BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

APLICACIÓN DE UN TALLER PARA EL DESARROLLO DE ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS EN SECUNDARIA

TESIS

Para obtener el título de:

Licenciado en Matemáticas

PRESENTA:

Ian Irais Salazar Islas

DIRECTORA DE TESIS:

Lidia Aurora Hernández Rebollar

ABRIL 2019

Dedicatoria

A Dios, nuestro supremo Hacedor,
dueño de toda la sabiduría y el poder.

A mis padres,
por su ejemplo de valentía
para afrontar las adversidades.

A Eslye, mi hermana querida,
por su ternura y cariño de siempre.

Agradecimientos

A Dios, mi Padre amado,
por fortalecerme cada día y darme
siempre una oportunidad de
comenzar de nuevo.

A la Dra. Lidia Aurora Hernández
Rebollar por inspirarme a tener la
valentía de luchar por una mejor
educación en nuestro país.

A Yassin Radilla que posibilitó
el desarrollo de la presente tesis.

A la Vicerrectoría de Investigación y
Estudios de Posgrado por el apoyo
otorgado a través del proyecto con
clave 100185000-VIEP2018.

Índice de contenido

Resumen

Ante los altos déficits de enseñanza en el área de las matemáticas en México, en el presente trabajo se plantea un taller basado en problemas como una herramienta pedagógica para estimular la selección y uso de estrategias y conocimientos previos para la resolución de problemas. Se explica el proceso de elaboración y cómo impactó en un grupo de estudiantes en secundaria, tras el análisis de resultados se constató que este recurso, aunque no soluciona todos los problemas en el aprendizaje, es un buen comienzo para combatir este grave problema educativo.

CAPITULO 1

Introducción

Para una enorme cantidad de estudiantes del nivel básico aprender matemáticas es una labor difícil y tediosa. De acuerdo con la OCDE, México se ubica en el lugar 102 de 137 países que aplican la prueba PISA para medir las habilidades matemáticas, entre otras. Lo que indica altos déficits en el dominio de esta ciencia en los niveles básicos.

Ante este escenario, se propone un taller que promueva en los alumnos la construcción de nociones y procedimientos matemáticos como recursos propios, es decir, una estrategia de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que favorezca el uso y selección de estrategias o pasos determinados para afrontar problemas y al mismo tiempo de conocimientos previos.

En la presente investigación se muestra de qué manera incide en los estudiantes participantes la aplicación de un taller de resolución de problemas, en el que se estimula la selección y uso de estrategias y conocimientos previos. Mediante el análisis que se realizó a las producciones de los alumnos durante el taller, se observó un avance en las habilidades evaluadas.

Objetivo:

Conocer de qué manera influye en estudiantes de secundaria la impartición de un taller basado en la resolución de problemas, que fomente la selección y uso de estrategias y conocimientos previos.

Planteamiento del problema

El aprendizaje de las matemáticas supone, junto a la lectura y la escritura, uno de los aprendizajes fundamentales de la educación elemental. De ahí que entender las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se haya convertido en una preocupación manifiesta de buena parte de los profesionales dedicados a la investigación en educación matemática, sobre todo si consideramos el alto porcentaje de fracasos que presentan en estos contenidos los alumnos y alumnas que terminan la escolaridad obligatoria.

Según datos del Programa Internacional de Evaluación de los Alumnos (PISA, por sus siglas en inglés), que realiza la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) entre las naciones agremiadas, en 2017 México ocupó el lugar número 102 de 137 países estudiados, lo que indica que el sistema educativo mexicano (privado y público) presenta deficiencias en la generación de competencias lectoras, matemáticas y científicas, en comparación con los países de economías desarrolladas, incluso con algunas de menor relevancia en el escenario global.

Para Rodríguez (2011), México registra resultados insatisfactorios en el aprendizaje de las matemáticas en educación básica. Para la investigadora, las limitaciones más serias son la falta de conocimientos conceptuales previos y el uso de estrategias irreflexivas ante problemas de alto nivel de dificultad.

En su estudio, concluye que es necesario promover que los alumnos construyan nociones y procedimientos matemáticos como recursos propios y no recetas. Plantea la necesidad de encontrar mecanismos de apoyo a las y los estudiantes para que tengan un mejor desempeño.

Diversos estudios sugieren herramientas pedagógicas para favorecer en el estudiantado el desarrollo de aptitudes y habilidades matemáticas. Sin embargo, a la fecha, la situación académica en México no ha mejorado. Uno de estos intentos fallidos es la implementación, hace cuatro años, de la Reforma Educativa.

De acuerdo al análisis hecho este año por el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE), los alumnos mexicanos carecen de un modelo de educación matemático “satisfactorio y sobresaliente” y no saben resolver problemas que requieren de operaciones básicas con números decimales ni multiplicar una fracción por un número natural, además de las conversiones.

Por otro lado, aunque los alumnos poblanos de sexto de educación básica se encuentran en los lugares número 9 y 10 a nivel nacional en matemáticas y español con "las mejores evaluaciones", respectivamente, no tienen un desempeño eficiente, pues están evaluados con 505 y 513 puntos de los 800 que marca el Plan Nacional para la Evaluación de los Aprendizajes (PLANEA) 2018.

Por tales motivos resulta imprescindible cambiar las estrategias utilizadas para la enseñanza de las matemáticas, por unas que fomenten la creatividad y otras aptitudes en los estudiantes, con el fin de que tengan gradualmente un mejor aprendizaje, sepan leer con total atención y el proceso de resolución de problemas sea más sencillo.

Uno de los recursos que podría incidir favorablemente en la enseñanza de contenidos de matemáticas son los talleres, los cuales constituyen una forma de enseñar y aprender mediante la realización de algo. El taller es una metodología participativa en la que se enseña y se aprende a través de una tarea conjunta (Careaga, 2016).

Para Albandea y otros autores (1998), los talleres "favorecen el trabajo manipulativo, de creación y de investigación y, en consecuencia, el desarrollo de ciertas capacidades imprescindibles para paliar la imagen negativa que muchos alumnos tienen de esta ciencia, al hacer ver que el juego y la belleza están en el origen de una gran parte de la misma".

Hipótesis

La implementación de un taller diseñado para propiciar la selección y uso de estrategias y conocimientos previos favorecerá la resolución de problemas matemáticos en estudiantes de secundaria.

CAPITULO 2

Marco Teórico

La educación es un proceso con el cual toda persona adquiere las habilidades, destrezas y competencias para la vida; la educación básica es una de las principales bases para el proceso formativo, pues brinda las primeras experiencias de aprendizaje formal y sistemático (Trejo, S.F.).

El constructivismo surge en oposición al positivismo del conductismo y el procesamiento de la información como una propuesta epistemológica que se basa en la concepción de que la realidad es una construcción interna, propia del individuo. Una filosofía constructivista hará énfasis en cómo los aprendices construyen los conocimientos en función de sus experiencias previas, estructuras mentales y creencias o ideas que ocupan para interpretar objetos y eventos. En el ámbito pedagógico, los investigadores constructivistas postulan que el saber se construye a partir de acciones del aprendiz sobre la realidad.

Castillo (2008) recopila en su artículo una serie de principios que justifica el uso de la visión constructivista en el aula: "el conocimiento no es pasivamente recibido e incorporado en la mente del alumno, sino activamente construido. Solo el sujeto que conoce construye su poder. La cognición tiene función adaptativa y para ello sirve la organización de un mundo experiencial. La realidad existe en tanto existe una construcción mental interpretativa del que aprende. Aprender es construir y reconstruir esquemas como modelos mentales".

Sin embargo, a pesar de la claridad de las citadas fundamentaciones, que explican las constantes referencias en la teoría constructivista en investigaciones sobre educación, Castillo (2008) insinuó un principio que asienta la propuesta de la aplicación de un taller para la enseñanza de las matemáticas: "aprender es un proceso individual y colectivo de diseño, y construcción/reconstrucción de esquemas mentales previos como resultado de procesos de reflexión e interpretación". Este argumento ha tenido fuertes implicaciones en la matemática educativa, no solo en el presente estudio, debido a que, como lo refirieron Kilpatrick, Gómez y Rico (1995), el conocimiento matemático es construido, en parte, a través de un proceso de abstracción reflexiva que activa estructuras cognitivas, las cuales están en desarrollo continuo.

Elegir una postura constructivista permite desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje más eficientes en el que el alumno es el protagonista central y se considera sus intereses, habilidades para aprender y necesidades en el sentido más amplio. Por lo que el aprendiz, para construir su conocimiento, debe hacerlo mediante la resolución de problemas, no con ejercicios.

Una de las estrategias que encaja perfectamente en esta visión es el taller, que de acuerdo con Black Max (1946) hace posible que las habilidades interactúen y se apoyen mutuamente a fin de desarrollar el pensamiento crítico como parte de su proceso intelectual y como producto de sus esfuerzos al interpretar la realidad que lo rodea con todas sus implicaciones, dando prioridad a la razón y la honestidad.

Para este investigador, el taller es una de las metodologías didácticas más apropiadas para conseguir estos resultados. Considerado como parte de las metodologías activas, se centra en el que aprende. Dado que en ocasiones se ha hecho un uso indiscriminado de este concepto, es necesario precisar sus características y la pertinencia de su uso para conseguir las metas anteriormente mencionadas.

Aplicando este concepto a la práctica educativa nos basaremos en lo que el diccionario de la Real Academia de la Lengua Española menciona sobre un taller: una escuela en la que un grupo de colaboradores trabaja una obra relacionada con las ciencias o las artes con la guía de un maestro. En el ámbito pedagógico su alcance es el mismo. En lo esencial se trata de una forma de enseñar, y sobre todo, de aprender, mediante la realización de actividades que en gran medida se llevan a cabo conjuntamente.

Por la constante transformación que vive la humanidad, el sistema educativo vive una crisis en la que el educador debe asumir un papel de corresponsabilidad con el estudiante, quien tiene el compromiso de aprender a aprender, en ese sentido, el docente debe ayudar seleccionando las estrategias a implementar en el proceso educativo y promover el desarrollo de habilidades y técnicas para el aprendizaje de conocimientos orientados a la solución de situaciones prácticas, en lo académico y en lo cotidiano, es decir, el proceso de aprendizaje debe ser significativo para el estudiante.

Al ser una metodología participativa en la que se enseña y se aprende a través de una tarea conjunta, el taller es una forma de enseñar y aprender mediante la realización de algo; descansa en la actividad del estudiante, por lo que es una práctica que despierta el interés en los estudiantes quienes observan la aplicación de los conocimientos.

Esta estrategia promueve el desarrollo de varios saberes: cognitivo procedimental y actitudinal, por tanto, competencias genéricas de comunicación, trabajo colaborativo y sociales.

El taller en general da lugar a la implementación comunitaria de estrategias, las cuales a su vez favorecen el desarrollo de procesos cognitivos particulares. Una estrategia es una plan para dirigir el asunto; se compone de acciones planificadas que ayudan a tomar decisiones y a conseguir lo mejores resultados posibles. La estrategia está orientada a alcanzar un objetivo siguiendo una pauta de actuación.

Desde un punto de vista epistemológico, toda estrategia es una teoría por lo que debe considerarse como un constructo cognitivo provisorio, que debe ser desafiado sistemáticamente mediante el reinicio del ciclo, percepción-comprensión-razonamiento, procesos cognitivos fundamentales para el aprendizaje y la actuación de las personas en la cotidianidad.

De ahí la importancia de la implementación de un taller que estimule el uso y la selección de estrategias. A continuación se describen las implicaciones de cada uno los procesos de percepción, comprensión y razonamiento:

-Percepción: este proceso dispara signos y símbolos respecto a la red de relación e interdependencias que define el campo entorno y por otro lado el desarrollo de una perspectiva.

-Comprensión: este proceso permite identificar los apalancamientos de las ventajas competitivas (diferenciaciones valoradas y factores críticos de éxito) a fin de compatibilizarlos con las habilidades distintivas, existentes o potenciales.

-Razonamiento: este proceso apunta a la elección del núcleo estratégico es decir a la toma de decisiones

A continuación, describiremos cada uno de estos procesos:

Según el planteamiento ecologista Gibson, la percepción es un proceso simple, es decir, en el estímulo está la información sin necesidad de procesamientos mentales posteriores. Sin embargo, la psicología clásica la considera como un proceso activo/constructivo, en el que el perceptor, antes de procesar la nueva información y con datos archivados en su conciencia, construye un esquema informativo anticipado que le permite contrastar el estímulo y discriminarlo según su propio esquema.

En otras palabras, la percepción es el proceso del que parte todo conocimiento, pues en base de conocimientos previos se interpreta las nuevas informaciones.

Según la psicología moderna la percepción puede definirse como el conjunto de procesos y actividades relacionados con la estimulación de los sentidos, mediante la cual obtenemos información sobre nuestro entorno, las acciones del individuo y los estados de ánimo internos. Es pues el punto de partida para estimular el aprendizaje, da lugar a la comprensión.

Según Duke y Carlisle (2011) la comprensión es un proceso complejo en la que se relacionan con una serie de factores que tienen una estrecha relación con el pensamiento. Es un proceso similar a la percepción, sin embargo, en la comprensión se requieren de conocimientos y del conocimiento del mundo, exige primero una discriminación de la información para englobarla en unidades significativas.

En la comprensión intervienen diversos procesos, los cuales deben interrelacionarse para que el aprendizaje se vea favorecido. Entre ellos se encuentran la activación de conocimientos previos sobre un tema, predicción, asociación de experiencias personales, imaginación (visualización), inferencias, formulación de preguntas, identificación de información relevante y resúmenes. En otras palabras, es importante activar estos procesos en la enseñanza/aprendizaje.

Finalmente, el razonamiento, que para Carmona y Jaramillo (2010) puede definirse como “la forma de pensamiento mediante la cual se obtienen nuevos juicios a partir de otros ya conocidos” o en otras palabras, es el proceso de asociar conocimientos previos que se presentan como nuevos para sacar conclusiones al respecto, es decir, construir nuevo conocimiento.

Cabe señalar que Smith (citado por Serna y Flórez, 2013) afirma que el razonamiento se usa en algunas ocasiones con dos fines: justificar una conclusión o convencer a alguien para que acepte esa conclusión.

Por lo anterior es posible afirmar que el taller se convierte en una poderosa estrategia educativa ya que al propiciar este tipo de procesos mentales se incentivan aptitudes requeridas no solo en entornos educativos sino en la propia cotidianidad del aprendiz.

Los conocimientos previos: la base del aprendizaje.

En el presente trabajo se considera a los conocimientos previos como un factor determinante en la estrategia educativa propuesta, debido a que diversos autores los refiere como elementos que dinamizan los procesos de aprendizaje. Coinciden que el docente debe implementar estrategias que permitan encadenar el conocimiento nuevo con el adquirido previamente.

Para Ausubel (1983) un aprendizaje tiene significatividad “sentido” si permite al individuo relacionar el nuevo conocimiento con el que ya posee. De ahí que este taller haga énfasis en la selección y uso de los conocimientos previos.

La adquisición de información nueva depende en alto grado de las ideas pertinentes ya existentes en la estructura cognitiva, el concepto de conocimiento previo surge del enfoque cognitivo del aprendizaje y se relaciona con el aprendizaje significativo, ya que su funcionalidad radica en que este aprendizaje se establece no solo para nuevos conocimientos, sino también para su revisión, modificación y enriquecimiento, al establecer nuevas conexiones y relaciones entre ellos.

Los conocimientos previos son considerados desde ya hace varias épocas como fundamentales para adquirir nuevos. Un taller, desde el punto de vista pedagógico, propicia el desarrollo de estrategias que obligadamente parten de las estructuras cognitivas ya afincadas en los estudiantes, pues teóricamente, en el diseño o formulación de una estrategia, las personas tienen que recurrir al análisis del problema, proceso en el que intervienen actividades cerebrales como las dichas anteriormente: percepción, comprensión y razonamiento, y es en estas donde los conocimientos previos adquieren relevancia. En palabras de Ausubel (1983) la adquisición de información nueva depende en alto grado de las ideas pertinentes que ya existen en la estructura cognitiva y el aprendizaje significativo ocurre a través de una interacción de la nueva información con las ideas pertinentes que ya existen en la estructura cognitiva.

Indistintamente del enfoque en el que los conocimientos previos sean estudiados, tienen características en común, como el hecho de ser construcciones propias de cada individuo, de tal manera que cada persona los fabrica mientras interacciona con el medio según sus experiencias. Cabe destacar que los saberes previos no siempre poseen rigor científico, es decir, que el conocimiento previo que llegue a tener un estudiante sobre cierta área no significa que su idea esté aceptada. Por ello, es necesario que el docente ponga atención en las nociones del estudiante relacionadas con ciertos conceptos de matemáticas, para sacar provecho, como ya se fundamentó anteriormente, en el tratamiento de problemas matemáticos, así también para evitar problemas en la construcción de nuevo conocimiento. El estudio de los conocimientos previos a profundidad, por tanto, debe ir más allá de la simple evaluación diagnóstica que algunos docentes universitarios aplican al inicio de cada curso matemático.

Los problemas matemáticos como guía en el aprendizaje matemático

A la fecha, se le da mayor importancia y mérito a las personas que dominan una mayor diversidad de contenidos en el área de matemáticas, es decir, se prefiere a la acumulación de información en lugar de la habilidad para procesar contenidos y descubrir relaciones entre diversos conceptos u objetos matemáticos; se privilegia la memoria en lugar de la capacidad de razonar.

Como ya hemos mencionado anteriormente está en el razonamiento la clave para iniciar la adquisición de conocimientos matemáticos, por tanto, la tendencia de sobrevalorar el almacenamiento de información más que la utilización de la misma ha generado muchos errores en la educación y la formación de las personas.

Hay varios ejemplos en la historia de la humanidad, historias de genialidad científica que tienen su origen no en la demostración de conocimientos, sino en la sagacidad de las personas al abordar y resolver un problema. Como se dice comúnmente, detrás de un tema matemático hay un gran problema, pues la actividad matemática está inspirada por la inquietud de enfrentar nuevos horizontes.

A pesar de su importancia, en los últimos años se ha preferido encauzar al estudiante hacia la adquisición mecánica de contenidos en lugar de la resolución de problemas. Pese a esta tendencia, actualmente, en congresos internacionales sobre pedagogía y matemáticas los especialistas discuten arduamente sobre el planteamiento de propuestas didácticas relacionadas con los procesos de resolución de problemas que lamentablemente no se han traducido en propuestas concretas con impacto en la planeación e instrumentación didáctica. Al ser, uno de los ejes fundamentales del presente trabajo, hay que precisar la acepción que daremos al concepto de problema y acotarlo al ámbito de la educación matemática, ya que su concepción es muy variada y se habla de ellos como ejercicios, problemas de aplicación, acertijos y otras variantes; no hay pues un acuerdo en este punto.

Para Pérez (2013), un problema matemático es una incógnita sobre una cierta entidad matemática que debe resolverse a partir de otra entidad del mismo tipo que hay que descubrir, consiste en buscar una determinada entidad matemática de entre un conjunto de entidades del mismo tipo y que además satisfaga las llamadas condiciones del problema.

Para Schoenfeld (1992) la dificultad de definir el concepto de problema radica en que es relativo; un problema no es inherente a una tarea matemática, más bien es la relación particular entre el individuo y la tarea.

Los especialistas coinciden en que un problema no implica exclusivamente la aplicación de fórmulas o rutinas pues se espera que un problema propicie la reflexión o procesos cognitivos de vital importancia para la interpretación del medio o de la realidad (como la percepción, comprensión y razonamiento). Tal esfuerzo, en su gran mayoría, solo genera interés en gente que experimenta o se interesa en una gimnasia mental, no en el estudiante promedio, a quien se le debe motivar, por lo que el trabajo docente no se debe restringir a los problemas, acertijos, o problemas de corte teórico.

Los problemas no son únicamente aquellos que han abordado sólo los grandes matemáticos, sino también otras cuestiones más sencillas fuera del ámbito de la investigación. Por ello, Polya (2016) propuso una clasificación de problemas, 4 en total, los cuales sirven para comprender la naturaleza de enfrentarse a este tipo de planteamientos:

a) Los problemas en que la regla que hay que aplicar salta a la vista porque acaba de ser presentada o estudiada en clase.
b) Aquellos en los que hay que elegir la regla a aplicar, la cual se trabajó recientemente en clase.
c) Los problemas en los que hay que elegir unas combinaciones de reglas previamente estudiadas
d) Y, finalmente, aquellos que implican una investigación ya que exigen una combinación original de reglas y uso de razonamientos plausibles.

   Los problemas incluidos en la última categoría son los adecuados para exigir el uso de conocimientos previos y la puesta en marcha de los procesos cognitivos más importantes (percepción, comprensión y razonamiento).

Para ser abordados, según el mismo autor, hay que recorrer cuatro momentos creativos: familiarización, incubación, inspiración y verificación, que se describen en cuatro fases, conforman la descripción más clásica y conocida del proceso de resolución de problemas. Transcurren en el siguiente orden: comprender el problema, concebir el plan, ejecutarlo y examinar la solución obtenida. Si se orienta al estudiante a desarrollarlas de manera consciente y con un objetivo claro, el alumno aprenderá por sí mismo a resolver cualquier problema, independientemente de la categoría a la que pertenezca según Polya, es decir, sin importar el grado y la cantidad de conocimientos previos y procesos cognitivos que implican.

