BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

Una aplicación de regresión lineal en el aprovechamiento de los alumnos de nuevo ingreso en el área de matemáticas de la FCFM

T E S I S

que para obtener el título de:

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS

presenta:

GUADALUPE YOANNA ARENAS MARTINEZ

directora de tesis:

DRA. HORTENSIA JOSEFINA REYES CERVANTES

PUEBLA, PUE. *16 DE DICIEMBRE DE 2011*

Dedico esta tesis con todo mi cariño a:
Gloria, Esther, Eloy y Andres

Agradecimientos

Le doy gracias a Dios por darme la oportunidad de llegar a este momento tan importante de mi vida, por darme la dicha de tener una familia maravillosa y por brindarme buenos amigos.

Le agradezco a mis padres porque siempre me han apoyado en todas mis decisiones, han estado conmigo en los momentos más felices y tristes de mi vida, día a día me han llenado de su amor, alegría, felicidad y por que sin su apoyo esto no sería posible.

Le agradezco a mi hermano porque siempre a estado conmigo, por su confianza, por su cariño y su alegría, que han sido parte importante de mi vida.

Le agradezco a Gloria, Luis y Miguel por la confianza, el cariño, la paciencia, sus consejos, que aunque ya no esta físicamente conmigo siempre los recuerdo con mucho cariño.

Le agradezco a la Dra. Hortensia Reyes Cervantes por aceptar dirigir esta tesis, por el tiempo que le dedico, por sus observaciones, pero muy especialmente por su amistad y sus consejos.

Le agradezco al profesor Flaviano, Ariza, por los consejos y las observaciones que me hicieron para elaborar esta tesis.

Le agradezco a mis amigos que siempre me poyaron y ayudaron a seguir adelante, que me brindaron su amistad, cariño y compañía.

Le agradezco al Dr. David Herrera Carrasco que desde el momento en que ingrese a la licenciatura siempre tuve su apoyo como profesor, pero lo más importante es que siempre me brindo su amistad, siempre me dio ánimos para terminar la licenciatura.

Le agradezco a mis sinodales al Dr. Francisco Solano Tajonar Sanabria, M.C. Manuel Ibarra Contreras, Lic. Celestino Soriano Soriano, por aceptar revisar esta tesis, por sus comentarios y sugerencias.

Índice

Introducción

En las carreras de ciencias exactas en particular de matemáticas, el porcentaje de alumnos que reprueban durante los primeros semestres es alto y esto se debe a: 1) al descuido de las materias curriculares del bachillerato relacionadas con las carreras de ciencias, 2) el cambio de ambiente que ocurre de nivel medio superior a nivel superior, 3) a la falta de hábitos de estudio en los alumnos y 4) a la falta de madurez de los alumnos ante las decisiones de su propio futuro.

Se han hecho investigaciones respecto al proceso de enseñanza - aprendizaje, que se imparte en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP (Ver [11],[12]), en donde podemos observar algunos factores que afectan el desempeño de los alumnos. Un factor importante es la evaluación del curso.

Evaluar a los alumnos es un proceso difícil, que generalmente en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, consiste en dejar una lista de ejercicios "tipo examen " para que los alumnos se preparen para los examenes parciales. Si hay dudas en sus respuestas los alumnos tienen la posibilidad de ir a consultar al profesor o comentarlos con sus compañeros, antes del examen.

En nuestra facultad como en otras, hemos observado que los alumnos que están en los primeros semestres tienen grupos grandes de 40 a 50 y quizá esto a muchos de ellos les afecta porque no tienen el espacio suficiente para sentarse o no hay mucho tiempo para que ellos tengan más confianza con el profesor, para preguntar en clase o ir a asesorías con el profesor a su cubículo.

Otro factor importante y que influye notablemente, es la cantidad de horas que el estudiante dedica al estudio independiente, fuera de sus horas de clase, ya que éste es un hábito que generalmente no se tiene o es muy poco valorado y se va adquiriendo mientras los alumnos estudian su licenciatura.

Las dificultades que el estudiante tiene al momento de ingresar a la facultad, el contenido de las clases, la deserción de los alumnos, las bajas calificaciones obtenidas en los examenes, etc, fueron los principales motivos para realizar este trabajo.

El objetivo es encontrar algunos factores que influyen en el aprovechamiento del curso de Matemáticas Elementales con alumnos de primer semestre en la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas (FCFM) de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP).

Esta tesis se divide en 4 Capítulos.

En el Capítulo 1 encontramos algunos métodos estadísticos usados en el estudio como: Tablas de contingencia, regresión lineal múltiple, frecuencias, etc, que nos fueron útiles para observar las relaciones que había entre las variables.

En el Capítulo 2 encontramos algunas investigaciones previas a esta tesis, que nos sirvieron de apoyo para realizar la encuesta que se aplicó a los alumnos.

La aplicación de estos métodos se llevo a cabo en el Capítulo 3, en el cual se hace un resumen de los resultados que se obtuvieron al analizar los datos recopilados mediante la encuesta aplicada (Ver Apéndice A).

Las conclusiones que se obtuvieron despues de llevar a cabo el análisis las podemos encontrar en el Capítulo 4.

Nuestras metas fueron, planear y desarrollar una metodología de investigación para plantear el problema, usando un software estadístico comercial para el análisis de datos.

Capítulo 1

Preliminares

En esta sección se mencionan algunos resultados relacionados con las propiedades estadísticas de las muestras que en la estadística inferencial se dan por hecho o se verifican posteriormente en la etapa de validación de los supuestos distribucionales o el establecimiento de pruebas en donde los datos no tienen una escala real y se plantean hipótesis en términos de alguna medida de tendencia central o de dispersión. Los datos generalmente están asociados a la definición de las variables a investigar, pues se relacionan con los conceptos de referencia de la investigación. Un investigador del área social, Stevens en 1946, clasificó los diferentes tipos de escalas que hoy en día conocemos: nominal, ordinal, de intervalo y de razón. Por lo cual se define lo que significa medir. Medir es asignar números a una propiedad de acuerdo a una regla de asignación.

1.1. Escalas de Medición

Stevens(1946, 1958, 1968) fue un psicólogo que comenzó a escribir sobre los tipos de escalas que se utilizan en la Ciencia y ha ideado un sistema que sirve para enfocar lógicamente la medición. Se dice que de no existir la medición estadística, y si las mediciones fueran exactas en todos los casos, habría mucho menos demanda de estadísticos. Stevens como otros investigadores (Elorza, 2007; Infante y Pérez, 2008), reconocen cuatro tipos de escalas: *cardinal* o *nominal, ordinal*, por *intervalo*, y de *razón*.

- *Cardinal*: Esta escala se utiliza como medida de identificación. Los números son etiquetas que identifican particularidades o clases. Las estadísticas simples se realizan con datos cardinales.

- *Ordinal*: Si en una medición se emplea una escala ordinal, los números reflejan el orden de las personas u objetos. Las medidas ordinales se disponen de mayor a menor o viceversa. Las medidas ordinales revelan una propiedad comparable entre ellas, por ejemplo: qué persona u objeto es mayor o menor, más brillante u obscuro, más duro o blando, que otro, etc.

  Pero tales mediciones no dicen cuánto más alto o más fuerte es uno que el otro. Estadísticamente no puede hacerse mucho más con las medidas ordinales, excepto determinar la mediana y los centiles, así como los coeficientes de correlación de los rangos.

- *Intervalo*: La escala por intervalos proporciona números que reflejan las diferencias entre particularidades. En las escalas por intervalos las unidades de medida son iguales. Con los datos, según una escala por intervalos, se pueden utilizar la media aritmética, la desviación típica y el coeficiente de correlación de Pearson. También se puden emplear la mayor parte de los contrastes de significación o de hipótesis, como son el contraste de la t de Student y el contraste de la F de Snedecor. Las escalas por intervalos muestran que una persona o particularidad es tantas veces mayor o menor, más pesada o ligera, más brillante u oscura, que otra, etc.

- *Razón*: Cuando una escala tiene todas las características de una escala de intervalo y además existe un punto cero real en su orígen, se llama escala de razón. El cero absoluto o natural representa la nulidad de lo que se estudia. Las escalas de razones, en general son medidas de longitud, peso, capacidad, etc. En las escalas de razones los números reflejan razones entre particularidades y los datos obtenidos según tales escalas pueden ser sometidos a cualquier tratamiento estadístico.

En el contraste de hipótesis, las pruebas no paramétricas emplean datos con estructura estadística más simples de la muestra, como los signos de las mediciones, las relaciones de orden o las categorías de las frecuencias. Estos rasgos generales no requieren escala numérica de medición, no les afecta el alargamiento o el estrechamiento de la escala, implican menos requisitos de uso, son más sencillos de entender y aplicar, y los procedimientos de cálculo resultan menos laboriosos.

Algunas desventajas de los métodos no paramétricos son las siguientes:

- Se pierde información.
- La potencia de las pruebas es menor que las pruebas paramétricas.

1.2. Pruebas de bondad de ajuste

Consideremos dos tipos de prueba de bondad de ajuste. El primero aplica cuando la hipótesis nula concierne a una distrubución discreta; el segundo se aplica si la hipótesis nula es básicamente una distribución continua.

1. La prueba X^2 *(ji-cuadrada)* se emplea cuando la hipótesis nula concierne a una distribución discreta.

   Este modelo obtenido por $K.\ Pearson$ en 1900, mide la discrepancia entre la frecuencia observada y la esperada teóricamente, con base a una distribución hipotética. La prueba de bondad de ajuste ayuda a decidir si los resultados de un experimento coinciden con los esperados de acuerdo con alguna ley, modelo o teoría científica. Para usar la prueba X^2 de bondad de ajuste se requiere lo siguiente:

a) Mínimo de 50 observaciones.

b) La frecuencia esperada para cada categoría debe ser por lo menos de 5 observaciones, a fin de cumplir este requisito se pueden combinar las categorías para reducir la dimensión del espacio de la variable.

El *juego de hipótesis* que comúnmente se establece es:

H_0: Las observaciones muestrales han sido extraídas con una distribución teórica, existe independencia y la distribución poblacional es conocida.

$$vs$$

H_a: No es válida H_0.

Estadístico de prueba:

$$Z = \sum \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}, \tag{1.1}$$

donde tenemos que f_e es la frecuencia esperada y f_o representa la frecuencia observada. Con la siguiente regla de decisión:

$$\text{Si } X_c^2 \geq X_{\alpha,gl}^2, \text{ entonces } H_0 \text{ se rechaza.}$$

Donde gl son los grados de libertad y α es el nivel de significancia.

2. La prueba de $K - S$ *(Kolmogorov-Smirnov)* cuando la hipótesis nula concierne a una distribución continua.

Esta prueba se utiliza para comparar frecuencias relativas acumuladas, observadas y esperadas, así como para contrastar la hipótesis nula de que los datos observados se han recopilado de una distribución de probabilidad determinada. Esta prueba estadística muestra cual es la máxima diferencia absoluta (D_{max}) entre cualquier par de frecuencias relativas acumuladas, observadas y esperadas. Este método se puede aplicar para variables continuas. El *juego de hipótesis* es el siguiente:

$$H_0 : F(x) = F_\tau(x) \ vs \ H_a : F(x) \neq F_\tau(x),$$

donde $F(x)$ es la función de distribución de X y $F_\tau(x)$ es la distribución acumulada y teórica. Con estadístico de prueba:

$$D_{max} = |F_s(x) - F_\tau(x)|, \tag{1.2}$$

donde $F_s(x)$ es la función de distribución acumulada de la muestra. En la regla de decisión tenemos que la hipótesis nula se rechaza al nivel de significancia α si el valor calculado de D_{max} excede el valor mostrado en la tabla de *Kolmogorov-Smirnov* para $1 - \alpha$.

Para una aplicación adecuada de los modelos estadísticos es necesario obtener información acerca de la forma de la distribución poblacional de donde se extrae la muestra.
Para el análisis de varianza se utiliza la prueba para muestras independientes de *Kruskal-Wallis.*

En esta prueba se decide si K muestras independientes pertenecen a la misma población. Los requisitos para aplicar esta prueba son los siguientes:

1. La variable dependiente es numérica por naturaleza.

2. La variable dependiente está distribuida continuamente.

3. Hay legitimidad en la independencia de las mediciones.

Juego de hipótesis:

H_0: Las k distribuciones poblacionales son idénticas.

vs

H_a: No se cumple H_0.

El estadístico de prueba es el siguiente:

$$H = \frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^{k} \frac{R_i^2}{n_i} - 3(n+1), \tag{1.3}$$

donde n_i es el número de mediciones en la muestra de la población i, y R_i es la suma de los rangos para la muestra i y la regla de decisión es:

Se rechaza H_0, si $H > X^2_{\alpha,k-1}$.

1.3. Tablas de contingencia

Cuando dos o más tratamientos son observados para cada elemento de la muestra, los datos se pueden clasificar simultáneamente con respecto a los niveles de ocurrencia de cada uno de los tratamientos. La frecuencia de datos derivados de la clasificación simultánea de más de una característica es llamada *Tablas de contingencia.*

Un aspecto inferencial típico de la tabla de contingencia es el estudio de las características particulares que pueden estar relacionadas en forma independiente o si los niveles de algunas características tienden a estar asociadas con alguno de los otros niveles.

Para un tratamiento general de la prueba de independencia en una tabla de contingencia, estudiamos dos características designadas por X y Y. Supongamos que X tiene r categorías $X_1, \ldots, X_r$ y Y tiene c categorías $Y_1, \ldots, Y_c$. En donde las X categorías estan en las filas y las Y categorías en las columnas, se crea una tabla de dos entradas, en donde cada celda es la intersección de la categoría X y la categoría Y. Una muestra aleatoria de n elementos es clasificada en las celdas dando la tabla de frecuencias (Ver Tabla 1), donde: n_{ij}= Frecuencia de X_iY_j, n_{i0}= Total de la $i-$ésima fila y n_{0j}= Total de la $j-$ésima columna.

Tabla 1: Tabla de contingencia de $r * c$

	Y_1	Y_2	$\cdots$	Y_c	Total Filas
X_1	n_{11}	n_{12}	$\cdots$	n_{1c}	n_{10}
X_2	n_{21}	n_{22}	$\cdots$	n_{2c}	n_{20}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
X_r	n_{r1}	n_{r2}	$\cdots$	n_{rc}	n_{r0}
Total Columnas	n_{01}	n_{02}	$\cdots$	n_{0c}	n

Ahora veamos una clasificación de toda la población, las probabilidades de las celdas se representan por el total (ver Tabla 2).

Tabla 2: Probabilidades de las celdas

	Y_1	Y_2	$\cdots$	Y_c	Total Filas
X_1	p_{11}	p_{12}	$\cdots$	p_{1c}	p_{10}
X_2	p_{21}	p_{22}	$\cdots$	p_{2c}	p_{20}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
X_r	p_{r1}	p_{r2}	$\cdots$	p_{rc}	p_{r0}
Total Columnas	p_{01}	p_{02}	$\cdots$	p_{0c}	1

Donde

$p_{ij} = P(X_iY_j)$, probabilidad de la ocurrencia conjunta de X_i y Y_j.

$p_{i0} = P(X_i)$, probabilidad total en la $i-$ésima fila.

$p_{0j} = P(Y_j)$, probabilidad total en la $j-$ésima columna.

Veamos que las clasificaciones de X y Y son independientes. De donde, en la hipótesis nula se declara que los eventos $X_1, \ldots, X_r$ son independientes de los eventos $Y_1, \ldots, Y_c$, es decir $P(X_iY_j) = P(X_i)P(Y_j)$ para todo $i = 1, ..., r$ y $j = 1, ..., c$.

Independencia de la hipótesis nula

$H_0 : p_{ij} = p_{i0}p_{0j}$ *vs* $H_a : p_{ij} \neq p_{i0}p_{0j}$, para todas las celdas (i, j).

