

Un caso sobre localización de instalaciones
para una empresa que distribuye motores y
refacciones en México

Tesis presentada por
Lucía Cazabal Valencia

Para obtener el grado de
Lic. Matemáticas Aplicadas

Dirigida por
Dr. José Luis Martínez Flores
Centro Interdisciplinario de Posgrado Investigación y Consultoría
Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla

y
Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Octubre 2011

Dedicatorias

A Dios:

Por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

A mi madre:

Por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su amor.

A mi padre:

Por el gran apoyo económico, por los ejemplos de perseverancia y constancia que lo caracterizan y que me ha infundado siempre, y por confiar en mí.

A mis hermanos:

Por que siempre he contado con ellos para todo, gracias a la confianza que siempre nos hemos tenido; por el apoyo y amistad. !Gracias!

A mis compañeros y amigos universitarios:

Que nos apoyamos mutuamente en nuestra formación profesional y que hasta ahora, seguimos siendo amigos: Pilar, Cecy,

Anahi, Ericka y a Refugio por haberme ayudado a realizar este trabajo.

Agradecimientos

- Agradezco al Dr. José Luis Martínez Flores y a la Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar por dirigirme, por el gran apoyo en la elaboración de este trabajo y por su paciencia ante mi inconsistencia.
- A todos mis profesores de la facultad de Físico-Matemáticas de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla por contribuir en mi formación académica y, por último pero no menos importante, al Dr. José Jacobo Oliveros Oliveros, al Dr. Juan Alberto Escamilla Reyna y al profesor Ignacio Trujillo Mazorra por sus comentarios y sus atinadas correcciones.
- Gracias también a la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado (VIEP) por fomentar el progreso de esta tesis mediante su apoyo económico.

Preámbulo

La logística es *el movimiento de los bienes correctos en la cantidad adecuada hacia el lugar correcto en el momento apropiado*.

En el capítulo 1 se da una breve recopilación de cómo resolver un problema logístico utilizando técnicas matemáticas de Programación Lineal, pues éstas pueden marcar la diferencia entre tomar una decisión acertada y una decisión correcta.

Hoy en día vivimos en un mundo donde es posible hacer las compras desde el trabajo y el hogar, en donde los gustos se han globalizado y un producto exitoso debe distribuirse a través de complejas redes por todo el mundo consumiendo cada vez menos tiempo y recursos. La *competitividad logística* es el proceso de planificar, llevar a cabo el traslado de mercancías y la información con ellas relacionada, de forma eficiente, segura y a costos competitivos a nivel internacional, desde un punto de origen y hasta el lugar de destino, conforme a los requerimientos de los usuarios del comercio.

Posteriormente en el capítulo 2, la Programación Lineal Entera (PLE) es una técnica matemática utilizada para dar solución a problemas que se plantean muy comúnmente en diversas disciplinas como Economía, Ingeniería, Logística, Sociología, Biología, etc. Sin embargo quizás sea en el ámbito de la gestión logística donde este conjunto de herramientas matemáticas puede desplegar por completo toda su potencia dado que nos permite enfrentarnos con garantías a problemas muy diversos.

En esencia la PLE trata de maximizar o minimizar una función lineal de dos o más variables; algunas reales, otras enteras

teniendo en cuenta que las mismas deben cumplir determinadas exigencias derivadas de la escasez de recursos disponibles en la realidad. En este capítulo también se mencionan algunos problemas clásicos de la PLE, en especial nos enfocaremos al problema del diseño de red del cual se derivan los problemas de localización. El caso de estudio es precisamente de una empresa que cuenta con un problema de localización de instalaciones y el modelo de la p -mediana es el que se adapta a las necesidades que presenta esta dicha.

En México, ante las nuevas condiciones de alta competitividad, la logística juega un papel muy importante para las empresas, ya sea para aquellas que exportan o para las que producen para el mercado local, sin importar si son pequeñas o grandes.

En el presente trabajo se expone el caso de una empresa (Cuminns de Oriente), donde se analiza la ubicación de sus centros de distribución considerando las zonas de mayor influencia de clientes, ya que estos últimos 2 años ha presentado un aumento significativo en costos de transporte, en una de sus zonas con mayor demanda. Así, en el capítulo 3, se examina una solución para esta empresa, mediante el modelo de la p -mediana, ya que este encuentra la ubicación de p instalaciones de modo de minimizar la distancia total entre los nodos de demanda y la instalación a la cual son asignados, a su vez es resuelto con el software LINGO 10.

Lucía Cazabal Valencia
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas,
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.
Octubre de 2011

Índice general

Preámbulo	I
1. LOGÍSTICA	1
1.1. Introducción	1
1.2. Definición de la logística	2
1.3. Cadena de suministros	3
1.4. Investigación de operaciones	6
1.4.1. Nociones generales y principios de la in- vestigación de operaciones	11
1.4.2. Selección del modelo	12
2. LA PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA	15
2.1. Introducción	15
2.2. Programación Lineal Entera (PLE)	16
2.2.1. Definiciones básicas	17
2.2.2. Programación lineal en notación matricial	19
2.2.3. Programación Lineal Entera	20
2.2.4. Método de ramificación y acotación	22
2.3. Diseño de la red logística	24
2.3.1. Problema del diseño de la red	26
2.4. Problema de localización de instalaciones	28
2.4.1. El modelo de la p -mediana	30

2.4.2.	Descripción del modelo de la p -mediana . . .	32
3.	APLICACIÓN DEL MODELO A UNA EMPRESA	35
	SA	35
3.1.	Introducción	35
3.2.	La Empresa	37
3.2.1.	Actividad principal Cummins de Oriente . . .	38
3.3.	Metodología	39
3.3.1.	Vinculación empresa-estudiante y detección de área de oportunidad	39
3.3.2.	Definición del problema	40
3.3.3.	Situación actual	41
3.3.4.	Elección y ajuste del modelo matemático . . .	42
3.4.	Resultados	43
3.4.1.	Parámetros y datos relevantes	43
3.4.2.	Instancias evaluadas y analizadas	44
3.4.3.	Conclusiones	50
3.4.4.	Trabajo a futuro	52
	Conclusiones	53
A.	LINGO 10	55
	Lingo 10	55
A.1.	Uso de funciones de variables de dominio	56
A.2.	Funcionamiento del programa	57
A.3.	Reporte de solución (Solution Report)	62
B.	UBICACIÓN GEOGRÁFICA	63
	Ubicación geográfica	63

Bibliografía

65

Capítulo 1

LOGÍSTICA

1.1. Introducción

En este capítulo daremos una breve visión de la teoría logística y cadena de suministros en investigación de operaciones, ya que estos términos están ampliamente ligados por los métodos matemáticos de optimización incluyendo la programación lineal (PL), lineal entera (PLE), no lineal y dinámica.

El sistema limitado de movimiento-almacenamiento por lo general obliga a las personas a vivir cerca de las fuentes de producción y a consumir un rango estrecho de bienes. Los antiguos podían consumir los bienes en su ubicación inmediata o moverlos a un lugar preferido, almacenándolos para usarlos más tarde. Sin embargo, como todavía no existían transportes y sistemas de almacenamiento bien desarrollados, el movimiento de los bienes estaba limitado a lo que un individuo pudiera mover personalmente, y el almacenamiento de las mercancías perecederas era posible solo por un breve espacio de tiempo. Incluso hoy en día, en algunas zonas del mundo, el consumo y la producción tienen lugar, sólo dentro de una región geográfica muy limitada. Por lo tanto, la eficiencia de la producción, el estándar económi-

co y la distribución son vitales para una buena logística del negocio.

Los sistemas de logística eficiente permiten a los negocios del mundo tomar ventaja del hecho de que las tierras y las personas que las habitan no son igualmente productivas. La logística es la esencia del comercio.

Las actividades de la logística proporcionan el puente entre las ubicaciones de producción y las de mercado, separadas por el tiempo y la distancia. La asignación eficaz de estas actividades es el tema principal de este trabajo de tesis.

1.2. Definición de la logística

Hoy en día el tema de la logística es un asunto tan importante que las empresas crean áreas específicas para su tratamiento, se ha desarrollado a través del tiempo y es en la actualidad un aspecto básico en la constante lucha por ser una empresa del primer mundo.

Anteriormente la logística solamente, tenía el producto justo, en el sitio justo, en el tiempo oportuno, al menor costo posible; actualmente estas actividades aparentemente sencillas han sido redefinidas y ahora son todo un proceso.

Podemos incluir en la descripción de logística las siguientes definiciones:

Definición 1 *La logística determina y coordina en forma óptima el producto correcto, el cliente correcto, el lugar correcto y el tiempo correcto. Si asumimos que el rol del mercadeo es estimular la demanda, el rol de la logística será precisamente satisfacerla [6].*

Definición 2 *La logística (del inglés logistics) es definida por la Real Academia Española (RAE) como el conjunto de medios y métodos necesarios para llevar a cabo la organización de una empresa, o de un servicio, especialmente de distribución [13]. En el ámbito empresarial existen múltiples definiciones del término logística, que ha evolucionado desde la logística militar hasta el concepto contemporáneo del arte y la técnica que se ocupa de la organización de los flujos de mercancías, energía e información.*

Definición 3 *La logística es la parte del proceso de la cadena de suministros que planea, lleva a cabo y controla el flujo y almacenamiento eficiente y efectivos de bienes y servicios, así como de la información relacionada, desde el punto de origen hasta el punto de consumo, con el fin de satisfacer los requerimientos de los clientes [1].*

La definición 4 fue promulgada por el Consejo de Dirección Logística (CLM, siglas en inglés), organización profesional de gerentes de logística, docentes y profesionales que se formó en 1962. Sin embargo, la definición implica que la logística es una parte del proceso de la cadena de suministros, no todo el proceso. Por lo cual, es necesario tener claro, qué es el proceso de la cadena de suministros.