De esta forma el docente llegará al cumplimiento de sus objetivos en cuanto a la enseñanza de las matemáticas que para Schoenfeld (1992) se resume de la siguiente manera:

a) Debe proporcionar a los estudiantes un sentido de qué es la matemática y cómo se hace, a un nivel apropiado para los estudiantes a experimentar y comprender.
b) Debe lograr la comprensión de los estudiantes de la importancia de conceptos en el contenido básico apropiado.
c) Debe proporcionar a los estudiantes la oportunidad de explorar una amplia gama de problemas y situaciones problemáticas.
d) Debe ayudar a los estudiantes a desarrollar lo que podría llamarse “Un punto de vista matemático”.
e) Debe ayudar a los estudiantes a desarrollar la precisión en ambos modos de expresión escrito y oral.

Pese a que es evidente la necesidad de proponer al alumno problemas desafiantes, la mayor parte del tiempo, lamenta Callejo (1994), se plantean problemas en los que el algoritmo o los conocimientos que hay que aplicar acaban de ser presentados en clase; sostiene que a menudo la educación matemática no ayuda a los estudiantes a enfrentarse a situaciones nuevas cuya resolución necesita una combinación original de saberes y métodos, mucha creatividad y la utilización de razonamientos plausibles. Por ello la necesidad de la implementación de un taller cuya metodología se expondrá en el siguiente capítulo.

CAPITULO 3

Metodología

Dado que el objetivo principal de este trabajo es conocer de qué manera influye en estudiantes de secundaria la impartición de un taller basado en la resolución de problemas, que fomente la selección y uso de estrategias y conocimientos previos hubo que seleccionar materiales bibliográficos que refirieran a las metodologías más eficaces en la ejecución de esta estrategia didáctica (taller) en la enseñanza de las matemáticas.

Las fuentes consultadas corresponden a investigaciones del área de psicología, la pedagogía y la didáctica matemática que refieren a las técnicas basadas en el planteamiento de problemas o situaciones matemáticas, como los descritos por Polya (2016), Callejo (1994) y Schoenfeld(1992), quienes a su vez plantean que el ejercitamiento matemático originado por su resolución pone en marcha procesos cognitivos fundamentales para cualquier tipo de aprendizaje (percepción, comprensión y razonamiento) y hace uso de conocimientos previos arraigados en el estudiante.

Luego de dos meses de análisis de estos materiales, los cuales también detallan las etapas o fases de la resolución de problemas y los atributos que éstos deben tener para incentivar aún más el aprendizaje constructivista, se diseñaron los materiales (hojas de trabajo) que formaron parte del taller. Para su elaboración, se siguió el siguiente esquema de trabajo:

a) Selección y uso de problemas matemáticos que a los estudiantes les parezcan interesantes, para propiciar su atención e interés en resolverlos.
b) Detectar carencias cognitivas o errores que puedan dificultar el logro de los objetivos planteados.
c) Aplicación del taller de resolución de problemas diseñado para promover el uso de conocimientos previos y de estrategias.
d) Valoración de los logros en los estudiantes participantes.

Además de estas referencias, para implementar el taller fue necesario consultar las planeaciones curriculares correspondientes.

Es un estudio del tipo experimental, pues las clases de la asignatura de Matemáticas fueron usadas como un laboratorio en el que se observó el efecto que tuvo la metodología empleada en el taller. El método de análisis es de corte cualitativo, dado que pretendemos describir cómo el taller en cuestión influye en los estudiantes al momento de enfrentarse a problemas matemáticos. Para ello, se compararon las observaciones de su desempeño antes, durante y después de la implementación de esta metodología, recabados en el diagnóstico y en las hojas de trabajo.

El grupo participante estuvo integrado por 12 estudiantes de la secundaria oficial vespertina Lic. Luis Cabrera de la ciudad de Puebla.

El diseño de las hojas de trabajo fue planteado para obtener datos cualitativos de las producciones de los estudiantes, para conocer su desempeño durante el taller. Su análisis ayudará a constatar si hubo algún progreso en la resolución de problemas matemáticos como resultado de la propuesta metodológica planteada en este trabajo.

Como ya se mencionó anteriormente, la implementación de un taller basado en problemas matemáticos favorece el rigor lógico, el sentido práctico, el razonamiento y las facultades de abstracción, ya que los problemas plantean situaciones nuevas cuya resolución necesita una combinación de saberes (conocimientos previos) y métodos (estrategias).

En ese sentido, el presente trabajo detalla la forma en que se diseñó un taller para alumnos de primero de secundaria en una escuela pública de la ciudad de Puebla, como parte de la asignatura de matemáticas que en dicho nivel se imparte. Esta construcción se basa en las estrategias de George Polya, las cuales son abordadas por el autor como etapas: comprender el problema, concebir un plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida.

Así, el taller conduce al estudiante en la resolución de problemas seleccionados, a través de preguntas guía que lo llevan a reflexionar y a transitar por cada una de estas fases, a fin de que el alumno recorra cada una de ellas de manera consciente y con objetivos claros, es decir, que el proceso que va desde el entendimiento del problema hasta la obtención de un resultado sea racional y favorezca la percepción, comprensión y razonamiento.

Polya (2016) describe la etapa de comprensión del problema como la fase que tiene como objetivo provocar la inspiración mediante la concepción de un plan, el cual, una vez desarrollado se verá o no confirmado mediante el examen de la solución obtenida.

El diseño del taller partió de los conocimientos que supuestamente los estudiantes ya deben dominar según el grado académico que cursan. Por ello se recurrió a la planeación didáctica de clase que elabora el profesor. En ella se fijan los propósitos, los aprendizajes esperados, las competencias que se favorecen, así como los parámetros para la evaluación en indicadores. Estos documentos también incluyen los temas a abordar y las actividades de grupo que se implementarán.

Toda esta información fue considerada en la formulación de las preguntas de la prueba diagnóstico, un instrumento que tuvo como fin conocer el dominio de los temas ya impartidos y, principalmente, las capacidades de los estudiantes al enfrentarse con problemas de índole matemático.

Al momento en que se llegó al grupo de estudiantes estos cursaban el bloque 5 del programa de matemáticas que contempla los temas: problemas multiplicativos, patrones y ecuaciones, medidas y proporcionalidad y funciones, y los siguientes contenidos: uso de la notación científica para realizar cálculos en los que intervienen cantidades o muy grandes o muy pequeñas, resolución de problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada (diferentes métodos) y la potencia de exponente natural de números naturales y decimales, la obtención de la regla general (lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética, uso de fórmulas para calcular el perímetro y el área del círculo en la resolución de problemas y, finalmente la resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.

De tal forma, las preguntas que conformaron el examen diagnóstico quedaron de la siguiente manera

1. Si para pintar 180 m^2 se necesitan 24 kg de pintura. ¿Cuántos kg se necesitarán para pintar una superficie rectangular de 12 m de largo por 10 m de ancho?

Figura 1: Problema uno del diagnóstico

2. El reloj de Marisol va retrasado por 10 minutos, pero ella cree que está adelantado por 5 minutos. El reloj de Mónica está adelantado por 5 minutos, pero ella cree que está retrasado por 10 minutos. Marisol cree que son las 12:00. ¿Qué hora cree Mónica que es?

Figura 2: Problema dos del diagnóstico

3. Sergio tiene cuatro cajas llenas de jarras. Cada caja tiene cuatro filas y cada fila contiene cuatro jarras. ¿Cuántas jarras hay en total?

Figura 3: Problema tres del diagnóstico

A partir de los resultados que se obtuvieron en esta prueba, se comenzó con el diseño de las hojas de trabajo que tuvieron como fin ejercitar al estudiante en la resolución de problemas los cuales fueron con el enfoque antes descrito, haciendo uso de preguntas guía.

Problema 1

"De un depósito de agua se han sacado $3/5$ de su contenido. Si quedan todavía 600 litros dentro, ¿Cuál es la capacidad del depósito?" (https://es.scribd.com/doc/132126810/Problemas-Con-Fraccionarios-Resueltos)

Solución esperada:

Como del depósito se han sacado $\frac{3}{5}$ de su capacidad y le quedan 600 litros, esto equivale a que 600 litros son $\frac{2}{5}$ de su contenido, por lo que $\frac{1}{5}$ son 300 litros. Así que, el contenido total del deposito es de 1500 litros.

Problema 2

"Seis personas pueden vivir en un hotel durante 12 días por 792 pesos. ¿Cuánto costará el hotel de 15 personas durante ocho días?" (https://www.vitutor.com/di/p/p_e.html)

Solución esperada:

Primero se buscaría cuanto paga una persona por 1 día.

Si divido $792 entre 12 llegaría a $66 que sería lo que pagarían 6 personas por un día, ahora, $66 entre 6 llegaría a $11 que sería lo que pagaría 1 persona por 1 día, después a $11 le multiplico el total de personas que es 15y llegaría a que 15 personas pagan por 1 día $168, pero como son 8 días, $168 x 8 = $1320, así que, 1320 es lo que pagarían 15 personas por 8 días.

Los problemas que se eligieron para la primera y segunda hoja de trabajo (Problema 1 y Problema 2) corresponden al tema “Operaciones con números fraccionarios”. Este tipo de planteamientos matemáticos pueden resolverse con el método de la regla de tres y de igual manera se puede utilizar el valor unitario, ejecutando operaciones básicas como la suma y la resta. Su propósito fue identificar la diversidad de estrategias que los alumnos podrían aplicar y los conocimientos previos que tienen arraigados.

Problema 3

“Erika y Manuel tienen 60 cerillos entre los dos. Utilizando algunos de ellos Erika construyó un triángulo que tiene 6 cerillos en cada lado. Con el resto de cerillos Manuel construyó un rectángulo, de forma que uno de sus lados tiene 6 cerillos de largo. ¿Cuántos cerillos de largo tiene el otro lado del rectángulo?”(García, Gómez, Hubard, Pérez, 2003)

Solución esperada:

En total tenemos 60 cerillos y Erika hizo un triángulo con 6 cerillos por lado (es decir, Erika utilizo 18 cerillos en el triángulo), restan 42 cerillos. Ahora, como Manuel hizo un rectángulo con 6 cerillos de lado quedan disponibles 30 cerillos y como son 2 lados, el segmento de rectángulo que desconocemos tiene 15 cerillos.

El problema que se eligió para la tercera hoja de trabajo (Problema 3) fue seleccionado porque su resolución demanda el uso de los conocimientos previos que se abordan incluso desde el nivel primaria, como las operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división, además de sus habilidades para reconocimiento y uso de figuras geométricas, lo cual podría motivar al alumno a realizar un dibujo.

Problema 4

“Una cubeta está llena de agua hasta la mitad de su capacidad. Cuando Cecilia le agrega dos litros de agua a la cubeta, la cubeta se llena hasta tres cuartos de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total de la cubeta?” García et al. (2015)

Solución esperada:

Como la cubeta tiene $\frac{1}{2}$ y cuando se le agregan 2 litros llega a $\frac{3}{4}$, realizo una resta de $\frac{3}{4}$ - $\frac{1}{2}$ para saber a cuanto equivalen 2 litros de la capacidad de la cubeta. Ahora como $\frac{1}{4}$ x 4 = 1 que es la representación de la cubeta entera, entonces 2 x 4 = 8 y esa en la capacidad de la cubeta 8 litros.

Se eligió la pregunta del Problema 4 para la hoja de trabajo número cuatro, porque requiere conocimientos previos de operaciones con números fraccionarios y fracciones equivalentes. Sin embargo, la estrategia para su resolución no es inmediata. Además, se espera que el estudiante recurra a un dibujo.

Problema 5

“Un dragón tiene 5 cabezas; por cada cabeza que se le corta le crecen 5 más. Si se le cortan 6 cabezas, ¿Cuántas cabezas tendrá al final?” García et al. (2013)

Solución esperada:

Como el dragón tiene 5 cabezas, le cortas 1 y le crecen 5, entonces después del primer corte de cabeza quedarían 9 cabezas, después del segundo corte quedarían

13 cabezas, después del tercer corte quedarían 17 cabezas, después del cuarto corte quedarían 21 cabezas, después del quinto corte quedarían 25 cabezas y por último después del sexto corte quedarían 29 cabezas.

Se eligió el problema 5 para la quinta hoja de trabajo porque su solución podría representar un reto interesante para el alumno, ya que involucra a un ser mitológico. Los conocimientos previos se limitan a operaciones básicas y el estudiante podría emplear un dibujo o un diagrama como apoyo.

Problema 6

"Tres hermanas, Fernanda, Juana y María José, compraron una bolsa de 30 galletas. Cada una se quedó con 10 galletas. Sin embargo, Fernanda pago 8 pesos, Juana 5 pesos y María José 2 pesos. Si se hubieran repartido las galletas proporcionalmente al precio que cada una pago, ¿Cuantas galletas le habrían tocado a Fernanda?" García et al. (2016)

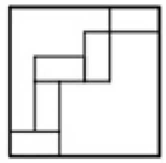
Solución esperada:

Como Fernanda, Juana y María José pusieron en total $15, dividimos $\frac{30}{15}$, entonces cada galleta costó $0.50, y como Fernanda puso $8 entonces le tocan 16 galletas.

Los pedagogos especializados en la enseñanza de las matemáticas coinciden en la necesidad de plantear situaciones cercanas al estudiante, para que éste identifique el problema y parta hacia su resolución con cierta familiaridad, es decir, decida el camino o la estrategia que considere la más correcta, a partir del sostén que proporcionan sus conocimientos previos, uno de los componentes más importantes en el proceso de solución. Por ello la pregunta 6, correspondiente a la sexta hoja de trabajo permite a los estudiantes el uso de la proporcionalidad (reparto proporcional), que es un tema que vieron con anticipación, y de igual manera apoyarse en un dibujo.

Problema 7

“Cada uno de los lados del cuadrado que se muestra en la figura mide 24 cm. En su interior se dibujaron 5 rectángulos iguales. ¿Cuál es el área de cada uno de esos rectángulos?” García et al. (2015)



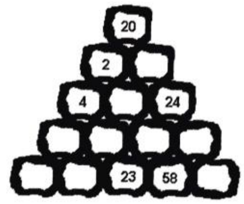
Solución esperada:

Primero se sacaría el área total del cuadrado, entonces multiplicamos 24 x 24 que es igual a 576, y como dentro de ese cuadro caben 18 rectángulos iguales, entonces dividimos el área total del cuadrado entre el total de rectángulos que caben en él, $\frac{576}{18} = 32\ cm^2$

El problema 7 se eligió para la séptima hoja de trabajo porque con él, los estudiantes abordan temas conocidos para ellos (conocimientos previos), como el uso de fórmulas para calcular el área de figuras geométricas, y de operaciones básicas, para facilitar la selección de la estrategia que los llevará a obtener el resultado deseado. En este caso, deben apoyarse en la figura para contar los rectángulos y darse cuenta de que deben dividir el área total entre el número de rectángulos.

Problema 8

“Cada una de las piedras del montón reposa sobre dos de la fila inferior. El número de cada piedra representa la diferencia entre los números de las piedras sobre las que se sustenta. Completa los números que faltan, sabiendo que en la fila inferior los dígitos del 0 al 9 solo aparecen una vez en el conjunto de todos los números.” (https://webcache.googleusercontent.com/search?q=cache:lNoAl0OJ6HsJ:https://matsuazoblog.files.wordpress.com/2008/06/guia-de-preparacion-5c2b0-y-6c2b0.doc+&cd=3&hl=es&ct=clnk&gl=mx)



Solución esperada:

El problema 8, de la octava hoja de trabajo, implica la resolución de un caso que pudiera ser entretenido para los estudiantes, ya que plantea un reto matemático que implica sólo la suma y la resta. Este tipo de ejercicios podrían ser de interés para ellos porque se les pide buscar números y hacer cálculos básicos para llegar al resultado o, en otras palabras, hace de la selección de estrategia una fase entretenida.

Problema 9

"Este año hubo más de 800 corredores participando en una carrera. Exactamente el 35% de los corredores fueron mujeres, y participaron 252 hombres más que mujeres. ¿Cuántos corredores hubo en total?" García et al. (2018)

Solución esperada:

Como el 35% exactamente fueron mujeres y participaron 252 hombres más, quiere decir que 35% + 252 fue la cantidad de hombres. Ahora 252 hombres equivalen a 30%. Como 1% de los corredores equivale a 8.4 personas, entonces el 100% de los corredores es de 840 personas.

El último problema seleccionado (Problema 9) para la novena hoja de trabajo, fue seleccionado porque pertenece a un tipo de ejercicios que exigen el uso de conocimientos previos y conocimientos que están adquiriendo en sus cursos recientes, como la resolución de problemas de proporcionalidad múltiple, además de que también el problema demanda el uso de lógica que apenas comienza a despertar en los alumnos y de una elección correcta de la estrategia para su solución.

Preguntas guía

A continuación, se describen las preguntas que se utilizaron para guiar a los estudiantes a través de las etapas propuestas por Polya (2016) y así favorecer la percepción, la comprensión y el razonamiento.

Pregunta a)

¿Qué es lo que te pide encontrar el problema?

La pregunta a) tiene como propósito recalcar la importancia que tiene comprender el problema antes de iniciar con cualquier operación. Esta puntualización ayudará al estudiante a otorgar la debida importancia al análisis de la pregunta del problema, a su familiarización con el mismo para buscar posibles estrategias de resolución.

Pregunta b)

¿Cuáles son tus datos?

Esta pregunta enfatiza en la identificación de los datos que proporciona el problema y en el establecimiento de las relaciones entre los mismos, lo cual ayudará al estudiante a construir una estrategia de resolución. De esta forma se invita al estudiante a un proceso de percepción y comprensión profundo.

Pregunta c)

¿Qué procedimiento ocuparías?

En la pregunta c), se presenta una de las preguntas guías importantes del taller pues invita al estudiante a definir su estrategia individual para resolver el problema planteado sin acotarlo o restringirlo a una vía de solución en particular.

Pregunta d)

¿Podrías ocupar un dibujo? Si tu respuesta es sí, hazlo.

La pregunta fue incluida debido a que, a partir del estudio de la bibliografía considerada para el trabajo, se concluyó que los alumnos tienen distintos estilos matemáticos como el tipo geométrico que se caracteriza por el buen desarrollo del componente visual-pictórico, el cual en este caso domina sobre el verbal-analítico. Este cuestionamiento se incluyó con la intención de que el estudiante considerara elaborar un dibujo o un esquema como apoyo para la resolución del problema.

Pregunta e)

¿Podrías separar el problema para encontrar lo que se te pide? ¿Cómo lo harías?

Existen distintas formas de aproximarse a un problema, la pregunta anterior incide en el estudiante, en su toma de decisiones, es decir, los orienta para definir el protocolo más adecuado considerando sus aptitudes. Con esta pregunta se invita al estudiante a analizar el problema para, sí es el caso, fragmentarlo en retos más específicos.

Pregunta f)

Verifica tu resultado.

En muchas ocasiones, los estudiantes obtienen un resultado numérico que no coincide con lo que se solicita, es también frecuente que el alumno no perciba el error. Con esta pregunta el estudiante está obligado a verificar si lo obtenido corresponde a lo solicitado. Esto es, hacer una reflexión sobre el proceso seguido y, una verificación del resultado obtenido.

CAPITULO 4

Resultados

Derivado de la implementación de dicho taller, que como se ya se dijo, estuvo integrado por nueve sesiones, se obtuvieron los siguientes resultados.

Sesión diagnostico

En esta sesión, se detectaron en los estudiantes participantes los siguientes problemas en la resolución de problemas:

- Los estudiantes tienen problemas en la compresión del problema.
- Los estudiantes no toman en cuenta todos los datos para comenzar a construir una estrategia de resolución de problemas.
- Los estudiantes responden “NO” a la mayoría de los problemas.
- Los estudiantes no saben crear una estrategia de solución.
- Los estudiantes no hacen un intento por responder con eficacia los problemas.

Primera Sesión

Problema 1

De un depósito de agua se han sacado ⅗ de su contenido. Si quedan todavía 600 litros dentro, ¿cuál es la capacidad del depósito?

Pregunta a) ¿Qué es lo que te pide encontrar el problema?

Doce estudiantes (el total de alumnos que respondió la hoja de trabajo) respondieron de forma correcta a esta pregunta.

Con base en sus respuestas, es posible concluir que son capaces de identificar qué es lo que el problema solicita.

Pregunta b) ¿Cuáles son tus datos?

Diez alumnos respondieron acertadamente, de la forma como se ilustra en la tabla 1:

Tabla 1. Respuestas dadas a la pregunta sobre los datos.

RESPUESTA	FRECUENCIA
3/5 que sacaron y 600 que quedaron	10
3/5 litros, 600 litros.	1
En que sacaron 3/5 de agua en que hay 3/5 quedan 1/5.	1

Como se puede apreciar, diez alumnos supieron hallar correctamente los datos, uno sólo interpretó como datos las cantidades que aparecen en el problema mientras que otro intentó hacer una operación.

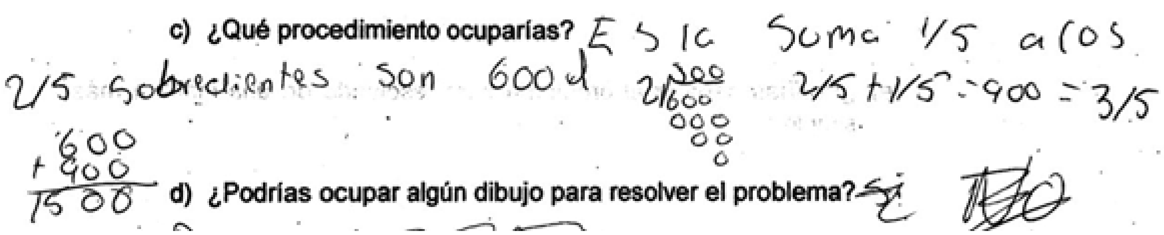
En cuanto la Pregunta c) ¿Qué procedimiento ocuparías?, siete alumnos presentaron sus respuestas en una tabla, mientras que el resto con una imagen. De ellos, dos eligieron correctamente el procedimiento para resolver el problema, tal y como se detalla en la Tabla 2.

