero si la parte en 3.

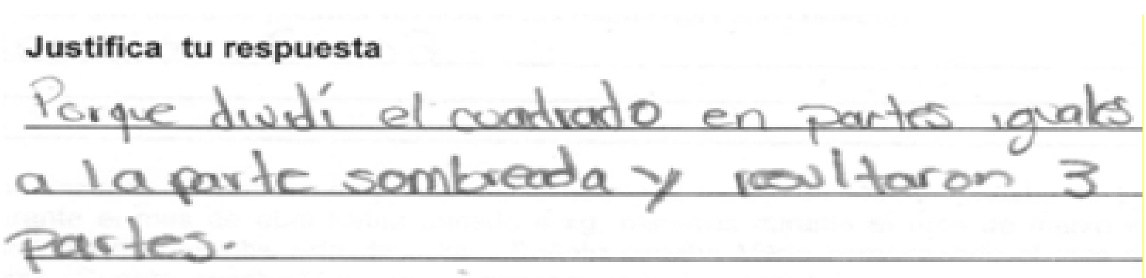

Justifica tu respuesta

porque solo hay 3 franjas y solo una esta sombreada

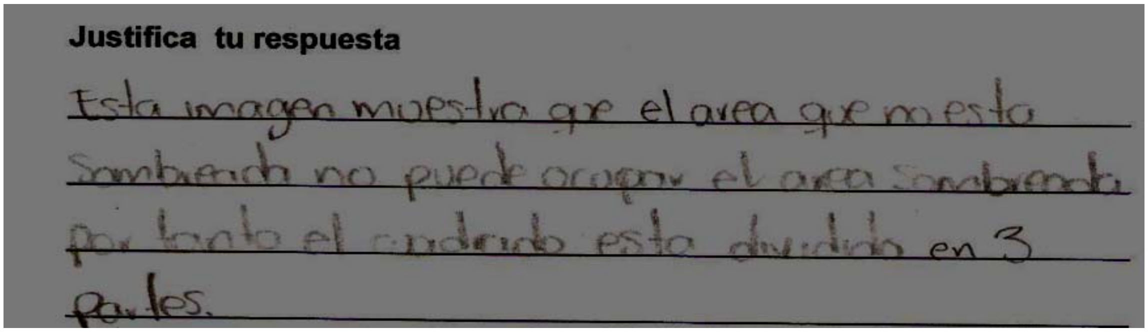
Preparatoria cuadrado

Respecto a las respuestas incorrectas, tenemos 18 casos en los que los estudiantes consideran las tres partes mostradas en la figura, es decir en lugar de comparar las áreas, sólo visualizan el número de partes, por ejemplo: "porque está dividido en tres partes"; "esta imagen muestra que el área que no está sombreada no puede ocupar el área sombreada por lo tanto el cuadrado está dividido en tres partes".

Ejemplos:


Justifica tu respuesta

Porque dividí el cuadrado en partes iguales a la parte sombreada y resultaron 3 partes.

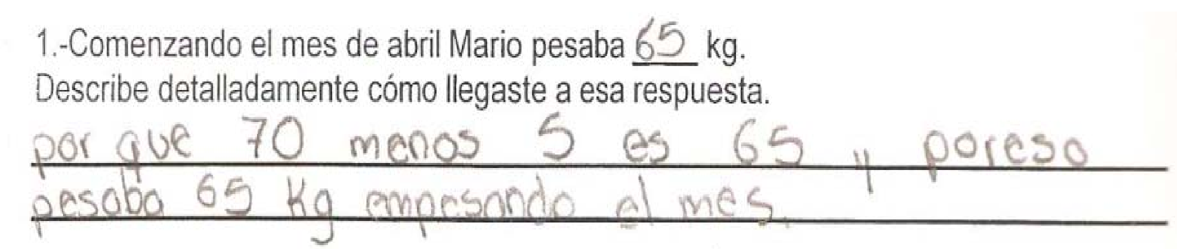

Justifica tu respuesta

Esta imagen muestra que el area que no esta sombreada no puede ocupar el area sombreada por tanto el cuadrado esta dividido en 3 partes.

Mario primaria

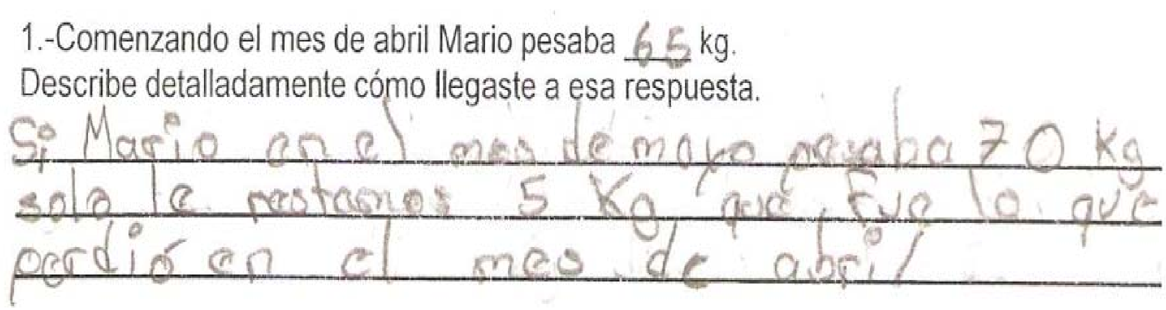
Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 53 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril Mario pesa 65 kg. Como se puede ver, solo toman los datos y realizan cálculos, es decir restan setenta menos cinco.

