BENEMERITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICO

TESIS:

ESTRATEGIAS PARA MEJORAR EL USO DEL VOCABULARIO MATEMÁTICO BÁSICO EN ESTUDIANTES DE BACHILLERATO.

PRESENTA:

JUANA ONOFRE CORTEZ

DIRECTORA DE TESIS:

LIDIA AURORA HERNANDEZ REBOLLAR

AGRADECIMIMIENTOS:

La presente tesis está dedicada a la memoria de mi abuelita Juanita, un agradecimiento a mi directora de tesis Lidia Aurora Hernández Rebollar, por todo el apoyo otorgado a lo largo de toda la carrera, así como a mi madre, mi hijo y mi tía Delia Cortez Muñoz que me animó a terminar mis estudios, y a todos los que estuvieron conmigo desde el principio hasta este momento les agradezco todo su apoyo, paciencia y amistad.

Amigos:

José Juan Castro Alva.

José Ezequiel Valente Contreras.

Karla Gabriela Ortega.

Maestros:

María Guadalupe Rodríguez Ponce.

Silvia Tinoco.

INDICE

CAPITULO. 1 EL LENGUAJE MATEMÁTICO

En este capítulo se presenta el marco conceptual que sustenta este trabajo. Este marco tiene la intención de resaltar la importancia del lenguaje en el aprendizaje de las matemáticas, así como los diferentes puntos de vista de autores especialistas en el tema. Se incluyen definiciones de: lenguaje, lengua, lenguaje natural o materno, lenguaje matemático, símbolo, significado, concepto, así como también las diferencias entre el lenguaje natural y el lenguaje matemático, expresadas por varios autores.

1.1El Lenguaje

Actualmente, el interés por la relación entre lenguaje y enseñanza disciplinar viene motivado por las dificultades que tienen los alumnos para aprender a hablar, a leer, a calcular, y razonar de manera abstracta, las situaciones matemáticas. Comprender cómo se desarrolla el pensamiento lógico matemáticos ha significado el objeto de estudio para diferentes investigaciones en el campo de la didáctica de las matemáticas. Los alumnos deben adquirir un vocabulario concreto, así como medios de expresión y frases que son específicamente matemáticas y que hacen posible explicar los conceptos de esta disciplina.

Con el surgimiento del álgebra simbólica en el siglo XVI, nace un lenguaje propio para la matemática, una de cuyas características es la de ser un lenguaje que se auto explica. La nueva tendencia a relacionar el aprendizaje de la matemática con los procesos de adquisición y uso de dicho lenguaje, más que con su construcción concepto a concepto, conduce a reformulaciones importantes acerca de los objetos de estudio y de los fenómenos que hay que observar en el campo de la investigación. Estos replanteamientos varían de unos autores a otros, ya que la diversidad de trabajos que se pueden englobar en la tendencia mencionada corresponde, a su vez, a una variedad de enfoques.

(Fernández, 2000, p.197).La matemática descansa en un lenguaje que es… Un lenguaje propio, generado y pulido a través de los siglos, las culturas y los progresos técnicos: el llamado lenguaje simbólico-matemático es un lenguaje vivo, que se está haciendo, prácticamente hoy universal, fuertemente estructurado, inequívoco y completo en sus propósitos.

Una diferencia importante entre la Matemática y otras ciencias aparece en que los objetos matemáticos son abstractos motivo por el cual no pueden ser manipulados como objetos físicos y sólo se puede acceder a ellos a través de un sistema de representaciones. Según (Duval, 2006) y (D'Amore, 2005) los sistemas de representación cumplen un rol de suma importancia en el trabajo con objetos matemáticos que supera a la designación y comunicación, los consideran indispensables en la función cognitiva del pensamiento, dado que ninguna acción matemática puede ocurrir fuera de un sistema de representación.

Las dificultades en la comprensión del lenguaje matemático se acentúan cuando se estudian las definiciones de los conceptos en textos semi-formalizados, dando como resultado que la mayoría de los estudiantes no puedan leerlos. Cuando los estudiantes tienen que leer un texto semi-formalizado, ya sea de matemáticas o de la propia disciplina, la estrategia típica es leer los enunciados informales y "darle la vuelta a las definiciones", perdiendo una parte importante del conocimiento matemático.

Considerar el lenguaje como un aspecto secundario en relación con los objetos o sostener que la objetividad de la Matemática está estrechamente unida a su formulación lingüística, ellas son las posiciones sostenidas por las corrientes Intuicionista (Brouwer) y Formalista (Hilbert), respectivamente, se sostendrá que la construcción de los objetos matemáticos no es posible sin un lenguaje, como señala Popper (1974*)*:"No puede haber construcción de los objetos matemáticos sin un control crítico constante y no puede haber crítica sin una formulación lingüística de nuestras construcciones."
Para explicar el mundo natural se usan las matemáticas, tal como lo expresó (Wigner,1963):

"La enorme utilidad de las matemáticas en las ciencias naturales es algo que roza lo misterioso, y no hay explicación para ello. No es en absoluto natural que existan "leyes de la naturaleza", y mucho menos que el hombre sea capaz de descubrirlas. El milagro de lo apropiado que resulta el lenguaje de las matemáticas para la formulación de las leyes de la física es un regalo maravilloso que no comprendemos ni nos merecemos."

Las reflexiones de Freudenthal en torno a las diferencias y similitudes del lenguaje algebraico con la lengua materna y la aritmética sugieren dimensiones de análisis de dicho lenguaje que contemplen sus aspectos sintácticos y semánticos. Definen su problemática en términos de símbolos y lo que representan o, como en el caso de Vergnaud, en términos de la naturaleza de ser indisociables, uno de otro, del *significado* y el *significante* (Vergnaud, 1981).

La perspectiva que adopta Vergnaud permite una concepción constructivista en un sentido más amplio (que la concilia con la necesidad de tomar en cuenta el papel del lenguaje):
«El conocimiento es activamente construido por el sujeto organizador quien, en un proceso adaptativo e interactivo con su medio ambiente, organiza su mundo de experiencias» (Vergnaud 1987). Dicha concepción se refiere no solamente a la adquisición del conocimiento matemático, sino también al desarrollo de las habilidades lingüísticas mismas. Así, según lo indica C. Laborde en el capítulo 3 de *Mathematics and Cognition*(Laborde, 1990), ello significa que, desde una perspectiva psicolingüística, el objeto que ha de ser estudiado no es el discurso mismo, sino el discurso como resultado de la actividad conceptual en un contexto dado y en un ambiente social determinado.

Analiza las posibles relaciones entre Lenguaje y Matemáticas y elige estudiar las Matemáticas como un Lenguaje. La llama la visión metafórica de las Matemáticas como Lenguaje lo que le permite considerar el aprendizaje delas matemáticas como análogo al aprendizaje de un idioma extranjero. Compara la competencia meta-matemática con la metalingüística y resume su postura diciendo: "aprender a hablar y, de modo más sutil, aprender a significar como un matemático, supone adquirir las formas, los significados y los modos de ver que se hallan en el registro matemático" (Pimm, 1987, página 288).

(Cauty, 1984, página 86) Destaca las diferencias: "los observables fundamentales no son producciones lingüísticas, sino matemáticas. Es decir producciones escritas y doblemente heterogéneas que articulan una lengua natural (LN), en tanto que sistema de fundación, sistemas ad hoc de escrituras simbólicas (ES), en tanto que útiles algorítmicos de cálculo, y sistemas de representaciones gráficas (CG) en tanto que técnicas de representación visual".

Laborde (1982) utiliza este mismo punto de vista, ya que esta autora dice: «en un texto matemático escrito se utilizan dos códigos, la lengua natural y la escritura simbólica, es decir, una escritura formada por signos exteriores a la lengua natural tales como paréntesis, +, x, o letras y números. Estos signos pueden combinarse siguiendo reglas específicas para engendrar expresiones simbólicas». La Lengua Matemática, LM, es, según esta autora, el resultado del uso de esos dos códigos en interacción, la Lengua natural y la escritura simbólica.

(Godino,2000) Da un esquema de características de las matemáticas, que toma como hipótesis cognitivo-epistemológicas a fin de analizar el significado delos objetos matemáticos desde un punto de vista prismático. Entre esas características figura la de que "la matemática es un lenguaje simbólico en el que se expresan las situaciones problema y las soluciones encontradas. Los sistemas de símbolos matemáticos tienen una función comunicativa e instrumental". Reconoce por tanto al lenguaje matemático sus funciones esenciales comunicativa e instrumental. Este investigador separa de la característica "ser un lenguaje simbólico" la de ser la matemática un sistema conceptual lógicamente organizado, pero el lenguaje simbólico engloba el sistema sintáctico y el semántico interrelacionados, por lo que esa característica es intrínseca al propio lenguaje matemático, es su plano semántico. Al separarlos lo que se hace es remarcar la organización lógica del plano semántico, organización que podemos tenerla en la cabeza, pero que sólo se puede ver y evaluar a través de la estructura de las expresiones sintácticas.

(Bogomonlny,2010) Como observó "El lenguaje matemático es mucho más exacto que cualquier otro que se pueda pensar", pero al mismo tiempo hay que mencionar que las matemáticas son "limitadas en sus capacidades lingüísticas".

1.2 El significado

El 'significado' "es uno de los términos más ambiguos y más controvertidos de la teoría del lenguaje" (Ullmann, 1962, p. 62). En el texto clásico The Meaning of Meaning, Ogden y Richards (1923) recogieron no menos de diecisiete definiciones de 'significado'. Desde entonces se han añadido muchos nuevos usos, implícitos o explícitos, incrementando por tanto su ambigüedad. A pesar de esto la mayoría de los tratadistas, son reacios a abandonar un término tan fundamental, prefieren definirlo de nuevo y añadirle varias calificaciones.

(Balacheff, 1990) Como cita el significado como palabra clave de la problemática de investigación de la Didáctica de la Matemática: "Un problema pertenece a una problemática de investigación sobre la enseñanza de la matemática si está específicamente relacionado con el significado matemático de las conductas de los alumnos en la clase de matemáticas" (p. 258).

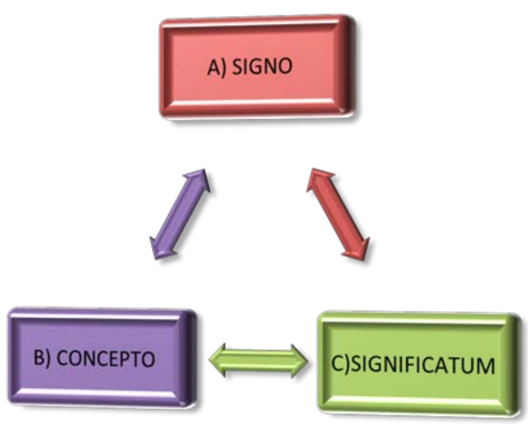
(Dummett,1991) Relaciona, el significado y la comprensión desde una perspectiva más general: "una teoría del significado es una teoría de la comprensión; esto es, aquello de lo que una teoría del significado tiene que dar cuenta es lo que alguien conoce cuando conoce el lenguaje, esto es, cuando conoce los significados de las expresiones y oraciones del lenguaje" (p. 372).

Desde el punto de vista de la psicología cultural, el objetivo principal de la misma, según (Bruner, 1990), es el estudio de las reglas a las que recurren los seres humanos a la hora de crear significados en contextos culturales. "El concepto fundamental de la psicología humana es el de significado y los procesos y transacciones que se dan en la construcción de los significados" (Bruner, 1990, p. 47).

La preocupación por el significado de los términos y conceptos matemáticos lleva directamente a la indagación sobre la naturaleza de los objetos matemáticos, a la reflexión ontológica y epistemológica sobre la génesis personal y cultural del conocimiento matemático y su mutua interdependencia. Recíprocamente, detrás de toda teoría sobre la formación de conceptos, o más general, de toda teoría del aprendizaje hay unos presupuestos epistemológicos sobre la naturaleza de los conceptos, y por tanto, una teoría más o menos explícita del significado de los mismos.

1.2.1 Teorías referenciales o analíticas del significado

El análisis del significado de los objetos matemáticos está estrechamente relacionado con el problema de las representaciones externas e internas de dichos objetos. La relación de significación se suele describir como una relación ternaria, analizable en tres relaciones binarias, dos directas y una indirecta, como se propone en el llamado "triángulo básico" de Ogden y Richards (1923) como se muestra en la figura siguiente:



Como describe Font (2000b), la opción epistemológica "representacionalista", presupone que la mente de las personas produce procesos mentales y que los objetos externos a las personas generan representaciones mentales internas. La opción representacionalista presupone que tanto el referente como el significante tienen un equivalente en la mente del sujeto que los utiliza. Con este postulado, a los objetos A (significante) y C (referente) se les asocia otros objetos A' y C', que junto a B (referencia conceptual individual) se consideran como representaciones mentales. A sería una representación externa de C, mientras que C se considera un objeto exterior al sujeto. En esta opción representacionista del conocimiento, la mente se considera como un espejo en el que se reflejan los objetos del mundo exterior.

Las posiciones epistemológicas no representacionistas rechazan el postulado básico del representacionismo según el cual existe una relación homeomórfica entre objetos mentales y objetos externos.

El término representación se usa con diferentes sentidos. Por una parte, la representación es considerada como un objeto, bien mental (A', C', B), o real A, C; pero también la representación es la relación o correspondencia que se establece entre dos objetos, de manera que uno de ellos se pone en lugar del otro. Esta relación puede darse entre objetos del mismo mundo, o entre mundos diferentes (Font, 2000b), lo que tiene implicaciones ontológicas muy diferentes. La relación entre objetos del mismo mundo es una manera débil y bastante admitida de considerar la representación, ya que se refiere a todo aquello que se puede interpretar a propósito de otra cosa. La relación entre objetos de mundos diferentes es una manera mucho más fuerte de entender la representación, ya que presupone una realidad exterior y su correspondiente imagen mental, así como una determinada manera de entender la percepción, el lenguaje y la cognición.

La problemática del significado nos lleva a la compleja cuestión: ¿cuál es la naturaleza del significatum del concepto?, o más general, ¿cuál es la naturaleza de los objetos matemáticos?

En matemáticas, los distintos tipos de definiciones que se utilizan (por abstracción, inducción completa, etc.) describen con precisión las notas características de sus objetos: un concepto matemático viene dado por sus atributos y por las relaciones existentes entre los mismos. Pero en el campo de la psicología cognitiva, interesada por los procesos de formación de los conceptos, la concepción según la cual no existen atributos necesarios y suficientes que determinen completamente la estructura interna de los conceptos ha adquirido una posición dominante. Como indica (Pozo, 1989), a partir fundamentalmente de la obra de E. Rosch, se ha impuesto la idea de que los conceptos están definidos de un modo difuso. Esta nos parece que es la posición adoptada por (Vergnaud,1982, 1990) quien propone una definición de concepto, adaptada para los estudios psicológicos y didácticos, en la cual incluye no solo las propiedades invariantes que dan sentido al concepto, sino también las situaciones y los significantes asociados al mismo.

De acuerdo con (Kutschera, 1979) las teorías del significado pueden agruparse en dos categorías: realistas y pragmáticas. Las teorías realistas (o figurativas) conciben el significado como una relación convencional entre signos y entidades concretas o ideales que existen independientemente de los signos lingüísticos; en consecuencia, suponen un realismo conceptual. "Según esta concepción el significado de una expresión lingüística no depende de su uso en situaciones concretas, sino que el uso se rige por el significado, siendo posible una división tajante entre semántica y pragmática" (Kutschera, 1979; p. 34). Una palabra se hace significativa por el hecho de que se le asigna un objeto, un concepto o una proposición como significado. De esta forma hay entidades, no necesariamente concretas, aunque siempre objetivamente dadas con anterioridad a las palabras, que son sus significados.

La forma más simple de la semántica realista se presenta en los autores que atribuyen a las expresiones lingüísticas solo una función semántica, consistente en designar (en virtud de unas convenciones) ciertas entidades, por ejemplo:

- el significado de un nombre propio consiste en el objeto que se designa por dicho nombre;
- los predicados (por ejemplo, esto es rojo; A es más grande que B) designan propiedades o relaciones o, en general, atributos;
- las oraciones simples (sujeto - predicado - objeto) designan hechos (por ejemplo, Madrid es una ciudad)

En las teorías realistas (como las defendidas por Frege, Carnap, los escritos de Wittgenstein del Tractatus,...), por tanto, las expresiones lingüísticas tienen una relación de atribución con ciertas entidades (objetos, atributos, hechos). La función semántica de las expresiones consiste simplemente en esa relación convencional, designada como relación nominal.

1.2.2 Teorías operacionales o pragmáticas del significado

Una concepción enteramente diferente del significado es la formulada por Wittgenstein en Philosophical Investigations publicadas póstumamente en 1953, aunque un cuarto de siglo antes (Bridgman, 1927) había recalcado el carácter puramente operacional de conceptos científicos como "longitud", "tiempo" o "energía". "Entendemos por cualquier concepto nada más que una serie de operaciones; el concepto es sinónimo con el correspondiente conjunto de operaciones". Esta manera de concebir los conceptos científicos se extendió al significado de las palabras en general mediante la fórmula: "El verdadero significado de una palabra ha de encontrarse observando lo que un hombre hace con ella, no lo que dice acerca de ella". Wittgenstein da un paso más afirmando que el significado de una palabra es su uso: "Para un gran número de casos -aunque no para todos- en que empleamos la palabra "significado", este puede definirse así: el significado de una palabra es su uso en el lenguaje" (Wittgenstein, 1953, p. 20).

La concepción operacionista del significado resalta el carácter instrumental del lenguaje. "Pensad en los utensilios de una caja de herramientas: hay allí un martillo, alicates, un serrucho, un destornillador, una regla, un bote de cola, cola, clavos y tornillos. Las funciones de las palabras son tan diversas como las funciones de estos objetos" (Wittgenstein, 1953, p. 6). Al igual que ocurre en el ajedrez, en el que "el significado" de una pieza debemos referirlo a las reglas de su uso en el juego, el significado de las palabras vendrá dado por su uso en el juego de lenguaje en que participa.

El enfoque operacional tiene el mérito de definir el significado en términos contextuales, es decir, puramente empíricos, sin necesidad de recurrir a estados o procesos mentales vagos, intangibles y subjetivos. Sin embargo, aunque da cuenta perfectamente de la valencia instrumental del lenguaje, no así de la valencia representacional, de la que no se puede prescindir, como el propio Wittgenstein reconoce. Al indagar en los usos de los términos y expresiones encontraremos con frecuencia usos típicos extrayendo el rasgo o rasgos comunes de una selección representativa de contextos. De esta manera podemos asignar a las palabras o expresiones el uso prototípico identificado llegando de esta manera a una concepción referencial del significado. "La terminología sería diferente, pero reaparecería el dualismo básico, con el "uso", desempeñando el mismo papel que el "sentido", la "referencia" u otros términos de teorías más abiertamente referenciales" (Ullmann, 1962, p. 76).

En lo que respecta a la categoría operacional de las teorías del significado, calificadas también como pragmáticas, las dos ideas básicas son las siguientes:

- el significado de las expresiones lingüísticas depende del contexto en que se usan;
- niegan la posibilidad de observación científica, empírica e intersubjetiva de las entidades abstractas - como conceptos o proposiciones-, que es admitida implícitamente en las teorías realistas. Lo único accesible a la observación en estos casos, y por tanto, el punto de donde hay que partir en una investigación científica del lenguaje es el uso lingüístico. A partir de tal uso es como se debe inferir el significado de los objetos.

Una concepción pragmática u operacional del significado es abiertamente defendida por Wittgenstein en su obra Investigaciones filosóficas. En su formulación una palabra se hace significativa por el hecho de desempeñar una determinada función en un juego lingüístico, por el hecho de ser usada en este juego de una manera determinada y para un fin concreto. Para que una palabra resulte significativa, no es preciso, pues, que haya algo que sea el significado de esa palabra.

(Wittgenstein, 1953) Para el no existe siempre una realidad en sí que sea reflejada por el lenguaje, cuyas estructuras tengan, por tanto, que regirse de acuerdo con las estructuras ontológicas, sino que el mundo se nos revela sólo en la descripción lingüística. Para este autor, hablar es ante todo una actividad humana que tiene lugar en contextos situacionales y acciónales muy diversos y debe, por tanto, ser considerada y analizada en el plano de estos contextos. El lenguaje puede formar parte de diversas "formas de vida"; hay tantos modos distintos de empleo del lenguaje, tantos juegos lingüísticos, como contextos situacionales y acciónales.

1.3 El símbolo

Un **símbolo** es la representación perceptible de una idea, con rasgos asociados por una convención socialmente aceptada. Es un signo sin semejanza ni contigüidad, que solamente posee un vínculo convencional entre su significante y su denotado, además de una clase intencional para su designado. El vínculo convencional nos permite distinguir al símbolo del icono como del índice y el carácter de intención para distinguirlo del nombre. Los símbolos son pictografías con significado propio. Muchos grupos tienen **símbolos** que los representan; existen símbolos referentes a diversas asociaciones culturales: artísticas, religiosas, políticas, comerciales, deportivas, etc.

En el ámbito científico y técnico, el símbolo es una abreviación constituida por signos o letras que difieren de la abreviatura por carecer de punto. Tal es el caso de los símbolos químicos (ej. C, O, H_20, C_4H_{10}), matemáticos ($\in$, $\exists$, $\forall\Leftrightarrow$, , , /, $\neq$, +, %, <, Π, Σ, $\surd$, etc.), denominados logogramas (Pimm, 1990), que son como las “palabras” de un idioma,las unidades (ej. m, kg, cd), los puntos cardinales (ej. N, O), los símbolos de monedas (ej. $, €), etcétera, y cuyo fin fundamental es simplificar la escritura y la trasmisión de las ideas y el conocimiento.

1.3.1 ¿Cuáles son los contenidos simbólicos en matemáticas?

Simples. Construcciones conceptuales que el alumno representa internamente y a las que le remite el significante correspondiente (3, 12, sumar, cero, ángulo, etc.)

Compuestos. Relacionales entre conceptos y expresiones operatorias. (8 > 5). De los compuestos se subdividen:

- **Ecuacionales.** Igualdades o desigualdades. Es decir, escrituras en las que hay relacionantes entre dos partes.
- **No ecuacionales.** Son notaciones compuestas y códigos simples que tienen una operatoria que hay que realizar implícita o explícita. (%, ¾ de 40)

Lo que pretende esta clasificación es poner acento en los aspectos simbólicos de la matemática, clasificarlos y enfatizarlos con utilidad para la mejora del trabajo en el aula. Y no contradecir otras categorizaciones.

1.4 Tipos de lenguajes

1.4.1Lenguaje artificial

El lenguaje artificial tiende a un uso restrictivo en sus diversos ámbitos científicos, o contextos técnicos o comerciales.
El lenguaje artificial supone una creación consciente, metódica, regido por convenciones arbitrarias, establecidas por los especialistas, y requiere un aprendizaje deliberado y planificado.

1.4.2El lenguaje científico

Tiende hacia la codificación, formalizando palabras y expresiones con un preciso significado en ese determinado contexto y no en otro; dando por supuesto que es el lector el que tiene que estar a ese nivel de la interpretación para producir la posible comunicación.

1.4.3Lenguaje formal

Un lenguaje formales un lenguaje cuyos símbolos primitivos y reglas para unir esos símbolos están formalmente especificados.Al conjunto de los símbolos primitivos se lo llama el alfabeto (o vocabulario) del lenguaje, y al conjunto de las reglas se lo llama la gramática formal (o sintaxis), puede estar compuesto por un número infinito de fórmulas bien formadas.

Los lenguajes formales se pueden especificar de una amplia variedad de formas, como por ejemplo:

- Cadenas producidas por una gramática formal (véase Jerarquía de Chomsky).
- Cadenas producidas por una expresión regular.
- Cadenas aceptadas por un autómata, tal como una máquina de Turing.

1.4.4Lenguaje natural

El término *lenguaje* es bastante ambiguo. Se usa tanto para denotar la función comunicativa entre individuos, como para denotar un particular sistema de signos o símbolos o para describir el uso que se le da a este sistema en un contexto determinado. Saussure en su *Curso de lingüística general* (1945) concibe al lenguaje (*le langage*) como constituido por dos entidades complementarias*: lengua* (*la langue*) y *habla* (*la parole*).

La *lengua* es un sistema de signos y el **habla** es la codificación de mensajes específicos, descifrados luego por quienes participan en el proceso de comunicación. En este sentido se dice que la lengua existe en un estado potencial, es un sistema de signos listo para ser utilizado en el habla, mientras que el habla existe a través de impresiones sonoras, dotadas de significado común al grupo social.

Se puede pensar entonces en la lengua como un modelo lingüístico que determina el habla, y en el habla como un acto que incide también en el modelo lingüístico. Esta determinación recíproca hace variar la lengua muy lentamente, tanto que puede ser imperceptible para los hablantes (por ejemplo en la lengua materna) o llevarse a cabo durante siglos; se suceden variaciones en el vocabulario, cambios fonéticos, gramaticales, de significado, entre otros.

Lengua y habla, son inseparables en la práctica, en el acto comunicativo, y constituyen los dos aspectos del fenómeno lenguaje. **El lenguaje,** y por ende el habla y la lengua (como la concibe Saussure) constituyen un importante objeto de estudio y de reflexión por parte de profesores y alumnos y en general de la educación matemática, por cuanto ésta trata no sólo con el lenguaje matemático, sino con el natural (o materno), el corporal, gestual, entre otros.

Cada alumno, y el profesor, pueden poseer sistemas distintos de lenguaje, en su lengua y habla matemática (como también en el lenguaje natural o materno). Sin embargo, "*la lengua [...] sólo puede ser alcanzada mediante el habla; es, por consiguiente, analizando las expresiones específicas como cabe esperar identificar las unidades de que se compone la lengua*" (Ullmann, 1967)

El lenguaje natural es el lenguaje hablado y/o escrito por humanos para propósitos generales de comunicación, para distinguirlo de otros como puedan ser una lengua construida, los lenguajes de programación o los lenguajes usados en el estudio de la lógica formal, especialmente la lógica matemática.

El lenguaje natural es el propio de la especie, en una determinada colectividad; tiene un aprendizaje en gran medida innato y un uso inconsciente en los primeros años de vida. En cuanto al uso, los lenguajes naturales son los que empleamos en la vida corriente, son nuestro modo de expresión habitual.

1.4.4.1Los principios y reglas que rigen el lenguaje natural (materno)

Goodenough (1971, pp. 159-163) clasifica las normas que rigen el comportamiento comunicativo o lingüístico en cinco sistemas: fonológico, morfológico, sintáctico, semántico y simbólico.

FONOLÓGICO: Comprende normas para distinguir sonidos, entonación, acentos y, normas para su organización. La unidad básica en este sistema es el fonema: "unidades de sonido lingüístico a partir de las cuales se construye el vocabulario de una lengua" (p. 160).

MORFOLÓGICO: Comprende los principios mediante los cuales se combinan formas para construir palabras. Concibe las formas [morfemas]5 como las unidades mínimas que transportan significados concretos, construidas por combinaciones de los fonemas. (p. 161).

SINTÁCTICO: Abarca los principios sintácticos, mediante los cuales se ordenan palabras y frases. (p. 162).

SEMÁNTICO: Se ocupa de las normas a través de las cuales se seleccionan palabras y expresiones para transmitir significados. Abarca tanto las formas lingüísticas como los no-lingüísticas (percepciones, conceptos) que se reflejan en las formas lingüísticas. (p. 162).

SIMBÓLICO: Comprende los principios que determinan usos expresivos y evocativos de las formas lingüísticas. Por ejemplo, la referencia a sentimientos, emociones, etc. (p. 163).

La lengua y el habla, entonces, se construyen atendiendo a los sistemas de signos, principios y reglas de una manera normativa, pero obedecen también al uso en un contexto.

La clasificación de Goodenough puede facilitar el estudio del lenguaje (lengua y habla) “utilizado” en el aula.

En particular, los sistemas SINTÁCTICO, SEMÁNTICO y SIMBÓLICO son de especial interés en la actividad escolar. Los principios que comprenden (en el contexto del aula) inciden en buena parte de la actividad matemática y no matemática desarrollada en el aula.

1.4.5 Lenguaje matemático

La Matemática tiene, como la mayoría de las ciencias y otras disciplinas del saber, un lenguaje particular, específico, el cual simplifica, en algunos casos, la comunicación, y por otro lado clarifica y designa de una manera exacta, sin posible confusión, sus contenidos. Todos y cada uno de los símbolos de escritura definidos y utilizados tienen una tarea determinada, exacta, sin solapamientos ni posibles equívocos, mientras que también la estructura de su presentación es idónea para su perfecta comprensión. Puede describirse como un sistema regido por principios y reglas sobre los sonidos, símbolos, expresiones, diagramas, gráficos, significado, e incluso, sobre sentimientos y emociones con respecto al lenguaje y a la actividad matemática
Es usual diferenciar tres categorías de palabras usadas en el proceso de la enseñanza de la Matemática

CATEGORÍAS DE PALABRAS USADAS EN EL PROCESO DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

- categoría 1
  Palabras técnicas que, normalmente, no forman parte del lenguaje cotidiano. Los matemáticos han desarrollado una serie de términos específicos para comunicarse entre sí, que pueden causar problemas en las clases de Matemática en caso de que los alumnos no lleguen a dominarlo.
- Categoría 2
  - Palabras que aparecen en la Matemática y en el lenguaje ordinario, aunque no siempre con el mismo significado en los dos contextos. A causa de interpretaciones lingüísticas diferentes se producen innumerables confusiones cuando el profesor emplea términos del *dialecto matemático* y los alumnos lo interpretan de acuerdo con el *lenguaje ordinario*, (por ejemplo, infinito, igual, semejante, transformación,...)
- categoría 3
  - Palabras que tienen significados iguales o muy próximos en ambos contextos, (por ejemplo, alineados, paralelos, perpendiculares…)
- categoría 4
  - Palabras que tienen significado diferente dentro del mismo lenguaje matemático. Por ejemplo, la palabra *cuadrado*. No es lo mismo el significado en “nueve al cuadrado” que en “el cuadrado es un ejemplo de cuadrilátero”.

La naturaleza del lenguaje matemático es entendida de formas muy diversas entre los profesores y estudiantes. Esta concepción guarda relación con el proceso de estudio de la Matemática, así como con la comunicación que se lleva a cabo en el contexto del aula. La riqueza del lenguaje matemático no es, frecuentemente, utilizada con fines didácticos en las clases (en las discusiones, lo escrito en la pizarra, evaluaciones, etc.) y en los materiales escritos (libros de texto, guías de clase, compendios de problemas, etc.).

1.4.5.1 El registro matemático

"Un registro es un conjunto de significados apropiados para una determinada función del Lenguaje, junto con las palabras y estructuras que expresan esos significados" (Halliday, 1978, página 195).