Tabla 2. Respuestas a la pregunta sobre el procedimiento.

RESPUESTA	FRECUENCIA
Es la suma de1/5 los 2/5 sobrantes que son 600 litros.	2
Sumaria 1/5 mas a los 2/5 sobrantes que son 600 litros dando 900 faltantes para saber la capacidad real.	1
Enunciar “Un dibujo”.	1
Enunciar “Resta”.	2
Enunciar “Suma, división, multiplicación”.	1

A continuación, se presentan los procedimientos empleados por ellos:

- Estudiante 1 (La alumna que escribió su respuesta y la explicó)

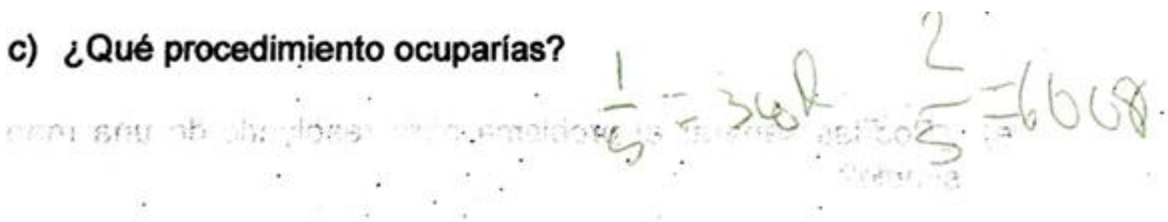

c) ¿Qué procedimiento ocuparías? Es la suma 1/5 a los 2/5 sobrecientes son 600 l

2/5 + 1/5 = 900 = 3/5

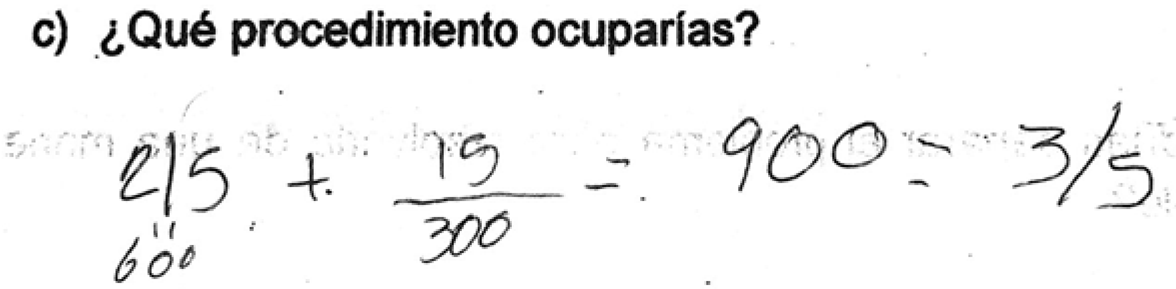
600
+ 900
1500

d) ¿Podrías ocupar algún dibujo para resolver el problema? Si

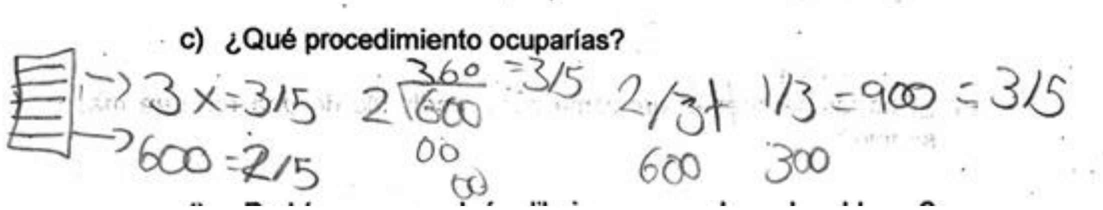
- Estudiante 2



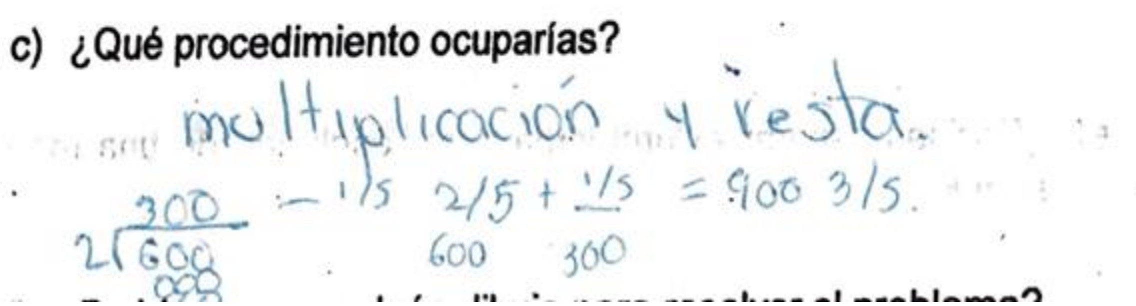
- Estudiante 3



- Estudiante 4



- Estudiante 5



Al momento de interpretar el problema, los estudiantes no presentaron dificultades en su comprensión, por lo que la gran mayoría supo definir el procedimiento que usó para su resolución. Sin embargo, hay una variedad de respuestas a esta pregunta. Se observa que son pocos los que detallaron los pasos a seguir, y más lo que se limitaron a escribir las operaciones matemáticas básicas que usaron.

Pregunta d) ¿Podrías ocupar un dibujo? Si tu respuesta es sí, hazlo.

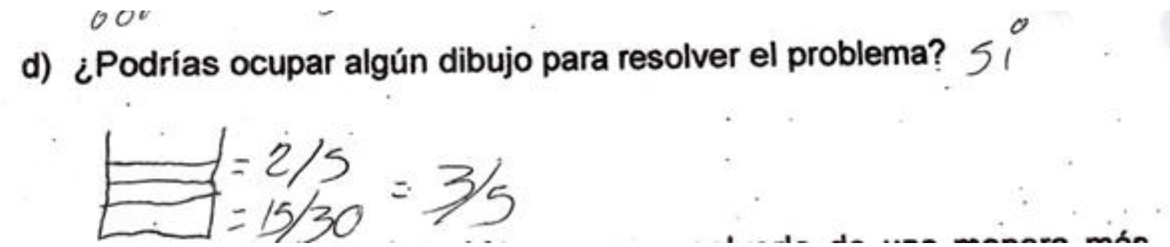
Las respuestas fueron representadas en una tabla, mientras que la respuesta de un alumno en una imagen.

Tabla 3: Respuestas a las preguntas si pueden ocupar un dibujo.

RESPUESTA	FRECUENCIA
Si (Sin hacer dibujo).	8
No.	1
Enunciar “Si un vaso, disimular que es el depósito y dividirlo en 5 partes y hacer mi suma con dos partes del vaso.	1
Enunciar “Si, con una gráfica”.	1

A continuación, se presenta la única respuesta que detalla lo solicitado.

- Estudiante 3



La mayoría respondió que sí se puede hacer un dibujo para resolver el problema, pero no dejan ninguna evidencia de que lo realizaron. El alumno que realizó su dibujo sólo explicó lo que quiere decir el problema y cree que con ese dibujo la pregunta quedó resuelta.

Pregunta e) ¿Podrías separar el problema para resolverlo? ¿Cómo lo harías?

Las respuestas fueron ambiguas. Los estudiantes no reflexionaron la situación, y por tanto, tuvieron dificultades a la hora de responder. Se pueden ver las respuestas en la Tabla 4:

Tabla 4: Respuestas a la pregunta sobre si podrían separar el problema.

RESPUESTA	FRECUENCIA
Si (Sin hacer la separación).	6
No o Talvez.	4
Si porque es como dos personas están juntos y los puedes separar o poner a otro lado pero que no queden juntos.	1
Si puedo separarme de otra persona.	1

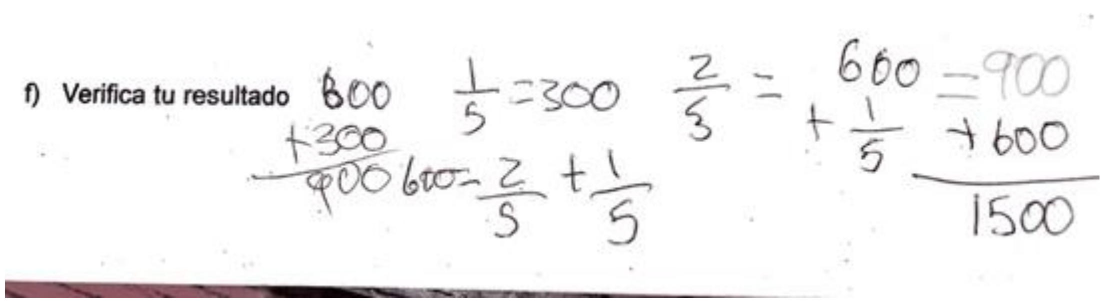
Con este ejercicio, se hace patente las dificultades de los estudiantes al comprender lo que implica separar un problema para resolverlo de una manera más fácil. Algunos alumnos confunden lo expresado por la pregunta, particularmente el verbo separar, al asociarlo con un tema completamente ajeno, como la "separación de personas". La mayoría respondió que sí, pero nadie detalló cómo hacer dicha separación.

Pregunta f) Verifica tu resultado.

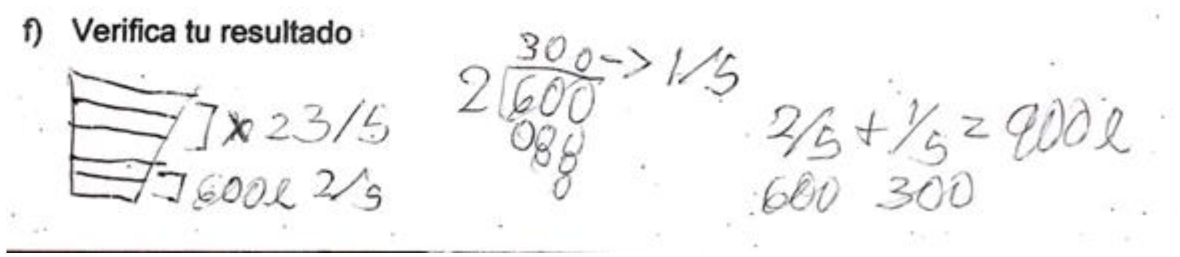
Tres niños respondieron con la misma respuesta a la Pregunta c), al creer que ésta es la forma de verificar la solución al problema. Una niña escribió la suma de 600 más 900 y obtuvo 1500; dos niños respondieron "1500" y seis niños no respondieron nada.

Veamos las respuestas de los 3 niños que si "verificaron":

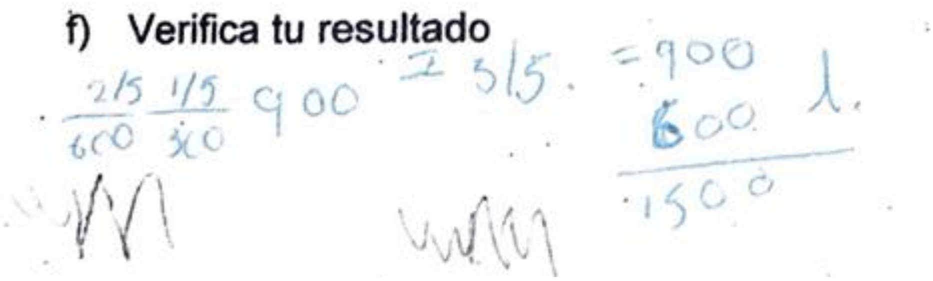
- Estudiante 6



- Estudiante 7



- Estudiante 5



Los tres alumnos que respondieron esta pregunta verifican su resultado poniendo su procedimiento para resolver el problema.

Segunda sesión

Problema 2

Seis personas pueden vivir en un hotel durante 12 días por 792 pesos. ¿Cuánto costará el hotel de 15 personas durante ocho días?

Pregunta a) ¿Qué es lo que te pide encontrar el problema?

Un total de diez alumnos respondieron satisfactoriamente la pregunta a), mientras que uno solo contestó de manera incorrecta. En esta hoja de trabajo no se encontró tanta diversidad en las respuestas.

Tabla 5: Respuestas a la pregunta sobre identificar que les pide el problema.

RESPUESTAS	FRECUENCIA
Cuánto costará el hotel de 15 personas durante 8 días.	9
Cuál será el total que deberán pagar.	1
El resultado.	1

Dado los resultados, es posible inferir que los estudiantes son capaces de identificar qué es lo que pide el problema.

Pregunta b) ¿Cuáles son tus datos?

Sólo cinco alumnos tuvieron su respuesta correcta.

Tabla 6: Respuestas a las preguntas sobre los datos.

RESPUESTA	FRECUENCIA
Seis personas durante 12 días equivale a $792.	5
Seis personas pueden vivir en un hotel durante 12 días.	2
6 personas, 12 días, 792 pesos.	2
12 días, 792 pesos y las 18 personas.	1
Seis personas pueden vivir durante 12 días.	1

En este caso, la mayoría no tuvo problemas con la identificación de los datos, pues cinco los hallaron claramente y tres detectaron dos de los tres datos ofrecidos en el problema. Al analizar los resultados, se ve cómo los estudiantes limitan el concepto de datos a cantidades que aparecen explícitamente en el problema, ya que tres contestaron con números.

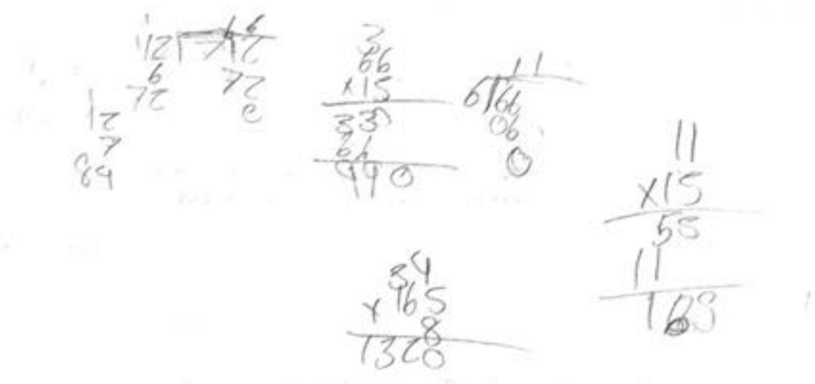
Pregunta c) ¿Qué procedimiento ocuparías?

El procedimiento de nueve niños fue representado en la siguiente tabla, después se mostrarán los procedimientos de dos estudiantes en imágenes. En el gráfico se ve cómo dos alumnos respondieron correctamente el cómo utilizar algún procedimiento y con el llegar a la respuesta solicitada.

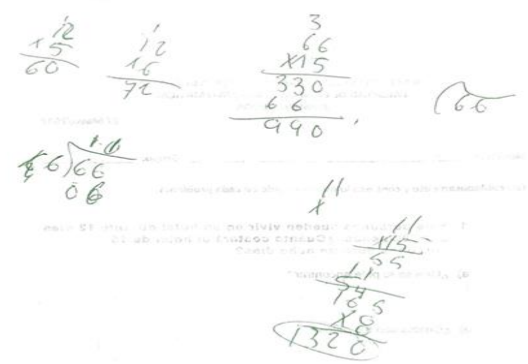
Tabla 7: Respuestas sobre el procedimiento.

PROCEDIMIENTO	FRECUENCIA
Realizar una división de 792 entre 6.	2
Enunciar lo siguiente "Dividir 12 entre 792 para sacar lo de una persona después multiplica el resultado por 15 y el resultado por 8.	1
Realizar una multiplicación de 16 por 8 y obtener 1280.	2
Enunciar "División y multiplicación".	3
Enunciar "Dividir 792 por 6 personas igual a 132 entre 12 igual a 11 y a partir de esos datos se obtiene el resultado.	1

- Estudiante 8



- Estudiante 1



1. Nueve estudiantes toman como procedimiento el enunciar operaciones, sin embargo, refieren sólo a algunos procedimientos, y dejan fuera otros asociados a la resolución del problema.
2. Los estudiantes aplicaron una estrategia de solución que podría conducirles a la solución correcta, pero no entendieron una parte del problema, ya que ignoraron una condición. El problema puede deberse a la falta de capacidad de los estudiantes de aplicar adecuadamente las operaciones adquiridas previamente.
3. Sólo dos alumnas realizaron su procedimiento de forma correcta y llegaron a una solución válida.

Pregunta d) ¿Podrías ocupar un dibujo? Si tu respuesta es sí, hazlo.

Las respuestas de los alumnos serán representadas en la siguiente tabla:

Tabla 8: Respuestas sobre ocupar un dibujo.

RESPUESTA	FRECUENCIA
Si (Sin hacer algún dibujo)	9
No.	1
No hubo respuesta.	1

1. La mayoría responde que sí puede hacer un dibujo para resolver el problema, pero no dejan ninguna evidencia de que lo realizaron.
2. Ningún alumno resolvió el problema apoyándose de un dibujo, posiblemente porque no vieron necesidad de hacerlo, no sintieron la obligatoriedad o simplemente no tuvieron la capacidad de hacerlo, esto último porque a pesar de que se usó la misma pregunta en la primera hoja de trabajo, a diferencia de ésta, en este cuestionario no hubo intención de representar gráficamente la situación.

Pregunta e) ¿Podrías separar el problema para encontrar lo que se te pide? ¿Cómo lo harías?

Tenemos la siguiente tabla:

Tabla 9: Respuestas sobre si pueden separar el problema.

RESPUESTA	FRECUENCIA
Enunciar "Si por partes"	1
Si (Sin separación)	5
No.	3
No hubo respuesta.	2

1. Los estudiantes no comprenden lo que significa separar un problema para resolverlo de una manera más fácil.
2. La mayoría responde que sí pero no se da evidencia de que pudieran utilizar esta estrategia para resolver el ejercicio.

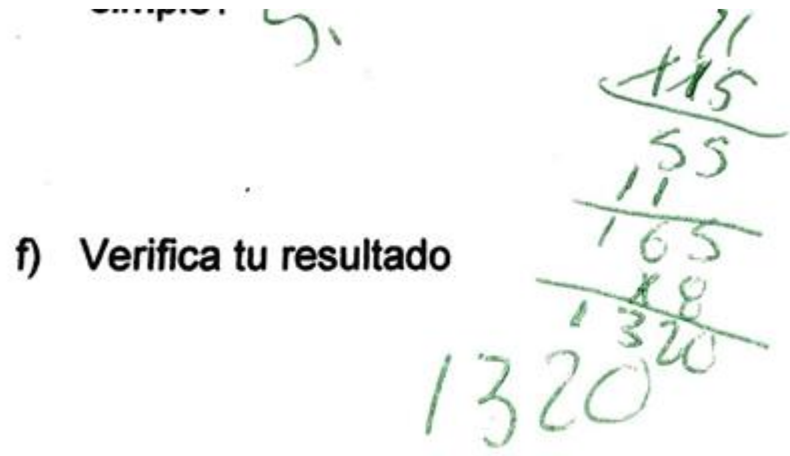
Pregunta f) Verifica tu resultado.

La verificación de siete niños fue representada en la siguiente tabla, después se mostrarán las verificaciones de cuatro estudiantes en imágenes.

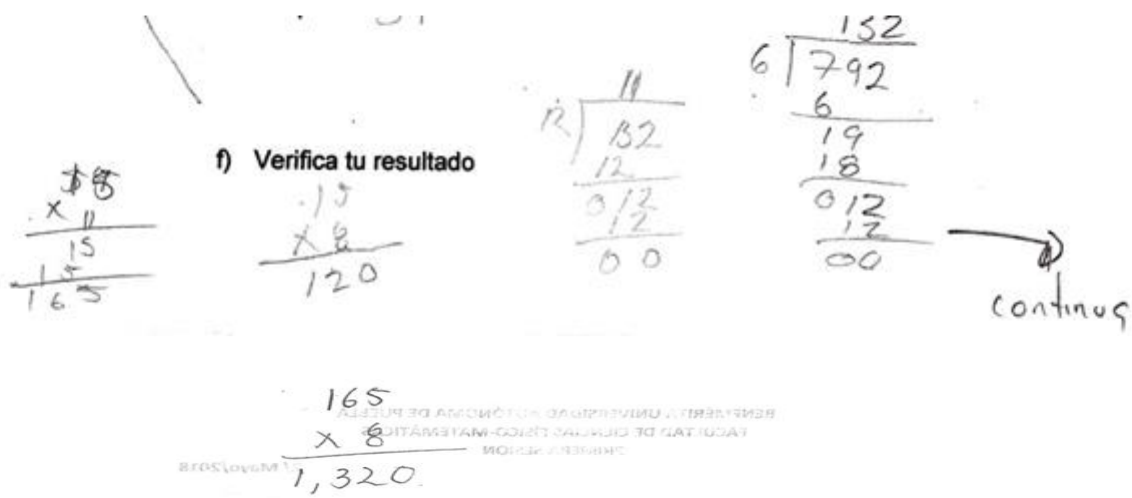
Tabla 10: Respuestas correspondientes a la verificación.