Ejemplos:


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 65 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

por que 70 menos 5 es 65 y poreso pesaba 65 Kg empesando el mes.

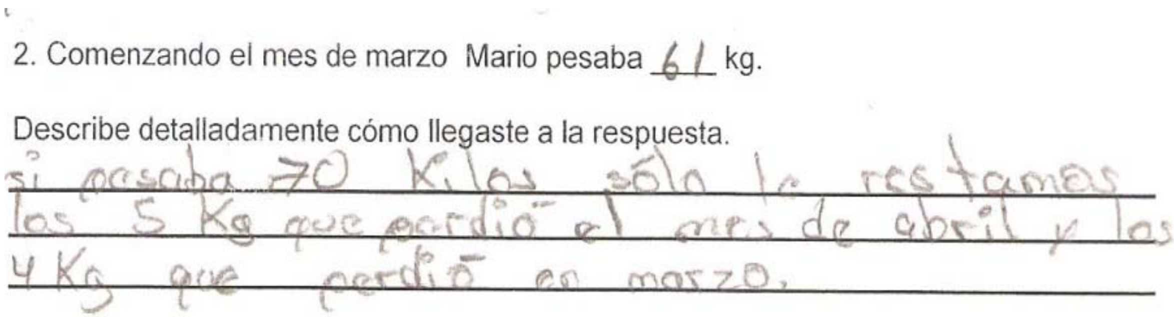

1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 65 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

Si Mario en el mes de mayo pesaba 70 kg solo le restamos 5 Kg que fue lo que perdió en el mes de abril

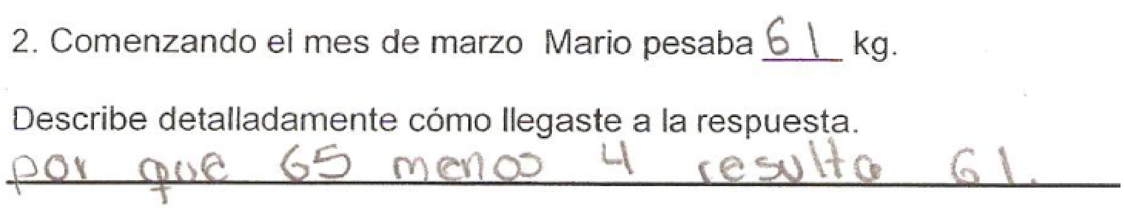
Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 53 ejemplos responden que Mario tiene 61 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: *“igual reste la cantidad que pesaba y la que bajo”; “Mario pesaba 65kg y perdió 4kg empezando el mes* *de marzo”; “porque durante el mes de marzo Mario pesaba 61 todavía no subía de peso”;” reste 70-9=61”.*

Ejemplos:


2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 61 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

si pasaba 70 Kilos sólo le restamos los 5 Kg que perdió el mes de abril y los 4 Kg que perdió en marzo.


2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 61 kg.

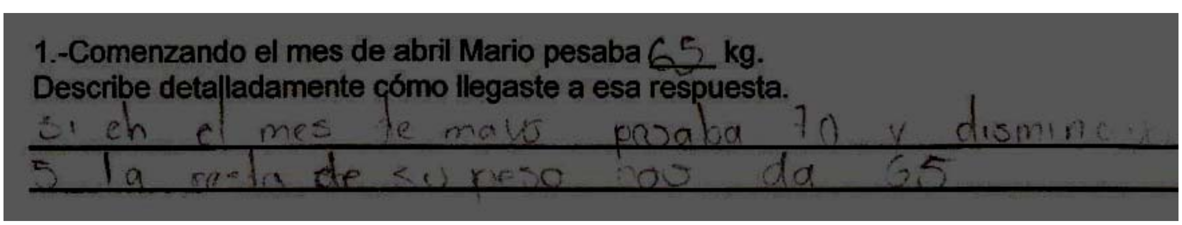
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

por que 65 menos 4 resulta 61.

