BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

UN ANÁLISIS PARCIAL EN LAS PREPARATORIAS DE LA BUAP EN LAS MATERIAS DE MATEMÁTICAS EN EL 2010

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS

PRESENTA:

DIANA JAZMÍN CRUZ ARMENTA

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. HORTENSIA REYES CERVANTES

PUEBLA, PUE. 18 DE ENERO DE 2012

Agradecimientos

A Dios por darme la vida y la oportunidad de llegar a este momento.

A mis padres por brindarme su apoyo en todas las decisiones que he tomado, por estar conmigo en todo momento, por su amor y cariño que día a día me han demostrado y porque por ellos esto es posible.

A mis hermanos por las locuras vividas, por su cariño y por apoyarme en momentos difíciles.

A mi asesora de tesis la Dra. Hortensia Reyes Cervantes por aceptar dirigirme en esta tesis, por sus consejos académicos, por tenerme paciencia en este tiempo.

A el profesor Flaviano Godínez por sus consejos y apoyo en la elaboración de esta tesis.

A mis amigos por su compañia, ayuda y los consejos que en todo momento me bridaron.

A mis sinodales Dr. Hugo Adán Cruz Suárez, M.C. Manuel Ibarra Contreras y Dr. Hugo Juárez Anguiano por revisar esta tesis, por sus sugerencias y comentarios.

Índice

Introducción

Cuando un profesor entra por primera vez a un salón de clase de los primeros semestres de las carreras de ciencias, se tiene la incertidumbre sobre cómo será el curso para esos alumnos, si tendrán la fuerza de voluntad suficiente para aguantar la lluvia de conocimiento que se avecina y si logrará desarrollar en ellos el nuevo razonamiento lógico matemático. Y además, los alumnos deberán tener la voluntad de darse su tiempo para procesar los conocimientos y comenzar a dar resultados en sus tareas y exámenes. Tiempo que muchas veces ellos no están dispuestos a conceder por sus prisas de vivir todo lo nuevo en sus vidas. Los alumnos juegan un papel importante en ésta etapa porque ponen a prueba todo su conocimiento y su aguante para tolerar los resultados que al principio son muy desalentadores.

En todo el sistema de enseñanza las matemáticas han ocupado siempre un papel privilegiado y despiertan sentimientos encontrados: mientras que la gran mayoría mantiene hacia ellas una mezcla de respeto, formada durante los años escolares y producto de no haber sido capaces de dominarlas sino de sentirse dominados por ellas, para otros, pocos, son lo más bello del mundo y las aman con pasión. Como ya es conocido, la carrera de Matemáticas, en distintos países no tiene la misma demanda que las carreras del área de sociales, administrativas u otras. Por lo que se pretende indagar cuales son los factores que influyen en que a los alumnos de nivel medio superior de la BUAP no les gusten.

En la prueba Enlace, los alumnos de nivel bachillerato tienen un nivel insuficiente o elemental en habilidad matemática. Para Puebla, en el 2010 un 42.4 % de los estudiantes tuvieron un dominio insuficiente en esta habilidad ([20]). Sabemos que existen muchos factores que contribuyen a que la Educación en México esté disminuyendo el nivel educativo con respecto a años anteriores. Entre estos factores tenemos al desempleo, la falta de mejores oportunidades de trabajo, carga excesiva de trabajo, corrupción en las instituciones, modas educativas adaptadas por exigencias de organismos internacionales, estrés en profesores y alumnos, etc.

Un factor importante es el docente, quien interactua frecuentemente con los alumnos motivándolos o coartando sus gustos con sus técnicas de enseñanza, que pone en práctica para esa ocasión. Sabemos que ha ido creciendo el número de docentes con licenciatura en matemáticas que imparten cursos en nivel medio superior, sin embargo son insuficientes para dar apoyo a todas las preparatorias ([3]). Pero si el docente no cuenta con experiencia o no tiene cursos de actualización dirigidos a la enseñanza de las matemáticas, puede ser un "reto muy difícil" acercar a los alumnos al gusto por las matemáticas (¡pero no imposible!).

Esta investigación es un ejercicio práctico en cuanto al análisis de temas relacionados con la matemática y el uso de la estadística como una herramienta para plantear hipótesis de trabajo y de investigación, lo cual nos lleva a reflexionar sobre lo que ocurre con los alumnos cuando llegan a nuestros espacios para realizar un cambio que dé mejores resultados con los que desean ingresar a una carrera de ciencias. Debemos participar en la divulgación, enseñanza y vinculación de las matemáticas en los centros de menor nivel educativo y mostrar nuestras áreas con más herramientas de apoyo didáctico (uso de software, pláticas de divulgación por expertos, hacer concursos interesantes para cada nivel del conocimiento, cursos de actualización para profesores, etc.).

En el capítulo 1 se presentan los conceptos generales sobre el modelo de regresión logístico, se tratan los conceptos de tablas de contingencia, pruebas de independencia y de bondad de ajuste, material utilizado en el análisis de datos categóricos. En el capítulo 2 se da una introducción a la problemática que se está desarrollando en relación con la enseñanza de las matemáticas, lo que influye en que al alumno le gusten o no las matemáticas. En el capítulo 3 se muestra la metodología que se usó en el análisis de los datos que se obtuvieron de la encuesta realizada a alumnos de las preparatorias de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Y finalmente en el capítulo 4 se presentan las conclusiones de este trabajo.

Objetivo:

1.- Encontrar cuales son algunos de los factores que influyen en el gusto por las matemáticas de los alumnos de algunas de las preparatorias de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

2.- Encontrar las actitudes de los alumnos cuando llevan materias relacionadas con las matemáticas.

3.- Investigar la cantidad de horas que los alumnos dedican al estudio de las matemáticas.

Capítulo 1

Antecedentes

En este capítulo se presenta un panorama general del material básico utilizado en el análisis de los datos categóricos y el modelo de regresión logística.
Se tratan los conceptos de tabla de contingencia, independencia entre variables, probabilidad condicional y de pruebas de bondad de ajuste. Además se hace un breve desarrollo sobre los modelos lineales generalizados y del modelo de regresión logístico que se utilizó en el análisis de los datos.

1.1. Clasificación de variables

Una variable es una característica que al ser medida en diferentes individuos es susceptible de adoptar diferentes valores.

Existen diferentes tipos de variables:

Según la medición:

(1) Variables cualitativas.
Son las variables que expresan distintas características o modalidades. Cada modalidad que se presenta se denomina atributo o categoría y la medición consiste en una clasificación de dichos atributos. Las variables cualitativas pueden ser dicotómicas cuando sólo pueden tomar dos valores posibles como sí y no, hombre y mujer o son politómicas cuando pueden adquirir tres o más valores. Dentro de ellas podemos distinguir:

(a) Variable cualitativa ordinal o variable cuasicuantitativa: La variable puede tomar distintos valores ordenados siguiendo una escala establecida, aunque no es necesario que el intervalo entre mediciones sea uniforme.

(b) Variable cualitativa nominal: En esta variable los valores no pueden ser sometidos a un criterio de orden como por ejemplo los colores o el lugar de residencia.

(2) Variables cuantitativas.
Son las variables que se expresan mediante cantidades numéricas. Las variables cuantitativas además pueden ser:

(a) Variable discreta: Es la variable que presenta separaciones o interrupciones en la escala de valores que puede tomar. Estas separaciones o interrupciones indican la ausencia de valores entre los distintos valores específicos que la variable pueda asumir.

(b) Variable continua: Es la variable que puede adquirir cualquier valor dentro de un intervalo especificado de valores.

1.2. Tablas de contingencia

En una tabla de contingencia se puede expresar la relación que existe entre dos variables categóricas, X y Y; en el caso de que X tenga I niveles y Y tenga J niveles. Cuando nosotros clasificamos ambas variables, hay IJ combinaciones posibles de clasificarlas, como se muestra en la Tabla 1.1.

La respuesta (X,Y) de un sujeto elegido al azar de alguna población tiene una distribución de probabilidad. Nosotros visualizamos esta distribución sobre una tabla rectangular teniendo I renglones para la categoría de X y J columnas para la categoría de Y. Las celdas de la tabla representan los IJ resultados posibles.

Las probabilidades son $\{\pi_{ij}\}$ donde π_{ij} denota la probabilidad de que (X,Y) esté en la celda con el renglón i y la columna j, las celdas contienen la suma de las frecuencias de los resultados. El nombre de tabla de contingencia fue introducido por Karl Pearson en 1904 ([1]), otro nombre es tabla de clasificación cruzada.

La distribución de probabilidad $\{\pi_{ij}\}$ es la distribución conjunta de X y Y. Las distribuciones marginales son los totales de los renglones y columnas obtenidos por la suma de las probabilidades conjuntas. Estas son: $\pi_{i+} = \sum_j \pi_{ij}$ es la probabilidad marginal o probabilidad de X para el renglón y $\pi_{+j} = \sum_i \pi_{ij}$ es la

	Columnas (Y)				
Renglon (X)	1	2	..j.	..J	Total
1	π_{11}	π_{12}	$.\pi_{ij}.$	$..\pi_{1J}$	π_{1+}
2	π_{21}	π_{22}	$.\pi_{2j}.$	$..\pi_{2J}$	π_{2+}
.	...	...	.. ..	...	..
i	π_{i1}	π_{i2}	.. . .	$..\pi_{iJ}$	π_{i+}
.	...	...	.. ..	...	..
.	...	...	.. ..	...	...
I	π_{I1}	π_{I2}	$.\pi_{Ij}.$	$..\pi_{IJ}$	π_{I+}
Total	π_{+1}	π_{+2}	$.\pi_{+j}.$	$..\pi_{+J}$	$\pi_{++} = \pi$

Tabla 1.1: Tabla de contingencia de orden 2

probabilidad marginal o probabilidad de Y por columna (ver tabla 1.1), donde el símbolo "+" denota la suma sobre todos los índices reemplazados. Estas expresiones cumplen que la suma sobre todos sus índices , π_{++}, vale uno.

Las distribuciones marginales son sólo variables de información, y no pertenecen a los vínculos de asociación entre las variables.

En las tablas de contingencia, generalmente se asigna como Y a una variable respuesta y la otra (X) es una variable explicativa. Cuando X es fija, la noción de distribución conjunta para X y Y no es más significativa. Sin embargo, para un nivel fijo de X, Y tiene una distribución de probabilidad. Esto es pertinente para estudiar cómo las distribuciones de probabilidad de Y cambian cuando los niveles de X cambian. Dado un sujeto que es clasificado en renglón i de X, $\pi_{j|i}$ denota la probabilidad de clasificación en la columna j de Y, j = 1, ..., J, donde $\sum_j \pi_{j|i} = 1$. Las probabilidades $\{\pi_{1|i} ..., \pi_{J|i}\}$ forman la distribución condicional de Y a nivel i de X. Un objetivo principal de muchos estudios es la comparación de la distribución condicional de Y en varios niveles de variables explicativas.

1.2.1. Independencia

Cuando ambas variables nos interesan, podemos describir la asociación entre ellas usando su distribución conjunta, la distribución condicional de Y dado X o la distribución condicional de X dado Y. La distribución de Y dado X está relacionada con la distribución conjunta por:

$$\forall i, j \qquad \pi_{j|i} = \tfrac{\pi_{ij}}{\pi_{i+}}.$$

Las variables son estadísticamente independientes si todas las probabilidades conjuntas de X y Y son iguales al producto de sus probabilidades marginales; esto es , si $\pi_{ij} = \pi_{i+}\pi_{+j}$ con $i = 1, ..., I$ y $j = 1, ..., J$.

Cuando X y Y son independientes las relaciones anteriores se combinan y la nueva expresión es:

$$\pi_{j|i} = \frac{\pi_{i+}\pi_{+j}}{\pi_{i+}} = \pi_{+j}.$$

Esto significa que cada distribución condicional de Y es idéntica a la distribución marginal de Y. Por lo que si dos variables son independientes ocurre que la probabilidad de la respuesta en la columna j es la misma en cada renglón para toda j.

A continuación se muestra en la Tabla 1.2 (de dimensión Ix2) la notación para las distribuciones de probabilidad conjunta, marginal y condicional.

	columna (Y)		
renglón (X)	1	2	Total
1	π_{11}	π_{12}	π_{1+}
	$(\pi_{1/1})$	$(\pi_{2/1})$	(1.0)
2	π_{21}	π_{22}	π_{2+}
	$(\pi_{1/2})$	$(\pi_{2/2})$	(1.0)
.	......	.....	...
i	π_{i1}	π_{i2}	π_{i+}
.	$(\pi_{1/i})$	$(\pi_{2/i})$	(1.0)
.	.....	.....	...
I	π_{I1}	π_{I2}	π_{I+}
	$(\pi_{1/I})$	$(\pi_{2/I})$	(1.0)
Total	π_{+1}	π_{+2}	1.0

Tabla 1.2: Notación de las distribuciones de probabilidad

En el caso muestral la frecuencia de la celda ij es denotada por n_{ij} y $n = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{I} = 1^I n_{ij}$ donde n es el tamaño de la muestra y así la probabilidad de la celda ij queda expresada como:

$$p_{ij} = \frac{n_{ij}}{n},$$

p_{ij} es la distribución conjunta muestral en la tabla de contingencia. La proporción de veces que un sujeto en el renglón i da la respuesta j es:

$$p_{j/i} = \frac{n_{ij}}{n_{i+}},$$

donde $n_{i+} = np_{i+} = \sum_{j=1}^{J} n_{ij}$.

1.3. Pruebas de Bondad de Ajuste

Algunos experimentos producen mediciones de respuesta que son difíciles de cuantificar. Es decir, generan mediciones de respuesta que se pueden clasificar (en categorías), pero la ubicación de la respuesta en una escala de mediciones es arbitraria. Los métodos estadísticos no paramétricos son útiles para analizar este tipo de datos.

El término estadística no paramétrica se refiere a un conjunto de métodos válidos para verificar ciertas suposiciones de la población. La aplicación de estos métodos no requiere conocer el modelo de población.

Ventajas sobre las pruebas paramétricas:

(a) Implican menos requisitos de uso,

(b) Son mas sencillas de entender y aplicar, y

(c) Los procedimientos de cálculo resultan menos laboriosos.

Desventajas de los métodos no paramétricos.

(a) Se pierde información,

(b) La potencia es menor que la de las pruebas paramétricas, y

(c) Se orientan hacia la aceptación de la hipótesis nula con más frecuencia de lo que deberían.

Cuando los datos son categóricos o continuos se hará un análisis estadístico, utilizando el modelo de la X^2 (ji-cuadrada).

Para la prueba de bondad de ajuste se pueden emplear dos casos:

(1) La X^2 (ji-cuadrada) se emplea cuando la hipótesis está relacionada con una distribución discreta; y

(2) La Kolmogorov-Smirnov cuando la hipótesis nula concierne a una distribucion continua.

1.3.1. La prueba ji-cuadrada (X^2)

Este modelo obtenido por K. Pearson en 1900, mide la discrepancia entre la frecuencia observada y la esperada teóricamente, con base en una distribución hipotética.

La prueba de bondad de ajuste ayuda a decidir si los resultados de un experimento coinciden con los esperados de acuerdo con alguna ley, modelo o teoría científica.