RESPUESTA	FRECUENCIA
Enunciar “369”.	1
No hubo respuesta.	6

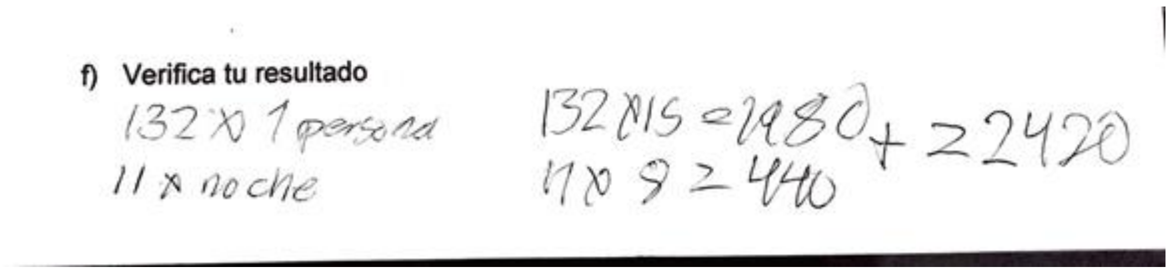
- Estudiante 1



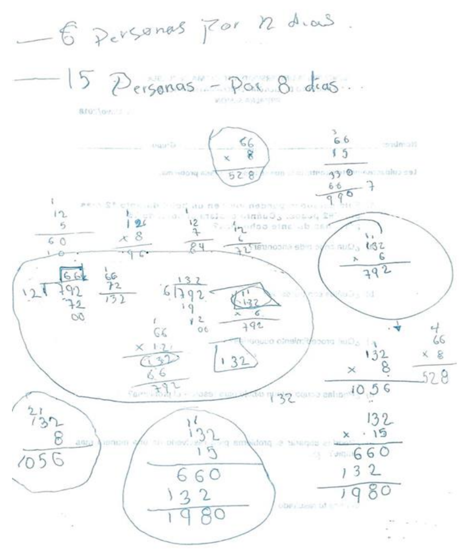
- Estudiante 9



- Estudiante 7



- Estudiante 5



1. Los alumnos entienden que la forma para verificar la validez de su resultado es mediante la repetición del procedimiento utilizado para resolver el problema.

Tercera sesión.

Problema 3

Erika y Manuel tienen 60 cerillos entre los dos. Utilizando algunos de ellos Erika construyó un triángulo que tiene 6 cerillos en cada lado. Con el resto de cerillos Manuel construyó un rectángulo, de forma que uno de sus lados tiene 6 cerillos de largo. ¿Cuántos cerillos de largo tiene el otro lado del rectángulo?).

Pregunta a) ¿Qué es lo que te pide encontrar el problema?

Fue contestada correctamente por los diez alumnos que asistieron a dicha sesión, con leves diferencias al expresar la respuesta.

Tabla 11: Respuestas dadas a lo que te pide el problema

RESULTADO	FRECUENCIA
Cuántos cerillos de largo tiene el otro lado del rectángulo.	7
Encontrar cuantos cerillos utilizo Manuel en los otros lados.	1
Saber cuántos cerillos largos tiene el otro lado.	1
Saber o encontrar el numero de cerillos del otro lado del rectángulo de Manuel.	1

1. Los estudiantes son capaces de identificar qué es lo que pide el problema.
2. A pesar de las variedades de decir la respuesta correcta, es posible afirmar que los alumnos se familiarizan con el problema desde que lo leen.

Pregunta b) ¿Cuáles son tus datos?,

Dos alumnos tuvieron la respuesta correcta.

Tabla 12: Respuestas sobre los datos.

RESULTADO	FRECUENCIA
Erika y Manuel tienen 60 cerillos entre los dos. Utilizando algunos de ellos Erika construyó un triángulo que tiene 6 cerillos en cada lado. Con el resto de los cerillos Manuel construyó un rectángulo, de forma que uno de sus lados tiene 6 cerillos de largo.	2
Erika y Manuel tienen 60 cerillos entre los dos.	2
60 cerillos, 6 cerillos y 6 cerillos largos.	1
60 y 6	1
60 cerillos en cada lado y 60 entre los dos y 6 de largo.	1
60 cerillos, 6 cerillos, 6 cerillos.	1
60 cerillos.	1
60 cerillos, un triángulo que tiene 6 cerillos de cada lado y un rectángulo de un lado tiene 6 cerillos.	1

1. Los dos alumnos que tuvieron la respuesta copiaron todo el enunciado del problema, es decir, creyeron que con poner todo el enunciado su respuesta ya es correcta.
2. Cuatro alumnos enuncian de manera correcta algunos de los datos, pero no todos los que contiene el problema.
3. Tres alumnos interpretan que los datos son sólo cantidades con magnitud que aparecen en el problema.
4. Un alumno interpretó cómo los datos solo los números que aparecían en el problema, sin sus magnitudes correspondientes.

Pregunta c) ¿Qué procedimiento ocuparías?

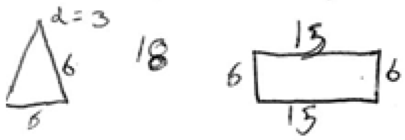
En una tabla representaremos los resultados de dos alumnos, mientras que los ocho resultados restantes se mostrarán en imágenes.

Tabla 13: Respuestas sobre el procedimiento

RESPUESTA	FRECUENCIA
Enunciar "multiplicar"	1
No responder.	1

- Estudiante 10

) Escribe tu procedimiento para realizar el problema



12
15

18+12+15=60 R= 15 por lado

¿puede hacer un dibujo para resolver el problema? Dibújalo

- Estudiante 6

c) Escribe tu procedimiento para realizar el problema

6 × 3 = 18
6 × 2 = 12
30
30 ÷ 2 = 15
15
60

- Estudiante 1

c) Escribe tu procedimiento para realizar el problema ~~reste~~ 60 le reste 18 medio de resultodo 42 a 42 le reste 12 y medio 30 mulliplique ~~30×2=~~ 30÷2=15

d) ¿puede hacer un dibujo para resolver el problema? Dibújalo no

- Estudiante 11

c) Escribe tu procedimiento para realizar el problema R= ~~multiplicando~~ restando 60 − 18 = 42 y luego 42 − 12 = 30

- Estudiante 2

c) Escribe tu procedimiento para realizar el problema

Sumar todos los lados del triangulo y despues sumar 2 lados del rectangulo que miden 6, lo sume todo y medio 30 lo divide en 2 y fue lo que sobro para los otros lados

d) ¿puede hacer un dibujo para resolver el problema? Dibújalo si

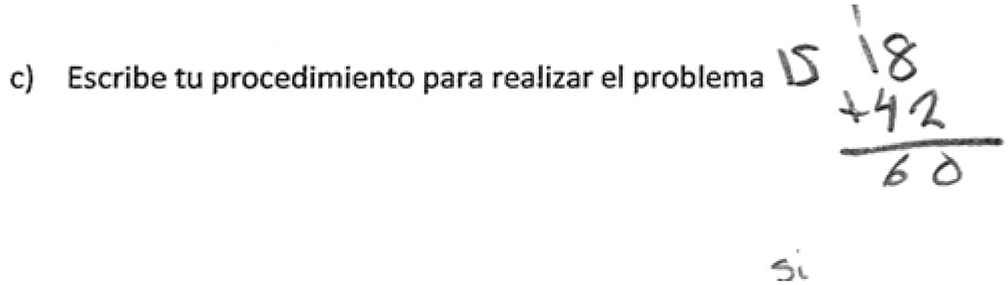
- Estudiante 7

c) Escribe tu procedimiento para realizar el problema lado tiene 6 cerillos.

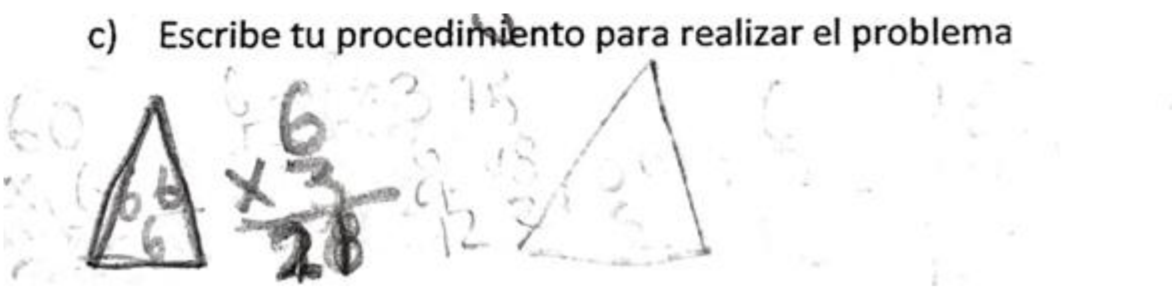
Primero se resta lo que Erika ocupo de 60 cerillos (60-18=42) y 42 cerillos ocupo Manuel y un lado ocupa 6 cerrillos de lado entonces aparta mas otros 6 y lo que reste lo dividimos (42-12=30) (30÷2=15)

d) ¿puede hacer un dibujo para resolver el problema? Dibújalo

- Estudiante 12



- Estudiante 4



1. Los estudiantes han aplicado una estrategia de solución que podría conducirles a una solución correcta, pero no han entendido bien una parte del problema o han ignorado una condición.
2. Se seleccionó y aplicó una estrategia apropiada. Se dio la respuesta correcta del problema.

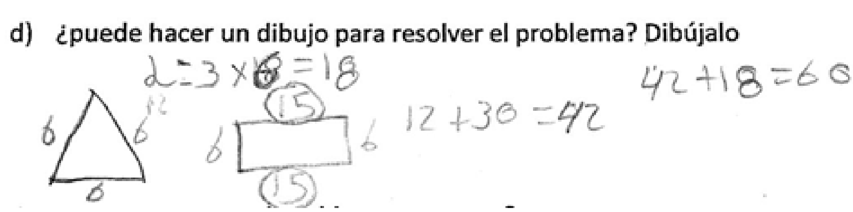
Pregunta d) ¿Podrías ocupar un dibujo? Si tu respuesta es sí, hazlo.

Las respuestas de seis alumnos serán representadas en una tabla, mientras que las cuatro respuestas restantes se mostrarán en imágenes.

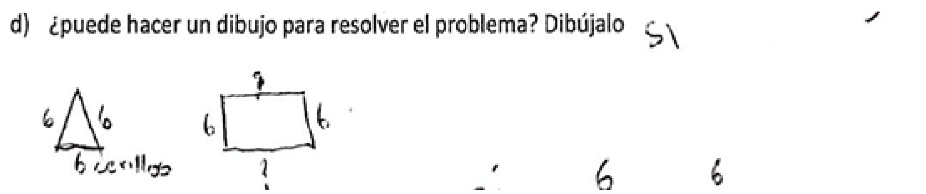
Tabla 14: Respuestas sobre si pueden ocupar un dibujo.

RESPUESTA	FRECUENCIA
No.	3
No respondieron.	3

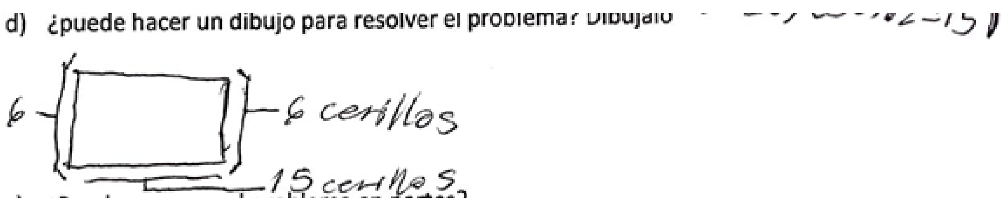
- Estudiante 10



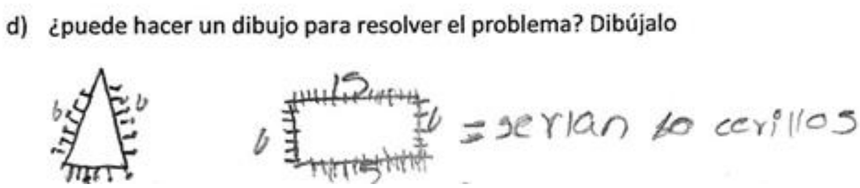
- Estudiante 2



- Estudiante 7



- Estudiante 3



1. La mayoría de los alumnos no respondió y no considero utilizar un dibujo para resolver este problema, a pesar de que es un problema que sí puede abordarse de esa manera, incluso los dibujos ofrecen la vía más fácil de resolverlo.
2. Los cuatro alumnos que utilizaron un dibujo como estrategia, la ejecutaron adecuadamente y llegaron a la solución correcta.

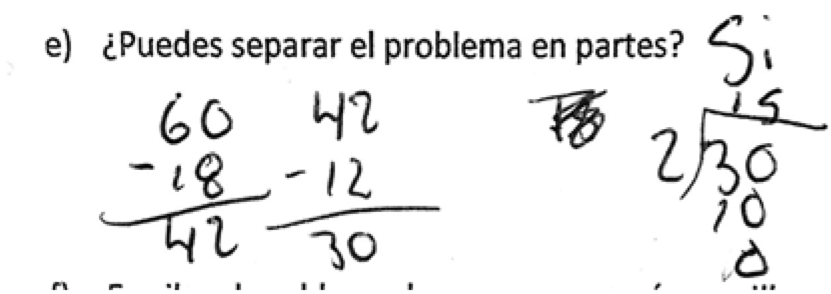
Pregunta e) ¿Podrías separar el problema para encontrar lo que se te pide? ¿Cómo lo harías?

La respuesta de siete alumnos será representada en una tabla, mientras que las otras 3 se mostrarán en imagen.

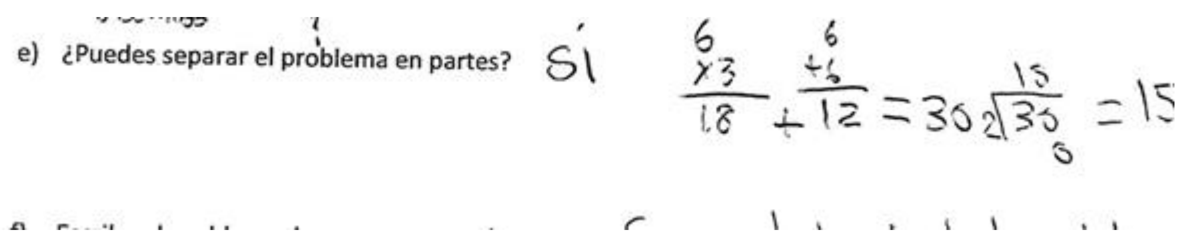
Tabla 15: Respuesta sobre si pueden realizar una separación.

RESPUESTA	FRECUENCIA
Si (Sin hacer la separación).	1
Mmm no le veo cómo.	1
Enunciar "Si que Erika construyó un triángulo de 6 lados y el resto lo utilizo Manuel en un triángulo.	1
Enunciar "Si, primero sumar los lados que nos dan y después sumarle lo que falta".	1
No.	1
No responder nada.	2

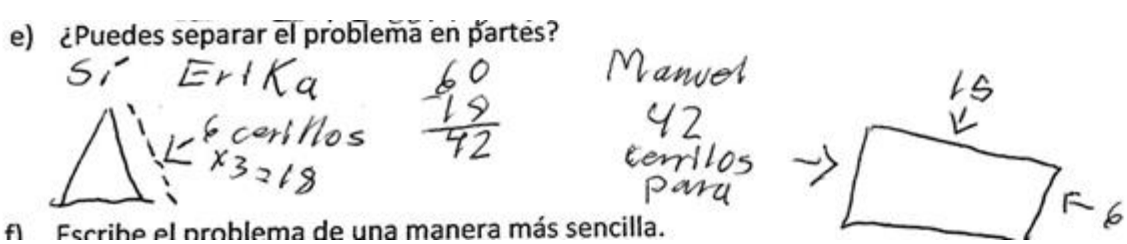
- Estudiante 1



- Estudiante 2



- Estudiante 7

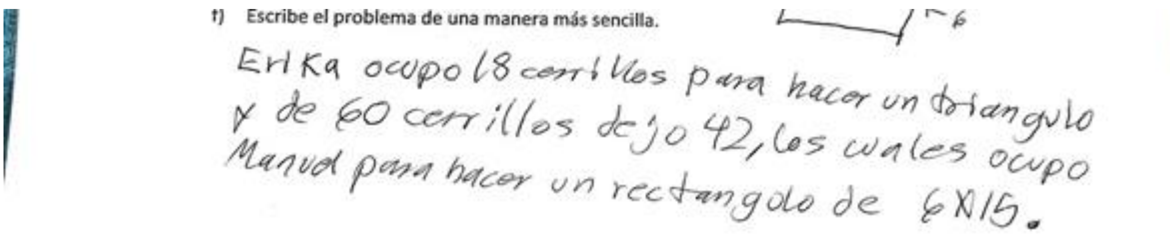


1. En este caso, siete alumnos no comprenden cómo hacer una separación de un problema.

2. Dos alumnos respondieron la pregunta con un procedimiento que no implicó la fragmentación del problema. .
3. Sólo un alumno realizó la separación del problema y lo hizo a través de dibujos.

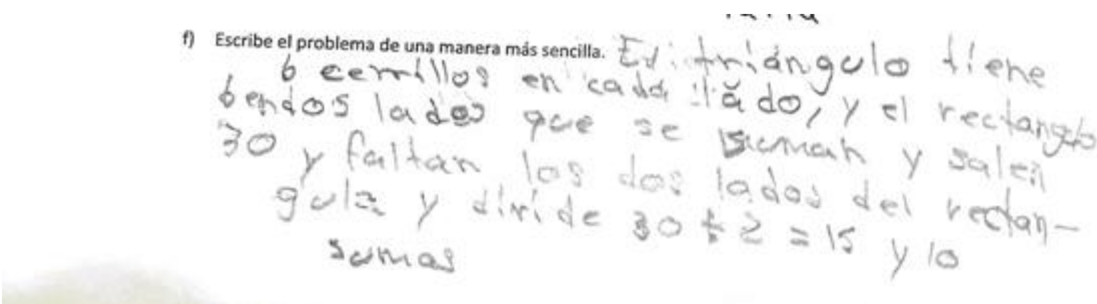
Pregunta f) Verifica tu resultado, en esta hoja de trabajo fue reemplazada por la pregunta “Escribe el problema de una manera más sencilla”, para facilitar la verificación de los resultados en los estudiantes, tuvieron las siguientes respuestas:

- Estudiante 7

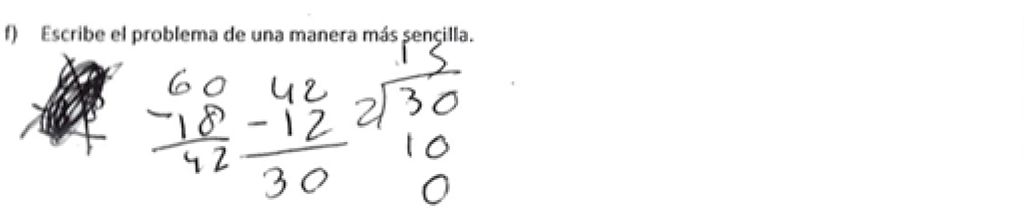

f) Escribe el problema de una manera más sencilla.

Erika ocupo 18 cerrillos para hacer un triangulo y de 60 cerrillos dejo 42, los cuales ocupo Manuel para hacer un rectangulo de 6X15.

- Estudiante 6

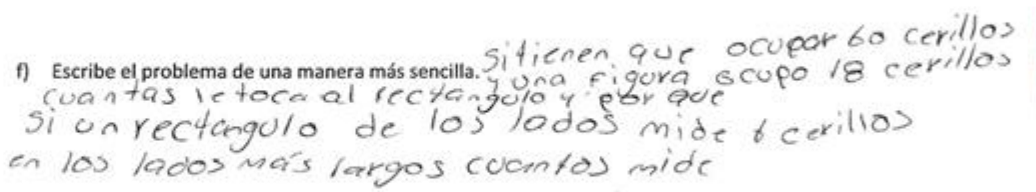

f) Escribe el problema de una manera más sencilla. El triángulo tiene 6 cerrillos en cada lado, 6 en dos lados que se suman y el rectangulo 30 y faltan los dos lados del rectangulo y sale y divide 30 ÷ 2 = 15 y 10 sumas

- Estudiante 11


f) Escribe el problema de una manera más sencilla.

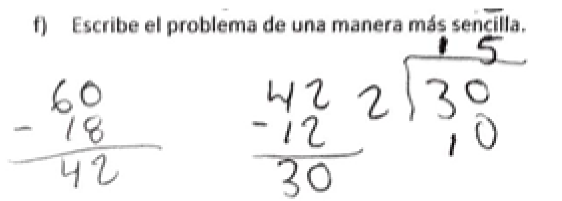
60 − 18 = 42 42 − 12 = 30 30 ÷ 2 = 15

- Estudiante 10



f) Escribe el problema de una manera más sencilla. si tienen que ocupar 60 cerillos y una figura ocupo 18 cerillos cuantas le toca al rectangulo y por que si un rectangulo de los lados mide 6 cerillos en los lados más largos cuantos mide

- Estudiante 1



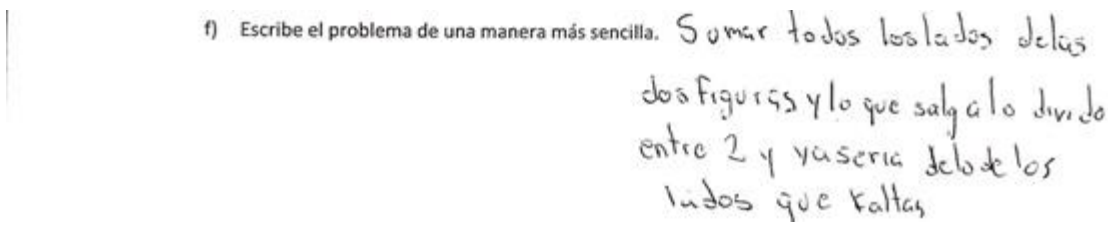
f) Escribe el problema de una manera más sencilla.