El modelo específico para las probabilidades de las celdas en términos de la probabilidad marginal, que son parámetros desconocidos. La prueba estadística es

$$X^2 = \sum_{celdas\ rc} \frac{(n_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}, \tag{1.4}$$

que tiene una aproximación a la distribución X^2 de tamaño n. Los grados de libertad están determinados por $d.f. = (\textit{Número de celdas} - 1) - (\textit{Número de los parámetros estimados})$ y la probabilidad total de las filas $p_{10}, ..., p_{r0}$, están sujetos a que $\sum p_{i0} = 1$, y hay entre ellos $r - 1$ parámetros. Similarmente, hay $c - 1$ parámetros entre el conjunto de las probabilidades de columnas $p_{01}, ..., p_{0c}$. Por lo tanto, el número estimado de parámetros es $(r - 1) + (c - 1) = r + c - 2$, y por consiguiente $d.f.X^2 = (r - 1)(c - 1)$.

El número de grados de libertad para X^2 en una tabla de contingencia de $r \times c$ es:

$$d.f = (r - 1)(c - 1).$$

El extremo superior de la distribución X^2 con $d.f = (r - 1)(c - 1)$ es usada como la región de rechazo. Una vez más, es una prueba para muestras grandes, y para que esta prueba sea válida, se requiere que la frecuencia esperada de cada celda sea al menos de 5.

1.3.1. Medidas de asociación en una tabla de contingencia

Para medir la asociación en una escala númerica es la misma forma en que empleamos el coeficiente de correlación como un índice de asociación entre dos conjuntos de mediciones.Tenemos la estadística X^2 que representa la medida de la desviación total del modelo. Es intuitivamente razonable utilizar esta prueba para medir la fuerza de esta asociación. Una dificultad en el empleo de la estadística X^2 es el índice numérico de la asociación a la estadística dependiente de la dimensión de la tabla de contingencia. La mejor medida requiere una estructura suficiente para permitir qué categoría de cada característica sea ordenada. Una vez que se haya logrado este orden, con una dirección puede tomar cualquier forma de asociación. La dirección es designada positiva si las celdas con conjuntos de altas y bajas categorías conjuntas presentan alta proporción y negativa, si presentan una baja proporción.

1.3.2. Tablas de contingencia con un margen fijo (Prueba de homogeneidad)

Si suponemos independencia en las muestras aleatorias de tamaño n_{10} $, ..., n_{r0}$ que se toman de r poblaciones $A_1, ..., A_r$ respectivamente, y clasificando cada muestra entre las categorías $B_1, ..., B_c$, nosotros obtenemos la tabla de contingencia de $r \times c$ (ver Tabla 3), donde el total de filas es fijado por el tamaño de la muestra. Las probabilidades de las diferentes categorías B_j dentro de cada población (ver Tabla 4) donde cada w_{ij} denota la probabilidad condicional, estan dadas por:

$$w_{ij} = P(B_j|A_i) = \textit{La probabilidad de } B_{ij} \textit{ dentro de la poblacion } A_i.$$

Note que la probabilidad total de cada fila en la tabla 4 es 1, y el total de las columnas tiene poca significancia.

Tabla 3: Tabla de $r \times c$ con total de filas fijo

	B_1	B_2	$\cdots$	B_c	Total
A_1	n_{11}	n_{12}	$\cdots$	n_{1c}	n_{10}
A_2	n_{21}	n_{22}	$\cdots$	n_{2c}	n_{20}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
A_r	n_{r1}	n_{r2}	$\cdots$	n_{rc}	n_{r0}
Total	n_{01}	n_{02}	$\cdots$	n_{0c}	n

Tabla 4: Probabilidades de la categoría B con cada población

	B_1	B_2	$\cdots$	B_c	Total
A_1	w_{11}	w_{12}	$\cdots$	w_{1c}	1
A_2	w_{21}	w_{22}	$\cdots$	w_{2c}	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
A_r	w_{r1}	w_{r2}	$\cdots$	w_{rc}	1

La hipótesis nula de que la probabilidad de cada categoría B es igual para las r poblaciones, se puede declarar como:

Hipótesis nula de homegeneidad

$H_0 : w_{1j} = w_{2j} = ... = w_{rj}, \quad \text{para cada } j = 1, ..., c.$

vs

$H_a : Al\ menos\ un\ w_{ij}\ diferente.$

Bajo H_0, la probabilidad común de la categoría b_j puede estimarse de las muestras agrupadas por observaciones fuera del total de la muestra de n elementos, n_{0j} posee la categoría B_j. La prueba estadística está dada por:

$$X^2 = \sum_{celdas} \frac{(n_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}, \tag{1.5}$$

donde n_{ij} es el número observado y E_{ij} es el número esperado. Cada una de las r poblaciones tiene c celdas y tiene $(c-1)$ grados de libertad para el estadístico X^2. El total de $r(c-1)$ es reducido por el número de parámetros estimados. Porque tenemos un estimado de c columnas de probabilidades que suman 1, el número de parámetros estimados es $(c-1)$, por consiguiente

$$d.f = r(c-1) - (c-1) = (r-1)(c-1).$$

1.4. Modelo de Regresión Lineal

Esta herramienta es la más conocida por todos los usuarios de la estadística y a la vez es, en la que se cometen más errores, por no revisar los supuestos del modelo y manejar los datos con los paquetes estadísticos sin tener cuidado.

Por regresión lineal entendemos cualquier modelo en el cual $\mu_{y/x}$ es de la forma:

$$\mu_{y/x} = \beta_0 + \beta_1 f(x),$$

donde $f(x)$ es cualquier función de x.

En este modelo se desea describir la relación que existe entre dos variables, una independiente (x) y otra dependiente (y).

Es importante realizar gráficos para describir las relaciones entre las dos variables, como todo modelo teórico, existen suposiciones que deben verificarse para confirmar las bondades de regresión lineal:

- La y es una variable aleatoria, cuya función de distribución depende de x.

- Se espera que $E(y/x) = \mu_{y/x} = \beta_0 + \beta_1 x$ donde $y = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon$, hay una relación lineal entre y y x.

- $E(\epsilon_i) = \begin{cases} \sigma^2 \text{ si } i = j, \;\; i = \overline{1, n} \\ 0 \text{ si } i \neq j \end{cases}$

- Las Y son estadísticamente independientes.

- $f(y/x = x)$ es normal es decir $f_i \sim N(0, \sigma^2)$, $i = 1, 2, .., n$, donde ϵ es una variable no observable.

1.4.1. Estimación de la recta por mínimos cuadrados.

El método de mínimos cuadrados usado por Carl Gauss (1777-1855), consiste en encontrar estimadores $\hat{\beta}_0$, $\hat{\beta}_1$ que minimicen la suma de cuadrados de las distancias entre los valores observados y_i y los estimados $\hat{y}_i$. Los ϵ_i minimizan la suma de cuadrados de las longitudes de los segmentos de las líneas verticales que unen los datos observados con la recta estimada en la gráfica de dispersión, $\hat{\beta}_0$ es el valor de la predicción para y cuando la variable independiente toma el valor cero y $\hat{\beta}_1$ es el coeficiente de regresión estimado.

1.5. Modelo de Regresión Lineal Múltiple

Un modelo de regresión donde intervienen más de una variable regresora se llama modelo de regresión múltiple. El modelo

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \cdots + \beta_k x_k + \varepsilon, \tag{1.6}$$

se llama modelo de regresión lineal múltiple con k regresores y se toma a y como la variable respuesta. Los parámetros β_j, $j = 1, ..., k$, se llaman coeficientes de regresión. El parámetro β_j representa el cambio esperado en la respuesta y por cada cambio unitario en x_j, cuando todas las démas variables regresoras x_i $(i \neq j)$ se mantienen constantes. Por esta razón, a los parámetros β_j, $j = 1, 2, ..., K$; se les llama con frecuencia coeficientes de regresión parcial.

Los modelos de regresión parcial múltiple se usan con frecuencia como modelos empíricos o como funciones de aproximación, ya que se desconoce la relación funcional real entre y y $x_1, x_2, ..., x_k$, en ciertos márgenes de las variables regresoras, el modelo de regresión lineal es una aproximación adecuada a la función verdadera desconocida.

Los parámetros de regresión se deben estimar a partir de los datos muestrales. La ecuación o modelo de regresión ajustada se suele usar para pronosticar observaciones futuras de la variable de respuesta y, o para estimar la respuesta media para determinados valores de las $y's$.

1.5.1. Estimación de los parámetros de los modelo

Se puede aplicar el método de mínimos cuadrados o el método de máxima verosimilitud para estimar los coeficientes de regresión de la ecuación (1.6). Supongamos que se dispone de $n > k$ observaciones, y sea y_i la $i-$ésima respuesta observada, y x_{ij} la $i-$ésima observación o nivel de regresor x_j. Los datos aparecerán como en la tabla 5. Se supone que el término de error ε del modelo tiene $E(\varepsilon) = 0$, $Var(\varepsilon) = \sigma^2$ y los errores no están correlacionados.

Tabla 5:Datos para la regresión lineal múltiple

Observación	**Respuesta**	**Regresores**			
i	**y**	$\mathbf{x_1}$	$\mathbf{x_2}$	$\cdots$	$\mathbf{x_k}$
1	y_1	x_{11}	x_{12}	$\cdots$	x_{1k}
2	y_2	x_{21}	x_{22}	$\cdots$	x_{2k}
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
n	y_n	x_{n1}	x_{n2}	$\cdots$	x_{nk}

Suponemos que las variables regresoras $x_1, x_2, ..., x_k$, son fijas, es decir, que son no aleatorias, y que se miden sin error. Cuando se toman datos de regresión en un estudio observacional, algunos o la mayor parte de los regresores son variables aleatorias. Cuando los datos son el resultado de un experimento diseñado es más probable que las x sean variables fijas. Cuando las x son variables aleatorias sólo es necesario que las observaciones con cada regresor sean independientes, y que la distribución no dependa de los coeficientes de regresión (las β) o de σ^2. Cuando se prueban las hipótesis o se establecen intervalos de confianza, se debe suponer que la distribución condicional de las y dadas por $x_1, x_2, \ldots, x_k$ es normal, con promedio $\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_k x_k$ y varianza σ^2.

Podemos escribir el modelo muestral de regresión que corresponde a la ecuación (1.6):

$$\begin{aligned} y_i &= \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \cdots + \beta_k x_{ik} + \varepsilon_i \\ &= \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij} + \varepsilon_i \quad i = 1, 2, ..., n. \end{aligned} \tag{1.7}$$

Ahora tenemos que en notación matricial del modelo expresado por la ecuación 1.7 es:

$$y = \mathbf{X}\beta + \varepsilon, \tag{1.8}$$

en donde

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \qquad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nk} \end{pmatrix}$$

$$\beta = \begin{pmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{pmatrix} \qquad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{pmatrix}.$$

En general, $\mathbf{y}$ es un vector de $n \times 1$ de las observaciones, $\mathbf{X}$ es una matriz de $n \times p$ de los niveles de las variables regresoras, β es un vector de $p \times 1$ de los coeficientes de regresión y ε es un vector de $n \times 1$, de errores aleatorios.

Se desea determinar el vector $\hat{\beta}$ de estimadores de mínimos cuadrados que minimice

$$S(\beta) = \sum_{i=1} \varepsilon_i^2 = \varepsilon\,'\varepsilon = (\mathbf{y} \text{ - } \mathbf{X}\beta)^{'}(\mathbf{y} \text{ - } \mathbf{X}\beta),$$

notemos que $S(\beta)$ se puede expresar como sigue:

$$S(\beta) = y\,'y - 2\beta\,'X\,'y + \beta'X'X\beta.$$

Los estimadores de mínimos cuadrados deben satisfacer que:

$$\left.\frac{\partial S}{\partial \beta}\right|_{\hat{\beta}} = -2X'y + 2X'X\hat{\beta} = 0,$$

donde simplificando obtenemos que:

$$X'X\hat{\beta} = X'y. \tag{1.9}$$

La ecuación (1.9), es la ecuación de mínimos cuadrados. El estimador de β por mínimos cuadrados es

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y, \tag{1.10}$$

siempre y cuando exista la matriz inversa de $(X'X)^{-1}$, los regresores son linealmente independientes.

El modelo ajustado de regresión que corresponde a los niveles de las variables regresoras $\mathbf{x}' = [1, x_1, x_2, \ldots, x_k]$ es:

$$\hat{y} = x'\hat{\beta} = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^{k} \hat{\beta}_j x_j.$$

El vector de valores ajustados $\hat{y}_i$ que corresponden a los valores observados $\hat{y}_i$ es:

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\hat{\beta} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{y}. \tag{1.11}$$

La matriz de $n \times n$, $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}'\ \mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'$ se le suele llamar matriz sombrero. La diferencia entre el valor observado y_i y el valor ajustado $\hat{y}_i$ correspondiente es el residual $e_i = y_i - \hat{y}_i$. Los n residuales se pueden escribir como sigue:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y}_i - \hat{\mathbf{y}}_i. \tag{1.12}$$

1.5.2. Propiedades de los estimadores de mínimos cuadrados

Las propiedades estadísticas del estimador de mínimos cuadrados $\hat{\beta}$ se demuestran con facilidad, veamos primero el sesgo:

$$\begin{aligned} E(\hat{\beta}) &= E[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}] = E[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'(\mathbf{X}\beta + \varepsilon)] \\ &= E[(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X}\beta + (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\varepsilon] = \beta\ , \end{aligned}$$

por que la $E(\varepsilon) = 0$ y $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X} = \mathbf{1}$. Entonces $\hat{\beta}$ es un estimador insesgado de β. La propiedad de la varianza de $\hat{\beta}$ se expresa con la matriz de covarianzas

$$Cov(\hat{\beta}) = E\{[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})][\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]'\},$$

que es una matriz simétrica de $p \times p$, cuyo $j-$ésimo elemento diagonal es la varianza de $\hat{\beta}_j$ y cuyo $(ij)-$ésimo elemento fuera de la diagonal es la covarianza entre $\hat{\beta}_i$ y $\hat{\beta}_j$. La covarianza de la matriz de $\hat{\beta}$ es

$$Cov(\hat{\beta}) = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}.$$

Tenemos que el mejor estimador de mínimos cuadrados $\hat{\beta}$ es el mejor estimador lineal insesgado de β, el estimador de máxima verosimilitud es el estimador insesgado de β de mínima varianza.

Estimación de σ^2

Se desarrolla un estimador de σ^2 a partir de la suma de cuadrados de residuales:

$$SS_{Res}\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y_i})^2=\sum_{i=1}^{n}e_i^2=\mathbf{e}'\mathbf{e},$$

se sustituye $\mathbf{e}=\mathbf{y}-\mathbf{X}\hat{\beta}$ y obtenemos

$$\begin{aligned} SS_{Res}=(\mathbf{y}-\mathbf{X}\hat{\beta})'(\mathbf{y}-\mathbf{X}\hat{\beta})&=\mathbf{y}'\mathbf{y}-\hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y}-\mathbf{y}'\mathbf{X}\hat{\beta}+\hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\beta}\\ &=\mathbf{y}'\mathbf{y}-2\hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y}+\hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\beta}\ . \end{aligned}$$

Como tenemos que $\mathbf{X}'\mathbf{X}\hat{\beta}=\mathbf{X}'\mathbf{y}$ la última ecuación se transforma en

$$SS_{Res}=\mathbf{y}'\mathbf{y}-\hat{\beta}'\mathbf{X}'\mathbf{y}, \tag{1.13}$$

la suma de cuadrados de residuales tiene $n-p$ grados de libertad, por que se estiman p parámetros en el modelo de regresión. El cuadrado medio residual o el cuadrado medio de residuales es

$$MS_{Res}=\frac{SS_{Res}}{n-p}, \tag{1.14}$$

observemos que el valor esperado de MS_{Res} es σ^2, por lo que tenemos que un estimador insesgado de σ^2 es

$$\sigma^2=MS_{Res}, \tag{1.15}$$

el estimador de σ^2 depende del modelo.