Si consideramos al lenguaje matemático, su lengua la constituye el sistema de signos (símbolos matemáticos, gráficos, gestos, expresiones corporales, entre otros) compartidos por una comunidad (de matemáticos o una institución, como la escuela, un aula, etc.) y las reglas de uso de ese sistema; el habla matemática reúne los usos de ese sistema por un individuo en un contexto en particular. "En el contexto educativo de las clases de matemáticas se dan dos razones principales para que los alumnos hablen: para comunicarse con los demás y para hablar consigo mismo [...] Hablar para uno mismo incluye situaciones en las que los alumnos pueden hablar en voz alta, aunque su efecto principal no sea tanto comunicarse con los demás sino ayudarse a organizar los propios pensamientos" (Pimm, 1999, p. 51). "Hablar para uno mismo" en el sentido de Pimm se puede entender como un acto individual, pero individual en el sentido de Saussure se debe al uso del lenguaje por una persona, así que "hablar para uno mismo" y "hablar con otros" son de carácter individual.

Es la forma concreta de utilizar símbolos, un vocabulario especializado, precisión en los términos, estructuras gramáticas, formalidad e impersonalidad que resulta en modos e expresión que son evidentemente matemáticos. Un registro no es solo un conjunto de palabras a las que se les han asignado diferentes significados, o palabras nuevas desarrolladas para expresar distintos conceptos. El discurso matemático es un conjunto de convenciones y códigos lingüísticos muy arraigados que se han desarrollado a través de muchos siglos y que regulan como se desarrolla el discurso matemático. Cuando los profesores se centran en desarrollar la destreza del alumno para utilizar el registro, estos últimos se sienten como parte de una comunidad de individuos que sabe hacer bien uso de los conceptos matemáticos. El estilo matemático convencional no tiene palabras superfluas, solo comunica lo necesario, también es atemporal, conciso e impersonal. El estilo impersonal es una convención aceptada en muchos escritos académicos y en especial en textos matemáticos. El uso de la voz pasiva y la supresión de pronombres personales son característicos del discurso matemático y esto contribuye al tono de "voz autoritaria y distante" que es tan común en los textos matemáticos. El contexto de la situación matemática determina la forma en que debe leerse el símbolo.

1.4.5.2 Vocabulario específico

El registro matemático tiene un vocabulario específico. Usa palabras que se dividen en tres categorías;

1. Palabras que tienen el mismo significado en el lenguaje común que en el matemático, palabras que se utilizan para ubicar a las matemáticas en un contexto.
2. Palabras que tienen un significado solo en el lenguaje matemático.
3. Palabras que tienen diferentes significados tanto en el leguaje matemático como en el lenguaje natural.

El primero es que aunque las palabras utilizadas en una clase de matemáticas pueden ser similares a las palabras utilizadas en situaciones del día a día, en ocasiones el alumno precisa pensar en ellas de un modo diferente cuando se trata de matemáticas.

1.4.5.3 Los principios y reglas que rigen el lenguaje matemático

El lenguaje matemático como un sistema regido por principios y reglas sobre los sonidos, símbolos, expresiones, diagramas, gráficos, significado, e incluso, sobre sentimientos y emociones con respecto al lenguaje y a la actividad matemática.

La lengua matemática sirve para la codificación de mensajes matemáticos. Esta codificación se apoya en los principios y normas que rigen el lenguaje matemático.

(Goodenough, 1971, pp. 159-163) se refiere al lenguaje natural o materno, pero considerando al lenguaje matemático ¿describen estos principios y reglas a todos sus objetos? La naturaleza de los objetos matemáticos, del habla matemática y su registro escrito implica adoptar, siguiendo la clasificación de este investigador, nociones distintas de forma, principio sintáctico, normas de construcción de significado y la misma idea de símbolo. En este caso es recomendable utilizar notaciones diferentes para que abra las reglas para el uso de símbolos y para la construcción de diagramas y gráficos: Estas reglas tienen que ver con el uso de una simbología adecuada y con la construcción de diagramas y gráficos. Para la construcción de gráficos en el plano existen algunas reglas de uso común; por ejemplo, disponer el eje x de forma “horizontal”, representar “unidades” en cada eje, entre otras.

Sobre los principios sintácticos: éstos obedecen ya no sólo a las palabras en el lenguaje materno sino a los de los símbolos en el lenguaje matemático. Tienen que ver con el “orden correcto” y con la “validez” en las expresiones construidas. Sobre los principios semánticos: éstos tienen que ver con las normas y convenciones relacionadas con el significado dado por el uso a palabras, símbolos, expresiones, gráficos o diagramas; se refieren a la relación entre los signos y los objetos a que hacen referencia.

Sobre el sistema “simbólico” de Goodenough: Por otra parte, (Goodenough, 1971) también distingue un sistema (para el lenguaje natural) que denomina “simbólico”, el cual comprende principios que determinan usos expresivos y evocativos de las formas lingüísticas (sentimientos, emociones, etc.).

FONOLÓGICO Comprende principios y normas para distinguir sonidos (fonemas), entonación, acentos, así como para su organización.

SIMBÓLICO Y GRÁFICO Abarca principios y reglas para el uso de símbolos y para la construcción de diagramas y gráficos.

SINTÁCTICO Los principios sintácticos tienen que ver con “el orden” y “la validez” de las expresiones construidas.

SEMÁNTICO Comprende las reglas y convenciones relacionadas con el significado dado por el uso de los objetos de los sistemas anteriores.

EXPRESIVO Y EVOCATIVO Abarca principios y reglas sentimientos y emociones sobre el lenguaje y la actividad matemática.Por ejemplo: (a) sobre los juicios relacionados con la elegancia de una demostración, (b) sobre las dudas asociadas a la validez de lo realizado en un problema, etc.

1.5 La escritura matemática

En un libro de Matemáticas nos podemos encontrar una expresión como “existe un elemento x perteneciente a un conjunto que llamamos A”, aunque es más típico encontrar esta otra$\{x\epsilon\ A\}$. La primera la reconocemos como expresión verbal escrita, ya que sigue las reglas de cómo se escribe normalmente en castellano. La segunda en cambio es, al menos en principio, dudosa. Hay en ella dos caracteresx, ϵ , que no pertenecen al alfabeto del castellano y que no sabríamos leer aplicando las reglas de que dispone una persona competente en esta lengua; pero además toda la expresión es como un bloque, como una palabra escrita en otro idioma, cuya comprensión no se logra ni deletreándola ni por una traducción simple a expresión verbal, oral o escrita. La situación se hace más patente a poco que se complejice este tipo de expresión, que llamaremos expresión simbólica específica de Matemáticas en este caso.
La escritura matemática contiene en general una mezcla de expresión verbal y expresión simbólica específica, que no es vertible en su totalidad a expresión verbal. Hay propiedades visuales de las expresiones simbólicas matemáticas que se pierden irremisiblemente en el intento de traducción de una forma de expresión a otra.

Otra cosa es que las distintas formas expresivas que aparecen en un libro escolar de Matemáticas sean en parte traducibles; de expresión verbal escrita a expresión simbólica específica y desde cualquiera de éstas a expresión gráfica, como ha analizado en otro lugar (Sanz, 1990).

1.5.1Análisis semiótico de la escritura

La autora (Ruiz, 1992) en su estudio de la tecnología gráfica admite que los medios de comunicación visual y verbal oral partían de un esquema cognoscitivo común; que a partir del IV milenio a. C. abundan los testimonios que indican una interrelación entre procedimientos de expresión puramente gráficos y los lingüísticos y que progresivamente se fue especializando una expresión de las representaciones verbales, no llegando a constituirse una expresión autónoma codificada del sistema visual. Esta opción supuso una pérdida de autonomía del sistema de la escritura que desde entonces pasó a depender del patrón lingüístico.

En las expresiones escritas se pueden considerar dos grandes grupos. En el primero tendríamos las escrituras cuyo tipo de grafismos tratan de expresar directamente conceptos o signos lingüísticos completos (ideogramas,logogramas,...). En el segundo tendríamos aquellas escrituras cuyos elementos están completamente subordinados a las representaciones fonéticas del Lenguaje (fonogramas) en las variantes silábicas, consonánticas o alfabéticas. La escritura terminó especializándose en el segundo tipo, lo cual le permitió alcanzar características que le hacen un instrumento de gran perfección, pero se ha convertido en un sucedáneo de la expresión oral en el Lenguaje natural, por lo cual puede ser sustituida por la oralidad en todo momento. Por tanto, lo que en la actualidad llamamos escritura correspondiente a una Lengua, el castellano por ejemplo, es estrictamente la expresión verbal escrita, o sea, una representación fonética alfabética. Pero la escritura matemática es algo más.

La escritura matemática engloba la Lengua escrita, bajo un registro especial que hemos llamado registró matemático, y la expresión del sistema simbólico específico, ramas 1 y 2 respectivamente del esquema de la Figura 1.Las expresiones del tipo 2 se ven, no simplemente se leen. Aunque muchas de ellas pueden ser leídas, en el sentido de que puede obtenerse una traducción a expresión verbal oral, lo leído es más una descripción de la expresión que la reconstrucción de un signo equivalente, ya que esas expresiones gozan de ciertas propiedades transformacionales que permiten desplazamientos parciales dentro de las mismas, inversión, combinación, etc., que no se mantienen en la expresión verbal asociada. O sea, el Lenguaje Matemático se construye directamente sobre ellas, sin tener que pasar por la mediación de la expresión verbal oral.
En la Figura 1 se ha esquematizado la descripción que acabo de hacer, adaptando un esquema que propone (Ruiz, 1992, página 50) para la construcción histórica de la escritura. En este esquema puede añadirse una conexión entre los sistemas de representación artística y funcional pues tanto con técnicas tradicionales como actuales se suelen producir las mejores representaciones visuales con una integración de ambas, como puede verse en las maravillosas representaciones de Leonardo da Vinci (Marinini y Meneguzzo, 1987).

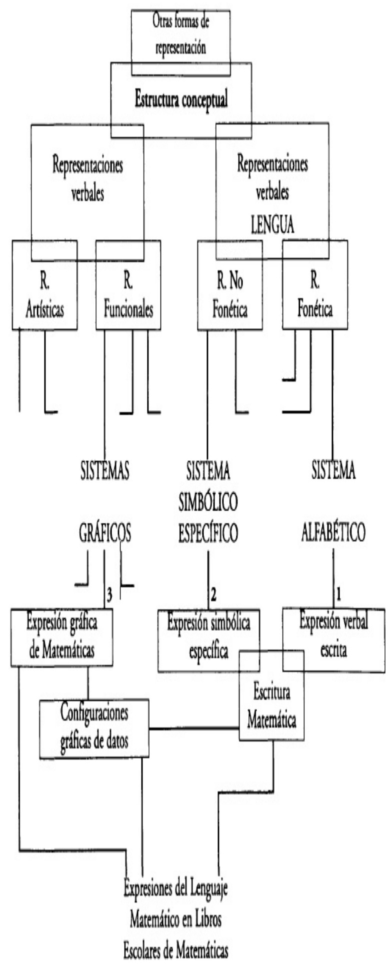


Figura 1. Esquema de las distintas formas expresivas del Lenguaje Matemdtico en libros escolares

Una conclusión del esquema de la Figura 1 es que la escritura matemática es la expresión escrita de lo que Cauty y Laborde llaman la Lengua Matemática. Pero en la interpretación que estoy haciendo esta escritura matemática no agota las posibles expresiones en Lenguaje

Matemático, que puede codificarse también en sistemas gráficos diferentes del alfabético y el simbólico específico. No hay más que pensar en todos los sistemas tradicionales de representación de figuras geométricas planas y espaciales; pero también se representan gráficamente números naturales, enteros, racionales y relación eso correspondencias entre conjuntos de lo más variadas. Y en la actualidad, con la introducción de las potentes herramientas de representación gráfica,

este campo expresivo parece que aumenta cada día, al menos en todos los niveles de enseñanza de la matemática. Todas estas formas de expresión gráfica las reuniremos bajo el nombre expresión gráfica de Matemáticas y constituyen la rama 3 del diagrama de la Figura 1.

Finalmente destacar que existen expresiones complejas formadas con elementos de los tres sistemas: verbal escrito, gráfico y simbólico específico. Es lo que hemos designado en la Figura 1 como configuraciones gráficas de datos.

En los libros escolares de matemáticas suele haber fotos y dibujos más o menos integrados en el texto, pero que no los consideramos parte del Lenguaje Matemático, sino ilustraciones de objetos o situaciones a partir de las cuales se pueden elaborar expresiones en Lenguaje matemático. Suelen hacer de sustitutos de un supuesto mundo real, cuando no de mero adorno, con su propio código expresivo.

1.6 Registros de representación, comprensión y aprendizaje

Una característica importante de la actividad matemática es el uso de diversos sistemas de expresión y representación, además del lenguaje natural: variados sistemas de escritura para los números, escrituras algebraicas para expresar relaciones y operaciones, figuras geométricas, gráficos cartesianos, redes, diagramas, esquemas, etc. Un autor que se ha interesado particularmente por este uso variado de los sistemas de representación semiótica es (Duval, 1995), quién se pregunta: "¿Es esencial esta utilización de varios sistemas semióticos de representación y expresión, o al contrario no es más que un medio cómodo pero secundario para el ejercicio y para el desarrollo de las actividades cognitivas fundamentales?" (p. 3) Considera que esta pregunta sobrepasa el dominio de las matemáticas y de su aprendizaje y apunta hacia la naturaleza misma del funcionamiento cognitivo del pensamiento humano.

Duval da una respuesta afirmativa a esta cuestión aportando los siguientes argumentos:

1) No puede haber comprensión en matemáticas si no se distingue un objeto de su representación. No se deben confundir nunca los objetos matemáticos (números, funciones, rectas, etc.) con sus representaciones (escrituras decimales o fraccionarias, los símbolos, los gráficos, los trazados de figuras, etc.), pues un mismo objeto matemático puede darse a través de representaciones muy diferentes.

2) Existen representaciones mentales, conjunto de imágenes, conceptos, nociones, ideas, creencias, concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto, sobre una situación

y sobre aquello que les está asociado. "Permiten una mirada del objeto en ausencia total de significante perceptible". (p. 20). Las representaciones mentales están ligadas a la interiorización de representaciones externas, de la misma manera que las imágenes mentales lo están a una interiorización de los preceptos.

3) Las representaciones semióticas son un medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, es decir, para hacerlas visibles o accesibles a los demás. Además de sus funciones de comunicación, las representaciones semióticas son necesarias para el desarrollo de la propia actividad matemática. La posibilidad de efectuar tratamientos (operaciones, cálculos) sobre los objetos matemáticos depende directamente del sistema de representación semiótico utilizado. El progreso de los conocimientos matemáticos se acompaña siempre de la creación y del desarrollo de sistemas semióticos nuevos y específicos que más o menos coexisten con el de la lengua natural.

4) Diferentes representaciones no pueden oponerse como dominios totalmente diferentes e independientes. La pluralidad de sistemas semióticos permite una diversificación tal de las representaciones de un mismo objeto, que aumenta las capacidades cognitivas de los sujetos y por tanto de sus representaciones mentales. Esta interdependencia entre las representaciones internas y externas la expresa Duval afirmando que "no hay noesissin semiosis; es la semiosis la que determina las condiciones de posibilidad y de ejercicio de la noesis" .La aprehensión conceptual no es posible sin el recurso a una pluralidad al menos potencial de sistemas semióticos, y por tanto su coordinación por parte del sujeto.

5) La coordinación entre las representaciones que provienen de sistemas semióticos diferentes no es espontánea; la conversión de unos sistemas a otros requiere un aprendizaje específico. El problema esencial de la semiosis es el de la diversidad de sistemas de representación y los fenómenos de no-congruencia que resultan por la conversión de las representaciones. La coordinación entre registros no es una consecuencia de la aprehensión conceptual (noesis) sino que, al contrario, el logro de dicha coordinación es una condición esencial de la noesis.

6) Las actividades cognitivas inherentes a la semiosis son tres: formación de representaciones en un registro semiótico particular, para "expresar" una representación mental, o para "evocar" un objeto real; el tratamiento o transformación de una representación dentro del mismo registro; conversión, cuando la transformación de la representación de un objeto, de una situación o de una información produce una representación en un registro distinto al de la representación inicial.

1.6.1Dificultades de los estudiantes al leer o escribir matemáticas

Concebir la matemática escolar como un lenguaje es pues útil desde el punto de vista didáctico. Nos ayuda a enfatizar los aspectos lingüísticos de la misma, nos lleva a poner atención en la construcción de significados y en la comprensión y dominio de los símbolos notacionales. Las principales razones para realizar este ejercicio se fundamentan en las dificultades que tienen los alumnos en su aprendizaje.

- Dificultades semánticas, pues tienen como centro el binomio significante-significado referido a las notaciones y vocablos de la jerga matemática.
- Dificultades inherentes a la estructura que adopta el código notacional de cualquier campo y al funcionamiento del mismo, en su carácter sintáctico.
- Dificultades al cuándo y cómo utilizar el código notacional para resolver determinada situación; son pragmáticas o funcionales.

Para atender estas dificultades es imprescindible el estudio del desarrollo cognitivo en el aprendizaje del lenguaje matemático e interpretar mejor tales dificultades intentando responder a la pregunta ¿cómo aprenden los sujetos tal lenguaje?

1.7El aprendizaje matemático

Se concebirá el aprendizaje matemático como un proceso continuo de **construcción de significados** que realiza el alumno gracias, a la apropiación y a los usos de símbolos y estructuras simbólicas; símbolos y estructuras abstractos ordenados y jerarquizados.

A partir de la categorización de Collins, Brown y Newman (1996) el conocimiento constructivo está caracterizado por el producto de la actividad, el contexto y la cultura. Que podría concebirse en los rasgos **conceptual, operatorio y simbólico.**

Aprendizaje conceptual

Se refiere al proceso de adquisición de significado. Como rasgo característico es que son dinámicos, puesto que son inconclusos y en constante evolución. Durante el proceso se personaliza el concepto, conformándose una representación subjetiva que se va enriqueciendo, modificando, transformando conforme se interactúa con las nuevas informaciones.

Aprendizaje operatorio

El estudio del número como sistema complejo es aprender a operar, a transformar cantidades, hechos y relaciones, a descomponer y recomponer y a verificar lo realizado, sea manipulando objetos y colecciones o manipulando símbolos. Aprender matemáticas es aprender a hacer, a resolver.

Aprendizaje simbólico

Sabemos que el aprendizaje de una operación aritmética recurre al acercamiento a los símbolos para su manipulación. Pero los símbolos no tendrían importancia si fuera porque son los significantes de algo no visible; el pensamiento matemático. El símbolo, desde su forma de signos (los significantes) y el significado han de formar un solo cuerpo, lo que involucra aspectos semánticos como sintácticos, además de funcionales y pragmáticos. El significado es la idea que soporta forma parte del conocimiento individual, es la representación subjetiva y personal.

La progresión en el aprendizaje de la matemática escolar, se produce gracias a la asimilación, recreación, apropiación y uso de símbolos y estructuras simbólicas cada vez más abstractas.

CAPITULO 2 ESTRATEGIAS PARA MEJORAR EL USO DEL LENGUAJE MATEMÁTICO

Este capítulo tiene como objetivo mostrar algunas estrategias para mejorar el uso del "Lenguaje Matemático", expuestas por algunos autores, para el nivel preescolar, primaria y secundaria, las cuales nos servirán para poder diseñar estrategias para mejorar el uso del lenguaje matemático a nivel bachillerato.

2.1 Estrategias de Manuel Borges Ripoll (2001)

2.1.1 Estrategia 1

Utilizar en el lenguaje habitual del aula un vocabulario matemático que frecuentemente no se utiliza o que se sustituye por términos no precisos desde el punto de vista de las Matemáticas. Esta estrategia podría utilizarse desde la Educación Infantil en muchos casos y en todos los niveles de Educación Primaria y de la Secundaria Obligatoria.

Justificación

A la dificultad que el aprendizaje de las Matemáticas presenta para una parte considerable del alumnado por diferentes razones, se le suele unir la dificultad derivada de tener que adquirir un nuevo vocabulario relacionado con conceptos matemáticos, que podría haber sido adquirido de forma natural desde mucho tiempo antes y de esa forma serles familiar en el momento en que se empiece formalmente a adquirir el concepto matemático.

Se podría comparar esta situación con la del aprendizaje de la lengua extranjera que se facilita si se tiene relación con ella en edades tempranas.

Sustituir los términos	**Por estos otros (Utilizándolos frecuentemente)**
"acostado", "tumbado"	Horizontal
"de pie", "hacia arriba", "recto"	Vertical
"esquina"	Ángulo
"raya"	Línea recta
"redondo", "redondel"	Circular o esférico (según el caso), círculo
"punta"	Vértice
"Alrededor de…" "borde"	Por el perímetro de

“desconocido”	Incógnita
“trozo”	Fracción
“es más grande que… ” “es más pequeño que…”	Tiene más longitud que …; menos superficie que …;más volumen que …; menos capacidad que … (según los casos)

Utilizar los términos	**En las siguientes situaciones**
Paralelo; perpendicular Polígono Diagonal, radio, diámetro Segmento Inverso-opuesto Dirección-sentido Nombres de polígonos o cuerpos geométricos, que aunque aparecen con frecuencia en situaciones habituales, no se suelen denominar con su nombre: trapecio, hexágono, pentágono, rombo, romboide… cilindro, cono, cubo, prisma, pirámide, esfera…	Dibujos, juegos, croquis, planos órdenes verbales o escritas, enunciados de situaciones: -Esta fila es paralela a esta… -Esta calle es perpendicular a… -Esta figura es un polígono de… lados… -Dibuja un segmento de color… -Dibuja con color…las diagonales de…, el radio de…, el diámetro de…, -Dibuja con color…las diagonales de…, el radio de…, el diámetro de…, -Caminar en la misma dirección que… pero en sentido contrario a … -Esta caja es un prisma … -Este cubo es un cilindro

Utilizar con más rigor los términos	
Cuadrado	Solamente cuando el objeto o figura sea un cuadrado. Con frecuencia en el lenguaje coloquial se dice que algo es cuadrado cuando se debería decir que es rectangular.
Círculo-circunferencia	No solemos distinguir entre los dos términos, lo que posteriormente puede producir confusión.
Doble-mitad-triple	Se suele utilizar mucho lenguaje figurado (“es el doble de fuerte…”, “la mitad de bueno…”), y sin embargo, se utiliza poco con el rigor matemático que supone multiplicar o dividir algo por 2 o por 3.

2.1.2 Estrategia 2

Dar una importancia “vital” al contexto de igualdad y a la utilización de su representación simbólica “=” en todas las ocasiones en que se pueda. Para ello es imprescindible que todas las operaciones del cálculo que el alumnado realice desde el primer nivel de Primaria las vean y las escriba de forma horizontal.

Justificación

La correcta adquisición del concepto de igualdad y de su representación simbólica es absolutamente determinante para el éxito en el área de Matemáticas. La resolución de la mayor parte de problemas matemáticos que empiezan a tener un pequeño grado de dificultad requiere que se tenga asimilado el concepto de igualdad. Los errores en la representación simbólica de la igualdad contribuyen frecuentemente al fracaso en la resolución de la situación problemática, aún en el caso de que el razonamiento y los procedimientos para su realización sean los adecuados.

El concepto de igualdad se suele trabajar bien de forma manipulada o en la fase de representación gráfica en los niveles de Educación infantil y primeros niveles de Primaria, pero posteriormente no se tiene tan en cuenta y se suele prescindir frecuentemente de su representación simbólica.

La disposición vertical exclusivamente de las operaciones de cálculo no ayuda a la adquisición del concepto de igualdad ni a su representación simbólica.

Ejemplos:

No utilizar solo operaciones	En las operaciones escritas horizontalmente se aprecia la igualdad al utilizarse su simbolización “=”
$\begin{array}{r} 3 \\ +2 \\ \hline 5 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 8 \\ -2 \\ \hline 6 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{r} 5 \\ x\ 3 \\ \hline 15 \end{array}$	3+2=5 8-2=6 5x3=15 10/2=5
Al no tenerse correctamente asimilado el concepto de igualdad son muy frecuentes los errores del tipo: $(3+5)*\ 2=8=8*2=16$, que aunque presentan un resultado correcto, el procedimiento es incorrecto	y con seguridad conduciría también a resultados erróneos al hacer más compleja las operaciones que realicen

2.1.3 Estrategia 3

Sustituir el término “por”, al introducir la multiplicación, por el término “veces”.

Justificación

En castellano decir “cuatro veces cinco” tiene un sentido muchísimo mayor que decir “cuatro por cinco” y facilita la adquisición del concepto de multiplicación. En otros idiomas se utilizan términos similares al de “veces”.

2.1.4 Estrategia 4

Medir mucho y medir de todo.

Utilizar medidas no convencionales antes de introducir las convencionales. Medir elementos que nos sirvan para introducir términos del lenguaje matemático (sobre todo geométrico) en la línea apuntada en la estrategia 1.

Justificación.

La práctica habitual, reiterada y sistemática de mediciones de todo tipo (longitudes, superficies, volúmenes, pesos, tiempos…), es un recurso didáctico que, además de ser motivador para el alumnado, supone la adquisición de la capacidad de interpretar mejor las características de objetos, lugares o materias y puede contribuir de forma indirecta a la adquisición de conceptos geométricos de una forma natural.

La utilización de unidades no convencionales de medida facilita la comprensión de las razones por las que se necesitan las unidades convencionales y ayuda a asimilar algunos conceptos que presentan dificultad de abstracción (superficie, volumen…) si se aborda simultáneamente la adquisición del concepto y el conocimiento de una unidad de medida convencional que en su práctica se utiliza poco o nunca (cm^2, dm^2 ...).

Ejemplos

Aprovechar cualquier ocasión para medir;	Utilizar unidades no convencionales antes de introducir estas	Medir elementos geométricos para introducir su concepto
longitudes	¿Cuántos pasos mide la clase, el patio…? ¿Cuántos lápices mide la mesa…?y ¿Cuántos palmos? Altura de cada alumno…Al viajar en el coche de su familia que anoten los kilómetros recorridos en un trayecto.	El perímetro de la mesa, de la clase, del patio… La diagonal de la mesa. El radio, o el diámetro de este círculo… El lado de este pentágono…La base y la altura del rectángulo de la puerta de la ventana…La longitud de una circunferencia.
Superficies	¿Cuántas libretas caben en la superficie de tu mesa? ¿Cuántas hojas de periódico caben en la superficie del	(En niveles que lo permitan) -superficie aproximada de un círculo, de un

	suelo de la clase?	hexágono…
Capacidades y volúmenes	¿Cuántos vasos de agua, de arena, de… caben en este…?	-cubo -prisma -cilindro…
Tiempos	Uso de cronómetros para percibir, por ejemplo, un minuto de silencio. ¿Cuantos segundos aguantamos sin respirar?	(En niveles que lo permitan) Introducir unidades de tiempo poco habituales: -quincena -bimestre -década -lustro…
Pesos	Utilización de la balanza. Comparando pesos de diferentes objetos. ¿Qué pesa más, un vaso lleno de arena un vaso lleno de agua?	

Estimar medidas “a ojo” y luego comprobar la medición.

-¿Cuántos palmos crees que mide de largo?

-¿Cuántas libretas (crees que cabrán en la superficie de…)?

-¿Cuántos vasos de agua crees que cabrán…?

-¿Cuánto tiempo crees que tardará…?

-¿Cuánto crees que pesa…?

Cuando se conozcan las unidades convencionales se estimaría la medida con ellas.

2.1.5 Estrategia 5

Practicar con frecuencia el cálculo mental. Utilizar en esta práctica frases como: "la diferencia entre…","el producto de…","el doble de…","el triple de…","la mitad de…", "la tercera parte de…"

Justificación

La rapidez en el cálculo mejora la resolución de problemas matemáticos al ahorrar tiempo y evitar errores en las operaciones.

El cálculo mental de operaciones sencillas, desarrolla la agilidad para de una forma gradual realizar mentalmente operaciones más complejas (potencias, raíces de cuadrados perfectos, fracciones, operaciones con la unidad seguida de ceros…)

Los ejercicios de cálculo mental suelen ser motivadores por prestarse a ser realizados en forma de juegos o actividades lúdicas.

2.1.6 Estrategia 6

Resolver muchos problemas (siempre que sea posible, partiendo de situaciones cercanas a la realidad del alumnado) cuidando que el procedimiento para su resolución se sistematice del siguiente modo:

1.-Lectura comprensiva del enunciado

2.-Selección de datos conocidos que sean útiles para la resolución del problema.

3.-Especificacion de datos que se pretenden conseguir (incógnitas).

4.-Manipulación-representación gráfica de la situación planteada (dependiendo del alumnado).

5.-Realizacion de las operaciones necesarias (planteamiento horizontal siempre).Separa las operaciones de cálculo "verticales" de la representación simbólica horizontal.

6.-Expresión de los resultados con sus unidades correspondientes siempre.

7.-Comprobacion de la validez y corrección de los resultados.

Justificación.

La resolución de problemas da sentido al esfuerzo realizado por el alumnado para adquirir conceptos y destrezas matemáticas, pues se le ofrece la posibilidad de aplicarlos a situaciones prácticas.

Si las situaciones son cercanas a su realidad, aumentará la motivación para su resolución.

Adquirir el hábito de resolver problemas matemáticos siguiendo un procedimiento que implique dar unos pasos secuenciados será clave para el éxito en la resolución de problemas que empiecen a tener cierto grado de complejidad.

2.2 Estrategias de Paloma Alonso Muñoz (2013)

Las siguientes propuestas de tarea, aunque están concebidas para la educación primaria, son válidas para cualquier curso de la enseñanza obligatoria, dependiendo de la adecuación del diseño básico a la situación concreta de enseñanza y de aprendizaje de cada grupo de alumnos/as.

Con este trabajo la autora da una forma de entender el proceso de enseñanza-aprendizaje, en la que es el alumno el que construye las matemáticas. En particular pretende:

• Aportar orientaciones y recursos que pueden ser llevados al aula.

• Potenciar las habilidades sociales.

• Favorecer una comunicación adecuada.

• Apoyar la participación del alumno, de forma natural, espontánea, escuchándole.

• Promover una actitud investigadora, curiosa y crítica.

• Señalar las ventajas que tiene la utilización de materiales y recursos en la clase de matemáticas.

• Aportar orientaciones y recursos que puedan ser llevados al aula.

• Ofrecer variadas experiencias de juegos mediante las cuales los niños puedan conocerse así mismo, a los demás y ser cada vez más independientes.

• Presentar al alumno actividades desafiantes.