1.3. Cadena de suministros

La administración de la cadena de suministros (SCM, siglas en inglés) es un término que ha surgido en los últimos años y que encierra a la esencia de la logística integrada; incluso, va más allá de eso.

El manejo de la cadena de suministros enfatiza las interacciones

de la logística que tienen lugar entre las funciones de marketing, logística y producción en una empresa, y las interacciones que se llevan a cabo entre empresas independientes legalmente dentro del canal de flujo del producto. Las definiciones de cadena de suministros y dirección de la cadena de suministros que reflejan este alcance más amplio son las siguientes:

Definición 4 *La administración de la cadena de suministros abarca todas las actividades relacionadas con el flujo y transformación de bienes, desde la etapa de materia prima hasta el usuario final [1].*

Definición 5 *La administración de la cadena de suministros es la integración de estas actividades mediante mejoramiento de relaciones de la cadena de suministros para alcanzar una ventaja competitiva sustentable [7].*

Mentzer propone una definición más amplia y general :

Definición 6 *La administración de cadena de suministros es la coordinación sistemática y estratégica de las funciones tradicionales del negocio y de las tácticas a través de estas funciones empresariales dentro de una compañía en particular, y a través de las empresas que participan en la cadena de suministros con el fin de mejorar el desempeño a largo plazo de las empresas individuales y de la cadena de suministro como un todo [11].*

En la práctica es difícil separar la dirección logística de los negocios de la dirección de la cadena de suministro, ya que en muchos aspectos, promueven la misma misión:

“Llevar los bienes o servicios adecuados al lugar adecuado, en el momento adecuado y en las condiciones deseadas, a la vez que se consigue la mayor contribución a la empresa”

Logística y cadena de suministros es un conjunto de actividades funcionales (transporte, control de inventarios, etc.) que se repiten muchas veces a lo largo del canal del flujo, mediante las cuales la materia prima se convierte en productos terminados y se añade valor para el consumidor.

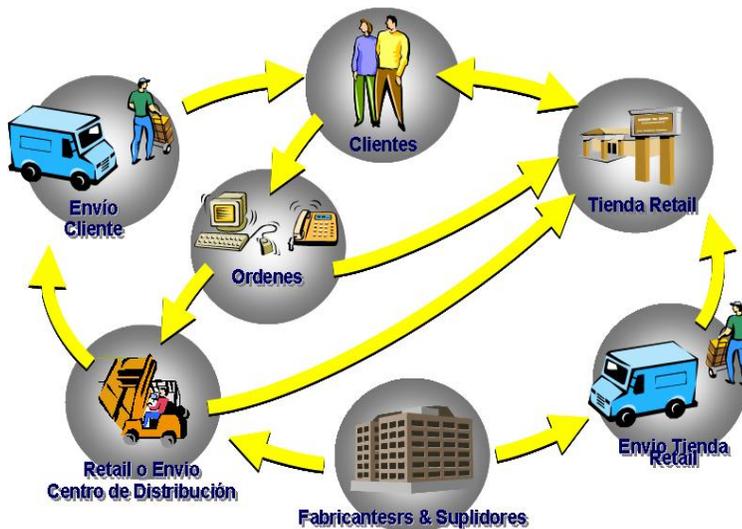


Figura 1.1. Esquema de la cadena de suministro

Los componentes de un sistema típico de logística son:

- Servicios al cliente.
- Pronóstico de la semana.
- Comunicaciones de distribución.
- Control de inventarios.
- Manejo de materiales.
- Procesamientos de pedidos.
- Apoyo de partes y servicio.

- Selección de la ubicación de fábricas y almacenamiento (análisis de localización).
- Compras.
- Manejo de bienes devueltos.
- Tráfico y transporte.
- Almacenamiento y provisión.

1.4. Investigación de operaciones

Por primera vez el término *investigación de operaciones* apareció en los años de la segunda guerra mundial, cuando en las fuerzas armadas de varios países (Estados Unidos, Inglaterra, Alemania, Japón) se formaron grupos científicos especiales (físicos, matemáticos, ingenieros, etc.), cuya misión consistía en preparar proyectos de decisiones para los jefes de mando de operaciones militares.

Luego, la investigación de operaciones extendió la esfera de sus aplicaciones a las más diversas ramas de la práctica: a la industria, agricultura, construcción, comercio, transporte, comunicaciones, salud, servicios públicos, etc.

En la época actual, llamada con todo fundamento época de la revolución científico-técnica, la ciencia presenta cada vez mayor atención a los problemas de organización y mando.

La introducción de los sistemas automáticos de dirección en todas las esferas de la práctica; hace necesario un análisis de los complicados procesos orientados hacia una finalidad desde un punto de vista de su estructura y organización.

Ante la ciencia se presenta la exigencia de optimizar las recomendaciones sobre la dirección de dichos procesos. Las exigencias prácticas originaron métodos científicos especiales agrupados bajo el nombre de “investigación de operaciones”.

Se entenderá por este término la *aplicación de métodos matemáticos, cuantitativos utilizados para argumentar las decisiones en todas las esferas de la actividad humana orientada hacia una finalidad*. Aclararemos qué se entiende por el término “decisión”.

Supongamos que se emprende cierta actividad orientada a un determinado fin. El organizador o grupo de organizadores de dicha actividad siempre tiene cierta libertad de elegir, es decir, puede organizarla de una u otra manera, por ejemplo escoger cierto tipo de equipo a utilizar, distribuir los recursos disponibles, etc. Esta “solución” precisamente presenta cierta *elección*, hecha de una serie de posibilidades que están a disposición del organizador. Las decisiones pueden plantearse de forma analítica o sistemática, estática o dinámica, determinista o probabilística. Según el planteamiento que hagamos obtendremos resultados diferentes en la toma de decisión y sus consecuencias.

- Analítica: Se dispone de un modelo matemático construido con la información disponible y del que se conocerá la mejor opción.
- Sistemática: Se establece un modelo construido a partir de una simplificación del problema y nos permite simular diferentes situaciones lo que nos lleva hacia una solución.
- Estática: Una decisión planteada estáticamente no tiene en cuenta la variable del tiempo.

- Dinámica: A diferencia de la estática, la variable del tiempo es fundamental.
- Determinista: Se conocen todos los datos necesarios de la realidad. Si se toma una opción, se sabe cuál el resultado preciso.
- Probabilística: En los modelos probabilísticos las variables son aleatorias.

Por ejemplo, el dirigente de una empresa constantemente tiene que tomar decisiones del tipo: ¿Cómo distribuir la mano de obra disponible?, ¿Qué clase de trabajo es necesario realizar en primer lugar?, ¿Cuál es la mejor manera de exportar los productos? y demás. Esto no quiere decir que, al tomar ciertas decisiones estamos dedicándonos a la investigación de operaciones. La investigación de operaciones comienza solamente, cuando para argumentar las decisiones se aplican métodos matemáticos.

Sin embargo, existen decisiones mucho más importantes. Tomemos el caso de la organización del funcionamiento del transporte urbano en una ciudad recién construida que dispone de una red de empresas, barrios, residenciales, etc. Es preciso resolver los siguientes problemas:

- Elegir los medios de transporte.
- Trazar rutas.
- Determinar los lugares de parada.
- Intervalos entre los vehículos a las distintas horas del día.
- Precio de transporte a diferentes zonas.

Esta clase de decisiones es mucho más compleja, pero lo más importante es que, es mucho lo que depende de ellas.

Es cierto que en este caso también se puede elegir la decisión intuitivamente basándose en la experiencia y en el sentido común, tal como sucede frecuentemente, pero las decisiones resultarán mucho más confiables si se basan en *modelos matemáticos*.

Dichos modelos preliminares permitirán evitar largas y costosas búsquedas, de la decisión necesaria.

La investigación de operaciones es precisamente una ponderación matemática de las futuras decisiones que permiten ahorrar tiempo, fuerzas y recursos materiales y evitar errores que no se puedan corregir, pues de lo contrario resultaría demasiado caro. Cuando más compleja, costosa y grande es la actividad planificada, tanto menos admisibles son los métodos voluntariosos y tanto más importantes resultan ser los métodos científicos que permiten valorar con anticipación las consecuencias de cada decisión.

Los modelos matemáticos, que facilitan a las personas la toma de decisiones, forman parte del objeto de estudio de la investigación de operaciones. Hoy día es difícil hallar una esfera de la actividad humana donde los modelos matemáticos y los métodos de investigación de operaciones no se utilicen en una u otra forma.

Para tener una idea de las peculiaridades de esta ciencia examinaremos algunos problemas típicos de ella.

1. **Problema de la Dieta.** Consiste en determinar una dieta de manera eficiente, a partir de un conjunto dado de alimentos, de modo de satisfacer requerimientos nutricionales. La cantidad de alimentos a considerar, sus características

nutricionales y los costos de éstos, permiten obtener diferentes variantes de este tipo de modelos.