1.5.3. Prueba de hipótesis en la regresión lineal múltiple

Prueba de significancia de la regresión

La prueba de significancia de la regresión es para determinar si hay una relación lineal entre la respuesta y y $x_1,x_2,\ldots,x_k$, las variables regresoras.

Las hipótesis pertinentes son:

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \cdots = \beta_k = 0 \ vs \ H_1 : \beta_j \neq 0, \ al\, menos\, para\, una\, j.$$

El rechazo de la hipótesis nula implica que al menos uno de los regresores $x_1, x_2, \ldots, x_k$, contribuyen al modelo de una forma significativa. La suma total de cuadrados (SS_T) se divide en una suma de cuadrados debido a la regresión, (SS_R), y una suma de cuadrados de residuales, (SS_{Res}). Así,

$$SS_T = SS_R + SS_{Res}.$$

Tenemos que si es cierta la hipótesis nula, entonces SS_R/σ^2 tiene una distribución $\mathcal{X}_k^2$, con la misma cantidad de variables regresoras en el modelo, y tenemos que $SS_{Res}/\sigma^2 \sim \mathcal{X}_{n-k-1}^2$, SS_{Res} y SS_R son independientes. Tenemos que

$$F_0 = \frac{SS_R/k}{SS_{Res}/(n-k-1)} = \frac{MS_R}{MS_{Res}},$$

tiene una distribución $F_{k,n-k-1}$ y se cumple que

$$E(MS_{Res}) = \sigma^2,$$

$$E(MS_R) = \sigma^2 + \frac{\beta^{*'}\mathbf{X}_c'\mathbf{X}_c\beta^*}{k\sigma^2},$$

donde $\beta^* = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_k)'$ y $\mathbf{X}_c$ es la matriz centrada del modelo, definida por:

$$\mathbf{X}_c = \begin{pmatrix} x_{11} - \bar{x}_1 & x_{12} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{1k} - \bar{x}_k \\ x_{21} - \bar{x}_1 & x_{22} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{2k} - \bar{x}_k \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} - \bar{x}_1 & x_{i2} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{ik} - \bar{x}_k \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{n1} - \bar{x}_1 & x_{n2} - \bar{x}_2 & \cdots & x_{nk} - \bar{x}_k \end{pmatrix}.$$

Estos cuadrados medios esperados indican que si el valor observado de F_0 es grande, es probable que al menos una $\beta_j \neq 0$. Si al menos una $\beta_j \neq 0$, entonces F_0 tiene una distribución F, con k y $n-k-1$ grados de libertad, y parámetros de no centralidad definidos por

$$\lambda = \frac{\beta^* \mathbf{X}_c^{'} \mathbf{X}_c \beta^*}{\sigma^2}.$$

Este parámetro de no centralidad también indica que el valor observado de F_0 debe ser grande para que al menos una $\beta_j \neq 0$. Para probar la hipótesis $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_k = 0$ *vs* $H_a : \beta_j \neq 0$ *al menos para una* j, se calcula el estadístico de prueba F_0 y se rechaza H_0 si

$$F_0 > F_{\alpha,k,n-k-1}.$$

Tabla 6: Análisis de varianza para regresión múltiple

Fuente de variación	**SC**	**GL**	**SCM**	$\mathbf{F}_0$
Regresión	SS_R	k	MS_R	MS_R/MS_{Res}
Residuales	SS_{Res}	$n-k-1$	MS_{Res}	
Total	SS_T	$n-1$		

Donde:

SC: Es la suma de cuadrados.

GL: Grados de libertad.

SCM: Suma de cuadrados medios.

Coeficientes individuales de regresión

Si se agrega una variable a un modelo de regresión, la suma de cuadrados de la regresión aumenta, y la suma de cuadrados residuales disminuye. Se debe decidir si el aumento de la suma de cuadrados de la regresión es suficiente para garantizar el uso del regresor adicional del modelo. La adición del regresor también aumenta la varianza del valor ajustado $\hat{y}$, por lo que se debe tener cuidado de incluir sólo regresores que tengan valor para explicar la respuesta. Además, si se agrega un regresor no importante se puede aumentar el cuadrado medio de residuales, y con eso se disminuye la utilidad del modelo [15].

La *hipótesis* para probar la significancia de cualquier coeficiente individual de regresión, como por ejemplo β_j, $j = 1, 2, ..., k$ es

$$H_0 : \beta_j = 0 \text{ vs } H_1 : \beta_j \neq 0.$$

Si no se rechaza $H_0 : \beta_j = 0$, quiere decir que se puede eliminar el regresor x_j del modelo. El estadístico de prueba para esta hipótesis es

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}} = \frac{\hat{\beta}_j}{se(\hat{\beta}_j)}, \tag{1.16}$$

donde C_{jj} es el elemento diagonal de $(\mathbf{X}^{'}\mathbf{X})^{-1}$ que corresponde a $\hat{\beta}_j$. Se rechaza la hipótesis nula $H_0 : \beta_j = 0$ si $|t_0| > t_{\alpha/2,n-k-1}$.

1.5.4. Intervalos de confianza

Intervalos de confianza de los coeficientes de regresión

Para construir intervalos de confianza de los coeficientes de regresión β_j, se supone que los errores ε_i están distribuidos normal e independientes, con promedio cero y varianza σ^2. En consecuencia, las observaciones y_i están distribuidas en forma normal e independiente, con media $\beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij}$, y varianza σ^2. Como el estimador $\hat{\beta}$ es una combinación lineal de las observaciones, también está distribuido normalmente. Esto implica que la distribución marginal de cualquier coeficiente de regresión $\hat{\beta}_j$ es normal, con media β_j y varianza $\sigma^2 C_{ij}$, donde C_{ij} es el $j-$ésimo elemento diagonal de la matriz $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$. En consecuencia, cada uno de las estadísticos

$$\frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}}, \tag{1.17}$$

se distribuye como t, con $n - p$ grados de libertad, donde $\hat{\sigma}^2$ es el estimado de la varianza de error obtenida con (1.15).

De acuerdo con el resultado de la ecuacion (1.17), podemos definir el intervalo de confianza de $100(1-\alpha)\,\%$ para el coeficiente de regresión β_j, $j = 0, 1, ..., k$, como sigue:

$$\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}} \leq \beta_j \leq \hat{\beta}_j + t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2 C_{jj}}. \qquad (1.18)$$

Estimación del intervalo de confianza de la respuesta media

Se puede establecer un intervalo de confianza para la respuesta media en determinado punto, como $x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0k}$. Defínase el vector x_0 como sigue:

$$\mathbf{X}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ x_{01} \\ x_{02} \\ \vdots \\ x_{0k} \end{pmatrix}.$$

El valor ajustado en este punto es

$$\hat{y_0} = \mathbf{x}_0'\hat{\beta}, \qquad (1.19)$$

es un estimador insesgado de $E(y|\mathbf{x}_0)$, porque $E(\hat{y}_0) = \mathbf{x}_0'\beta = E(y|\mathbf{x}_0)$, y la varianza de $\hat{y}_0$ es

$$Var(\hat{y}_0) = \sigma^2\mathbf{x}_0'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_0. \qquad (1.20)$$

Por consiguiente un intervalo de confianza de $100(1-\alpha)$ por ciento de la respuesta media en el punto $x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0k}$ es:

$$\hat{y}_0 - t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2\mathbf{x}_0'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_0} \leq$$
$$E(y|\mathbf{x}_0) \leq \hat{y}_0 + t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2\mathbf{x}_0'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_0} \qquad (1.21)$$

Predicción de nuevas observaciones

Con el modelo de regresión se pueden predecir observaciones futuras de y que correspondan a determinados valores de las variables regresoras, por ejemplo $x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0k}$. Si $\mathbf{x}_0' = [1, x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0k}]$

$$\hat{y}_0 = \mathbf{x}_0'\hat{\beta}. \tag{1.22}$$

Un intervalo de predicción de $100(1-\alpha)\,\%$ por ciento para esta futura observación es:

$$\hat{y}_0 - t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2(1+\mathbf{x}_0'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_0)} \leq y_0 \leq \hat{y}_0 + t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2(1+\mathbf{x}_0'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_0)}. \tag{1.23}$$

1.6. Variables indicadoras

Las variables consideradas en la ecuación de regresión usualmente pueden tomar valores por encima de cierto rango continuo. En ocasiones es necesario introducir un factor que tiene dos o más niveles distintos. Las variables dummy usualmente (pero no siempre) no relacionan cualquier nivel físico que podría existir entre los factores.

Un ejemplo de una variable dummy es encontrar en la variable fija x_0 (cuyo valor es siempre la unidad) el término β_0 en el modelo de regresión. La x_0 es innecesaria, pero en ocasiones proporciona una notación cómoda.

Típicamente hay una infinidad de alternativas para establecer un sistema de conjuntos para resolver cualquier situación particular. Dada una selección particular de variables dummy que funcionan como representantes de los factores deseados, podemos obtener otros conjuntos tomando la combinación lineal del primer conjunto. El segundo conjunto es elegido de modo que sus vectores no son linealmente dependientes uno del otro. En general se usan configuraciones de las variables dummy, que son una forma más simple de emplear los niveles 0 y 1.

Supongamos que se desea introducir dentro del modelo el concepto de que, dos tipos de máquinas producen diferentes repuestas, en la adición de la variación que se produce debido a las otras variables predictoras, una manera de hacerlo es introducir al modelo una variable dummy extra Z y un coeficiente de regresión α de modo que el término αZ aparece en el modelo. Los valores que Z puede tomar son los siguientes:

Z : 0 si la observación es de la máquina A.
Z : 1 si la observación es de la máquina B.

Si a es la estimación de mínimos cuadrados de α y si $\hat{f}$ representa el resto del modelo ajustado tenemos que:

$$\hat{Y} = \hat{f} + aZ.$$

De esta manera los datos de la máquina A son estimados por $Z = 0$ para obtener $\hat{Y} = \hat{f}$, mientras que los datos de la máquina B son previstos por el ajuste de $Z = 1$ donde $\hat{Y} = \hat{f} + a$, el valor de a simplifica la estimación de los niveles entre las respuestas del grupo B comparadas con las del grupo A y todos los demás factores estan representados por $\hat{f}$.

En general, para una extensión de los procedimientos podemos acordar r niveles para la introducción de $(r-1)$ variables dummy, para X_0. Una asignación básica es obteniendo una matriz de $(r-1)X(r-1)I$ y añadiendo una fila de ceros $(z-1)$. Tenemos que el esquema de vectores para la columna X_0 es la siguiente:

X_0	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0

Por lo que tenemos que:

$Z_0 = X_0$

$Z_1 = X_1$

$Z_2 = X_1 + X_2$

$Z_3 = X_1 + X_2 + X_3$

$Z_4 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$

$Z_5 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5$

por lo tanto el $Z-$*sistema de columnas* consiste de las combinaciones lineales independientes de $X -$ *sistema de columnas* ([8],[15]).

1.7. Selección de variables

En la mayoría de los problemas prácticos se tiene un grupo de regresores candidatos, que deberán incluir a todos los factores influyentes, y se debe determinar el subconjunto real de regresores que debe usarse en el modelo. La definición de un subconjunto adecuado de regresores para el modelo es lo que se llama problema de selección de variable.

La construcción de un modelo de regresión que sólo incluya un subconjunto de regresores disponibles implica dos objetivos: 1) Se desea que el modelo incluya tantos regresores como sea posible, para que el contenido de información en ellos pueda influir sobre el valor predicho de y. 2) Se desea que el modelo incluya la menor cantidad de regresores posible, porque la varianza de la predicción $\hat{y}$ aumenta a medida que aumenta la cantidad de regresores. También, mientras más regresores haya en un modelo, los costos de recolección de datos y los de mantenimiento de modelo serán mayores. El proceso de encontrar un modelo que sea un término medio entre los dos objetivos se llama selección de la “mejor ecuación de regresión ”.

Existen varios criterios que se pueden aplicar para evaluar los modelos de regresión de subconjuntos. El criterio que se usará para seleccionar el modelo se debería relacionar con el uso pretendido del modelo. Hay varios usos posibles de la regresión, que incluyen: 1) la descripción de los datos; 2) predicción y estimación; 3) estimación de parámetros, y 4) control.

Si el objetivo es obtener una buena descripción de determinado proceso, o modelar un sistema complejo, lo indicado es buscar ecuaciones de regresión con pequeñas sumas de cuadrados de residuales. Como SS_{Res} se minimiza usando los K regresores candidatos, se suele preferir eliminar algunas variables sólo si se obtiene un pequeño aumento en SS_{Res}; en general, lo deseable es describir el sistema con el mínimo posible de regresores, pero a la vez explicar la parte importante de la variabilidad de y.

Con frecuencia se usan ecuaciones de regresión para predecir observaciones en el futuro, o estimación de la respuesta promedio, en general, se desea seleccionar los regresores de tal modo que el error cuadrático medio de la predicción se reduzca al mínimo, esto suele implicar que se deben eliminar del modelo los regresores con efectos pequeños, también se podría usar la estadística $PRESS$, para evaluar ecuaciones candidato, obtenidas con un procedimiento de generación de subconjuntos, recuérdese que para un modelo de regresión de p términos, ([8],[15]).

$$\begin{aligned} PRESS_p &= \sum_{i=1}^{n}[y_i - \hat{y}_{(i)}]^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n}(\frac{e_i}{1-h_{ij}})^2. \end{aligned} \tag{1.24}$$

A continuación se selecciona el modelo de regresión de subconjuntos basado en un valor pequeño de $PRESS_p$. Si bien $PRESS_p$ tiene un atractivo intuitivo, en especial para el problema de predicción, no es una función sencilla de la suma de cuadrados de residuales, y no es obvio e inmediato el desarrollo de un algoritmo para seleccionar variables basado en este criterio, sin embargo, ésta estadística es potencialmente útil para discriminar entre modelos alternativos. Existen otros criterios para la elección de un modelo entre los cuales se encuentra el coeficiente de determinación múltiple R^2, R^2 ajustada, estadística C_p de Mallows entre otros.

Si el interés es estimar parámetros, entonces es claro que se deben considerar tanto el sesgo que resulta al eliminar variables, como las varianzas de los coeficientes estimados. Cuando los regresores son muy multicolineales, los estimados de los coeficientes individuales de regresión, por mínimos cuadrados, serán muy malos.

Cuando un modelo de regresión se usa para control, lo importante son los estimados exactos de los parámetros. Eso implica que los errores estándar de los coeficientes de regresión deben ser pequeños, además, como los ajustes hechos en las x para controlar serán proporcionales a las $\hat{\beta}$, los coeficientes de regresión deben representar con fidelidad los efectos de los regresores. Si los regresores son multicolineales, las $\hat{\beta}$ pueden ser estimaciones pobres de los efectos de los regresores individuales.

Todas las regresiones posibles

El método de *Todas las regresiones posibles* es un procedimiento que requiere que el analista ajuste todas las ecuaciones de regresión, que tengan un regresor candidato, dos regresores candidatos, etc. Esas ecuaciones se evalúan de acuerdo con algún criterio adecuado y se selecciona el "mejor modelo de regresión ". Si se supone que el término de ordenada al origen β_0 se incluye en todas las ecuaciones, entonces, si hay K regresores candidatos, hay 2^k ecuaciones en total por estimar y examinar. Notemos que la cantidad de ecuaciones por examinar aumenta con rapidez a medida que aumenta la cantidad de regresores candidato. Antes del desarrollo de programas eficientes de cómputo, era impráctico generar todas las regresiones posibles, para problemas donde intervenían más que unos pocos regresores.