Esto se lleva a cabo de la siguiente manera:

1. Se obtienen las frecuencias observadas y se ubican en una tabla de contingencia.
2. Se construye un cuadro de frecuencias esperadas que concuerda con la distribución teórica o el modelo científico.
3. Según el número de variables de criterio que se consideran, será la tabla de contingencia (I x J); la prueba de bondad de ajuste se empleará para una muestra y una o más variables de criterio.

Para usar la prueba de X^2 para bondad de ajuste se requieren:

1. Mínimo de 50 observaciones.
2. La frecuencia esperada para cada categoría debe de ser por lo menos de 5, a fin de cumplir este requisito se pueden combinar las categorías.

3. En el caso de bondad de ajuste para la distribución normal, deben conocerse μ y σ o sus estimadores $\overline{x}$ y s, a fin de poder calcular las frecuencias esperadas.

Procedimiento:

1. Identificar la variable de interés.
2. Establecer el juego de hipótesis:

   H_0 : Las observaciones muestrales han sido extraídas de una distribución donde existe independencia y tiene una forma de distribución poblacional establecido.

   vs

   H_1 : No es válida H_0.
3. Proponer el valor de α(nivel de significancia asignado por el investigador).
4. El estadístico de prueba es:

   $X^2 = \sum \frac{(f_0-f_e)^2}{f_e}$.

   donde
   f_e es la frecuencia esperada y
   f_0 es la frecuencia observada.
5. La regla de decisión para rechazar H_0 es:

   Si $X^2 \geq X^2_{(\alpha,gl)}$, entonces H_0 se rechaza donde gl son los grados de libertad de $X^2_{(\alpha,gl)}$ al $\alpha\,\%$ de confianza.

Ahora, una variable de criterio se tiene cuando las categorías de la distribución de frecuencias se basan en una sola variable de clasificación. También se pueden tener dos o más variables de clasificación pero esto puede ser difícil de analizar por lo cual es recomendable colocar los datos en una tabla de contingencia de a lo más dos entradas.

1.3.2. Prueba de Kolmogorov-Smirnov (K-S)

Puede aplicarse a muestras pequeñas que requieren menos cálculos que la X^2 y ésta únicamente procede para variables continuas.

Se supone que la población tiene una distribución determinada dividida en K intervalos de igual área o probabilidad. Posteriormente, se selecciona al azar una muestra de tamaño n de dicha población.

Esto significa que la prueba se utiliza para comparar frecuencias relativas acumuladas, observadas y esperadas, así como para contrastar la hipótesis nula de los datos observados que se han recopilado de una distribución de probabilidad determinada.

Esta prueba estadística muestra cual es la diferencia máxima absoluta D_{max} entre cualquier par correspondiente de frecuencias relativas acumuladas, observadas y esperadas.

1. Juego de hipótesis:

   $$H_0 : F(x) = F_\tau(x) \quad \text{vs} \quad H_1 : F(x) \neq F_\tau(x)$$

   donde:
   $F(x)$: función de distribución.
   $F_\tau(x)$: función de distribución acumulada y teórica.

2. Estadístico de prueba:

   $$D_{max} = |F_s(x) - F_\tau(x)|$$

3. La regla de decisión:

   La hipótesis nula se rechaza al nivel de significancia α si el valor calculado de D_{max} excede el valor mostrado en la tabla de Kolmogorov -Smirnov para 1- α y el tamaño de la muestra n.

1.4. Modelos de Regresión

Un modelo estadístico lineal que relaciona una respuesta aleatoria y en un conjunto de variables independientes $x_1, x_2, .., x_k$ tiene la forma:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k + \epsilon, \tag{1.1}$$

donde $\beta_0, \beta_1, ..., \beta_k$ son parámetros desconocidos, ϵ es una variable aleatoria y $x_1, x_2, .., x_k$ son constantes conocidas. En donde se supone que $E(\epsilon) = 0$, en consecuencia,

$$E(y) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k. \tag{1.2}$$

1.4.1. Modelo de Regresión Lineal Simple

El modelo de regresión lineal simple tiene como propósito el determinar la relación que existe entre alguna variable x y una variable y así como hacer estimaciones sobre el comportamiento de y. La variable x será denotada como variable independiente o predictora y la variable y como dependiente, el modelo es

$$E(y) = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon, \tag{1.3}$$

donde la ordenada al origen β_0 y la pendiente β_1 son constantes desconocidas que suelen llamarse coeficientes de regresión, y ϵ es un componente aleatorio de error. Se supone que los errores cumplen con $E(\epsilon) = 0$ y $Var(y) = \sigma^2$. Las suposiciones que deben cumplir los modelos de regresión lineal simple son:

1. x_i, $i = 1, ..., n$ son observaciones de las variables indpendientes que están tomando y que son consideradas como no aleatorias.
2. β_i, $i = 0, 1$ son parámetros desconocidos que determinan la recta de regresión.
3. ϵ_i, $i = 1, ..., n$ llamados residuales, son variables aleatorias no observables, independientes idénticamente distribuidas en forma de $N(0, \sigma^2)$.
4. y_i son variables aleatorias independientes.

Para estimar β_0 y β_1 se usa el método de mínimos cuadrados. Esto es, se estiman β_0 y β_1 tales que la suma de los cuadrados de las diferencias entre las observaciones y_i y la línea recta sea mínima. De acuerdo a la ecuación (1.3), se puede escribir

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \epsilon_i, \qquad i = 1, 2, ..., n. \tag{1.4}$$

Por lo que se puede considerar que la ecuación (1.3) es un modelo poblacional de regresión, mientras que la ecuación (1.4) es un modelo muestral de regresión.

Los *estimadores por mínimos cuadrados* de β_0 y β_1 son:

$$\hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}. \tag{1.5}$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}, \tag{1.6}$$

en donde

$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i \quad y \quad \bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i.$

Entonces, el modelo ajustado de regresión lineal simple es,

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x. \tag{1.7}$$

La diferencia entre el valor observado y_i y el valor ajustado correspondiente $\hat{y}_i$ se llama residual. Matemáticamente, el $i-$ésimo residual es

$$e_i = y_i - \hat{y}_i = y_i - \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_1 x_i. \tag{1.8}$$

Los residuales tienen un papel importante para investigar la adecuación del modelo de regresión ajustado y para detectar diferencias respecto a las hipótesis básicas.

Los estimadores por mínimos cuadrados $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ tienen algunas propiedades importantes. Además, $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$ son combinaciones lineales de las observaciones y_i, son insesgados, es decir, $E(\hat{\beta}_i) = \beta_i$, para $i = 0, 1$; las expresiones de sus varianzas son: $Var(\hat{\beta}_0) = \sigma^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n\sum_{i=1}^n (x_i-\bar{x})^2}$ y $Var(\hat{\beta}_1) = \sigma^2 \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i-\bar{x})^2}$.

Sea $S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ y $c_i = \frac{(x_i-\bar{x})}{S_{xx}}$ para $i = 1, 2, ..., n$. Entonces

$$\hat{\beta}_1 = \sum_{i=1}^n c_i y_i.$$

La varianza de $\hat{\beta}_1$ se calcula como sigue:

$$Var(\hat{\beta}_1) = Var(\sum_{i=1}^n c_i y_i) = \sum_{i=1}^n c_i^2 Var(y_i),$$

ya que las variables y_i no son correlacionadas, por lo que la varianza de la suma es igual a la suma de las varianzas. La varianza de cada término en la suma es $c_i^2 Var(y_i)$ y hemos supuesto que $Var(y_i) = \sigma^2$; en consecuencia,

$$Var(\hat{\beta}_1) = \sigma^2 \sum_{i=1}^n c_i^2 = \frac{\sigma^2 \sum_{i=1}^n (x_i-\bar{x})^2}{S_{xx}^2} = \frac{\sigma^2}{S_{xx}} = \sigma^2 \frac{1}{\sum_{i=1}^n (x_i-\bar{x})^2}.$$

La varianza de $\hat{\beta}_0$ es:

$$Var(\hat{\beta}_0) = Var(\bar{y} - \hat{\beta}_1\bar{x}) = Var(\bar{y}) + \bar{x}^2 Var(\hat{\beta}_1) - 2\bar{x}Cov(\bar{y}, \hat{\beta}_1).$$

Ahora bien, la varianza de $\bar{y}$ no es más que $Var(\bar{y}) = \frac{\sigma^2}{n}$, y la covarianza entre $\bar{y}$ y $\hat{\beta}_1$ es cero. Así,

$$Var(\hat{\beta}_0) = Var(\bar{y}) + \bar{x}^2 Var(\hat{\beta}_1) = \sigma^2(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}) = \sigma^2 \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n\sum_{i=1}^n (x_i-\bar{x})^2}.$$

Prueba de significancia de la regresión.

$H_0 : \beta_1 = 0 \quad$ vs $\quad H_1 : \beta_1 \neq 0.$

Este juego de hipótesis se relaciona con la significancia de la regresión. El no rechazar $H_0 : \beta_1 = 0$ implica que no hay relación lineal entre x y y. Si se rechaza $H_0 : \beta_1 = 0$, equivale a decir que x explica la variabilidad de y.

Para construir intervalos de confianza para los parámetros desconocidos, la distribución del estadístico de prueba es una t, es decir,

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_1}{se(\hat{\beta}_1)}. \tag{1.9}$$

donde $se = \sqrt{Var(\hat{\beta}_1)}$

El ancho de dichos intervalos es una medida de la calidad general de la recta de regresión.

Un intervalo de confianza de $100(1-\alpha)\,\%$ para la pendiente β_1 se determina por

$$\hat{\beta}_1 - t_{\alpha/2,n-2}se(\hat{\beta}_1) \leq \beta_1 \leq \hat{\beta}_1 + t_{\alpha/2,n-2}se(\hat{\beta}_1), \tag{1.10}$$

y un intervalo de confianza de $100(1-\alpha)$ por ciento para la ordenada al origen β_0 es

$$\hat{\beta}_0 - t_{\alpha/2,n-2}se(\hat{\beta}_0) \leq \beta_0 \leq \hat{\beta}_0 + t_{\alpha/2,n-2}se(\hat{\beta}_0). \tag{1.11}$$

1.4.2. Modelo de Regresión Lineal Múltiple

Un modelo de regresión donde interviene más de una variable regresora se llama modelo de regresión múltiple.

En general, se puede relacionar la respuesta y con k regresores, o variables predictoras. El modelo

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \beta_k x_k + \epsilon, \tag{1.12}$$

se llama modelo de regresión lineal múltiple con k regresores. Los parámetros β_j, $j = 0, 1, ..., k$ son los coeficientes de regresión y cada uno representa el cambio esperado en la respuesta y por cambio unitario en x_j cuando todas las demás variables regresoras $x_i(i \neq j)$ se mantienen constantes.

Se puede escribir en la siguiente forma el modelo muestral de regresión que corresponde a la ecuación (1.12):

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + ... + \beta_k x_{ik} + \epsilon_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^{k} \beta_j x_{ij} + \epsilon_i, \quad i = 0, 1, ..., n. \tag{1.13}$$

La representación matricial es la siguiente:

$$\mathbf{y} = X\beta + \epsilon, \tag{1.14}$$

donde

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ . \\ . \\ . \\ y_n \end{bmatrix}, \tag{1.15}$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} \ldots x_{1k} \\ 1 & x_{21} & x_{22} \ldots x_{2k} \\ . & . & . \ldots . \\ . & . & . \ldots . \\ . & . & . \ldots . \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} \ldots x_{nk} \end{bmatrix}, \tag{1.16}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ . \\ . \\ . \\ \beta_k \end{bmatrix}, \tag{1.17}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ . \\ . \\ . \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}. \tag{1.18}$$

En general $\mathbf{y}$ es un vector de $n \times 1$ de las observaciones, $\mathbf{X}$ es una matriz de $n \times p$ de los niveles de las variables regresoras, β es un vector de $p \times 1$ de los coeficientes de regresión y ε es un vector de $n \times 1$ de errores aleatorios.

El estimador de β por mínimos cuadrados es

$$\hat{\beta} = (\mathbf{X}^t\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^t\mathbf{y}, \tag{1.19}$$

siempre y cuando exista la matrix inversa $(\mathbf{X}^t\mathbf{X})^{-1}$. Esta matriz existe si los regresores son linealmente independientes, esto es, si ninguna columna de la matriz $\mathbf{X}$ es una combinación lineal de las demás columnas.

El modelo ajustado de regresión que corresponde a los niveles de las variables regresoras $x' = [1, x_1, x_2, ..., x_k]$ es

$$\hat{y} = x'\hat{\beta} = \hat{\beta}_0 + \sum_{j=1}^{k} \hat{\beta}_j x_j. \tag{1.20}$$

La diferencia entre el valor observado y_i y el valor ajustado $\hat{y}_i$ correspondiente es el residual $e_i = y_i - \hat{y}_i$. Los n residuales se pueden escribir con notación matricial como sigue:

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}, \tag{1.21}$$

donde $\hat{\beta}$ es un estimador insesgado de β. La covarianza de los estimadores es $Cov(\hat{\beta}) = \sigma^2(\mathbf{X}^t\mathbf{X})^{-1}$, la varianza de los estimadores es $Var(\hat{\beta}_i) = c_{ii}\sigma^2$, donde c_{ii} es el elemento del renglón i y la columna i de $(\mathbf{X}^t\mathbf{X})^{-1}$ y la $Cov(\hat{\beta}_i, \hat{\beta}_j) = c_{ij}\sigma^2$.

Prueba de significancia de la regresión.

La prueba de la significancia es la extensión del caso univariado de la regresión y se usa para determinar si hay una relación lineal entre la respuesta y y cualquiera de las variables regresoras $x_l, x_2, ..., x_k$. Las hipótesis son:

$$H_0 : \beta_0 = \beta_1 = ... = \beta_k = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta_j \neq 0 \text{ al menos para una } j.$$

El rechazo de la hipótesis nula implica que al menos uno de los regresores $x_1, x_2, ..., x_k$ contribuye al modelo en forma significativa.

Fijando un nivel de significancia, para probar la hipótesis H_0 se calcula el estadístico de prueba F_0:

$$F_0 = \frac{\frac{SS_R}{k}}{\frac{SS_{Res}}{(n-k-1)}} \tag{1.22}$$

tiene la distribución $F_{k,n-k-1}$.

En donde la suma de cuadrados de la regresión es

$$SS_R = \hat{\beta}' X' y - \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}{n}, \tag{1.23}$$

la suma de cuadrados de residuales, o suma residual de cuadrados es

$$SS_{Res} = y'y - \hat{\beta}' X' y \tag{1.24}$$

y la suma total de cuadrados es

$$SS_T = y'y - \frac{(\sum_{i=1}^{n} y_i)^2}{n}. \tag{1.25}$$

Y se rechaza H_0 si

$$F_0 > F_{\alpha,k,n-k-1}. \tag{1.26}$$

Pruebas sobre coeficientes individuales de regresión.

Una vez determinado que al menos uno de los regresores es importante, saber cual de ellos su valor es diferente de cero. Las hipótesis para probar la significancia de cualquier coeficiente individual de regresión, como por ejemplo β_j , son

$H_0 : \beta_j = 0 \quad \text{vs} \quad H_1 : \beta_j \neq 0$

Si no se rechaza $H_0 : \beta_j = 0$, quiere decir que se puede eliminar el regresor x_j del modelo. El estadístico de prueba para esta hipótesis es

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{\sigma^2 C_{jj}}} = \frac{\hat{\beta}_j}{se(\hat{\beta}_j)}, \tag{1.27}$$

donde C_{jj} es el elemento diagonal de $(\mathbf{X}^t\mathbf{X})^{-1}$ que corresponde a $\hat{\beta}_j$.