60 − 18 = 42

42 − 12 = 30

30 ÷ 2 = 15

- Estudiante 2



f) Escribe el problema de una manera más sencilla. Sumar todos los lados de las dos figuras y lo que salga lo divido entre 2 y ya seria de lo de los lados que faltas

1. Tres alumnos entendieron la instrucción “Escribir el problema de una manera más fácil” como una invitación a escribir el método elegido para resolver el problema y así lo hicieron.
2. Dos alumnas realizaron un procedimiento con operaciones.
3. Sólo un alumno respondió la pregunta como se esperaba, escribiendo el problema de una manera más simple.

Cuarta sesión.

Problema 4

Una cubeta está llena de agua hasta la mitad de su capacidad. Cuando Cecilia le agrega dos litros de agua a la cubeta, la cubeta se llena hasta tres cuartos de su capacidad. ¿Cuál es la capacidad total de la cubeta?

Pregunta a) ¿Qué es lo que te pide encontrar el problema?

Confirman nuevamente la habilidad de los estudiantes para identificar qué es lo que los problemas plantean, cuál es el objetivo, por lo que diez alumnos que participaron en esta sesión respondieron satisfactoriamente, con la única diferencia en que algunos responden de manera distinta.

Tabla 16: Respuestas sobre lo que les pide el problema.

RESPUESTA	FRECUENCIA
El total de la cubeta y la capacidad total de la cubeta.	1
La medida exacta de la capacidad de la cubeta.	1
La capacidad de la cubeta,	2
Cual es la capacidad total de la cubeta.	6

1. Los alumnos son capaces de identificar qué es lo que les pide el problema.
2. A pesar de la diversidad de respuestas entre los estudiantes, podemos observar que están comprendiendo lo que el problema solicita.

Pregunta b) ¿Cuáles son tus datos?

Cinco alumnos respondieron de manera correcta.

Tabla 17: Respuestas sobre los datos.

RESPUESTA	FRECUENCIA
Una cubeta está llena de agua hasta la mitad de su capacidad. Cuando Cecilia le agrega dos litros de agua a la cubeta, la cubeta se llena hasta tres cuartos de su capacidad.	4
Que una cubeta esta llena de agua hasta la mitad de su capacidad.	2
Una cubeta llena hasta 3 cuartos de su capacidad y 2 litros.	1
• Cubeta llena la mitad. • Se agregan 2 litros más y llega a ¾.	1
2 litros, ¾ de su capacidad.	1
Una cubeta tiene la mitad 2 litros de agua.	1

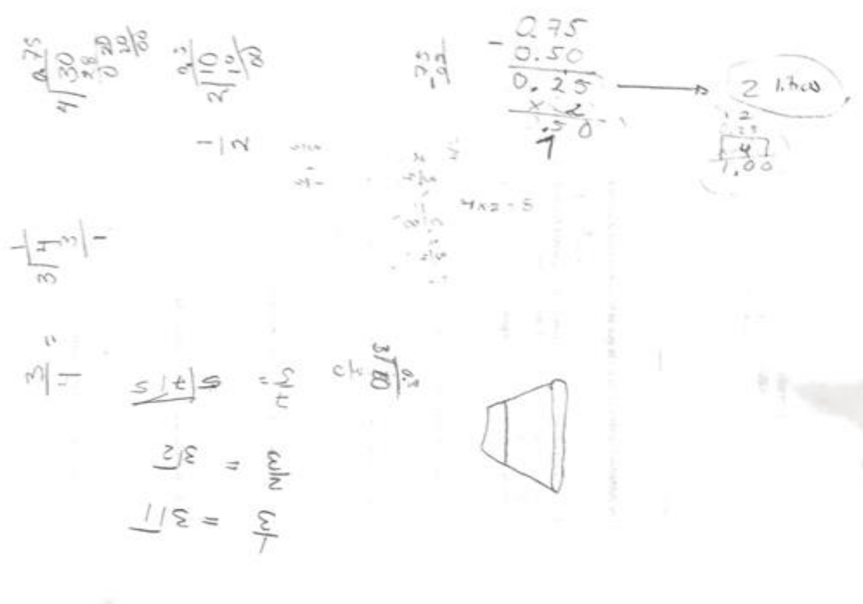
1. Cuatro alumnos solo copiaron el problema.
2. Un alumno contestó de manera correcta los datos que el problema le arrojaba.

3. Cuatro estudiantes escribieron de manera correcta algunos datos, sin embargo, algunos no los toman en cuenta.
4. Un alumno interpreta los datos como sólo las cantidades que aparecen en el problema.

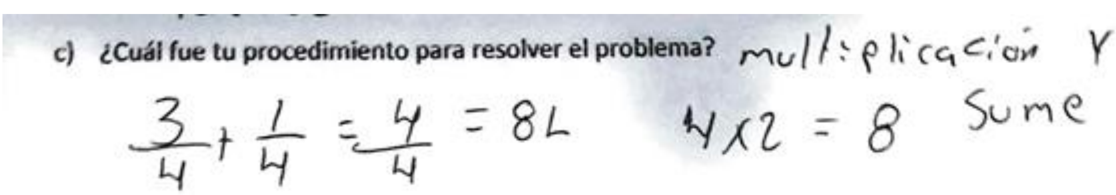
Pregunta c) ¿Qué procedimiento ocuparías?

Fue contestada de diversas maneras, las cuales serán presentadas a continuación.

- Estudiante 9 respondió “Fracción decimal, división, resta, multiplicación” e hizo lo siguiente:



- Estudiante 1 y 11 respondieron de la misma manera:



Los demás respondieron de una manera distinta:

- Estudiante 5

c) ¿Cuál fue tu procedimiento para resolver el problema?

$\frac{3}{4}$ 7 litros $-\frac{1}{3}$

$\frac{2}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$ -2 litros

$\frac{2}{1} \times \frac{3}{4} =$ $\frac{3}{4} \times \frac{1}{3} =$ 3/4 $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ $\frac{2}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{8}{3}$ $\frac{2 \times 3}{1 \cdot 4} = \frac{6}{4}$

- Estudiante 10

c) ¿Cuál fue tu procedimiento para resolver el problema? Si 2 litros es un $\frac{1}{4}$ y un medio lleba $\frac{2}{4}$

$\frac{1}{4} = 2$ $\left(\frac{1}{4} = 2\right)$ = lo que se pide

$\frac{1}{4} = 2$ 2

$\frac{1}{4} = 2$

$2 + 2 + 2 + 2 = 8$ litros

$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\ \frac{1}{4} = 1$ entero

d) ¿Podrías ocupar un dibujo? Si tu respuesta es sí, hazlo.

- Estudiante 12

c) ¿Cuál fue tu procedimiento para resolver el problema?

$\frac{2}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4}$

$4 \times 2 = 8$

2 litros

$\frac{3}{4}$

- Estudiante 3

c) ¿Cuál fue tu procedimiento para resolver el problema? $\frac{4}{4} = 2\ l$ y $\frac{4}{2} = \frac{2}{4}$

$\frac{1}{2}\ \frac{1}{4} = 8\ l$

- Estudiante 7

c) ¿Cuál fue tu procedimiento para resolver el problema?

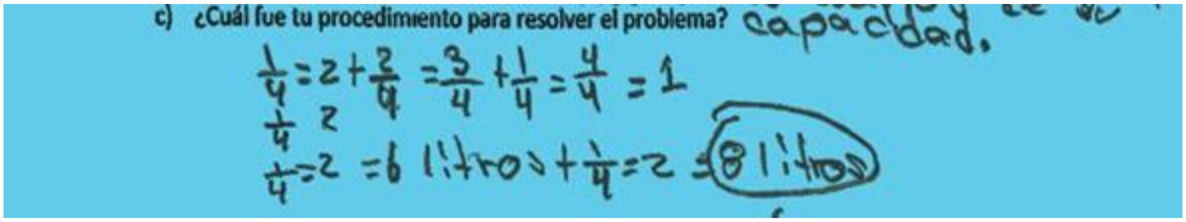
Aumentar esos 2 litros para formar 6 litros = 3/4 y saber que la mitad eran 4 litros y 1/4 2 litros; por tanto a la cubeta le caben 8 litros.

- Estudiante 4

c) ¿Cuál fue tu procedimiento para resolver el problema?

$\frac{3}{4} + \frac{4}{4} = 8$ litros.

- Estudiante 6

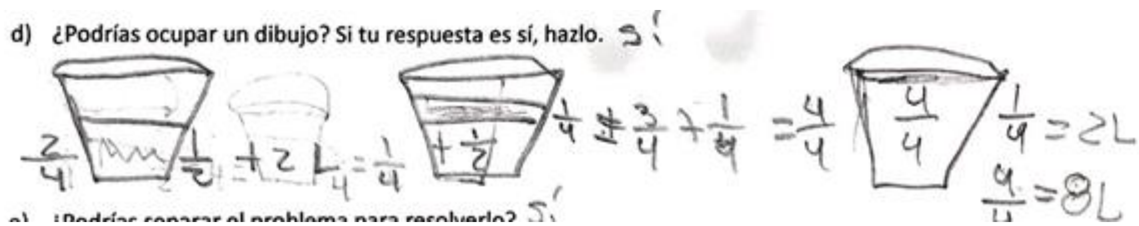


1. Se seleccionó y aplicó una estrategia apropiada. Se dio la respuesta correcta al problema.
2. Dos alumnos hacen un intento de llegar a la solución, lo que refleja cierta comprensión del problema, pero la aproximación utilizada no conduce a una solución correcta.

Pregunta d) ¿Podrías ocupar un dibujo? Si tu respuesta es sí, hazlo.

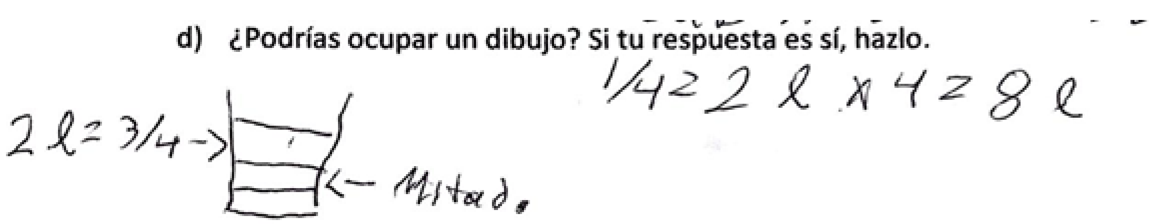
Dos alumnos respondieron que no. El resto si hizo su dibujo. A continuación los mostraremos:

- Estudiante 6

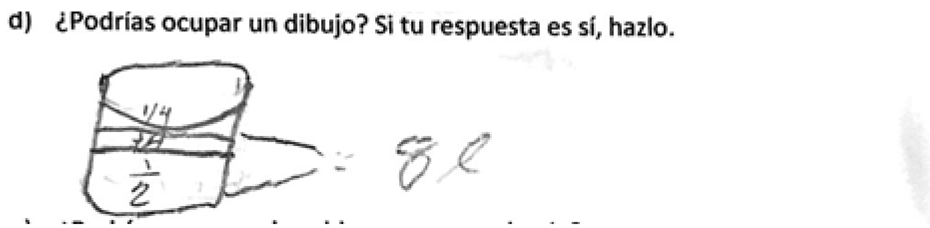


- Estudiante 4

- Estudiante 7

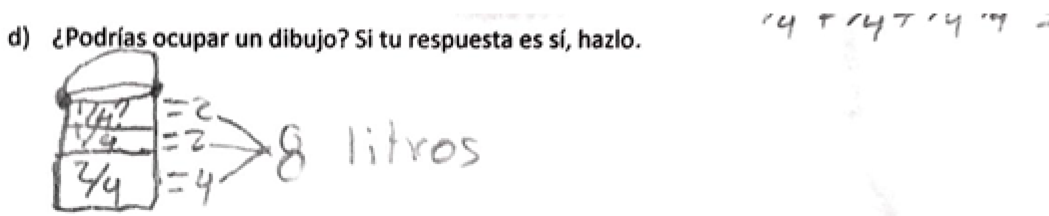


- Estudiante 3

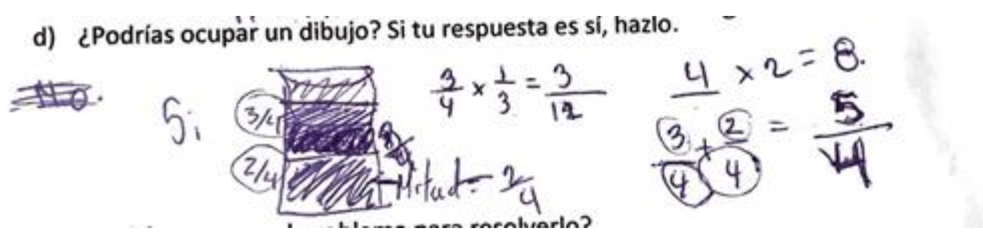


- Estudiante 12

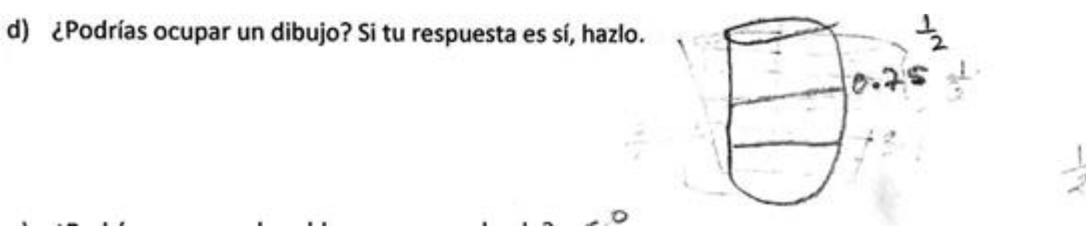
- Estudiante 10



- Estudiante 5



- Estudiante 9

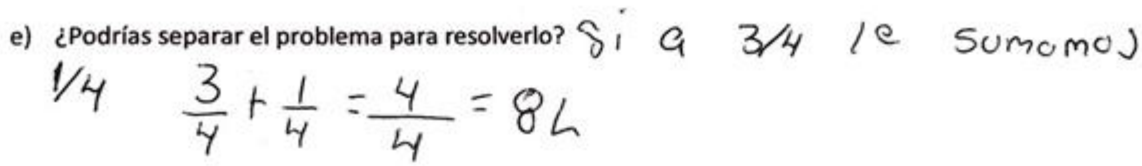


1. Tres alumnos realizaron un dibujo adecuado, sin embargo no llegaron al resultado correcto.
2. Cinco alumnos que realizaron el dibujo, sí supieron aprovechar la estrategia y llegaron al resultado correcto.

Pregunta e) ¿Podrías separar el problema para encontrar lo que se te pide? ¿Cómo lo harías?

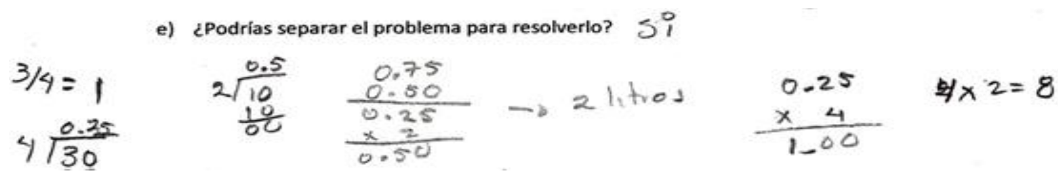
A continuación, mostraremos las respuestas de quienes sí fragmentaron el problema para así abordarlo:

- Estudiante 1 y 11


e) ¿Podrías separar el problema para resolverlo? Si a 3/4 le sumamos 1/4

$\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}=8L$

- Estudiante 9


e) ¿Podrías separar el problema para resolverlo? Sí

3/4 = 1

$4\overline{)30}$ 0.35

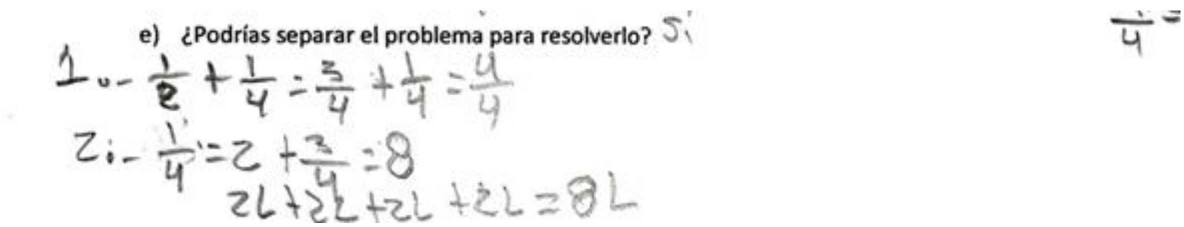
$2\overline{)10}$ 0.5

0.75 − 0.50 = 0.25 × 2 = 0.50 → 2 litros

0.25 × 4 = 1.00

4 × 2 = 8

- Estudiante 6


e) ¿Podrías separar el problema para resolverlo? Sí

1.- $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=\frac{4}{4}$

2.- $\frac{1}{4}=2+\frac{3}{4}=8$

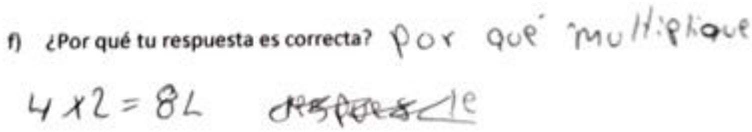
2L+2L+2L+2L=8L

1. De los alumnos que intentaron dividir el problema para que la resolución del problema fuera más sencillo, sólo realizaron procedimientos matemáticos, más no la separación que se pedía.

Pregunta f) Verifica tu resultado

Cuatro alumnos no supieron comprobar su respuesta, mientras que los demás trataron de responder. Mostraremos sus desarrollos a continuación:

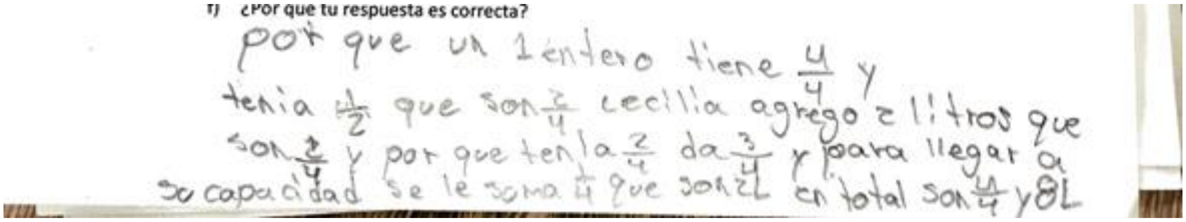
- Estudiante 1 y 11



f) ¿Por qué tu respuesta es correcta? por qué multiplique

4 x 2 = 8L ~~respuesta~~ 1e

- Estudiante 6



f) ¿Por que tu respuesta es correcta?

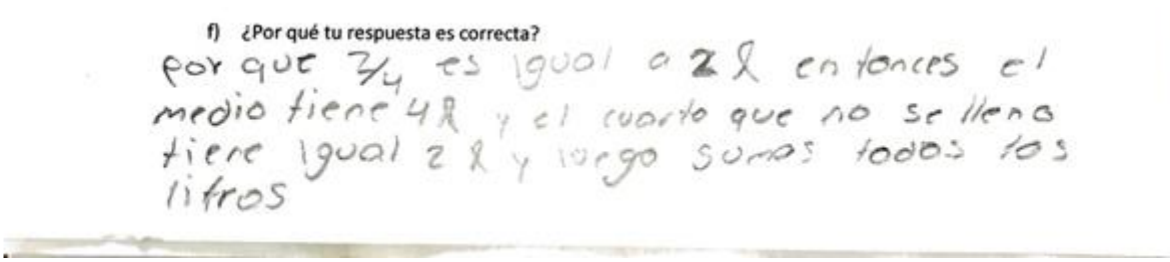
por que un 1 entero tiene $\frac{4}{4}$ y

tenia $\frac{1}{2}$ que son $\frac{2}{4}$ cecilia agrego 2 litros que

son $\frac{1}{4}$ y por que tenia $\frac{2}{4}$ da $\frac{3}{4}$ y para llegar a

su capacidad se le soma $\frac{1}{4}$ que son 2L en total son $\frac{4}{4}$ y 8L

- Estudiante 10



f) ¿Por qué tu respuesta es correcta?

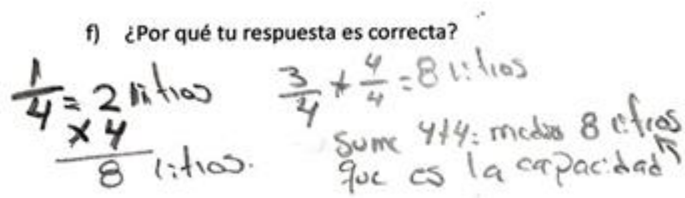
por que 3/4 es igual a 2 l entonces el

medio tiene 4 l y el cuarto que no se lleno

tiene igual 2 l y luego sumas todos los

litros

- Estudiante 4



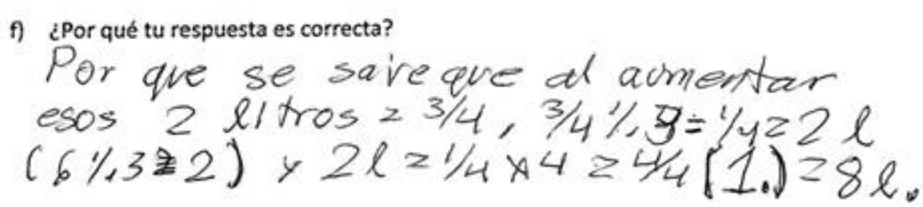
f) ¿Por qué tu respuesta es correcta?