2. **Venta de mercancía de temporada.** Para vender una determinada cantidad de mercancías de temporada se crea una red de pequeños comercios provisionales. Se plantea optimizar la cantidad de comercios, su distribución, los stocks de mercancías y la cantidad del personal de servicio para cada uno de los comercios con el fin de alcanzar la máxima eficacia económica de venta.
3. **Dimensionamiento de Lotes.** Consiste en hallar una política óptima de producción para satisfacer demandas fluctuantes en el tiempo, de modo de minimizar los costos de producción e inventario, considerando la disponibilidad de recursos escasos.
4. **Control selectivo de calidad.** Una planta fabrica artículos de cierto tipo. Para asegurar su alta calidad se crea un sistema de control selectivo. Se plantea optimizar el sistema de control, es decir, elegir el tamaño de la partida a controlar y las pruebas, elaborar las reglas de control, etc., a fin de garantizar el nivel de calidad programado, minimizando al mismo tiempo el costo de control.

Aunque los ejemplos citados pertenecen a diversas esferas es fácil encontrar en ellos rasgos similares. Cada uno corresponde a una actividad orientada hacia una finalidad determinada. Dadas ciertas condiciones que caracterizan la situación, se plantea tomar una *decisión* con la que la actividad programada resulte ser la más beneficiosa a partir de uno o varios criterios. A través del tiempo, se ha comprobado que un mayor número de problemas pueden ser resueltos con modelos matemáticos.

1.4.1. Nociones generales y principios de la investigación de operaciones

Definición 7 *La operación es cualquier actividad (sistema de acciones) unida por una sola idea y orientada a una sola finalidad [12].*

La operación es siempre una actividad *dirigida*, es decir, de nosotros depende el método con los que se eligen ciertos parámetros propios de su organización. A este aspecto la organización se entiende en toda la extensión de la palabra, incluyendo un conjunto de medios técnicos utilizados en la operación. Toda elección determinada de los parámetros que dependen del organizador se llama *decisión*.

Las decisiones pueden ser sensatas e insensatas, aprobadas o rechazadas. Las decisiones se consideran *óptimas* si tienen preferencia respecto a las otras, partiendo de uno u otro criterio. El objetivo de la investigación de operaciones radica en argumentar previa y cuantitativamente las decisiones óptimas.

Los parámetros cuyo conjunto forman una decisión se denominan *elementos de decisión* [12]. En calidad de elementos de decisión pueden figurar diversos números, vectores, funciones, indicios físicos, entre otros.

Por ejemplo, si se planifica trasladar cargamentos del mismo tipo, de los puntos de partida A_1, A_2, \dots, A_m a los puntos de destino B_1, B_2, \dots, B_n , entonces los elementos de decisión serán los números x_{ij} que indican la cantidad de cargamentos a transportar del punto de partida A_i al punto de destino B_j . El conjunto de los números $x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1n}, \dots, x_{m1}, x_{m2}, \dots, x_{mn}$ forma la decisión.

Además de los elementos de decisión con los cuales podemos manipular dentro de ciertos límites, cada problema de investiga-

ción de operaciones posee también condiciones preestablecidas, las cuales funcionan desde un principio y no pueden ser alteradas.

Además se pueden mencionar los medios disponibles, así como las limitaciones impuestas a la solución. El conjunto de puntos que cumplen estas condiciones y limitaciones, forman el llamado *conjunto de soluciones posibles*.

1.4.2. Selección del modelo

Para aplicar los métodos cuantitativos de investigación en cualquiera de las esferas, es preciso poseer siempre algún modelo matemático.

Para la construcción de un modelo es inevitable simplificar el fenómeno real (en nuestro caso la operación), esquematizarlo y describirlo con ayuda de métodos matemáticos. Cuanto más acertadamente se seleccione el modelo matemático, tanto mejor reflejará éste los aspectos característicos del fenómeno, más exitosa será la investigación y más útiles las recomendaciones obtenidas (Figura 1.2).

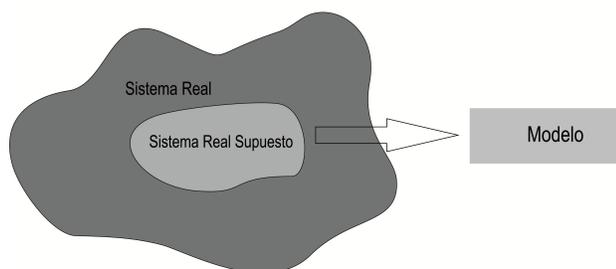


Figura 1.2. Selección del modelo

No existen métodos universales para la construcción de modelos matemáticos. En cada caso concreto el modelo se selecciona

a partir del tipo de operación, de su orientación hacia una finalidad, así como tomando en cuenta los problemas de investigación (la influencia de qué factores y que parámetros se requiere determinar). También es necesario, en cada caso concreto, establecer una correspondencia entre la precisión del modelo y la cantidad de detalles que lo caracterizan:

- Una precisión necesaria para solucionar el problema en cuestión.
- Una información disponible o la que es posible adquirir.

Si los datos iniciales necesarios para el cálculo son inexactos, es evidente que no vale la pena entrar en detalles, componer un modelo muy minucioso y gastar tiempo en optimar la solución de modo preciso y con muchos detalles.

El modelo matemático debe corresponder a los aspectos más importantes del fenómeno, a los principales factores que determinen generalmente el éxito de la operación.

Puesto que el modelo matemático no se desprende indiscutiblemente de la descripción del problema, siempre es provechoso poner en duda cualquiera de los modelos y comparar los resultados obtenidos de diferentes modelos. Es característico también de la investigación de operaciones el volver a estudiar el modelo (tras llevar la primera ronda de cálculos) para introducir correcciones.

A los matemáticos les es difícil (sin ayuda de los especialistas en el área que se investiga) construir modelos adecuados. Los especialistas de cierta área centran su atención en los modelos matemáticos y en los aspectos prácticos y reales de los problemas.

Cabe mencionar que los modelos más acertados pertenecen a los especialistas de determinada esfera de la práctica que han completado sus conocimientos especiales con una profunda preparación matemática o a los colectivos que unen a los especialistas prácticos y a los matemáticos.

Son muy útiles las consultas que los matemáticos, que conocen bien la investigación de operaciones, dan a los especialistas prácticos, ingenieros, biólogos, médicos y otros que necesitan argumentar científicamente las decisiones tomadas.

Dichas consultas resultan útiles tanto para los prácticos, como para los matemáticos que se familiarizan con los problemas reales de las diversas ramas.

En la investigación de operaciones se utilizan ampliamente tanto los modelos analíticos, como los estadísticos. Cada uno de ellos tiene sus ventajas y defectos.

Capítulo 2

LA PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA

2.1. Introducción

La programación lineal constituye un importante campo de la optimización por varias razones, muchos problemas prácticos de la investigación de operaciones pueden plantearse como problemas de programación lineal.

Algunos casos especiales de programación lineal, tales como los problemas de diseño de redes y problemas de flujo de mercancías se consideraron tan importantes como para generar por si mismos mucha investigación sobre algoritmos especializados en su solución.

Una serie de algoritmos diseñados para resolver otros tipos de problemas de optimización constituyen casos particulares de la más amplia técnica de la programación lineal.

Históricamente, las ideas de la programación lineal han inspirado muchos de los conceptos centrales de la teoría de optimización tales como la dualidad, la descomposición y la importancia de la convexidad y sus generalizaciones.

Sin embargo, en este capítulo se presentan problemas enteros formalmente similares a los problemas de programación lineal, ya que en su descripción sólo se establecen expresiones lineales.

Aunque, no responden a problemas lineales ya que algunas o todas las variables del problema toman valores que no están en un conjunto continuo.

Por ejemplo, pueden ser variables que toman valores 0 o 1 (binarias), o variables que toman valores enteros no negativos (0,1,2,...), etc. La programación lineal entera es muy usada en la microeconomía y la administración de empresas, ya sea para aumentar al máximo las utilidades o reducir al mínimo los costos de un sistema de producción. Algunos ejemplos son:

- Optimización de la red lineal de distribución de agua.
- Soporte para la toma de decisión de un sistema hidráulico.
- Problema de localización y asignación de sucursales.

Actualmente para una empresa dedicada a la comercialización y fabricación de productos críticos para los clientes es muy importante la velocidad con que se trabaje el flujo logístico. Este representa un factor muy determinante para medir el desempeño de las áreas funcionales de la empresa.

2.2. Programación Lineal Entera (PLE)

Un problema de Programación Lineal Entera (PLE), al igual que uno de Programación Lineal (PL) consta de una función objetivo lineal por maximizar o minimizar, sujeta a ciertas restricciones en la forma de igualdades o desigualdades lineales, con la característica adicional de que la solución sea entera. Cabe mencionar que el problema de la empresa a tratar es de localización

y pertenece a la programación lineal entera. Para llegar a una definición más completa de lo que es la PLE se da previamente una noción de la PL.