Para construir los intervalos de confianza de los coeficientes de regresión β_j, se continuará suponiendo que los errores ϵ_i están distribuidos normal e independientemente, con promedio cero y varianza σ^2.

Se puede definir un intervalo de confianza de $100(1-\alpha)\,\%$ para el coeficiente de regresión β_j, $j = 0, 1, ..., k$, como sigue:

$$\hat{\beta}_j - t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2}C_{jj} \leq \beta_j \leq \hat{\beta}_j + t_{\alpha/2,n-p}\sqrt{\hat{\sigma}^2}C_{jj}. \tag{1.28}$$

1.5. Modelos Lineales Generalizados

Un método alternativo para transformar datos, cuando no se satisfacen las hipótesis "acostumbradas" de normalidad y de varianza constante, es el que se basa en el modelo lineal generalizado.

El modelo lineal generalizado (MLG) es una unificación de los modelos de regresión lineal y no lineal, que también permite incorporar distribuciones de respuesta no normales. En un modelo lineal generalizado la distribución de la variable de respuesta sólo necesita ser un miembro de la familia exponencial, que comprende las distribuciones normal, de Poisson, binomial, exponencial y gamma.

Un modelo lineal generalizado (MLG) describe una relación entre el promedio de la variable respuesta Y y una variable independiente x. Las relaciones pueden ser más complicadas que $E(y_i) = \alpha + \beta x_i$. Muchos modelos pueden expresarse como MLG, a continuación se describirá al modelo de regresión logística. Un modelo MLG consiste de 3 componentes: una aleatoria, una sistemática y una función liga ([7]).

1. Las variables respuesta $y_1, ..., y_n$ son componentes aleatorias, se asume que son v.a.i.id, cada una tiene distribución que pertenece a la familia exponencial.

2. La componente sistemática en el modelo, es la función lineal en los parámetros de la variable predictora, en nuestro caso: $\alpha + \beta x_i$.

3. La función liga $g(\mu)$ de las 2 componentes $g(\mu_i) = \alpha + \beta x_i$ donde $\mu_i = E(y_i)$ es el promedio de la función liga el cual es llamado la liga identidad.

1.5.1. Modelo de Regresión Logística

Se considera el caso en que la variable respuesta y es binaria o dicotómica, sólo asume dos valores posibles: 0 y 1; esos números podrían ser asignaciones arbitrarias a una respuesta cualitativa. Y tiene una distribución Bernoulli, con $P(y_i = 1) = \pi_i = \pi_i(x_i)$ y $P(y_i = 0) = 1 - \pi_i$, $i = 1, ..., n$ individuos.

Como $E(\epsilon) = 0$, el valor esperado de la variable respuesta es:

$E(y_i) = 1(\pi_i) + 0(1 - \pi_i) = \pi_i$.

La respuesta esperada es la probabilidad de que la variable de respuesta tenga el valor 1.

La forma del modelo de regresión logística es

$$\pi(x) = \frac{exp(\beta_0 + \beta_1 x)}{1 + exp(\beta_0 + \beta_1 x)} + \epsilon. \tag{1.29}$$

donde x es una variable categórica y toma el valor de 0 ó 1.

El momio se define como la razón de la probabilidad de que ocurra un evento y la probabilidad de que no ocurra:

$$\frac{\pi}{1 - \pi} = exp(\beta_0 + \beta_1 x) + \epsilon. \tag{1.30}$$

donde x es una variable categórica y toma el valor de 0 ó 1.

La transformación de $\pi(x)$ es el estudio de la regresión logística por medio de la transformación logit, que se define en términos de $\pi(x)$ como:

$$g(x) = ln[\frac{\pi(x)}{1-\pi(x)}] = \beta_0 + \beta_1 x + \epsilon. \tag{1.31}$$

donde x es una variable categórica y toma el valor de 0 ó 1.

La importancia de esta transformación es que $g(x)$ tiene muchas de las propiedades deseables de un modelo de regresión lineal, es decir, es una función lineal de las variables independientes, y que permite que la probabilidad estimada de π esté en el rango de valores de 0 y 1.

Como la respuesta es binaria, entonces el error ϵ sólo puede tener dos valores, que son:

$\epsilon = 1 - \pi(x)$ cuando $Y = 1$,
$\epsilon = -\pi(x)$ cuando $Y = 0$.

La varianza del error no es constante, ya que:

$var(y_i) = E((y_i)^2) - (E(y_i))^2 = \pi_i - (\pi_i)^2 = \pi_i(1-\pi_i)$.

En este caso ϵ esta distribuido de forma binomial.

Estimación de los parámetros.

Se usará el método de máxima verosimilitud para estimar los parámetros del predictor lineal $\beta_0 + \beta_1 x$. Sea $\beta' = (\beta_0, \beta_1)$.

$$L(\beta) = ln \prod_{i=1}^{n} \pi_i^{y_i}(1-\pi_i)^{1-y_i} = \sum_{i=1}^{n}[y_i ln[\pi(x_i)] + (1-y_i) ln[1-\pi(x_i)]]. \tag{1.32}$$

Para encontrar el valor de β que maximize $L(\beta)$ se diferencia $L(\beta)$ con respecto a β_0 y β_1 y se iguala a cero el conjunto de expresiones resultantes. Estas ecuaciones son:

$$\sum_{i=1}^{n}[y_i - \pi(x_i)] = 0 \tag{1.33}$$

y

$$\sum_{i=1}^{n} x_i[y_i - \pi(x_i)] = 0. \tag{1.34}$$

Para la regresión logística las expresiones en las ecuaciones anteriores son no lineales en β_0 y β_1 y se requieren métodos especiales para su solución, por lo que se utilizan programas de cómputo.

Sea $\hat{\beta}$ el estimador final de los parámetros del modelo.
El valor esperado del modelo de regresión logística se escribe:

$$\hat{\pi} = \frac{exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x)}{1 + exp(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x)}. \tag{1.35}$$

Prueba de significancia de los coeficientes.

Un modelo saturado es aquel que contiene tantos parámetros como hay puntos de datos. La comparación de observar a los valores previstos usando la función de verosimilitud está basada en la siguiente expresión:

$$D = -2ln[\frac{verosimilitud\ del\ modelo\ ajustado}{verosimilitud\ del\ modelo\ saturado}]. \tag{1.36}$$

La cantidad en el interior de los corchetes de la expresión (1.36) es llamada proporción de verosimilitud. Usando las ecuaciones (1.32) y (1.36) obtenemos:

$$D = -2\sum_{i=1}^{n}[y_i ln(\frac{\hat{\pi}_i}{y_i}) + (1 - y_i)ln(\frac{1 - \hat{\pi}_i}{1 - y_i})]. \tag{1.37}$$

El estadístico D en la ecuación (1.37) es llamado la desviación.

$G = D(para\ el\ modelo\ sin\ la\ variable)$ - $D(para\ el\ modelo\ con\ la\ variable)$

ó

$$G = 2[\sum_{i=1}^{n}[y_i ln(\hat{\pi}_i) + (1-y_i)ln(1-\hat{\pi}_i)] - [\sum y_i ln(\sum y_i) + \sum(1-y_i) - nln(n)]]. \tag{1.38}$$

Bajo la hipótesis de que $\beta_1 = 0$, el estadístico G seguirá una distribución ji-cuadrada con 1 grado de libertad.

1.5.2. Modelo de Regresión Logística Múltiple

Si se considera la colección de p variables independientes que se denotan por el vector $x' = (x_1, x_2, ..., x_p)$, entonces la transformación logit del modelo de regresión logística múltiple está dado por la ecuación:

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + ... + \beta_p x_p + \epsilon, \tag{1.39}$$

en cuyo caso

$$\pi(x) = \frac{e^{g(x)}}{1 + e^{g(x)}}. \tag{1.40}$$

Si algunas de las variables independientes son discretas, variables de escala nominal (como raza, sexo, el grupo de tratamiento, etc.), entonces no es conveniente incluírlas en el modelo como si se tratara de intervalo de escala. Esto se debe a que los números usados para representar los distintos niveles no son más que identificadores, y no tienen significado numérico. En este caso el método de elección es el uso de un conjunto de variables de diseño (o variables indicadoras).

La mayor parte de los software de regresión logística generan las variables indicadoras. Si la variable de escala nominal tiene k posibles valores, entonces son necesarias $k-1$ variables indicadoras. Supongamos que la j-ésima variable independiente, x_j tiene k_j niveles. Las $k_j - 1$ variables indicadoras son denotadas como D_{ju} y los coeficientes de estas variables son denotadas como β_{ju}, $u = 1, 2, ..., k_j - 1$. Así, la transformación logit para el modelo con p variables y la j-ésima variable sería

$$g(x) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + ... + \sum_{u=1}^{k_j-1} \beta_{ju} D_{ju} + \beta_p x_p. \tag{1.41}$$

Estimación de los parámetros.

Sea $\beta' = (\beta_0, \beta_1, ..., \beta_p)$. El método utilizado para estimar los parámetros es el de máxima verosimilitud. Las ecuaciones de verosimilitud que resultan son:

$$\sum_{i=1}^{n} [y_i - \pi(x_i)] = 0 \tag{1.42}$$

y

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} [y_i - \pi(x_i)] = 0 \tag{1.43}$$

para $j = 1, ..., p$.

Aquí la solución de estas ecuaciones requieren programas de cómputo, donde $\hat{\beta}$ denota la solución de estas ecuaciones. Por lo tanto, los valores ajustados de el modelo de regresión logística múltiple es $\hat{\pi}(x_i)$:

$$\hat{\pi}(x) = \frac{e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + ... + \hat{\beta}_p x_p}}{1 + e^{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + ... + \hat{\beta}_p x_p}}. \tag{1.44}$$

Prueba para la significancia de el modelo.

La prueba está basada en el estadístico G dado en la ecuación (1.37). La diferencia es que los valores ajustados, $\hat{\pi}$, bajo el modelo están basados en el vector que contiene *p+1* parámetros, $\hat{\beta}$. Bajo la hipótesis nula que los p coeficientes de la pendiente de las covariables en el modelo es igual a cero, la distribución de G será una ji-cuadrada con p grados de libertad.

Prueba de Wald: Al estimar los coeficientes del modelo y para conocer la importancia de cada variable incluída en el modelo, es necesario probar si un parámetro β_i es diferente de cero, lo cual equivale a la hipótesis nula:

$H_0 : \beta_i = 0 \ \ vs \ \ H_a : \beta_i \neq 0 \ \ i = 1, ..., p.$

La prueba estadística utilizada para probar la hipótesis nula es la estadística de Wald, la cual se obtiene dividiendo el estimador de máxima verosimilitud del parámetro β_i entre el estimador de su error estándar:

$$W = \frac{\hat{\beta}_i}{\hat{se}(\hat{\beta}_i)}. \tag{1.45}$$

El resultado de este cociente bajo la hipótesis nula H_0, sigue el patrón de una distribución normal estándar, por lo que permite probar la significación estadística del coeficiente β_i, mediante la comparación con una distribución normal estandarizada Z. Es decir, si $P(|Z| > |W|) < p$, donde p es el nivel de significancia admitido, se rechaza la hipótesis H_0.

Selección de variables:

Los criterios para la inclusión de una variable en un modelo pueden variar de un problema a otro y de una disciplina científico a otra. Para el enfoque tradicional de la construcción de modelos estadísticos es necesario conocer el modelo más parsimonioso que aún explica los datos. Las razones para reducir al mínimo el número de variables en el modelo es que el modelo resultante es más probable que sea numéricamente estable, y es más fácil de generalizar.

Hay ciertos pasos que uno puede seguir para ayudar en la selección de las variables de un modelo de regresión logística. Todo el proceso es similar al usado en regresión lineal.

(1) El proceso de selección debe comenzar con un cuidadoso análisis univariante de cada variable. Para las variables nominales, ordinales y continua con algunos valores enteros, se sugiere que esto se haga con una tabla de contingencia de los resultados $(y = 0, 1)$ frente a los k niveles de la variable independiente. El cociente de probabilidad ji-cuadrado con $k - 1$ grados de libertad es exactamente igual al valor de la prueba de cociente de probabilidad para la significación de los coeficientes para las $k - 1$ variables de diseño en un modelo de regresión logística univariado que contiene sólo la variable independiente. La ji-cuadrada de Pearson

es asintóticamente equivalente a la proporción de probabilidad ji-cuadrada.

El análisis univariante consiste en ajustar un modelo de regresión logística para obtener el coeficiente estimado, la estimación del error estándar, la prueba para la significancia de los coeficientes y el estadístico Wald univariado. Una alternativa al análisis es la prueba t de dos muestras. Por lo tanto, el análisis univariado basado en la prueba t debe ser útil para determinar si la variable debe ser incluida en el modelo, ya que el p-valor debe ser del mismo orden de magnitud que el de la Wald, prueba de Score o la prueba de razón de verosimilitud de la regresión logítica ([15]).

Para las covariables continuas, se puede desear complementar la evaluación de la adecuación logística univariada con algún tipo de diagrama de dispersión suavizado.

(2) Una vez finalizado el análisis univariado hay que seleccionar las variables para el análisis multivariado. Cualquier variable cuya prueba univariada tenga un valor de $p < 0.25$ podría ser considerada como candidata para el modelo multivariado junto con otras variables de conocida importancia biológica.

El uso de un nivel de 0.25 como criterio para la selección de las variables candidatas está basado en el trabajo de Bendel y Afifi(1977) sobre regresión lineal y el trabajo de Mickey y Greenland (1989) sobre regresión logística. Estos autores muestran que el uso de un nivel más tradicional (como 0.05) a menudo no se identifican las variables conocidas por su importancia.

Otro método para la selección de variables es el uso de un procedimiento paso a paso en el que las variables se seleccionan incluyendolas o excluyendolas del modelo de forma secuencial, basado únicamente en criterios estadísticos. Hay dos versiones principales del procedimiento paso a paso: (a) selección hacia adelante con una prueba de eliminación hacia atrás y eliminación hacia atrás seguido por una prueba de selección hacia adelante.

(3) Tras el ajuste del modelo multivariado, la importancia de cada variable incluida en el modelo debe ser verificada. Esto debe incluir (a) una evaluación de la estadística de Wald por cada variable y (b) una comparación de cada coeficiente estimado con el coeficiente del modelo univariado que contiene sólo la variable.

(4) Una vez que se ha obtenido un modelo que pensamos contiene las variables esenciales, debemos mirar más de cerca las variables del modelo y considerar la necesidad de incluir términos de interacción entre las variables. La decisión final sobre si un término de interacción debe ser incluido en un modelo se debe basar

en consideraciones estadísticas y prácticas.