$\frac{1}{4}$ = 2 litros
× 4
8 litros.

$\frac{3}{4} + \frac{4}{4}$ = 8 litros

Sume 4/4 = medio 8 litros que es la capacidad

- Estudiante 7



f) ¿Por qué tu respuesta es correcta?

Por que se save que al aumentar

esos 2 l litros = 3/4, 3/4 %3 = 1/4 = 2 l

(6 %3 = 2) y 2l = 1/4 x 4 = 4/4 (1.) = 8 l.

1. Los alumnos que respondieron a esta pregunta lo hicieron de manera adecuada y justifican por qué su respuesta es correcta.

Quinta sesión.

Problema 5.

Un dragón tiene 5 cabezas; por cada cabeza que se le corta le crecen 5 más. Si se le cortan 6 cabezas, ¿Cuántas cabezas tendrá al final?

Pregunta a) ¿Qué es lo que te pide encontrar el problema?

Todos los alumnos tuvieron su respuesta correcta, lo que permite inferir que todos comprendieron lo que el problema pedía.

Pregunta b) ¿Cuáles son tus datos?

Cinco alumnos acertaron. En la siguiente tabla se darán a conocer las respuestas de todos los alumnos:

Tabla 18: Respuestas sobre los datos

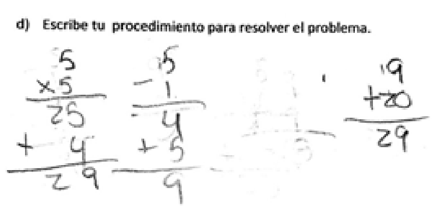
RESPUESTA	FRECUENCIA
Un dragón tiene 5 cabezas, por cada cabeza que le cortan le crecen 5 más	5
5 cabezas, 6 cabezas	1
5 cabezas	1

1. Hay un intento de dos alumnos por escribir los datos que te pide el problema, sin embargo, lo único que hacen es escribir las cantidades con sus magnitudes.
2. Los cinco alumnos que tuvieron su respuesta correcta llegan a una comprensión total de los datos.

Pregunta c) ¿Qué procedimiento ocuparías?

Un alumno no respondió la pregunta, mientras que los demás pusieron sus procedimientos. A continuación, los mostraremos:

- Estudiante 6



- Estudiante 5

d) Escribe tu procedimiento para resolver el problema. 29

Nada mas

fui sumando las cabezas que le iban creciendo ~~restando~~ cuando le iban cortando = 29.

- Estudiante 3

d) Escribe tu procedimiento para resolver el problema.

si an un dragon le cortas una cabeza le salen 5 mas ya que cortaste a las 5 cabezas a una cabeza le puedes cortar y le salen 5 mas y asi salen 29

- Estudiante 11

d) Escribe tu procedimiento para resolver el problema. Si

$5 - 1 = 4$, $4 + 5 = 9$, $9 - 1 = 8$

$8 + 5 = 13$, $13 - 1 = 12$, $12 + 5$

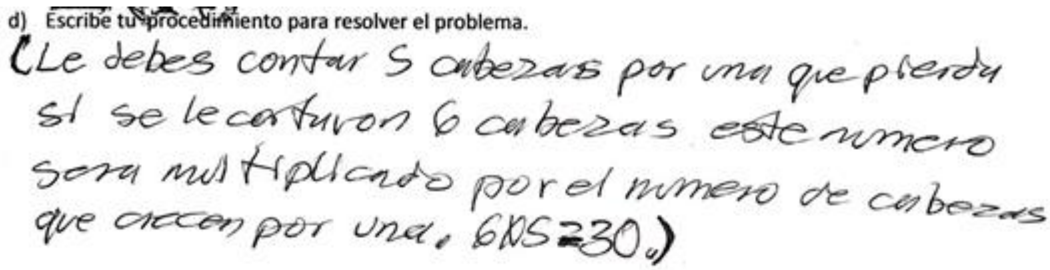
$17 - 1 = 16$, $16 + 5 = 21$, $21 - 1$

$20 + 5 = 25$, $25 - 1 = 24$, $24 + 5$

- Estudiante 1

d) Escribe tu procedimiento para resolver el problema. Hice 5 palitos como cabeza fui quitando un palito y le sumaba otros 5 y asi me fui asta quitarle 6 cabezas y medio de resultado 29.

- Estudiante 7


d) Escribe tu procedimiento para resolver el problema.

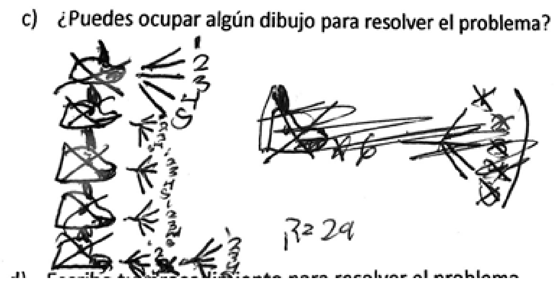
(Le debes contar 5 cabezas por una que pierda si se le cortaron 6 cabezas este numero sera multiplicado por el numero de cabezas que crecen por una. 6X5=30.)

1. Se dio la respuesta correcta y hay evidencias de que se ha seleccionado las estrategias apropiadas.

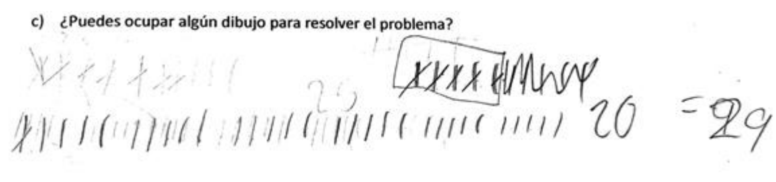
Pregunta d) ¿Podrías ocupar un dibujo? Si tu respuesta es sí, hazlo.

Todos los alumnos hicieron dibujos diferentes. A continuación los mostraremos:

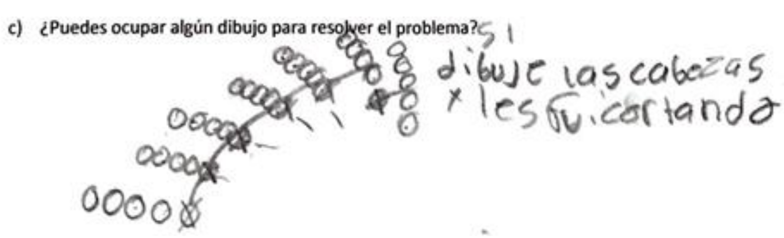
- Estudiante 7



- Estudiante 1

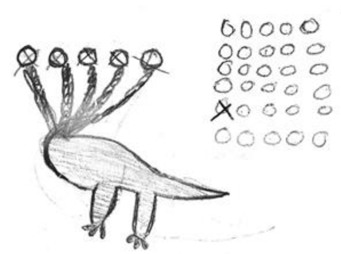


- Estudiante 11

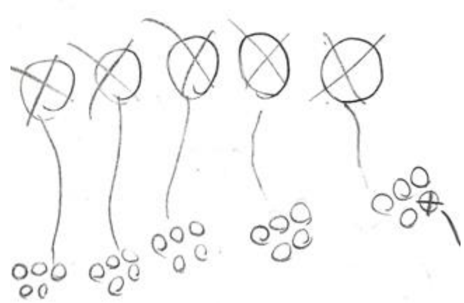


- Estudiante 3

- Estudiante 12



- Estudiante 5

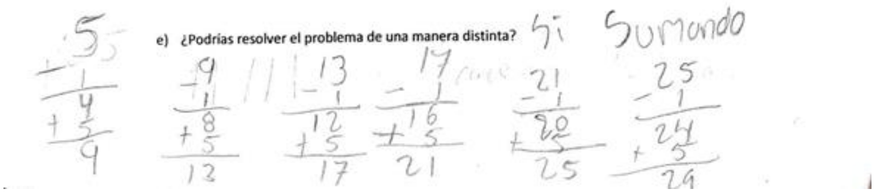


- Estudiante 6

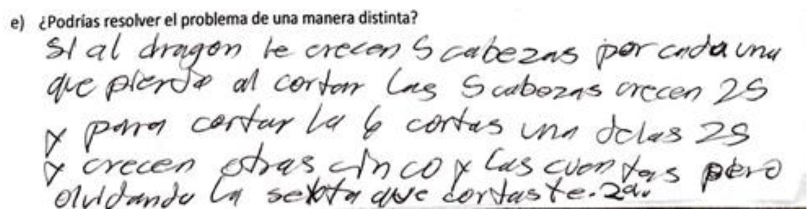
1. Los siete alumnos sacaron provecho de esta estrategia, y todos los dibujos son adecuados para la resolución del problema.
2. Al ver los dibujos que utilizaron los alumnos, es posible identificar que el problema fue totalmente comprendido.

En esta hoja de trabajo la pregunta e) ¿Podrías separar el problema para encontrar lo que se te pide? ¿Cómo lo harías?, se modificó por ¿Podrías resolver el problema de una manera distinta?, la cual generó confusión, pues todos los alumnos que participaron en esta prueba -siete- respondieron con una explicación alternativa al procedimiento, a pesar de la pregunta era explícita al sugerir una forma alternativa para resolver el problema. A continuación, se mostrarán las respuestas de cada uno:

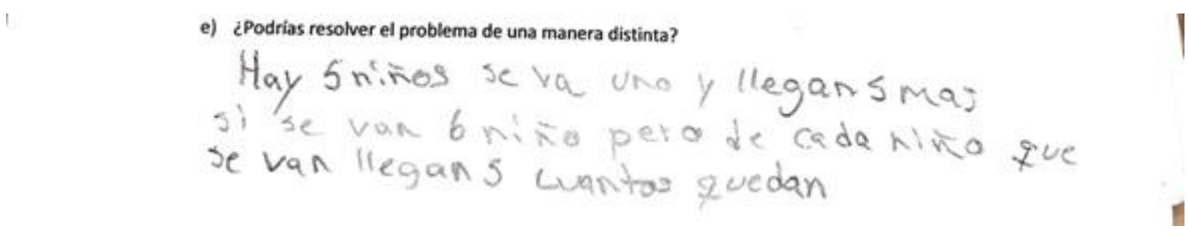
- Estudiante 1


e) ¿Podrías resolver el problema de una manera distinta? Si Sumando

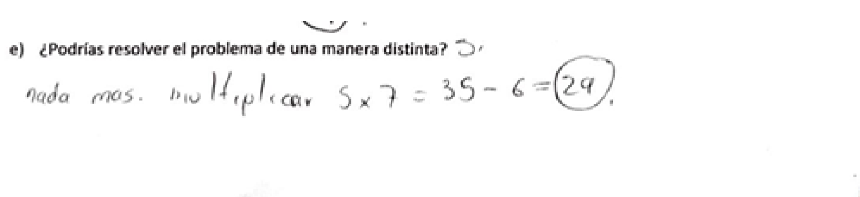
- Estudiante 7


e) ¿Podrías resolver el problema de una manera distinta?
si al dragon le crecen 5 cabezas por cada una
que pierda al cortar las 5 cabezas crecen 25
y para cortar la 6 cortas una de las 25
y crecen otras cinco y las cuentas pero
olvidando la sexta que cortaste. 29.

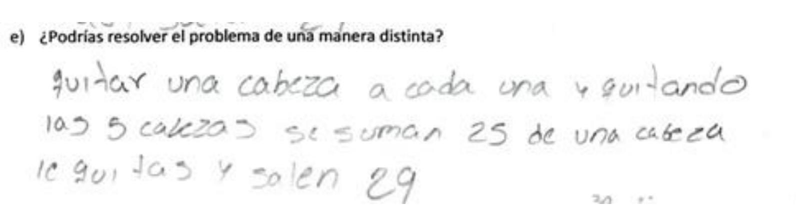
- Estudiante 6


e) ¿Podrías resolver el problema de una manera distinta?
Hay 5 niños se va uno y llegan 5 mas
si se van 6 niño pero de cada niño que
se van llegan 5 cuantos quedan

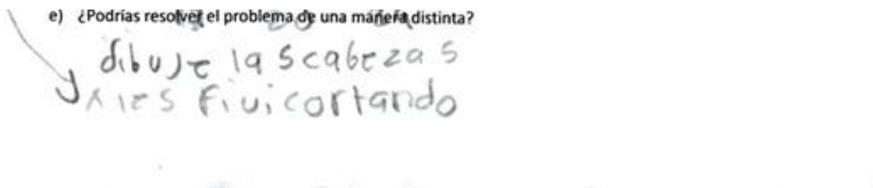
- Estudiante 5


e) ¿Podrías resolver el problema de una manera distinta? Si
nada mas. multiplicar 5 x 7 = 35 - 6 = 29.

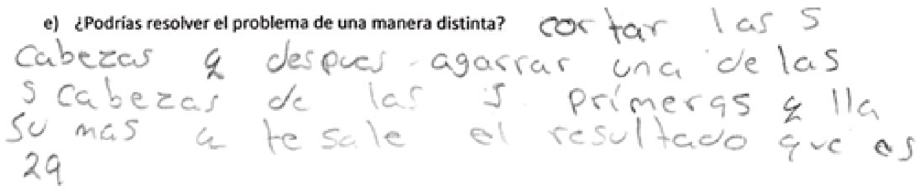
- Estudiante 3


e) ¿Podrías resolver el problema de una manera distinta?
quitar una cabeza a cada una y quitando
las 5 cabezas se suman 25 de una cabeza
le quitas y salen 29

- Estudiante 11


e) ¿Podrías resolver el problema de una manera distinta?
dibuje la scabezas y mis fui cortando

- Estudiante 12


e) ¿Podrías resolver el problema de una manera distinta? cortar las 5 cabezas y despues agarrar una de las 5 cabezas de las 5 primeras y lla sumas y te sale el resultado que es 29

1. Al pedirle a los alumnos que resolvieran el problema de una manera distinta, ellos comprendieron que debían de explicar cómo resolverlo, es decir, ellos redactaron como debería ser la solución.
2. La solución de todos los que respondieron la pregunta es correcta, y es porque se percibió que todos comprendieron el problema.

Sexta sesión

Problema 6

Tres hermanas, Fernanda, Juana y María José, compraron una bolsa de 30 galletas. Cada una se quedó con 10 galletas. Sin embargo, Fernanda pagó 8 pesos, Juana 5 pesos y María José 2 pesos. Si se hubieran repartido las galletas proporcionalmente al precio que cada una pagó, ¿Cuantas galletas le habrían tocado a Fernanda?

Pregunta a)¿Qué es lo que te pide encontrar el problema?.

Tabla 19: Respuestas sobre lo que pide el problema.

Respuesta	Frecuencia
Cuantas galletas le habrían tocado a Fernanda	9
Saber la proporcionalidad que le toca a cada una de las hermanas por la cantidad de dinero que dieron.	1

1. Los estudiantes son capaces de identificar qué es lo que pide el problema.
2. Un alumno registró una respuesta distinta a lo que se esperaba encontrar: generalizó su respuesta y no se enfocó en lo que le pedía la pregunta.

Pregunta b) ¿Cuáles son tus datos?

Cuatro alumnos tuvieron la respuesta correcta.

Tabla 20: Respuestas sobre los datos

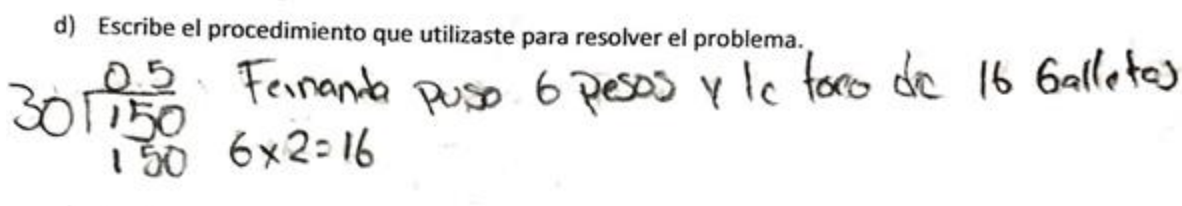
Respuesta	Frecuencia
Que son tres hermanas, 1 bolsa de galletas con 30 piezas, cada quien dio una porción.	1
3 hermanas compraron una bolsa de 3 galletas cada una se queda con 10 galletas, Fernanda pago $8, Juana $5 y María José $2.	4
3 hermanas, 30 galletas, 10 galletas, $8 pesos, $5 pesos, $2 pesos.	3
Tres hermanos compraron una bolsa de 30 galletas.	2

1. Los cuatro alumnos que tuvieron la respuesta correcta solo copiaron el enunciado del problema.
2. Tres alumnos saben identificar bien algunos datos importantes, solo que no detectaron todos.
3. Tres alumnos sugieren como datos solamente las cantidades con sus respectivas magnitudes.

Pregunta c) ¿Qué procedimiento ocuparías?

Un alumno no escribió su procedimiento. Las respuestas de los demás se mostrarán a continuación:

- Estudiante 9 y 4

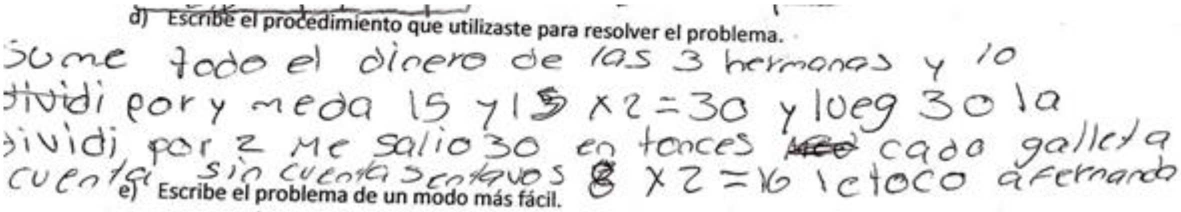

d) Escribe el procedimiento que utilizaste para resolver el problema.

30 | 150 = 0.5

Fernanda puso 6 pesos y le toco de 16 Galletas

6x2=16

- Estudiante 3 y 10

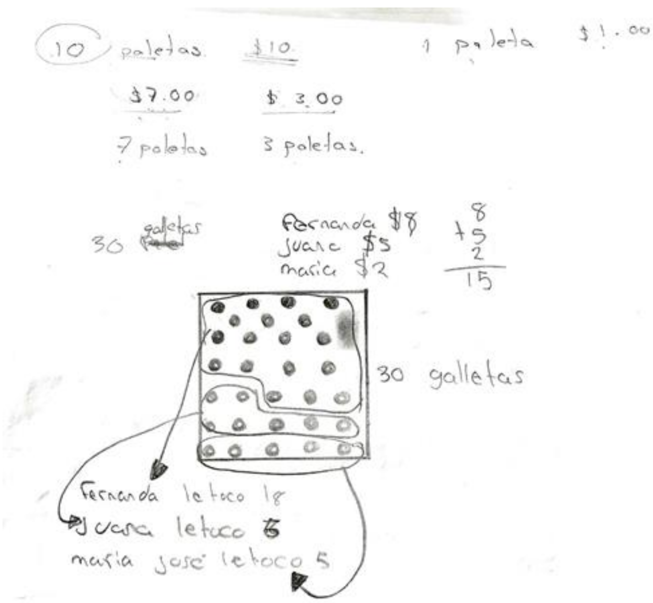


d) Escribe el procedimiento que utilizaste para resolver el problema.

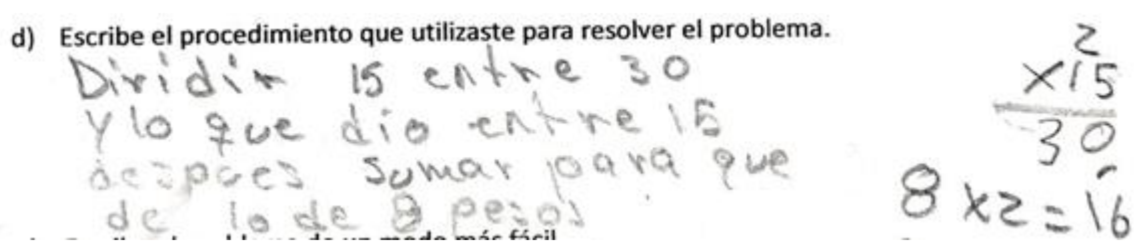
Sume todo el dinero de las 3 hermanas y 10
dividi por y meda 15 y 15 x 2 = 30 y lueg 30 la
dividi por 2 me salio 30 en tonces cada galleta
cuenta sin cuenta sentavos 8 x 2 = 16 le toco a fernando

e) Escribe el problema de un modo más fácil.

- Estudiante 12



- Estudiante 6



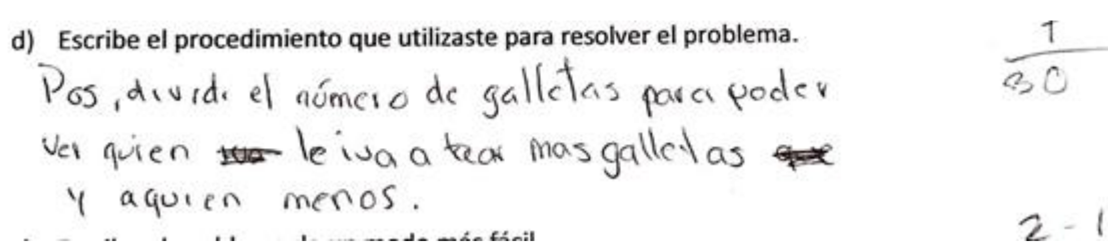
d) Escribe el procedimiento que utilizaste para resolver el problema.