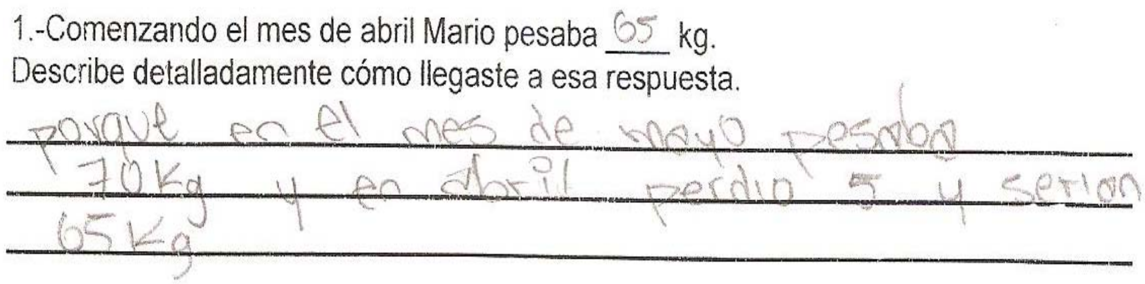
Mario secundaria

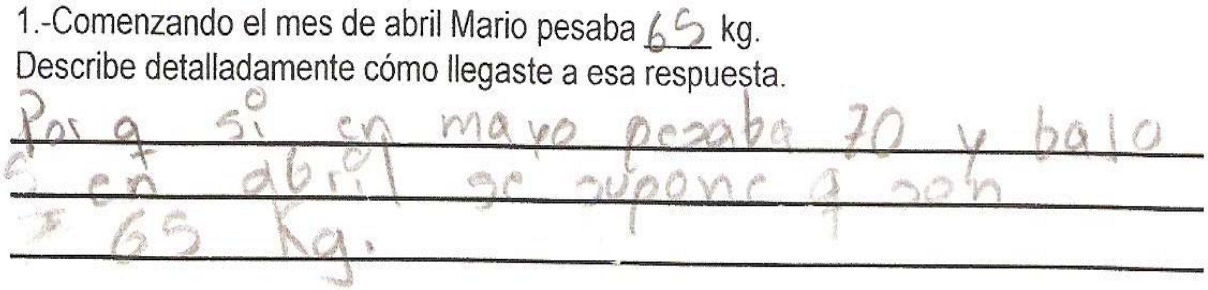
Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 36 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril Mario pesa 65 kg. Como se puede ver, las explicaciones son variadas, por ejemplo: “a su peso inicial que era de 70kg le resto el peso que perdió”; “porque a 70 le reste el peso 5kg y me resulto 65kg”; “porque comenzando mayo pesaba 70kg y al principio de abril perdió 5kg”.

Ejemplos:


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 65 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

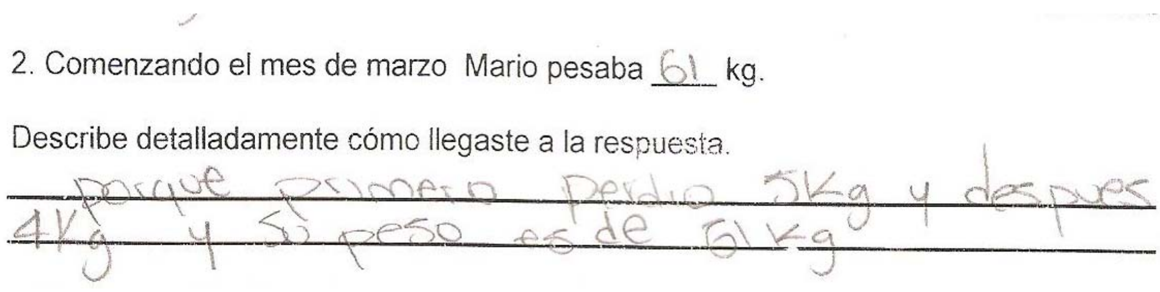
si en el mes de mayo pesaba 70 y disminuyo 5 la resta de su peso nos da 65

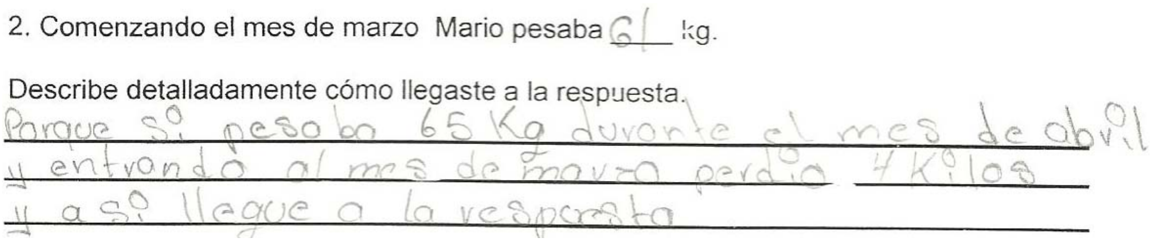

1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 65 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
porque en el mes de mayo pesaba 70Kg y en abril perdio 5 y serian 65Kg


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 65 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
Por q si en mayo pesaba 70 y bajo 5 en abril se supone q son 65 Kg.

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 36 ejemplos responden que Mario tiene 61 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: *"por qué a los 65kg le quite 4kg"; "restando los 5 primeros kg y después los 4kg=9kg 70-9=61kg"; "solo reste el peso que perdió durante esos meses"*.

Ejemplos:


2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 61 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.
porque primero perdio 5Kg y despues 4Kg y su peso es de 61Kg

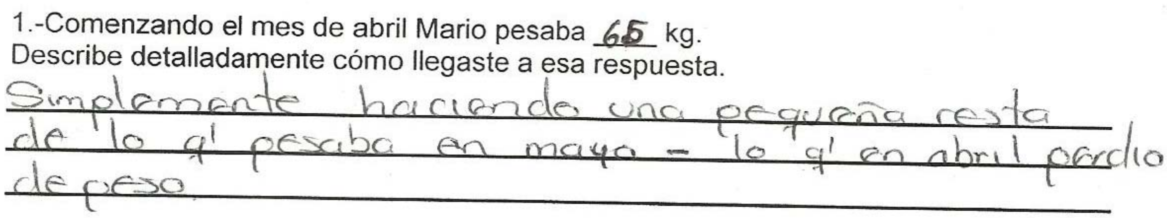

2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 61 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.
Porque si pesaba 65 Kg durante el mes de abril y entrando al mes de marzo perdio 4 Kilos y asi llegue a la respuesta