Capítulo 2

La Enseñanza de las matemáticas

En todo el sistema de enseñanza las matemáticas han ocupado siempre un papel privilegiado y despiertan sentimientos encontrados: mientras que la gran mayoría mantiene hacia ellas una mezcla de respeto, formada durante los años escolares y producto de no haber sido capaces de dominarlas sino de sentirse dominados por ellas, para otros, pocos, son lo más bello del mundo y las aman con pasión. Las razones de esto hay que buscarlas en la peculiar naturaleza de las matemáticas como ciencia y en que cuando su enseñanza se empieza mal no se consigue avanzar. Las matemáticas han sido consideradas como una disciplina de un gran valor formativo además de algo necesario, como contenido, para cualquier tipo de estudio que se realice. Este capítulo está basado en las referencias [8] y [9] que hablan de estudios realizados en otros países sobre la enseñanza de las matemáticas y el gusto que los alumnos manifiestan hacia ella.

2.1. Las matemáticas en la sociedad

En el pasado las matemáticas eran consideradas como la ciencia de la cantidad, referida a las magnitudes (como en la geometría), a los números (como en la aritmética), o a la generalización de ambos (como en el álgebra). Hacia mediados del siglo XIX las matemáticas se empezaron a considerar como la ciencia de las relaciones, o como la ciencia que produce condiciones necesarias. Esta última noción abarca la lógica matemática o simbólica, ciencia que consiste en utilizar símbolos para generar una teoría exacta de deducción e inferencia lógica basada en definiciones, axiomas, postulados y reglas que transforman elementos primitivos en relaciones y teoremas más complejos. Se considera que los medios más eficientes para aprender las matemáticas, son los siguientes ([8]):

1. Experiencias directas con la realidad.
2. Excursiones escolares.
3. Objetos, especímenes y modelos.
4. Auxiliares de la actividad.
5. Auxiliares visuales (material pictórico).
6. Auxiliares auditivos.
7. Auxiliares audiovisuales.
8. Símbolos de representación plana.

De acuerdo a su grado de abstracción y concreción, el autor Edgar Dale ([18]) compone lo que se denomina "El cono de la experiencia", que en forma de pirámide presenta los medios desde los más abstractos (en el vértice) hasta los más concretos (en la base). Es importante destacar que de una manera didáctica también se pueden enseñar las matemáticas ante la sociedad, entre éstas tenemos:

1. Objetos originales.
2. Reproducciones de objetos originales.
3. Representaciones gráficas, orales y escritas.
4. Símbolos.
5. Medios cibernéticos de enseñanza.

Cabe señalar, además, los medios de enseñanza generales: medios técnicos, mobiliario y otros elementos de uso generalizado. Los medios empíricos, donde la representación o reproducción de la naturaleza es de forma directa. Los medios simbólicos, dados por representaciones en el plano abstracto y cuyos símbolos son convencionales, determinados por la vida social. Por ende, no se puede dejar de mencionar que los medios de transmisión de información, son de suma importancia porque atraen la atención de la sociedad y por esto es que su función esencial es la transmisión de las particularidades de los contenidos, son predominantemente informativos. Ejemplo de ellos son el pizarrón, fotografías, maquetas, modelos, láminas, mapas, murales, cine, televisión, acetatos, etc. Medios de entrenamiento: simuladores y entrenadores cuya función esencial es la formación de hábitos y habilidades. Son equipos de diferentes estructuras técnicas que van desde relojes hechos en cartulina para que los niños aprendan la hora hasta entrenadores para cosmonautas.

En concordancia con el enfoque que se le debe dar a la enseñanza para lograr el desarrollo de un proceso docente educativo participativo mediante la resolución de problemas y con métodos que estimulen a los estudiantes, se deben trabajar los medios de enseñanza con un enfoque de sistema, concibiéndolos de forma integrada de manera tal que se produzca un resultado superior ante la sociedad. Para lograr un hombre instruido, desarrollado y educado se requiere de un proceso docente educativo al menos a un nivel de asimilación productivo, pero además motivado, afectivo, emotivo, que estimule a los escolares y los incorpore conscientemente a su propio desarrollo. Las matemáticas son eficientes cuando logran transformar la necesidad social en motivos para los estudiantes, esto es muy importante pues cuando el estudiante está motivado, su mayor satisfacción reside en la asimilación del contenido y se le convierte en una necesidad el desarrollo de habilidades como una vía fundamental para resolver los problemas que se le presentan de la vida cotidiana.

De esa forma aumenta su credibilidad sobre la importancia y necesidad de las matemática en la vida cotidiana, convencido de que el contenido que asimila se convertirá en una herramienta para resolver problemas. Por tanto la carga emocional que implica el método de aprendizaje es la mayor satisfacción del estudiante. En la enseñanza de las matemáticas el profesor debe insistir en que el estudiante adquiera el conocimiento en tanto le es significativo para su actuación posterior (la instrucción), de forma que la aspiración del estudiante no se reduzca a la satisfacción inmediata de un examen final de las matemáticas, de esta manera los objetivos generales se transforman, en el estudiante, en motivo esencial del esfuerzo relativo en su actividad docente (el desarrollo). Para lograr esto, los problemas a presentarles en las matemáticas deben dejar explícito, en lo posible, su vinculación con objetos reales.

Los ideales se forman mediante la participación activa del estudiante, en la solución de problemas sociales. El se esfuerza, desarrolla su voluntad y en esa tensión organiza y reorganiza los contenidos que domina, flexibiliza el sistema de conocimientos y habilidades que posee para adecuarlos a las condiciones concretas de algún problema planteado al que tiene que llevar a cabo. Ese es el camino para la formación educativa pero sin olvidar que para lograr formar convicciones en los estudiantes se hace necesario la imprescindible relación entre lo afectivo y lo cognitivo, mediante la comunicación entre el profesor y el estudiante y mediante la actividad que estos desarrollan.

Una preocupación que constantemente tienen los maestros de matemáticas es la del bajo rendimiento escolar de los alumnos y sus dificultades. Pareciera que la asignatura es especialmente problemática. El contenido disciplinario lo es: su naturaleza es abstracta, su lenguaje simbólico y requiere de una curiosa combinación de conceptos, operaciones y discernimiento, para que pueda ser útil en la solución de situaciones problemáticas. Como complemento, la actividad escolar en matemáticas es compleja y a veces poco comprendida por los propios maestros.

Enseñar matemáticas no garantiza saber matemáticas, por otro lado, aunque se tenga una buena formación psicopedagógica, difícilmente puede enseñarse bien un objeto que se desconoce o que se conoce limitadamente. El problema se ubica en la educación matemática, y no en una u otra disciplinaria. Las dificultades de los alumnos en esta materia, son mucho más de lo que se quisiera. En algunos maestros está latente en sus reflexiones como parte de una culpa que no puede ser superada con esfuerzos que se orientan tan solo con la buena voluntad.

A través del trabajo cotidiano en algunas escuelas secundarias, se observó que, salvo contadas excepciones, el rendimiento que los alumnos mostraban en una materia escolar generalmente es similar al que se muestra en lo demás. El carácter global de los planes de estudio y la presión que ejercen los padres de familia sobre los adolescentes crean condiciones para que en las actividades escolares se manifiesten hábitos de trabajo y disciplina que de alguna forma hacen que el alumno avance de manera más ó menos homogénea. El rendimiento escolar se manifiesta individualmente, tiene repercusiones de índole social. Esto es, si bien el rendimiento escolar es sólo un aspecto del proceso educativo, representa una valoración de logros y con ello también de posibilidades en otros ámbitos, pues en una sociedad competitiva y con recursos limitados como la nuestra, la educación pública no está asegurada para todos, y la permanencia del sujeto en el sistema social está condicionada a que él haya " probado" cierta capacidad ([8]).

2.2. Enseñanza de las Matemáticas

Las matemáticas es la asignatura de mayor necesidad e importancia para todas las sociedades y, especialmente, para las tecnológicamente avanzadas, su aplicación es evidente en la totalidad de las profesiones, pero al mismo tiempo es la peor comprendida y la que arrastra una reputación que intimida a una gran cantidad de personas; según lo afirma Bishop (1999) ([5]) representa para muchos la pesadilla y el fantasma que se debe enfrentar a lo largo del proceso educativo.

La enseñanza de las matemáticas se ha convertido en la piedra angular del proceso formativo de las personas. Son numerosas las investigaciones que dan cuenta de la importancia de las matemáticas en la formación del ser humano. Entre ellos, el tercer estudio internacional de matemáticas y ciencias (TIMSS), realizado entre los años de 1991 y 1995 en el que participaron más de 500,000 alumnos, provenientes de 15,000 centros docentes de 45 países. Entre sus conclusiones, destacan la consideración de las matemáticas como una materia esencial, para la formación de los jóvenes en todos los países del mundo, y su importancia para el desarrollo de hábitos de razonamiento riguroso y crítico en los humanos. De igual manera, la UNESCO conjuntamente con la unión matemática internacional declaró el año 2000 como el año internacional de las matemáticas. En este evento, se le proclamó como la disciplina clave para el desarrollo de las sociedades. Asimismo, se decidió promocionar su presencia en la llamada sociedad de la información.

Tanto la enseñanza como el aprendizaje de esta disciplina son áreas reconocidamente problemáticas en diversas partes del mundo (Bishop, 1999; Baroody, 2000; Hernández y Soriano, 1999; Mora, 2001; González, 2004) ([5]), la referencia a esta ciencia significa abordar uno de los ámbitos de mayor complejidad y criticidad dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, debido entre otras razones, al reducido número de estudiantes que logran a través de su paso por el sistema educativo los niveles de competencia adecuados que le proporcionen satisfacción a partir de su desempeño. Por el contrario, la gran mayoría reporta insatisfacción, frustración, miedo, apatía y desencanto, con la consiguiente actitud negativa hacia esta disciplina, y todo lo que de alguna manera se relacione con ella.

Como consecuencia de estos aspectos, se observa en los resultados de diversas investigaciones, que la matemática tiende a constituirse en un filtro selectivo en todos los sistemas educativos de cualquier país. Un estudio realizado por el National Research Council en 1989 corrobora estas afirmaciones al señalar que en los Estados Unidos la mala preparación de la población en esta área es alarmante, con las graves consecuencias económicas, sociales y políticas que esto conlleva. Asimismo, el informe del diagnóstico general del sistema educativo español, elaborado por el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación (INCE), presentado en el año 2002, revela a la matemática como la asignatura con mayor porcentaje de aplazados y fracasos escolares en el último tramo de educación secundaria obligatoria. En una investigación, presentada por Vílchez (1999) se subraya que el estudio de la matemática en los centros educativos costarricenses, tanto en la educación básica como en educación superior, es sumamente complejo, los alumnos muestran una apatía automática frente a los retos que les impone la rigurosidad y la abstracción, características propias de esta ciencia.

México no escapa de esta dificultad, los estudios tanto cuantitativos como cualitativos así lo señalan, mostrando resultados muy bajos en el aprendizaje matemático, y problemas muy serios con respecto a su enseñanza. Las pruebas Enlace que se aplican a los alumnos en diferentes niveles de educación, en el nivel medio superior presentan un dominio insuficiente y elemental en la habilidad matemática y en el caso de nuestro estado, en la prueba realizada en el 2010 el 42.4 % muestran un dominio insuficiente en esta habilidad ([20]).

Los estudios de Morales (1995) y Cárdenas (1995) ([6]), demuestran que las dificultades en el aprendizaje matemático se van acentuando a medida que el estudiante avanza en el sistema educativo y llega a sus niveles mas críticos en la educación superior, donde esta asignatura presenta la mayor cantidad de reprobados, concentrados en los primeros semestres de las diferentes carreras con los consecuentes elevados índices de exclusión, repetición, deserción, abandono y bajo rendimiento académico. En educación media el aprendizaje recae totalmente en el docente.

El profesor tiene la obligación de controlar toda la actividad, incluso como afirman Gascón y Muñoz (2004) ([12]), lograr que el alumno se interese por la matemática y esté motivado para su estudio. En el nivel medio se han incorporado profesores con una formación muy alejada del área de la matemática, lo que trae como consecuencia que los profesores de matemáticas dejen de ser matemáticos, para ser solo docentes, lo que provoca que la separación entre el contenido de la enseñanza matemática y la forma de dictar la asignatura que tiene el docente, es decir, el componente pedagógico de la enseñanza, se siga profundizando (Gascón, Muñoz y Sales, 2004) ([12]). Inclusive existen docentes que no tienen interés ni les gusta esta asignatura, pero la están dictando.

Este problema no acepta soluciones inmediatas y requiere de un enorme esfuerzo de todos los que de alguna manera estamos involucrados en la vida educativa del país. Es necesario un enorme esfuerzo de investigación para que este problema sea totalmente comprendido y resuelto. No hay soluciones mágicas, basadas en el sentido común, las buenas intenciones, la experiencia y la reflexión aislada.

En conclusión, las matemáticas se siguen enseñando de la misma manera, con ese carácter formalista, riguroso y abstracto, dominada por reglas complejas muy precisas, aplicables a ejercicios rutinarios sin ninguna conexión con la realidad y otras áreas del saber. Para Hernández y Soriano (1999) ([14]) este aspecto aparece como denominador común a nivel mundial, donde se aprecia que una cosa es lo escrito en los programas de esta asignatura, y otra cosa muy diferente lo que se vive diariamente en el aula. Los estudiantes siguen abordando esta asignatura repitiendo contenidos mecánicamente sin comprenderlos, y cuando llegan a la universidad sufren los sinsabores de no entender qué pasó con sus conocimientos, cómo aplicar lo que les enseñaron.

¿Por qué la enseñanza de las matemáticas es tarea difícil?

La matemática es una actividad vieja y polivalente. A lo largo de los siglos ha sido empleada con objetivos profundamente diversos. Fue un instrumento para la elaboración de vaticinios, entre los sacerdotes de los pueblos mesopotamios. Se consideró como un medio de aproximación a una vida más profundamente humana y como camino de acercamiento a la divinidad, entre los pitagóricos. Fue utilizado como un importante elemento disciplinador del pensamiento, en el Medievo. Ha sido la más versátil e idónea herramienta para la exploración del universo, a partir del Renacimiento. Ha constituído una magnífica guía del pensamiento filosófico, entre los pensadores del racionalismo y filósofos contemporáneos. Ha sido un instrumento de creación de belleza artística, un campo de ejercicio lúdico, entre los matemáticos de todos los tiempos.

Por otra parte la matemática misma es una ciencia intensamente dinámica y cambiante. De manera rápida y hasta turbulenta en sus propios contenidos. Y aún en su propia concepción profunda, aunque de modo más lento. Todo ello sugiere que, efectivamente, la actividad matemática no puede ser una realidad de abordaje sencillo. El otro miembro del binomio educación-matemática, no es tampoco nada simple. La educación ha de hacer necesariamente referencia a lo más profundo de la persona, una persona aún por conformar, a la sociedad en evolución en la que esta persona se ha de integrar, a la cultura que en esta sociedad se desarrolla, a los medios concretos personales y materiales de que en el momento se puede o se quiere disponer, a las finalidades prioritarias que a esta educación se le quiera asignar, que pueden ser extraordinariamente variadas. La complejidad de la matemática y de la educación sugiere que los teóricos de la educación matemática, y no menos los agentes de ella, deban permanecer constantemente atentos y abiertos a los cambios profundos que en muchos aspectos la dinámica rápidamente mutante de la situación global venga exigiendo.