Existen algoritmos potencialmente útiles para generar todas las regresiones posibles. La idea básica en todos esos algoritmos es efectuar los cálculos para los 2^k modelos de subconjuntos posibles, de tal modo que estos modelos secuenciales difieran sólo en una variable. Eso permite usar métodos numéricos muy eficientes para hacer los cálculos. Esos métodos se suelen basar ya sea en la reducción de Gauss-Jordan o en el operador de barrido. Algunos de esos algoritmos están disponibles comercialmente. Por ejemplo, el de Furnival y Wilson [1974] son opciones disponibles en los programas de cómputo Minitab y SAS, [9], Minitab es un programa que permite al usuario seleccionar el mejor modelo de regresión con subconjuntos para cada tamaño de $1 \leq p \leq K+1$, presenta los criterios C_p, R_p^2 y $MS_{Res}(p)$; también muestra los valores de las estadísticas C_p, R_p^2, $R_{Aj,p}^2$ y S para varios (pero no todos) los modelos para cada valor de p. El programa tiene la capacidad de identificar los m modelos mejores de regresión de subconjunto (para $m \leq 5$).

Todos los procedimientos actuales posibles de regresión procesan con mucha eficiencia hasta unos 30 regresores candidatos, los problemas con 30 regresores o menos se pueden resolver, normalmente, con relativa facilidad con el método de todas las regresiones posibles.

Método de regresión por segmentos

Como la evaluación de todos los regresores posibles puede ser computacionalmente difícil, se han desarrollado varios métodos para evaluar sólo una pequeña cantidad de modelos de regresión con subconjuntos, agregando o eliminando regresores uno por uno. A esos métodos se les llama en general procedimientos del tipo por segmentos. Pueden clasificarse en tres categorías principales:

1. Selección hacia adelante.
2. Eliminación hacia atrás.
3. Regresión por segmentos.

1) Selección hacia adelante.

Este procedimiento comienza con la hipótesis que no hay regresores en el modelo además de la ordenada al origen. Se trata de determinar un subconjunto óptimo insertando regresores, uno por uno, en el modelo. El primer regresor que se selecciona para entrar en la ecuación es el que tenga la máxima correlación simple con la variable de respuesta y. Si ese regresor es x_1 éste también es el regresor que producirá el máximo valor de la estadística F en la prueba de significancia de la regresión. El regresor se introduce si la estadística F es mayor que un valor predeterminado de F. El segundo regresor que se escoge para entrar es el que ahora tenga la máxima correlación con y, después de ajustar y por el efecto del primer regresor que se introdujo, x_1. A esas correlaciones se les llama correlaciones parciales, que son las correlaciones sencillas entre los residuales de la regresión $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1$ y los residuales de las regresiones de los demás regresores candidatos sobre x_1.

Supóngase que en el paso 2 el regresor con la máxima correlación parcial con y es x_2, eso implica que la estadística parcial F con mayor valor es:

$$F = \frac{SS_R(x_2|x_1)}{MS_{Res}(x_1, x_2)}.$$

En cada paso se agrega al modelo el regresor que tenga la máxima correlación parcial con y (la máxima estadística parcial F, dados los demás regresores que ya estén en el modelo), si su estadística parcial F es mayor que el valor preseleccionado para entrar, el procedimiento termina cuándo se ha agregado el último regresor candidato al modelo.

2) Eliminación hacia atrás.

En la eliminación hacia atrás se trata de determinar un buen modelo trabajando con un modelo que incluya todos los k regresores candidato, a continuación se calcula la estadística parcial F para cada regresor, como si fuera la última variable que entró al modelo. La mínima de esas estadísticas parciales F se compara con un valor preseleccionado, F_{SAL} o F_{OUT} (es decir, F que sale). El algoritmo de eliminación en reversa termina cuando el valor mínimo de F parcial no es menor que F_{OUT} el valor preseleccionado de corte. La eliminación en reversa suele ser un procedimiento muy bueno de selección de variables.

3) Regresión por segmentos.

Los dos procedimientos que se acaban de describir sugieren varias combinaciones posibles, una de las más usadas es el algoritmo de regresión por segmentos. La regresión por segmentos es una modificación de la selección hacia adelante, en la que a cada paso se reevalúan todos los regresores que habían entrado antes al modelo, mediante sus estadísticas parciales F. Un regresor agregado en una etapa anterior puede volverse redundante, debido a las relaciones entre él y los regresares que ya estén en la ecuación. Si la estadística parcial F de una variable es menor que F_{OUT}, esa variable se elimina del modelo. En la regresión por segmentos se requieren dos valores de corte, F_{IN} (F que entra al modelo) y F_{OUT}; algunos analistas prefieren definir $F_{IN} = F_{OUT}$ aunque eso no es necesario, con frecuencia se opta por $F_{IN} > F_{OUT}$ con lo que se hace algo más difícil agregar un regresor que eliminar uno.

Prueba de Levene de Homogeneidad de Varianzas

Uno de los pasos previos a la comprobación de si existen diferencias entre las medias de varias muestras es determinar si las varianzas en tales muestras son iguales (es decir, si se cumple la condición de homogeneidad de varianzas), ya que de que se cumpla o no esta condición dependerá la formulación que empleemos en el contraste de medias.

Existen varias pruebas que permiten comprobar la igualdad de varianzas (F de Fisher, Fmax de Hartley, prueba de Bartlett, etc), desarrollaremos la prueba de Levene que es la que emplea SPSS [20].
Para su cálculo se siguen los siguientes pasos:

1. Calcular la diferencia (en valor absoluto) entre cada valor y la media de su grupo:
$$D_{ij} = |x_{ij} - \bar{x}_j|,$$
donde
x_{ij}: Es la puntuación del sujeto i perteneciente al grupo j.
$\bar{x}_j$: Es la media del grupo j.

2. Calcular la media de las diferencias de cada grupo:
$$\bar{D}_j = \frac{\sum D_{ij}}{n_j},$$
donde
$\sum D_{ij}$: Es la suma de las puntuaciones D en el grupo j.
n_j: Es el tamaño del grupo j.

3. Calcular la media total de las diferencias:
$$\bar{D}_t = \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} D_{ij}}{N},$$
donde
$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k} D_{ij}$: Es la suma de las puntuaciones D de todos los sujetos.
N: Es la suma de todos los sujetos.

4. Calcular la suma de cuadrados intragrupo (SC_{intra}):
$$SC_{intra} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{k}(D_{ij} - \bar{D}_j)^2.$$

5. Calcular la suma de cuadrados intergrupo (SC_{inter}):

$$SC_{inter} = \sum_{j=1}^{k} n_j(\bar{D}_j - \bar{D}_t)^2.$$

6. Calcular los grados de libertad:

$$G.L._{inter} = k - 1 :$$

   Siendo k el número de grupos.

$$G.L._{intra} = \sum_{j=1}^{k}(n_j - 1)$$

   Siendo n_j el tamaño muestral del grupo j.

7. Calcular la media cuadrática intergrupos

$$MC_{inter} = SC_{inter}/G.L._{inter}.$$

8. Calcular la media cuadrática intragrupos

$$MC_{intra} = SC_{intra}/G.L._{intra}.$$

9. Calcular

$$F = \frac{MC_{inter}}{MC_{intra}}.$$

Prueba de Bartlett para Homogeneidad de Varianzas

Para esta prueba se tienen t muestras aleatorias independientes de poblaciones normales, en cada una de ellas se calcula la varianza muestral S_i^2 con l_i grados de libertad. Definamos la media ponderada de las t varianzas muestrales como:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{t} l_i S_i^2}{\sum_{i=1}^{t} l_i}.$$

La hipótesis que se desea probar es que las t poblaciones Normales tienen una varianza común (σ^2); es decir, que si las varianzas poblacionales se representan por $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \ldots, \sigma_t^2$, el juego de hipótesis a probar es:

$$H_0{:}\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_t^2 = \sigma^2$$
$$Vs$$
$$H_a\text{: al menos una } \sigma_i^2 \text{ es diferente de las demás.}$$

La estadística que se usa para la prueba es:

$$X_0^2 = \frac{1}{C}(l log_e S^2 - \sum_{i=1}^{t} l_i log_e S_i^2),$$

donde:
$l = \sum_{i=1}^{t} l_i$: Son los grados de libertad del estimador ponderado S^2.
log_e: Denota el logaritmo natural.
$C = 1 + \frac{1}{3(t-1)}(\sum_{i=1}^{t} \frac{1}{l_i} - \frac{1}{l})$.

Cuando H_0 es cierta, X_0^2 tiene una distribución que es aproximadamente X_{t-1}^2.

La regla de decisión para la prueba es entonces:

$$\text{Rechazar } H_0 \text{ si } X_0^2 \geq X_{\alpha(t-1)}^2$$

Capítulo 2

Problemática

Históricamente México había sido exitoso en cuanto a proporcionar servicios educativos a su población, fue el primero entre los países en desarrollo en instrumentar con éxito políticas educativas progresistas, tales como proporcionar gratuitamente libros de texto a la población en el nivel de educación básica, en los años cincuenta. A pesar de estos logros desde el punto de vista de los funcionarios del gobierno y de los investigadores de la educación, la eficiencia terminal y la calidad de la educación en México son bajas.

A nivel nacional, en promedio, de cada 100 alumnos que comienzan una carrera de nivel licenciatura, 60 terminan las materias en un plazo de cinco años y solamente 20 de éstos obtienen el título, lo que significaría una eficiencia con titulación de solamente 20 %, [14]*.

Tradicionalmente el método de enseñanza se ha basado en el sentido común o en la experiencia del profesor, en donde se plantea al aprendizaje como receptivo y mecánico, y la retención del material de estudio se garantiza por la repetición de ejercicios sistemáticos y la recapitulación del material, de esta manera el profesor es el centro del proceso de enseñanza, siendo éste el trasmisor de la información, es el que piensa y

*En este capitulo primero se da la información y al final de esta se encuentra la referencia transmite de forma acabada los conocimientos, dejando muy poco para que los alumnos elaboren y trabajen mentalmente.

La relación alumno−profesor está basada en el predominio de la autoridad del profesor, exigiendo una actitud pasiva y receptiva del alumno. El profesor generalmente exige al alumno la memorización de la información, él sólo se interesa por el producto final y no por el camino que siguen los alumnos para llegar al resultado, tampoco analiza el proceso que el alumno tiene al momento de aplicar sus conocimientos previos a los nuevos conceptos. La evaluación del conocimiento del alumno se hace mediante ejercicios que generalmente son repetitivos, notando que al estudiante se le da gran cantidad de información y éste la debe de entender y memorizar.

Las estrategias de memorización (por ejemplo, el aprendizaje de hechos o la repetición de ejemplos) son importantes en muchas tareas, pero en general sólo conducen a representaciones verbales del conocimiento, donde la nueva información se almacena en la memoria con muy poco procesamiento posterior. Si el objetivo del estudiante es ser capaz de recuperar la información tal como le fue presentada, la memorización es una estrategia apropiada. Pero este aprendizaje mecánico raramente conduce a una comprensión profunda. Para conseguir comprender la nueva información, ésta debe ser integrada en la base de conocimientos previa del estudiante. Las estrategias de elaboración (por ejemplo, explorar cómo se relaciona el material con lo que uno ha aprendido en otros contextos, o indagar cómo la información podría aplicarse en otros contextos) pueden usarse para alcanzar esta meta [13].

La enseñanza tradicional de la matemática que en términos generales se realiza en el sistema educativo, permite satisfacer el plan de estudios, pero no parece lograr un verdadero aprendizaje entre los alumnos.

En la mayoría de los sistemas educacionales en México se manifiestan deficiencias tales como; poca flexibilidad profesional del graduado, desvinculación de los conocimientos teóricos con los profesionales aplicados, falta de independencia de los estudiantes, relativamente bajo potencial creativo del especialista, bajas expectativas de los profesores respecto a los estudiantes, las malas relaciones profesor-alumno, omisión de habilidades y procedimiento de trabajo dentro del proceso de enseñanza y la falta de preparación en el tema que impartirá el maestro parecen ser una debilidad de los programas educativos que van dirigidos hacia los maestros, no solo en México, sino en todo el mundo.

Un factor importante para las deficiencias anteriores es la actitud del profesor, durante su etapa como alumno, ellos crearon sus propias creencias, estilos atribucionales, metas académicas, actitudes, sentimientos, valores, y estilos de docentes que son difíciles de cambiar. Las experiencias que los profesores obtuvieron durante su etapa como alumnos las toman como referencia ya sea positiva o negativa, para cuando ellos imparten su clase, puesto que ellos enseñan con métodos didácticos muy similares a los que preferian o les agradaba más en sus profesores, cuando estos eran todavía alumnos.

En las primeras experiencias como profesores, es cuando más se fijan las rutinas y estrategias de enseñanza, que posteriormente serán difíciles de modificar. Además, durante las prácticas de enseñanza los profesores se ven sometidos a numerosos dilemas y tensiones que les generan ansiedad e inseguridad. Estas emociones negativas pueden hacer que los profesores adopten estrategias defensivas de enseñanza, centradas en el profesor y el contenido, y no en los alumnos y el aprendizaje, que aparentemente les permitan un mayor control de la clase y les hagan sentirse más seguros, pero que limiten su eficacia docente.

Los profesores tienen que reflexionar sobre sus conocimientos, creencias, actitudes y emociones en la enseñanza y el aprendizaje de las ciencias y sobre su propio rol como profesores. Esta toma de conciencia les dotará de una mayor capacidad de autorregularlos y transformarlos.

Por eso es fundamental el apoyo emocional, la formación inicial debería dotar al profesor de competencias emocionales, que le ayuden a tomar conciencia, valorar, controlar y autorregular las emociones sentidas al aprender y al enseñar ciencias [18].

Los investigadores sobre el pensamiento matemático se ocupan de entender cómo piensa la gente un contenido específico, que en nuestro caso son las matemáticas. Se interesan por caracterizar o modelar los procesos de comprensión de los conceptos y procesos matemáticos.

Los métodos de enseñanza se han inspirado durante mucho tiempo sólo en ideas que provienen de la estructura de las matemáticas formales y en métodos didácticos apoyados en la memoria y en la algoritmia, en los que con frecuencia el estudiante se encuentra imposibilitado de percibir los vínculos que tienen los procedimientos con las aplicaciones más cercanas en su vida cotidiana y se priva entonces de experimentar sus propios aprendizajes en otros escenarios distintos de los que le provee su salón de clase.

El pensamiento matemático incluye, por un lado, pensamiento sobre tópicos matemáticos y, por otro, procesos del pensamiento avanzados, como abstracción, justificación, visualización, estimación o razonamiento mediante hipótesis. El pensamiento matemático, entonces, debe operar sobre una red compleja de conceptos, unos avanzados y otros más elementales. Quizás por eso los estudiantes no puedan entender lo que significa una ecuación a menos de que entiendan a un cierto nivel, que va más allá del sólo manejo de las técnicas asociadas, otros conceptos matemáticos, como la diferencial, la integral, la función, la variable o, incluso, el número, y además deben articularlos bajo diferentes contextos de representación, como formas gráficas, ordenamientos numéricos, representaciones analíticas y lenguaje natural [4].

Dado que, para un profesor, enseñar es crear las condiciones que producirán la apropiación del conocimiento por parte de los estudiantes; para un estudiante, aprender significa involucrarse en una actividad intelectual cuya consecuencia final es apropiarse de un conocimiento con su doble estatus de herramienta y de objeto; tradicionalmente se ha considerado a la enseñanza de las matemáticas como la habilidad que el profesor tenga, el aprendizaje de los alumnos depende exclusivamente de la atención que presten y del seguimiento que hagan a la exposición del profesor, del dominio que éste tenga en su enseñanza asi también como de la comprension del tema.