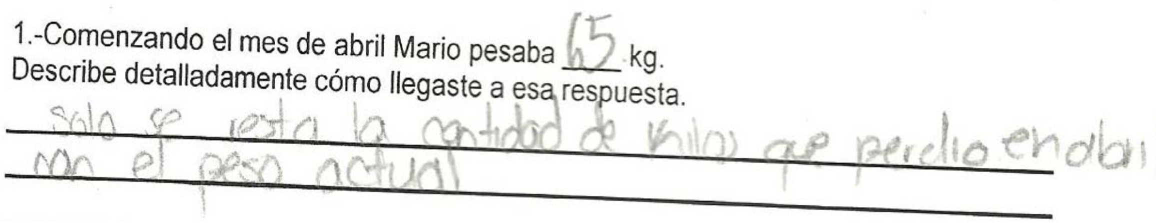
Mario Preparatoria

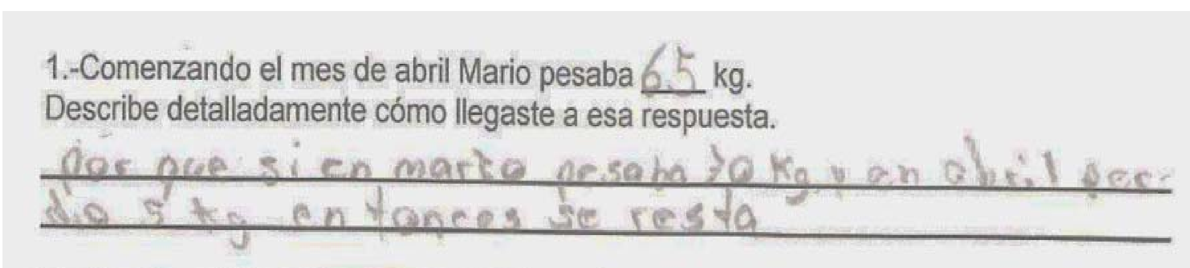
Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 35 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril Mario pesa 65 kg. Como se puede ver, sus explicaciones son, por ejemplo: “restando el peso que tenía en mayo y lo que había perdido en abril”; “pues restando”; “porque le reste los 5kg a los 70kg que pesaba en el mes de mayo y para el mes de abril el ya estaría pesando los 65kg”.

Ejemplos:


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 65 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
Simplemente haciendo una pequeña resta de lo q' pesaba en mayo - lo q' en abril perdio de peso


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 65 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
solo se resta la cantidad de kilos que perdio en abril con el peso actual


1.-Comenzando el mes de abril Mario pesaba 65 kg.
Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.
por que si en marzo pesaba 70 kg y en abril perdio 5 kg entonces se resta

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 35 ejemplos responden que Mario tiene 61 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: *“restando 9kg a los 70kg”; “tome el peso de abril y reste el peso de marzo”; “reste cinco y luego cuatro”; “por medio de una resta de los kilos que tenía en abril menos la de marzo”.*

Ejemplos:

2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 61 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

llevavamos la cuenta que en abril ya pesaba 65 menos las 4 kg

2. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba 61 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

haciendo una pequeña resta delo q' pesaba en abril menos lo q' perdio de peso en marzo

María primaria

Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 51 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril María pesa 49 kg. Como se puede ver, las explicaciones son variadas, por ejemplo: “sumando 4+45”; “María gano 4kg en el mes de abril y subió de peso “; “porque antes del mes de mayo María pesaba 49kg pero en mayo bajo de peso” .

Ejemplos:

1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 49 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

le sumas 4 Kg por ganó el mes de abril

1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 49 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

porque 45 más 4 es igual a 49

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 51 ejemplos responden que María tiene52 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: *“sumando 49+3”; “si María pesaba en el mes de abril pesaba 49kg y ahora ya subió 3kg de mas ya pesa 52kg”*.

Ejemplos:

2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 52 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

Suma 49 Kg + 3 Kg que es lo que subió

2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 52 kg.

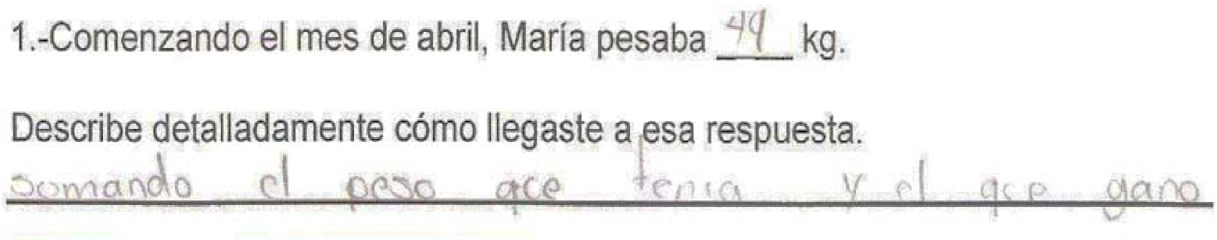
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

sólo le sumas 4 Kg que ganó el mes de abril y los 3 Kg que tubo de ganancia el mes de marzo.

María secundaria

Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 41 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril María pesa 49kg. Como se puede ver, sus explicaciones, por ejemplo: “sumando 45kg+4kg”;”porque en el mes de abril pesaba 49 más lo que subió en marzo”.