• Plantear desafíos que facilitan la flexibilidad y originalidad de las ideas, favoreciendo el desarrollo de la creatividad, a través de la invención reconstrucción de situaciones problemáticas.

Justificación

La enseñanza de las matemáticas durante muchos años se ha reducido, de hecho, a la práctica mecánica del cálculo y al aprendizaje memorístico.

La sociedad y la educación han evolucionado mucho hasta llegar a la actual respuesta educativa, dando importancia al alumno, a que piense, actúe y razone. Los maestros y maestras tenemos que adaptarnos a los nuevos tiempos y las nuevas generaciones, que aprendan, disfruten y se interroguen sobre todo tipo de situaciones problemáticas que les surgen en la vida diaria. Siguiendo la idea de Godino, Batanero y Font (2003) uno de los fines de la educación es formar ciudadanos cultos, pero el concepto de cultura es cambiante y se amplía cada vez más en la sociedad moderna. Cada vez más se reconoce el papel cultural de las matemáticas y la educación matemática también tiene como fin proporcionar esa cultura ¿quién proporciona la cultura? Lo que se pretende es proporcionar una cultura con varios componentes interrelacionados, a saber:

a) Capacidad para interpretar y evaluar críticamente la información matemática y los argumentos apoyados en datos que las personas puedan encontrar en diversos contextos, incluyendo los medios de comunicación, o en su trabajo profesional.

b) Capacidad para discutir o comunicar información matemática, cuando sea relevante, y competencia para resolver los problemas matemáticos que encuentre en la vida diaria o en el trabajo profesional.

De ahí que nos hagan pensar que los problemas son la base de las matemáticas, y que muchas veces son la parte más difícil para el alumno, pero por eso el trabajo de la educación es el conseguir encender la chispa del interés en todo lo que se haga. El conseguir o por lo menos intentar que los alumnos muevan sus engranajes, el de hacerles pensar, independientemente de que se consiga llegar a la solución final o no. Pero es verdad que quienes nos dedicamos a la enseñanza de las matemáticas, las dificultades que nos encontramos tienen relación, entre otras, con la falta de materiales precisamente para que "ayuden a pensar" a los alumnos, de modo que sean capaces de elaborar conceptos, manejar un lenguaje usado por la ciencia y finalmente aplicarlo en el mundo que le rodea.

De ahí la importancia del uso del material en situaciones didácticas por parte de los profesores, de una reflexión y estudio de ellos. El papel del profesor es crucial en la organización, dirección y promoción del aprendizaje de los alumnos. Será necesario diseñar y gestionar una variedad de tipos de situaciones didácticas adaptadas a nuestros alumnos. Concretarse en la edad y conocimientos de nuestros alumnos. No podemos proponer las mismas actividades o problemas a un niño, que a un adolescente o a un adulto, porque sus necesidades son distintas. Hay que tener claro la realidad de los alumnos, sus intereses, escucharle, despertar su interés.

Hemos oído decir de boca de muchos niños "No entendía nada, odiaba las matemáticas, hasta que un profesor hizo que me gustasen…. Como decía María Montessori, los niños imitan a las personas que quieren. De ahí la importancia de contar con profesores motivados, entusiastas, con la idea que enseñar y aprender matemáticas puede y debe ser una experiencia feliz.

Los recursos y el material didáctico proporcionan experiencias individuales irrepetibles, que conducen a procesos genuinos de construcción de conocimientos en los que se producen aprendizajes significativos, esto requiere la máxima implicación, ejercitación por parte de los alumnos, el que esté motivado, el que se impliquen en la participación activa en la solución de situaciones para un verdadero aprendizaje.

“como han afirmado muchos pensadores y pedagogos, el descubrimiento no es fruto de ningún talento originariamente especial, sino del sentido común mejorado y robustecido por la educación técnica y por el hábito de meditar sobre los problemas científicos”. (Ramón y Cajal, 1995, p. 27)

La forma de entender las matemáticas han cambiado y nadie duda en que el objetivo sea no tanto que el alumno conozca una reglas como que explore, experimente, razone. La atención se centra en la resolución de problemas. En que los alumnos se conviertan en participantes activos, capaces de trabajar en equipo, investigar, discutir, crear, en definitiva hacer Matemáticas.

La utilización de objetos en el aula se contempla en el currículo de Matemáticas para Educación infantil, Primaria y Secundaria. Así, entre las Orientaciones didácticas que se proponen para Primaria, MEC (1992, pp. 76-77) destaca la siguiente:

Será conveniente proporcionarse todos los recursos que faciliten la actividad docente y que contribuyan al aprendizaje del alumno… En estas edades la manipulación de objetos concretos y familiares constituye el primer paso en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Por esta razón, parece indispensable poder contar con materiales sencillos y de fácil adquisición…

El uso de materiales adecuados…constituye una actividad de primer orden que fomenta la observación, la experimentación y la reflexión necesarias para constituir sus propias ideas matemáticas. El trabajo con materiales debe ser un elemento activo y habitual en clase, y no puede reducirse a la visualización esporádica de algún modelo presentado por el profesor.

Rico (1997) aún da más importancia al uso de recursos y materiales didácticos en el aula al considerarlos como uno de los organizadores del currículo, es decir, una componente fundamental para articular el diseño, desarrollo y evaluación de unidades didácticas, ya que por su diversidad pueden emplearse en la enseñanza de casi cualquier tópico matemático. Y Además, siguiendo las ideas de González Mari (2010) los materiales tienen multitud de finalidades. Algunas de ellas:

- Estimulan el aprendizaje.

- Motivan; generan interés.

- Modifican positivamente las actitudes hacia la matemática y su aprendizaje.

- Facilitan el desarrollo del currículo.

- Fomentan el pensamiento matemático.

- Potencian una enseñanza activa, creativa y participativa.

- Permiten adquirir procedimientos matemáticos.

- Permiten el trabajo individual y de grupo.

Y muestran un gran interés, pues:

- Proporcionan una fuente de actividades matemáticas estimulantes y suficientemente atractivas.

- Permiten que los alumnos realicen actividades de forma autónoma.

- Con ellos se pueden adaptar las actividades a cualquier nivel, grupo, respetando las diferencias individuales.

- Permiten el trabajo en grupo.

- Suponen buenos instrumentos para diagnosticar y evaluar.

Para Pérez (2012) la finalidad general consiste en orientar y conducir al niño a trabajar por su cuenta, descubrir con su esfuerzo los conocimientos que le indican. La experiencia del niño se enriquecerá espontáneamente aproximándolo a la realidad que le pertenece y en la cual le toca actuar.

Entre algunas finalidades específicas que persigue el uso de materiales didácticos en la escuela tenemos:

- Aproximar la realidad de lo que se quiere enseñar al alumno, ofreciéndole nociones exactas de los hechos y problemas que la rodean.

- Motivar la clase.

- Facilitar la percepción y la comprensión de los hechos y conceptos.

- Concretizar e ilustrar lo que se expone verbalmente.

- Economizar esfuerzos para conducir a la comprensión de los alumnos hechos y conceptos.

- Contribuir a la fijación del aprendizaje a través de impresiones vivas y sugestivas.

Por tanto, podemos observar que el uso de juegos y los materiales son imprescindibles para nuestra labor educativa. En este trabajo, haremos referencia indistintamente a materiales, juegos o recursos, en la idea de que todos pueden ser considerados herramientas didácticas que usaremos para nuestra tarea docente. Sin embargo, somos conscientes que los materiales y recursos se basan en la manipulación y los juegos en la acción. Llegado a este punto nos planteamos ¿Se puede jugar con materiales? ¿Los juegos pueden ser un recurso? ¿Puede haber un buen material para jugar? ¿Y para hacer pensar a los niños?, ¿Y para manipularlo jugando….?

2.2.1 Diseño de los juegos

Existen diversos condicionantes que hay que tener en cuenta a la hora de planificar la enseñanza, un material didáctico adecuado es la clave para aprovechar su potencialidad práctica, cuando seleccionamos recursos educativos para utilizar en nuestra labor docente, además de su calidad objetiva hemos de considerar en qué medida sus características específicas están en consonancia con determinados aspectos curriculares de nuestro contexto educativo (Rosique, 2009). De ahí que la selección de dicho material se realizará contextualizada en el marco del diseño de una intervención educativa concreta. El autor antes citado propone considerar:

- Los objetivos educativos que pretendemos lograr. Hemos de considerar en qué medida el material nos puede ayudar a ello.

- Los contenido que se van a tratar utilizando el material, que deben estar en sintonía con los contenidos de la asignatura que estamos trabajando con nuestros alumnos.

- Las características de los estudiantes que los utilizan, intereses, conocimientos previos, experiencia y habilidades…

- Las características del contexto (físico, curricular) en el que se desarrollamos nuestra docencia,

- Las estrategias didácticas que podemos diseñar considerando la utilización de material. Estas estrategias contemplan: la secuenciación de los contenidos, el conjunto de actividades que se pueden proponer a los estudiantes, la metodología asociada a cada una, los recursos educativos que se pueden emplear, etc.

Por tanto, tener en cuenta todos estos aspectos nos permitirá diseñar actividades de aprendizaje, porque una planificación adecuada favorece el éxito del empleo de estos recursos.

Planificarlos adecuadamente antes de llevarlos a cabo, tener en cuenta el espacio con el que contamos, el tiempo con el que contamos…

“Jugamos con cuadrículas”

Nombre del juego: El robot

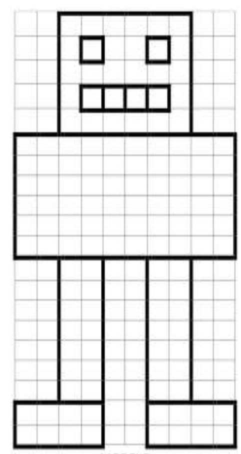
Materiales**:** Cartel con un robot en cuadrícula, fichas en blanco y pegatinas de colores.

Número de jugadores: Toda la clase

Niveles de utilización**:** Primer ciclo de Primaria

Objetivos: Memorizar cantidades, memorizar posiciones, usar el número como medida.

Descripción y desarrollo:



Se expondrá el cartel del robot según el modelo adjunto, con partes sombreadas que serán las pegatinas que tienen que poner. Una ficha con un robot, cuya cuadrícula estará totalmente en blanco, para cada grupo de alumnos. Y una caja con pegatinas de colores. El juego consiste en poner en cada mesa una ficha que tiene un robot, cada grupo debe terminarlo de modo que quede exactamente igual que el modelo. En la caja hay pegatinas de colores y tendrán que pedir por escrito en un papel, las pegatinas que necesiten para completar cada parte, repito, justo las precisas, ni más ni menos. Se pide a cada grupo de alumnos que: uno se encargue de construir la cabeza, otro los brazos, otro las piernas y otro el torso. El cartel del robot modelo se ubica sobre una mesa en un extremo de la clase. Los niños necesariamente deben desplazarse para verlo y poder construir sus mensajes, pero una vez que están en su mesa, no les es accesible a la vista.

“Jugamos al bingo”

Nombre del juego: Bingo matemático

Materiales:Útiles de marquetería, cartulinas, chinchetas y chapas

Número de jugadores: Toda la clase

Niveles de utilización: Primer ciclo de primaria

Objetivos: Afianzar las operaciones matemáticas más elementales, agilizar el cálculo mental, favorecer la atención selectiva, trabajar el compañerismo.

Descripción y desarrollo:

Se compone de un tablero de anotaciones, cartones de bingo (cada uno de los cuales tiene doce números distribuidos en cuatro filas), chinchetas para tapar los números del tablero y una bolsa con chapas, cada una con varias operaciones aritméticas escritas en su parte inferior. El bingo consiste como el juego tradicional, en ir tapando los números impresos en los cartones hasta completar una línea (horizontal o vertical) o un cartón entero (es decir, un bingo). Sin embargo presenta una diferencia, y es que al sacar las bolas (chapas en este caso) no se dirá un número, sino una operación matemática que cada estudiante debe resolver mentalmente. El índice de dificultad de estas operaciones varía dependiendo de la zona en la que estén situadas. Si se encuentran en la parte superior del reverso de la chapa sólo estará formada por sumas y restas, mientras que si está en otra línea se introducen también operaciones de multiplicación y división. (Siendo estas operaciones para niveles superiores.) Existe la posibilidad de jugar de forma individual o en parejas:

- En el primer caso, cada alumno jugará un cartón tapando los números que sucesivamente van apareciendo. En el momento en que un estudiante cante una línea o un bingo debe recitar los distintos números que ha tapado mediante una operación matemática que él debe inventar, y que dé como resultado es dígito. Dicha operación la deberá resolver otro jugador, elegido por él mismo o por el maestro. Una vez resuelta se tapará el resultado en el tablero de anotación.

- Si el juego se desarrolla en parejas se realizará del mismo modo, aunque la operación se resolverá de forma conjunta; por ejemplo, uno inventará la operación matemática y el otro tapará los números en el cartón.

"Juegos con bloques lógicos"

Nombre del juego: Jugamos con bloques lógicos de Dienés

Materiales**:** Bloques lógicos

Número de jugadores: Toda la clase

Niveles de utilización: Primer ciclo de Primaria

Objetivos: Desarrollar del pensamiento lógico matemático a través de la adquisición de conceptos matemáticos. Trabajar una actitud positiva hacia las matemáticas. Trabajar de forma cooperativa.

Descripción y desarrollo:

Los bloques lógicos son un recurso pedagógico destinado a introducir a los niño/as en los primeros conceptos lógico-matemáticos. Consta de 48 piezas sólidas y de fácil manipulación. Cada pieza se define por cuatro variables: color, forma, tamaño y grosor.

- Por el **color** pueden ser: rojo, azul o amarillo.

- Por la **forma**: cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo.

- Por el **tamaño**: grande o pequeño.

- Por el **grosor**: grueso o delgado.

Juego libre con bloques lógicos

Los niños manipulan libremente los bloques lógicos, de esta manera los niños se familiarizarán con el material realizando todas las actividades posibles que de manera espontánea se les ocurran (construcciones, carreteras, edificios, puentes…).

El juego de las familias

Se le muestran las piezas y a través de preguntas se identifican las diferentes características de los bloques lógicos: color, tamaño, forma y grosor. Después, en grupos pequeños se pasa a realizar agrupaciones y clasificaciones de los bloques lógicos atendiendo a una serie de criterios dados. Esta actividad puede realizarse con aros o cuerdas para colocar los bloques en su interior.

Juego del escondite

Consiste en esconder una pieza y pedir al niño que adivine cuál es el bloque que falta, observando todas las características de las piezas que tiene delante.

"Juegos con regletas"

Nombre del juego: Jugamos con las regletas de Cuisenaire

Materiales: Regletas

Número de jugadores: Toda la clase

Niveles de utilización: Primer ciclo de Primaria

Objetivos: Aprender la descomposición de los números. Iniciar actividades de cálculo. Manipular el material

Descripción y desarrollo:

Consiste en manipular el material para familiarizarse con él. El profesor saca las regletas a los alumnos y a partir de ahí, son los alumnos los que deben manipular libremente las mismas, con el fin de que satisfagan su curiosidad por el nuevo material. Se les puede ir preguntando lo que hacen, por qué lo hacen así…

Juego de las equivalencias:

Este juego consiste en establecer equivalencias de longitudes. Para ello, elegimos una regleta base, por ejemplo la amarilla, les damos después otra, por ejemplo la rosa, y

pedimos a los niños que busquen una regleta que juntándola a la rosa tenga la misma longitud que la amarilla. Podrán realizar tantos ensayos como sean necesarios hasta encontrar la regleta grande igual a las dos pequeñas. Una variación de este ejercicio sería por ejemplo, haciéndolo a la inversa.

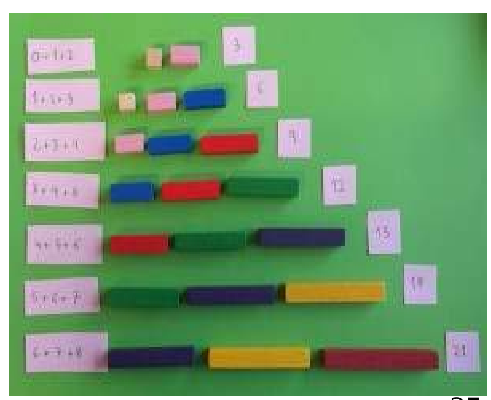
“A comparar”

Consiste en ordenar las longitudes y compararlas estableciendo relaciones de “mayor que”, “menor que”. Para ello, se pide a cada niño que coja una regleta de cada color, y a continuación que elijan la regleta más pequeña y la pongan encima de la mesa. De las que han quedado, se vuelve a solicitar que cojan la más pequeña y la coloquen a continuación o debajo de la que habían elegido con anterioridad, y así sucesivamente. Si se equivocan al elegir la regleta se le pregunta ¿Qué ha pasado?, y ¿Qué tendrían que buscar ahora, otra más grande o más pequeña?

“A sumar”

Para la realización de este juego, necesitamos cartones con los números del 1 al 10, y cartones o recortes de los signos “+” e “=”. Este juego consiste en introducir la suma a través de las regletas. Para ello, se introducen los signos “+” e “=”, bien recortados o dibujados, en un cartón de tamaño proporcional a las regletas y a los números utilizados.

La demostración del valor del signo “=” se hace poniendo a derecha y a izquierda la misma regleta o el mismo número. Partiendo de la identidad, se retira una regleta y se ponen en su lugar dos juntas que la longitud equivalente. Se pone el número correspondiente. Los números no los podemos juntar como hacemos con las regletas, los uniremos con el



signo “+”, que significa que hay que unir los dos número.

Esta actividad siempre será doble: primero se suma y luego se descompone, para que puedan comprobar la reversibilidad.

“Jugamos al castillo”

Nombre del juego: Juego del castillo

Materiales: Una lámina con los números naturales del 1 al 40.

Número de jugadores: Toda la clase.

Niveles de utilización: Primer ciclo de Primaria

Objetivos: Contar y usar los números. Crear operaciones de sumas y restas.

Descripción y desarrollo:

Una lámina en la que figura un tablero como el que muestra el gráfico.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40

Para cada grupo hay un tablero pero en tamaño reducido.

El tablero se presenta a los niños como un “castillo” que tiene 40 habitaciones. Como son tantas, para poder identificarlas están numeradas. Se les cuenta que algunos números están tapados por un cartoncito y el juego consiste en determinar qué número es el que está tapado por el cartoncito, pero lo tendrán que adivinar mediante una suma o resta de números que se inventen y que de ese resultado. A continuación se organizará la clase en grupos, cada uno con un tablero, y tantos números tapados como jugadores (o el doble sí que remos que jueguen dos veces cada uno). Es interesante que en el reverso del cartoncito, haya un puntaje que se obtiene cuando se adivina. En su turno, cada jugador elige el cuadro que va a identificar, dice o escribe la operación y si es correcto (lo que es establecido por otros niños) gana esos puntos que se irá sumando. Ganará quien más puntos tuviera

2.3 Estrategias de Solares, D., (2006)

Los juegos matemáticos tienen un alto potencial educativo. Cada uno de los que conforman este trabajo fue elegido con el propósito de que los participantes tengan un acercamiento agradable y placentero a diversos contenidos y formas de pensar propias de la matemática.
Los juegos bien elegidos permiten:

- Construir y reafirmar el conocimiento.
- Desarrollar habilidades.
- Promover valores y actitudes positivas.

Mientras los participantes simulan una carrera de caballos desarrollan su pensamiento probabilístico y construyen la idea de que al lanzar dos dados hay números que salen con más frecuencia que otros. Al jugar una partida de dominó de diferencias despliegan su habilidad para abstraer características y clasificar figuras. Cuando quieren obtener el mayor puntaje en el recorrido de un laberinto, elaboran hipótesis sobre los resultados de las operaciones más convenientes y luego tienen la oportunidad de comprobarlas al usar la calculadora. Asimismo, quienes juegan también, desarrollan valores como saber esperar su turno, respetar las reglas del juego, y ser tolerante al fracaso si se pierde.
Los juegos fueron seleccionados de tal manera que, en conjunto, abarquen aspectos importantes de la educación matemática:

- Desarrollar el sentido numérico
- Explorar las formas, el espacio y la medida
- Manejar información

Hay algunos juegos en los que el contenido matemático es el protagonista; en otros, los conocimientos que se requieren son mínimos, y otros más en los que se promueve el razonamiento lógico-matemático.
En la mayoría de las actividades propuestas se necesita material que tú tendrás que preparar con anticipación; en todos los casos, son materiales sencillos de conseguir y construir.
Esperamos que quienes realicen estos juegos se den cuenta de la gran riqueza lúdica y recreativa que tiene la matemática y, sobre todo, que les brinden momentos de diversión y aprendizaje.

2.3.1 “Ensalada de Números”

Objetivo: A reconocer números por alguna de sus características (si son pares o impares, si son mayores o menores que otro número, si son múltiplos o divisores de otro, si el lugar de las decenas o las unidades está ocupado por cierta cifra…).

Materiales: Para cada participante, una tarjeta (tamaño media carta) con un número escrito con plumones gruesos, para que el número de cada uno sea visible para los demás; también pueden usarse cartón o cartulina.

Descripción y desarrollo de la actividad:

En primer lugar, determina un rango numérico adecuado. Para los niños de 6 y 7 años se sugiere hasta el 20; para los de 8 y 9 años puede ser hasta el 50, y para los más grandes, hasta el 100. Varía los números que entregues; no se precisa que vayan en orden. Por ejemplo, si hay 10 participantes, no necesariamente tienes que entregar los números del 1 al 10; pueden ser otros, siempre que se respete el rango numérico.

1. Entrega a cada participante una tarjeta.
2. Pregúntales si saben el nombre del número e invítalos a que lo digan. Si alguno no lo sabe, pide a los otros participantes que le ayuden.
3. Ahora pregúntales: “¿Qué saben del número que tienen?” Cada uno dirá algo sobre su número: si es par o impar, cuántas decenas tiene, qué cifra ocupa el lugar de las unidades, si es múltiplo de algún otro número, etcétera.
4. Forma un círculo de sillas (el número de sillas debe ser una menos que la cantidad de participantes).
5. Invítalos a tomar asiento; uno quedará de pie.
6. Da las instrucciones a los participantes: “El compañero que quedó sin asiento dirá la frase ‘Ensalada de…’ y mencionará alguna característica de los números. Todos los participantes que tengan un número que cumpla con lo que se dijo deberán cambiarse de lugar. En esos momentos, quien está de pie aprovechará para sentarse. El compañero que quede sin asiento será quien ahora diga: ’Ensalada de…’. Si alguien dice: ‘¡Ensalada loca!’, todos deberán cambiar de lugar.”
7. Hagan un ensayo; di: “Ensalada de… ¡números mayores que 6!”. Pide que todos los que tengan números mayores que 6 se cambien de lugar.
8. Aclárales que entre todos deben observar que se cambien de lugar los que deben hacerlo. En caso de que alguien que tenía que cambiarse no lo haga (o, por el contrario, si no tenía que cambiarse y lo hizo), se quedará de pie.
9. Inicia el juego. Cuando notes que alguien que se quedó de pie no puede mencionar la “Ensalada de…”, apóyalo con alguna idea.
10. Después de jugar, organiza una puesta en común. Invita a los participantes a que compartan con todos qué aprendieron, si sabían todas las características de sus números, si se equivocaron alguna vez, en qué se equivocaron…

Es importante reconocer las características de los números. Los números pares son los que terminan en 0, 2, 4, 6 u 8, y los impares, en 1, 3, 5, 7 o 9. El primer lugar de la derecha corresponde a las unidades; el segundo, a las decenas, y el tercero, a las centenas. Los múltiplos de 4, por ejemplo, son 4, 8, 12, 16, 20… Los divisores de 20 son 1, 2, 4, 5, 10 y 20.

¿De qué otra manera lo puedo hacer?

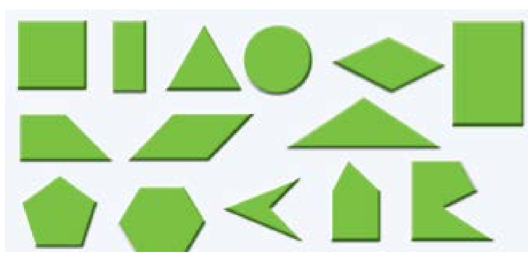
En lugar de jugar con números puedes usar figuras geométricas. Un tamaño adecuado es trazar la figura geométrica tan grande como se pueda en una hoja carta. Pueden ser de cartón, cartulina o *foami*. Te recomendamos que sean todas del mismo color, para que los participantes digan características geométricas y no se fijen en el color. Las ensaladas se pueden hacer por el nombre (cuadrado, triángulo, trapecio…) o por alguna característica (número de lados, paralelismo, perpendicularidad, simetría,…)

2.3.2 Rompecabezas

Objetivo: En este juego, los participantes tendrán que aprender a describir una figura geométrica y su posición con respecto a otras. En cuanto a la figura, pueden decir su nombre (si lo saben) o describirla: número de lados y si son o no del mismo tamaño, ángulos, etc. En el caso de la posición, usarán el vocabulario propio de la ubicación espacial (a la derecha, a la izquierda, arriba, abajo) con relación a otra figura y también la manera en que deben colocarla: sobre uno de los lados largos, como si estuviera apoyada en un vértice, etc.

Materiales: Figuras geométricas de cartulina o *foami* de un tamaño tal que puedan ponerse varias en la mesa en que trabajarán los participantes. Para los niños de 6 y7 años se sugiere usar cuadrados, rectángulos, círculos, triángulos y rombos; para los de 8 y 9 se pueden ya incluir otros cuadriláteros, como romboides y trapecios, y para los mayores, polígonos regulares y cóncavos. Las figuras deben ser todas de un mismo color.

Descripción y desarrollo de la actividad:
Cada participante debe tener un juego de figuras.



1. Pregunta a los participantes: “¿Les gusta armar rompecabezas? ¿Han armado rompecabezas siguiendo las instrucciones que les dé otra persona?”

2. Entrega a cada participante un juego completo de figuras.

3. Indícales que armen una casita. Cuando lo hayan hecho, pídeles que comparen sus trabajos: “¿Todas las casitas son iguales? ¿Todos emplearon las mismas piezas? ¿Qué se necesita hacer para que todas las casitas armadas sean iguales?” Guía la discusión para que los participantes se den cuenta de la importancia de dar instrucciones claras.

4. Organiza al grupo en parejas.

5. Pídeles que se sienten uno frente al otro y que entre ellos pongan un obstáculo (por ejemplo, una mochila) para que no vean lo que está haciendo su compañero.

6. Dales la siguiente consigna: “Uno de ustedes, sin que su compañero(a) lo vea, va a tomar 4 piezas, las que guste, y con ellas va a armar una figura. Después le va a dar las instrucciones a su compañero(a) para que construya la misma figura, con las mismas piezas

colocadas en la misma posición. Cuando terminen, quiten el obstáculo y comparen sus figuras. Si no son iguales, busquen en dónde estuvo el error.”

7. Mientras los participantes juegan, puedes caminar entre las parejas para confirmar que comprendieron las instrucciones; en caso necesario, puedes intervenir planteando preguntas como: “¿Comprendes lo que te dice tu compañero?, ¿por qué sabes que la pieza que tomaste es la que te indicó tu compañero?, ¿estás seguro de que así va colocada?”, etcétera.

8. Cuando una pareja termine, indícales que intercambien los papeles.

9. Repite la actividad las veces que el tiempo lo permita.

Al finalizar organiza una puesta en común; guíala con preguntas como: “¿Fue fácil armar los rompecabezas? ¿Sus figuras siempre quedaron iguales? Cuando no quedaron iguales ¿qué fue lo que pasó?” Permite que los participantes lleguen a conclusiones sobre la necesidad de usar correctamente el vocabulario geométrico (cuadrado, círculo, figura de seis lados, etc.) y de ubicación espacial (derecha, izquierda, etc.)

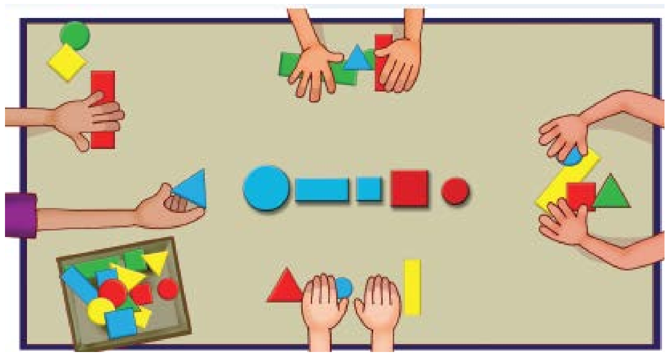
2.3.3 Dominó de diferencias

Objetivo: Se identificaran las características de figuras (forma, color, tamaño), y a realizar abstracciones de características comunes y diferentes de dos objetos (esta habilidad es la base para clasificar).

Materiales: Por equipo, un juego completo de las figuras que se muestran a continuación. Pueden ser de cartulina o *foami* de cuatro colores diferentes; deben ser cuatro formas distintas y dos tamaños (grandes y chicas). Por ejemplo:

Descripción y desarrollo de la actividad:
1. Pregunta a los asistentes: “¿Han jugado dominó? ¿Quién nos platica cómo se juega el dominó?”
2. Después, indica que en esta ocasión jugarán dominó con otro tipo de fichas o piezas.
3. Forma equipos de 2 a 4 integrantes.
4. Entrega a cada equipo un juego de figuras. Indica que deben repartirse las figuras, 6 a cada uno; las demás se colocan a un lado.
5. Cada equipo decidirá la manera de determinar qué integrante iniciará la partida.
6. El primer jugador debe poner una de sus figuras al centro. El que está a su derecha colocará una figura que tenga exactamente dos características diferentes respecto de la que puso su compañero. Por ejemplo, si la primera figura fue un rectángulo grande azul, la segunda podría ser un rectángulo pequeño rojo (es diferente en color y tamaño).

7. Cada participante puede poner su figura a la derecha o a la izquierda de las figuras que ya están colocadas.
8. Si toca el turno de un participante que no tiene una figura adecuada, tomará una de las que no se repartieron; si entre ellas no hay ninguna que le sirva, dirá: “Paso”.
9. Gana quien termine de poner primero todas sus figuras.



¿De qué otra manera lo puedo hacer?

Las variantes pueden ser:

❖ En lugar de que la figura por colocar sea diferente en dos características, puede ser diferente en una sola característica.

❖ Aumentar una característica: figuras gruesas y delgadas. Si son de *foami*, consigue uno que sea más grueso, o pega dos o tres figuras iguales para hacerlas más gruesas.

❖ En lugar de colocar figuras a la derecha o a la izquierda, puede hacerse también arriba o abajo de la figura con la que se inició el juego; en este caso se forma una cruz. (En el ejemplo que se muestra se jugó en cruz y con una característica de diferencia.)