Es importante saber cómo los jóvenes de bachillerato operan con los números, como construyen y comparten significados relativos o cómo se explican a sí mismo. Esta visión rompe con el esquema clásico de enseñanza, según el cual el maestro enseña y el alumno aprende. Por que cuando un profesor se encuentra ante sus alumnos en su salón de clase, se espera que enseñe un conocimiento específico y que los estudiantes lo aprendan. Sin embargo, si no sabemos cómo trabaja el pensamiento matemático de los alumnos, no podremos, ayudarlos a aprender.

Aprender exige un querer, un poder y un saber. En primer lugar, se tiene que querer aprender, es decir, tener la motivación adecuada. Por otro lado, se debe disponer de las capacidades y habilidades necesarias. Y, finalmente, saber cómo hacerlo, es decir, poseer las tácticas y estrategias intelectuales (memorización, reflexión, análisis y síntesis) que permitan aprender eficazmente, regulando el propio aprendizaje.

El aprendizaje de un concepto incluye muchas etapas que pueden desarrollarse durante periodos muy prolongados de tiempo y que eventualmente quedan por completo fuera de un semestre escolar.

Actualmente se tiende a una evaluación integrada de manera natural en el proceso didáctico que abarque al alumno como sujeto que está aprendiendo, globalizadora de toda su personalidad, reconociendo que este conocimiento global demanda comunicación abierta con él, comprender sus problemas, circunstancias, su trabajo escolar; en definitiva, asumir una postura humanista sobre la educación.

Es preciso recuperar un cierto sentido naturalista de la evaluación como medio de conocimiento, es conveniente enfatizar que sólo las informaciones obtenidas por los profesores, la mayoría de ellas a través de la evaluación informal, de acuerdo con sus esquemas de apreciación y en el transcurso de la acción son las que utilizan como orientadoras del curso que siguen los acontecimientos en clase y la elaboración del juicio sobre los alumnos [16].

La evaluación bien diseñada puede proveer a los estudiantes una esencial retroalimentación e informar a los profesores acerca de la calidad de su enseñanza, identificando los conceptos que los estudiantes dominan y los que aún les faltan por aprender [6].

Es claro que una gran parte de los fracasos matemáticos de muchos de los estudiantes tienen su origen en sus propias potencialidades que es provocado, en muchos casos, por la inadecuada introducción por parte de sus maestros. Por eso se intenta también, a través de diversos medios, que los estudiantes perciban el sentimiento estético, el placer lúdico que la matemática es capaz de proporcionar, a fin de involucrarlos en ella de un modo más hondamente personal y humano.

Aún cuando los avances teóricos más recientes exaltan una evaluación integral, que incluye variadas técnicas para la recolección de información sobre el desempeño del alumno y que se valoren diversos aspectos de su actuación, el discurso de los alumnos revela justo lo contrario. El examen escrito convencional sigue siendo la técnica privilegiada y la de mayor peso en la evaluación. A la hora de la verdad, lo que realmente cuenta es el resultado obtenido en el examen y no el proceso. La evaluación genera temor en los evaluados y la preocupación de muchos es cómo evitar la reprobación para no lesionar su imagen ante los demás. La evaluación mal entendida y peor conducida, está arruinando el futuro de muchos jóvenes, incluso de los considerados como “buenos ”alumnos [6].

Investigaciones señalan que los estudiantes de primaria suelen tener interés hacia las matemáticas y las ciencias, emociones y actitudes positivas hacia ellas, pero estas actitudes disminuyen con la edad, especialmente durante la eduación secundaria, esto se debe a que el alumno durante la secundaria obtuvo una mala experiencia con las matemáticas, por lo cual se crea una actitud hacia las matemáticas que no es favorable.

Esto tiene graves consecuencias ya que el poco interés que los alumnos tienen hacia las matemáticas, se nota es su desempeño escolar, nos podemos percatar de esta situación en dos estudios que se realizaron:

1. Se midió las habilidades matemáticas de los alumnos de nuevo ingreso a las licenciaturas de la Facultad de Contaduría y Administración de la Universidad Autónoma de Chihuahua, mediante la aplicación de un examen a 409 sujetos en el que debían resolver operaciones fundamentales. El resultado fue que 76 % de los estu-

diantes carecían de habilidades para resolver estas operaciones; en forma particular: en la división fue de 93 %, en la multiplicación se alcanzó 81 %, en la resta 83 % y en suma, 55 % [17].

2. En la Universidad Autónoma de San Luis Potosí, los altos índices de reprobación y bajos promedios en matemáticas en los alumnos de las diferentes carreras de la Facultad de Contaduría y Administración. Se aplicó un instrumento a un grupo de 156 estudiantes, en el que se midieron los conocimientos básicos en matemáticas, el resultado indicó que 90 % carecía de ellos. Es importante aclarar que si un alumno alcanzaba la calificación máxima en el examen, tenía los conocimientos y habilidades correspondientes a la educación media superior [17].

Por esto es importante que los niños puedan ser introducidos de forma agradable en actividades y manipulaciones que constituyan el inicio razonable de un conocimiento matemático. El gusto por el descubrimiento en matemáticas es posible y fuertemente motivador para superar otros aspectos rutinarios necesarios de su aprendizaje, por los que por supuesto hay que pasar. El apreciar de las posibles aplicaciones del pensamiento matemático en las ciencias y en las tecnologías actuales puede llenar de asombro y placer a muchas personas más orientadas hacia la práctica. Otros se sentirán más movidos ante la contemplación de los impactos que la matemática ha ejercido sobre la historia y filosofía del hombre, o ante la biografía de algún matemático famoso.

Es necesario romper,con la idea preconcebida, y fuertemente arraigada en nuestra sociedad, que son adquiridos con mucha frecuencia durante la ni;ez, de que la matemática es necesariamente aburrida, abstrusa, inútil, inhumana y muy difícil [10].

En la universidad, al estudiante se le exige razonar de manera lógica y manejar de manera flexible determinadas técnicas matemáticas para resolver los problemas. Asimismo, debe realizar demostraciones y hacer representaciones gráficas, lo que significa que el estudiante debe tener la representación mental de los conceptos aprendidos que incluyen varios aspectos (gráfico, numérico, algebraico) relacionados entre sí, lo cual le va a permitir la flexibilidad en el pensamiento. Pero lamentablemente, no dispone de las estrategias y herramientas necesarias para hacerlo, solo ha aprendido a resolver ejercicios repetitivos.

Es importante subrayar que los procesos de integrar las diferentes representaciones de un concepto, así como el proceso de visualización (habilidad para traducir en imágenes visuales, información dada de manera simbólica) representan aspectos muy problemáticos para los estudiantes de nuevo ingreso en educación superior, y esto no se aprende de manera automática, debe ser enseñado de manera explícita.

El profesor tiene la obligación de controlar toda la actividad, incluso lograr que el alumno se interese por la matemática y esté motivado para su estudio. En educación superior el estudiante tiene una responsabilidad mucho mayor, debe organizar su estudio, saber utilizar los apuntes, los libros de consulta, las clases de teoría y, en definitiva, saber cómo estudiar la matemática, lo que implica que el estudiante se involucre totalmente en su aprendizaje, el papel del docente consiste en guiar el proceso.

La ayuda individual que los estudiantes reciben de sus profesores para el aprendizaje es un elemento fundamental en cualquier planteamiento de apoyo. La investigación sobre la eficacia escolar, en particular, sugiere que los estudiantes (especialmente aquellos con un nivel bajo de rendimiento) se benefician de las prácticas docentes que demuestran un interés de los profesores en el progreso de sus estudiantes, envían un claro mensaje de que se espera que todos los alumnos consigan unos estándares de rendimiento razonables y muestran una disposición para ayudar a todos los estudiantes a alcanzar estos estándares.

Auzmendi (1992) sostiene que los factores que inciden en la actitud hacia las matemáticas son: “agrado”, “ansiedad”, “utilidad”, “motivación”y “confianza”, los cuales se manejan como constructos que precisan una ubicación dentro de un modelo teórico el cual será parte de un estudio más amplio.

Realizando un estudio para ver como influye el agrado de las matemáticas para la resolución de problemas, se notó que los estudiantes que manifestaron mayor agrado, resolvieron los problemas más complejos, los que presentaron uno intermedio se ocuparon de los difíciles y el grupo que mostró el menor agrado resolvió los fáciles y muy fáciles.

El factor “confianza”se examinó junto a los cuatro niveles de desempeño. Los estudiantes que resuelven los problemas muy fáciles manifiestan una mayor confianza, en cuanto se incrementa el nivel de dificultad del ejercicio ésta disminuye hasta llegar a los sujetos que solventan los problemas muy difíciles, su nivel de confianza es menor; al parecer quienes resuelven los más difíciles corren mayor riesgo y por lo tanto, pueden sentir menor confianza [17].

La diferencia del aprendizaje entre los alumnos que trabajan y quienes no lo hacen, entre quienes asistieron a preescolar y no lo hicieron, entre quienes tienen aspiraciones universitarias o un mayor grado de apoyo familiar, es mayor cuanto mayor es el índice de capital familiar. Las experiencias de los alumnos no tienen el mismo impacto sobre el aprendizaje en todos los niveles socioeconómicos. Por esto es importante analizar aspectos como: el grado de escolaridad de los padres, el ingreso familiar, el tipo de escuela en la que el alumno haya estudiado, la relación alumno−profesor, la relación que los hijos tengan con los padres, la infraestructura de la escuela de procedencia, dedicación, hábitos de estudios de los alumnos, etc. [19].

La educación matemática es una actividad interdisciplinaria extraordinariamente compleja, que ha de abarcar saberes relativos a las ciencias matemáticas y a otras ciencias básicas que hacen uso de ella. Se puede afirmar que en el sistema universitario un tanto inerte de nuestro país, la educación matemática aún no ha llegado a encontrar una situación adecuada por muy diversos motivos, a pesar de que ya van formándose grupos de trabajo en los que se producen resultados importantes. Por lo que es recomendable que se formen en las universidades buenos equipos de investigación en educación matemática que ayuden a resolver los muchos problemas que se presentan en el camino para una enseñanza matemática más eficaz [10].

Sería muy deseable que todos los miembros de la comunidad matemática y científica se interesen por hacer patente ante la sociedad la presencia influyente de la matemática y de la ciencia en la cultura. Una sociedad con el conocimiento cabal de lo que la ciencia representa para su desarrollo se hará colectivamente más sensible ante los problemas de la educación de los jovenes [10].

Capítulo 3

Metodología

Debido a la gran problemática que existe para el aprendizaje de las Matemáticas nos hemos interesado por encontrar algunos factores que influyen en el aprovechamiento de la materia de Matemáticas Elementales, para los alumnos de nuevo ingreso de las licenciaturas de Matemáticas, Matemáticas Aplicadas y Actuaría, de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas (FCFM) de la Benemérita Universidad Autonóma de Puebla (BUAP).

Para la realización de la encuesta fue importante, tener claro qué era lo que se quería saber de los alumnos, después se revisaron investigaciones previas que estuviesen relacionadas con el problema de la enseñanza y el aprendizaje ([6],[11],[12] [18],[19]), después de observar cuales eran los principales factores que afectan el aprendizaje del alumno, se realizó la encuesta.

Se aplicó una encuesta a los alumnos de nuevo ingreso de las licenciaturas de Matemáticas, Matemáticas Aplicadas y Actuaría, de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP, en Septiembre del 2010. La encuesta consta de 21 preguntas sobre los aspectos escolares y 4 en donde obtuvimos información respecto a la escolaridad y situación laboral de los padres (Ver Apéndice A).

La encuesta fue aplicada a los alumnos que se encontraban tomando alguna clase que no fuese Matemáticas Elementales, ya que si se aplicaba la encuesta cuando el alumno estaba tomando dicha clase, esto podría influir en la respuesta.

En la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, en agosto del 2010 se abrieron dos turnos para la licenciatura de Matemáticas y Actuaría, y uno de Matemáticas Aplicadas, y se encuestó a estos cinco grupos (Ver Tabla I).

Licenciatura	Alumnos	Alum Encuestados
Matemáticas	93	69
Mat Aplicadas	59	46
Actuaría	72	38
Total	224	153

Tabla I: Alumnos encuestados

Lo primero que se realizó fue capturar las respuestas de los alumnos, para obtener datos descriptivos, para esto fue necesario etiquetar cada una de las preguntas (ver Tabla II).

Variable	Etiqueta Asignada
1.- Escolaridad papá	Esc_Pap
2.- Escolaridad mamá	Esc_Mam
3.- Profesión papá	$Prof\_Pap$
4.- Profesión mamá	$Prof\_Mam$
5.- Escuela de procedencia	Esc_Proc
6.- Cuantas horas trabajas	Hrs_Trab
7.- Dinero disponible	$Dinero\_disp$
8.- Lugar de procedencia	Lug_Proc
9.- Primera opción	$Prim\_opc$
10.- Ambiente de estudio	Amb_Est
11.- Conceptos prepa	$Concep\_prep$
12.- Horas de estudio matemáticas elementales	Hrs_Est_MatEl
13.- Horas de estudio otras materias	Hrs_Est_otra
14.- Horas de estudio examen	Hrs_Est_MatE
15.- Problemas cuando estudias	$Problemas\_Est$
16.- Ejercicios resueltos	$Ejer\_res$
17.- Como se te hace más fácil estudiar	$Facil\_Est$
18.- Confianza profesor	Con_Prof
19.- Asesorías	$Asesorias\_$
20.- El número de compañeros influye en tu aprendizaje	Num_com_Neg
21.- Forma de estudio	$Forma\_est$
22.- Interés tema	$Interes\_temas$
23.- Te gusta la clase	$Gusta\_clase$
24.- Entiendes a tu profesor	$Entiendes\_Profesor$
25.- Calificación	Cal

Tabla II: Variables

Algunas frecuencias que se obtuvieron en las tres licenciaturas encuestadas fueron los siguientes, (ver Tabla III y Tabla IV).

Tabla III: Frecuencias

Variable	SI	NO	Total
Amb.Est	130	22	152
Concep.Prepa	70	79	149
Prim.Opcion	107	46	153
Conf.Profe	115	36	151
Asesorias	114	30	144
Num.Com.Neg	37	115	152
Interes.Tema	140	12	152
Gusta.Clase	130	19	149

Tabla IV: Frecuencias

Variable	Hrs.Est ME	Hrs.Est Otra	Hrs.Est Exa.ME
Ninguna	60	38	19
2 horas	78	87	75
4 horas	6	21	34
6 horas	5	5	25
Total	149	151	153

En las tablas anteriores podemos darnos cuenta que la mayoría de los alumnos le tienen confianza al profesor, asisten a asesorías, se interesan por los temas vistos en la clase, estan a gusto con el ambiente de estudio de la facultad, les gusta la clase y estudian su licenciatura correspondiente por que fue su primera opción.

Estos son solo unos aspectos en general, ahora veamos cual es el comportamiento en cada una de las licenciaturas.

3.0.1. Licenciatura en Matemáticas

De los 93 alumnos que ingresaron a la licenciatura de matemáticas en agosto del 2010, se encuestaron a 69 alumnos, esto es un 74.1 % de toda la población, el 58 % de los alumnos son hombres y el 42 % son mujeres, en donde se observó que:

* ***Escolaridad de los padres***: El 29 % de los padres solo han terminado la primaria, el 31 % han concluído la secundaria y el 40 % restante tienen mínimo la preparatoria terminada.

* ***Profesión de los padres***: El 31 % de los padres de los alumnos son obreros o campesinos, el 25 % son comerciantes y el 44 % son profesores o empleados.

* ***Escuela de procedencia***: Un 17 % de los alumnos provienen de escuelas privadas y un 83 % provienen de escuelas públicas.

* ***Horas de trabajo***: Un 62 % de los alumnos no trabaja, y el 38 % sí lo hace.

* ***Lugar de procedencia***: El 30 % de los alumnos proviene de la ciudad de puebla, el 51 % proviene del estado de puebla y el 19 % proviene de otros estados.