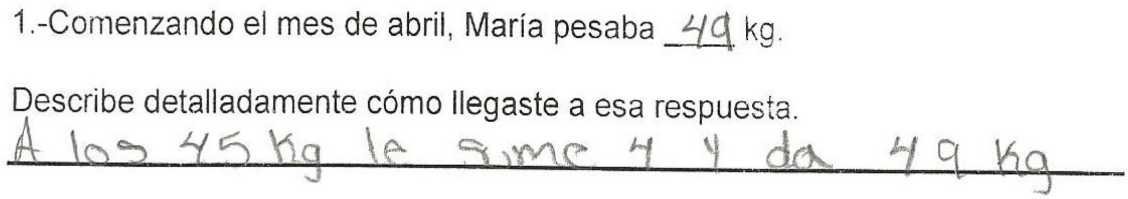
Ejemplos:



1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 49 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

sumando el peso que tenia y el que gano



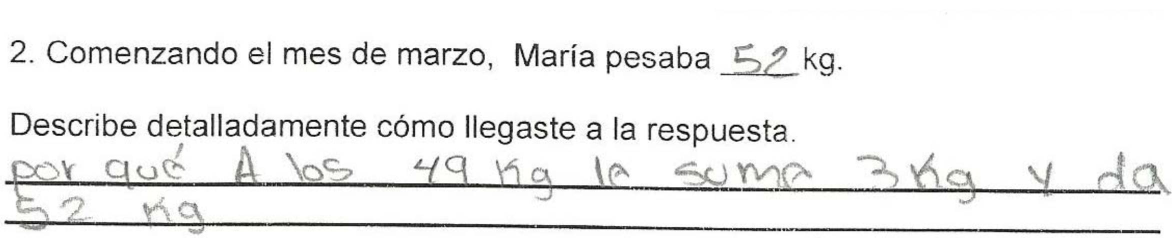
1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 49 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

A los 45 Kg le sume 4 y da 49 Kg

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 41 ejemplos responden que María tiene52 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: *“sumando a su peso 3kg ya que los has subido”; “sume los kilos que gano en marzo y abril”.*

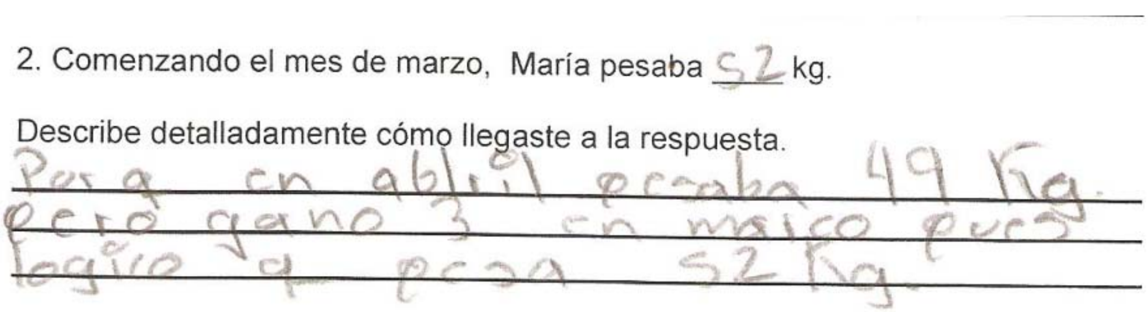
Ejemplos:



2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 52 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

por qué A los 49 Kg la suma 3 Kg y da 52 Kg



2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 52 kg.

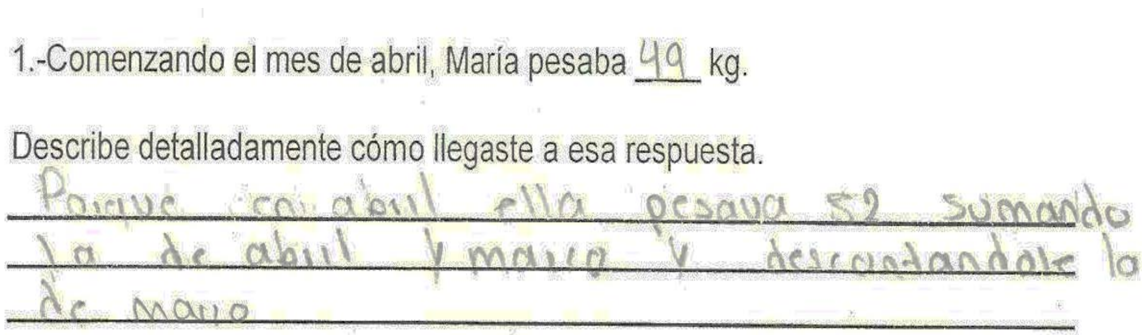
Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

Por q en ablil pesaba 49 Kg. pero gano 3 en marco pues logico q pesa 52 Kg.

María Preparatoria

Respecto a la pregunta 1: Comenzando el mes de abril Mario pesaba ____ kg Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Se tienen 33 ejemplos, en los que los alumnos consideran que al empezar abril María pesa 49 kg. Como se puede ver, sus explicaciones son, por ejemplo: “45+4=49”; “sume los kilos que aumento en el mes de abril”; “sumando el peso ganado”.