2.3.4 Sim

Objetivo: Desarrollaremos habilidades de visualización de figuras; implícitamente, manejaremos nociones de vértices y lados de un polígono.
Materiales: Por parejas, dibujar en hojas blancas 5 puntos no alineados. Se sugiere denominar los puntos con letras mayúsculas. Cada vez que se inicie un juego deben volverse a dibujar los cinco puntos, dos lápices de colores diferentes (por ejemplo, rojo y azul), uno para cada participante.

Descripción y desarrollo de la actividad:
1. Pregúntales a los participantes: “¿Han jugado timbiriche? ¿Quién nos platica en qué consiste el juego?”

2. Indícales que llevarán a cabo un juego en el que también unirán puntos, pero al contrario del timbiriche: ahora se trata de que no formen una figura (en este caso, que no formen triángulos).

3. Organiza al grupo en parejas.

4. Da las instrucciones a los participantes: “Van a dibujar cinco puntos que no estén en línea. Observen que se puede formar una figura de cinco lados. Lancen una moneda para decidir al azar quién iniciará. Por turnos, cada uno unirá dos puntos (los que quiera). Pierde el que primero forme un triángulo cuyos vértices sean tres de los puntos marcados.”

5. Muéstrales un ejemplo en el pizarrón; pueden pasar a jugar dos participantes para que el resto del grupo observe la dinámica.

6. Indícales que jueguen varias veces y que guarden sus dibujos.

2.3.5 Los números venenosos

Objetivo: identificar múltiplos de un número y repasar diversos contenidos matemáticos (de acuerdo con las preguntas que se les planteen a los que pierden).

Materiales: Un juego de tarjetas con preguntas de matemáticas, acordes a la edad y escolaridad de los participantes; por ejemplo:

Se recomienda que la cantidad de tarjetas sea el doble del número de participantes.

Descripción y desarrollo de la actividad:

1. Pide a los participantes que cuenten en voz alta de 2 en 2 y luego de 3 en 3. Diles que 3, 6, 9, 12 pertenecen a la serie del 3. Coméntales que en esta ocasión jugarán a que los números de alguna serie serán los “números venenosos”.

2. Solicítales a los participantes que se sienten formando un círculo.

3. Indícales que jugarán a “Los números venenosos”, de la siguiente manera: “Yo diré, por ejemplo, el 3. Entonces uno de ustedes empezará a contar ‘1’ y dará una palmada; el de su derecha dirá ‘2’ y palmada; el que sigue, como es 3, dirá ‘¡Pum!’ y no dará una palmada. Luego siguen el 4 y el 5. Como el 6 pertenece a la serie del 3, el jugador dirá ‘¡Pum!” y no dará una palmada y así, sucesivamente.

4. Se hará una prueba para verificar que los participantes comprendieron las instrucciones.

5. Una vez que lo han comprendido, se iniciará el juego. Indícales: “Si alguien se equivoca deberá responder una de las preguntas que traigo en estas tarjetas.”

6. Te recomendamos que, cada vez que se inicie una ronda, los participantes cambien de lugar, para que no siempre les toque el mismo número.

Las variantes pueden ser:

❖ No plantear preguntas, sino que el que se equivoque sale del juego. En este caso el ganador será quien quede al final. Esta variante es conveniente para un grupo no muy numeroso o si los participantes no son muy inquietos.

❖ Dar dos consignas en lugar de una; por ejemplo: “Los números venenosos son los de la serie de 3 y los de la serie del 5”. En este caso tendrán que decir “¡Pum!” tanto en los múltiplos de 3 como en los múltiplos de 5.

❖ Si los alumnos han adquirido cierta familiaridad con los múltiplos o si son de grados superiores, puedes darles consignas como: “Los números venenosos son aquellos que son múltiplos de 3 y también múltiplos de 5”. Esta versión es más difícil, pues está implícita la noción de múltiplos comunes.

2.4 Estrategias de Manuel Fernández (1994)

Ejemplo de uso introductorio del lenguaje físico y sus sucesivas traducciones: Estudio de las unidades decimales de numeración a través del decímetro cubico desmontable.

a) Fase físico-oral

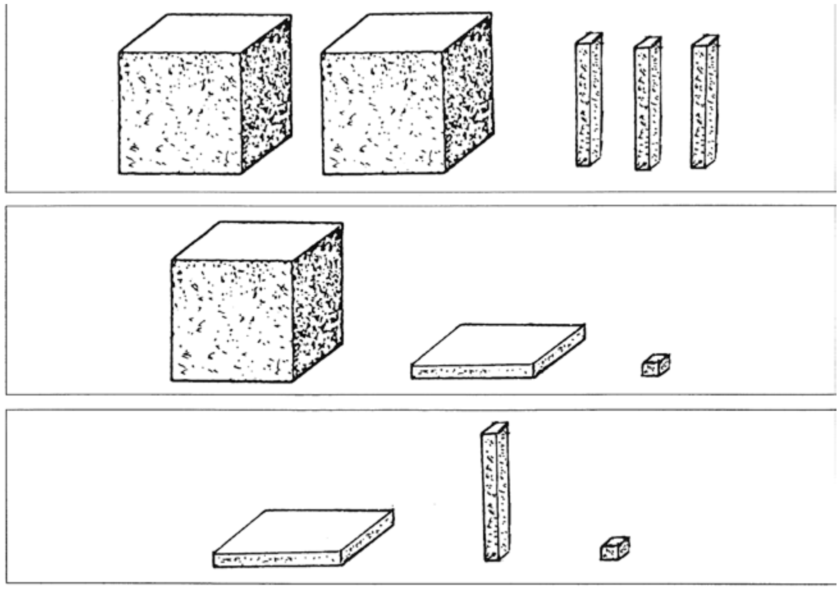
Material: un par de juegos para cada grupo de 3 o 4 alumnos. Otros para el profesor.

Terminología: al decímetro cubico completo se le denomina cubo. A las partes, plancha, barra y cubito.

Los alumnos deben manipular el material hasta que lleguen a descubrir y expresar oralmente con corrección que: una plancha es una décima de un cubo, una barra es una centésima de un cubo, etc.

Los ejercicios consistirán en ver que, por ejemplo, una barra es una décima de una plancha; un cubito es una centésima de una plancha…

O bien tomando como unidad una parte de cubo verbalizar la expresión material correspondiente, tal es el caso representado a continuación;



Pero las actividades no deben acabar aquí. Debe adiestrarse al alumnado en el paso inverso, esto es, proponer muchos y varios ejercicios en los que se pida materializar enunciados como los que, siguen, sobreentendiendo que cada cual es libre de elegir, cuando se dé el caso, la unidad de referencia:

3 unidades y 2 décimas
2 unidades, 2 décimas y 5 centésimas
4 décimas y 3 centésimas
2 unidades y 3 milésimas
10 décimas
5 décimas
15 centésimas
25 milésimas
100 centésimas es lo mismo que 1 unidad
1007 milésimas equivale a 1 unidad y 7 milésimas
200 centésimas es lo mismo que 20 décimas
…

En este proceso surgen conflictos cognitivos entre el alumnado. Cuando consigan superarlos con nuestra ayuda o sin ella, podremos asegurar que las nociones tratadas han sido significativamente aprendidas. Y cuando, más adelante, tengan que efectuar mediciones y anotar pongamos por caso, la medida de un listón de 1m 5mm, escribirán, con la seguridad con que lo hace un carpintero, 1’005m.

b) Fase físico-escrito

El proceso a seguir es igual que el de la fase anterior pero aquí debe darse más autonomía a los alumnos que sean ellos los que propongan los ejercicios, que comenten en voz alta las incidencias y dificultades encontradas…

Debe propiciarse el empleo de otros materiales; por ejemplo, manojos de palillos de dientes de 10 y 100 unidades, para el trabajo con décimas y centésimas; probetas graduadas y agua coloreada, etc. También, aprovechar la creatividad natural de los niños y proponerles que fabriquen otros; por lo menos, para el estudio de décimas y centésimas.

c) Fase del lenguaje gráfico

El decímetro cúbico real y sus partes se sustituyen ahora por buenos dibujos en tamaño real. Debe disponerse de varios juegos e irles mostrando diversas combinaciones para que expresen, oralmente y por escrito, lo que ven.

Constituyen también un buen ejercicio que los alumnos vayan diciendo cantidades, y el profesor vaya enseñando los correspondientes dibujos. Y repetir esta escenificación, actuando sólo los alumnos.

No se le ocultará al lector que le objetivo de esto es aprovechar la ocasión para establecer una comunicación que facilite la construcción del conocimiento, la comprensión verdadera de los conceptos y relaciones.

d) desde el lenguaje físico hasta el simbólico y viceversa

ha llegado el momento de hacer ver que las Matemáticas disponen de una forma más rápida y cómoda de escribir estas cosas. Procede ahora introducir el convenio del uso de la <<coma>> para separar y distinguir las unidades de las unidades decimales.

En esta etapa, hay que ir muy despacio. Es fundamental que, desde un principio, los chicos caminen seguros por esta vía a la abstracción. Se evitara así el que, más tarde- en especial cuando traten con fracciones ordinarias o medidas- comentan errores de difícil erradicación.

Ejemplos de ejercicios:

a) Traduce al lenguaje simbólico:
   - 4 unidades 5 décimas
   - 3 unidades 3 décimas 1 centésima
   - 25 unidades 7 centésimas
   - 7 décimas 5 milésimas
   - 6 centésimas 5 milésimas
   - 9 centésimas
   - 23 milésimas
   - 115 centésimas es lo mismo que 1 unidad y 15 centésimas

   …

b) Expresar con números y palabras:
   - 3’12
   - 3’02
   - 5’005
   - 0’35
   - 0’02
   - 0’003
   - 32’07

   …

c) Materializa y representa con dibujos las cantidades propuestas en los ejercicios anteriores.

Pero… el lenguaje físico sirve para más; otros ejemplos.

Ocurre que una parte muy considerable del profesorado considera, y actúa en consecuencia, que esto de manipular, de intentar que los alumnos <<visualicen>> las relaciones y matemáticos. Sólo es útil cuando de los primeros niveles de la enseñanza se trata. Idea esta tan peregrina, como creer que a un laboratorio de Física sólo es necesario entrar para comprobar la dilatación de los cuerpos al absorber calor, o lo que el genial Arquímedes cuenta que descubrió mientras tomaba un placentero baño.
Creo por lo contrario que casi todos los contenidos matemáticos de la Enseñanza Obligatoria y algunos correspondientes a los Bachilleratos pueden introducirse a través de materiales que, en muchos casos, puede, y es altamente instructivo, diseñarlos y construirlos con nuestros alumnos.
Ejemplos:

A) Redescubrimiento del Teorema de Pitágoras

Material:
Para cada grupo de 3 o 4 alumnos, varios juegos de varillas metálicas finas y difícilmente deformables; unos, con medidas equimultiplos de 3,4 y 5; otros, con medida cualesquiera.
Proceso a seguir;

1) Pedir a los alumnos que construyan triángulos, utilizando sólo las varillas de un mismo juego.

El objetivo primero es, solamente, que lleguen a la conclusión de que <<no siempre se puede formar un triángulo>>. No creo que se deba pretender más, es decir, no se trata de introducir el teorema que afirma que <<Cualquier lado de un triángulo es menor que la suma…>> que, además, no tiene mucho interés.

2) Separar los juegos constituidos por varillas que no cierran triángulos.
3) En una cartulina o chapa de manera, pegar los triángulos rectángulos resultantes.
4) Medir los lados con la mayor precisión posible (la medición y corte de las varillas ha debido hacerse con el máximo rigor) y anotar las medidas.
5) Procede ahora hacer una revisión del trabajo hecho. Habrá casos en que nuestras ternas pitagóricas habrán dejado de serlo, porque las mediciones hechas por los chicos no han sido correctas y, en consecuencia, han de ser corregidas.
6) Una vez hechas y revisadas las correcciones, tabular los resultados, según el modelo adjunto:

3	4	5
6	8	10
…	…	…

A continuación proponer las siguientes cuestiones:

1) Calcular los cuadrados de las medidas de los lados de cada triángulo.

2) Intentar descubrir qué relación existe entre los dos primeros cuadrados y el tercero. (hay que evitar a toda costa que algún alumno conocedor del Teorema, nos chafe el invento).

   Una disposición adecuada de los cálculos, aprovechando, la tabla anterior, es esta:

3	4	5
3^2=9	4^2=16	5^2=25
6	8	10
6^2=36	8^2=64	10^2=100
…	…	…

7) Después del consiguiente debate, proponer la pregunta siguiente:

   ¿Cuál o cuáles de los siguientes enunciados traduce la relación descubierta?

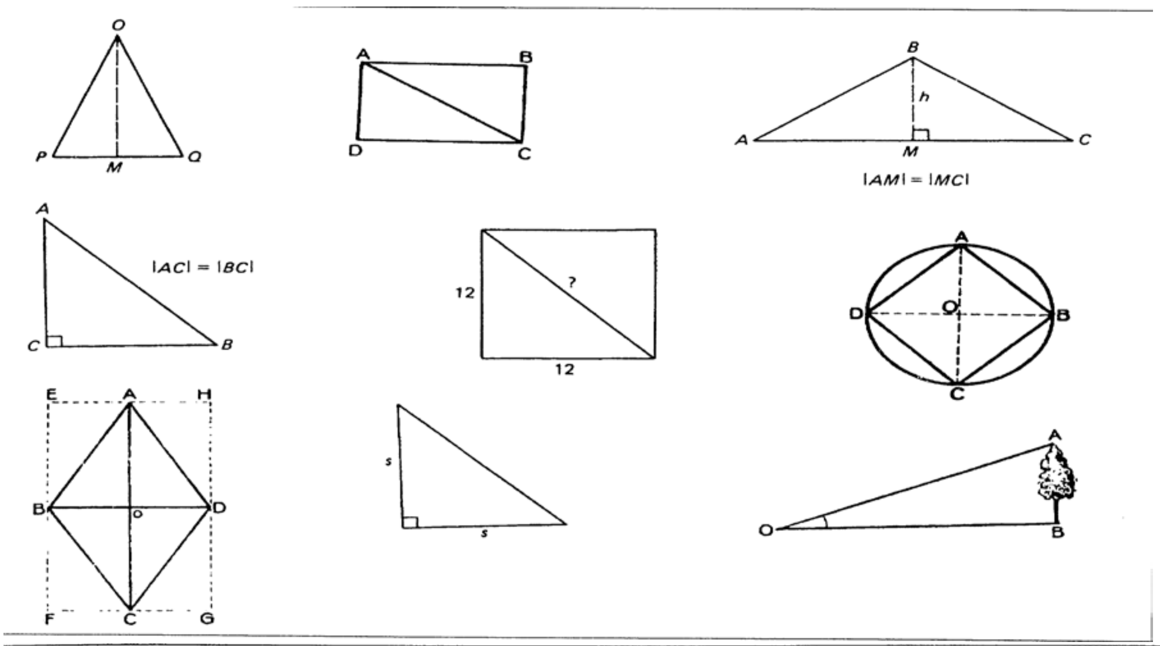
   - La suma de los cuadrados de las medidas de los lados menores de un triángulo, es igual al cuadrado de la medida del lado mayor.
   - En un triángulo rectángulo, el cuadrado de la medida del lado mayor es igual a la suma de los cuadrados de las medidas de los otros dos lados.
   - En cualquier triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de las medidas de los catetos es igual al cuadrado de la medida de la hipotenusa.
   - En todo triángulo rectángulo, el cuadrado de la hipotenusa es igual al cuadrado de la suma d los catetos
   - Si un triángulo rectángulo tiene iguales catetos el cuadrado de su hipotenusa es igual al doble del cuadrado de uno de los catetos

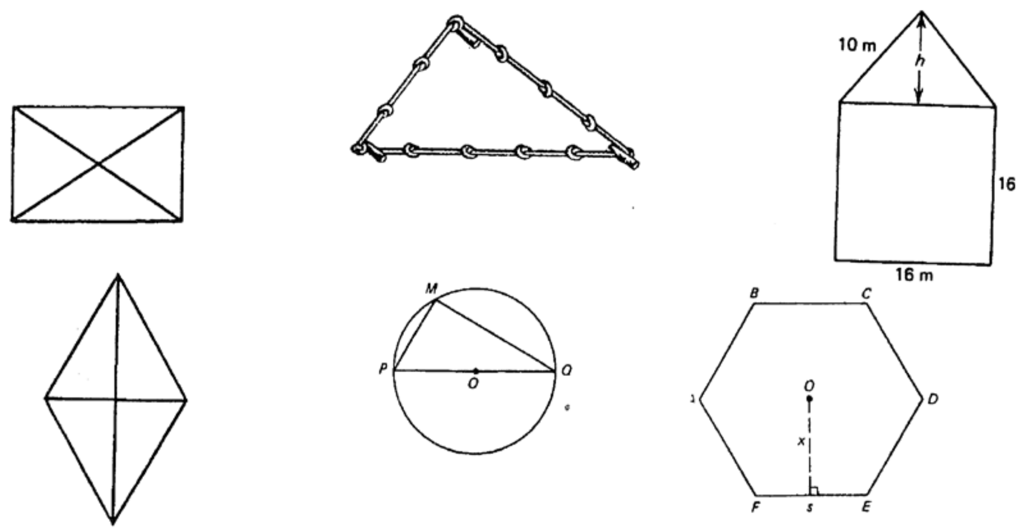
8) El profesor puede ahora hacer alguna referencia a Pitágoras, los pitagóricos, etc., proporcionar alguna bibliografía y proponer al alumnado un sencillo trabajo sobre el tema; por ejemplo, un comentario de texto.

9) El Teorema de Pitágoras suele enunciarse así:

   En todo triángulo rectángulo, la suma de los cuadrados de los catetos es igual al cuadrado de la hipotenusa.

Aplicarlo a los triángulos rectángulos de las figuras que siguen:

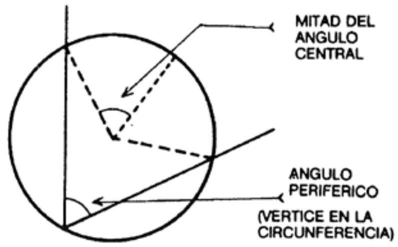




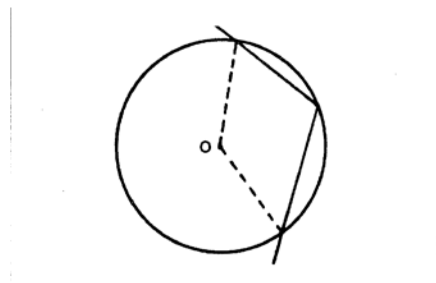
B) Medida de un ángulo periférico (tomando de <<circulando por el circulo>>)
Angulo central es cualquier ángulo con vértice en el centro e un círculo. Sus lados son semirrectas radiales.

El ángulo periférico tiene su vértice en un punto cualquiera de la circunferencia. Sus lados pueden pertenecer a rectas secantes a la circunferencia, o bien, uno a una secante y el otro a una tangente.

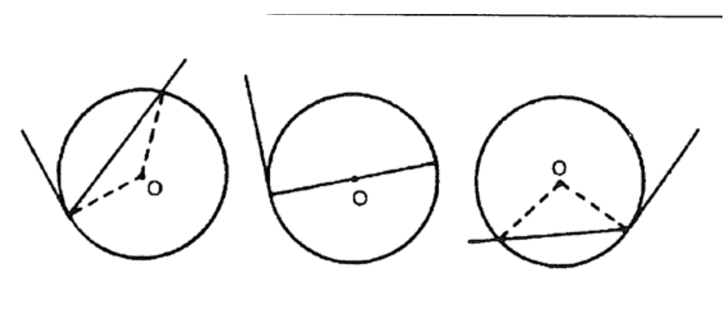
1) Entregar reproducciones en cartulina y en tamaño adecuado de las siguientes figuras:



2) Pedir que recorten el ángulo <<mitad del central>> y lo encajen en el <<periférico>>. ¿Qué relación parece haber entre ambos ángulos?
3) En reproducciones de la figura adjunta, pedir que tracen las bisectrices de los ángulos centrales y procedan como en el apartado anterior (advertir que, como el ángulo periférico es mayor que un recto, le corresponde un ángulo central mayor que un llano).



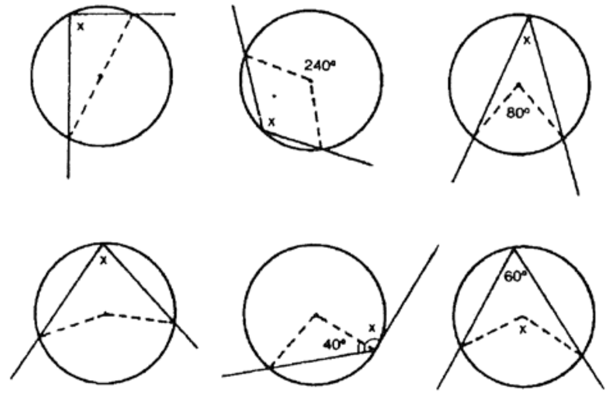
4) En los ángulos periféricos de las figuras que siguen, un lado pertenece a una tangente a la circunferencia; por eso los llamamos <<periféricos tangenciales>>



Los alumnos han de disponer de cartulinas, tijeras instrumentos de dibujo, y proceder como en los casos anteriores.

5) Escribir en palabras la relación entre cualquier ángulo periférico y el central correspondiente.

6) Calcular el valor del ángulo X de cada una de las figuras que siguen:



C) Algunas de las cosas que pueden hacerse con una moneda

1. Medir el diámetro con un calibrador.
2. Medir su espesor.
3. Calcular la superficie de una cara.
4. Determinar, con una probeta, su volumen.
5. Verificar el resultado obtenido en 4, mediante el cálculo.
6. Pesarla.
7. Calcular el peso específico de la aleación de que está hecha.
8. Averiguar cuántas monedas iguales a la dada habría que fundir para llenar el espacio de la clase.
9. Si llenamos la clase de mercurio, ¿Cuántos más pesaría éste bloque obtenido en la fundición de las monedas?
10. ¿Qué presión ejercería el bloque de monedas sobre el piso de la clase? ¿Y el mercurio?

Dibujando y aprendiendo

La poca atención prestada en los últimos años a la Geometría, ha traído aparejado el no aprovechar el enorme potencial del dibujo geométrico como lenguaje aclaratorio y enriquecedor, el no considerar la gran ayuda que puede prestar para:

- Fijar nociones intuitivas a través de otras actividades de aproximación (con geoplanos, recorte de figuras, etc.)

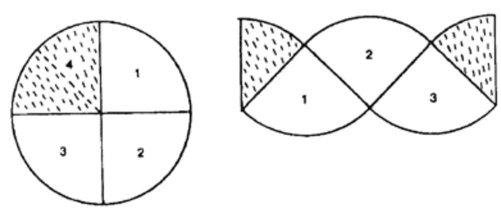
- Llegar, mediante un proceso inductivo, al descubrimiento de nuevas relaciones y propiedades.

- Preparar el camino para que el alumno pueda llegar, más tarde, a expresar, tanto en lenguaje ordinario como en el simbólico, y con la necesaria precisión y concreción, las propiedades y relaciones que tendrá que utilizar en la resolución de problemas geométricos.

- Ejercitarse n la construcción de figuras y, lo que es más importante, adiestrarse en su observación, para descubrir o establecer relaciones, aspecto que debe tratarse detenidamente, ya que es fundamental en el proceso de resolución de problemas de cierta complejidad.

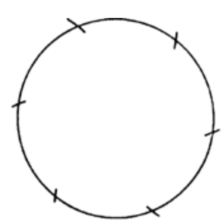
A) **Deducción empírica de la fórmula para calcular el área del círculo.**

1. Dividamos un círculo en 4 partes iguales y dispongamos estos como indica la figura:

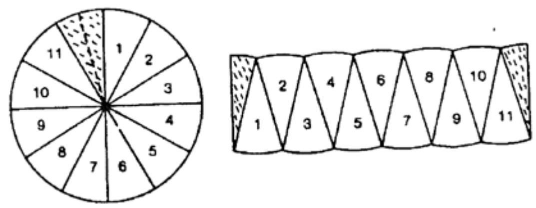


¿Se parece esto a un rectángulo ?Tienes razón; no se parece en nada.

2. Prueba tú, partiendo el círculo en 6 sectores:



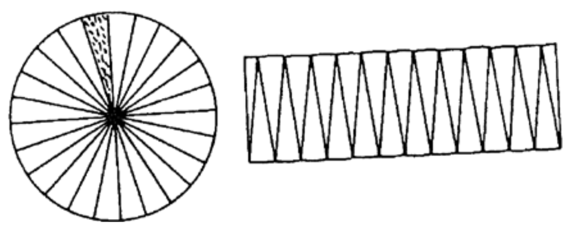
3. Veamos que ocurre con 12 divisores:



4. ¿Y haciendo 15 sectores? Prueba a ver.

5. Antes de seguir, observa esto; la suma de los arcos de arriba(o de los de abajo) es una semicircunferencia, es decir, vale πr ¿Por qué?

6. Por lo que llevamos visto, cuanto mayor es el número de sectores, más se parece a un rectángulo la figura que se obtiene. Veamos el aspecto con 24:



7. Imagina ahora que divides un círculo en muchos, muchísimos sectores iguales. ¿Cómo serían los arcos? Casi como puntos. ¿Verdad? La figura obtenida se asemeja a un rectángulo de πr de largo y r de ancho, por tanto el área.

   $A=\pi r^2$

Por eso empleamos esta fórmula para calcular el área de un círculo.

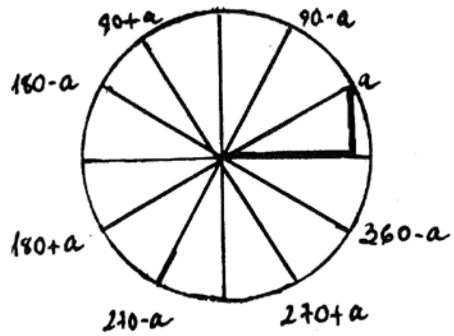
B) Signo y valor del seno (coseno) de ángulos que suman (o difieren en) a^0, con $a<90^0$

Conocidas son las dificultades que encuentra la mayoría de los alumnos para establecer la relación entre las razones de un ángulo en función de las de otro ángulo menor que un recto; esto es, para llegar, pongamos por caso, a escribir

Sen 240^0=-Cos 30^0

El proceso que describo a continuación tiene la estructura expuesta en todo este trabajo: ir <<atacando>> el concepto mediante diversos lenguajes y, una vez realmente interiorizado por los alumnos, pasar a simbólico.

I. Enseñar a la clase un panel en el que aparezcan, tal como muestra la figura, los ángulos indicados, el seno (marcado en verde) del ángulo auxiliar ***a*** y el coseno (en rojo) de dicho ángulo.



II. Los alumnos, utilizando compás y regla, reproducen la figura.

III. A continuación, vamos trazando el seno y coseno de 90-***a***,90+***a***, etc., hasta que vayan viendo que la razón pedida es siempre igual "en tamaño", o sea, en valor absoluto, a la razón o "co-razón" del ángulo auxiliar. Y, en cuanto al signo, depende de que se trate de una abscisa (ordenada) positiva o negativa.

En caso de que la razón o co-razón buscada tenga signo contrario al de la correspondiente razón o co-razón es igual a la "menos razón" o "menos co-razón" de dicho ángulo auxiliar.

Así, por ejemplo:

Sen(270^0-***a***)=-Cos ***a***

cos(270^0-***a***)=-Sen ***a***

IV. Procede luego ir adiestrando al alumnado en casos concretos. Para ello, hay que conseguir que caigan en la cuenta de que para obtener el ángulo auxiliar que restar al dado <<el número de rectos que quede detrás>>, es decir: 90^0, si el ángulo dado está en el segundo cuadrante; 180^0, si está en el tercero; 270^0, si en el cuarto. Por ejemplo, para hallar las razones de 200^0, trabajaremos con 200^0-180^0 =20^0. Es necesario advertirles que si el ángulo auxiliar tiene una magnitud próxima a 45^0, puede haber confusión entre su seno y su coseno, por lo que debe medirse con la mayor precisión posible.

En caso de ejemplo, tenemos:

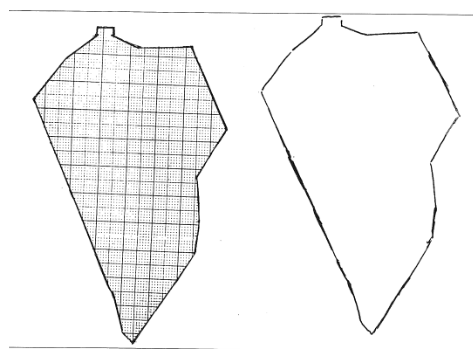
Sen 200^0=-Sen 30^0=-1/2

Cos 200^0=-Cos 30^0= √3/2

Si se insiste en este tipo de ejercitación, llega el momento en que los alumnos no necesitan dibujar la figura; SON CAPACES DE IMAGINARLA.

V. Como ejercicio final, pedir que intenten tabular los valores del seno, coseno y tangente de todos los ángulos relacionados con 30^0 y 60^0, incluidos -30^0 y-60^0, sin ayudarse del dibujo.

C) Tomando medidas da La Palma



El primero de los dibujos anteriores reproduce la forma y extensión (a escala 1:400,000) de La Palma, una de la Islas Canarias.

Pedir a los alumnos que los reproduzcan y contesten el siguiente cuestionario:

1) ¿Cuál es la distancia máxima Norte-Sur?
2) ¿Cuál la Oeste-Este?
3) Calcula el área aproximada de la primera figura.
4) ¿Cuál es la superficie aproximada de la isla?
5) Si el único dato fuera el segundo dibujo, ¿Cómo podrías calcular lo anterior?(Una pista: necesitarías unas tijeras, cartón grueso y una balanza de presión).
6) Calcula el error absoluto y el error relativo de tus dos cálculos. (La extensión de La Palma es 730 km^2)

Hay que mirar la expresión verbal

No es sólo misión nuestra, pero debemos hacer todo lo posible para conseguir de nuestros alumnos un considerable nivel de uso del lenguaje natural para expresar sus descubrimientos, elaborar e interpretar definiciones, enunciar conjeturas y, en definitiva, para que logren alcanzar la necesaria competencia de comunicación y recepción de ideas matemáticas.