* ***Ambiente de estudio de la facultad***: Al 86 % de los alumnos les agrada el ambiente de estudio de su facultad , y sólo a un 15 % no le agrada.

* ***Los conceptos de la preparatoria te ayudan a comprender los nuevos conceptos***: El 35 % de los alumnos sí les ayudan los conocimientos previos, al 65 % de ellos sus conocimientos adquiridos no les ayudan a comprender los nuevos conceptos.

* ***Horas de estudio matemáticas elementales***: El 35 % de los alumnos no estudia ninguna hora diaria para la materia de matemáticas elementales y el 65 % estudia al menos dos horas diarias.

* ***Esta licenciatura fue tu primera opción***: Para esta licenciatura el 46 % está en esta licenciatura por que fue su segunda opción y el 54 % de los alumnos fue su primera opción.

* ***Horas de estudio para un examen de matemáticas***: Sólo un 12 % no estudia para el examen pero el 88 % estudia al menos dos horas para su examen de matemáticas elementales.

* ***A que problemas te enfrentas cuando estudias para un examen***: El 26 % no tienen apuntes y no cuenta con ejercicios resueltos para estudiar, el 48 % se encuentra con que no entendió el tema y el 26 % opina que no hay lugar para estudiar.

* ***Cuantos ejercicios resuelves para un examen de matemáticas elementales***: El 75 % de los alumnos resuelve menos de 10 ejercicios para un examen y solo un 25 % resuelve mas de 15 ejercicios.

* ***Como se te hace más fácil estudiar***: Al 56 % le agrada más estudiar individualmente y al 44 % le agrada más estudiar en equipo.

* ***Le tienes confianza a tu profesor***: El 79 % de los alumnos si le tienen confianza a su profesor y sólo el 21 % no le tiene confianza.

* ***El ir a asesorías te ayuda a tener una mejor calificación***: El 72 % de los alumnos indica que el ir a asesorías les produce una mejor calificación en su examen aunque el 28 % opina lo contrario.

* ***Estudias los temas vistos en clase diariamente o hasta el día del examen***: El 63 % de los alumnos se espera a estudiar hasta el dia del examen y sólo el 37 % estudia diariamente los temas vistos en clase.

* ***Se te hacen interesantes los temas***: El 96 % de los alumnos se les hace interesantes los temas que se ven en la materia y sólo a un 4 % no le interesan.

* ***Te gusta la clase de matematicas***: El 89 % de los alumnos les agrada la clase y sólo al 11 % les desagrada.

* ***Le entiendes a tu profesor***: El 28 % de los alumnos no le entiende a su profesor cuando expone los temas y 72 % aseguran que entienden los temas.

* ***Calificaciones***: El 63 % obtuvo 5 de calificación en la materia de matemáticas elementales, el 4.3 % obtuvo 6, el 7.2 % obtuvo 7, el 14.5 % obtuvo 8, el 8.7 % obtuvo 9 y solo el 1 % obtuvo 10.

Algunas de las comparaciones interesantes que se realizaron entre estas variables fueron las siguientes:

Tabla V: Horas Estudio Matemáticas *vs* Ejercicios Examen

			Ejercicios Examen		
			5-10	Más de 15	Total
Horas Estudio Matemá Elemen	Ninguna	Recuento	20	2	22
		frec esperada	16.6	5.4	22.0
		%dentro Hrs.Est.ME	90.9	9.1	100
		%dentro Ejer.Examen	40.8	12.5	33.8
		%del total	30.8	3.1	33.8
	min dos	Recuento	29	14	43
		frec esperada	32.4	10.6	43.0
		%dentro Hrs.EstuME	67.4	32.6	100
		%dentro Ejer.Examen	59.2	87.5	66.2
		%del total	44.6	21.5	66.2
total		Recuento	49	16	65
		frec esperada	49.0	16.0	65.0
		%dentro Hrs.EstME	75.4	24.6	100
		%dentro Ejer.Examen	100	100	100
		%dentro total	75.4	24.6	100

Tabla VI: Horas Estudio Matemáticas *vs* Forma de estudio					
			Forma de estudio		
			Examen	Diario	Total
Horas Estudio Matemá Elemen	Ninguna	Recuento	22	0	22
		Frec esperada	13.5	8.5	22.0
		%Dentro Hrs.Est.ME	100	0	100
		%Dentro FormaEst	55.0	0	33.8
		%Del total	30.8	0	33.8
	min dos	Recuento	18	25	43
		Drec esperada	26.5	16.5	43.0
		%Dentro Hrs.EstuME	41.9	58.1	100
		%Dentro Forma.Est	45	100	66.2
		%Del total	27.7	38.5	66.2
total		Recuento	40	25	65
		Frec esperada	40.0	25.0	65.0
		%Dentro Hrs.EstME	61.5	38.5	100
		%Dentro Forma.Est	100	100	100
		%Dentro Total	61.5	38.5	100

Tabla VII:Horas estudio matemáticas *vs* Calificación						
			Calificación			
			5-6	7-8	9-10	Total
Horas Estudio Matemá Elemen	Ninguna	Recuento	16	4	3	23
		frec esperada	15.7	4.9	2.4	23
		%dentro hrs est ME	69.6	17.4	13.0	100
		%dentro calificación	36.5	28.6	42.9	34.8
		%del total	24.2	6.1	4.5	34.8
	min dos	recuento	29	10	4	43
		frec esperada	29.3	9.1	4.6	43.0
		%dentro hrs est ME	67.4	23.3	9.3	100
		%dentro calificación	64.4	71.4	57.1	65.2
		%del total	43.9	15.2	6.1	65.2
total		recuento	45	14	7	66
		frec esperada	45.0	14.0	7.0	66.0
		%dentro hrs est ME	68.2	21.2	10.6	100
		%dentro calificación	100	100	100	100
		%dentro total	68.2	21.2	10.6	100

En la Tabla V se observa que las horas de estudio y los ejercicios resueltos antes de presentar el examen, estan relacionados, es decir, entre más tiempo los alumnos le dediquen a estudiar, más ejercicios resuelven. Pero no hay que olvidar que los alumnos no tienen buenos hábitos de estudio, y el tiempo que ellos dedican a estudiar no es el suficiente para aprobar un examen.

En la Tabla VI podemos observar que los alumnos que no estudian ninguna hora les agrada más trabajar individualmente, y para aquellos que estudian mínimo dos horas diarias les agrada más estudiar en equipo lo que nos dice que las horas de estudio dependen de la manera en que al alumno le agrade más estudiar.

Por último, en la Tabla VII podemos observar la calificación que obtuvieron al final del curso, tomando en cuenta las horas de estudio, notemos que de todos los alumnos que no estudian ninguna hora en comparación con los que si lo hacen, son más aquellos que obtuvieron una calificación menor o igual a 6, es por eso que a los alumnos les hace falta estudiar más para tratar de obtener una mejor calificación.

Ahora veamos algunas diferencias que existen entre los alumnos que aprobaron el curso y los que no, de los que aprobaron el curso el 64 % se encuentra en el turno matutino, el 40 % de los padres de estos alumnos mínimo terminó la preparatoria, donde el 36 % de los padres son empleados y el 44 % de las mamás son obreras

Tabla VIII: Escuela de procedencia

	Aprobados		Reprobados	
Privada	2	8 %	10	22.7 %
Pública	23	92 %	34	77.3 %

Tabla X: Primera opción

	Aprobados		Reprobados	
Si	20	80 %	17	38.6 %
No	5	20 %	27	61.4 %

Tabla IX:Conceptos preparatoria

	Aprobados		Reprobados	
Si	14	58.3 %	9	21.4 %
No	10	41.7 %	33	78.6 %

Tabla XI: Confianza profesor

	Aprobados		Reprobados	
Si	23	95.8 %	31	70.5 %
No	1	4.2 %	13	29.5 %

Tabla XII: Forma de estudio

	Aprobados		Reprobados	
Hasta el examen	10	41.7 %	32	74.4 %
Diariamente	14	58.3 %	11	25.6 %

De las tablas anteriores podemos observar que la mayoría de los alumnos que aprobaron la materia provienen de escuelas públicas, y sólo un 8 % de escuelas privadas (ver Tabla VII), de estos mismos en la tabla VIII nos podemos dar cuenta que más de la mitad de los alumnos les ayudan los conocimientos previos que obtuvieron en el nivel medio superior, otro factor importante es si el alumno estudia la licenciatura de matemáticas por que fue su primera opción, para los alumnos que aprobaron el 80 % de ellos sí fue su primera opción y de los que reprobaron el 61.4 % no fue así.

También hay que notar que los alumnos que aprobaron, la mayoría estudia diariamente a diferencia de los alumnos que reprobaron, ellos se esperan a que se aproxime la fecha del examen para estudiar, y casi el 100 % de los alumnos le tienen confianza a su profesor.

3.0.2. Licenciatura en Matemáticas Aplicadas

De los 59 alumnos que ingresaron a la licenciatura de matemáticas aplicadas 46 alumnos fueron encuestados, haciendo notar que solo había un grupo donde los 59 alumnos tomaban clases, y para el mes de Septiembre que fue cuando se practicó la encuesta, varios alumnos ya habían desertado.

Podemos observar que el 51.1 % de los padres de los alumnos que ingresaron a esta licenciatura terminó la educación media superior, y de estos el 47.7 % de ellos son empleados o terminaron alguna licenciatura y ejercen la profesión de docente y en este caso un 50 % de las mamás son personas obreras, es decir que tanto el padre como la madre de familia se encuentra trabajando, y por lo cual el 93.3 % de los alumnos provienen de escuelas públicas, otras características son las siguientes:

* ***Horas de trabajo***: El 60 % de los alumnos no trabaja y el 40 % trabaja al menos dos horas a la semana.

* ***Lugar de procedencia***: El 41.3 % de los alumnos proviene de la ciudad de puebla, el 37 % de ellos es de otros municipios y sólo un 21.7 % son de otro estado.

* ***Ambiente de estudio de la facultad***: Al 88.9 % de los alumnos les agrada el ambiente de estudio de la facultad y al 11.1 % de ellos no les agrada.

* ***Los conceptos de la preparatoria te ayudan a comprender los nuevos conceptos***: Al 55.6 % de los alumnos sus conocimien-

tos previos les ayudan a comprender mejor los temas que se ven en clase, y al 44.4 % de ellos los conocimientos no les ayudan mucho.

* ***Horas de estudio matemáticas elementales***: El 32.6 % de los alumnos no estudia ninguna hora para la clase y el 67.4 % de los alumnos estudia mínimo dos horas.

* ***Esta licenciatura fue tu primera opción***: En esta licenciatura el 84.8 % de los alumnos se encuentra en dicha licenciatura por que fue su primera elección y sólo para el 15.2 % no fue así.

* ***Horas de estudio para un examen de matemáticas***: Sólo un 10.9 % no estudia para el examen pero el 89.1 % estudia al menos dos horas para su examen de matemáticas elementales.

* ***A que problemas te enfrentas cuando estudias para un examen***: El 28.9 % no tienen apuntes y no cuenta con ejercicios resueltos para estudiar, el 44.7 % de los alumnos no entiende el tema y el 26.3 % opina que no hay lugar para estudiar.

* ***Cuantos ejercicios resuelves para un examen de matemáticas elementales***: El 50 % de los estudiantes sólo resuelve entre 5 y 10 ejercicios para un examen de matemáticas elementales y la otra mitad resuelve entre 15 y 20.

* ***Como se te hace más fácil estudiar***: Al 60 % de los alumnos les agrada más estudiar en equipo y al 40 % de ellos les gusta estudiar más individualmente.

* ***Le tienes confianza a tu profesor***: El 82.6 % de los estudiante le tienen confianza a su profesor para preguntarle dudas y el 17.4 % no.

* ***El ir a asesorías te ayuda a tener una mejor calificación***: El 83.7 % de los alumnos indica que el ir a asesorías les produce una mejor calificación en su examen aunque el 16.3 % opina lo contrario.

* ***Estudias los temas vistos en clase diariamente o hasta el día del examen***: El 61.4 % de los alumnos se espera a estudiar hasta el día del examen y sólo el 38.6 % estudia diariamente los temas vistos en clase.

* ***Se te hacen interesantes los temas***: El 97.8 % de los alumnos se les hace interesantes los temas que se ven en la materia y sólo a un 2.2 % no le interesan.

* ***Te gusta la clase de matemáticas***: Al 100 % de los alumnos de esta licenciatura les gusta la clase que su profesor imparte.

* ***Le entiendes a tu profesor***: El 17.4 % de los alumnos no le entiende a su profesor cuando expone los temas y 82.6 % si le entiende. Observemos que cuando el alumno va a estudiar el problema más frecuente es el que no entendieron el tema.

* ***Calificaciones***: El 48.9 % obtuvo 5 de calificación en la materia de matemáticas elementales, el 4.4 % obtuvo 6, el 15.6 % obtuvo 7, el 11.8 % obtuvo 8, el 15.6 % obtuvo 9 y solo el 4.4 % obtuvo 10.

Veamos algunas comparaciones que se hicieron para estas variables.

Tabla XIII: Horas Estudio Matemáticas *vs* Forma de estudio

			Forma de estudio		
			Examen	Diario	Total
Horas Estudio Matemá Elemen	Ninguna	Recuento	13	1	14
		Frec esperada	8.6	5.4	14.0
		%Dentro Hrs.Est.ME	92.9	7.1	100
		%Dentro FormaEst	48.1	5.9	31.8
		%Del total	29.5	2.2	31.8
	min dos	Recuento	14	16	30
		Frec esperada	18.4	11.6	30.0
		%Dentro Hrs.EstuME	46.7	53.3	100
		%Dentro Forma.Est	51.9	94.1	68.2
		%Del total	31.8	36.4	68.2
total		Recuento	27	17	44
		Frec esperada	27.0	17.0	44.0
		%Dentro Hrs.EstME	61.4	38.6	100
		%Dentro Forma.Est	100	100	100
		%Dentro Total	61.4	38.6	100

Tabla XIV: Fácil Estudio *vs* Forma de estudio					
			Forma de estudio		
			Examen	Diario	Total
Fácil estudio	Individual	Recuento	13	13	26
		Frec esperada	16.3	9.7	26.0
		%Dentro Fácil estudio	50	50	100
		%Dentro FormaEst	48.1	81.3	60.5
		%Del total	30.2	30.2	60.5
	Equipo	Recuento	14	3	17
		Drec esperada	10.7	6.3	117.0
		%Dentro Fácil estudio	82.4	17.6	100
		%Dentro Forma.Est	51.9	18.7	38.5
		%Del total	32.6	7	39.5
total		Recuento	27	16	43
		Frec esperada	27.0	16.0	43.0
		%Dentro Fácil estudio	62.8	37.2	100
		%Dentro Forma.Est	100	100	100
		%Dentro Total	62.8	37.2	100

Tabla XV:Forma de estudio *vs* Calificación						
			Calificación			
			5-6	7-8	9-10	Total
Forma de Estudio	Examen	Recuento	15	7	4	26
		frec esperada	13.3	7.3	5.4	26
		%dentro Forma estudio	57.7	26.9	15.4	100
		%dentro calificación	68.2	58.3	44.4	60.5
		%del total	34.9	16.3	9.3	60.5
	Diario	recuento	7	5	5	17
		frec esperada	8.7	4.7	3.6	17.0
		%dentro Forma estudio	41.2	29.4	29.4	100
		%dentro calificación	31.8	41.7	55.6	39.5
		%del total	16.3	11.6	11.6	39.5
total		recuento	22	12	9	43
		frec esperada	22.0	12.0	9.0	43.0
		%dentro Forma estudio	51.2	27.9	20.9	100
		%dentro calificación	100	100	100	100
		%dentro total	51.2	27.9	20.9	100

En las tablas anteriores (Tabla XIII, Tabla XIV, Tabla XV) podemos observar que a los alumnos que estudian mínimo dos horas diarias para la materia de Matemáticas elementales les agrada más estudiar diariamente y para aquellos que no estudian ninguna hora diaria estudian solamente unos dias antes de presentar un examen. Esto nos dice que las horas que los alumnos dedican a estudiar para dicha asignatura depende de la forma en que al alumno le agrade estudiar. Para los alumnos que estudian diariamente a ellos les gusta más estudiar individualmente que en equipo, por lo cual la forma de estudio depende de como se le hace al alumno más facil estudiar. Es mayor el porcentaje de alumnos reprobados cuando ellos estudian solo unos días antes de presentar su examen, en comparación con los alumnos que estudian diariamente, es decir, el porcentaje de alumnos reprobados depende de la forma de estudio que el estudiante prefiera.