La educación, como todo sistema complejo, presenta una fuerte resistencia al cambio. Esto no es necesariamente malo. Una razonable persistencia ante las variaciones es la característica de los organismos vivos sanos. Lo malo ocurre cuando esto no se conjuga con una capacidad de adaptación ante la mutabilidad de las circunstancias ambientales. En la educación matemática a nivel internacional apenas se habrían producido cambios de consideración desde principios de siglo hasta los años 60. A comienzos de siglo había tenido lugar un movimiento de renovación en educación matemática, gracias al interés inicialmente despertado por la prestigiosa figura del gran matemático alemán Felix Klein, con sus proyectos de renovación de la enseñanza media y con sus famosas lecciones sobre Matemática elemental desde un punto de vista superior (1908). En España ejercieron gran influencia a partir de 1927, por el interés de Rey Pastor, quien publicó, en su Biblioteca Matemática, su traducción al castellano.

En los años 60 surgió un fuerte movimiento de innovación. Se puede afirmar con razón que el empuje de renovación de aquél movimiento, a pesar de todos los desperfectos que ha traído consigo en el panorama educativo internacional, ha tenido con todo la gran virtud de llamar la atención sobre la necesidad de alerta constante sobre la evolución del sistema educativo en matemáticas a todos los niveles. Los cambios introducidos en los años 60 han provocado mareas y contramareas a lo largo de la etapa intermedia. Hoy día, podemos afirmar con toda justificación que seguimos estando en una etapa de profundos cambios.

¿Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas se explica por los métodos de enseñanza?

La mayor parte de los maestros de matemáticas, se han formado en escuelas o facultades de matemáticas en donde la interacción con otras disciplinas, inclusive tan cercanas como la física, es tradicionalmente escasa. En nuestro sistema educativo, la enseñanza verbalista tiene una larga tradición y los alumnos están acostumbrados a ella. Esta poderosa inercia ha impedido a los estudiantes percatarse que en las ciencias, en particular en las matemáticas, lo importante es entender.

En lo general, los alumnos en lugar de estar atentos a los razonamientos y participar en clase, se limitan, por tradición de aprendizaje, a tomar apuntes que después tratarán de memorizar al estudiar para sus exámenes. Un gran número de factores contribuyen a que esta situación no cambie: con frecuencia el maestro está acostumbrado a este estado de cosas y lo ve como natural; por lo extenso de los programas, el maestro decide cubrirlos en su totalidad y no se da tiempo para generar el diálogo, fomentar las intervenciones de los alumnos y hacerles ver que es posible sacar más provecho a los tiempos de las clases.

Lo anterior tiene como consecuencia que el interés por las matemáticas surja de las matemáticas mismas y no de la interacción con las otras ciencias. Los profesores de las otras disciplinas que requieren de las matemáticas como herramienta que sitúe e interrelacione adecuadamente, las ideas y conceptos centrales, han recibido su formación en instituciones donde han aprendido a eludir el uso de las matemáticas; actitud que mantienen, a pesar de que en sus disciplinas, las matemáticas cada día cobran mayor relevancia. La amplitud de los programas de los cursos, la rapidez con que éstos se imparten, la falta de ejemplos que muestren la relación de las materias con el resto del currículum y la escasa motivación con que los emprenden, no permiten al alumno ubicar correctamente el contenido, limitando su esfuerzo a estudiar para pasar los exámenes, material que olvida en su mayor parte.

Esto último, tiene como consecuencia, que los profesores se encuentren constantemente con la disyuntiva de repasar el material que se supone que los alumnos ya conocían, cuestión que va en contra del cumplimiento cabal del nuevo contenido, o continuar adelante, dando por sabido los antecedentes. El desfase entre los cursos de matemáticas y los de las otras disciplinas en las que, según lo programado, el alumno aplicará los conocimientos matemáticos adquiridos, tiene como consecuencia una confusión considerable por parte de los alumnos, que se ve acrecentada aún más cuando los profesores de las otras disciplinas le "dan la vuelta" al uso de las matemáticas.

Esta dificultad se podría salvar si en los cursos de matemáticas se contemplasen también los usos y las aplicaciones de los temas matemáticos en estudio, pero con frecuencia el profesor de matemáticas no tiene tiempo para verlos o los desconoce. Sin embargo el problema es significativo en los cursos impartidos por profesores temporales. Estos profesores no tienen tiempo para familiarizarse con el sistema modular y no hay un programa específico para ellos. Otro grave problema es que, no forma parte de los hábitos de los alumnos el recurrir a asesorías y, cuando lo hacen, el profesor dispone de poco tiempo para ello o carece de la formación y experiencia necesarias para entender, de manera personalizada, las dificultades específicas de un estudiante.

Además de que en las instituciones hay poco espacio destinado a los alumnos para el estudio en equipo, éstos no están acostumbrados a ello, haciendo que los malos hábitos de estudio se perpetúen por no contar con espacios colectivos en los que, en su caso, podrían ser confrontados por la experiencia de otros compañeros. En la formación del alumno, las matemáticas forman un cuerpo de conocimientos ajeno a su área de estudio, pues ni los profesores de matemáticas ni los de las propias disciplinas ven las interrelaciones entre las matemáticas y las especialidades que cultivan, ni tampoco las aplicaciones.

Tanto los profesores de matemáticas, como los de las otras asignaturas y los alumnos están convencidos de la necesidad de las matemáticas en los planes de estudio específicos de cada disciplina. Pero cuando se les pregunta con más detalle y profundidad, no muestran claridad en el porqué de ello. Bajo estas circunstancias, los contenidos matemáticos de los planes de estudio no tiene una justificación clara, lo que provoca que se discutan diversos contenidos muy contrastantes e inclusive se piense, cada tanto, en la eliminación de las matemáticas.

Como consecuencia, el alumno no le da importancia, ni pone empeño en el aprendizaje de las matemáticas, conformándose con aprobar los cursos y olvidando sus contenidos tan pronto eso sucede. Otra situación que se presenta con frecuencia es la falta de interés de los profesores para discutir los cursos que tradicionalmente muestran dificultades especiales, reflejadas en los altos porcentajes de deserción y reprobación. Ponerse de acuerdo, por ejemplo, al elegir un texto que sea usado por los alumnos a lo largo de varios semestres. Son pocos los que participan en las discusiones y todavía menos los que se comprometen a llevar a cabo un trabajo concreto.

Puede afirmarse que una parte considerable del profesorado piensa que su compromiso docente queda cubierto, de manera suficiente, con la impartición de sus cursos y que eso basta para que los alumnos lleguen a los cursos posteriores con la preparación adecuada. Así mismo, esta amplia proporción de profesores considera que el establecer las relaciones entre los temas de diversos cursos es un problema que atañe, esencialmente, a los que diseñaron los planes y programas de estudio.

A partir de estos puntos de vista, resulta opcional y no obligatorio, asistir a reuniones para discutir cómo cumplir con los programas de estudio, elegir un texto que sea usado por alumnos a lo largo de varios semestres o la elaboración de exámenes departamentales. Para esta concepción del trabajo docente, la simple unión de esfuerzos individuales, establecida por los planes, hará que la formación de buen nivel de los estudiantes ocurra por añadidura, esto es, sin esfuerzo adicional alguno de relación entre colegas. Una situación que también se presenta es que el profesor, cuando se percata de las dificultades que tienen los alumnos en sus cursos, considera que, en gran parte, él es responsable por lo que decide tomar medidas al respecto. Las que están a su alcance suelen ser: leer o consultar un texto de didáctica general, o tomar un cursillo en donde se encuentra con puntos de vista interesantes, pero que no le ayudan a mejorar su situación, pues el problema radica en que, a pesar de tener una formación matemática amplia y dominar muchos temas avanzados, no maneja los temas básicos con suficiente soltura y no ha ubicado correctamente los puntos finos de su enseñanza y aprendizaje. La didáctica puede aportar mucho, pero de ninguna manera sustituye al conocimiento profundo de la materia a impartir.

Una problemática que en sentido estricto corresponde a los profesores, pero que incide en los puntos arriba mencionados, es que en general la adquisición del conocimiento es vista como un fenómeno mecánico en el que los alumnos simple y sencillamente van almacenando las nuevas ideas y conocimientos, y no toman en cuenta que el proceso de construcción del conocimiento es sensiblemente más complicado y que no se lleva a cabo de manera homogénea en todos los alumnos de un curso. Por ello la discusión, en el seno de los departamentos de matemáticas, de los problemas de la docencia es importante. Esta discusión debería incluir, entre otros temas: cómo se lleva a cabo la construcción y adquisición del conocimiento; nuevas presentaciones de los temas que conforman posprogramas de las materias; cambios curriculares; evaluación de los alumnos y sobre todo, el compartir experiencias -exitosas o no- en el apasionante espacio de la enseñanza.

Un reclamo constante de los profesores de matemáticas es que, en muchos casos, los alumnos llegan a la institución con una preparación matemática francamente deficiente que les impide un aprovechamiento mínimamente aceptable en los cursos de nivel superior, situación que sólo en un alto porcentaje de reprobación y deserción, que son preocupaciones constantes, tanto de los profesores como de las autoridades. Tratando de mejorar la situación, se han puesto en marcha distintos programas: rediseño del examen de ingreso, exámenes de ubicación, cursos propedéuticos, etc.; pero los resultados no han sido los esperados, quizás porque se requiere de un acercamiento que contemple el problema dentro de un marco más general y busque soluciones a más largo plazo ([9]).

2.3. Gusto por las matemáticas

Los resultados reflejados en distintos informes nacionales e internacionales (Cockroft, T.I.M.S.S., Ministerio de Educación y Ciencia, Pisa, etc.) confirman la complejidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas tanto en su vertiente intrínseca o epistemológica como extrínseca (políticas y modelos educativos). Se han buscado y creado situaciones didácticas que permitan abordar los obstáculos epistemológicos y se han revisado contenidos, metodologías, estrategias y recursos. Pero todo ello, en nuestra opinión, ha de tener como referente al alumno y, por tanto, habría que “conocer” al alumno para encontrar situaciones didácticas desde la realidad del alumno que propicien medidas que disminuyan el fracaso escolar.

Las muy relevantes aportaciones de Z.P. Dienes y Piaget ([11]), entre otros, nos han ayudado a estructurar el pensamiento matemático y desentrañar su desarrollo en función del estadio evolutivo del niño. Al decir “conocer” al alumno, no nos referimos, únicamente, a la necesaria consideración de la fase en la que se encuentre el estudiante en el desarrollo del pensamiento matemático y de su estadio evolutivo sino a un conjunto de elementos de tipo cognitivo y afectivo-emocional que configuran lo que podríamos denominar el perfil matemático del alumno.

Goleman en una de sus obras más conocidas mantiene que la persona tiene dos mentes, una para pensar y otra para sentir y que estas dos formas fundamentales de conocimiento interactúan para constituir nuestra vida mental (Goleman 1997) ([13]). Mente racional, pues, junto a mente emocional, reflexión junto sentimiento, cabeza y corazón conforman esta sugestiva dualidad de la condición humana. Así, podríamos establecer un "triángulo mental" con vértices: conocimientos matemáticos, capacidades o destrezas Matemáticas básicas y afectos-emociones (actitudes) hacia las Matemáticas. El estudio de esos vértices y de sus interrelaciones es una apasionante tarea en la que se encuentran trabajando un buen número de investigadores en educación matemática.

Tradicionalmente, el sistema educativo ha dedicado mayor atención al desarrollo de la mente racional, del conocimiento lógico y reflexivo. A partir de los años ochenta, al menos en lo concerniente a las Matemáticas, se produce un paulatino aumento en la valoración de la dimensión afectiva sobre el conocimiento (Mandler 1984, McLeod 1988; Gómez Chacón 1999, 2000; Hidalgo, Maroto y Palacios 1998, 2000a, 2000b, 2005; Campos 2003). Surge en los docentes la necesidad de descubrir los aspectos emocionales en la creencia de que el éxito en esas tareas permitirá comprender situaciones problemáticas de fracaso escolar y poner las soluciones pertinentes. Pese a la juventud del papel de los afectos en Matemáticas, contamos con un número importante de investigaciones sobre el tema. Algunas han hecho referencia a su significado en el contexto general de las Matemáticas, aunque son más numerosas aquellas que se han dedicado al análisis de aspectos más concretos, como la relación entre actitudes y sexo, la incidencia de la familia como determinante de actitudes Matemáticas o el papel del profesor y sus métodos en las emociones de sus alumnos.

Entre las primeras, las más generales, destaca el interés por relacionar afectos y rendimiento escolar (Valdez, 1998; Gómez Chacón, 2000; Hidalgo Maroto y Palacios 1999, 2000a, 2000b). Los aspectos más importantes relativos a las consecuencias de los afectos sobre el rendimiento son: el impacto poderoso que tienen en cómo los alumnos aprenden y utilizan las Matemáticas, el establecimiento del contexto personal dentro del cual funcionan los recursos y las estrategias heurísticas, la influencia en la estructura del autoconcepto como aprendiz de Matemáticas, la importancia para la estructuración de la realidad social del aula y el obstáculo que es, en algunos casos, para el aprendizaje eficaz.

Hidalgo, Maroto y Palacios (2005), tras realizar un agrupamiento de los alumnos según sus gustos o rechazos matemáticos en "perfiles matemáticos" y "perfiles anti-matemáticos", encuentran un aumento progresivo de estos últimos, los anti-matemáticos, a la vez que lo hace el nivel educativo. Esta distribución por perfiles les permite, además, comparar el rendimiento matemático, ciertas aptitudes mentales primarias y dichos perfiles. Tanto en la prueba de conocimientos como en las aptitudes numéricas y razonamiento encuentran rendimientos mejores entre los alumnos que manifiestan gustarles las Matemáticas; diferencias que en algunos casos, como en las aptitudes numéricas, llegan a ser importantes. Se trata, pues, de alumnos con mayores capacidades al menos en aspectos tan importantes para las Matemáticas como son el razonamiento, el cálculo elemental o la visión espacial.

Para Gómez Chacón (2000), la relación que se establece entre los afectos (emociones, actitudes y creencias) y el rendimiento es cíclica: por una parte, la experiencia que tiene el estudiante al aprender Matemáticas le provoca distintas reacciones e influye en la formación de sus creencias. Por otra, las creencias que sostiene el sujeto tienen una consecuencia directa en su comportamiento en situaciones de aprendizaje y en su capacidad para aprender. En las investigaciones realizadas sobre la incidencia del sexo en el aprendizaje de las Matemáticas se ha detectado que no aparecen diferencias entre ambos sexos hasta los 12 ó 13 años (Fennema y Sherman, 1977); estas diferencias, cuando se producen, podrían atribuirse a los cambios que acompañan a la pubertad y la adolescencia si no fuera porque se mantienen en edades posteriores. Afectan, además, a la elección posterior de itinerarios formativos y a los rendimientos que obtienen los alumnos. Actualmente se tiende a dar mayor importancia a los factores educativos y culturales. Se ha comprobado que controlando los factores afectivos y motivacionales, no se aprecian diferencias entre sexos.

Sin embargo, los estudios longitudinales sobre las actitudes hacia las Matemáticas son escasos. Si nos centramos en los trabajos que tratan la evolución de la actitud hacia las Matemáticas, es general la conclusión de que se van haciendo menos favorables al avanzar la edad (Fennema, 1978; Fennema y Sherman, 1977; ICECE, 2002). Esta tendencia durante la escolarización no es exclusiva de las Matemáticas y se ha observado en otras materias y en las actitudes hacia la escuela en general. Es más, como sugieren Bell, Costello y Küchemann (1988), puede ser sólo el reflejo de un enfoque más crítico de muchos aspectos de la vida.