Entre otros varios aspectos a tratar al respecto, cabe citar los siguientes:

a) Intentar conseguir el dominio por parte del alumnado de la terminología (términos y expresiones) necesaria- sólo la necesaria- para que el tratamiento de contenidos matemáticos pueda llevarse a término sin dificultades añadidas.

b) Evitar expresiones equívocas. Valgan como ejemplos las que siguen:

<<Máximo común divisor>> y << mínimo común múltiplo>>, que llevan siglos ocasionando errores, y que podrían sustituirse por <<divisor mayor>> y <<múltiplo menor>>, respectivamente. Propongo estas denominaciones y las notaciones usadas en los siguientes ejemplos:**M(4,26)=2**

m(4,26)=52

- <<Cuadrado de una diferencia>>, frasecita que, irremediablemente, llegan a confundir con <<diferencia de cuadrados>>. ¿Por qué no decir <<cuadrado de un binomio diferencia>>? Y, consecuentemente, <<cuadrado de un binomio suma>>.

c) Desterrar el abuso de términos o expresiones sinónimos. ¿De cuántas maneras hemos visto denominar, por ejemplo, a la aplicación biyectiva?

Al respecto, convendría hacer un rastreo en los libros de texto para hacer un listado lo más completo posible de la terminología. Después de un detenido estudio del mismo, proponer la eliminación de sinonimias innecesarias. Tal estudio podría aprovecharse, además, para analizar la coincidencia o no de significado entre términos y expresiones del lenguaje habitual y del matemático.

d) Partir siempre de enunciados verbales, no de operaciones indicadas. He aquí, algunos ejemplos;

1.- Indica y calcula:

- Doble de 756

- Mitad de 75
- Tres cuartos de 600
- Triplo de 27’6…más cuadrado de 8
- Triplo de 27’6 más cuadrado de 8

Los puntos suspensivos traducen la pausa que debe hacerse en la expresión verbal, para distinguir un enunciado de otro. Simbólicamente vienen representados, respectivamente, por la ausencia o no de paréntesis, es decir:

En el primer caso escribimos 3x27’6 +8^2:

En el segundo caso 3 x (27’6 +8^2)

- Cuarta parte de 180 disminuida en la mitad de 18
- Cuarta parte de 180 disminuido en la mitad de 18

…

2.- Si **X** representa el dinero que tengo, simboliza:

- El cuádruplo de lo que tengo
- El doble de lo que tengo…más 1000

…

e) Acostumbrar a los alumnos a que, antes de operar con determinadas expresiones simbólicas, las verbalicen. Por ejemplo, en el siguiente ejercicio:

Dadas las aplicaciones **$f(x)=x^2-3$** y **$g(x)=x+2$,** hallar las fórmulas que definan **f°g**y **g°f.**

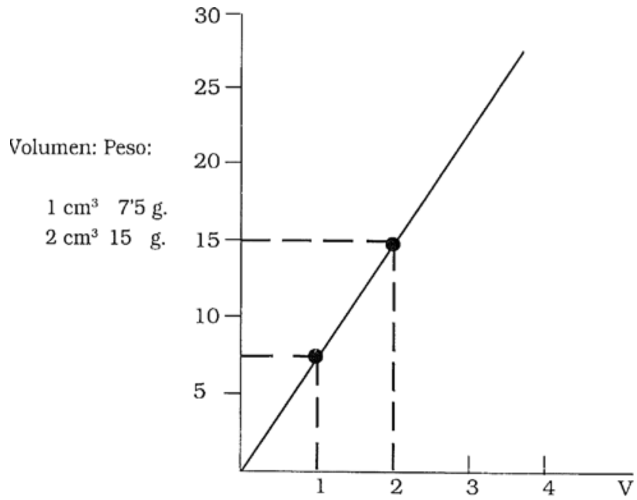
La aplicación **f** consiste en <<elevar al cuadrado y restar 3>>; y **g** es <<sumar 2>>. Entonces, **f°g**es <<cuadrar y disminuir en 3, lo que resulte de añadir 2>>, es decir, **$f°g(x)=(x+2)^2-3=x^2+4x+1$,** por lo contrario,**g°f**supone <<añadir 2, al resultado de cuadrar y restar 3>>, esto es, **$g°f(x)= (x^2-3)+2=x^2-6x+11$**

f) Nos solemos quejar de la mala preparación de los chicos en el uso del lenguaje ordinario, fomentemos los razonamientos verbales en la resolución de ciertos problemas, provoquemos y animemos discusiones en clase, dejemos de ser tan algorítmicamente aburridos.

Dos ejemplos de actividades con graficas

A) Relación volumen-peso.

Entre volumen y el peso hay una relación de proporcionalidad directa. La grafica que ilustra esta relación es una recta. Veamos un ejemplo para el caso del hierro:



Estudia la gráfica y, sin hacer ningún cálculo, contesta:

- ¿Cuál es el peso de 4 cm^3 de hierro?
- ¿Cuál es el volumen correspondiente a 37'5 g?

Elige una escala conveniente para cada eje y, sin hacer cálculos, determina:

- El peso de 45 cm^3 de Fe.
- El volumen correspondiente a 15g.

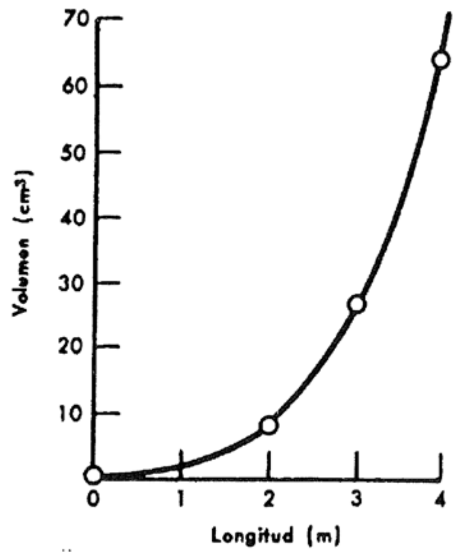
B) Apolo y el cubo

Es imposible duplicar el volumen de un cubo utilizando solamente una regla no graduada y un compás. En relación con este problema, que trajo de cabeza a muchos insignes matemáticos, existe la siguiente leyenda:

<<Una plaga amenazaba a la población de una ciudad griega. Sus habitantes consultaron al Oráculo de Delfos para averiguar qué dios estaba enojado y por qué. La respuesta fue que era Apolo, y que su enfado era debido a que quería que el altar que la ciudad le había dedicado, consistente en un cubo de oro, fuese exactamente el doble de grande>>

El pueblo construyo entonces un nuevo altar, con una arista doble que la del otro…¡ y la plaga empeoro!

¿Crees que este mito tiene algo que ver con la gráfica qué sigue?



CAPITULO 3 REPORTE DE DATOS DE TEST REALIZADOS A ALUMNOS DE BACHILLERATO

En este capítulo se presentan los resultados de un cuestionario de diagnóstico que se aplicó a tres grupos de Bachillerato, elegidos aleatoriamente de la Ciudad de Nogales, Veracruz. Algunas de las preguntas de este cuestionario fueron tomadas de Ortega, J.A. y Ortega, J.F (2002) quienes analizan las deficiencias en el lenguaje matemático con la finalidad de elaborar propuestas a los docentes de matemáticas. El cuestionario tomado de la literatura se modificó para obtener tres versiones de acuerdo al nivel de estudios de cada uno de los grupos de primero, segundo y tercer año de bachillerato con algunas preguntas en común.

En esta primera parte se presentan los datos de cada test individualmente, en la segunda parte se presentan los datos obtenidos de los tres test que tenían las mismas preguntas

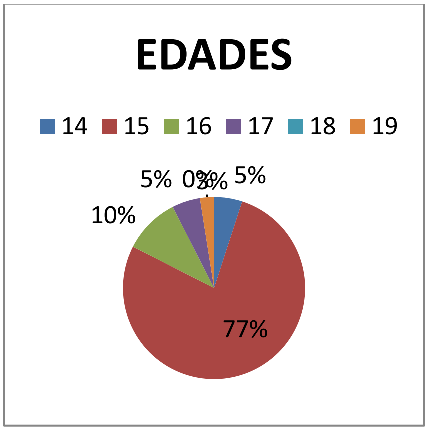
3.1 Metodología

Esta es una investigación de diagnóstico en la que los resultados se analizarán cuantitativamente, mediante gráficas y tablas de los datos, para obtener algunas conclusiones que fundamenten, en un trabajo futuro, recomendaciones didácticas.
La población fue de 123 estudiantes de bachillerato, estuvo conformada por un grupo de primero, otro de tercero y uno más de quinto semestre, cada uno con 41 estudiantes, de un bachillerato de la Ciudad de Nogales, Veracruz. La prueba se aplicó a los estudiantes en el horario de la clase de matemáticas correspondiente y se les notificó que sus respuestas se utilizarían en una investigación de educación matemática sin presentar sus nombres. El tiempo del que dispusieron para responder el test fue de 30 minutos.

A cada grupo se le aplicó un test que contenía símbolos, expresiones y figuras matemáticas que se mostrarán más adelante junto con los resultados. A cada grupo se le aplicó un test de acuerdo al grado de estudios. Los grupos de primero, tercero y quinto semestres se llamarán Grupo 1, 2 y 3 respectivamente y los Test correspondientes también se llamarán Test 1, 2 y 3. Los tres cuestionarios tenían algunas preguntas en común. Dichas preguntas en común y sus respuestas son las que se presentan en la siguiente sección.

3.2 Primera parte Test 1

El test 1 se aplicó al primer grado de bachillerato, con una población de 41 alumnos, 19 fueron hombres y 22 mujeres, la siguiente tabla muestra la edad de los estudiantes de este grupo.



Gráfica 1. Edades de los alumnos de primer semestre

EDAD	*MUJERES*	*HOMBRES*	*TOTAL*
14	*1*	*1*	*2*
15	*17*	*14*	*31*
16	*2*	*2*	*4*
17	*1*	*1*	*2*
18	*0*	*0*	*0*
19	*0*	*1*	*1*
TOTAL	*21*	*19*	*40*

Tabla 1. Edad de los alumnos de primer semestre

Al obtener el promedio de las edades nos damos cuenta que el 77 por ciento de estos alumnos tienen la edad de 15 años, solo una alumna no dio su edad.

PREGUNTA 1

1.- Los símbolos <, >, +, -, *, /, %, π, ≥, ^, =, ≠, ≤, ÷, ±,… Indica los que has visto utilizar y/o has utilizado. También escribe su nombre

SIMBOLO	HOMBRES	MUJERES	TOTAL	PORCENTAJE
<	5	6	11	27 %
>	6	6	12	29%
(+)	19	22	41	100%
(-)	19	20	39	95%
*	18	15	33	80%
/	9	11	20	49%
%	18	22	40	98%
π	11	17	28	68%
≥	0	0	0	0%
(=)	17	21	38	93%
≠	0	1	1	2%
≤	0	0	0	0%
÷	18	20	38	93%
±	6	2	8	19 %

Tabla 2.Cantidad de símbolos correctos y su porcentaje por cada símbolo.

Con esta información nos damos cuenta que los alumnos, tanto hombres como mujeres, no conocen el nombre de los símbolos "≥", "≤" y "≠". Como se esperaba, los símbolos básicos si fueron reconocidos como fue el de la suma, resta, multiplicación, división, e igual. Los símbolos "<",">","/", "≥","≠","≤","±", obtuvieron un porcentaje menor del 50 por ciento, notando que los símbolos en rojo, no obtuvieron ninguna respuesta correcta, y el símbolo en azul solo un dos por ciento.

PREGUNTA 2

2.-¿Cómo se denotan los siguientes conjuntos numéricos?: Reales, Racionales, Enteros, [illegible]

Tabla 2.Cantidad de símbolos correctos y su porcentaje por cada símbolo.

conjuntos anteriores

Tanto hombres como mujeres no pudieron denotar los conjuntos solicitados. De las mujeres, solo una escribió que no entendió la pregunta. Sin embargo, si proporcionaron ejemplos de algunos elementos de estos conjuntos.

CONJUNTOS	MUJERES (10)	HOMBRE (10)	TOTAL (20)	PORCENTAJE
REALES	0	0	0	0%
RACIONALES	1	0	1	2%
ENTEROS	5	6	11	27%
NATURALES	7	6	13	32%

Tabla 3.Cantidad de ejemplos correctos de los 20 alumnos

Nos damos cuenta que, de toda la población, solo 20 dieron ejemplos de elementos de algunos conjuntos, 10 hombres y 10 mujeres. En la tabla 3, se muestra la cantidad de ejemplos correctos que dieron estos estudiantes. Solo un ejemplo de número racional fue correcto, 11 ejemplos de números enteros y 13 de naturales. Con lo anterior vemos que los ejemplos de los enteros y naturales son los que sí tienen identificados. Cabe destacar que si contamos que la población es de 41 alumnos, solo el 27 por ciento dio correctamente ejemplos de enteros, el 32 por ciento ejemplos de naturales, el 2 por ciento racionales, viendo que los porcentajes son menores del 50 %.

PREGUNTA 3

3.- Expresa simbólicamente: “En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.”

POBLACION	CORRECTO	INCORRECTO	TOTAL
HOMBRES	6	13	19
MUJERES	6	16	22
TOTAL	12	29	41

Tabla 4. Cantidad de expresiones simbólicas del Teorema de Pitágoras

De toda la población solo un 29 por ciento expresó simbólicamente el Teorema de Pitágoras. De los cuales el 14.5 % fueron de las mujeres y el 14.5% de los hombres.

Errores más comunes

Diez alumnos no escribieron nada. Dos mujeres expresaron de manera simbólica de la siguiente manera $c^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$, una dibujo un triángulo escaleno, y la otra un triángulo rectángulo poniendo las letras correspondientes al teorema de Pitágoras. Siete solo dibujaron el triángulo rectángulo, de los cuales cinco fueron mujeres y dos hombres. Tres escribieron dándoles valores a los catetos y encontrando la hipotenusa, haciendo el procedimiento correctamente, siendo dos hombres y una mujer. Una mujer escribió $hip^2 = cot^2 + cot?$, una mujer escribió x=a+b, una mujer escribió $x = a + b^2$, un hombre escribió $hip^2 = cot^2 + cot^2$, tres hombres dibujaron triángulos equiláteros, y una mujer escribió $c\frac{2}{h}$.

PREGUNTA 4

4.-Relaciona con su nombre:

$(x-2)^2$	a) trinomio cuadrado perfecto
$(x-2)(x+2)$	b) producto de binomios
$x^2 + 2x + 1$	c) diferencia de fracciones
$\frac{1}{2} - \frac{3}{3}$ d) binomio al cuadrado	

POBLACIÓN	TODAS MAL	TODAS BIEN	DOS ACIERTOS	UN ACIERTO
HOMBRES	0	19	0	0
MUJERES	2	12	7	1

Tabla 5. Cantidad de los resultados obtenidos de hombres y mujeres a la pregunta 4.

Dados los resultados tenemos que el 76 por ciento de la población relacionó correctamente. Todos los hombres contestaron correctamente, en el caso de las ocho mujeres que tuvieron dos o un acierto, se muestra en la siguiente tabla las respuestas obtenidas para cada una de las expresiones algebraicas.

EXPRESIÓN ALGEBRAICA	1	2	3	4	5	6	7	8	TOTAL
(X-2)^2	1	0	0	1	1	1	1	1	6
(X-2)(x+2)	0	0	0	0	0	0	0	0	0
(x^2)+2x+1	0	1	1	0	0	0	0	0	2
(1/2)-(3/3)	1	1	1	1	1	1	1	0	7

Tabla 6. Cantidad de relaciones correctas de las ocho mujeres que tuvieron dos o una relación.

Se observa que el producto de binomios es el que las ocho alumnas no pudieron relacionar con su nombre correctamente, y sólo dos de estas ocho relacionaron correctamente el trinomio cuadrado perfecto con su nombre.

EXPRESIÓN ALGEBRAICA	TOTAL	PORCENTAJE
(X-2)^2	37	90%
(X-2)(x+2)	31	76%
(x^2)+2x+1	33	80%
(1/2)-(3/3)	38	93%

Tabla 7. Cantidad total de relaciones correctas y sus porcentajes de cada relación

En base a la tabla anterior nos damos cuenta que relacionaron correctamente las expresiones algebraicas con su nombre más ya que en todas estas relaciones el porcentaje es mayor al 75 %.

PREGUNTA 5

5.-Explica el significado de las siguientes afirmaciones, diciendo si son ciertas:

$7 > 10$

$2 + 2 = 4$

$\frac{3+1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$

$-10 < -1$

$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$

POBLACIÓN	TODAS MAL	TODAS BIEN	4 ACIERTOS	3 ACIERTOS	2 ACIERTOS	UN ACIERTO	TOTAL
HOMBRES	3	6	6	2	1	1	19
MUJERES	2	7	7	2	3	1	22
TOTAL	5	13	13	4	4	2	41

Tabla 8. Datos obtenidos de la pregunta cinco

De toda la población el 32 por ciento acertó en todas las expresiones, en cuanto a su veracidad, el 12 por ciento obtuvo todas las afirmaciones incorrectas, y el resto entre uno y cuatro aciertos. En el caso de los hombres solo el 15 por ciento contestó correctamente y el de las mujeres el 17 por ciento.

PREGUNTA	MUJERES(13)	HOMBRES(10)	TOTAL
1) 7>10	8	6	14
2) 2+2=4	13	10	23
3) ((3+1)/3)= 1+(1/3)	1	3	4
4) -10<-1	9	6	15
5) (12/24)=(1/2)	10	8	18

Tabla 9. Datos de los estudiantes que contestaron de uno a cuatro afirmaciones correctas

Como podemos notar respondieron correctamente la afirmación dos, la que tuvieron con mayor error es la afirmación 3 tanto hombres como mujeres.

AFIRMACION	TOTAL	PORCENTAJE
1) 7>10	27	66%
2) 2+2=4	36	88%
3) ((3+1)/3)= 1+(1/3)	17	41%

4) -10<-1	28	68%
5) (12/24)=(1/2)	31	76%

Tabla 10. Cantidad de afirmaciones correctas de cada expresión algebraica y sus respectivos porcentajes obtenidos.

Por la tabla 10 nos damos cuenta que la única afirmación con un porcentaje menor al 50% es la afirmación 3, de ahí las demás afirmaciones tuvieron un porcentaje mayor al 50%.

17 alumnos escribieron el significado de las afirmaciones de la siguiente manera;

De la afirmación 1:

6 alumnos escribieron “siete es mayor que diez”
7 alumnos escribieron “siete no es mayor que diez”
1 alumno escribió “el diez es mayor que el siete”
1 alumno escribió que era falsa por que la flecha debería estar al revés.
1 alumno escribió “siete es menor a diez” y dijo que era cierta.

De la afirmación 2:

10 alumnos escribieron “dos más dos es igual a cuatro”
1 alumno escribió que era cierto por lógica
1 solo escribió el resultado es correcto
De la afirmación 3:
1 alumno escribió “3/3 es igual a uno más un tercio”
1 alumno escribió “tres tercios más un tercio es igual a un entero un tercio”
1 alumno escribió “tres más uno entre tres es igual a cuatro, como hay abajo dividiendo un tres se cancela y queda que el uno pasa sumando y se suma con un tercio”
1 alumno escribió “si lo comprobamos si da”
1 alumno escribió “si por que los resultados dan 1.3333”
1 alumno escribió “no porque no se sabe dónde se saca el entero”

De la afirmación 4:

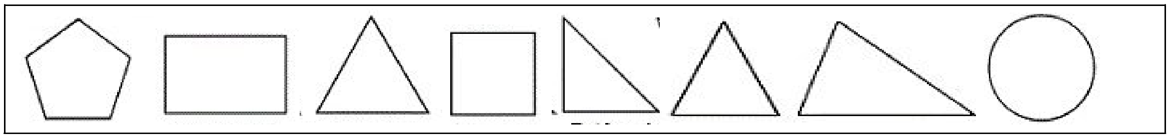
7 alumnos escribieron “-10 es menor que menos uno”
2 alumnos escribieron “el menos uno es mayor que el menos diez”
1alumno escribió “el menos uno no es mayor que el menos diez”
1alumno escribió “el menos diez es mayor que menos uno”
1 alumno escribió “es cierta por que el la gráfica el -1 va antes que el -10”
1 alumno escribió “el uno es menor que el diez”

De la afirmación 5;

2 alumnos escribieron " esta simplificado"
1 alumno escribió "si es lo mismo"
2 alumnos escribieron que "es la mitad"
1 alumno escribió "si es cierto es igual a un medio"
1 alumno escribió "no porque al dividir no da un medio"
5 alumnos escribieron "doce veinticuatroavos es igual a un medio"

PREGUNTA 6

6.- Escribe el nombre de las siguientes figuras:



POBLACION	TODAS MAL	TODAS BIEN	3 ACIERTOS	4 ACIERTOS	5 ACIERTOS	6 ACIERTOS	7 ACIERTOS	TOTAL
HOMBRES	0	0	0	5	1	11	2	19
MUJERES	0	1	1	5	4	6	5	22
TOTAL	0	1	1	10	5	17	7	41

Tabla 11.Cantidad de respuestas correctas de la pregunta 6

De la población ningún hombre tuvo todas correctas, la mayoría de los alumnos escribió correctamente 6 figuras geométricas con su nombre, solo una mujer contesto correctamente todo el ejercicio.

FIGURA	MUJERES(22)	HOMBRES(19)	TOTAL	PORCENTAJE
PENTAGONO	20	19	39	95%
RECTANGULO	22	19	41	100%
EQUILATERO	3	2	5	12%
CUADRADO	22	19	41	100%
T.RECTANGULO	8	3	11	27%
ISOCELES	13	13	26	63%
ESCALENO	12	12	24	59%
CIRCULO	22	19	41	100%

Tabla 12. Cantidad correctas de la figura geométrica con su nombre y su porcentaje correspondiente

En base a los datos obtenidos de la tabla 12 teneos que los alumnos no nombraron correctamente el triángulo equilátero y el triángulo rectángulo con un porcentaje del 12% y 27% respectivamente. Observando que las figuras geométrica como el cuadrado, rectángulo y círculo obtuvieron el 100 %, como era de esperarse ya que son figuras geométricas básicas que se ven desde la primaria.

Errores más comunes

No escribieron el nombre de los triángulos correctamente saben que es un triángulo pero no saben cuál es, una alumna dejo en blanco la figura geométrica del pentágono, una alumna escribió romboide en la figura del pentágono.

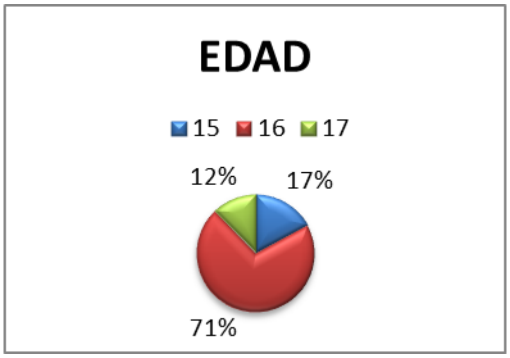
3.2.1 Conclusiones del test 1

De una población total de 123 alumnos, solo 41 son de primer semestre, de los cuales 19 son hombres y 22 mujeres, teniendo un promedio de edad de 15 años. Los símbolos básicos de suma, resta, multiplicación y división fueron identificados correctamente por la mayoría de estos alumnos y los símbolos "≥" y"≤" no fueron reconocidos por ningún alumno. Ningún alumno de la población pudo denotar los conjuntos de números reales, enteros, racionales y naturales, y solo 10 alumnos dieron ejemplos de elementos de estos conjuntos, siendo los naturales el conjunto que obtuvo el mayor porcentaje de éstos y para los reales no dieron ningún ejemplo. Solo el 27 por ciento de la población pudo expresar simbólicamente el Teorema de Pitágoras, los resultados nos sorprenden ya que este tema se ve desde la secundaria y además se debe de estudiar para su examen de ingreso al bachillerato. El 76 por ciento de toda la población relacionó correctamente las expresiones algebraicas con su nombre las cuales eran: el trinomio cuadrado perfecto, binomio al cuadrado, diferencia de fracciones y producto de binomios. La pregunta cinco en la cual se les pedía afirmar si las expresiones algebraicas mencionadas eran ciertas o falsas, el 12 por ciento contestó incorrectamente el ejercicio. Solo 14 alumnos escribieron el significado de estas expresiones, de éstos, pero sólo 10 alumnos lo hicieron correctamente, lo cual representa el 24% de toda la población. De la pregunta seis en la que se pide que se escriba el nombre de la figura geométrica dada, tanto hombres como mujeres no distinguieron el triángulo equilátero ni el triángulo rectángulo con un 12 % y 27% de aciertos respectivamente, como era de esperarse, identificaron correctamente al círculo, al rectángulo y al cuadrado.

De lo anterior concluimos que los alumnos de primer semestre no pudieron denotar los conjuntos de reales, naturales, racionales y naturales, nos dimos cuenta que no pudieron expresar simbólicamente el teorema de Pitágoras y que los alumnos no escribieron el nombre correcto del triángulo rectángulo y equilátero, esto tal vez se deba que los alumnos no prestaran atención cuando se dio el tema, que sus profesores no les dieran el tema o simplemente que no comprendieron los conceptos mencionados en los que fallaron.

3.3 Segunda parte Test 2

Test 2 con una población de 41 alumnos, de los cuales 19 son hombres y 22 mujeres, la siguiente tabla muestra la edad de los alumnos de tercer semestre de bachillerato.



Gráfica 2. Edades de los alumnos de tercer semestre

EDAD	MUJERES	HOMBRES	TOTAL
15	5	2	7
16	16	13	29
17	1	4	5
TOTAL	22	19	41

Tabla 13. Edades de los alumnos de tercer semetre

Nos damos cuenta que en este grupo el 71 por ciento de la población tiene 16 años de edad.

PREGUNTA 1

1.-Los símbolos <, >, +, -, *, /, %, π, ≥, ^, =, ≠, ≤, ÷, ±, ∞,… Indica los que has visto utilizar y/o has utilizado. También escribe su nombre.

SIMBOLO	HOMBRES	MUJERES	TOTAL	PORCENTAJE
<	9	9	18	44%
>	8	8	16	39%
(+)	18	21	39	95%
(-)	18	19	37	90%
*	17	18	35	85%
/	12	15	27	66%
%	18	20	38	93%
Π	14	17	31	76%
≥	1	0	1	2%
^	10	12	22	54%
(=)	15	16	31	76%
≠	3	9	12	29%
≤	0	0	0	0%
÷	15	18	33	80%
±	6	9	15	37%
∞	18	20	38	93%

Tabla 14. Cantidad de símbolos escritos correctamente y su porcentaje

Con esta información nos damos cuenta que los alumnos, tanto hombres como mujeres, no conocen el nombre del símbolo, “≤”. Como se esperaba, los símbolos básicos si fueron reconocidos como fue el de la suma, resta, multiplicación, división, e igual. Los símbolos “≥”,“<”,”>”,”≠”,”±”, obtuvieron un porcentaje menor del 50 por ciento, notando que el símbolo en azul solo un dos por ciento.

PREGUNTA 2

2.- ¿Cómo se denotan los siguientes conjuntos numéricos?: reales, racionales, enteros, naturales. Da algunos elementos que pertenezcan, y otros que no, a cada uno de los conjuntos anteriores.

De la población femenina 13 no respondieron la pregunta y 9 dieron ejemplos, aunque no todos bien.

De la población de los hombres solo tres escribieron algún ejemplo y 16 no respondieron esta pregunta.

Tanto hombres como mujeres no justificaron su respuesta.

CONJUNTOS	MUJERES	HOMBRE	TOTAL	PORCENTAJE
REALES	1	1	2	5%
RACIONALES	1	3	4	10%
ENTEROS	3	1	4	10%
NATURALES	1	0	1	2%

Tabla 15 Cantidad de ejemplos correctos dados por 12 alumnos.

Nos damos cuenta que, de toda la población, solo cuatro alumnos dieron ejemplos de racionales y enteros, dos de reales y uno de naturales. Lo cual es un porcentaje mínimo si consideramos que son estudiantes de segundo año de bachillerato. Haciendo una comparación con los resultados obtenidos en la misma pregunta del test 1, los alumnos del primer semestre obtuvieron mejores resultados.

PREGUNTA 3

3.- Expresa simbólicamente que: "En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos."

POBLACIÓN	CORRECTO	INCORRECTO	TOTAL
HOMBRES	8	11	19
MUJERES	7	15	22
TOTAL	15	26	41

Tabla 16. Cantidad de alumnos que expresaron simbólicamente el Teorema de Pitágoras

Nos damos cuenta que el 63 por ciento de la población contestó incorrectamente, de los cuales el 26 % es de los hombres y el 37 % de las mujeres, en comparación con los alumnos del test 1, disminuyó en un 10% el porcentaje de respuestas incorrectas.

Errores más comunes

1alumno escribió el enunciado tal y como estaba.
1 alumno escribió "estoy mal"
1 alumno escribió $h = \frac{c.op}{c.ady}$
1 alumno escribió $c^2 = a + b$

PREGUNTA 4

4.-Relaciona con su nombre:

$(x - 2)^2$	a) fórmula general
$(x-2)(x+2)$	b) trinomio cuadrado perfecto
$x^2 + 2x + 1$	c) ecuación lineal
$\frac{1}{2} - \frac{3}{3}$	d) producto de binomio
$x + 2 = 40$	e) diferencia de fracciones
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	f) binomio al cuadrado

POBLACION	TODAS MAL	TODAS BIEN	4 ACIERTOS	3 ACIERTOS	2 ACIERTOS	UN ACIERTO	TOTAL
HOMBRES	1	4	7	4	2	1	19
MUJERES	2	5	7	4	3	1	22
TOTAL	3	9	14	8	5	2	41

Tabla 17. Cantidad de respuestas correctas a la pregunta 4

De toda la población solo el 22 por ciento contesto correctamente todos los incisos, el 7 por ciento todos mal y el resto en un rango de uno a cuatro aciertos.

EXPRESIONES ALGEBRAICA	TOTAL	PORCENTAJE
(X-2)^2	29	71%
(X-2)(x+2)	11	27%
(x^2)+2x+1	21	51%
(1/2)-(3/3)	36	88%
y=x+2	18	45%
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	32	78%

Tabla 18. Relaciones correctas de las expresiones algebraicas y su respectivo porcentaje

Mediante los datos obtenidos de la tabla anterior, el producto de binomios y la ecuación lineal son las que tuvieron u porcentaje menor al 50 %, de las demás expresiones las relaciones fueron satisfactorios ya que tienen un porcentaje mayor al 50%, pero cabe destacar que en ninguna de las relaciones se obtuvo un 100 %.

PREGUNTA 5

5.-Explica el significado de las siguientes afirmaciones, diciendo si son ciertas o no:

$7 > 10$

$2 + 2 = 4$

$\frac{3+1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$

$-10 < -1$

$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$49i

$1^0 = 0$

$$\frac{1}{0} = 0$$

POBLACIÓN	TODAS MAL	TODAS BIEN	6 ACIERTOS	5 ACIERTOS	4 ACIERTOS	3 ACIERTOS	DOS ACIERTOS	TOTAL
HOMBRES	3	1	1	5	6	2	1	19
MUJERES	3	2	4	5	4	2	2	22
TOTAL	6	3	5	10	10	4	3	41

Tabla 19. Datos obtenidos de la pregunta cinco

Solo el 7 por ciento de la población tuvo todas las afirmaciones bien, el 15 por ciento todas mal y el resto en un rango de dos a seis aciertos.