2.2.1. Definiciones básicas

Considérese el siguiente problema de programación:

$$\text{Min } c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$$

sujeta a:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &\geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n &\geq b_2 \\ &\vdots \geq \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n &\geq b_m \\ x_1, x_2, x_3, \dots, x_n &\geq 0 \end{aligned} \tag{2.2.1}$$

Aquí $c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n$ es la *función objetivo* que debe minimizarse. Los coeficientes c_1, c_2, \dots, c_n son los *coeficientes de costo* y x_1, x_2, \dots, x_n son las *variables de decisión* que deben determinarse. La desigualdad $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j \geq b_i$ denota la *i*-ésima *restricción*. Los coeficientes a_{ij} para $i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n$ se llaman los coeficientes tecnológicos. Estos coeficientes tecnológicos forman la *matriz de restricciones* A siguiente:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{a_{1n}} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

El vector columna cuya i -ésima componente es b_i , al cual se le llama el *vector lado derecho*, representa los requerimientos mínimos que deben satisfacerse. Las restricciones $x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$ son las *restricciones de no negatividad*. Un conjunto de variables x_1, x_2, \dots, x_n que satisfacen todas las restricciones se llama un *punto factible* o *vector factible*. Al conjunto de todos estos puntos se le llama la *región factible* o *espacio factible*. El objetivo de la programación lineal es encontrar entre todos los vectores factibles, aquel que minimiza (o maximiza) la función objetivo.

Para poder representar un problema de optimización como un problema lineal, se requieren varias suposiciones que están implícitas en la formulación de la programación dada antes.

1. *Proporcionalidad*. Dada una variable x_j , su contribución al costo total es $c_j x_j$ y su contribución a la i -ésima restricción es $a_{ij} x_j$. Esto significa que si, por ejemplo, se dobla el valor x_j , entonces se dobla su contribución al costo total y a cada una de las restricciones.
2. *Aditividad*. Esta suposición garantiza que el costo total es la suma de los costos individuales, y que la distribución total a la i -ésima restricción es la suma de las contribuciones individuales de cada actividad.
3. *Divisibilidad*. Esta suposición asegura que las variables de decisión se pueden dividir en cualquier nivel fraccional, de

modo que se permiten valores no enteros para las variables de decisión.

Debe observarse que los parámetros c_j, a_{ij} y b_i deben ser conocidos o estimados.

2.2.2. Programación lineal en notación matricial

Usando la notación matricial, un problema de programación lineal se puede escribir de una forma más conveniente [2]. Como ejemplo, considérese el siguiente problema:

$$\begin{aligned}
 \text{Min} \quad & \sum_{j=1}^n c_j x_j \\
 \text{s.a.} \quad & \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m \\
 & x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{2.2.2}$$

Notación: El asterisco (*) denota producto, para evitar confusión con la x .

Denótese por \mathbf{c} el vector fila (c_1, c_2, \dots, c_n) , y considérese los vectores columna \mathbf{x} y \mathbf{b} , y la matriz \mathbf{A} de $m * n$ dados por

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Entonces el problema anterior se puede escribir como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \mathbf{cx}, \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0} \end{aligned} \tag{2.2.3}$$

2.2.3. Programación Lineal Entera

Con el término Programación Lineal Entera (PLE), nos referiremos a problemas que formalmente son problemas de programación lineal,

$$\begin{aligned} \text{Min/Max} \quad & \mathbf{cx}, \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \\ & x \geq 0; \end{aligned} \tag{2.2.4}$$

pero en los que algunas variables están restringidas a tomar valores enteros.

Por ejemplo, $x_1 \geq 0$; $x_2 \geq 0$ y entero, $x_3 \in \{0, 1\}$, donde x_1 es una variable como las que hemos manejado en PL, x_2 una variable entera no negativa y x_3 una variable binaria, que toma únicamente dos valores, 0 ó 1.

Definición 8 *Un problema de programación entera (PE) es un problema lineal que ha sido modificado al agregar la restricción de que la solución sea entera formulado de la siguiente manera [17]:*

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \mathbf{cx}, \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}; \mathbf{x} \text{ entero} \end{aligned} \tag{2.2.5}$$

Definición 9 *Dado un problema entero (PE), se llama problema relajado (PR) al mismo problema pero prescindiendo de la restricción entera.*

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \mathbf{cx}, \\ \text{s.a.} \quad & \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}; \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

Definición 10 *Dado un problema entero, en cada iteración del proceso de resolución llamamos solución candidata a la mejor solución entera obtenida hasta el momento [17].*

La solución candidata puede ser solución óptima del PE. El valor de la función objetivo para la solución candidata fija una cota inferior, z_I , para el PE.

Dos aplicaciones importantes de la programación entera son el problema de asignación y localización. El problema de asignación permite determinar la asignación óptima de individuos o máquinas a tareas con coste mínimo y es un caso particular del transporte. Con respecto al problema de localización de instalaciones, éste es uno de los problemas clásicos que se ha estudiado a través de la Investigación de Operaciones, analizando diversas aplicaciones en distintas áreas y desarrollando una serie de técnicas de solución, específicamente heurísticas y algoritmos, que permiten encontrar soluciones satisfactorias en menores tiempos computacionales, cuando los problemas son muy complejos. Existen varios métodos para la solución de problemas enteros:

- Método de planos cortantes.
- Algoritmo de Gomory.

- Método de ramificación y acotación.
- Método Húngaro.
- Entre otros.

2.2.4. Método de ramificación y acotación

LINGO versión 10 es una herramienta diseñada para crear y resolver rápidamente modelos de programación lineal y no lineal. En seguida se da una breve explicación del método de ramificación y acotación ya que LINGO 10 tiene implementado este procedimiento para resolver los problemas de optimización. El método consiste en ir acotando superior e inferiormente el valor de la función objetivo hasta que ambas cotas sean iguales, es decir, se haya llegado al valor óptimo.

- Ramificar: Dividir la región de soluciones en dos subregiones añadiendo restricciones a cada problema relajado.
 1. Se ramifica siempre que la solución no es entera y ramificando el problema sea posible llegar a una solución entera mejor que la actual candidata.
 2. ¿Cómo se ramifica? Elija entre las variables que no tienen valores enteros, una variable que será usada para formar las restricciones ramales. Una regla para esta selección consiste en usar una variable cuya parte fraccionaria tiene el mayor valor.

- Problema terminal: Problema que no será ramificado. El problema terminal es aquél que cumpla alguna de las siguientes condiciones:
 1. Si el valor de la función objetivo es menor o igual que el valor objetivo de la solución candidata.
 2. La solución es entera.
 3. Es infactible.

Algoritmo

Objetivo maximizar.

1. **Inicialización.** Resolver el PR (2.2.6).
 - * Si la solución óptima es entera, parar.
 - * En otro caso, $z_I := -\infty$.
2. **Ramificación.** Seleccionar el problema no terminal de mayor solución óptima (z^*). En dicho problema elegir para acotar alguna variable que no sea entera, y ramificar añadiendo las restricciones $x_j \leq [x_j]$; $x_j \geq [x_j] + 1$.
3. **Acotación.** Resolver cada uno de los dos problemas recién creados.
4. **Problemas terminales.** Analizar cada problema, comenzando por el que tenga mayor z^* . Es problema terminal todo aquel que cumpla:
 - $z^* \leq z_I$.
 - La solución es entera y $z^* > z_I$. Se actualiza la cota inferior haciendo $z_I := z^*$, y esta solución entera es la solución candidata de ahora en adelante.
 - El problema es infactible.

Si existe algún problema no terminal, ir al paso 2.
Si no, la solución óptima es la solución candidata.
Si no existe candidata, el problema es infactible.

2.3. Diseño de la red logística

El sistema logístico puede ser visto como una red integrada por nodos o puntos específicos interceptados entre sí, en donde estos nodos representan áreas físicas dentro de la empresa como almacenes, plantas, puntos de venta y transportes a través de los cuales se genera el flujo de los materiales.

Aunada a esta red interna podemos asociar los nodos externos correspondientes a los clientes como puntos de entrega, cerrando de esta forma un ciclo en la red logística (Figura 3.11).

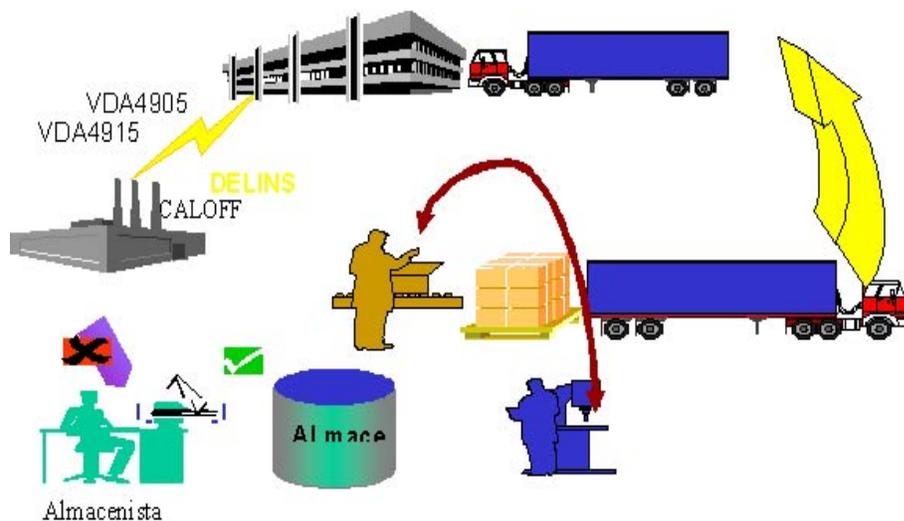


Figura 2.1. Red logística

Es importante distinguir que a esta red de flujo de materiales se integra paralelamente otra red de información que está basada en pedidos generados a proveedores, ventas a clientes, niveles de inventario, plazos de entrega, costos, contabilización, estadísticas, en donde cada uno de estos representan los nodos de la red de información.