Los trabajos llevados a cabo por Gairín (1987) con alumnos de E.G.B. confirman que la reducción de las actitudes favorables se manifiesta particularmente durante la adolescencia, siendo a los 11 años cuando empiezan a consolidarse las actitudes que se han desarrollado durante la enseñanza primaria y que están fuertemente polarizadas.

Hidalgo, Maroto y Palacios (2004) realizan un estudio con distintos niveles educativos (desde Educación Primaria hasta Bachillerato) en el que constatan importantes diferencias en el gusto por las Matemáticas y los factores que lo determinan. Entre otros resultados encuentran que el rechazo a las Matemáticas está determinado, entre otros factores, por el nivel educativo de los alumnos. Entre los que han terminado el primer ciclo de Primaria se hace difícil encontrar rechazos; probablemente, estamos ante una de las asignaturas preferidas (junto a la Educación Física). Esta situación no se modifica sustancialmente, al final del segundo y tercer ciclo de este mismo nivel de Primaria, aunque se aprecia una tendencia descendente en el grado de aceptación. Sin embargo, a partir de la Educación Secundaria se produce un claro descenso en dicho gusto y un aumento en el número de alumnos a quienes no gustan las Matemáticas. Este punto de inflexión que se produce en la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO), está presente en otros aspectos, tales como la percepción de dificultad o el grado de apetencia por las Matemáticas. Otro dato confirma la presencia tardía del rechazo de las Matemáticas a lo largo de la escolarización. Cuando se pregunta a los estudiantes de Bachillerato desde cuando sienten antipatía a las Matemáticas, si es que la tienen, ocho de cada diez la sitúan en la ESO; afinando un poco más, de esos 8 alumnos, 6 situarían en el segundo ciclo de la ESO el origen de la antipatía hacia las Matemáticas.

Este descenso en la percepción positiva de las Matemáticas no se encuentra en otras asignaturas. Con pequeñas diferencias, la opinión que los alumnos tienen de las diferentes materias parece ser bastante consistente a lo largo de la escolarización, dato que les permite considerar que la disminución en el gusto por las Matemáticas es más propio de la disciplina que de la edad o del paso a niveles educativos superiores. Intentamos dar respuesta a interrogantes tales como: ¿Percibe el niño la diferencia temática en las distintas actividades? ¿Es capaz de priorizar sus gustos respecto a las distintas disciplinas? ¿Es determinante en este primer nivel educativo una predisposición o rechazo hacia las Matemáticas? ¿Podemos hablar de una división temprana de los niños y niñas en función de su perfil matemático? ¿Hay diferencias en el perfil matemático en función del sexo? ... Todo este planteamiento no pretende, en modo alguno, defender un proceso de enseñanza-aprendizaje en la Educación Infantil estratificado y diferenciado en materias y disciplinas. Muy al contrario, admitimos la perspectiva globalizadora y la forma cíclica de abordar los aprendizajes en la Educación Infantil. Nuestro propósito es como, ya se ha indicado, estudiar el perfil matemático del niño desde una perspectiva evolutiva, en todos los niveles educativos, con objeto de buscar situaciones didácticas desde la propia realidad del alumno. Realidad, dinámica y diversificada en función de los rasgos personales de cada individuo en la que afecto y cognición caminan de la mano haciendo más verdad la unidad del ser humano.

La actividad física es un placer para una persona sana. La actividad intelectual tambien lo es. La matemática orientada a como saber ser autónomo, bajo una guía adecuada, es un ejercicio atrayente. De hecho, una gran parte de los niños más jóvenes pueden ser introducidos de forma agradable en actividades y manipulaciones que constituyen el inicio razonable de un conocimiento matemático. Lo que suele suceder es que un poco más adelante nuestro sistema no ha sabido mantener este interés y ahoga en abstracciones inmotivadas y a destiempo el desarrollo matemático del niño. El gusto por el descubrimiento en matemáticas es posible y fuertemente motivador para superar otros aspectos rutinarios necesarios de su aprendizaje, por los que por supuesto hay que pasar. La apreciación de las posibles aplicaciones del pensamiento matemático en las ciencias y en las tecnologías actuales puede llenar de asombro y placer a muchas personas más orientadas hacia la práctica. Otros se sentirán más movidos ante la contemplación de los impactos que la matemática ha ejercido sobre la historia y filosofía del hombre, o ante la biografía de tal o cual matemático famoso. Es necesario romper, con todos los medios, la idea preconcebida, y fuertemente arraigada en nuestra sociedad, proveniente con probabilidad de bloqueos iniciales en la niñez de muchos, de que la matemática es necesariamente aburrida, abstrusa, inútil, inhumana y muy difícil.

La manera de evitar los escollos generales en el aprendizaje de las matemáticas sería invertir el procedimiento que se utiliza. Las matemáticas no pueden enseñarse en los primeros niveles como una teoría formal, abstracta, porque el niño no es capaz de entenderla y tampoco ve la necesidad de una teoría de este tipo. Lo primero que hay que hacer es crear en el niño la necesidad de las matemáticas, pues uno de los grandes problemas de la enseñanza de las matemáticas, no de ahora sino de siempre, es que el sujeto las considera como algo gratuito, no ve ni la necesidad de introducir esas nociones ni, en niveles más avanzados, la necesidad de los pasos que se utilizan en una demostración. Mientras el sujeto no vea primero la utilidad de las nociones matemáticas y luego su necesidad, no será posible realizar una enseñanza adecuada que despierte interés en los alumnos.

Capítulo 3

Aplicación del Modelo

En los capítulos anteriores se presentaron conceptos teóricos del modelo de regresión logística y algunos estudios enfocados a la enseñanza de las matemáticas, así como al gusto que los alumnos manifiestan hacia ella que se han realizado en algunas partes de el mundo.

En este capítulo se presenta la información obtenida de una encuesta realizada a alumnos de preparatorias de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.

3.1. Preparatorias de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla (BUAP)

En la ciudad de Puebla se encuentran 6 preparatorias que pertenecen a la BUAP, para nuestro estudio elegimos solo a 4 preparatorias del ciclo escolar 2010-2011, las cuales fueron: Benito Juárez, Emiliano Zapata, Lázaro Cárdenas y Enrique Cabrera. La situación geográfica de las preparatorias de la BUAP se encuentra en la Figura 4.1.

De estas preparatorias la Benito Juárez tenía 29 grupos por la mañana cada uno con un promedio de 43 alumnos y por la tarde 21 grupos con un promedio de 38 alumnos. La Enrique Cabrera tenía 15 grupos por la mañana con un promedio de 40 alunnos y 15 grupos por la tarde con un promedio de 32 alumnos. En la Emiliano Zapata había 12 grupos por la mañana con un promedio de 35 alumnos por grupo y 12 grupos en la tarde con un promedio de 36 alumnos y la Lázaro Cárdenas tenía 12 grupos por la mañana cada uno con un promedio de 38 alumnos y por la tarde 12 grupos con un promedio de 33 alumnos por grupo.

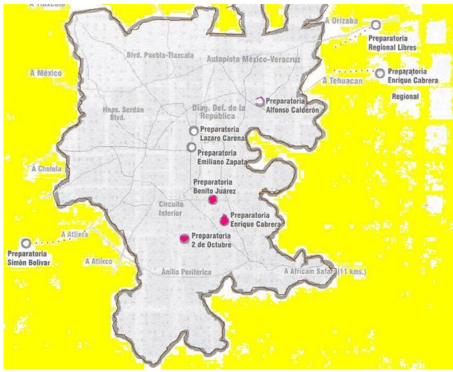

Figura 3.1: Ubicación de las preparatorias

3.2. Procedimiento

Se realizó la encuesta en mayo de 2010 a alumnos de las preparatorias de la BUAP. Idealmente nos habíamos propuesto hacer un muestreo aleatorio en las preparatorias para cada turno, nivel y grupo, pero desgraciadamente no se pudo lograr, porque nos asignaron a los grupos a encuestar, de aquí que la encuesta no fue aleatoria. Así que este fue un corte transversal de lo que ocurre en las preparatorias. El tamaño de la muestra fue de 365 alumnos de las diferentes preparatorias.

Preparatoria	Porcentaje
Enrique Cabrera	29 %
Benito Juárez	24.1 %
Emiliano Zapata	17 %
Lázaro Cárdenas	29.9 %

Tabla 3.1: Encuestados por preparatoria

Las variables que incluimos en nuestra encuesta fueron:

1.- Preparatoria.

2.- Semestre.

3.- Gusto por las matemáticas.

4.- Área que se les dificulta.

5.- Horas de estudio que dedican a las matemáticas.

6.- Realizas algun trabajo.

7.- Cómo se te hace más fácil aprender.

8.- Gusta método de enseñanza de su profesor.

9.- Confianza profesor.

10.- Cómo apruebas el curso.

11.- Promedio general.

12.- Promedio matemáticas.

3.2.1. Análisis descriptivo

Podemos observar de los alumnos encuestados:

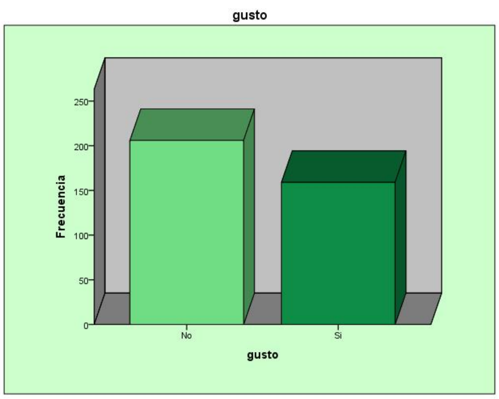

Figura 3.2: Gusto por las matemáticas

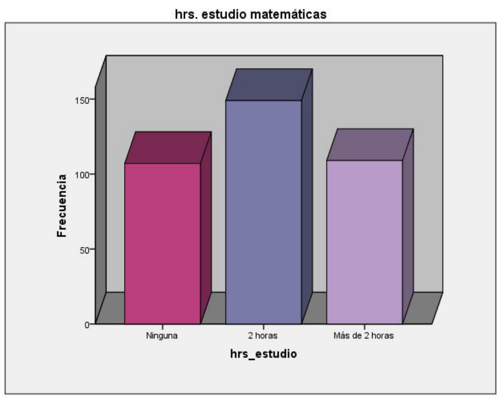

Figura 3.3: Hrs. estudio matemáticas

El 42.7 % tiene promedio en matemáticas de 6-7.9, el 29.6 % de 9-10 y el 27.7 % de 8-8.9 y ; el 40.8 % estudia 2 horas, el 29.9 % estudia más de 2 horas y el 29.3 % no estudia ninguna hora matemáticas; al 69.3 % les gusta como enseña su profesor; el 90.9 % aprueban durante el curso; el 79.4 % no trabaja; el 80.8 % tiene confianza en su profesor; al 56.4 % se les hace más fácil aprender individualmente y al 43.5 % en equipo, ver Tabla 3.11.

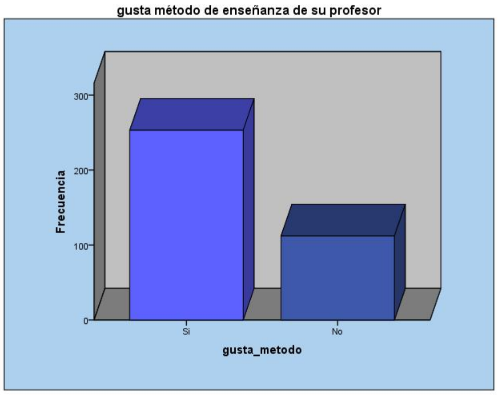

Figura 3.4: Gusta método de enseñanza

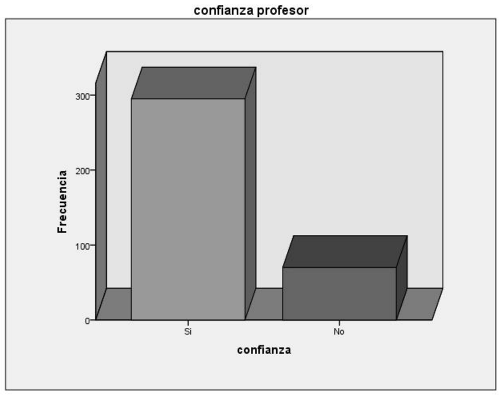

Figura 3.5: Confianza hacia su profesor

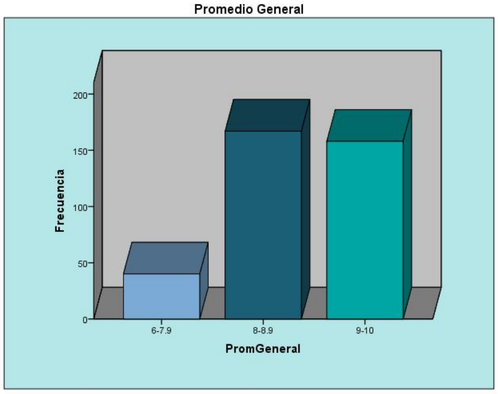

Figura 3.6: Promedio general

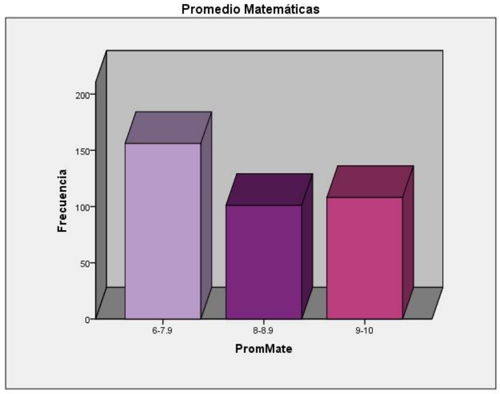

Figura 3.7: Promedio en matemáticas

Se encontraron diferencias entre las preparatorias encuestadas:

Preparatoria Enrique Cabrera:

Los alumnos eran con un 54.7 % de 6to semestre, 32.1 % de 4to y 13.2 % de 2do. A la mayoría de los alumnos no les gustan las matemáticas con un 64.2 % y a un 35.8 % si les gusta. El área que más se les dificulta es la trigonometría y geometría con un 47.2 % seguido de cálculo con un 34 % y por último álgebra con un 18.9 %. Los alumnos estudian 2 horas a la semana matemáticas con un 42.5 % seguido de los que no estudian con un 34.9 % y los que estudian más de 2 horas con un 22.6 %. Como en todas las preparatorias los alumnos que no trabajan son un 80.2 % y solo un 19.8 % lo hacen medio tiempo o los fines de semana.

A la mitad de los alumnos les gusta trabajar en equipo y a la otra mitad individualmente. Y a casi todos los alumnos les gusta como da clases su profesor (89.6 %) (ver Figura 3.9) y en esta preparatoria los profesores tienen cursos en enseñanza. Al igual que casi todos le tienen confianza a su profesor un 98.1 % (ver Figura 3.8). Y como en todas las preparatorias aprueban las materias de matemáticas durante el curso (95.3 %). Y un 46.2 % de los alumnos tienen promedios de 9-10 en general en la preparatoria. Y en matemáticas un 35.8 % tienen ese promedio.