AFIRMACIONES	HOMBRES (15)	MUJERES (17)	TOTAL(32)
1) 7>10	12	15	27
2) 2+2=4	15	16	31
3) ((3+1)/3)= 1+(1/3)	6	10	16
4) (-10<-1)	9	11	20
5) (12/24)=(1/2)	11	13	24
6) (1^0)=0	8	8	16
7) (1/0)=0	1	2	3

Tabla 20. Cantidad de afirmaciones correctas de 32 alumnos que tuvieron entre dos y seis aciertos.

Como podemos ver, tanto hombres como mujeres tuvieron mal la última afirmación y la afirmación tres, nos sorprendió que tuviéramos pocos aciertos en esta pregunta ya que son expresiones básicas.

De la población de mujeres 18 no escribieron el significado, y las tres que escribieron el significado lo hicieron erróneamente y una mujer escribió el significado pero erróneamente.

AFIRMACIONES	TOTAL	PORCENTAJE
1) 7>10	30	73%
2) 2+2=4	34	83%
3) ((3+1)/3)= 1+(1/3)	19	46%
4) (-10<-1)	23	56%
5) (12/24)=(1/2)	27	66%
6) (1^0)=0	19	46%
7) (1/0)=0	6	15%

Tabla 21.Total de afirmaciones correctas y su respectivo porcentaje

Basándonos en los resultados de la tabla 22 vemos que, la afirmación 7 es la menos contestada correctamente con un 15%, de ahí tendríamos la afirmación 6 con un 19 % y finalmente la afirmación 3 con un 46 %, las demás afirmaciones tuvieron un porcentaje mayor al 50 %, pero ninguna afirmación obtuvo un 100 %.

Errores más comunes

Afirmación 1:

2 alumnos escribieron “10 es mayor que siete”
1 alumno escribió “siete no es mayor que diez”
1 alumno escribió “siete menor que diez”

Afirmación 2:

Tres alumnos escribieron “dos más dos igual a cuatro”
Afirmación 3:
Un alumno escribió “3/3=1 + 1/3=1 1/3”
Un alumno escribió “ $\frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}, un\ entero\ tiene\ tres\ tercios\ y\ simplificando\ sobra\ un\ tercio$”

Afirmación 4:

Un alumno escribió “cierta ya que las centésimas son más pequeñas que las decimas”
Un alumno escribió “si por que tiene más negativos el -10 y por lo tanto es menor -1”
Un alumno escribió “-10 no equivale a -1”

Afirmación 5:

Un alumno escribió “es cierta porque es equivalente”
Un alumno escribió “si porque la mitad de 24 es 12 y si 24 es un entero es igual”
Un alumno escribió “al sacar cuadrado o raíz cuadrada”

Afirmación 6;

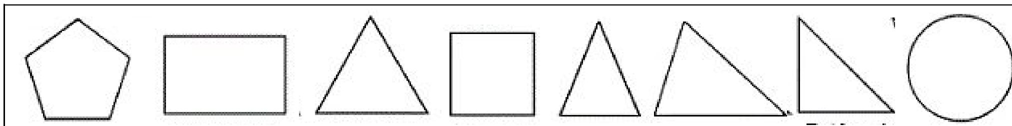
Un alumno escribió “no es cierta creo que da uno”
Un alumno escribió “$1^{0} es\ mayor\ que$ 0”
Un alumno escribió “el primero es igual a 1”

Afirmación 7:

Una alumna escribió “si porque 1/0=0 todo numero por cero es cero”

PREGUNTA 6

6.- escribe el nombre de las siguientes figuras:



POBLACION	TODAS BUENAS	TODAS MALAS	7 BIEN	6 BIEN	5 BIEN	4 BIEN	3 BIEN	2 BIEN
HOMBRES	3	0	3	4	6	2	1	0
MUJERES	3	0	4	3	6	3	2	1
TOTAL	6	0	7	7	12	5	3	1

Tabla22 Se muestran la cantidad de asignaciones de nombre a las figuras geométricas de la pregunta 6

Solo el 15 % de la población obtuvo correctamente el ejercicio escribiendo correctamente el nombre de todas las figuras geométricas, y el resto de la población tuvo entre uno y siete aciertos correctos.

FIGURA	MUJERES	HOMBRES	TOTAL	PORCENTAJE
1.-PENTAGONO	18	17	35	85%
2.-RECTANGULO	21	19	40	98%
3.-EQUILATERO	9	7	16	39%
4.-CUADRADO	22	19	41	100%

5.-ISOCELES	11	12	23	56%
6.-ESCALENO	8	7	15	37%
7.-T. RECTANGULO	8	10	18	44%
8.-CIRCULO	22	19	41	100%

Tabla 23. Cantidad de respuestas correctas por cada figura y su respectivo porcentaje

Tanto hombres como mujeres no contestaron correctamente la figura 3, 6 y 7 con un porcentaje del 39, 37 y 44 por ciento respectivamente de la población de 41 alumnos, nos damos cuenta que las figuras 4 y 8 tuvieron un 100 %, las demás figuras obtuvieron un porcentaje mayor al 50 %.

Errores más frecuentes

De los 35 alumnos los errores más comunes es que no distinguen los tipos de triángulos, saben que son triángulos pero no cuales son.

Dos alumnos no escribieron nada en la figura del pentágono.
Un alumno no escribió nada en la figura del rectángulo.
Un alumno escribió en la figura del pentágono “se me olvido”
Un alumno escribió en la figura del pentágono “rombo” y otro “heptágono”

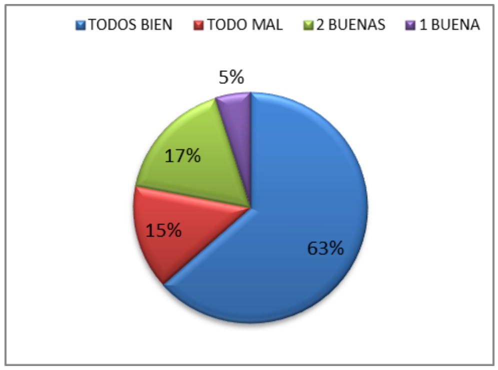
PREGUNTA 7

7.-escribe el nombre de los siguientes ángulos

De la muestra de las mujeres 15 respondieron correctamente a los tres ángulos, 5 respondieron incorrectamente todo, y dos solo tuvieron un error el del ángulo agudo.

POBLACIÓN	TODOS BIEN	TODO MAL	2 BUENAS	1 BUENA
HOMBRES	15	5	2	0
MUJERES	11	1	5	2
TOTAL	26	6	7	2

Tabla 24.Respuestas correctas de la pregunta siete



Gráfica 3. Respuestas correctas a la pregunta 7

Dado los datos de la tabla 24, notamos que, el 63 % de la población obtuvo el ejercicio correctamente, el 14 % todo el ejercicio incorrecto y el reto de la población una o dos aciertos correctos.

De la muestra de los hombres 11 contestaron correctamente todo, uno todo incorrecto y los otros siete se muestra en la tabla 25 siguiente:

ANGULO	1	2	3	4	5	6	7	TOTAL
AGUDO	0	1	0	1	1	1	1	5
OBTUSO	0	0	1	0	0	0	1	2
LLANO	1	1	1	1	0	1	0	5

Tabla 25 Resultados de los 7 hombres que obtuvieron entre una y dos respuestas correctas

De los resultados obtenidos vemos que el ángulo obtuso son los que los siete alumnos no escribieron correctamente.

ANGULO	TOTAL	PORCENTAJE
AGUDO	31	76%
OBTUSO	28	68%
LLANO	31	76%

Tabla 26. Total de respuestas correctas de cada ángulo y su respectivo porcentaje

Como se muestra en la tabla anterior, vemos claramente que el porcentaje obtenido es mayor del 50 %, pero en ninguno de los casos obtuvo un 100%, estos ángulos se ven desde la secundaria, se repasan el primer año de bachillerato.

Errores más comunes

Un alumno escribió en el ángulo agudo “llano”

Un alumno escribió en el ángulo recto “llano”

Dos alumnos escribieron en el ángulo obtuso “llano”

3.3.1Conclusiones del test 2

El 76% de esta población tiene una edad de 16 años, de la pregunta dos el cual nos pide denotar los conjuntos de reales, enteros, racionales y naturales ninguno de los alumnos justifico su respuesta y como notamos solo 12 alumnos escribieron los ejemplos de cada conjunto, cabe señalar que no todos los ejemplos dados fueron correctos. De la pregunta tres, en la cual se pedía expresar simbólicamente el Teorema de Pitágoras nos damos cuenta que el 53 por ciento de la población contesto incorrectamente esta pregunta.De la pregunta cuatro, en la cual se pedía relacionar las expresiones algebraicas dadas con su nombre, las expresiones algebraica siguientes el producto de binomios y la ecuación lineal fueron las que no contestaron correctamente, como notamos solo la diferencia de fracciones, formula general y binomio al cuadrado obtuvieron un porcentaje mayor al 50 por ciento de toda la población, De la pregunta cinco, donde el alumno debía de afirmar si eran ciertas o falsas las expresiones algebraicas dadas, solo el 7 por ciento de la población tubo todas las afirmaciones bien De la pregunta seis, la cual trataba de poner el nombre correcto a las figuras geométricas dadas, solo el 14 por ciento de la población obtuvo todas bien, las figuras que no respondieron satisfactoriamente fueron el triángulo equilátero, escálelo y rectángulo. De la pregunta siete, en la cual se daba el ángulo y se pedía escribir su nombre, en base a los datos notamos que, el 63 % de la población obtuvo el ejercicio correctamente.

En base a los datos obtenidos, vemos que los alumnos tienen deficiencia en recordar las figuras geométricas, como los tipos de triángulos donde estos alumnos tuvieron problemas, el no poder denotar los conjuntos de reales, enteros, naturales e irracionales.

3.4 Tercera parte test 3

Del test 3 de una población de 41 alumnos, hay 24 hombres y 17 mujeres.

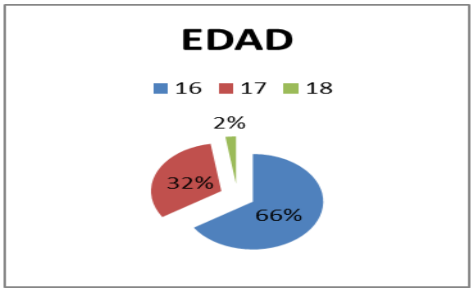


Grafico 4. Edades de los alumnos de quinto semestre

EDAD	MUJERES	HOMBRES	TOTAL
16	16	11	27
17	1	12	13
18	0	1	1
TOTAL	17	24	41

Tabla 27. Edades de los alumnos de quinto semestre

Vemos que le 66 por ciento de la población tienen una edad de 16 años, con un 32 por ciento de 17 y tan solo con un 2 por ciento los de 18 años.

PREGUNTA 1

1.- Los símbolos <, >, +, -, *, /, %, π, ≥, ^, =, ≠, ≤, ÷, ±, ∞,… Indica los que has visto utilizar y/o has utilizado. También escribe su nombre.

Debemos notar que una alumna no contesto nada, así la muestra de las alumnas seria de 16

SIMBOLO	HOMBRES	MUJERES	TOTAL	PORCENTAJE
<	16	11	27	66%
>	16	11	27	66%
(+)	24	16	40	98%
(-)	24	16	40	98%
*	21	15	36	88%
/	23	15	38	93%
%	23	16	39	98%
π	21	16	37	90%
≥	12	8	20	49%
^	20	15	35	85%
(=)	24	15	39	98%
≠	20	14	34	83%
≤	11	9	20	49%
÷	23	13	36	88%
±	20	12	32	78%
∞	22	16	38	93%

Tabla 28. Cantidad de aciertos correctos de cada símbolo y su porcentaje.

Como podemos notar el símbolo $\leq$ y $\geq$ son los que menos recuerdan se supuso que aquí todos los alumnos tendrían bien estos símbolos ya que como ellos eligen en este semestre su área deberían tener estos conocimientos bien arraigados. Cabe señalar que ningún símbolo obtuvo el 100%.

PREGUNTA 2

2.- ¿Cómo se denotan los siguientes conjuntos numéricos?: reales, racionales, enteros, naturales. Da algunos elementos que pertenezcan, y otros que no, a cada uno de los conjuntos anteriores.

CONJUNTOS	MUJERES	HOMBRE	TOTAL	PORCENTAJE
REALES	6	3	9	22%
RACIONALES	4	1	5	12%
ENTEROS	7	3	10	24%
NATURALES	5	0	5	12%

Tabla 29 Ejemplos de los conjuntos mencionados

De los hombres solo tres escribieron los conjuntos, escribiendo solo el conjunto de los naturales. De las mujeres ninguna denoto los conjuntos.

Como notamos solo 12% de los alumnos respondieron los ejemplos que se pedían en el ejercicio, lo cual es un 29 por ciento de la población y de esta el que los alumnos dieron más ejemplos es de los enteros y reales con un porcentaje del 24 y 22 por ciento respectivamente, de los racionales y naturales solo el 12 por ciento de la población dio ejemplos correctos.

PREGUNTA 3

3.- Expresa simbólicamente que: "En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos."

POBLACION	CORRECTO	INCORRECTO	TOTAL
HOMBRES	10	14	24
MUJERES	7	10	17
TOTAL	17	24	41

Tabla 30. Cantidad de alumnos que expresaron simbólica del Teorema de Pitágoras

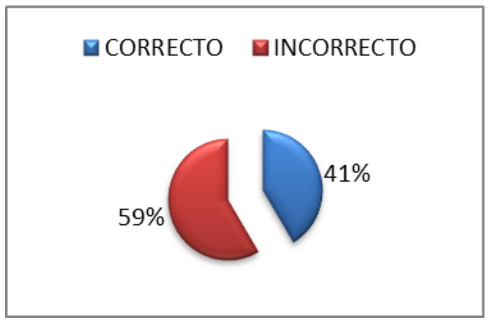


Grafico 5.Porcentaje de alumnos que expresaron simbólica del Teorema de Pitágoras

En base a los datos el 59 por ciento de la población contesto incorrectamente, del cual el 34 % es de los hombres y el 25 % de las mujeres. El porcentaje de este test con respecto a los anteriores, es menor.

Errores frecuentes

1 alumno escribió "hip= (cat.op)(cat.ady)"

2 alumnos escribieron "$h^2 = c^2 + c^2$"

8 alumnos escribió "$h = \sqrt{ca^2 + ca^2}$"

1 alumno escribió "$h^2 = \sqrt{c1^2 + c2^2}$"

3 alumnos escribieron "$h = \sqrt{co^2 + ca^2}$"

2 alumnos escribieron "hipotenusa =$c1^2 + c2^2$"

PREGUNTA 4

4.-Relaciona con su nombre:

$(x-2)^2$	a) formula general
$(x-2)(x+2)$	b) trinomio cuadrado perfecto
x^2+2x+1	c) ecuación lineal
$x^2+x^2=1$	d) binomio al cuadrado
$\frac{1}{2}-\frac{3}{3}$	e) productos de binomios
$x+2=40$	f) diferencia de fracciones
$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	g) ecuación de la circunferencia

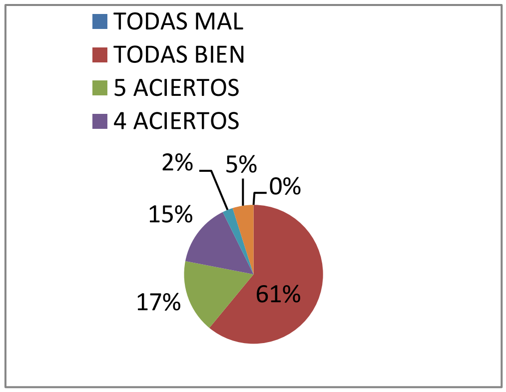
POBLACIÓN	TODAS MAL	TODAS BIEN	5 ACIERTOS	4 ACIERTOS	3 ACIERTOS	2 ACIERTOS	TOTAL
HOMBRES	0	13	3	5	1	2	24
MUJERES	0	12	4	1	0	0	17
TOTAL	0	25	7	6	1	2	41

Tabla 31. Datos obtenidos de la pregunta 4

Como podemos notar el 61% obtuvo correcto todo el ejercicio, el resto de la población entre un rango de dos a cinco relaciones correctas.

EXPRESION ALGEBRAICA	MUJERES (5)	HOMBRES (11)	TOTAL(16)
(X-2)^2	2	8	10
(X-2)(x+2)	3	4	7
(x^2)+2x+1	2	2	4
(x^2)+(y^2)=1	5	3	8
(1/2)-(3/3)	2	11	13
40=x+2	3	4	7
$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$	2	9	11

Tabla 32 Relaciones correctas de los 16 alumnos que tuvieron entre dos y cinco aciertos



Grafica 6. Porcentajes correctos de los 16 alumnos que tuvieron entre dos y cinco aciertos

Como nos damos cuenta la que no pudieron relacionar fue la de la ecuación cuadrática de los 16 alumnos que contestaron entre dos y cinco aciertos.

EXPRESION ALGEBRAICA	TOTAL	PORCENTAJE
(X-2)^2	35	85%
(X-2)(x+2)	32	78%
(x^2)+2x+1	29	79%
(x^2)+(y^2)=1	33	80%
(1/2)-(3/3)	38	93%
40=x+2	32	78%
$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	36	88%

Tabla 33. Total de relaciones correctas de cada expresión algebraica y su porcentaje respectivo.

En base a los datos obtenidos nos damos cuenta que ninguna de las expresiones algebraicas tuvo un porcentaje menor al 50 %, pero también ninguno obtuvo el 100%.

PREGUNTA 5

5.- Explica el significado de las siguientes afirmaciones, diciendo si son ciertas o no

$7 > 10$

$2 + 2 = 4$

$$\frac{3+1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

$\log(0) = 0$

$\log(-1) = -1$

$a^m + a^n = a^{n+m}$

$a^m a^n = (a^n)^m$

$-10 < -1$

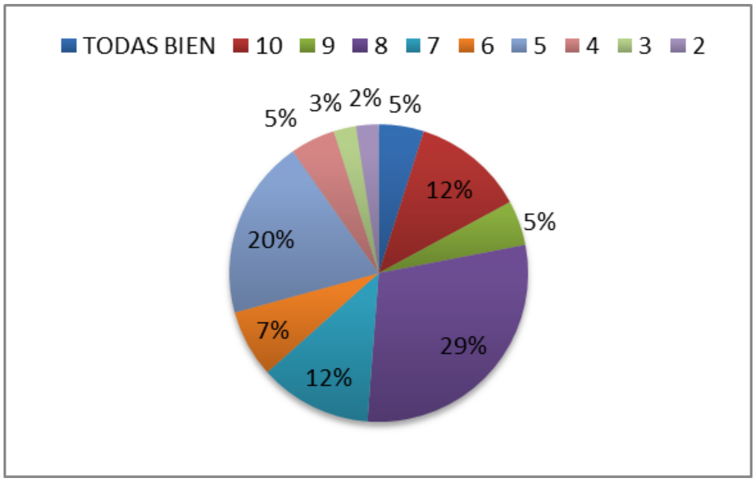
$$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

$1^0 = 0$

$$\frac{1}{0} = 0$$

POBLACION	TODAS BIEN	10	9	8	7	6	5	4	3	2	TOTAL
HOMBRES	1	3	1	6	3	3	5	1	0	1	24
MUJERES	1	2	1	6	2	0	3	1	1	0	17
TOTAL	2	5	2	12	5	3	8	2	1	1	41

Tabla 34. Cantidad de afirmaciones correctas de la pregunta 5



Grafica 7. Porcentaje de afirmaciones correctas de la pregunta 5

Como notamos solo el 2 por ciento de la población obtuvo correctamente el ejercicio, un 29 por ciento tuvieron 8 aciertos, cabe notar que ninguno de los estudiantes obtuvo incorrecto todo el ejercicio.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS	HOMBRES (23)	MUJERES (16)	TOTAL
7>10	19	13	32
2+2=4	23	16	39
((3+1)/3)= 1+(1/3)	19	15	34
log (0)=0	8	5	13
log (-1)= -1	13	11	24
(a^m)+(a^n)=a(m+n)	7	6	13
(a^m)(a^n)=((a^m)^n)	9	11	20
(-10<-1)	19	14	33
(12/24)=(1/2)	21	13	34
(1^0)=0	13	4	17
(1/0)=0	14	7	21

Tabla 35. Afirmaciones correctas entre dos a 10 aciertos, con 39 alumnos.

Como vemos   las preguntas de log (0) y (a^m)+(a^n)=a(m+n) fueron las que tuvieron un 33 por ciento de la población, (1^0)=0 obtuvo el 44 por ciento, como vemos las demás respuestas son mayores del 50 por ciento. De la población el único que tenía todo bien si escribió el significado, de la demás población solo 16 alumnos escribieron el significado su respuesta.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS	TOTAL	PORCENTAJE
1) 7>10	34	83%
2) 2+2=4	41	100%
3) ((3+1)/3)= 1+(1/3)	36	88%
4) log (0)=0	15	37%
5) log (-1)= -1	26	63%
6) (a^m)+(a^n)=a(m+n)	15	37%
7) (a^m)(a^n)=((a^m)^n)	22	54%
8) (-10<-1)	35	85%
9) (12/24)=(1/2)	36	88%
10) (1^0)=0	19	46%
11) (1/0)=0	23	56%

Tabla 36. Total de afirmaciones correctas del ejerció 5, con su respectivo porcentaje.

En primer lugar tenemos que la expresión número cuatro y seis tienen un 15 % con lo cual fueron las expresiones que no pudieron afirmar correctamente, en segundo término la expresión 10 con un 46 %, las demás expresiones obtuvieron un porcentaje mayor al 50 %, cabe señalar que ninguna de las expresiones obtuvo el 100%.

Errores más comunes

Afirmación 1:

6 alumnos respondieron “siete es mayor que diez”
6 alumnos respondieron “siete es menor que diez”
1 alumno respondió “diez es mayor que siete”
1 alumno escribió “siete no es más grande que 10”
2 alumnos escribieron “siete no es mayor que 10”

Afirmación 2:

12alumnos escribieron “dos más dos es igual a cuatro”
1 alumno escribió “la suma de estos es cierta”
1 alumno escribió “lógico”

Afirmación 3:

3 alumnos escribieron “tres más uno sobre tres es igual a uno más un tercio”
1 alumno respondió “$\frac{3}{3} = 1 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$”
1 alumno escribió “es un fracción mixta”
1 alumno escribió “no es un fracción mixta”

1 alumno respondió “es equivalente”
5 alumnos escribieron “es cierta porque son 4/3 un entero en tercios y sobrante 1/3”

Afirmación 4;

4 alumnos escribieron “logaritmo de cero es igual a cero”
2 alumnos escribieron “falso porque no existe”
1 alumno respondió “no tiene un valor”
1 alumno respondió “todo valor multiplicado por cero es cero”

1 alumno escribió “es indeterminado”

Afirmación 5:

4 alumnos escribieron “logaritmo de -1 es igual a -1”
1 alumno escribió “falso porque no existe”
1 alumno respondió “si se grafica es igual”
2 alumnos escribieron “es indeterminado por ser # negativo”

Afirmación 6:

3 alumnos escribieron ““a” ala m más “a” ala n es igual a “a” ala m más n”
3 alumnos escribieron “se suman los exponentes”
1 alumno respondió “es una regla”
1alumno escribió “es lógico”
1 alumno respondió “cuando se suman y son de exponentes diferentes su quedan con el exponente que tienen”
1 alumno respondió “es cierta porque los términos iguales se suman por lo tanto que los que se elevan se suman”
1 alumno escribió “al tener diferentes exponentes no se suman”

Afirmación 7;

3 alumnos escribieron “a ala m por a ala n es igual a a ala m ala n”
1 alumno escribió “se multiplican los exponentes”
1 alumno respondió “es una regla”
1 alumno respondió “si se multiplican coeficientes y exponentes igual”
1 alumno respondió “no porque términos iguales con potencias diferentes al multiplicarlos se tienen que restar”
1 alumno escribió “igual se suman nada más”
2 alumnos escribieron “al multiplicar los exponentes se suman”
1 alumno escribió “al tener diferentes exponentes se suman”

Afirmación 8:

5 alumnos escribieron “menos diez es menor que menos uno”
2 alumnos escribieron “-10 es mayor que -1”
1 alumno respondió “es cierto se encuentra más cerca de la recta”
1 alumno escribió “si fuera positivos seria al revés”
1 alumno escribió “uno es mayor que -10 está más cerca del cero”
1 alumno escribió “10 es menor a -1”
1 alumno escribió “.10 está más a la izquierda que el .1”

Afirmación 9:

1 alumno escribió “doce veinticuatroavos es igual a un medio”
1 alumno escribió “solo sacamos doceavos”
4 alumnos respondieron “es cierto la mitad de 24 es 12=0.5=1/2”
5 alumnos respondieron “ambas fracciones son equivalentes”
1 alumno escribió “si la simplificas $\frac{12}{24}=\frac{6}{12}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$”

Afirmación 10:

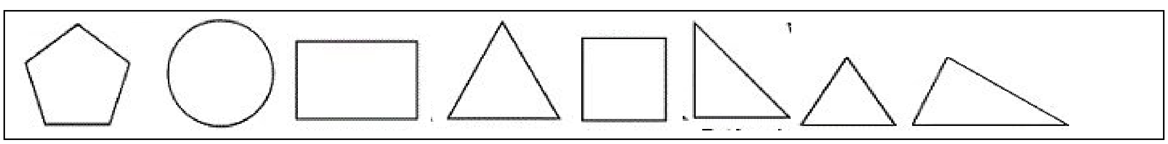
4 alumnos escribieron “uno a la cero es igual cero”
2 alumnos escribieron “falso todo número elevado ala cero es igual a uno”
1 alumno respondió “todo número elevado a la cero es cero”
2 alumnos escribieron “falso es 1”
1 alumno escribió “todo numero multiplicado por cero es cero”

Afirmación 11;

4 alumnos escribieron “uno entre cero es igual a cero”
3 alumnos escribieron “falso porque no existe”
4 alumnos respondieron “es indeterminado”
2 alumnos respondieron “todo numero dividido entre cero es cero”

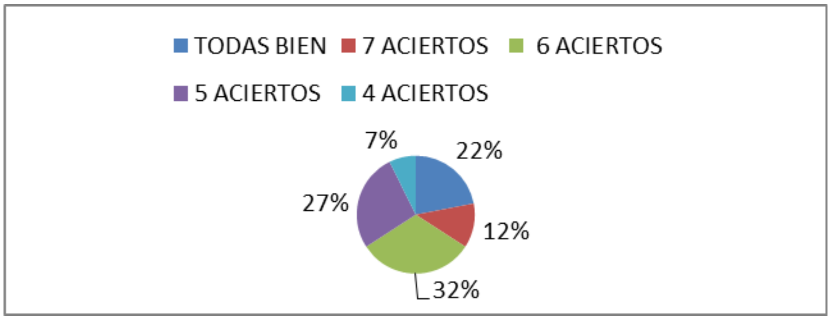
PREGUNTA 6

6.- Escribe el nombre de las siguientes figuras:



POBLACION	TODAS BIEN	7 ACIERTOS	6 ACIERTOS	5 ACIERTOS	4 ACIERTOS	TOTAL
HOMBRES	5	5	7	5	2	24
MUJERES	4	0	6	6	1	17
TOTAL	9	5	13	11	3	41

Tabla 37 cantidad de aciertos correctos al ejercicio 6



Grafica 8. Cantidad de aciertos correctos al ejercicio 6.

Como vemos solo el 22 por ciento de la población contestó correctamente el ejercicio, y el 32 por ciento en 6 aciertos correctos del ejercicio.

Lo cual nos dice que los alumnos no tienen el conocimiento necesario en las figuras geométricas.

FIGURA	MUJERES (19)	HOMBRES(13)	TOTAL(32)
PENTAGONO	19	12	31
CIRCULO	19	13	32
RECTANGULO	19	13	32
EQUILATERO	15	3	18
CUADRADO	19	13	32
T. RECTANGULO	12	10	22
ISOCELES	11	5	16
ESCALENO	6	3	9

Tabla 38.nombres correctos de los alumnos entre 4 y 7 aciertos, de 32 alumnos

Como nos damos cuenta la figura del triángulo escaleno es la que tuvo un porcentaje del 28 por ciento de los 32 alumnos. Con tan solo nueve alumnos que respondieron correctamente.

FIGURA	TOTAL	PORCENTAJE
PENTAGONO	40	96%
CIRCULO	41	100%
RECTANGULO	41	100%
EQUILATERO	27	66%
CUADRADO	41	100%
T. RECTANGULO	31	76%

ISOCELES	25	61%
ESCALENO	18	44%

Tabla 39.Aciertos correctos de cada figura, con su respectivo porcentaje

Como se muestra en la tabla 39, las figuras geométricas círculo, rectángulo y cuadrado obtuvieron un 100% como era de esperarse, cabe señalar que el triángulo escaleno solo tuvo el 44% por lo que notamos una falta de conocimiento de esta figura geométrica.

Errores más comunes

La mayoría de los alumnos se equivocó al distinguir los tipos de triángulos, 2 alumnos escribieron en la figura del pentágono, “hexágono”

PREGUNTA 7

7.- escribe el nombre de los siguientes ángulos:

POBLACION	TODAS BIEN	TODAS MAL	2 BUENAS	1 BUENA	TOTAL
HOMBRES	13	3	4	4	24
MUJERES	10	2	3	2	17

Tabla 40.cantidad de respuestas al ejercicio 7

Como vemos el 12 por ciento obtuvo todas mal, el 56 todo bien, y el 32 por ciento entre 2 y 1 buena.

ANGULO	MUJERES(5)	HOMBRES(8)	TOTAL (13)
AGUDO	3	1	4
OBTUSO	3	6	9
LLANO	2	5	7

Tabla 41. Respuestas correctas de los 13 alumnos que obtuvieron entre una y dos buenas

Como se ve el problema fue que no reconocieron el ángulo agudo de los 13 alumnos solo 4 contestaron correctamente.

ANGULO	TOTAL	PORCENTAJE
AGUDO	27	65%
OBTUSO	32	78%
LLANO	30	73%

Tabla 42.porcentaje y cantidad de respuestas correctas por cada ángulo de toda la población

Como podemos ver en la tabla 42 ninguno de los ángulos obtuvo un porcentaje menor del 50 %, pero no mayor al 80 %. En este ejercicio se esperaba que tuviera un 100% cada ángulo ya que es un tema que se trata desde la secundaria, se retoma el primer y segundo año de bachillerato.