Dividir 15 entre 30
y lo que dio entre 15
despues sumar para que
de lo de 8 pesos

2
x15
30

8 x 2 = 16

- Estudiante 5



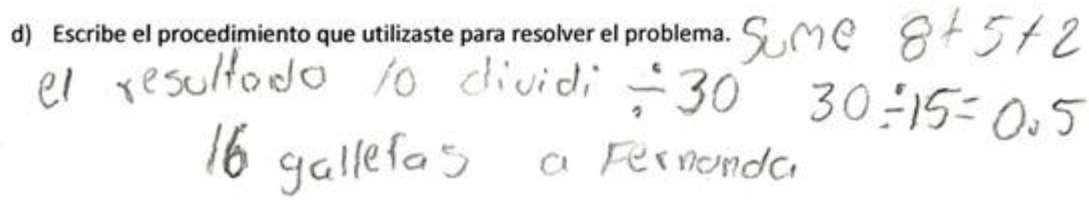
d) Escribe el procedimiento que utilizaste para resolver el problema.

Pos, dividi el número de galletas para poder
ver quien le iva a tocar mas galletas
y a quien menos.

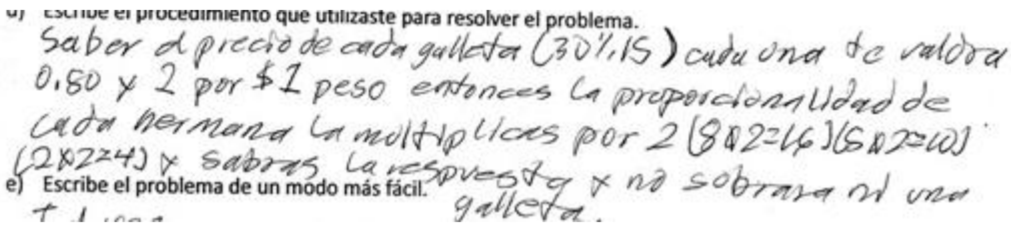
1
30

2 - 1

- Estudiante 1


d) Escribe el procedimiento que utilizaste para resolver el problema. Sume 8+5+2 el resultado lo dividi ÷30 30÷15= 0.5 16 gallefas a Fernanda

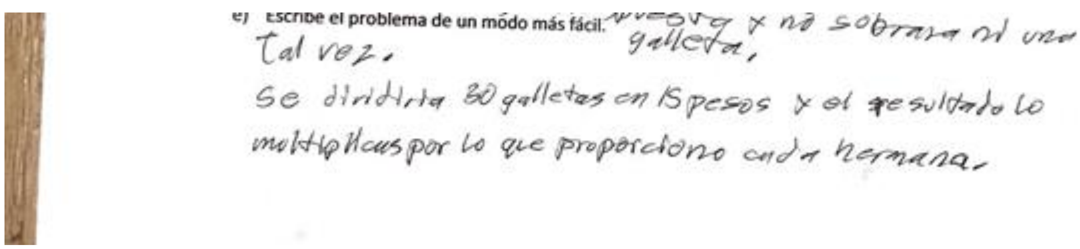
- Estudiante 7


d) Escribe el procedimiento que utilizaste para resolver el problema.
Saber el precio de cada galleta (30%15) cada una te valdra 0.80 y 2 por $1 peso entonces la proporcionalidad de cada hermana la multiplicas por 2 (8x2=16)(6x2=10)(2x2=4) y sabras la respuesta y no sobrara ni una galleta.
e) Escribe el problema de un modo más fácil.

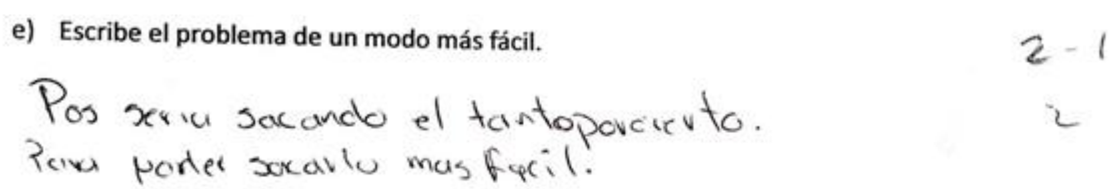
1. Ocho alumnos supieron identificar alguna estrategia que les fuera indicando el camino para la resolución del problema de una manera eficaz.
2. Un alumno utilizó una respuesta correcta, sin embargo, se aplicó incorrectamente y no se llegó a dar la respuesta deseada

La pregunta d) ¿Podrías ocupar un dibujo? Si tu respuesta es sí, hazlo., se modificó por Escribe el problema de un modo más fácil., y fue respondida correctamente por tres alumnos, las cuales se muestran a continuación:

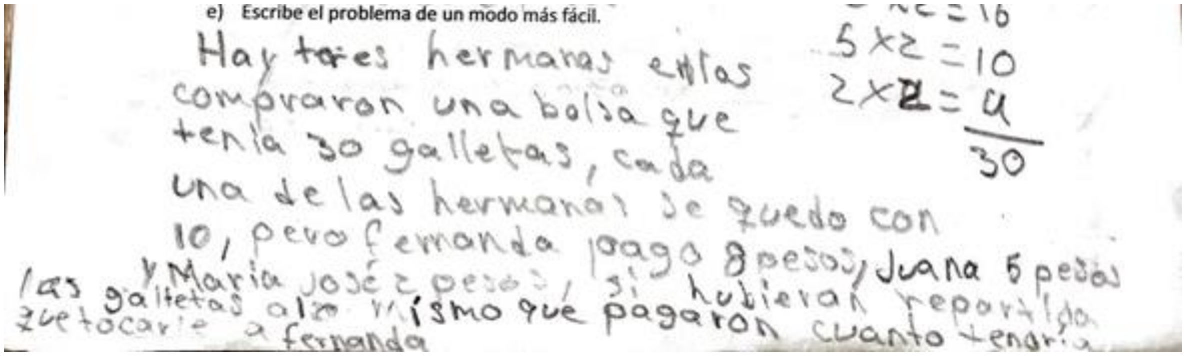
- Estudiante 7


e) Escribe el problema de un modo más fácil. ...puesta y no sobrara ni una galleta.
Tal vez.
Se dividirla 30 galletas en 15 pesos y el resultado lo multiplicas por lo que proporciono cada hermana.

- Estudiante 5


e) Escribe el problema de un modo más fácil.
2 - 1
2
Pos seria sacando el tantoporciento.
Para poder sacarlo mas facil.

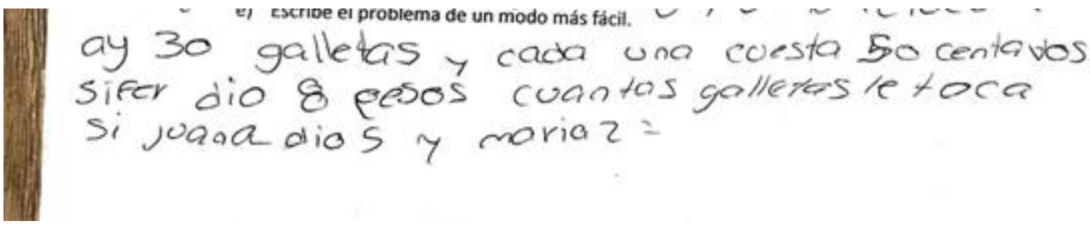
- Estudiante 6


e) Escribe el problema de un modo más fácil.

Hay tres hermanas ellas compraron una bolsa que tenía 30 galletas, cada una de las hermanas se quedo con 10, pero Fernanda pago 8 pesos, Juana 5 pesos y María José 2 pesos, si hubieran repartido las galletas a lo mismo que pagaron cuanto tendría que tocarle a fernanda

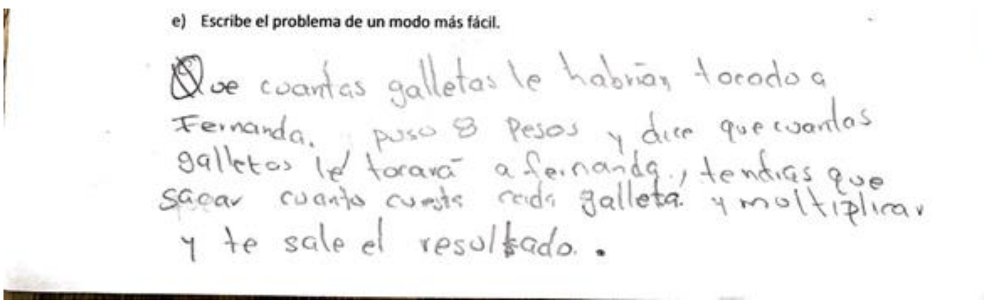
$5 \times 2 = 10$
$2 \times 2 = 4$
30

- Estudiante 10


e) Escribe el problema de un modo más fácil.

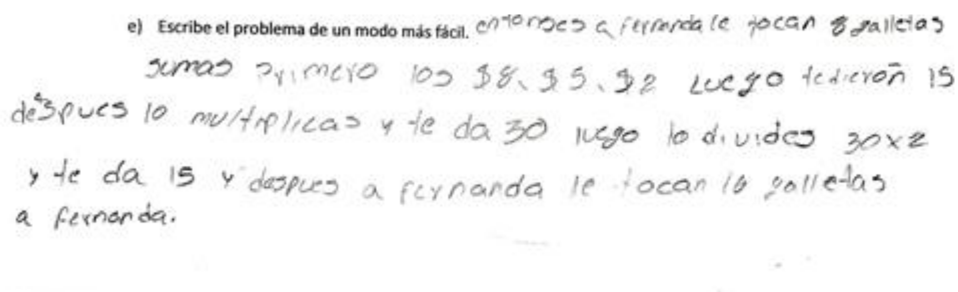
ay 30 galletas y cada una cuesta 50 centavos si Fer dio 8 pesos cuantas galletas le toca si juana dio 5 y maria 2 =

- Estudiantes 4 y 9


e) Escribe el problema de un modo más fácil.

Que cuantas galletas le habrían tocado a Fernanda. puso 8 pesos y dice que cuantas galletas le tocara a fernanda, tendrias que sacar cuanto cuesta cada galleta y multiplicar y te sale el resultado.

- Estudiante 3

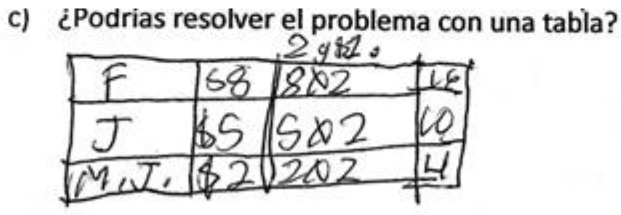

e) Escribe el problema de un modo más fácil. entonces a fernanda le tocan 8 galletas

sumas primero los \$8, \$5, \$2 luego te dieron 15 despues lo multiplicas y te da 30 luego lo divides 30x2 y te da 15 y despues a fernanda le tocan 16 galletas a fernanda.

1. Tres alumnos entendieron cómo escribir el problema de una manera más fácil, así como explicar su procedimiento.
2. Cuatro alumnos escriben de manera correcta un modo más sencillo de ver el problema.

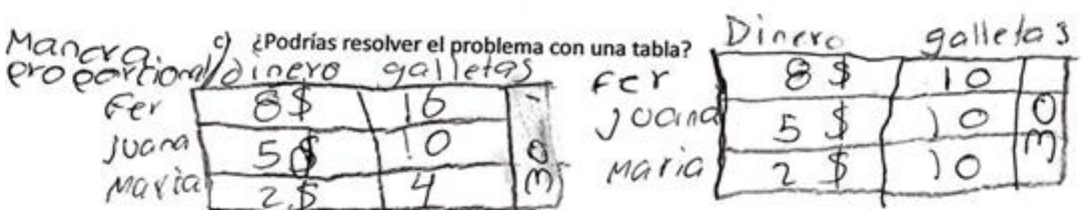
En esta hoja de trabajo se añadió una pregunta ¿Podrías resolver el problema con una tabla? para encaminar a los estudiantes a usar esta estrategia, ya que, es una de las formas más sencillas para abordar el planteamiento, tres alumnos no hicieron su tabla. Los demás sí y a continuación mostraremos las más claras:

- Cinco alumnos lo hicieron de esta manera.



- Estudiante 3

- Estudiante 10



1. Siete alumnos supieron utilizar de manera eficiente esta estrategia de resolución de problemas y llegar al resultado correcto.
2. Tres alumnos no tuvieron la capacidad o la iniciativa de utilizar esta estrategia.

Séptima sesión.

Problema 7

Cada uno de los lados del cuadrado que se muestra en la figura mide 24 cm. En su interior se dibujaron 5 rectángulos iguales. ¿Cuál es el área de cada uno de esos rectángulos?

Pregunta a) ¿Qué es lo que te pide encontrar el problema?

Todos supieron dar respuesta, ya que escribieron: “El área de cada uno de los rectángulos del cuadrado”.

Pregunta b) ¿Cuáles son tus datos?

Seis alumnos obtuvieron la respuesta correcta.

Tabla 21: Respuestas sobre los datos

Respuesta	Frecuencia
24 cm	1
24 cm y 5 rectángulos	4
Cada uno de los lados del cuadrado mide 24 cm y que adentro hay 5 rectángulos iguales	6

1. Seis alumnos supieron identificar de manera eficaz los datos que arrojaba el problema.
2. Cinco alumnos identifican como datos solamente las cantidades con sus respectivas magnitudes.

Pregunta c) ¿Qué procedimiento ocuparías?

Un alumno no respondió la pregunta, mientras las demás respuestas las mostraremos a continuación:

- Estudiante 3

La respuesta de este alumno fue “Juntar rectángulos o dividirlos en la mitad”

- Estudiante 7

La respuesta de este alumno fue “Haría el procedimiento de sacar el área del cuadrado y dividirlo entre el total de todos los rectángulos que le caben (18) y así sabría el área de cada rectángulo.”

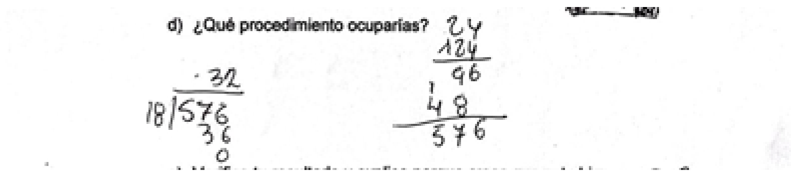
- Estudiante 6

La respuesta de esta alumna fue “Sumar los rectángulos totales que hay en el cuadrado”

- 4 alumnos

La respuesta de estos alumnos fue “Multiplicación y división”

- 3 alumnos

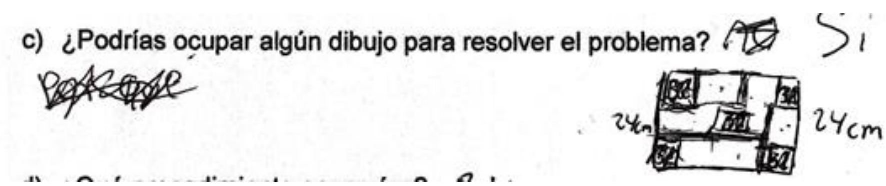


1. Seis alumnos respondieron esta pregunta solamente con lo primero que se les vino a la mente sin hacer algún tipo de esfuerzo, ya que, solo anunciaban operaciones
2. Un alumno enunció su procedimiento de manera correcta y llegó a una solución efectiva.
3. Tres alumnos realizaron su procedimiento ejecutando operaciones de manera correcta y así llegando a una respuesta deseada.

Pregunta d) ¿Podrías ocupar un dibujo? Si tu respuesta es sí, hazlo.

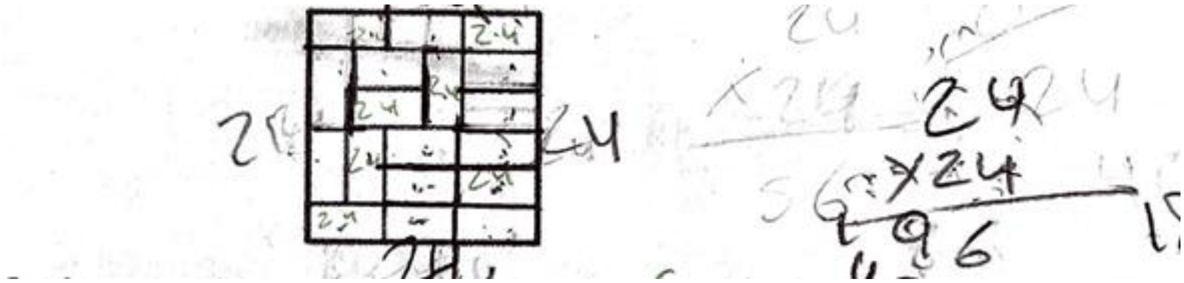
Todos los alumnos hicieron un dibujo con el cual sentían que podían apoyarse para resolver el problema a continuación los mostraremos:

- Estudiante 1



- Estudiante 8

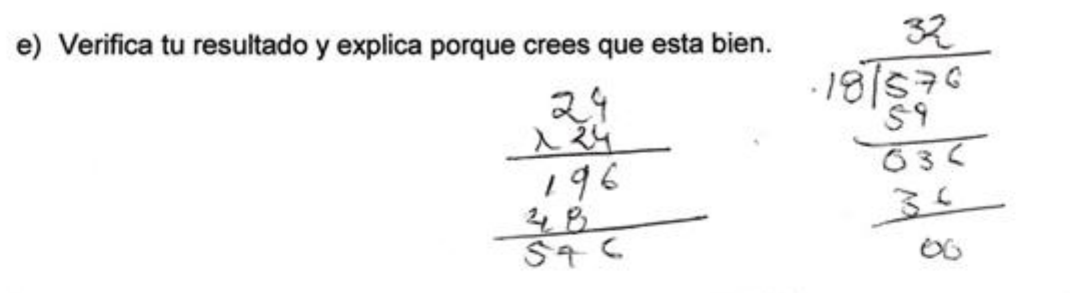
- 9 alumnos realizaron este dibujo:



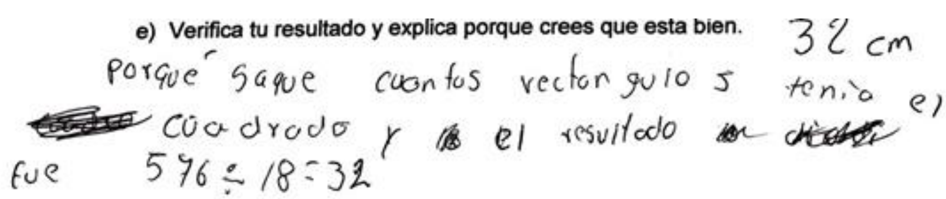
1. Todos los alumnos realizaron dibujos semejantes, y todos encontraron la respuesta correcta utilizándolos.

En esta hoja de trabajo se reemplazó la pregunta e) ¿Podrías separar el problema para encontrar lo que se te pide? ¿Cómo lo harías? por “Verifica tu resultado y explica por qué crees que está bien”, siete alumnos no dieron la justificación de lo que hicieron. Los demás respondieron lo siguiente:

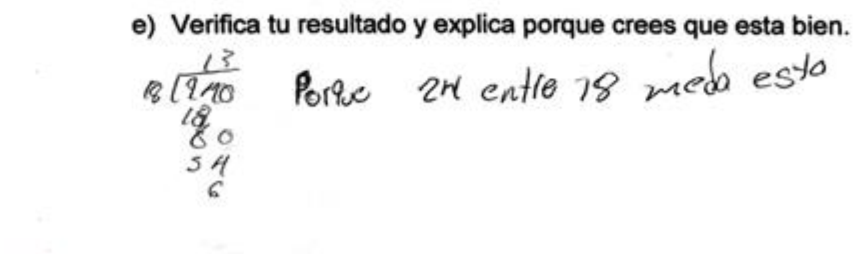
- Estudiante 9



- Estudiante 1



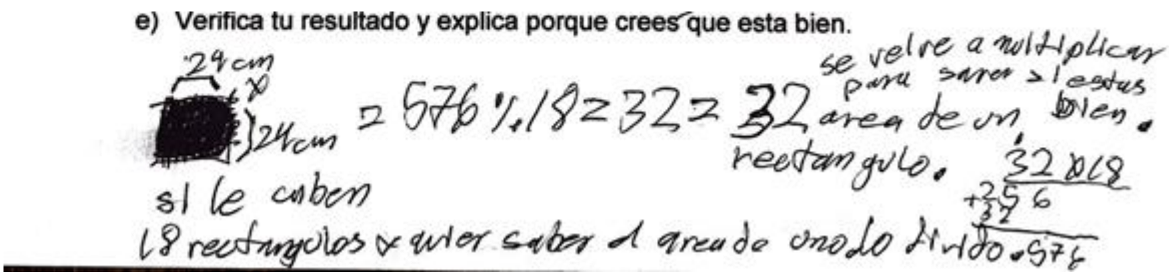
- Estudiante 13



e) Verifica tu resultado y explica porque crees que esta bien.

Porque 24 entre 18 me da esto

- Estudiante 7



e) Verifica tu resultado y explica porque crees que esta bien.