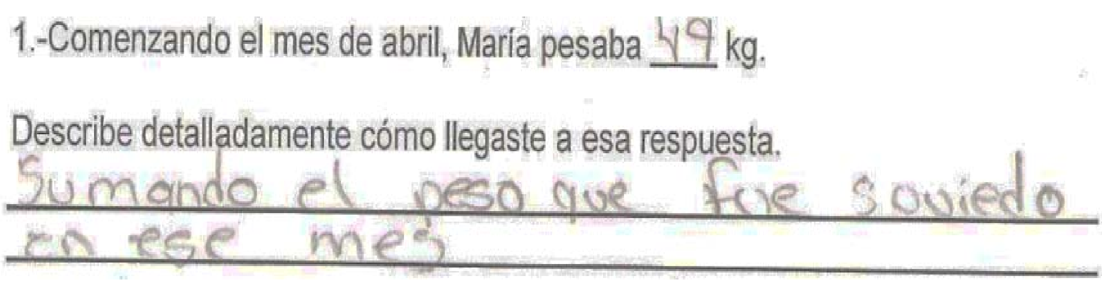
Ejemplos:



1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 49 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

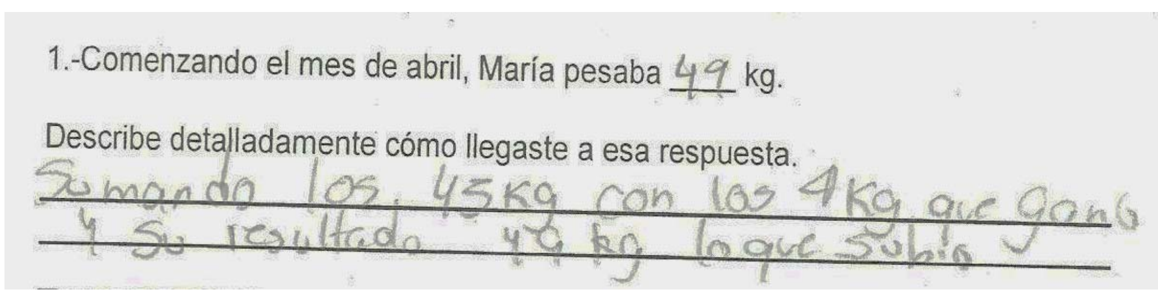
Porque en abril ella pesava 52 sumando la de abril y marzo y descontandole la de marzo



1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 49 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

Sumando el peso que fue subiedo en ese mes



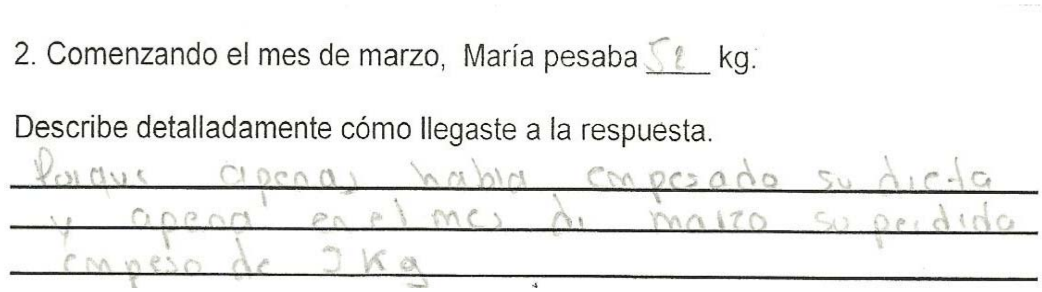
1.-Comenzando el mes de abril, María pesaba 49 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

Sumando los 45kg con los 4kg que gano y su resultado 49 kg lo que subio

Respecto a la pregunta 2: Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg. Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta. Los 33 ejemplos responden que María tiene52 kg. Sus explicaciones son del mismo estilo, por ejemplo: *“se le suman 3kg a los 49kg”; “sumando las cantidades de su peso inicial y con el peso que gano durante los dos meses”*.

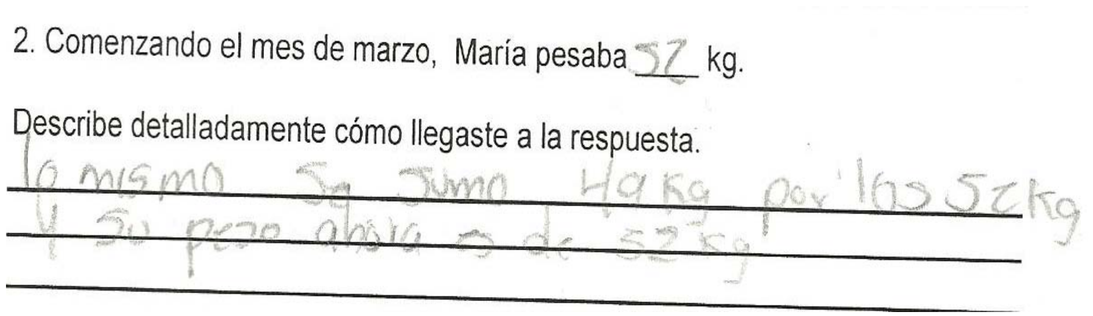
Ejemplos:



2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 52 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

Porque apenas habia empezado su dieta y apenas en el mes di marzo su perdido con peso de 3 Kg