Errores más comunes

1alumno escribió en el ángulo obtuso “adyacente”, “llano”

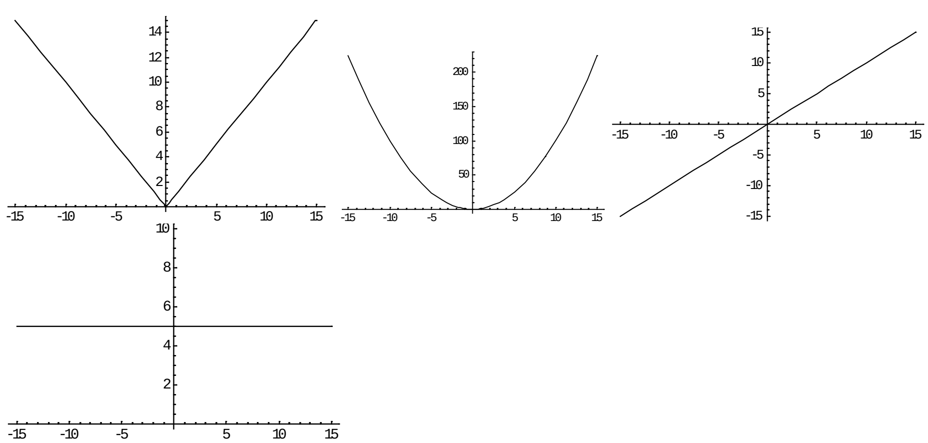
1alumno escribió en el ángulo agudo “(2) obtuso”, “adyacente”, “grave”

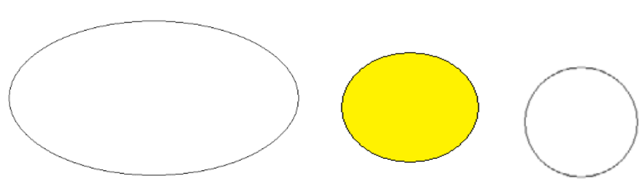
1 alumno escribió en el ángulo recto “agudo”, “rectángulo”

PREGUNTA 8

8.- relaciona con su gráfica Parábola Círculo Circunferencia Elipse

Función constante Función identidad Función valor absoluto





POBLACION	TODAS BIEN	TODAS MAL	5 BUENAS	4 BUENAS	3 BUENAS	1 BUENA	TOTAL
HOMBRES	7	0	5	9	1	2	24
MUJERES	3	1	4	8	0	1	17
TOTAL	10	1	9	17	1	3	41

Tabla 43.Cantidad de relaciones correctas de la pregunta 8

De los datos vemos que solo el 24 por ciento de la población tuvo todo el ejercicio correcto, el 41 por ciento es la que tiene 4 relaciones correctas.

Hay que notar solo el 2 por ciento tuvo todas malas.

GRAFICA	HOMBRES (17)	MUEJRES (13)	TOTAL (30)
PARABOLA	15	13	28
CIRCULO	17	12	29
CIRCUNFERENCIA	15	12	27
ELIPSE	16	11	27
F.CONSTANTE	2	2	4
F.IDENTIDAD	3	1	4
F.VALOR A.	2	1	3

Tabla 44.Relaciones correctas entre una a cinco buenas, de los 30 alumnos

Viendo las respuestas correctas vemos que función constante, identidad, y valor absoluto tuvieron 13 y 10 por ciento respectivamente de los treinta alumnos y es porcentaje es muy bajo, esto es alarmante ya que deberían tener claro cada una de la funciones, ya que están en una área técnica.

GRAFICA	TOTAL	PORCENTAJE
PARABOLA	38	93%
CIRCULO	39	95%
CIRCUNFERENCIA	37	90%
ELIPSE	37	90%
F.CONSTANTE	14	34%
F.IDENTIDAD	14	34%
F.VALOR A.	13	32%

Tabla 45.cantidad de relaciones correctas con su respectivo porcentaje

Dado los datos de la tabla 46, tenemos que no relacionaron correctamente la función valor absoluto con su nombre, la función identidad y la función constante con un porcentaje del 32%, 34% y el 34% respectivamente, ninguna de las gráficas obtuvo el 100 %

3.4.1 Conclusiones del test 3

Debemos notar que estos alumnos eligieron esta área por lo cual suponemos que tendrán resultados óptimos a las preguntas del test. Los alumnos tienen en promedio una edad de 16 años, podemos notar el símbolo $\leq$ y $\geq$ son los que menos recuerdan con un 49% cada uno. De la pregunta dos, en la cual se pide denotar los conjuntos de los enteros, reales, racionales y naturales, los hombres solo tres denotaron los conjuntos, de los cuales solo los naturales no lo denotaron, de la mujeres ninguna denoto los conjuntos.

De la pregunta tres, en la que se pedía expresar simbólicamente el Teorema de Pitágoras, como vimos anteriormente el 54 por ciento de la población tuvo incorrectamente la pregunta, en esta pregunta se supuso que se obtendría un porcentaje mayor del 80 por ciento

De la pregunta cuatro, que es la relación de las expresiones algebraicas con su nombre, como notamos de toda la población el 61 por ciento tuvo todas buenas. Como nos damos cuenta la que no pudieron relacionar fue la de la ecuación cuadrática.

De la pregunta cinco, que son las afirmaciones correctas o incorrectas de las expresiones algebraicas dadas, de las preguntas de log (0) y (a^m)+(a^n)=a(m+n) fueron las que tuvieron un 33 por ciento de la población, (1^0)=0 obtuvo el 44 por ciento, como vemos las demás respuestas son mayores del 50 por ciento. De la población el único que tenía todo bien si justifico su respuesta, de la demás población solo 8 alumnos justificaron su respuesta.

De la pregunta seis, donde se le pide al alumno que escriba el nombre de las figuras geométricas dadas,solo el 7 por ciento de la población contestó correctamente todo bien, y el 32 por ciento en 6 aciertos, lo cual nos dice que los alumnos no tienen el conocimiento necesario en las figuras geométricas de la pregunta, la figura del triángulo escaleno es la que tuvo un porcentaje del 28 por ciento.

De la pregunta siete, dado el ángulo se pedía que denotaran su nombre, el 12 por ciento obtuvo todas mal, el 56 todo bien, y el 32 por ciento entre 2 y 1 buena, del 32 por ciento restantes el problema es que no reconocieron el ángulo agudo.

De la pregunta ocho, donde el alumno debía relacionar las gráficas dadas con su nombre, el 24 por ciento de la población tuvo todo bien, el 41 por ciento es la que tiene 4 buenas, hay que notar solo el 2 por ciento tuvo todas malas, el 74 por ciento de la población contesto incorrectamente función constante, identidad, y valor absoluto teniendo un 13 y 10 por ciento respectivamente y es porcentaje es muy bajo.

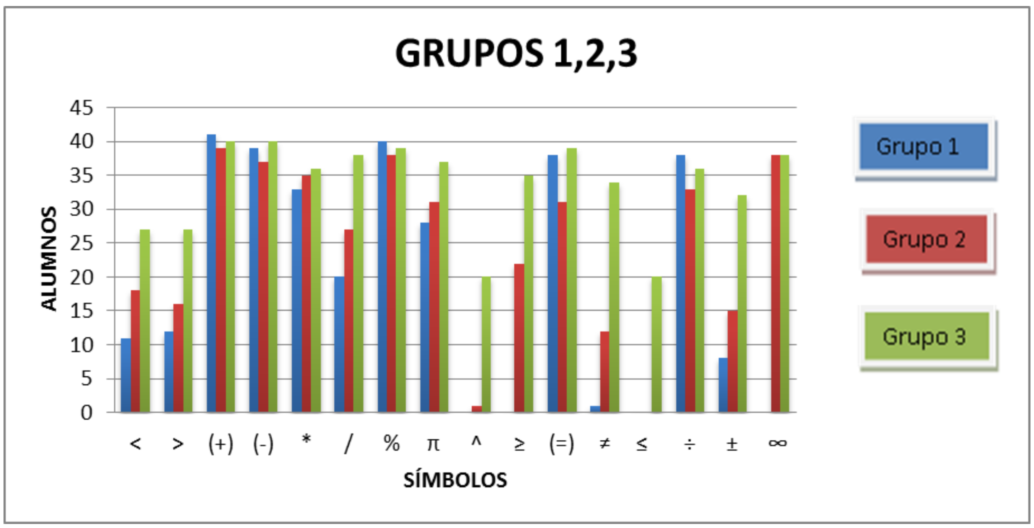
Con los datos recabados nos damos cuenta que los alumnos tienen deficiencia en el lenguaje, como y se mencionó estos alumnos deberían tener los conocimientos ya que están en un área técnica, elegida por ellos, donde verán conceptos matemáticos.

3.5 Preguntas en común de los test

En esta sección se presentarán las preguntas del cuestionario que fueron comunes para los tres grupos, éstas son de la uno a la seis. Después se presenta la pregunta 7 que se aplicó sólo a los grupos de tercer y quinto semestre. Enseguida de la pregunta o consigna se mostrarán gráficas o tablas mediante las cuales se podrá visualizar la cantidad de respuestas correctas y finalmente se agregan algunos comentarios. En algunos casos se incluyen ejemplos de las respuestas de los alumnos para profundizar en la forma como ellos respondieron.

PREGUNTA 1

Observa los símbolos <, >, +, -, *, /, %, π, ≥, ^, =, ≠, ≤, ÷, ±, ∞. Indica los que has visto utilizar y/o has utilizado.



Grafica 9. Cantidad de alumnos que dicen reconocer los símbolos de la pregunta 1.

Como podemos observar, los símbolos más conocidos en los tres grupos son suma, resta, multiplicación y división, y los que no reconocieron los alumnos del Grupo 1 son los símbolos ≥, ≤ y ≠. El segundo de estos símbolos tampoco fue reconocido por los alumnos del Grupo 2 ni por un 50% de los del Grupo 3. El símbolo “diferente a” también fue poco reconocido en el Grupo 2, por apenas un 25% de esos alumnos. Los símbolos < y > también tuvieron un porcentaje bajo en los tres grupos. Finalmente, cabe mencionar que a los alumnos del Grupo 1 no se les cuestionó acerca de los símbolos “∞” y “^”.

PREGUNTA 2

¿Cómo se denotan los siguientes conjuntos numéricos?: Reales, Racionales, Enteros, Naturales. Da algunos elementos que pertenezcan, y otros que no, a cada uno de los conjuntos anteriores.

Ningún estudiante proporcionó la letra o símbolo que denota a los conjuntos solicitados. Sin embargo, sí dieron ejemplos de alguno de sus elementos, aunque éstos fueron escasos. En la Tabla 1 se muestra la cantidad de alumnos que proporcionaron ejemplos correctos y el porcentaje de éstos con respecto a la población total.

CONJUNTOS	TOTAL	PORCENTAJE
REALES	11	9%
RACIONALES	10	8%
ENTEROS	25	20%
NATURALES	19	15%

Tabla 46. Cantidad de alumnos que proporcionaron ejemplos de elementos de los conjuntos mencionados en la pregunta 2.

Como se puede observar, el porcentaje más alto se obtuvo con los números enteros, lo cual se esperaba, aunque no al nivel del 20%. El porcentaje más bajo fue para los números racionales, 8%, y los ejemplos de números naturales más comunes que dieron fueron los números {1, 2, 3, 4, 5, 6}, de reales repiten los números {1, 2, 3, etc.}, de los números enteros los alumnos escribían solo números positivos, de números racionales {1/3, 11/7, 1/12, x/y}. Con estos resultados nos damos cuenta que la mayoría de los alumnos no reconocen los conjuntos mencionados y que quienes logran dar algunos ejemplos proporcionan de naturales y racionales, en sus ejemplos no aparecieron números negativos ni irracionales.

CONJUNTOS	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3
REALES	0	2	9
RACIONALES	1	4	5
ENTEROS	11	4	10
NATURALES	13	1	5

Tabla 47. Distribución de respuestas correctas de la pregunta 2 por grupo.

En la Tabla 47 observamos que los alumnos del Grupo 3 son los que más ejemplos de números reales dieron, mientras que los del Grupo 1 no proporcionaron ninguno. Los alumnos del Grupo 1 se desempeñaron mejor con los ejemplos de enteros y naturales, curiosamente, fueron más los alumnos de este grupo que dieron ejemplos de naturales que los del grupo 2 y 3. Sin embargo, es importante notar que el conocimiento de los conjuntos de números solicitados es muy pobre y que su nomenclatura fue totalmente desconocida.

PREGUNTA 3

Expresa simbólicamente: “En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.”

POBLACIÓN	CORRECTOS	PORCENTAJE
GRUPO 1	12	29%
GRUPO 2	13	32%
GRUPO 3	20	49%
TOTAL	45	37%

Tabla 48.Cantidad de respuestas correctas para la pregunta 3

De la población total de 123 alumnos solo el 37% pudo expresar simbólicamente este teorema, el cual se estudia desde la secundaria y se utiliza bastante en trigonometría. Algunos alumnos dieron la expresión simbólica equivalente $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, la cual no se tomó como correcta. En el grupo 1 no se dieron respuestas equivalentes, en el grupo dos solo una respuesta equivalente y en el grupo tres solo cinco alumnos dieron la expresión equivalente. Aunque en todos los grupos se obtuvo un porcentaje menor al 50% de respuestas correctas, es importante señalar que los alumnos del grupo 3 son los que acertaron más, de las respuestas incorrectas que se dieron tenemos del grupo 1 que nueve estudiantes no contestaron nada, dos alumnos escribieron lo siguiente $c^2 = \sqrt{a^2 + b^2}$, dibujando bien el triángulo rectángulo, del grupo 2, 24 alumnos no escribieron nada, del grupo 3, solo 3 alumnos no contestaron nada.

Ejemplos de respuestas incorrectas más comunes, de los tres grupos:

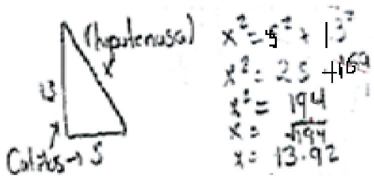


Figura 1. Respuesta del alumno 14, grupo 1 a la pregunta tres.

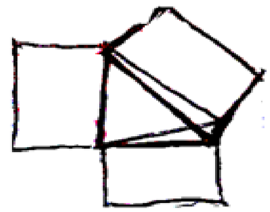


Figura 2. R[illegible] 3, a la pregunta tres.

Figura 3. Respuesta del alumno 30, grupo 2, a la pregunta tres.

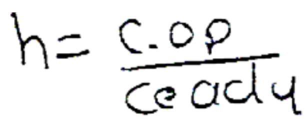


Figura 4. Respuesta del alumno 26, grupo 2, a la pregunta tres.

PREGUNTA 4

Relaciona con su nombre:

$(x-2)^2$	a) trinomio cuadrado perfecto
$(x-2)(x+2)$	b) binomio al cuadrado
x^2+2x+1	c) diferencia de fracciones
$\frac{1}{2}-\frac{3}{3}$	d) producto de binomios

EXPRESIÓN ALGEBRAICA	GRUPO 3	GRUPO 2	GRUPO 1	TOTAL	PORCENTAJE
$(x-2)^2$	35	29	37	101	82%
$(x-2)(x+2)$	32	11	31	74	60%
x^2+2x+1	29	21	33	83	67%
$\frac{1}{2}-\frac{3}{3}$	38	36	38	112	91%

Tabla 49. Cantidad de estudiantes que relacionaron correctamente las expresiones algebraicas con su nombre, por grupo y porcentajes.

Las expresiones algebraicas de la Tabla 49 fueron las comunes a los tres grupos. En esta tabla notamos que ninguna expresión tuvo un porcentaje menor al 50%. Sin embargo, en el Grupo 2 sí hubo porcentajes menores al 50% de aciertos.

PREGUNTA 5

Explica el significado de las siguientes afirmaciones y di si son ciertas o no:

$7 > 10$

$2+2 = 4$

$$\frac{3+1}{3} = 1 + \frac{1}{3}$$

$-10 < -1$

$$\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$$

La veracidad o falsedad de las expresiones pudo ser determinada correctamente por la mayoría de los estudiantes, en ninguna de las afirmaciones se obtuvo un porcentaje menor del 50 % de aciertos. Sin embargo, aunque los alumnos supieron si las afirmaciones eran ciertas o falsas, pocos explicaron su significado, como se muestra en la tabla 50.

AFIRMACION	GRUPO 1 (11 ALUMNOS)	GRUPO 2 (4 ALUMNOS)	GRUPO 3 (16 ALUMNOS)	TOTAL	PORCENTAJE
1) 7>10	9	4	13	26	21.14%
2) 2+2=4	9	2	10	21	17.07%
3) ((3+1)/3)= 1+(1/3)	1	1	4	6	4.88%
4) -10<-1	8	0	9	17	13.82%
5) (12/24)=(1/2)	7	1	6	14	11.38%

Tabla 50. Alumnos que explicaron las afirmaciones

Como podemos ver en la tabla 5, ninguno de los tres grupos tiene un porcentaje mayor al 22%, lo cual nos lleva a pensar dos posibilidades, una que a los alumnos olvidaron la petición de explicar el significado o que los alumnos no fueron capaces de explicarlas, aunque supieran que era falsa o verdadera. Del total de la población fueron 31 alumnos los que dieron el significado aunque no de todas las afirmaciones.

Ejemplos de cómo contestaron los alumnos a esta consigna:

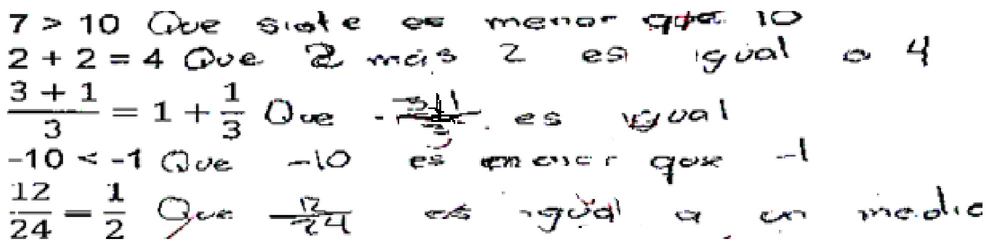


Figura 5. Ejemplo del alumno 15 grupo 3, a la pregunta cinco.

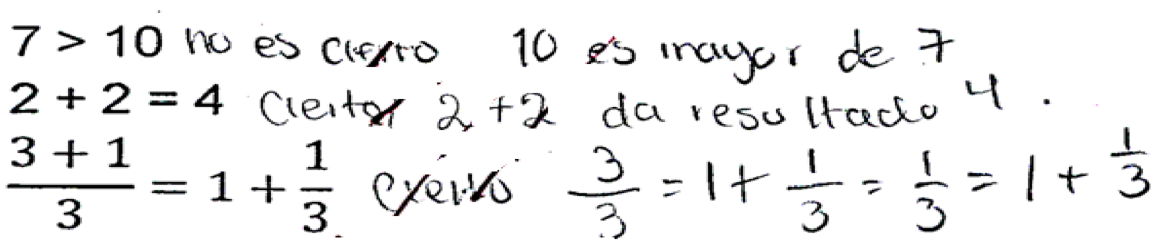


Figura 6. Ejemplo erróneo del alumno 36 del grupo 1, a la pregunta cinco.

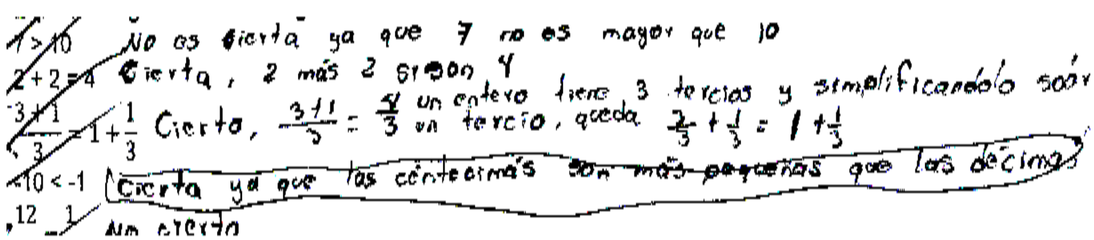


Figura 7. Ejemplo erróneo del alumno 27 del grupo 2, a la pregunta cinco.

Escribe el nombre de las siguientes figuras:

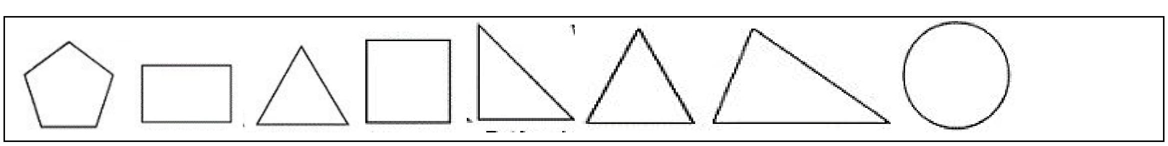


FIGURA	GRUPO 1	GRUPO 2	GRUPO 3	TOTAL	PORCENTAJE
1.-PENTÁGONO	39	35	40	114	93%
2.-RECTÁNGULO	41	40	41	122	99%
3.-EQUILÁTERO	5	16	37	58	47%
4.-CUADRADO	41	41	41	123	100%
5.-T.RECTÁNGULO	11	18	31	60	49%
6.-ISOCELES	26	23	25	74	60%
7.-ESCALENO	24	15	18	57	46%
8.-CÍRCULO	41	41	41	123	100%

Tabla 51. Resultados por grupo y el porcentaje de respuestas correctas a la pregunta 6

En la tabla 51 vemos que los triángulos equilátero, rectángulo y escaleno son los que la población contestó correctamente con un porcentaje menor al 50% del total de la muestra, el pentágono y el rectángulo fueron reconocidos casi por la totalidad de la muestra, pero solo el cuadrado y el círculo fueron contestados correctamente al 100%. Estas figuras geométricas son básicas y se esperaba que fueran reconocidas todas al 100% ya que se enseñan desde la primaria. Notemos que tuvieron mejores resultados los alumnos del grupo 3, excepto en las figuras 6 y 7.

Ejemplos de los errores más comunes en los tres grupos:

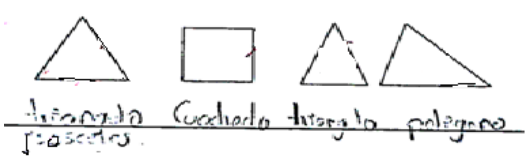


Figura 8. Respuesta del alumno18, grupo 2, a la pregunta seis.

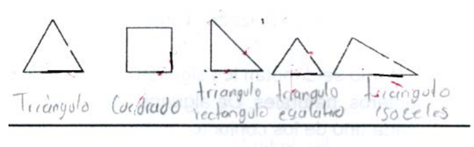


Figura 9. Respuesta del alumno 12, grupo 3, a la pregunta seis.

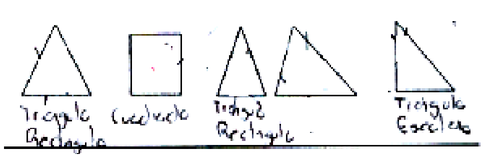


Figura 10. Respuesta del alumno 39, grupo 1, a la pregunta seis.

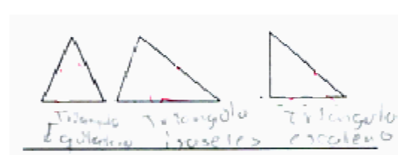


Figura 11. Respuesta del alumno 34, grupo 3, a la pregunta seis.

Se encontró deficiencia en el reconocimiento de los tipos de triángulos, a pesar de que se les especificó que escribieran el nombre de los diferentes tipos triángulos, ellos intercambiaron los nombres, ver Figuras 10 y 11, o escribieron “triángulo” a alguno de ellos, como en las Figuras 8 y 9.

PREGUNTA 7

Esta actividad se aplicó solo a los alumnos de tercer y quinto semestre.

7.- Escribe el nombre de los siguientes ángulos:

ÁNGULO	GRUPO 2	GRUPO 3	TOTAL	PORCENTAJE
AGUDO	30	27	57	69.51%
OBTUSO	29	30	59	71.95%
RECTO	32	32	64	78.05%

Tabla 52. Porcentaje de respuestas correctas a la pregunta 7.

Del total de la población el 60% identificó correctamente todos los ángulos, el 13 % no identificó ninguno, el 17% obtuvo 2 respuestas correctas y el 10% obtuvo una sola respuesta correcta. De acuerdo a los porcentajes podemos decir que se obtuvo un desempeño regular en el reconocimiento de los ángulos.

3.5.1 Conclusiones de las preguntas en común de los tres test

En base a los test realizados se concluye que los estudiantes encuestados tienen deficiencias en el reconocimiento de lenguaje matemático básico. Al hacer la comparación de los tres grupos vemos que los alumnos del grupo 3 se desempeñaron mejor y que los del grupo 2 tuvieron el desempeño más bajo. Fue curioso notar que los símbolos ≥, ^, ≠, ≤, y ±, tuvieron porcentajes bajos en todos los grupos, lo cual muestra que la enseñanza de la matemática es limitada, por ejemplo, se enseña el símbolo “=” pero no el símbolo “≠”. Lo anterior se demuestra también con el resultado de la pregunta 2, acerca de los símbolos de los conjuntos de números y sus ejemplos donde ocurrió que ningún estudiante pudo proporcionar el símbolo de ningún conjunto de números. Considerando que la muestra es de estudiantes de bachillerato debemos reflexionar qué tan profundo es su conocimiento de los números. Del total de 123 alumnos, solo 25 se animaron a proporcionar algunos ejemplos de los conjuntos requeridos, aunque por cierto, solo aparecieron enteros positivos y fracciones.

Es sabido que es difícil para los estudiantes la traducción del lenguaje natural al algebraico y esto se pudo constatar en la solicitud de expresar simbólicamente el Teorema de Pitágoras. Un 64% de éxito en estudiantes de bachillerato es bajo, dada la importancia y el uso de este teorema. Aquellos que ofrecieron una expresión equivalente muestran que reconocieron el teorema pero que no tradujeron fielmente el enunciado sino que recurrieron a una expresión memorizada.

El ejercicio donde se les pidió explicar cierta expresión matemática era muy interesante, pero, desafortunadamente, ellos se enfocaron en contestar si eran ciertas o no y quizá olvidaron la petición.

Al recabar toda la información observamos la deficiencia que tienen los alumnos de bachillerato para reconocer símbolos, expresiones algebraicas y figuras geométricas que se estudian en secundaria. Por lo tanto, concluimos que diseñar estrategias didácticas que promuevan el buen uso de los símbolos y su significado es un problema vigente.

CAPITULO 4 PROPUESTAS PARA BACHILLERATO

En este capítulo se mostrarán algunas actividades del capítulo dos modificadas para los alumnos de bachillerato así como algunas propuestas propias.

4.1 Actividad 1 Rompecabezas

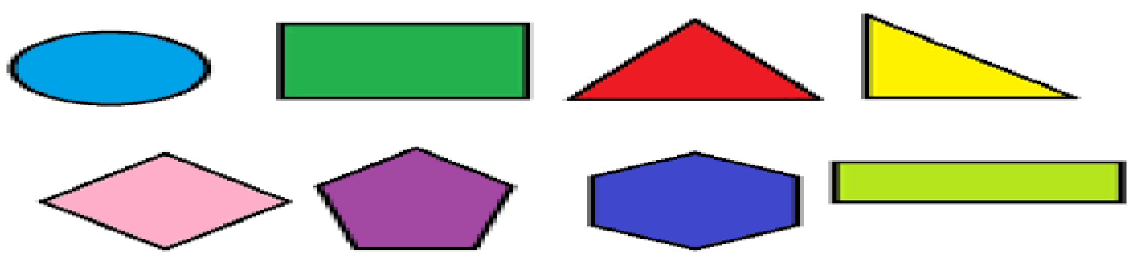
En este juego, los participantes tendrán que aprender a describir una figura geométrica y su posición con respecto a otras. En cuanto a la figura, se pide decir su nombre (si lo saben) o describirla: número de lados y si son o no del mismo tamaño, ángulos, etc. En el caso de la posición, usarán el vocabulario propio de la ubicación espacial (a la derecha, a la izquierda, arriba, abajo) con relación a otra figura y también la manera en que deben colocarla: sobre uno de los lados largos, como si estuviera apoyada en un vértice, la suma de sus ángulos internos y externos, el número de diagonales, etc.

Objetivo: Se pretende que el alumno utilicé y comprenda las fórmulas para determinar ángulos internos, numero de diagonales, suma de ángulos internos, etc., en polígonos regulares.

Materiales: Figuras geométricas de cartulina, foami, etc., de un tamaño tal que puedan ponerse varias en la mesa en que trabajarán los participantes. Para los alumnos de segundo semestre de bachillerato se sugiere usar cuadrados, rectángulos, círculos, triángulos, rombos, cuadriláteros, como romboides y trapecios, polígonos regulares y cóncavos. Las figuras podrán ser de varios colores y con el material que deseen.

Desarrollo de la actividad:

Cada participante debe tener un juego de figuras.



1. Pregunta a los participantes: “¿Les gusta armar rompecabezas? ¿Han armado rompecabezas siguiendo las instrucciones que les dé otra persona?”

2. Entrega a cada participante un juego completo de figuras.

3. Indícales que armen una figura. Cuando lo hayan hecho, pídeles que comparen sus trabajos: “¿Todas las figuras son iguales? ¿Todos emplearon las mismas piezas? Guía la discusión para que los participantes se den cuenta de la importancia de dar instrucciones claras.

4. Organiza al grupo en parejas.

5. Pídeles que se sienten uno frente al otro y que entre ellos pongan un obstáculo (por ejemplo, una mochila) para que no vean lo que está haciendo su compañero.

6. Dales la siguiente consigna: “Uno de ustedes, sin que su compañero(a) lo vea, va a tomar 4 piezas, las que guste, y con ellas va a armar una figura. Después le va a dar las instrucciones a su compañero(a) para que construya la misma figura, con las mismas piezas colocadas en la misma posición. Cuando terminen, quiten el obstáculo y comparen sus figuras. Si no son iguales, busquen en dónde estuvo el error.”(Utilizando ángulos interiores, numero de diagonales desde un vértice, suma de ángulos internos, área de la figura, etc.)

7. Mientras los participantes juegan, puedes caminar entre las parejas para confirmar que comprendieron las instrucciones; en caso necesario, puedes intervenir planteando preguntas como: “¿Comprendes lo que te dice tu compañero?, ¿por qué sabes que la pieza que tomaste es la que te indicó tu compañero?, ¿estás seguro de que así va colocada?”, etcétera.