Figura 3.8: Confianza hacia profesor

Figura 3.9: Gusta método de enseñanza

tablas de contingencia						
			PromMate			
			6-7.9	8-8.9	9-10	total
hrs. est. mate.	Nunguna	Recuento	10	14	13	37
		frecuencia esperada	12.2	11.5	13.3	37
		% dentro de horas de estudio	27 %	37.8 %	35.1 %	100 %
		% dentro de PromMate	28.6 %	42.4 %	34.2 %	34.9 %
		% del total	9.4 %	13.2 %	12.3 %	34.9 %
	dos horas	recuento	21	12	12	45
		frecuencia esperada	14.9	14	16.1	45
		% dentro de horas de estudio	46.7 %	26.7 %	26.7 %	100.0 %
		% dentro de PromMate	60 %	36.4 %	31.6 %	42.5 %
		% del total	19.8 %	11.3 %	11.3 %	42.5 %
	más de dos horas	recuento	4	7	13	24
		frecuencia esperada	7.9	7.5	8.6	24
		% dentro de horas de estudio	16.7 %	29.2 %	54.2 %	100.0 %
		% dentro de PromMate	11.4 %	21.2 %	34.2 %	22.6 %
		% del total	3.8 %	6.6 %	12.3 %	22.6 %
total		recuento	35	33	38	106
		frecuencia esperada	35	33	38	106
		% dentro de horas de estudio	33 %	31.1 %	35.8 %	100.0 %
		% dentro de PromMate	100.0 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %
		% dentro de el total	33 %	31.1 %	35.8 %	100.0 %

Tabla 3.2: Tabla contingencia Promedio matemáticas-Hrs. estudio

	Valor	gl.	Sig. asintótico(bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	9.047[a]	4	.060
Razón de verosimilitudes	8.996	4	.061
Asociación lineal por lineal	.983	1	.321
N. de casos validos	119		

Tabla 3.3: Prueba ji-cuadrada

De acuerdo a la Tabla 3.3 hay independencia entre las variables con un nivel de significancia de 0.05.

Preparatoria Lázaro Cardenas:

De los alumnos encuestados el 47.7 % eran de 2do semestre y el 52.3 % de 4to, en esta escuela no se pudieron encuestar a alumnos de 6to semestre ya que habían terminado sus cursos. A un 52.3 % si les gustan las matemáticas, influido un poco por los profesores este gusto. El área que más se les dificulta es la trigonometría y geometría con un 43.1 %, seguida de álgebra con un 30.3 % y por último cálculo con un 26.6 %.

La mayoría de alumnos que se encuestaron solo estudian 2 horas a la semana matemáticas con un 43.1 %, seguido de ninguna con un 31.2 % y por último más de 2 horas con 25.7 %. De todas las preparatorias encuestadas es en la que los alumnos más trabajan con un 24.8 % y lo hacen ya sea medio tiempo o fines de semana y un 75.2 % no trabaja (ver Figura 3.10). Se les hace más fácil aprender individualmente con un 55 % y a un 45 % les gusta trabajar en equipo. A los que les gusta el método de enseñanza de su profesor son un 70.6 %. Un 85.3 % le tienen confianza a su profesor.

Y sus promedios no son tan altos comparados con otras preparatorias en general la mayoría tiene de 8-8.9 y son un 43.1 % y ya hay más 6-7.9 con un 18.3 %, y de 9-10 son un 38.5 %. Y en matemática tienen promedios bajos de más de 9 con un 27.5 % y un 26.6 % de 8-8.9 y menos de 8 con un 45.9 % (ver Figura 3.11).

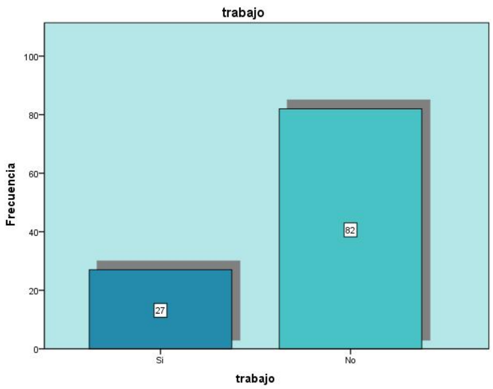

Figura 3.10: El alumno trabaja

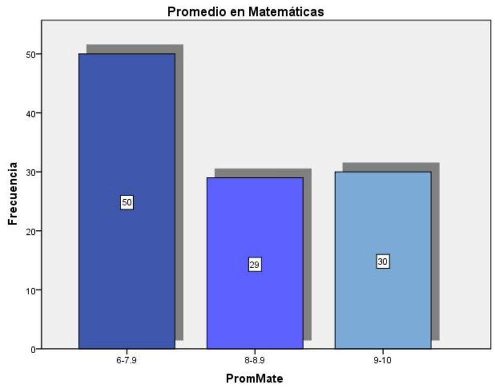

Figura 3.11: Promedio matemáticas

tablas de contingencia					
			Trabajas		total
			Si	No	
hrs. est. mate.	Nunguna	Recuento	8	26	34
		frecuencia esperada	8.4	25.6	34
		% dentro de horas de estudio	23.5 %	76.5 %	100.0 %
		% dentro de trabajas	29.6 %	31.7 %	31.2 %
		% del total	7.3 %	23.9 %	31.2 %
	dos horas	recuento	14	33	47
		frecuencia esperada	11.6	35.4	47
		% dentro de horas de estudio	29.8 %	70.2 %	100.0 %
		% dentro de trabajas	51.9 %	40.2 %	43.1 %
		% del total	12.8 %	30.3 %	43.1 %
	más de dos horas	recuento	5	23	28
		frecuencia esperada	6.9	21.1	28
		% dentro de horas de estudio	17.9 %	82.1 %	100.0 %
		% dentro de trabajas	18.5 %	28 %	25.7 %
		% del total	4.6 %	21.1 %	25.7 %
total		recuento	27	82	109
		frecuencia esperada	27	82	109
		% dentro de horas de estudio	24.8 %	75.2 %	100.0 %
		% dentro de trabajas	100.0 %	100.0 %	100.0 %
		% dentro de el total	24.8 %	75.2 %	100.0 %

Tabla 3.4: Tabla contingencia Trabajas-Hrs. estudio

	Valor	gl.	Sig. asintótico(bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	1.381^a	2	.501
Razón de verosimilitudes	1.409	2	.494
Asociación lineal por lineal	.198	1	.657
N. de casos validos	109		

Tabla 3.5: Prueba ji-cuadrada

De acuerdo a la Tabla 3.5 hay independencia entre las variables con un nivel de significancia de 0.05.

Preparatoria Emiliana Zapata:

Un 35.5 % de los alumnos eran de 4to semestre y un 64.5 % de 6to. A un 69.4 % no le gustan las matemáticas y al 30.6 % si le gustan. El área que más se les dificulta es trigonometría y geometría con un 48.4 % seguido de cálculo con un 46.8 % y por último álgebra con un 4.8 %. Los alumnos estudian más de 2 horas a la semana matemáticas (48.4 %), seguida de 2 horas con un 30.6 % y por ultimo ninguna con 21 % (ver Figura 3.12). Los alumnos no trabajan y son un 88.7 %. Se les hace más fácil aprender individualmente (69.4 %). A un 77.4 % les gusta el método de enseñanza de su profesor de matemáticas. Un 87.1 % le tiene confianza a su profesor.

En general tienen muy buenos promedios un 50 % tienen más de 9 y solo un 4.8 % tiene de 6-7.9 (ver Figura 3.13). Y en matemáticas un 41.9 % tiene promedio de 6-7.9, un 22.6 % de 8-8.9 y un 35.5 % de 9-10.

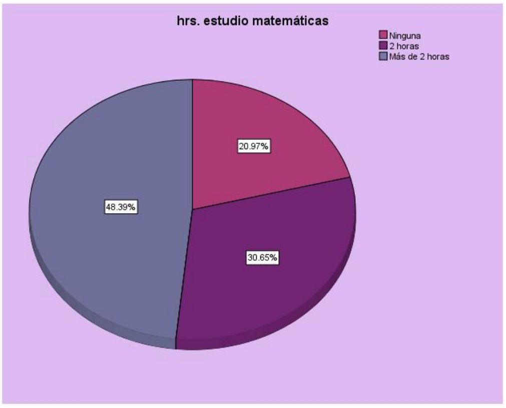

Figura 3.12: Hrs. estudio matemáticas

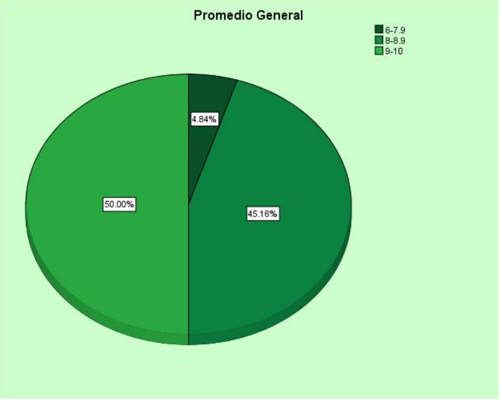

Figura 3.13: Promedio general

tablas de contingencia						
			PromMate			
			6-7.9	8-8.9	9-10	total
gusto	No	Recuento	11	11	21	43
		frecuencia esperada	18	9.7	15.3	43
		% dentro de gusto	25.6 %	25.6 %	48.8 %	100 %
		% dentro de PromMate	42.3 %	78.6 %	95.5 %	69.4 %
		% del total	17.7 %	17.7 %	33.9 %	69.4 %
	Si	recuento	15	3	1	19
		frecuencia esperada	8	4.3	6.7	19
		% dentro de gusto	78.9 %	15.8 %	5.3 %	100.0 %
		% dentro de PromMate	57.7 %	21.4 %	4.5 %	30.6 %
		% del total	24.2 %	4.8 %	1.6 %	30.6 %
total		recuento	26	14	22	62
		frecuencia esperada	26	14	22	62
		% dentro de gusto	41.9 %	22.6 %	35.5 %	100.0 %
		% dentro de PromMate	100.0 %	100.0 %	100.0 %	100.0 %
		% dentro de el total	41.9 %	22.6 %	35.5 %	100.0 %

Tabla 3.6: Tabla contingencia Promedio matemáticas-Gusto matemáticas

	Valor	gl.	Sig. asintótico(bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	16.560^{a}	2	.000
Razón de verosimilitudes	18.303	2	.000
Asociación lineal por lineal	15.822	1	.000
N. de casos validos	62		

Tabla 3.7: Prueba ji-cuadrada

De acuerdo a la Tabla 3.7 no hay independencia entre las variables a un nivel de significancia de 0.05.

Preparatoria Benito Juárez:

El 51.1 % de alumnos eran de 4to semestre, 37.5 % de 2do y solo un 11.4 % de 6to, esto debido a que cuando se realizo la encuesta estaban por terminar el semestre y los alumno de 6to ya tenían calificaciones y sus grupos no se podían encontrar. A un 51.1 % le gustan las matemáticas. El área que más se les dificulta fue el álgebra con un 42 %, seguida de la trigonometría y geometría con un 34.1 % y por último cálculo con 23.9 % (ver Figura 3.14). La mayoría (43.2 %) solo estudia 2 horas a la semana alguna materia relacionada con las matemáticas. Un 77.3 % de los alumnos encuestados no trabajan, lo cual no se refleja en las horas que se dedican a estudiar matemáticas. En esta preparatoria en particular a los alumnos no les gusta como da clases su profesor con un 62.5 % (ver Figura 3.15) pero los profesores no tienen la licenciatura en matemáticas, son licenciados en otras áreas como químicos. Solo un 50 % le tiene confianza a su profesor. En general tienen buenos promedios de 8-8.9 con un 50 % y de 9-10 un 40.9 %. Y tienen muy bajos promedios en matemáticas un 51.1 % tiene de 6-7.9, y un 20.5 % de 9-10.

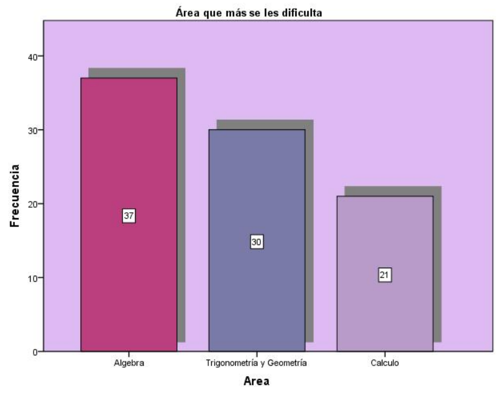

Figura 3.14: Área que se les dificulta

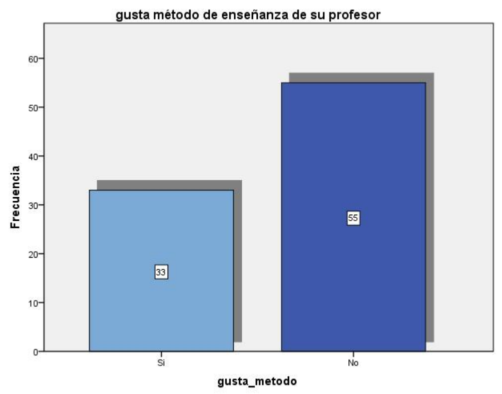

Figura 3.15: Gusta método de enseñanza de su profesor

tablas de contingencia					
			Trabajas		total
			Si	No	
hrs. est. mate.	Nunguna	Recuento	7	16	23
		frecuencia esperada	5.2	17.8	23
		% dentro de horas de estudio	30.4 %	69.6 %	100.0 %
		% dentro de trabajas	35 %	23.5 %	26.1 %
		% del total	8 %	18.2 %	26.1 %
	dos horas	recuento	9	29	38
		frecuencia esperada	8.6	29.4	38
		% dentro de horas de estudio	23.7 %	76.3 %	100.0 %
		% dentro de trabajas	45 %	42.6 %	43.2 %
		% del total	10.2 %	33 %	43.2 %
	más de dos horas	recuento	4	23	27
		frecuencia esperada	6.1	20.9	27
		% dentro de horas de estudio	14.8 %	85.2 %	100.0 %
		% dentro de trabajas	20 %	33.8 %	30.7 %
		% del total	4.5 %	26.1 %	30.7 %
total		recuento	20	68	88
		frecuencia esperada	20	68	88
		% dentro de horas de estudio	22.7 %	77.3 %	100.0 %
		% dentro de trabajas	100.0 %	100.0 %	100.0 %
		% dentro de el total	22.7 %	77.3 %	100.0 %

Tabla 3.8: Tabla contingencia Trabajas-Hrs. estudio

	Valor	gl.	Sig. asintótico(bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	1.760^a	2	.415
Razón de verosimilitudes	1.806	2	.405
Asociación lineal por lineal	1.727	1	.189
N. de casos validos	88		

Tabla 3.9: Prueba ji-cuadrada

De acuerdo a la Tabla 3.9 hay independencia entre las variables a un nivel de significancia de 0.05.

3.2.2. Modelación de la variable gusto por las matemáticas

La variable de interés Gusto por las matemáticas es dicotómica donde 1 expresa que SI le gustan y 0 es que NO le gustan. El cuestionario incluye preguntas que se encontraron relacionadas según el criterio de los investigadores y se fundamentó en la literatura revisada. Las variables independientes con las que se pretende explicar la variable respuesta son las que se muestran en la Tabla 3.10. El modelo de regresión logística es el apropiado para modelar la probabilidad de que a un estudiante le gusten las matemáticas.