Observemos algunas diferencias entre los alumnos que aprobaron el curso y entre quienes no lo hicieron:

Gráfico 1:Reprobados

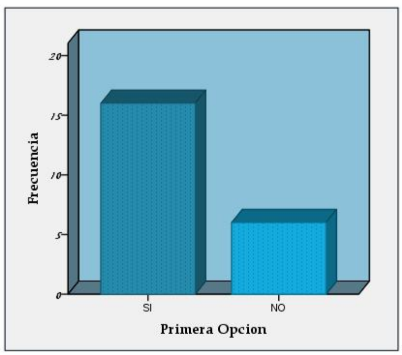


Gráfico 2:Aprobados

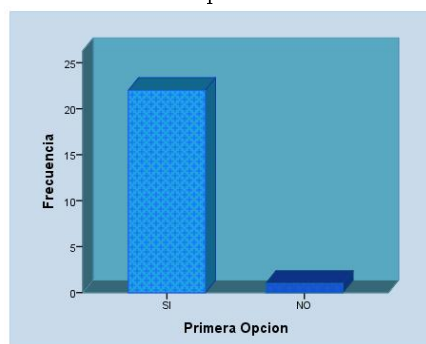


Gráfico 3:Reprobados

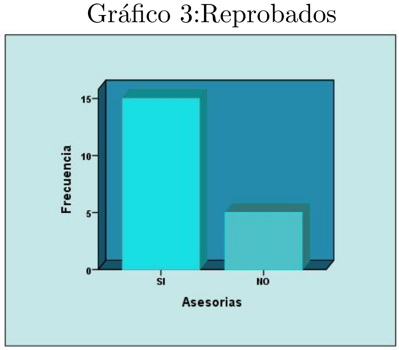


Gráfico 4:Aprobados

Gráfico 5:Reprobados

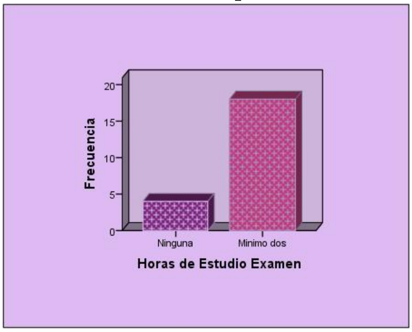
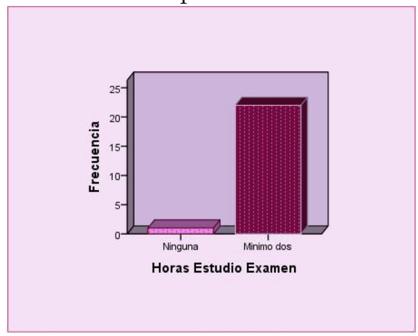


Gráfico 6:Aprobados



En los gráficos anteriores podemos ver que, son menos los alumnos que aprobaron el curso y no fue su primera opción cursar la licenciatura en comparación con aquellos que reprobaron el curso (ver Gráfico 1, Gráfico 2). Son más los alumnos que aprobaron y asisten a asesorías que aquellos que reprobaron (ver Gráfico 3, Gráfico 4), también podemos observar que los alumnos que estudian mínimo dos horas para su examen, es mayor el porcentaje en los alumnos aprobados.

3.0.3. Licenciatura en Actuaría

De los 72 alumnos que ingresaron a la licenciatura de Actuaría, se encuestaron a 38 alumnos, de los cuales 24 pertenecen al turno matutino y 14 al turno vespertino.

* ***Escolaridad de los padres***: El 8.1 % terminaron la primaria, el 8.1 % terminaron la secundaria y el 83.3 % de los padres mínimo terminó la educación media superior.

* ***Profesión de los padres***: El 14.7 % de los padres de los alumnos son obreros o campesinos, el 73.5 % son profesores o empleados y el 11.8 % son comerciantes.

* ***Escuela de procedencia***: Un 47.4 % de los alumnos provienen de escuelas privadas y un 52.6 % provienen de escuelas públicas.

* ***Horas de trabajo***: Un 65.8 % de los alumnos no trabaja, y el 34.2 % si lo hace.

* ***Lugar de procedencia***: El 44.7 % de los alumnos proviene de la ciudad de puebla, el 31.6 % proviene del estado de puebla y el 23.7 % proviene de otros estados.

* ***Ambiente de estudio de la facultad***: al 81.6 % de los alumnos les agrada el ambiente de estudio de su facultad , y sólo a un 18.4 % no le agrada.

* ***Los conceptos de la preparatoria te ayudan a comprender los nuevos conceptos***: Al 81.6 % de los alumnos si les ayudan los conocimientos previos, al 18.4 % de ellos sus conocimientos adquiridos no les ayudan a comprender los nuevos conceptos.

* ***Horas de estudio matemáticas elementales***: El 59.5 % de los alumnos no estudia ninguna hora diaria para la materia de matemáticas elementales y el 40.5 % estudia al menos dos horas diarias.

* ***Esta licenciatura fue tu primera opción***: Para esta licenciatura el 81.6 % está en esta licenciatura por que fue su primera opción y el 18.4 % de los alumnos fue su segunda opción.

* ***Horas de estudio para un examen de matemáticas***: Sólo un 15.8 % no estudia para el examen pero el 84.2 % estudia al menos dos horas para su examen de matemáticas elementales.

* ***A que problemas te enfrentas cuando estudias para un examen***: El 27.3 % no tienen apuntes y no cuenta con ejercicios resueltos para estudiar, el 54.5 % se encuentra con que no entendió el tema y el 18.2 % opina que no hay lugar para estudiar.

* ***Cuantos ejercicios resuelves para un examen de matemáticas elementales***: El 55.6 % de los alumnos resuelve menos de 10 ejercicios para un examen y sólo un 44.4 % resuelve más de 15 ejercicios.

* ***Como se te hace más fácil estudiar***: Al 55.6 % le agrada más estudiar individualmente y al 44.4 % le agrada más estudiar en equipo.

* ***Le tienes confianza a tu profesor***: El 62.2 % de los alumnos si le tienen confianza a su profesor y sólo el 37.8 % no le tiene confianza.

* ***El ir a asesorías te ayuda a tener una mejor calificación***: El 86.1 % de los alumnos indica que el ir a asesorías les produce una mejor calificación en su examen aunque el 13.9 % opina lo contrario.

* ***Estudias los temas vistos en clase diariamente o hasta el día del examen***: El 78.9 % de los alumnos se espera a estudiar hasta el día del examen y solo el 21.1 % estudia diariamente los temas vistos en clase.

* ***Se te hacen interesantes los temas***: El 76.3 % de los alumnos se les hace interesantes los temas que se ven en la materia y sólo a un 23.7 % no le interesan.

* ***Te gusta la clase de matemáticas***: El 67.6 % de los alumnos les agrada la clase y sólo al 32.4 % les desagrada.

* ***Le entiendes a tu profesor***: El 28.9 % de los alumnos no le entiende a su profesor cuando expone los temas pero el 71.1 % si entiende los temas.

* ***Calificaciones***: El 50 % obtuvo 5 de calificación en la materia de matemáticas elementales, el 5.6 % obtuvo 6, el 8.3 % obtuvo 7, el 22.2 % obtuvo 8, el 8.3 % obtuvo 9 y sólo el 5.6 % obtuvo 10.

Mediante tablas de contingencia buscamos algunas relaciones entre las variables anteriores, veamos las siguientes tablas:

Tabla XVI: Horas Trabajas *vs* Horas estudio Matemáticas

			Horas estudio		
			Ninguna	Mín dos	Total
Horas Trabajas	Ninguna	Recuento	14	10	24
		Frec esperada	14.3	9.7	24.0
		%Dentro Hrs.Trabajas	58.3	41.7	100
		%Dentro Horas Estudio	63.6	66.7	64.9
		%Del total	37.8	27.0	64.9
	min dos	Recuento	8	5	13
		Frec esperada	7.7	5.3	13.0
		%Dentro Hrs.Trabajas	61.5	38.5	100
		%Dentro Horas Estudio	36.4	33.3	35.1
		%Del total	21.6	13.5	35.1
total		Recuento	22	15	37
		Frec esperada	22.0	15.0	37.0
		%Dentro Hrs.Trabajas	59.5	40.5	100
		%Dentro Horas Estudio	100	100	100
		%Dentro Total	59.5	40.5	100

Tabla XVII: Horas Estudio Matemáticas *vs* Gusta Clase

			Gusta Clase		
			SI	NO	Total
Horas Estudio Matemá Elemen	Ninguna	Recuento	11	10	21
		Frec esperada	14.0	7.0	21.0
		%Dentro Hrs.Est.ME	52.4	47.6	100
		%Dentro Gusta Clase	45.8	83.3	58.3
		%Del total	30.6	27.8	58.3
	min dos	Recuento	13	2	15
		Frec esperada	10.0	5.0	15.0
		%Dentro Hrs.EstuME	86.7	13.3	100
		%Dentro Gusta Clase	54.2	16.7	41.7
		%Del total	36.1	5.5	41.7
total		Recuento	24	12	36
		Frec esperada	24.0	12.0	36.0
		%Dentro Hrs.EstME	66.7	33.3	100
		%Dentro Gusta Clase	100	100	100
		%Dentro Total	66.7	33.3	100

Tabla XVIII:Horas estudio matemáticas *vs* Calificación						
			Calificación			Total
			5-6	7-8	9-10	
Horas Estudio Matemá Elemen	Ninguna	Recuento	12	5	4	21
		frec esperada	11.4	6.6	3.0	21.0
		%dentro hrs est ME	57.1	23.8	19.1	100
		%dentro calificación	63.2	45.5	80.0	60.0
		%del total	34.3	14.3	11.4	60.0
	min dos	recuento	7	6	1	14
		frec esperada	7.6	4.4	2.0	14.0
		%dentro hrs est ME	50.0	42.9	7.1	100
		%dentro calificación	36.8	54.5	20.0	40.0
		%del total	20.0	17.1	2.9	40.0
total		recuento	19	11	5	35
		frec esperada	19.0	11.0	5.0	35.0
		%dentro hrs est ME	54.3	31.4	14.3	100
		%dentro calificación	100	100	100	100
		%dentro total	54.3	31.4	14.3	100

Podemos observar (ver Tabla XVI) que no influye el que los alumnos trabajen o no lo hagan, con las horas que el alumno le dedique diariamente a estudiar la materia de matemáticas elementales. También podemos ver (ver Tabla XVII) que si a los alumnos les gusta la clase ellos le dedican más tiempo para estudiar y si a ellos no les gusta la clase los estudiantes le dedican menos tiempo. En esta licenciatura podemos ver (Tabla XVIII) que cuando los alumnos no estudian ninguna hora es más el pocentaje de alumnos reprobados o con una calificación menor o igual a 6, y de los alumnos que aprobaron son pocos los que tienen calificaciones entre 9 y 10, y esto es por que ellos no le dedican el tiempo suficiente.

Ahora veamos algunos casos particulares entre los alumnos que aprobaron o no la materia:

Tabla XIX: Primera opción

	Aprobados		Reprobados	
Si	15	83.3 %	14	77.8 %
No	3	16.7 %	4	22.2 %

Tabla XX: Interes temas

	Aprobados		Reprobados	
SI	16	88.9 %	11	61.1 %
NO	2	11.1 %	7	38.9 %

Tabla XXI: Ejercicios Examen

	Aprobados		Reprobados	
Menos de 10	7	43.8 %	11	61.1 %
Más de 15	9	56.3 %	7	38.9 %

En donde observamos que, de los alumnos que aprobaron el curso son más aquellos que tomaron la licenciatura como primera opción, en comparación con los que no lo hicieron (ver Tabla XIX). También observamos que los alumnos que aprobaron el curso en comparación con los que reprobaron resuelven más ejercicios los que aprobaron (ver Tabla XXI). Observemos que el interés que los alumnos le tienen a la materia influye en el porcentaje cuando los alumnos aprueban la materia, puesto que de los alumnos que aprobaron, el 88.9 % les interesan los temas y de los que no aprobaron sólo al 61.1 % les interesa.

COMPARACIÓN

Veamos algunas diferencias que se observaron entre las licenciaturas de Matemáticas, Matemáticas Aplicadas y Actuaría.

1. El 39.7 % de los padres de los alumnos de la licenciatura de Matemáticas tienen como escolaridad mínima la educación medio superior y de la licenciatura de Matemáticas Aplicadas el 51.1 % , este es un porcentaje menor en comparación con los padres de la licenciatura de Actuaría ya que el 83.8 % de ellos tienen como mínimo la educación media superior. Esto nos dice que los padres de los alumnos de Actuaría tienen mayor escolaridad y pasa algo semejante en la escolaridad de las mamás.

2. El 43.8 % de los padres de los alumnos de la licenciatura de Matemáticas son empleados o profesores, al igual que el 47.7 % de los padres de los alumnos de Matemáticas Aplicadas, hay una diferencia con los padres de la licenciatura de Actuaría ya que el 73.5 % de

ellos son profesores o empleados. Esto nos dice que los alumnos de actuaría tienen mejor economía que los alumnos de Matemáticas o Matemáticas Aplicadas.

3. Veamos que el 17.4 % de los alumnos de la licenciatura de Matemáticas provienen de escuelas privadas, al igual que el 6.5 % de los alumnos de Matemáticas Aplicadas, pero hay una diferencia notable respecto a los alumnos de Actuaría ya que el 47.4 % de ellos provienen de escuelas privadas.

4. Los alumnos de la licenciatura de Matemáticas sólo un 6 % de ellos cuentan con más de \$300.00 para diversión a la semana, al igual que el 8.9 % de los alumnos de Matemáticas Aplicadas, pero para los alumnos de Actuaría el 26.3 % de ellos cuenta con más de \$300.00 para gastar, esto nos indica que los alumnos de Actuaría tienen mejor situación económica que los demás (ver 2,3).

5. Veamos que al 34.8 % de los alumnos de Matemáticas los conceptos previos les ayudan a comprender mejor los temas que ven en la materia de Matemáticas Elementales, a los alumnos de Matemáticas aplicadas a un 55.6 % de ellos les ayudan sus conocimientos previos y hay una diferencia con los alumnos de Actuaría ya que de ellos el 81.6 % de ellos les ayudan a comprender mejor los temas.

6. Para los alumnos de Matemáticas el 65.2 % de ellos estudian mínimo dos horas diarias para la materia de matemáticas elementales y de los alumnos de Matemáticas Aplicadas el 67.4 %, en comparación de los alumnos de Acturía que sólo el 40.5 % de ellos estudia mínimo dos horas diarias. Con esto podemos decir que en porcentaje los alumnos de Actuaría tienen menos hábitos de estudio.

7. Para los alumnos de Matemáticas el 53.6 % de ellos estudia la licenciatura por que fue su primera opción, y para los alumnos de Matemáticas aplicadas el 84.8 % estudió esta licenciatura por que fue su primera opción y de los alumnos de Actuaría el 81.6 %. Con

esto podemos darnos cuenta que los alumnos de Matemáticas son menos los que se encuentran en la licenciatura por su elección.