8. Cuando una pareja termine, indícales que intercambien los papeles.

9. Repite la actividad las veces que el tiempo lo permita.

Al finalizar organiza una puesta en común; guíala con preguntas como: “¿Fue fácil armar los rompecabezas? ¿Sus figuras siempre quedaron iguales? Cuando no quedaron iguales ¿qué fue lo que pasó?” Permite que los participantes lleguen a conclusiones sobre la necesidad de usar correctamente el vocabulario geométrico (cuadrado, círculo, figura de seis lados, etc.) y de ubicación espacial (derecha, izquierda, etc.)

4.2 Actividad 2 Dominó de símbolos matemáticos

En este juego los alumnos elaboraran un domino de 28 piezas utilizando el tema de lenguaje matemático visto en primer semestre de bachillerato, pidiendo al alumno que si él lo desea modifique las reglas del juego. Los temas que se desarrollaran en este juego son: valores numéricos en una expresión algebraica, lenguaje algebraico, números: reales, racionales, enteros, positivos, negativos.

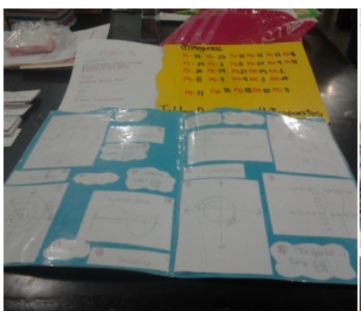
Objetivo: Se pretende que los alumnos de primer semestre puedan relacionar el lenguaje verbal con el lenguaje simbólico, por medio de esta actividad.

Materiales: Pueden ser de cartulina, foami, materiales reciclados, etc.
Utilizando la siguiente tabla:

Lenguaje Algebraico	**Lenguaje Cotidiano**
$+$	Más, suma, adición, añadir, aumentar
$-$	Menos, diferencia, disminuido, exceso, restar
$\cdot$	De, del, veces, producto, por, factor
$:, \div$	División, cuociente, razón, es a
$=$	Igual, es da, resulta, se obtiene, equivale a
x	Un número cualquiera
$x+1$	Sucesor de un número
$x-1$	Antecesor de un número
$2x$	Doble de un número, duplo, dos veces, número par, múltiplo de dos
$3x$	Triple de un número, triplo, tres veces, múltiplo de 3
$4x$	Cuádruplo de un número
x^2	Cuadrado de un número
x^3	Cubo de un número
$\frac{1}{2}x$ ó $\frac{x}{2}$	Mitad de un número, un medio de
$\frac{1x}{3}$ ó $\frac{x}{3}$	Tercera parte de un número, un tercio de
$\frac{1}{x}$	Inverso multiplicativo
$2x+1$ ó $2x-1$	Número impar
$\frac{x+y}{2}$	Semi suma de dos números
$\frac{x-y}{2}$	Semi diferencia de dos números
$x, x+1, x+2, x+3, \ldots$	Números consecutivos
$2x, 2x+2, 2x+4, 2x+6, \ldots$	Números pares consecutivos
$2x+1, 2x+3, 2x+5, 2x+7, \ldots$	Números impares consecutivos
$4x, 4x+4, 4x+8, 4x+12, \ldots$	Múltiplos consecutivos de 4
$5x, 5x+5, 5x+10, 5x+15, \ldots$	Múltiplos consecutivos de 5
$10x+y$	Número de dos cifras, Número de dos dígitos

$<$	es menor que	$\cong$	es congruente con
$>$	es mayor que	$\sim$	es semejante con
$\leq$	es menor o igual a	$\perp$	es perpendicular a
$\geq$	es mayor o igual a	$\neq$	es distinto de
$\llcorner$	ángulo recto	$//$	es paralelo a
$\measuredangle$	ángulo	$\in$	pertenece a
log	logaritmo en base 10	$\overline{AB}$	trazo AB
ϕ	conjunto vacío	$\lvert x \rvert$	valor absoluto de x
$[x]$	parte entera de x	$x!$	factorial de x
ln	logaritmo en base e		

Desarrollo de la actividad;
Este juego se realizará con dos o cuatro alumnos, sacando una ficha primero, si alguno de ellos tiene la ficha adecuada para continuar la pondrá, de no ser así el alumno que sacó esa ficha tomará una ficha del mazo hasta que tenga la ficha para continuar, gana el primero que termine sus fichas, si es que los alumnos no modifican las reglas.



4.3 Actividad 3 Memorama

En este juego tendremos los temas de leyes de senos y cosenos, funciones trigonométricas, círculo unitario, teorema de Pitágoras, que se utilizan en el segundo semestre de bachillerato. Los alumnos responderán un cuestionario previo para poder hacer su memorama de una manera creativa, utilizando las mismas reglas o modificándolas.

Objetivo: Se pretende que el alumno aprenda las definiciones, conceptos y aplicaciones de los siguientes temas: leyes de senos y cosenos, círculo unitario, teorema de Pitágoras, funciones trigonométricas y razones trigonometrías.

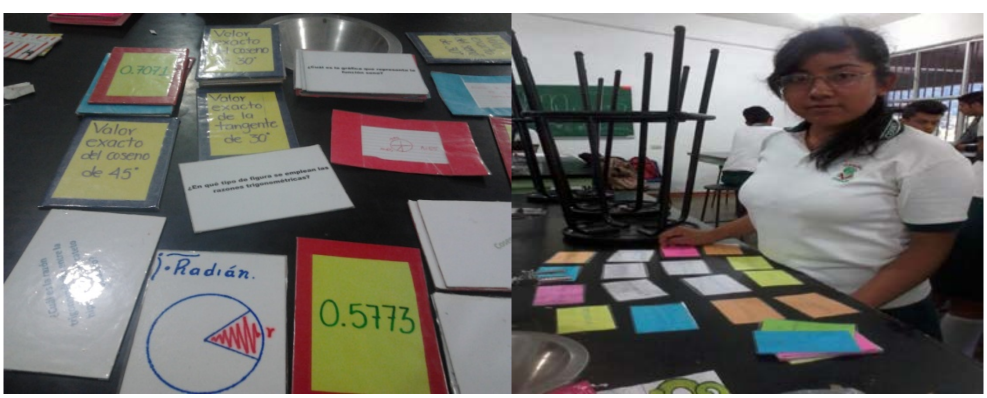
Materiales: Cartón, foami, hojas, materiales reciclados, etc., así como la solución al cuestionario. (Las preguntas del cuestionario pueden variar respecto al tema así como anexar mas preguntas)

El cuestionario es:

1.- ¿Cuál es la razón trigonométrica entre el cateto opuesto y el adyacente?
2.- ¿Cuál es la razón trigonométrica entre el cateto adyacente y el opuesto?
3.- ¿Cuál es la razón trigonométrica entre el cateto opuesto y la hipotenusa?
4.- ¿Cuál es la razón trigonométrica entre el cateto adyacente y la hipotenusa?
5.- ¿Cuál es la razón trigonométrica entre la hipotenusa y el cateto adyacente?
6.- ¿Cuál es la razón trigonométrica entre la hipotenusa y el cateto opuesto?
7.- ¿En qué tipos de figuras se emplean las razones trigonométricas?
8.- ¿Cuál es la gráfica de la función seno?
9.- ¿Cuál es la gráfica de la función coseno?
10.- ¿Cuál es la gráfica de la función tangente?
11.- Es la medida del ángulo central de un círculo, en el que el arco mide lo mismo que su radio.
12.- Es la unidad de medida angular en el sistema sexagesimal
13.- Es la unidad de medida angular en el sistema angular
14.- Es la razón reciproca de la función seno
15.- Es la razón reciproca de la función coseno
16.- Es la razón reciproca de la función tangente
17.- Valor exacto que corresponde al coseno de 30 grados
18.- Valor exacto que corresponde al seno de 30 grados
19.- Valor exacto que corresponde a la tangente de 30 grados
20.- Valor exacto que corresponde al coseno de 45grados
21.- Razón trigonométrica utilizada para resolver un triángulo rectángulo cuyos datos son cateto adyacente 15 cm, y ángulo dado de 27 grados, cuando se requiere encontrar la hipotenusa y obtén el valor de ella.

Desarrollo de la actividad:

Con las preguntas del cuestionario realizar el memorama, se jugara entre dos o cuatro alumnos, gana el que tenga más parejas de las tarjetas del memorama.



4.4 Actividad 4 La realización de un glosario matemático

La realización de los glosarios será por cada bloque de su libro de matemáticas dependiendo del semestre en que se encuentre, como las fórmulas desglosadas especificando cada variable.

Objetivo: Que los alumnos desarrollen la capacidad de entender las variables de las fórmulas empleadas en cada bloque y los conceptos que se emplean.

Material: Cartón, hojas, cartulinas, pinturas, lapiceros de colores etc.

Desarrollo de la actividad:
El alumno deberá realizar su glosario de los temas los conceptos y formulas vistos en cada tema de clase en orden alfabético, con el material de su agrado con las siguientes dimensiones: 10 cm de ancho y 15 cm de largo, para que los pueda traer en cualquier momento o en una libreta tipo francesa.

Segmento rectilíneo	Es la porción de línea recta comprendido entre dos puntos, incluyendo esos dos puntos.
Sistema de coordenadas cartesianas	Es un sistema gráfico que divide el plano en cuatro cuadrantes. Los puntos en el plano se identifican mediante pares ordenados.
Solución de una ecuación	Cuando una ecuación tiene una variable, una solución de la ecuación es un número que hace la ecuación verdadera cuando se sustituye la variable por ese número.
Sustracción	Es la operación matemática opuesta de la adición. El primer número de la adición se llama minuendo, el segundo, se llama sustraendo y el resultado se llama diferencia.

T

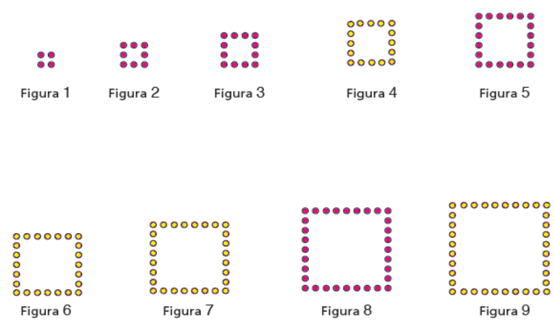
Tanto por ciento	Es una razón entre una parte y el todo expresada como una relación tantos en cien.
Teorema	Proposición que puede demostrarse.
Teoría de números	Rama de la matemática que estudia las propiedades de los números enteros.
Teselado	Es una cubierta o mosaico de un plano con formas que no se sobreponen.
Tetraedro	Poliedro con cuatro caras.
Transportador	Instrumento utilizado para medir en grados el tamaño de un ángulo.
Trapecio	Es un cuadrilátero con un único par de lados paralelos.
Trapecio isósceles	Es un trapecio con dos lados paralelos y los otros dos lados congruentes.
Traslación	Una traslación de una figura es un movimiento que se hace de la figura sobre una recta.

4.5 Actividad 5 A pintar un cuadro

En esta actividad se pretende que los alumnos elaboren un cuadro utilizando una sucesión dada, que lo desarrollen de manera creativa, con base en una sucesión numérica dada encontrar su fórmula, obtener las fórmulas para el siguiente término, así como la suma total de flores y cuadros que se necesiten para su elaboración, los alumnos podrán realizar el cuadro con el material que deseen.

Objetivo:
Se pretende que los alumnos representen una sucesión geométrica, utilizando fórmulas y procedimientos vistos en clase y los representen en un cuadro.

Materiales: Cartón, madera, papel cascarón, foami, etc., pegamento, estampas, lo necesario para la realización del cuadro.



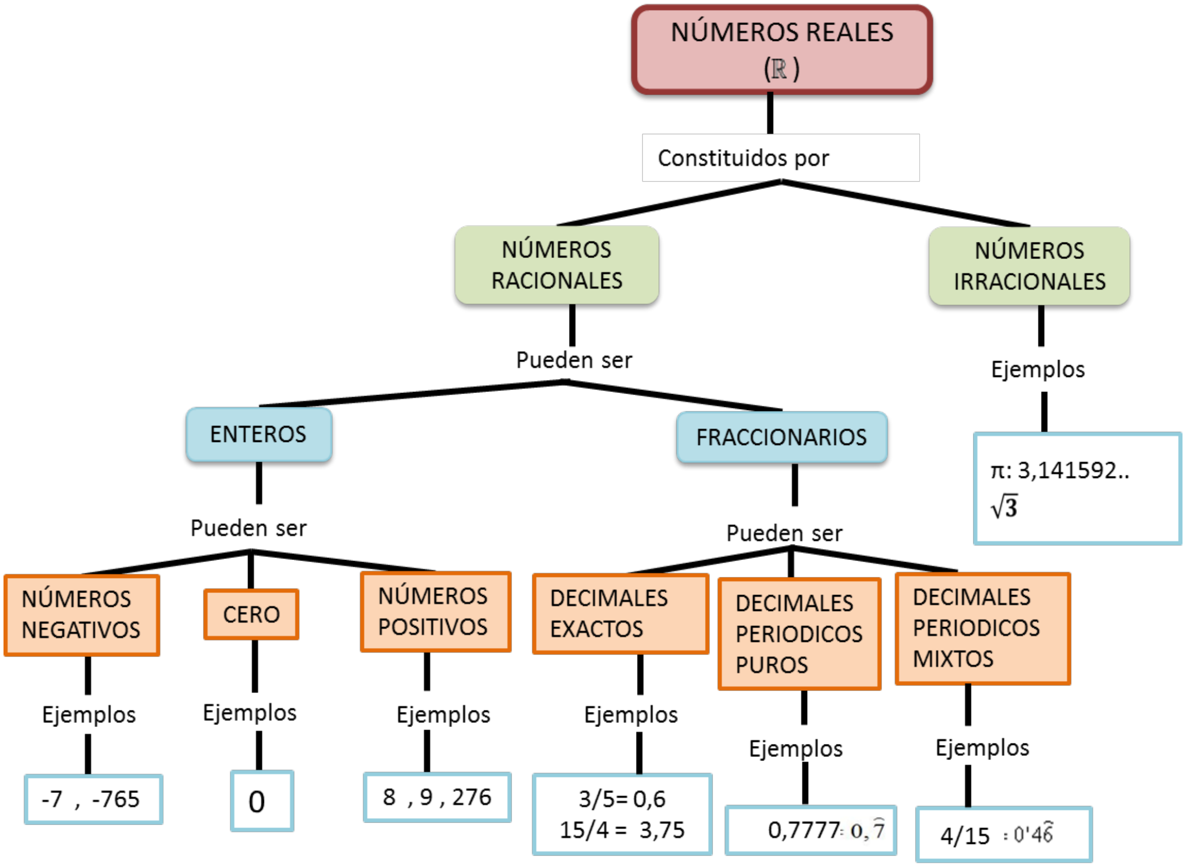
Desarrollo de la actividad:
Dada lo imagen como se mostró anteriormente los alumnos deberán obtener la siguiente figura, la fórmula de la sucesión, la suma de todas las figuras necesarias para realización del cuadro.
El alumno deberá explicar su cuadro, la elaboración del mismo y procedimiento de como obtuvo las fórmulas.

4.6 Actividad 6 Ensalada de números

A reconocer números por alguna de sus características (si son pares o impares, si son mayores o menores que otro número, si son múltiplos o divisores de otro, si son naturales, enteros, racionales, irracionales, reales…).

Objetivo: Que los alumnos aprendan a reconocer las propiedades de los números, su clasificación.

Materiales: Para cada participante, una tarjeta (tamaño un octavo de carta) con un número escrito con plumones gruesos, para que el número de cada uno sea visible para los demás; también pueden usarse cartón o cartulina.



Desarrollo de la actividad:
En primer lugar, escribir en las hojas un número, y en otra sus propiedades

1. Entrega a cada participante una tarjeta.
2. Pregúntales si saben el nombre del número e invítalos a que lo digan.
3. Ahora pregúntales: "¿Qué saben del número que tienen?" Cada uno dirá algo sobre su número: si es par o impar, si es múltiplo de algún otro número, si en un numero entero, etcétera.
4. Forma un círculo de sillas (el número de sillas debe ser una menos que la cantidad de participantes).
5. Invítalos a tomar asiento; uno quedará de pie.
6. Da las instrucciones a los participantes: "El compañero que quedó sin asiento dirá la frase 'Ensalada de…' y mencionará alguna característica de los números. Todos los participantes que tengan un número que cumpla con lo que se dijo deberán cambiarse de lugar. En esos momentos, quien está de pie aprovechará para sentarse. El compañero que quede sin asiento será quien ahora diga: 'Ensalada de…'. Si alguien dice: '¡Ensalada loca!', todos deberán cambiar de lugar."

7. Hagan un ensayo; di: “Ensalada de… ¡números mayores que 6!”. Pide que todos los que tengan números mayores que 6 se cambien de lugar.
8. Aclárales que entre todos deben observar que se cambien de lugar los que deben hacerlo. En caso de que alguien que tenía que cambiarse no lo haga (o, por el contrario, si no tenía que cambiarse y lo hizo), se quedará de pie.
9. Inicia el juego. Cuando notes que alguien que se quedó de pie no puede mencionar la “Ensalada de…”, apóyalo con alguna idea.
10. Después de jugar, organiza una puesta en común. Invita a los participantes a que compartan con todos qué aprendieron, si sabían todas las características de sus números, si se equivocaron alguna vez, en qué se equivocaron…

Es importante reconocer las características de los números. Los números pares son los que terminan en 0, 2, 4, 6 u 8, y los impares, en 1, 3, 5, 7 o 9. El primer lugar de la derecha corresponde a las unidades; el segundo, a las decenas, y el tercero, a las centenas. Los múltiplos de 4, por ejemplo, son 4, 8, 12, 16, 20… Los divisores de 20 son 1, 2, 4, 5, 10 y 20. Que sean reales, enteros, racionales, irracionales e imaginarios.

4.6.1 ¿De qué otra manera lo puedo hacer?

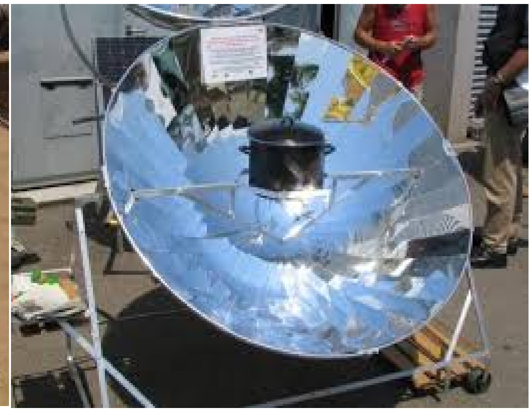
En lugar de jugar con números puedes usar figuras geométricas. Un tamaño adecuado es trazar la figura geométrica tan grande como se pueda en una hoja carta. Pueden ser de cartón, cartulina o *foami*. Te recomendamos que sean todas del mismo color, para que los participantes digan características geométricas y no se fijen en el color. Las ensaladas se pueden hacer por el nombre (cuadrado, triángulo, trapecio…) o por alguna característica (número de lados, paralelismo, perpendicularidad, simetría,…)

4.7 Actividad 7 Construcción de un calentador por medio de una parábola.

Los alumnos deberán investigar cómo realizar un calentador solar, esta actividad deberán realizarla en equipos no mayores a 4 integrantes, utilizando un material que este en su presupuesto, al realizar la investigación deberán también obtener las formulas necesarias para la elaboración y el procedimiento en video de la elaboración de la misma.

Materiales:
Sombrillas, aluminio, paneles solares, láminas espejos, etc., siempre que tengan un presupuesto los alumnos para la realización.

Desarrollo de la actividad:
Utilizando la investigación previa de cómo hacer un calentador solar, los beneficios ambientales de su utilización y la aplicación de la parábola para su realización, encontrar el vértice de la parábola, el foco donde se localizará el objeto a calentar y obtener todas sus propiedades lado recto, ecuación de la parábola, ecuación de la directriz, al terminar todo lo requerido deberá hacer un reporte de todo lo realizado. Y comprobar que en realidad sirve para calentar.



4.8 Actividad 8 Revista Matemática

La realización de una revista matemática en la cual contenga la aplicación de las funciones, conceptos, tipos de funciones con ejemplos, aplicaciones en la vida cotidiana, en base a los temas vistos en clase y una investigación por otros medios, los alumnos diseñaran desde la portada hasta el nombre de la revista, de manera digital utilizando programas de cómputo.

Objetivo: Que los alumnos aprendan que las funciones se pueden aplicar en la vida cotidiana y aprender sus propiedades características y clasificación de ellas.

Materiales: Programas de cómputo, materiales necesarios para la impresión de la revista.

Desarrollo de la actividad:

Los alumnos en equipos no mayores de 4 integrantes, deberán realizar una revista digital con los conceptos de funciones, tipos de funciones ejemplos de ellas, propiedades etc.

Los alumnos deberán mostrar las evidencias de la elaboración de su revista, presentar las referencias bibliografías de por lo menos tres libros y explicar su contenido en clase.

4.9 Actividad 9 Los Juegos de la Feria

En una feria es común que los niños se suban al carrusel, los carros chocones, el gusanito entre otros juegos, en ellos se puede ver ciertos temas de matemáticas y de física, como por ejemplo en el carrusel la ecuación de la circunferencia que este juego tiene. Los alumnos deberán entender que propiedades matemáticas pueden obtener de los juegos mecánicos y hacer un reporte sobre ellos con un vocabulario matemático.

Objetivo: Que los alumnos identifiquen as formas que los juegos mecánicos realizan para obtener su ecuación.

Materiales: Ir a una feria o parqué donde se encuentren juegos mecánicos o infantiles, subirse a ellos y tomar evidencias de ellos.

Desarrollo de la actividad:

Los alumnos deberán ir a una feria, subirse en algunos juegos y obtener medidas de los juegos ver que figura representa para obtener su ecuación.

Hacer un reporte de por lo menos tres juegos diferentes obteniendo sus características, propiedades, ecuación.

Esta actividad deberá ser realizada en quipos no mayores de tres integrantes entregando el reporte de lo realizado a computadora.


4.10 Actividad10 El Jardín

En esta actividad los alumnos diseñaran su jardín con la información proporcionada, escribiendo un reporte de los conceptos empleados, formulas, desarrollo de toda la actividad, un video que sirva de evidencia donde colocaron sus jardineras y todos sus procedimientos.

Objetivo: que el alumno diseñe un jardín en base al tema de circunferencia con un vocabulario matemático.

Materiales: Un lugar donde plantar las jardineras, 4 jardineras o macetas dependiendo el presupuesto del alumno, un aspersor.

Desarrollo de la actividad:

Carlos está diseñando un jardín, de forma circular y coloca tres jardineras en las coordenadas A (2,1) B (6,1) y C(6,5) desea colocar un aspersor para regar dichas jardineras.

a) ¿En qué lugar de colocar el aspersor para que logre regar las tres?
b) ¿A qué distancia estará cada jardinera del aspersor?
c) ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia que determina el trayecto del aspersor?
d) Si coloca otra jardinera en D (5,6) ¿le llegará el agua del aspersor? ¿Porque?
e) Realiza la gráfica en un software y señala todos los elementos de cada inciso.
f) Planta las jardineras y verifica que todos tus cálculos sean correctos.

Las actividades que se presentan en este capítulo pretenden que el alumno adquiera el conocimiento matemático de cada tema así como un lenguaje matemático necesario de una manera divertida, por medio de juegos o actividades cotidianas.

REFERENCIAS

Alcalá (2012) La construcción del lenguaje matemático,Universidad Pedagógica Nacional, Unidad 111 Guanajuato.

Alastre (2011), Metacognición como estrategia para la interpretación del lenguaje matemático, Revista de Postgrado FACE-UC. Vol. 5 Nº 9. Julio-Diciembre 2011 / 127-137

Alonso (2013) Juegos y materiales para construir las matemáticas en educación primaria, Universidad de Valladolid

Brousseau, G. (1998). Théorie des situations didactiques.Grenoble: La PenséeSauvage

Babini, J. (1967) Historia de las ideas modernas en matemática. Washington: OEA. (Serie de matemática, monografía Nº 4).

Borges (2001). Algunas estrategias para facilitar el aprendizaje de las matemáticas. Volumen 45. Páginas 53-60.

Boutot, A. (s.f.) “El poder creador de las matemáticas”. En: Mundo Científico, 10 (98): 78-86.

Castro, E. y Torralbo, M. (2001). Fracciones en el currículo de la Educación Primaria. En E. Castro (Editor). Didáctica de la matemática en la Educación Primaria. (pp. 285- 311). Madrid: Síntesis S.A.

Cesarman, E. (1982) Orden y caos. El complejo orden de la naturaleza. México: Editorial Diana.

Chela, R. (1986) Matemática y lógica. Caracas: Fondo Editorial Acta Científica Venezolana.

Dalia, Chiara S., M.L. (1976) Lógica (Temas de filosofía). Barcelona, España: Editorial Labor.

D’Amore, B.(2005)Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática, Editorial Reverté. México

Delval, J. (1983) La construcción del conocimiento en la escuela. Barcelona, España: Editorial. Laia. (Cuadernos de pedagogía, 11).

Díaz. (2009)El lenguaje verbal como instrumento matemático. Educación y Educadores, Vol. 12, Núm. 3, diciembre, 2009, pp. 13-31.Universidad de La Sabana. Colombia

Dou, A. (1970) Fundamentos de la matemáticaBarcelona, España: Editorial Labor. (Nueva Colección Labor, Nº 117).

Escalona, F. y Noriega, M. (1975). Didáctica de la matemática en la Escuela Primaria 2. Buenos Aires: Kapelusz S.A.

Espinoza, Lorena; Mitrovich, Dinko (2001). Estudiar matemática en el segundo ciclo básico: Campo de problemas en torno a las fracciones. Programa P-900. DEG, Ministerio de Educación de Chile.

Fernández (1994) Sobre los diversos lenguajes matemáticos y del paso de unos a otros.1 seminario de lenguaje y matemática

García, A. (1999). Pasatiempos y juegos en clase de matemáticas. Números y álgebra. España: Ediciones de Universidad Autónoma de Madrid

García, (2013)“Juegos educativos para el aprendizaje de la matemática”,Campus de Quetzaltenango.

Godino, J. D. (2000). Significado y comprensión de los conceptos matemáticos. Uno: Revista de didáctica de las matemáticas, 7(25), 77-87.

Gómez-Granell, C. (1989). La adquisición del lenguaje matemático: un difícil equilibrio entre el rigor y el significado. Comunicación, Lenguaje y Educación, 1(3-4), 5-16.

Gorostiza, L.G. (1991) “Perspectiva de las ciencias exactas: las perspectivas de las matemáticas”. En: Avance y Perspectiva. 10.

Guerra P., L.G. (1991, junio 9) Constructivismo en matemática. Suplemento Cultural de Últimas Noticias, Nº 1203, pp.38-39.

Guétmanova, A. (1989) Lógica. URSS: Editorial Progreso.

Hammer, P. (1974) “Lenguaje, aproximación y topologías ampliadas”. En: Y. Rauch y Ch. Scott (Eds.). Estudios de metodología lingüística.(pp.56-68). Madrid: Editorial Gredos.

Jiménez, M. E., Jiménez, M. G., Jiménez, M. J. (2014). Estrategia Didáctica Para Desarrollar La competencia “Comunicación y Representación”En Matemática. Escenarios. 12(1), 17-33

.Kaput, J. J. (1992).Technology and Mathematics Education. Handbook of Research on Mathematics Teaching and Leaming, A project of the NCTM, New York, Macmillan Publishing Company (1992), pp. 515-575.pp. 1-19.

Landay, 5. (1999). Compute and Conjecture. *Narices of rheA.M.S.*,febrero 1999, p. 189.

Laborde, C. (1990). Language and Mathematics, en P. Nesher y J. Kilpatrick (eds.), Mathematics and Cognition, pp. 53- 69.Cambridge UniversityPress: Cambridge.

Llinares, S. (2003). Fracciones, decimales y razón. Desde la relación parte-todo al razonamiento proporcional. En Chamorro, M. Didáctica de las Matemáticas. Madrid: Pearson Prentice Hall

Llinares, S. y Sánchez, M. (1997). Fracciones. La relación parte-todo. Madrid: Editorial Síntesis Valls, J. (2007). Documento de trabajo curso Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Alicante. España

Méndez, R. (2012). Adquisición del lenguaje matemático. Diplomado: Construcción de Unidades de Aprendizaje para el Desarrollo de Competencias. Guía de unidad de aprendizaje disciplinar 4. Guanajuato, México. Recuperado de: http://qacontent.edomex.gob.mx/idc/groups/public/documents/edomex_archivo/dregional_neza_pdf_lenmat.pdf

Roanes Macías, E. y Roanes Lozano, E. (1991). Enseñanza y aprendizaje de la matemática en la era del ordenador. Actas de las Jornadas sobre enseñanza experimentalde la Matemática en la Universidad, 10- 12 diciembre 1991.Madrid, PP.20 1-206.

Pimm, D. (1987). Speaking Mathematically. (Routledge & Kegan: Londres). Trad. cast.: 1990, P. Manzano, El Lenguaje Matemático en el Aula. Ministerio de Educación y Ciencia y Ediciones Morata: Madrid.

Ortega, J. F., & Ortega, J. A. (2002). Experiencia sobre el conocimiento del lenguaje matemático. Acta de las X Jornadas de ASEPUMA.

Pimm, D. (1990). El lenguaje matemático en el aula (Vol. 15). Ediciones Morata.

Pimm, D. (1990) El lenguaje matemático en el aula. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencias y Ediciones Morata.

Rapoport, A. (1968) “La matemática: la ciencia ‘vacía’”. En: L. White, jr. y colaboradores. Fronteras del conocimiento. Buenos Aires: EUDEBA. Requena, E. (1988) “¿Se pueden construir las matemáticas?”. En: Anthropos, (82-83): 37-42.

Rodríguez G., A. (1990, Noviembre 11) “Sobre los fundamentos”. Suplemento Cultural de Últimas Noticias. Nº 1173, pp.31-46.

Trigueros, M. (1991) “El falsacionismo y la enseñanza de las matemáticas”. En: A. Nosnik (Coor.). Caminos de apertura: El pensamiento de Karl R. Popper (pp. 29-55). México: Editorial Trillas.

Walter O. Beyer K. Algunos aspectos epistemológicos de da matemática: ¿Es la matemática un lenguaje? Educere, vol. 5, núm. 14, julio-septiembre, 2001, pp. 236-240, Universidad de los Andes Venezuela

Wagner, S. y Kieran, C., eds., 1989. Research Issues in the rence of the Psychology of Mathematics Education, pp. Learning and Teaching of Algebra. (Lawrence Erlbaum 7-17).

Watkins, A. J. E (1992). Introducing calculus with DERIVE. (Joseph Bohm, Ed.), Teaching Mathematics with DERIVE, pp. 1-19.