Las técnicas de flujo de redes están orientadas a optimizar situaciones vinculadas a las redes de transporte, redes de comunicación, rutas entre ciudades, redes de conductos y todas aquellas situaciones que puedan representarse mediante una red donde los nodos representan las estaciones o las ciudades, los arcos los caminos, los cables, las tuberías y el flujo lo representan los camiones, mensajes y fluidos que pasan por la red, con el objetivo de encontrar la ruta más corta si es una red de caminos o enviar el máximo fluido si es una red de tuberías.

Cuando se trata de encontrar el camino más corto entre un origen y un destino, la técnica, algoritmo o el modelo adecuado es el de la ruta más corta; aunque existen otros modelos de redes que abarcan un problema en particular.

El diseño de la red logística involucra la definición de la función, capacidad y localización de cada uno de sus elementos (plantas, almacenes, comercios, etc.), así como cuándo hacerlo. En particular, el diseño de la red se guiará por los siguientes conceptos:

- Minimizar el costo total de la red (inversión y costo operativo).
- Maximizar el nivel de satisfacción por un servicio al consumidor establecido.

La estructura de una red logística se integra principalmente por almacenes y centros de distribución. Determinar la capacidad, cantidad, ubicación y función de los almacenes es de vital importancia.

Varias herramientas se han desarrollado para ayudar en la tarea de diseñar la configuración de la red. En general, todas requieren de la construcción de un modelo que represente la red. El objetivo principal es la minimización del costo total de la red.

La incorporación del servicio al consumidor en la formulación de modelos matemáticos se realiza a través de restricciones en tiempo o distancia entre las facilidades y el mercado a servir.

2.3.1. Problema del diseño de la red

Enfocarse al diseño de la Red Logística, es uno de los caminos que pueden ayudar a las empresas a combatir los problemas ocasionados por la alta competencia.

1. ¿Cuándo y dónde debo ampliar mis instalaciones: almacenes, equipos, plantas, etc.?
2. ¿Cuáles son los productos y clientes que maximizan mi utilidad?
3. ¿Cuál es el escenario óptimo para maximizar el flujo de efectivo?
4. ¿Cuál es el mejor plan de abastecimiento, fabricación y distribución?
5. ¿Cuántos centros de distribución se requieren?

6. ¿En dónde ubicarlos?
7. ¿Cuánto costará incrementar los niveles de servicio?
8. ¿Para qué rutas tengo que contratar el transporte?
9. ¿Cuánto inventario necesito para abastecer la red?

Estas preguntas y otras similares son de gran impacto en cuanto a costos de infraestructura, costos de operación y niveles de servicio.

Pero existen procesos y herramientas que analizan las circunstancias y exhiben las opciones para permitir una eficiente toma de decisiones. El diseño de redes de distribución genera una complejidad, como configurar la red de un nuevo producto y las múltiples opciones de embarque que pueden entregar el producto terminado al cliente final.

Un problema de diseño de red consta básicamente de una designación del número, ubicación y tamaño de centros de producción y de distribución; al igual que la determinación del flujo de productos entre distintos centros.

Dadas n ubicaciones posibles, m clientes, c_j costo fijo de abrir en la ubicación j y d_{ij} costo de atención a cliente i desde la ubicación j , se construye un modelo matemático que selecciona las localizaciones y asigna clientes a éstas, de la siguiente manera [14]:

$$\text{Min} \sum_{j=1}^n c_j y_j + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij}, \quad (2.3.1)$$

$$\text{s.a.} \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.3.2)$$

$$x_{ij} \leq y_j, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \quad (2.3.3)$$

$$x_{ij}, y_j \in \{0, 1\}, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n \quad (2.3.4)$$

La función objetivo (2.3.1) consiste en minimizar el flujo entre los productos y centros de distribución, dentro de los límites de costos fijos por abrir estos centros. La restricción (2.4.1) garantiza que cada cliente es atendido por un centro, mientras que la limitación (2.4.3) asegura que los clientes son asignados a un centro que ha sido localizado. Y finalmente la restricción (2.4.4) especifica que las variables de decisión son binarias, donde:

$$y_j = \begin{cases} 1 & \text{si se abre en la ubicación } j \\ 0 & \text{si no se abre en la ubicación } j \end{cases}$$

y

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si cliente } i \text{ es atendido desde la ubicación } j \\ 0 & \text{si cliente } i \text{ no es atendido desde la ubicación } j \end{cases}$$

Un caso particular de los problemas de diseño de red son los problemas discretos de localización de instalaciones, que deben ubicar un cierto número de instalaciones, seleccionando la ubicación de las mismas a partir de un conjunto predefinido de ubicaciones potenciales, para dar un servicio a un conjunto de clientes.

2.4. Problema de localización de instalaciones

La localización de instalaciones investiga dónde situar físicamente un conjunto de instalaciones, de modo de satisfacer

las demandas de un grupo de clientes, todo esto, sujeto a una serie de restricciones, para seleccionar un conjunto óptimo de instalaciones para ubicar en los sitios candidatos, a manera de optimizar alguna función objetivo. Los modelos de localización son aplicados a casos específicos, esto es, su estructura (objetivos, restricciones y variables) depende de cada caso en estudio. Así que los problemas de localización se pueden dividir para su estudio en relación a:

- Lo que se quiere localizar: en problemas de distribución de espacio y problemas de localización.
- Las características de las nuevas instalaciones: en problemas de localización sencilla (una instalación) o múltiple (varias instalaciones), localización de punto o de área, donde el número de nuevas instalaciones está dado o es una variable de decisión y donde la localización es dependiente o independiente de otras localizaciones.
- Las características de las instalaciones existentes: en problemas de localización estática o dinámica, determinística o probabilística.
- La interacción de las diversas instalaciones: en problemas cuantitativos y cualitativos.
- El espacio: en problemas unidimensionales o multidimensionales discretos o continuos, restringidos o no restringidos.
- La función objetivo: en problemas cuantitativos o cualitativos y, dentro de los primeros, problemas donde se minimizan funciones de costo y tiempo o se minimizan funciones de tipo minimax (se incluye costo fijo).

Entonces, no existe un modelo genérico que sea apropiado para todos los problemas. Por lo que, modelos con distinto objetivo, pueden provocar diferentes soluciones para el mismo caso en estudio.

Los modelos discretos de localización en redes se pueden clasificar de acuerdo con la distancia. Ahora los modelos se pueden dividir en modelos que están basados en la máxima distancia y modelos basados en el distancia total o promedio.

P-Centro: el problema p -centro propuesto por Hakimi pertenece a los modelos de máxima distancia. El objetivo de este modelo es minimizar la máxima distancia entre un nodo de demanda y su facilidad más cercana, dado que se tiene un número predeterminado de facilidades para instalar.

P-Mediana: a diferencia del modelo anterior, el modelo p -mediana encuentra la ubicación de p facilidades de modo de minimizar la distancia total entre los nodos de demanda y la instalación a la cual son asignados, es por esto que este modelo pertenece a los modelos de distancia total o promedio.

2.4.1. El modelo de la p -mediana

El problema clásico de localización consiste en ubicar uno o varios servicios para cubrir la demanda de una serie de puntos conocidos, usualmente denominados puntos de demanda, optimizando alguna medida de efectividad.

A principios de los años ochenta, Minieka acuñó con el nombre de problema de localización condicionada para referirse

a aquellos problemas donde el objetivo era localizar uno o varios servicios teniendo en cuenta la existencia de otros cuya localización es conocida *a priori*, de forma que los puntos de demanda son cubiertos por el servicio más próximo, ya sea con uno de los servicios existentes o con uno de los nuevos. Este tipo de modelos tiene cierta similitud con los modelos de localización competitiva puesto que se intentan localizar nuevos servicios teniendo en cuenta la existencia de otros.

Ahora bien, en la localización competitiva se pretende maximizar el beneficio de los servicios a ubicar, para ello, se localizan de forma que atraigan el mayor número de puntos de demanda, es decir, maximicen su cuota de mercado. Sin embargo, en la localización condicionada los beneficiados son los puntos de demanda (usuarios) ya que los nuevos servicios se localizan con el objetivo de minimizar los costos globales de transporte.

Por esta razón, estos modelos se utilizan cuando se plantea la expansión de una empresa, o en la localización de centros públicos o sociales, donde el objetivo principal es prestar un mejor servicio y no el obtener beneficios; un ejemplo concreto puede ser la localización de un nuevo hospital público teniendo en cuenta la existencia de otros, en este caso el objetivo es que todos los usuarios tengan un hospital lo más próximo posible.

El problema de la p -mediana es un modelo básico de localización cuando la estructura topológica subyacente del problema es una red en la que las longitudes de las aristas (distancias) y los pesos de los vértices (demandas) son conocidos. Consiste en encontrar p puntos de la red de modo

que se minimice la distancia total (o media) ponderada entre estos puntos y los vértices. Fue introducido por Hakimi quien demostró la propiedad de optimalidad en los vértices, es decir, que siempre existe una p -mediana en los vértices de la red.