8. Los alumnos de Matemáticas el 25 % de ellos resuelve más de 15 ejercicios, el 50 % de los alumnos de Matemáticas Aplicadas también resuelve más de 15 ejercicios, y el 44.4 % de Actuaría realiza la misma cantidad de ejercicios. Notemos que en porcentaje los alumnos de la licenciatura de Matemáticas es menor con respecto a los ejercicios resueltos para un examen.

9. De los alumnos de Actuaría el 76.3 % de ellos les interesan las clases, y de los alumnos de matemáticas y matemáticas aplicadas el 95.7 % y 100 % respectivamente, esto nos dice que a los alumnos de Actuaría le tienen menos interés en los temas vistos en clase.

10. El 48.9 % de los alumnos de Matemáticas Aplicadas reprobó, el 50 % de los alumnos de Actuaría reprobó y el 63.8 % de los alumnos de Matemáticas reprobó; aquí podemos ver que el mayor porcentaje de alumnos reprobados lo tienen los alumnos de la licenciatura de Matemáticas.

REGRESIÓN

Las respuestas que se obtuvieron de la encuesta son generalmente datos categóricos y fueron analizados en el paquete estadístico SPSS [20].

Se buscaron las variables independientes que más asociadas estaban individualmente con la calificación de los alumnos. La asociación se midió comparando las medias de la calificación con una prueba t para muestras independientes cuando la variable independiente es dicotómica y con un modelo completamente al azar cuando la variable respuesta tiene más de dos categorías.

Las variables independientes dicotómicas más asociadas fueron: Primera Opción y Confianza Profesor; esto (Ver Tabla XXIV) se realizó en el paquete estadístico SPSS utilizando regresión y el método de selección de variables *hacia delante*. Esto se rectificó haciendo regresión de cada una de estas variables y se obtuvo lo siguiente (Ver Tabla XXII, Tabla XXIII):

Tabla XXII: Prueba de muestras independientes (primera opción)

		Pru. Levene igualdad de varianzas		Prueba de T para la igualdad de medias						
									95 % Intervalo confianza	
		F	Sig	t	gl	Sig bilateral	Dif. media	Error Tip	Inf	Sup
Cal	Varianza iguales	15.897	.000	-3.07	90	.003	-1.007	.35	-1.773	-.382
	Varianza diferente			-3.48	79	.001	-1.007	.30	-1.692	-.463

Tabla XXIII: Prueba de muestras independientes (confianza profesor)

		Pru. Levene igualdad de varianzas		Prueba de T para la igualdad de medias						
									95 % intervalo confianza	
		F	Sig	t	gl	Sig bilateral	Dif. media	Error Tip	Inf	Sup
Cal	Varianza igual	10.91	.001	-1.95	90	.054	-.800	.409	-1.614	-.014
	Varianza diferente			-2.26	73.80	.029	-.800	.353	-1.514	-.086

Tabla XXIV: Regresión

Modelo	Coe. no estanda		Coe. tipifi.	t	Sig	In. de confianza de 95 % para B	
	B	Error Típ	Beta			Lím. inferior	Lím. superior
1 (constante)	4.840	.429		11.285	.000	3.998	5.69
Prim-Opci	1.146	.343	.328	3.344	.001	.465	1.83
Conf-Profr	.911	.390	.230	2.340	.022	.137	1.69

El modelo propuesto es:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \varepsilon_i.$$

Donde $X_1 = 1$ cuando fue su primera opción (ver Tabla XXII) estudiar alguna de las licenciaturas de Matemáticas, Matemáticas Aplicadas o Actuaría y $X_1 = 0$ si no lo fue, $X_2 = 1$ si tiene confianza en el profesor (ver Tabla XXIII) y $X_2 = 0$ cuando no la tiene.

Se verificó que los supuestos del modelo se cumplieran, de lo cual tenemos que no se rechaza que los residuos tienen una distrubución normal (ver Gráfico 7, Gráfico 8) pues tanto la prueba de $Kolmogorov - Smirnov$ como la de $Shapiro - Wilk$ producen un $p - valor = 0.000$. La gráfica de los valores predichos por el modelo y las variables independientes no muestran problemas.

Gráfico 7: Prim opcion

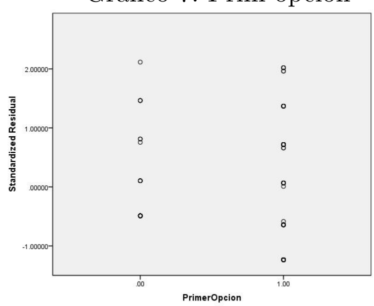
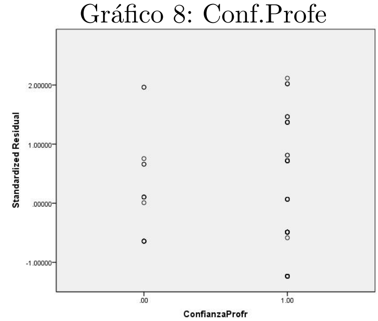


Gráfico 8: Conf.Profe



Haciendo regresión con estas dos variables tenemos que el modelo ajustado nos queda de la siguiente manera:

$$\hat{Y}_i = 4.84 + 1.146X_1 + 0.911x_2.$$

Explica el 38.4 % de variación en la calificación de los estudiantes. No se rechaza que ambas variables conjuntamente deben estar en el modelo (p-value=0.001). Para cada variable se rechaza que su verdadero valor sea cero (p-value=0.001 y p-value=0.022). Esto quiere decir que con un nivel de confianza del 95 %, la calificación esta entre 0.455 y 1.827 unidades más en los estudiantes que toman la carrera como primera opción comparado con los que no fue así. Por otro lado, la calificación esta entre 0.137 y 1.685 unidades más en los estudiantes que tienen confianza en el profesor para resolver sus dudas de Matemáticas Elementales comparado con los que no la tienen.

Capítulo 4

Conclusiones

Mediante este pequeño análisis que se realizó se encontró que los alumnos no tienen buenos hábitos de estudio, pues la mayoría estudia muy pocas horas diariamente y esto influye en las calificaciones que los alumnos obtienen, ya que el tiempo que le dedican a estudiar no es el suficiente para obtener calificaciones aprobatorias, observando que los alumnos que ingresan a la Facultad de Ciencias Físico − Matemáticas de la BUAP, no trabajan y si lo hacen esto no influye en las horas que el alumno dedica a estudiar, puesto que cuando el alumno se encuentra tomando la clase él cree entender lo que el profesor le está explicando, pero al momento de realizar ejercicios o estudiar fuera de clase se da cuenta que en realidad no ha comprendió el tema, u otros contratiempos a los cuales el alumno se enfrenta al momento de estudiar como el no tener apuntes, no tener ejercicios resueltos esto refleja algunas carencias que los alumnos enfrentan al momento de estudiar como consecuencia del cambio de escuela, no encontrar un espacio dentro de la facultad para estudiar, el ambiente de estudio, escolaridad de los padres y situaciones económicas.

Las variables que ayudan a explicar la calificación que los alumnos obtuvieron en la materia de Matemáticas Elementales fueron: Primera opción y Confianza profesor; éstas variables que resultaron en la práctica son lógicas puesto que si los alumnos se encuentran cursando alguna de estas tres licenciaturas es porque les gusta y como consecuencia de esto los alumnos le ponen más interés a las clases y al momento de estudiar lo hacen por gusto, de esta manera tienen un mejor aprovechamiento. La confianza que los alumnos tiene para preguntarle dudas al profesor es muy importante, hacer comentarios y expresar sus ideas sin temor a que el profesor tenga un comentario negativo hacia ellos o quizá los exponga en clase ya que estas son unas de las principales causas por las cuales los alumnos no resuelven sus dudas.

Este tipo de investigaciones es demasiado amplio y lo que presentamos a quí es un breve análisis de algunos factores que influyen en las calificaciones de los alumnos; para poder analizar más este tipo de cosas, se necesita apoyo de los profesores y estudiantes, tomando en cuenta las próximas generaciones para poder ver algunos cambios.

También sería importante volver a encuestar a los mismos alumnos despues de dos o tres semestres para ver si sus hábitos de estudio han cambiado.

Hay cosas de másinterés que hacer en éstas áreas, tuvimos más inquietudes, pero esto quizá sea material de más trabajo con los nuevos grupos.

Hay muchas reflexiones que se pueden hacer al respecto, algunas observaciones que podemos hacer son las siguientes:

1. *Metodo de enseñanza del profesor.* Es un factor muy importante puesto que el método del profesor influye mucho en el método de aprendizaje del alumno, en el interés y el gusto que tome por la materia, ya que si el profesor llega con una actitud negativa a dar su clase, el alumno puede perder el interés.

2. *Evaluación.*La manera en que el profesor evalúa a sus alumnos no es la misma y esto influye en la calificación y en el aprendizaje del alumno, ya que en algunos casos es fácil aprobar el curso y en otros casos es más complicado.

3. *Estado de ánimo.* El como se siente el alumno al momento de tomar la clase, es un factor importante, tomando en cuenta que si tiene muchas distracciones le será complicado centrar toda su atención a la clase.

4. *Compañeros.* El número de compañeros que hay en el aula ya que cuando el grupo es más grande, es más complicado trabajar con él.

5. *Divulgación.* La buena divulgación de la carrera es muy importante porque así los alumnos saben a qué se enfrentan cuando ingresan, y esto hace que estén más seguros de lo que les gusta.

6. *Asesorías.* Apoyar a los alumnos de los primeros semestres con asesorías por parte de grupos de apoyo, asegurándose que quienes impartan estos cursos tengan los conocimientos necesarios, ya que si no es así, se puede confundir más al estudiante.

Estas son algunas sugerencias y factores que no se tomaron en cuenta en este trabajo, pero que son muy importantes y a la vez son complicados de analizar.

Bibliografía

[1] Agresti A., *Categorical Data Analysis*, John Wiley Sons, Inc, (1990).

[2] Arenas Y., Cruz D., Reyes H., Godínez F., Ariza F., Cruz H., Tajonar F., *Un ejemplo de regresión múltiple para evaluar la acreditación de una materia crucial en la FCFM-BUAP.*

[3] Bhattacharyya G., Johnson R., *Statistical Concepts and Methods*, John Wiley Sons, Inc, (1977).

[4] Cantoral R., *Enseñanza de la matemática en la educación superior* Sinéctica 19 (jul/2001-ene/2002).

[5] Cochran W., *Técnicas de muestreo*, CECSA, (1980).

[6] Díaz A., *Una polémica en relación al examen*, Revista Iberoamericana de Educación No. 5, Mayo−Agosto (1994).

[7] Downie N., Heath R., *Métodos Estadísticos Aplicados*, Harla (1973).

[8] Draper R., Smith H., *Applied Regresion Analysis*, Intersciencie, (1998).

[9] Fumival G., WilsonR., *Regression by leaps and bounds* Technometrics, (1974).

[10] Guzman M., *Enseñanza De Las Ciencias Y La Matemática*, (1936-2004) Revista Iberoamericana De Educación. N.º 43 (2007), Pp. 19-58.

[11] Hernández S., Reyes H., Linares G., *Análisis Estadístico de algunos factores que afectan el proceso de enseñanza aprendizaje en la FCFM-BUAP, usando técnicas estadísticas múltivaridas, VI Encuentro Participación de la Mujer en la Ciencia*, CIO, (2009).

[12] Hernández S., Reyes H., Ibarra M., Linares G., *Proceso de enseñanza aprendizaje, VII encuentro Participación de la mujer en la ciencia*, CIO, (2010).

[13] *Informe PISA 2003 aprender para el mundo del mañana*, OCDE, (2004).

[14] Martínez F. *Estudio de la eficiencia en cohortes aparentes.* En [Libros en línea] ANUIES, Deserción, Rezago y Eficiencia Terminal en las IES: Propuesta metodológica para su estudio (2002).

[15] Montgomery D., *Introducción al análisis de regresión lineal*, Patria, (2007).

[16] Moreno, T. *Evaluación del aprendizaje en la universidad* RMIE, Abril-junio 2009, Vol. 14, Núm. 41, pp. 563-591.

[17] Petriz M., Barona C., López R.,Quiroz J *Niveles de desempeño y actitudes hacia las matemáticas en estudiantes de la licenciatura en administración en una universidad estatal mexicana*

[18] *Revista De Estudios E Investigación En Psicoloxía E Educación Issn* 1138-1663, Vol. 18 - Nº 2 - 2010 (Ano 14º) www.educacion.udc.es/grupos/gipdae/, www.udc.es/revistapsicoeducacion/

[19] Reyes C., Ariza F., Godínez Flaviano., *Factores que afectan el rendimiento académico de estudiantes del bachillerato universitario en Guerrero*

[20] SPSS (2010), *IBM SPSS Statistics 19 para Windows.*

Apéndice A

Encuesta

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla Facultad de Ciencias Físico Matemáticas Septiembre 2010

A.Matrícula:_______________ B. Licenciatura:_____________

C. Nombre:____

D. Sexo:__________________ E. Turno: _________________

F. Escolaridad de tu papá:

a)Primaria b) secundaria c)preparatoria d)licenciatura e)maestría f)doctorado

G. Escolaridad de tu mamá:

a)Primaria b) secundaria c)preparatoria d)licenciatura e)maestría f) doctorado

H. ¿A qué se dedica tu papá?

a)obrero o campesino b)profesor c)empleado d) comerciante

I. ¿A qué se dedica tu mamá?

a)Obrera b)profesora c)empleada d)comerciante e)ama de casa

1. Escuela de procedencia:

a)Privada b)Pública

2.¿Cuántas horas trabajas a la semana?

a)Ninguna hora b)4 hrs. c)6 hrs. d)8 hrs.

3.¿Cuánto dinero tienes disponible a la semana para diversión?

a)Menos de $100.00 b)entre $100.00 y $300.00 c) más de $300.00

4.¿Lugar de procedencia?

a)Ciudad de puebla b)Estado de puebla c) otro estado

5.¿Te gusta el ambiente de estudio y compañerismo de tu facultad?

a)Si b)No

6.¿Los conceptos adquiridos en la preparatoria te ayudan a comprender mejor los nuevos conceptos?

a) Si b) No

7.¿Cuántas horas estudias al día para la materia de Matemáticas Elementales fuera de clase?

a)Ninguna b)2 hrs. c)4 hrs. d) 6 hrs.

8.¿Cuántas horas estudias al día fuera de clase para cada una de tus otras materias?

a)Ninguno b)2 hrs. c) 4 hrs. d) 6 hrs.

9.Esta licenciatura fue tu primera opción

a)Si b)No

10.¿Cuántas horas estudias para un examen de Matemáticas Elementales?

a)Ninguna b)2 hrs. c)4 hrs. d) 6 hrs.

11.¿A qué problemas te enfrentas cuando estudias?

a)No tengo apuntes b)no entiendo el tema c) no hay ejercicios resueltos d)no hay lugar para estudiar

12.¿Últimamente cuantos ejercicios resuelves para tu examen de Matemáticas Elementales?

a)5 b)10 c) 15 d)20

13.Para ti es más fácil estudiar:

a)Individualmente b) En equipo

14.¿Le tienes confianza a tu profesor para resolver tus dudas de Matemáticas Elementales?

a)Si b)No

15¿El ir a asesorías te ayuda a contestar mejor tu examen?

a)Si b) No

16.¿El número de compañeros que tienes en tu grupo influye negativamente en tu aprendizaje?

a)Si b) No

17.¿Vas estudiando en tu casa los temas vistos en clase diariamente o esperas que el material se junte hasta el examen en la materia de Matemáticas Elementales?

a)espero hasta el examen b) estudio diariamente

18.¿Se te hacen interesantes los temas que ves en la materia de Matemáticas Elementales?

a)Si b)No

19.¿Te gusta como da clases tu profesor?

a)Si b)No

20.¿Le entiendes a tu profesor cuando expone los temas?

a)10 % b) 25 % c) 50 %