24 cm

24 cm = 576 ÷ 18 = 32 = 32 area de un rectangulo.

se velve a multiplicar para saver si estas bien.

si le caben 18 rectangulos x quier saber el area de uno lo divido 576

1. Tres alumnos respondieron de manera correcta el cómo se debe de verificar un resultado.
2. Un alumno realizó operaciones, en lugar de dar una explicación del porqué su resultado es correcto.

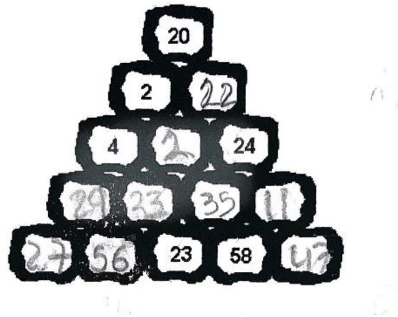
Octava sesión.

En esta hoja de trabajo se comenzó a trabajar sin las preguntas guía, para ver si la metodología aplicada estaba funcionando, de cualquier manera, pasaba por los lugares de los alumnos a resolver dudas y repetirles las preguntas guías si lo consideraba necesario.

Problema 8.

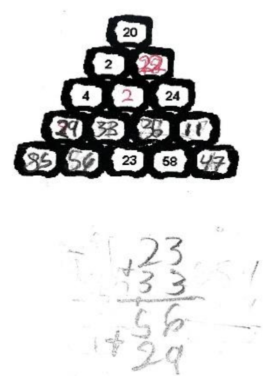
Cada una de las piedras del montón reposa sobre dos de la fila inferior. El número de cada piedra representa la diferencia entre los números de las piedras sobre las que se sustenta. Completa los números que faltan, sabiendo que en la fila inferior los dígitos del 0 al 9 solo aparecen una vez en el conjunto de todos los números.

- Tres alumnos respondieron de la siguiente manera, aunque borraron todo el procedimiento.



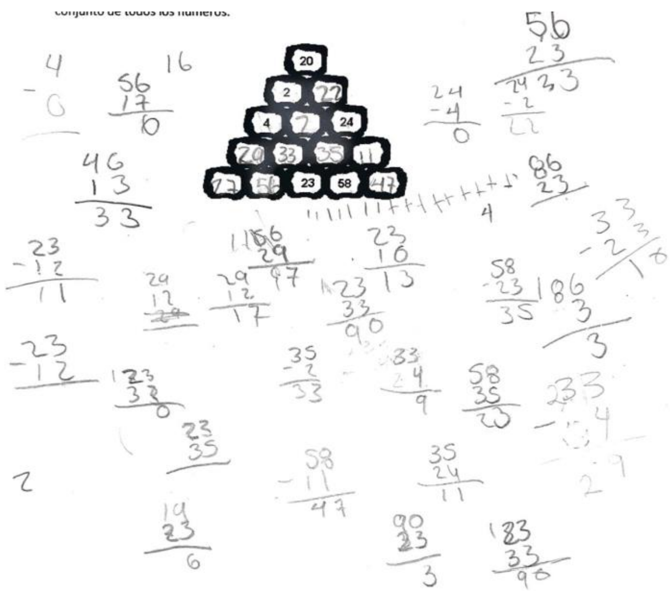
1. Los alumnos que respondieron de esta manera tienen la solución correcta, aunque no se tiene evidencia de que se haya realizado un procedimiento para resolver este problema.

- Cuatro alumnos respondieron de la siguiente manera, aunque su procedimiento no es muy claro.



1. Se da una respuesta correcta, pero no se entiende el proceso seguido.
2. Los alumnos muestran operaciones, pero no son suficientes para demostrar que su procedimiento sea correcto, se podría tomar como si solo hubieran copiado.

- 4 alumnos respondieron de la siguiente manera, con operaciones realizadas



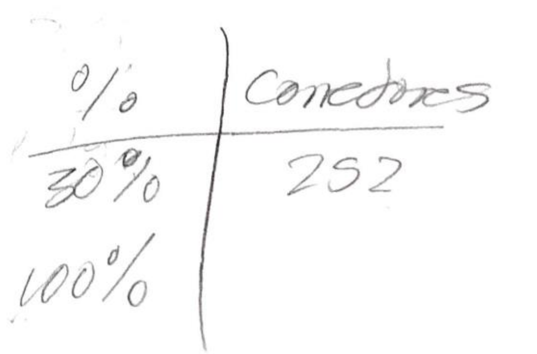
1. Los alumnos llegaron a una solución correcta.
2. No llegan a explicar cómo es que usan las operaciones, pero en una revisión a fondo se ve que su procedimiento lleva un orden y que es el adecuado para llegar a la respuesta correcta.

Novena sesión.

Problema 9

Este año hubo más de 800 corredores participando en una carrera. Exactamente el 35% de los corredores fueron mujeres, y participaron 252 hombres más que mujeres. ¿Cuántos corredores hubo en total?

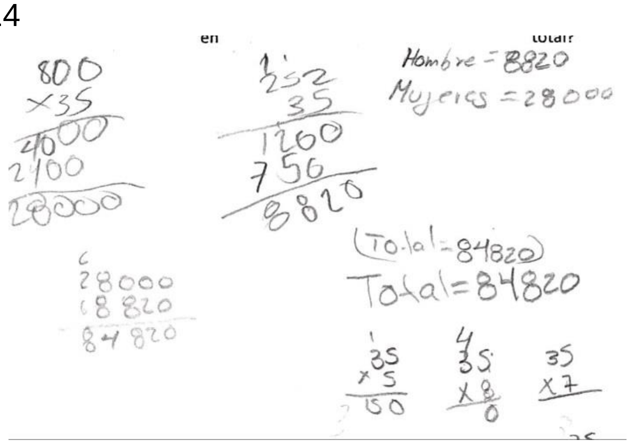
- · Dos alumnos respondieron de esta manera el problema:



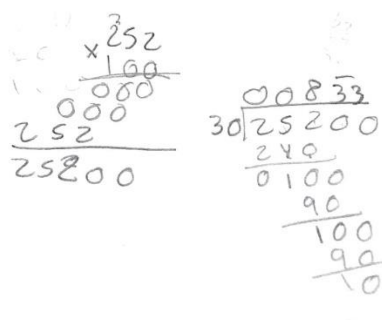
1. Estos alumnos conocen la estrategia que deben aplicar, sin embargo, no saben cómo desarrollar el procedimiento.
2. Los datos los entienden y saben qué les pide el problema.

A continuación, se mostrarán las respuestas de seis alumnos que tuvieron su respuesta incorrecta, pero con procedimientos interesantes:

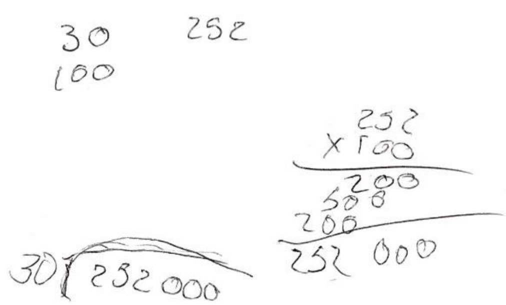
- Estudiante 14



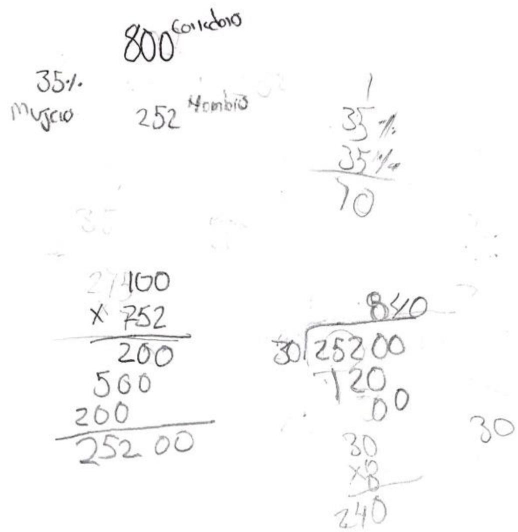
- Estudiante 11



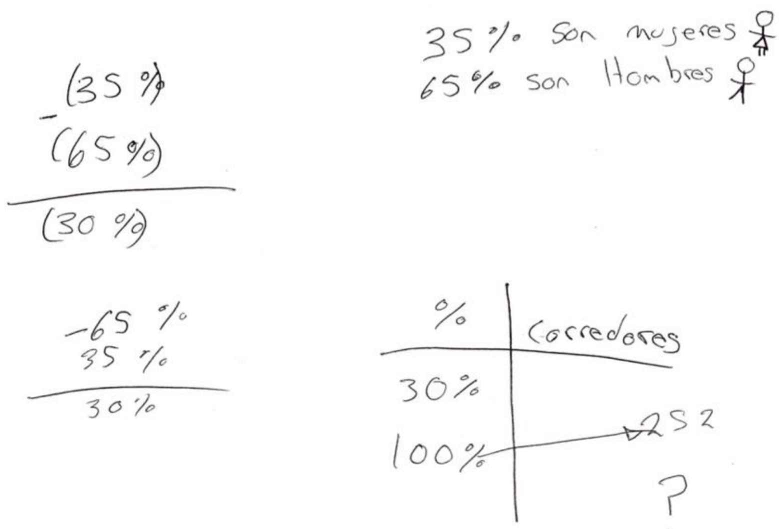
- Estudiante 6



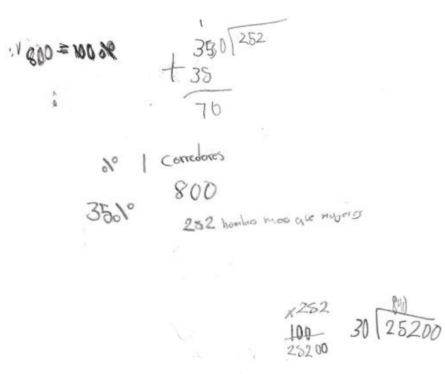
- Estudiante 4



- Estudiante 12



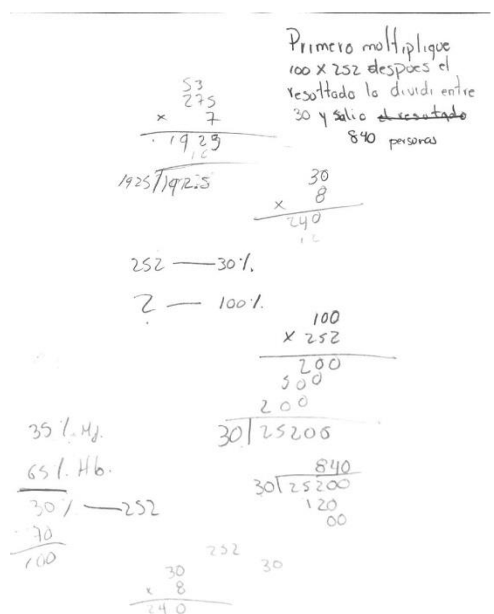
- Estudiante 2



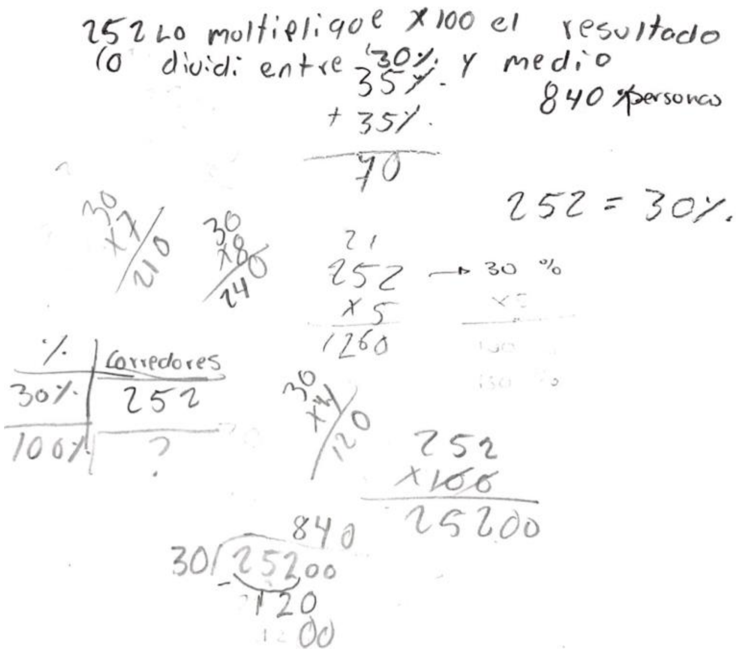
1. Cinco alumnos eligen una estrategia correcta, sin embargo, al momento de dar con el resultado se encontraron ante una posible confusión, debido a que las cifras que obtuvieron eran correctas, pero al escribir la respuesta era modificada por estos alumnos.
2. Un alumno no supo comprender los datos ni lo que le pedía el problema, pues tomó todos los datos y los multiplicó entre sí sin seguir alguna lógica en particular.

En seguida se darán a conocer las respuestas de las alumnas que tuvieron correcta su respuesta:

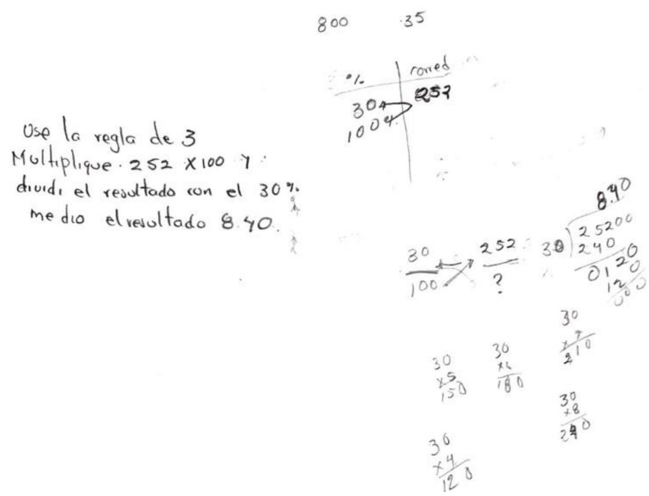
- Estudiante 5



- Estudiante 1



- Estudiante 9



1. Las respuestas de las alumnas que acabamos de presentar son correctas y demuestran una válida y total comprensión de lo que el problema les pide y de los datos que arroja el problema, además de que el procedimiento que ocuparon fue el correcto.

Para visualizar mejor cómo el taller impactó en el proceso enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en el grupo en cuestión, presentamos el siguiente análisis, el cual hace evidente el progreso de los estudiantes para resolver las hojas de trabajo.

Tabla 22: Progreso de los estudiantes

Hojas de trabajo 1, 2 y 3	Hojas de trabajo 4, 5, 6 y 7	Hojas de trabajo 8 y 9
• Los alumnos presentaron dificultades para interpretar las preguntas guía de las hojas de trabajo. • No tenían idea de qué estrategia ocupar para resolver los problemas. • Realizaban operaciones y procedimientos mecanizados, sin reflexión. • Los alumnos no relacionaban los conocimientos previos con la información de los problemas.	• Los alumnos, ya familiarizados con las hojas de trabajo, muestran avances en la comprensión de los problemas. • Comienzan a proponer estrategias propias de solución. • Pese a los avances, persisten errores en la ejecución de las estrategias. • Los estudiantes reflexionan sobre qué estrategia ocupar, sin embargo, aún hay fallas al ejecutarla. • Los alumnos comienzan a mostrar interacción entre los conocimientos previos que tienen con la estrategia de resolución.	• Sin necesidad de auxiliarse en las preguntas guía los alumnos son capaces de desarrollar estrategias de resolución de problemas • Se apropiaron de la metodología propuesta. • Los estudiantes ya relacionan en la estrategia de resolución de problemas el uso de conocimientos previos.

Al inicio del taller, los alumnos no comprendían la metodología propuesta y se cuestionaban sobre si serviría de algo participar y responder las hojas de trabajo. La mayoría de los alumnos veían las primeras sesiones como un examen y contestaban las hojas sin interés.

Conforme pasaban las sesiones, los alumnos se sentían más a gusto con la metodología, era notable cómo la iban haciendo suya, ya que en las últimas sesiones, sin ayuda de las preguntas, ellos mismos iban tomando el camino hacia la elección de una estrategia de resolución de los problemas.

Con sorpresa, el profesor que impartía la clase de matemáticas en ese grupo comentó que veía el avance de sus alumnos después de darse por concluido el taller, y se congratuló por el logro alcanzado y los resultados derivados del taller.

Conclusiones

El trabajo de enseñanza de las matemáticas es una tarea complicada, ya que en este proceso intervienen diversos factores, no solo las capacidades del docente y las metodologías implementadas, el éxito también depende del interés de los estudiantes, sus habilidades y conocimientos previos así como de sus capacidades cognoscitivas. Aunque es imposible generar las condiciones perfectas para los entornos de aula y llevar a buen término la instrucción matemática, sí es factible abonar a través de estrategias pedagógicas adecuadas.

En ese sentido, se aplicó un taller que se basó en las recomendaciones de Polya (2016), Schoenfeld (1992) y Callejo (1994) para favorecer el uso de estrategias y la conexión con los conocimientos previos, a través del trabajo individual y grupal de los estudiantes y la guía sistemática del profesor. El registro de las producciones de los participantes y las observaciones del profesor permitió constatar que este taller: alentó en buena medida el interés de los estudiantes por aprender matemáticas, contribuyó a que la resolución de los problemas ahora sea una serie de pasos consientes que van hacia el cumplimiento de un objetivo en particular (identificar los datos y la incógnita, decidir una estrategia, verificar el resultado) y al uso de conocimientos adquiridos tanto como en la educación formal, como en la no formal. Derivado del análisis de los resultados es posible concluir que hubo un progreso, el cual permite inferir que la estrategia es uno de los primeros pasos que se deben de dar en el camino de la mejora continua de los esquemas actuales de enseñanza, por lo que los talleres basados en la resolución de problemas para la enseñanza de las matemáticas aparecen como una posible solución para el poco dominio de las habilidades y la lógica matemáticas.

Bibliografía

Ausubel, D. Hanesian, H. y Novak J. (1983). *Psicología Educativa. Un Punto De Vista Cognoscitivo*. México: Trillas 2da.

Callejo, M, L. (1994). *Un club matemático para la diversidad*. Madrid, España: Narcea.

Careaga, A., Sica, R., Cirillo, A., Da Luz, S. (2006). *Aportes para diseñar e implementar un taller [archivo PDF]. Recuperado de* http://www.dem.fmed.edu.uy/Unidad%20Psicopedagogica/Documentos/Fundamentacion_talleres.pdf.

Carmona, N. & Jaramillo, D. (2010). *El razonamiento en el desarrollo del pensamiento lógico a través de una unidad didáctica basada en el enfoque de resolución de problemas.* [Tesis de maestría]. Universidad Tecnológica de Pereira, Colombia. Recuperado de http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/1484/1/37235C287.pdf.

Castillo, S. (2008). Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las tic en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2). [Archivo PDF]. Recuperado de http://www.scielo.org.mx/pdf/relime/v11n2/v11n2a2.pdf

De Elvira, A. R., Blanco, M., Corchete, A (1998). *Taller de Matemáticas* [Archivo PDF]. Mérida. Junta de Extremadura. Recuperado de http://servicios.educarm.es/templates/portal/ficheros/websDinamicas/124/MatematicasRecreativas/116LibroTallerMatemticas.pdf.

Duke, N. & Carlisle, J. (2011). *The development of comprehension. En Handbook of reading research*, volumen IV. Nueva York: Routledge.

García, L. M., Garza, J., Hubard, I., Pérez, M. L., (2003), Problemas Introductorios para la 17a Olimpiada Mexicana de Matemáticas. [Archivo PDF]. Recuperado de (http://www.ommenlinea.org/wp-content/uploads/practica/folletos/Introductorio_17.pdf).

García, L. M., Garza, J., Hubard, I., Pérez, M. L., (2013), Problemas Introductorios para la 27a Olimpiada Mexicana de Matemáticas. [Archivo PDF]. Recuperado de (http://www.ommenlinea.org/wp-content/uploads/practica/folletos/Introductorio_27.pdf).

García, L. M., Garza, J., Hubard, I., Pérez, M. L., (2015), Problemas Introductorios para la 29a Olimpiada Mexicana de Matemáticas. [Archivo PDF]. Recuperado de (http://www.ommenlinea.org/wp-content/uploads/practica/folletos/Introductorio_29.pdf).

García, L. M., Garza, J., Hubard, I., Pérez, M. L., (2016), Problemas Introductorios para la 30a Olimpiada Mexicana de Matemáticas. [Archivo PDF]. Recuperado de (http://www.ommenlinea.org/wp-content/uploads/practica/folletos/Introductorio_30.pdf).

García, L. M., Garza, J., Hubard, I., Pérez, M. L., (2018), Problemas Introductorios para la 32a Olimpiada Mexicana de Matemáticas. [Archivo PDF]. Recuperado de (http://www.ommenlinea.org/wp-content/uploads/2018/02/f32.pdf).

Gutiérrez, D. (2010), *El taller como estrategia didáctica*. Derechos Reservados Razón y Palabra es una publicación electrónica editada por el Proyecto Internet del ITESM Campus Estado de México.

Kilpatrick, J. Gómez, P. Rico, L. (1998), *Educación matemática*. Una empresa docente. Colombia.

Polya, G. (2016). *Como plantear y resolver problemas*. México: Trillas.

Rodríguez Gómez, G. e Ibarra Sáiz, M. S. (2011), *e-Evaluación orientada al e-Aprendizaje estratégico*, Madrid: Narcea.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 334-370).

Serna, E. & Florez, G. (2013). *El razonamiento lógico como requisito funcional en ingeniería*, 11th Latin American and Caribbean Conference for Engineering and Technology, Cancún, México.