2.4.2. Descripción del modelo de la p -mediana

Dos de los modelos más utilizados en localización en redes son el problema de la p -mediana y el problema del p -centro. Nos enfocaremos al problema de la p -mediana que consiste en calcular la ubicación de p centros de servicio de forma que se minimice la distancia total (o media) ponderada recorrida para atender toda la demanda (eficiencia). Las aplicaciones de este problema son numerosas; así, desde que lo plantease Hakimi, el problema de la p -mediana y sus extensiones se han utilizado para ubicar óptimamente almacenes, fábricas, sucursales bancarias, estaciones de ferrocarril, etc., utilizándose el término genérico de centro de servicio para referirse a cualquiera de ellos, llamándose por tanto centro de servicio a cada uno de los distintos puntos que componen una p -mediana.

La mayor parte de aplicaciones anteriormente mencionadas parten de modelos deterministas, en los cuales todos los datos del problema son perfectamente conocidos.

El modelo de la p -mediana es formulado de la siguiente manera:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij},$$

$$s.a. \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2.4.1)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = p \quad (2.4.2)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j \quad (2.4.3)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (2.4.4)$$

La restricción (2.4.1) asegura que cada cliente es asignado a una mediana, en tanto que la restricción (2.4.2) garantiza que se seleccionen exactamente p localizaciones para las medianas. La restricción (2.4.3) afirma que los clientes se asignen a un CD solo si este ha sido seleccionado y el conjunto de restricciones (2.4.4) especifica que todas las variables de decisión son binarias [8].

Dentro de este modelo de localización se pueden identificar tres elementos esenciales. Las *instalaciones*, que denotan un conjunto de objetos que serán localizados para proporcionar un servicio o producto. Las *localizaciones*, que se refieren al conjunto de posibles puntos para ubicar instalaciones. Finalmente los *clientes*, que son los usuarios de las instalaciones que demandan ciertos productos o servicios.

El conjunto de ubicaciones es llamado comúnmente espacio solución y se puede representar de manera *continua*, *discreta* o de *red*:

- Espacio discreto: cuando se especifica una lista de posibles lugares para ubicar instalaciones.
- Espacio continuo: se dan en problemas que se consideran en el espacio euclidiano.

- Representación de red: para varias aplicaciones donde consideran servicios públicos o privados, en los que se tiene que operar utilizando cierta infraestructura de red (carretera, vial, ferroviaria, etc.)

Capítulo 3

APLICACIÓN DEL MODELO A UNA EMPRESA

3.1. Introducción

El eje 2 del Plan Nacional de Desarrollo (PND) 2007-2012 plantea el objetivo de potenciar la productividad y competitividad de la economía mexicana para alcanzar un crecimiento económico sostenido y acelerar la creación de empleos que permitan mejorar la calidad de vida de los mexicanos [4]. Para lograr lo anterior, entre otras medidas, proponen constituir a México en una plataforma logística que facilite el intercambio comercial al interior y hacia el resto del mundo, promoviendo que los servicios logísticos que se ofrezcan sean más eficientes y permitan a las empresas tener una oferta competitiva, suficiente y oportuna de los insumos necesarios para la producción. De acuerdo a la Agenda de Competitividad en Logística 2008-2012, el desem-

peño logístico de México se colóca en el lugar 56 de 150 países. Dentro del área de Costos Logísticos y rubro de transporte, México se encuentra en el lugar 101 lo cual nos revela una habilidad superior a la media para entregar “a tiempo” pero a un costo muy alto [4]. Es así fundamental, revisar que de esta manera estamos gastando y no invirtiendo nuestros recursos para entregar los productos que requieren los consumidores a tiempo y al menor costo posible.

En este proyecto se expone el caso de una empresa dedicada principalmente a la distribución de motores y refacciones con aplicaciones diversas. Recientemente se ha presentado un aumento de demanda significativo en una de las zonas, por tal motivo la gerencia se ha cuestionado si el actual sistema logístico es adecuado estratégicamente para cumplir las expectativas de sus clientes potenciales. Esta empresa cuenta con tres Centros de Distribución (CD) y una cobertura en seis Estados de la república mexicana.

Como se mencionó previamente, para que una empresa sea competitiva debe contar con un sistema logístico oportuno y eficiente, por lo que esta compañía se ve en la necesidad de hacer una evaluación de su proceso logístico (envío de partes). En el desarrollo de este trabajo, se realiza una evaluación y análisis de dicho proceso con el propósito de generar una propuesta de asignación que mejore las condiciones actuales, mediante el modelo de la p -mediana. Los resultados obtenidos se detallarán en algunas páginas más adelante, estos también fueron publicados en el II Encuentro Iberoa-

americano de Investigación Operativa y Ciencias Administrativas (IOCA) 2010 [10].

3.2. La Empresa

Dicha empresa a tratar ha sido siempre líder en red de soporte post-venta, brindando al usuario final el respaldo y confiabilidad de una sólida marca con presencia en todo el territorio Nacional, siendo la única empresa de motores que cuenta con plantas de manufactura y un Centro de Distribución de Partes estratégicamente ubicadas en México. Además, sus 4 Distribuidores con toda su infraestructura y sus 15 puntos de servicio, brindan el soporte oportuno a la red de más de 140 Centros de Distribución en toda la República.

La primera empresa comercializadora de camiones en la república mexicana fue fundada en la ciudad de Puebla en el año de 1923. *The Anglo Mexican Motors*, representante de la marca *International Harvester*, es la compañía que inicia el desarrollo de un grupo dedicado, por más de 80 años, a la venta de vehículos de carga y pasajeros [16]. La presencia de la empresa (a evaluar) en México se da a través de 4 zonas principales (Figura3.1), concentrando el estudio en la zona Cummins de Oriente.

- Cummins Dexel: Occidente, Metro, Norte y Nuevo Laredo.
- Distribuidora Megamak: Noroeste, Pacífico, Culiacán y Sureste.
- Distribuidora Cummins de Baja: Tijuana y La Paz.

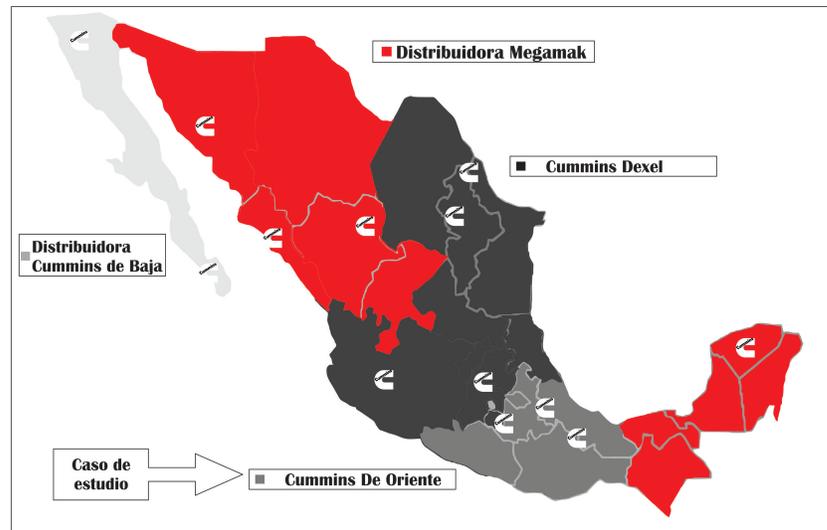


Figura 3.1. Distribuidores de Cummins

- Cummins de Oriente: Puebla, Córdoba y Veracruz.

3.2.1. Actividad principal Cummins de Oriente

En el año de 1988, es cuando se crea Cummins de Oriente, S.A. de C.V., como Distribuidor Regional para los motores y refacciones Cummins en los estados de Puebla, Veracruz, Oaxaca, Tlaxcala, Guerrero y Morelos, (Figura 3.2), así como también brindar el soporte y servicio a los mismos. El mercado en el que comercializa sus productos es el automotriz. Cuenta con un área de abastecimiento encargado de almacenar y suministrar refacciones a sus clientes a través de sus distribuidores autorizados [18].

Además cuenta con 4 unidades de negocio cubriendo diferentes mercados como:



Figura 3.2. CD y cobertura territorial Cummins de Oriente

- Automotriz
- Minero
- Marítimo y portuario
- Plantas de generación eléctrica

Actualmente Orientec Puebla, Orientec Córdoba y Orientec Veracruz son los 3 CD que operan en la zona Oriente. Cabe mencionar que el flujo de productos entre cliente y CD es mediante transporte de la propia empresa y paquetería externa.

3.3. Metodología

3.3.1. Vinculación empresa-estudiante y detección de área de oportunidad

Mencionado anteriormente, el estudio se llevó a cabo solo en la zona Cummins de Oriente, durante el proceso de análisis se acudió a la sucursal Orientec Puebla.

La vinculación empresa-estudiante se dio a través del Lic. Víctor Eugenio Flores Vargas, específicamente en el área de Logística, compras y almacenes. La recopilación de datos fue un poco tardada por parte de las sucursal orientec Córdoba y Orientec Veracruz.

Finalmente al llevar a cabo una evaluación del sistema operacional de la empresa en cuestión, se pudo ubicar un área de oportunidad al verificar que esta empresa no cuenta con una técnica o metodología que le permita asignar de manera oportuna y eficiente la ubicación de sus CD para atender el suministro de refacciones a sus clientes.