Variable	Etiqueta Asignada
1.- Preparatoria	*Prepa*
2.- Semestre	Semestre
3.- Area que se les dificulta	*Area*
4.- Horas de estudio matemáticas	$hrs\_estudio$
5.- Realizas algun trabajo	$Trabajo$
6.- Cómo se te hace más fácil aprender	$facil\_aprender$
7.- Gusta método de enseñanza de su profesor	$gusta\_metodo$
8.- Confianza profesor	$confianza$
9.- Cómo apruebas el curso	*Aprobar*
10.- Promedio general	$PromGeneral$
11.- Promedio matemáticas	$PromMate$

Tabla 3.10: Variables independientes involucradas en el análisis y la etiqueta asignada

Las frecuencias de ocurrencia para las variables independientes con su codificación (codif.) de las categorías se presentan en la Tabla 3.11.

Debido a que son muchas variables independientes, se usó el procedimiento de selección de variables “hacia adelante” usando el criterio de Wald, las variables elegidas por este método, después de cuatro pasos, son promMate, $gusta\_metodo$, $facil\_aprender$ y $hrs\_estudio$ (Tabla 3.12).

		Frecuencia	Codificación de parámetros (1)	(2)	(3)
PromMate	6-7.9	156	1.000	.000	
	8-8.9	101	.000	1.000	
	9-10	108	.000	.000	
Area	Algebra	93	.000	.000	
	Trigonometría y Geometría	157	1.000	.000	
	Calculo	115	.000	1.000	
$hrs\_estudio$	Ninguna	107	.000	.000	
	2 horas	149	1.000	.000	
	Más de 2 horas	109	.000	1.000	
Semestre	2do	99	.000	.000	
	4to	158	1.000	.000	
	6to	108	.000	1.000	
PromGeneral	6-7.9	40	.000	.000	
	8-8.9	167	1.000	.000	
	9-10	158	.000	1.000	
$gusta\_metodo$	Si	253	1.000		
	No	112	.000		
aprobar	Durante el curso	332	1.000		
	Fuera de el curso	33	.000		
trabajo	Si	75	1.000		
	No	290	.000		
confianza	Si	295	1.000		
	No	70	.000		
$facil\_aprender$	Individualmente	206	.000		
	Por equipo	159	1.000		

Tabla 3.11: Resumen de los códigos usados para las variables

	Mejora			Modelo				
Paso	Chi cuadrado	gl	Sig.	Chi cuadrado	gl	Sig.	% de clas. correcta	variable
1	57.788	2	.000	57.788	2	.000	69.6 %	IN: $PromMate$
2	10.875	1	.001	68.664	3	.000	69.6 %	IN: $gusta\_metodo$
3	7.804	1	.005	76.467	4	.000	69.6 %	IN: $facil\_aprender$
4	8.065	2	.018	84.533	6	.000	69.6 %	IN: $hrs\_estudio$

Tabla 3.12: Resumen de las iteraciones para encontrar el modelo.

Los parámetros estimados del modelo seleccionado se presentan en la Tabla 3.13.

							I.C. 95 % para Exp(B)	
	B	E.T.	Wald	gl	Sig.	Exp(B)	Inferior	Superior
$hrs\_estudio$			7.925	2	.019			
$hrs\_estudio(1)$	-.775	.292	7.057	1	.008	.460	.260	.816
$hrs\_estudio(2)$	-.688	.312	4.864	1	.027	.503	.273	.926
$facil\_aprender(1)$	.637	.241	6.967	1	.008	1.891	1.178	3.035
$gusta\_metodo(1)$	-.833	.261	10.136	1	.001	.435	.261	.726
PromMate			44.487	2	.000			
PromMate(1)	-1.330	.284	21.946	1	.000	.264	.152	.461
PromMate(2)	-1.887	.305	38.213	1	.000	.152	.083	.276
Constante	1.436	.330	18.895	1	.000	4.203		

Tabla 3.13: Variables finales propuestas en la ecuación.

Si se usa la siguiente notación:

$x_{11} = 1$ si el alumno estudia 2 horas y 0 si no es así.
$x_{12} = 1$ si el alumno estudia más de 2 horas y 0 si no es así.
$x_2 = 1$ si al alumno se le hace más fácil aprender en grupo y 0 si individualmente.
$x_3 = 1$ si al alumno le gusta el método de enseñanza de su profesor y 0 si no es así.
x_{41} =1 si el promedio matemáticas del alumno esta en 8-8.9 y 0 si no es así.
$x_{42} = 1$ si el promedio matemáticas del alumno esta en 9-10 y 0 si no es así.

El modelo ajustado es:

$$ln(\frac{\pi_i}{1-\pi_i}) = 1.436 - .775x_{11} - .688x_{12} + .637x_2 - .833x_3 - 1.33x_{41} - 1.887x_{42} \quad (3.1)$$

En la columna Sig (nivel de significancia) de la Tabla 3.13 se muestra el p-valor de $H_0 : \beta_i = 0$, esto es, la hipótesis de que la variable respectiva no contribuye individualmente a explicar la probabilidad de que al alumno le gusten las matemáticas. Como se puede observar, para las cuatro variables se rechaza la hipótesis $H_0 : \beta_i = 0,\ i = 1, 2, 3, 4$ y por tanto las cuatro variables contribuyen individualmente a explicar la probabilidad de que al alumno le gusten las matemáticas.

		ji cuadrado	gl	Sig.
Paso 4	Paso	8.065	2	.018
	Bloque	84.533	6	.000
	Modelo	84.533	6	.000

Tabla 3.14: Prueba sobre los coeficientes del modelo

En la tabla 3.14 se muestra una prueba ji cuadrado que evalúa la hipótesis nula de que los coeficientes (β_i) de todos los términos (excepto la constante) incluidos en el modelo son cero.

El estadístico ji cuadrado para este contraste es la diferencia entre el valor de -2 log verosimilitud (LL) para el modelo sólo con la constante y el valor de -2 log de la verosimilitud para el modelo actual:

Ji cuadrado = $(-2LL_{modelo\,constante})$-$(-2LL_{modelo\,actual})$=84.533

Este valor indica que se rechaza la hipótesis de los cuatro parámetros son cero simultáneamente, o lo que es lo mismo, que las variables independientes prom-Mate, gusta-método, fácil-aprender y hrs-estudio contribuyen a explicar la probabilidad de que a un estudiante en la población estudiada le guste las matemáticas.

Paso	-2 log de la verosimilitud	R cuadrado de de Cox y Snell	R cuadrado de Nagelkerke
4	415.396^a	.207	.277

Tabla 3.15: Resumen del modelo seleccionado.

En la Tabla 3.15 se muestran dos medidas de bondad de ajuste del modelo resultante, R^2 de Cox y de Snell y R^2 de Nagelkerke. El R cuadrado de Cox y Snell es un coeficiente de determinación generalizado estima la proporción de varianza de la variable dependiente explicada por las variables independientes y su valor oscila entre 0 y 1 pero siempre tiene un valor máximo inferior a 1, incluso para un modelo "perfecto".

El R cuadrado de Nagelkerke es una versión corregida de la R cuadrado de Cox y Snell y corrige la escala del estadístico para cubrir el rango completo de 0 a 1. En nuestro caso, R^2 de Cox y de Snell = 0.207 lo que indica que el 20.7 % de la variación del Gusto por las matemáticas es explicada por las variables incluidas en el modelo. Por otro lado, R^2 de Nagelkerke = 0.277, lo que indica que el 27.7 % de la variación del Gusto por las matemáticas es explicada por las variables incluidas en el modelo.

Un uso importante del modelo es clasificar a los estudiantes en uno de los dos grupos: Si les gustan las matemáticas o No les gustan las matemáticas. Esto se obtiene sustituyendo los valores de las variables independientes en el modelo ajustado, lo que produce la probabilidad estimada, para predecir si el estudiante está en el grupo uno o dos. El software automáticamente emplea un punto de corte de 0.5. Esto significa que aquellos estudiantes con probabilidad estimada $<$: 0.5 se clasifican como ESTADO = 0 (No les gusta las matemáticas), mientras que si la probabilidad estimada es ≥ 0.5 se clasifican como ESTADO $= 1$ (Si les gusta las matemáticas). El modelo final han sido clasificados correctamente 80.1 % de los estudiantes que les gustan las matemáticas y un 56.0 % de los estudiantes que no les gustan las matemáticas. El porcentaje global de los estudiantes clasificados correctamente es de 69.6 %.

			Pronosticado		
			guto		
Observado			Si	No	Porcentaje correcto
Paso 4	gusto	Si	165	41	80.1
		No	70	89	56.0
	Porcentaje global				69.6

Tabla 3.16: Tabla de clasificación.

3.2.3. Resultados

Los resultados del análisis indican las siguientes afirmaciones al $\alpha = .05$:

- ▷ Que a un alumno le gusten las matemáticas es 1.891 veces más probable de ocurrir entre los alumnos que se les hace más fácil aprender en grupo que entre los alumnos que se les hace más fácil aprender individualmente.

- ▷ Que a un alumno le guste las matemáticas es 0.435 veces más probable de ocurrir entre los alumnos que si les gusta como enseña su profesor que entre los alumnos que no les gusta.

- ▷ Que a un alumno le gusten las matemáticas es 0.460 veces más probable de ocurrir entre los alumnos que estudian 2 horas que entre los alumnos que no estudian. Que a un alumno le gusten las matemáticas es 0.503 veces más probable de ocurrir entre los alumnos que estudian más de 2 horas que entre los alumnos que no estudian.

- ▷ Que a un alumno le gusten las matemáticas es 0.264 veces más probable de ocurrir entre los alumnos con promedio entre 8 y 8.9 que entre los alumnos con promedio entre 6 y 7.9. Que a un alumno le gusten las matemáticas es 0.152 veces más probable de ocurrir entre los alumnos con promedio entre 9 y 10 que entre los alumnos con promedio entre 6 y 7.9.

Capítulo 4

Conclusiones

Los resultados revelan que el promedio que tienen los alumnos en matemáticas afecta el gusto por ellas. También muestran que las horas que le dedican a estudiar son sólo de 2 horas a la semana y esto es consecuencia, de lo primero. Los resultados indican que el profesor es un factor muy relevante en que a los alumnos le gusten las matemáticas o no, su forma de enseñanza y esto se debe a que la mayoría de los profesores que imparten clases de matemáticas no tienen la licenciatura en esta y algunos no tiene cursos de actualización dirigidas a la enseñanza de las matemáticas, por lo que esto hace que a los alumnos no les gusten las matemáticas. Los resultados de este trabajo podrían a ayudar a que los profesores de las diferentes preparatorias encuestadas observen qué es lo que pueden hacer para que a los alumnos les gusten las matemáticas como realizar sus clases de tal manera que para ellos no sean aburridas y les interese para así obtener mejores promedios en esta materia y dedicarle más horas a estudiarla.

Sabemos que existen muchos factores que contribuyen a que la Educación en México esté cada vez peor comparada con años anteriores y que hay factores multivariados que contribuyen a esta situación. Algunos de ellos, son que en los niveles de educación básicos, a los alumnos no se les enseña a aprender y razonar, sólo a aprenderse de memoria los temas, por lo cual no tienen hábitos de estudio. En la sociedad existen distracciones muy fuertes, como son los juegos de computadora, televisión, relaciones sociales demandantes que los alejan del estudio y la dedicación. También en las universidades no han creado espacios de difusión y vinculación en niveles de educación menores para concientizar a la sociedad de la existencia y creación de lugares en donde se promueva la ciencia y la tecnología para mejorar nuestro nivel de vida a futuro.

Bibliografía

[1] *Agresti Alan* (1990) *Categorical Data Analysis, Editorial Wiley.*

[2] Álvarez Yadira (2004) Evolución de la didáctica de la Matemática como disciplina científica, Editorial Iberoamericana.

[3] Avila L.,Reyes H. y Ibarra M.(2002) Difusión de las Matemáticas en las Prepas, XVIII Congreso de Matemáticas.

[4] Baroody A (2000) El Pensamiento Matemático, Editorial Visor.

[5] Bishop, A (1999) La Educación Matemática desde una Perspectiva Cultural, Editorial Paidós.

[6] Cárdenas A.(1995) La Educación que Necesitamos, Investigación y Posgrado, Revista Iberoamericana de Educación Matemática..

[7] Casella George (2002) Statistical Inference, Editorial Duxbury.

[8] Crespo Caros Anyi M. La matemática en la sociedad, http://www.monografias.com/trabajo55/matematica-en-la-sociedad.

[9] De la Paz Ramos Guillermo Enseñanza de las matemáticas, http://www.monografias.com/trabajo22/matematica.

[10] Delval Juan (1991) Crecer y pensar. La construcción del conocimiento en la escuela, Editorial Paidós.

[11] García González Enrique (2001) Piaget: la formación de la inteligencia.

[12] Gascón y Muñoz (2004) Evolución de la didáctica de la Matemática como disciplina científica, Revista Iberoamericana de Educación Matemática.

[13] Goleman Daniel (1995) Emotional Intelligence, Editorial Kairos.

[14] Hernández F. y Soriano E. (1999) Enseñanza y aprendizaje de las Matemáticas, Editorial La Muralla.

[15] Hosmer David W. y Lemeshow Stanley (2000) Applied Logistic Regresion,2a. edición, Editorial John Wiley Sons.

[16] Montgomery Douglas C. (2006) Introducción al análisis de regresión lineal , 3a. edición, Editorial Continental.

[17] Mora D. (2001) Didáctica de las Matemáticas, Ediciones de la Universidad Central.

[18] Muñoz Elizabeth (2010) Edgar Dale, http://es.escrib.com/doc.

[19] Pérez-Tejeda Haroldo Elorza (2008) Estadística para las ciencias sociales, del comportamiento humano y de la salud, 3a. edición, Editorial Cengage Learning.

[20] Prueba Enlace (2010) www.enlace.sep.gob.mx/ms/.

Apéndice A

Encuesta

ENCUESTA A ALUMNOS DE MATEMATICAS EN NIVEL PREPARATORIA

1. Preparatoria____

2. Semestre:
a)1er b) 2do c)3er d)4to e)5to f)6to

3. ¿Te gustan las Matemáticas?
a)Si ¿Por qué?
b)No ¿Por qué?

4. ¿Que área de las Matemáticas se te dificulta más?
a)Algebra b)Trigonometría c)Cálculo d) Geometría Analítica

5. ¿Cuántas horas a la semana dedicas para estudiar Matemáticas?
a)Ninguna b) 1-2 c) 2-4 d) 4 o más

6. ¿Trabajas?
a)Si, medio tiempo b) Si, fines de semana
c)No

7. ¿Como se te hace más fácil aprender?
a)Individualmente b)Por equipo

8. ¿Te gusta el método de enseñanza de su profesor?
a)Si ¿Por qué?
b)No ¿Por qué?

9. ¿El profesor te inspira confianza para preguntarle tus dudas?
a)Si b)No

10. Generalmente apruebas el curso de Matemáticas en:

a)Durante el curso b)Ordinario c)Extraordinario

11. Promedio General______________________________________

12. Promedio en Matemáticas________________________________

13. ¿Has pensado en estudiar la Lic. en Matemáticas? ¿Por qué?