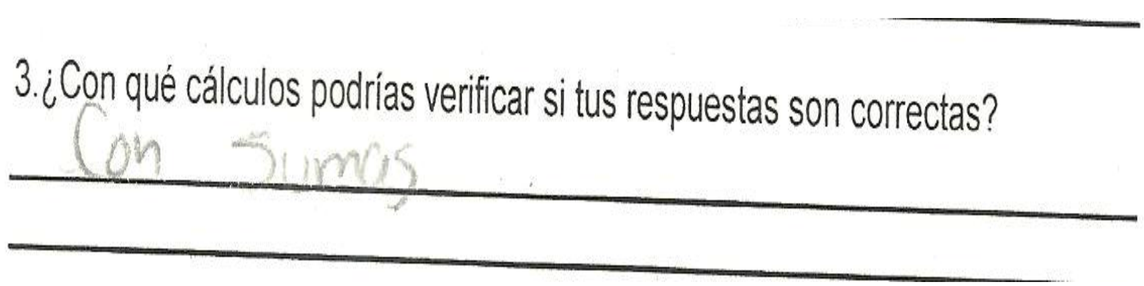
2. Comenzando el mes de marzo, María pesaba 52 kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

lo mismo se sumo 4 kg por los 52 kg y su peso ahora es de 52 kg

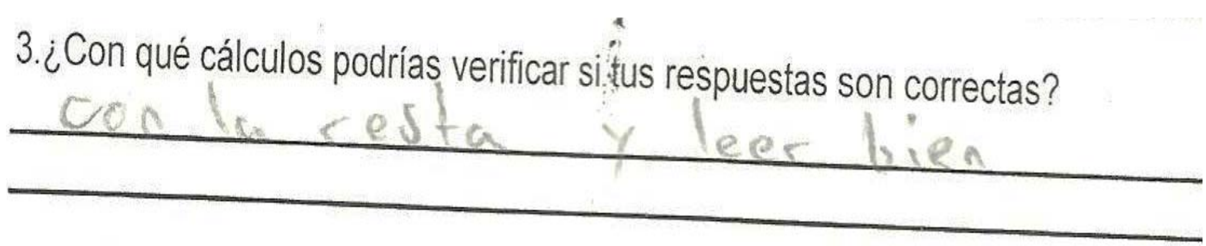
Respecto a la pregunta 3:¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?, la mayoría de los estudiantes de primaria, secundaria y preparatoria dan como respuesta: utilizando “sumas y resta”.

Ejemplos:



3.¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?

Con sumas



3.¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?

con la resta y leer bien

3.¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?

Sume todos y los fui restando.

Se observó que:

1.-Los alumnos no leen detenidamente por lo cual omiten el orden de los meses y realizan las operaciones mecánicamente.

2.-La interpretación que el alumno da a las frases “En el mes de abril” y “comenzando el mes de abril” es importante ya que contestaron mucho mejor que los de la primera versión.

3.- No comprueban la solución encontrada, y no saben comunicar los resultados y pasos a seguir de forma escrita**.**

Conclusiones

En los niveles de primaria, secundaria y preparatoria, la justificación errónea más utilizada para escoger la opción (b) del problema del triángulo y del cuadrado es:

La figura se encuentra dividida en tres partes (o en tres partes iguales) y, por eso, la parte sombreada corresponde a un tercio de la figura.

Para la opción (a) no existen ejemplos de justificaciones claras.

En el problema “Mario y María cambian de peso”, las respuestas erróneas se obtienen por no considerar el orden de los meses y solo realizar cálculos con los datos que se mencionan en el problema.

Esos resultados implican que el desarrollo de mejores estrategias requiere mayor atención a los errores que cometen los estudiantes y mayor esfuerzo de plantear las actividades matemáticas que pueden erradicar los errores y mejorar su pensamiento matemático. Esas actividades de aprendizaje de las matemáticas escolares deberían contener posibilidades de causar conflictos cognitivos que ocurren cuando el resultado obtenido contradice los hechos conocidos (desequilibrio piagetiano).

CONCLUSIONES GENERALES

Entre los resultados más significativos encontrados en esta investigación se destacan los siguientes:

1) La comprensión y la aplicación del concepto de reparto en geometría lo llevan a cabo contando el número de partes en que está dividido la figura, sin considerar el tamaño y forma de las partes en que se divide. Entonces, su esquema de las fracciones en el contexto geométrico no es adecuada.

2) Para el caso del cuadrado, los estudiantes de secundaria revelan esa dificultad de comprensión más que en el caso del triángulo. No es claro a qué se debe esa diferencia inesperada y se necesitarán estudios posteriores para aclararla.

3) La coherencia entre la representación verbal y numérica no está garantizada en el caso de los alumnos que resolvieron correctamente el problema relacionado con el reparto geométrico. Esto indica que los alumnos no tienen las experiencias con diferentes representaciones de las fracciones y sus implicaciones (la relación entre la parte y el todo).

4) Aun hasta el nivel preparatoria, los alumnos aplican las ideas “perder el peso implica resta” y “ganar el peso implica suma”, siendo más de un 50% de alumnos que lo llevan a cabo.

5) Las estrategias correctas de resolución de los problemas de reparto (triángulo y cuadrado) no varían en los alumnos según el grado escolar. Las más utilizadas son:

   a) Unir las figuras en blanco y formar una igual a la sombreada.

   b) Considerar que la figura está dividida en cuatro partes y dos son las que están sombreadas.

Los resultados de esta tesis sugieren las siguientes tareas para la enseñanza:

Al enseñar fracciones con ejemplos de las figuras geométricas, hay que lograr que los alumnos comprendan que las partes deben tener áreas iguales.

Es necesario utilizar siempre una variedad de representaciones en los ejercicios de fracciones.