3.3.2. Definición del problema

La empresa cuenta con 3 CD y atiende 6 regiones en la zona oriente de la república. El proceso logístico actual de esta empresa no cuenta con una clara definición de a cuál región (cliente) debe atender cada CD, lo que conlleva a la realización de envíos de forma arbitraria de diferentes CD a diferentes clientes, sin considerar los costos que esto implica. El objetivo del presente estudio es evaluar y analizar la situación actual con el propósito de minimizar los costos logísticos de traslado de partes a través de instancias basadas en el modelo de la p -mediana.

Cuando se habla de *instancia* se refiere a la formulación del modelo con diferentes parámetros.

3.3.4. Elección y ajuste del modelo matemático

Para realizar el análisis de cada una de las instancias convenientes para los CD de dicha empresa se emplea el modelo de la p -mediana, debido a que este se adecúa a las necesidades del problema. De acuerdo a Hernández C. (2004) en el problema de la p -mediana se considera una en la cual se requiere particionar un conjunto de clientes en exactamente p grupos. Cada grupo estará definido no sólo por el conjunto de clientes que lo forman, sino también por la ubicación de su mediana (por ejemplo, la instalación que le proporciona el servicio).

Las medianas a su vez determinan el costo del grupo. No se especifican restricciones de capacidad para las instalaciones y por tanto, cada cliente puede ser asignado a la mediana más cercana. Se puede utilizar una representación espacial discreta o de red. Se asume que los costos fijos para el emplazamiento de las instalaciones son idénticos y por lo tanto no son tomados en cuenta en la formulación del problema.

El objetivo consiste en encontrar una partición de costo mínimo del conjunto de clientes. Este se formula así:

$$\text{Min} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_{ij} c_{ij}, \quad (3.3.1)$$

$$\text{s.a.} \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.3.2)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = p \quad (3.3.3)$$

$$x_{ij} \leq x_{jj}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n; i \neq j \quad (3.3.4)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}; \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3.3.5)$$

donde:

c_{ij} : es el costo de traslado entre clientes y CD.

x_{ij} : representa la variable de decisión.

p : simboliza el número de localizaciones de CD.

3.4. Resultados

3.4.1. Parámetros y datos relevantes

Es importante realizar algunas consideraciones previas:

* Para cada una de las instancias, se realiza su modelo matemático y se resuelve mediante el software Lingo 10.

* La empresa cuenta con una extensa cartera de clientes (2000 aproximadamente), para este análisis y evaluación solo se consideran a los clientes potenciales Acaapulco, Apizaco, Cuernavaca, Matamoros, Oaxaca, Orizaba, Salina Cruz, Tehucán, Tula y Xalapa cuyas ventas representan el 30 % del total sin dejar a un lado Córdoba, Puebla y Veracruz.

* Matamoros pertenece a la zona Cummins Dexel pero se toma en cuenta ya que es un cliente firme para Veracruz.

* El costo de transporte es un promedio del porcentaje

por cargo del mismo en la facturación.

En la figura 3.4, se presenta la tabla de distancias.

Y en la figura 3.5 se ubican los costos de transporte tomando en cuenta las consideraciones previas.

3.4.2. Instancias evaluadas y analizadas

Es necesario aclarar que las siguientes instancias a presentar nos daran un costo logístico de transportación al cual concentraremos nuestra atención, notar que este costo es determinado por un solo envío de cada CD a diferente cliente. Posteriormente se presentará una tabla con el número de envíos realizados durante enero-abril 2010 desde Orientec Córdoba, Orientec Puebla y Orientec Veracruz hacia los distintos clientes, para hacer un análisis más completo de el flujo de red que opera en la empresa y la propuesta dada.

Primera instancia

En la evaluación de la primera instancia se considera la situación actual de la empresa obteniendo lo siguiente (Figura 3.6). Respetando los costos de llevar un producto del CD al cliente y con la operación del sistema actual de la empresa, se genera un costo logístico de transporte de \$3,855.45. Nótese que aún no se aplica el modelo de la p -mediana.

Matriz de distancias (km)

Clientes (destino)

CD (origen)	Acapulco	Apizaco	Córdoba	Cuervavaca	Matamoros	Oaxaca	Orizaba	Puebla	Salina Cruz	Tehuacán	Tula	Veracruz	Xalapa
Acapulco	0.00	478.18	598.82	289.58	1430.08	773.20	573.14	429.18	651.00	556.29	473.82	710.82	626.19
Apizaco	478.18	0.00	212.90	191.60	971.82	387.28	187.22	49.00	720.40	170.37	170.37	324.90	173.30
Córdoba	598.82	212.90	0.00	312.24	1006.48	354.54	25.68	169.64	513.50	89.68	357.27	118.00	174.50
Cuervavaca	289.58	191.60	312.24	0.00	1128.50	486.62	286.56	142.61	819.74	269.71	172.24	424.24	322.66
Matamoros	1588.54	971.82	1106.48	1286.96	0.00	1338.52	1126.15	1020.82	1505.98	1121.61	1130.52	993.48	957.51
Oaxaca	773.20	387.28	354.54	486.63	1338.52	0.00	328.86	344.02	281.21	228.91	531.66	466.54	451.01
Orizaba	573.14	187.22	25.68	286.56	1126.15	328.86	0.00	143.96	533.18	64.00	331.59	137.68	179.18
Puebla	429.18	49.00	169.64	142.61	1166.63	344.02	143.96	0.00	677.14	127.11	193.37	281.64	180.06
Salina Cruz	651.00	720.40	513.50	819.74	1505.98	281.21	533.18	677.14	0.00	597.18	864.77	517.50	614.47
Tehuacán	556.29	170.37	89.68	269.71	1121.61	228.91	64.00	127.11	597.18	0.00	314.74	201.68	234.10
Tula	479.02	170.37	357.27	177.44	977.26	531.66	331.59	193.37	864.77	314.75	0.00	469.27	363.43
Veracruz	710.82	324.90	118.00	424.24	993.48	466.54	137.68	281.64	517.50	201.68	469.27	0.00	101.97
Xalapa	626.19	173.30	174.50	322.66	957.51	451.01	179.18	180.06	614.47	234.10	363.43	101.97	0.00

Figura 3.4. Tabla de distancias

CD (origen)	Clientes (destino)													
	Acapulco	Apizaco	Córdoba	Cuernavaca	Matamoros	Oaxaca	Orizaba	Puebla	Salina Cruz	Tehuacán	Tula	Veracruz	Xalapa	
Acapulco	0.00	440.88	552.11	266.99	1318.53	712.89	528.44	395.70	600.22	512.90	436.86	655.38	577.35	
Apizaco	440.88	0.00	196.29	176.66	896.02	357.07	172.62	45.18	664.21	157.08	157.08	299.56	159.78	
Córdoba	552.11	196.29	0.00	287.89	927.97	326.89	23.68	156.41	473.45	82.68	329.40	108.80	160.89	
Cuernavaca	266.99	176.66	287.89	0.00	1040.48	448.66	264.21	131.49	755.80	248.67	158.81	391.15	297.49	
Matamoros	1464.63	896.02	1020.17	1186.58	0.00	1234.12	1038.31	941.20	1388.51	1034.12	1042.34	915.99	882.82	
Oaxaca	712.89	357.07	326.89	448.67	1234.12	0.00	303.21	317.19	259.28	211.06	490.19	430.15	415.83	
Orizaba	528.44	172.62	23.68	264.21	1038.31	303.21	0.00	132.73	491.59	59.01	305.73	126.94	165.20	
Puebla	395.70	45.18	156.41	131.49	1075.63	317.19	132.73	0.00	624.32	117.20	178.29	259.67	166.02	
Salina Cruz	600.22	664.21	473.45	755.80	1388.51	259.28	491.59	624.32	0.00	550.60	797.32	477.14	566.54	
Tehuacán	512.90	157.08	82.68	248.67	1034.12	211.06	59.01	117.20	550.60	0.00	290.19	185.95	215.84	
Tula	441.66	157.08	329.40	163.60	901.03	490.19	305.73	178.29	797.32	290.20	0.00	432.67	335.08	
Veracruz	655.38	299.56	108.80	391.15	915.99	430.15	126.94	259.67	477.14	185.95	432.67	0.00	94.02	
Xalapa	577.35	159.78	160.89	297.49	882.82	415.83	165.20	166.02	566.54	215.84	335.08	94.02	0.00	

Figura 3.5. Tabla de costos

del actual (48 % menos), pero dos de los CD son reasignados a Matamoros y Salina Cruz, apesar de que hay un ahorro muy favorable esta propuesta queda fuera de discusión porque no es viable la apertura de estos CD, debido a que la empresa descarta que Matamoros sea un CD para Cummins de Oriente por pertenecer a Cummins Dexel.

Tercera instancia

Aquí se evalúa la alternativa de considerar un sólo CD, es decir $p = 1$, la figura 3.8 resume lo obtenido.

		Un solo CD												
		Clientes (destino)												
CD (origen)		Acapulco	Apizaco	Córdoba	Cuernavaca	Matamoros	Oaxaca	Orizaba	Puebla	Salina Cruz	Tehuacán	Tula	Veracruz	Xalapa
Córdoba														
Puebla		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Veracruz														
													Costo total=	3599.83
		Centros de distribución												
		Ciudades donde se ubican clientes potenciales												

Figura 3.8. Consideración de un sólo CD

Para esta instancia de un sólo CD, se obtiene un costo total de \$3,599.83, siendo Puebla proveedor de todos los clientes. Aún así, este costo es menor que la instancia de la situación actual.