Hay que lograr que los estudiantes, en los problemas aritméticos con doble cambio comprendan la relación entre los operadores de cambio (suma o resta) y el tipo de la incógnita (valor inicial o valor final).

Bibliografía

Borasi, R. (1987). Exploring Mathematics through the Analysis of Errors.*For the Learning of Mathematics 7*, 3. pp. 2-9. Montreal: FLM Publishing Association.

De León Pérez, H. J. (1998). Procedimientos de niños de primaria en la solución de problemas de reparto. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa* 1 (2), 5 - 28.

Goncalves Tavares, Rider. (2006). ¿Porque los estudiantes no logran un nivel de razonamiento en la geometría? *Revista Ciencias de la Educación*, Año 6. Vol. 1. Núm. 27, 83 - 98.

Muir, T., Beswick, K. y Williamson, J. (2008**).** “I’m not very good at solving problems”: An exploration of students’ problem solving behaviors. *The Journal of Mathematical Behavior*, **27** (3), 228 – 241.

National Council of Teachers of Mathematics (1989).*Curriculum and evaluation standards for school mathematics*.Reston, VA: NCTM.

Nesher, P., Greeno, J. G. y Riley, M. S. (1982). The Development of Semantic Categories for Addition and Subtraction.*Educational Studies in Mathematics*, **13** (4) 373 - 394.

Piaget, J. (1952). *The origins of intelligence of the child*. London: Routledge and Kegan Paul.

Polya, G. (1975). *Cómo Plantear y Resolver Problemas*. México: Editorial Trillas.

Radatz, H. (1979). Error analysis in mathematics education.*Journal for Research in Mathematics Education*, **9**, 163 - 172.

Radatz, H. (1980). Students' errors in the Mathematical Learning Process: a Survey. *For the Learning of Mathematics* **1**(1), 16 - 20.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition an Sense-Making in Mathematics. En D.Grows, Ed. *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan, Capítulo 15, pp. 334-370.

Valdemoros Álvarez, M. E. (2004). Lenguaje fracciones y reparto. *Revista Latinoamericana de investigación en Matemáticas Educativa*, 7 (3), 235 – 256.

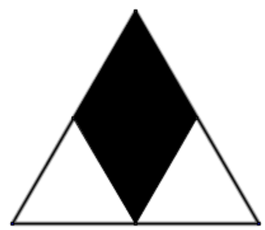
Anexo

Cuadro 1. La prueba de geometría. La parte de triángulo

Escuela ____________________________________ Edad__________

Fecha_________________

1. ¿A qué parte del área del triángulo corresponde el área sombreada?



(a) a la cuarta parte (b) a la tercera parte (c) a la mitad

Justifica tu respuesta

____

____

____

Si el área del triángulo es de 12 m^2, la parte sombreada tiene el área de:

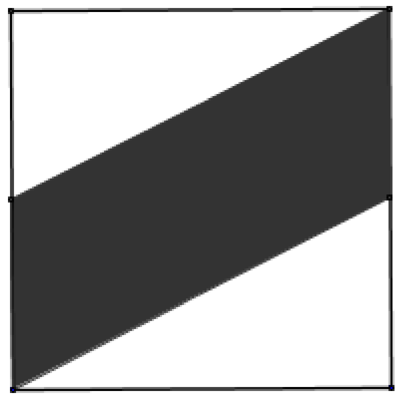
a) 3m^2 b) 4 m^2 c)6m^2

Si el área de la parte sombreada fuera de 5 m^2, el área de triangulo sería de:

a) 10 m^2 b) 15 m^2 c) 20 m^2

Cuadro 1. La prueba de geometría. La parte de cuadrado

2. ¿A qué parte del área del cuadrado corresponde el área sombreada?



(a) a la cuarta parte (b) a la tercera parte (c) a la mitad

Justifica tu respuesta

____

____

____

Si el área del cuadrado es de 24 m^2, la parte sombreada tiene el área de:

a) 6m^2 b) 8 m^2 c) 12m^2

Si el área de la parte sombreada fuera de 3 m^2, el área de cuadrado sería de:

a) 6 m^2 b) 9 m^2 c) 12 m^2

Cuadro 3. La prueba de aritmética

Mario y María cambian de peso

1. Comenzando el mes de mayo, Mario pesaba 70 kg. Durante el mes de abril había perdido 5 kg, mientras durante el mes de marzo su pérdida de peso ha sido de 4 kg. ¿Cuánto pesaba Mario comenzando el mes de abril? ¿Cuánto pesaba Mario comenzando el mes de marzo?

1a. Comenzando el mes de abril Mario pesaba ___ kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

____

1b. Comenzando el mes de marzo Mario pesaba ____ kg.

1c. Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

____

1d. ¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?

____

2. Comenzando el mes de mayo, María, la hermana menor de Mario, pesaba 45 kg. Durante el mes de abril había ganado 4 kg, mientras durante el mes de marzo su ganancia de peso ha sido de 3 kg. ¿Cuánto pesaba María comenzando el mes de abril? ¿Cuánto pesaba María comenzando el mes de marzo?

2a. Comenzando el mes de abril, María pesaba ___ kg.

Describe detalladamente cómo llegaste a esa respuesta.

____

2b. Comenzando el mes de marzo, María pesaba ____ kg.

2c. Describe detalladamente cómo llegaste a la respuesta.

____

2d. ¿Con qué cálculos podrías verificar si tus respuestas son correctas?

____