Cuarta instancia

En esta instancia se busca sólo la asignación de las ciudades a los tres CD existentes de tal forma que se minimicen los costos y un CD atienda sólo a una ciudad, es preciso mencionar que aquí únicamente hacemos uso de los 3 CD contra las 10 ciudades donde se ubican los clientes fuertes, siendo $p = 3$, los resultados se observan en la figura 3.9.

		Solución óptima											
		Clientes (destino)											
CD (origen)	Acapulco	Apizaco	Córdoba	Cuernavaca	Matamoros	Oaxaca	Orizaba	Puebla	Salina Cruz	Tehuacán	Tula	Veracruz	Xalapa
Córdoba			1				1		1	1			
Puebla	1	1		1		1		1			1		
Veracruz					1							1	1
											Costo total=	2657.67	
		Centros de distribución											
		Ciudades donde se ubican clientes potenciales											

Figura 3.9. Posible solución óptima

Como muestra la figura 3.9 el costo total sigue siendo menor al de la situación actual por lo que se considera una solución óptima o una mejor solución, sin llevar a cabo una reasignación de CD.

Ahora comparemos los costos logísticos que se generan durante los primeros cuatro meses del 2010, considerando la situación actual que se maneja en la empresa y la posible solución hallada. La figura 3.10 muestra los gastos que se hicieron durante el primer cuatrimes-

tre del 2010 tomando la situación actual que maneja Cummins de Oriente.

Costos considerando el número de pedidos enviados desde Puebla durante el primer cuatrimestre 2010 Situación actual													
Clientes (destino)													
CD (origen)	Acapulco	Apizaco	Córdoba	Cuernavaca	Matamoros	Oaxaca	Orizaba	Puebla	Salina Cruz	Tehuacán	Tula	Veracruz	Xalapa
Córdoba	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Puebla	\$13,058.23	\$ 1,987.83	\$14,076.73	\$ 4,865.00	\$ -	\$11,735.90	\$ 2,256.43	\$ -	\$13,110.78	\$10,664.78	\$ 4,813.75	\$50,116.71	\$ 7,968.74
Veracruz	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 915.99	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -
Costo total													\$135,570.87

Figura 3.10. Costos primer cuatrimestre

Si la empresa aplicará la solución propuesta, los envíos se llevarían de la siguiente manera, figura 3.11:

Número de envíos realizados hacia los puntos de demanda durante el primer cuatrimestre 2010 Situación óptima													
Clientes (destino)													
CD (origen)	Acapulco	Apizaco	Córdoba	Cuernavaca	Matamoros	Oaxaca	Orizaba	Puebla	Salina Cruz	Tehuacán	Tula	Veracruz	Xalapa
Córdoba	0	0	90	0	0	0	17	0	21	91	0	0	0
Puebla	33	44	0	37	0	37	0	0	0	0	27	0	0
Veracruz	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	193	48

Figura 3.11. Número de envíos

Y el costo logístico de transportación sería menor, como lo muestra la figura 3.12:

Costos considerando el número de pedidos enviados durante el primer cuatrimestre 2010 Solución Óptima													
Clientes (destino)													
CD (origen)	Acapulco	Apizaco	Córdoba	Cuernavaca	Matamoros	Oaxaca	Orizaba	Puebla	Salina Cruz	Tehuacán	Tula	Veracruz	Xalapa
Córdoba	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 402.51	\$ -	\$ 9,942.39	\$ 7,524.33	\$ -	\$ -	\$ -
Puebla	\$13,058.23	\$ 1,987.83	\$ -	\$ 4,865.00	\$ -	\$11,735.90	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 4,813.75	\$ -	\$ -
Veracruz	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 915.99	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ -	\$ 4,512.78
Costo total													\$ 59,758.71

Figura 3.12. Costos con solución óptima

Finalmente se realiza una comparación geográfica de la situación que presenta Cummins de Oriente con la solución óptima hallada. Ver **Apéndice B**.

3.4.3. Conclusiones

La instancia presentada en este estudio muestra que los costos generados por enviar los productos desde el

centro de distribución en Puebla hacia los 13 centros de demanda, es un 35 % mayor al costo de la solución óptima. Ver figura 3.13.

Instancia	Costos	Variación % con respecto a la solución óptima	Observaciones
Situación actual	\$3,855.45	45%	
Incluyendo todas las ciudades	\$1,841.97	-31%	No factible por volumen de ventas a Salina Cruz y Matamoros
Solución óptima	\$2,657.67		
Un solo Centro de distribución	\$3,599.80	35%	

Figura 3.13. Resumen de instancias

Con los datos presentados en la instancia óptima y considerando el número de pedidos enviados durante el primer cuatrimestre de 2010, se elaboraron los cuadros comparativos cuyo resultado muestra un ahorro de \$75,812.

3.4.4. Trabajo a futuro

Cummins de Oriente considera conveniente que este primer estudio sea el preliminar de una revisión más profunda de las políticas y procedimientos actualmente ejecutados. Para esto consideramos que debe proceder de la siguiente manera:

- Generar una base de datos con registros de costo de los fletes asociados con destinos y volúmenes de piezas desplazados, para contar con información más precisa.
- Ajustar el problema a algún modelo que incluya la demanda en cada centro.
- Revisar con el área comercial la demanda potencial de otras plazas, por ejemplo Xalapa, para valorar la posible apertura de un centro de atención.

Conclusiones

- Finalmente se dio una síntesis de la relación que se guarda entre la logística, cadena de suministros e incluso la investigación de operaciones con la Programación Lineal.
- Ante las nuevas condiciones de alta competitividad la logística juega un papel muy importante para las empresas, sin importar que sean pequeñas o grandes, y esto se remarca con el caso de una empresa (Cummins de Oriente) que desde hace 2 años presenta un aumento significativo en costos de transporte en una de sus zonas con mayor demanda.
- Se obtuvo una solución óptima que representaría un ahorro de \$75,812.00 en el primer cuatrimestre de 2010. Esta solución si se aplicase es viable y ahora sólo resta que la empresa también lo considere así. La investigación de operaciones es una ponderación matemática que permite a las empresas tomar futuras decisiones para ahorrar tiempo, recursos materiales y evitar cometer errores.

Apéndice A

LINGO 10

LINGO: (LINear Generalize Optimizer) es una herramienta simple para formular problemas lineales y no lineales, resolverlos y analizar su solución. Uno de los rasgos más poderosos de LINGO es su aplicación en el lenguaje de modelo matemático, el cual permite expresar un problema de una manera muy similar a la anotación matemática normal pudiendo también, expresar una serie entera de restricciones en una declaración compacta. Otro aspecto es la sección de los datos, que le permite aislar los datos de la formulación del modelo. De hecho LINGO puede leer datos incluso de una hoja de cálculo separada, base de datos, o archivo de texto. Con datos independientes del modelo, es mucho más fácil de hacer cambios, y hay menos oportunidad de error cuando se realiza el modelo.

Debe tenerse en cuenta que LINGO 10 detecta óptimos locales y que salvo para la programación lineal y convexa, no siempre resulta fácil identificar los óptimos globales. LINGO 10 proporciona un paquete de utilidades que incluye un potente lenguaje para expresar

modelos de optimización, un entorno para construir y editar problemas, y un conjunto de algoritmos de resolución integrados; en sí una aplicación muy útil para la Investigación Operativa [15].

A.1. Uso de funciones de variables de dominio

A menos que especifique lo contrario, el valor de las variables por defecto en un modelo de LINGO 10 son no-negativo y continuas. Más específicamente, las variables pueden asumir algún valor real desde cero a infinito positivo. En muchos casos, este dominio de valor por defecto puede ser impropio. Por ejemplo, usted puede querer una variable que asuma valores negativos, o se podría querer una variable restringida puramente a valores enteros. LINGO 10 proporciona cuatro funciones de variables dominio que le permite sustituir el dominio predefinido de una variable. Los nombres de estas funciones y una descripción breve de su uso son:

- *@GIN* restringe una variable para comenzar con valores enteros.
- *@BIN* hace una variable binario (es decir, 0 o 1). Por ejemplo *@BIN(X)*.
- *@FREE* permite que una variable pueda asumir algún valor real, positivo o negativa.
- *@BND* limita una variable dentro de un rango finito.

LINGO le da la posibilidad de definir dos tipos de variables enteras, una general y otra binaria. Una variable entera general requiere ser un número entero. Una variable entero binaria requiere ser cero o uno. Cualquier modelo que contiene uno o más variables enteras, es requerido para un modelo de programación entera (PE). Por defecto, las variables en LINGO tiene un límite inferior de cero y un límite superior de infinito. *@FREE* quita el límite inferior cero y permite que la variable tome valores negativos.

A.2. Funcionamiento del programa

Dado el modelo matemático de la p -mediana a continuación se presenta la formulación de nuestro problema de estudio en el lenguaje LINGO, ver Figura A.1.

Si no hay errores de formulación durante la fase de compilación, LINGO invocará el Solver interno apropiado para comenzar a buscar la solución óptima del modelo.

La ventana de estado incluye lo siguiente, figura A.2:

La ventana de estado del *Solver Status* es útil para controlar el progreso del solver.

- **El cuadro de Variables:** muestra el número total de variables en el modelo, junto con el número de las variables no lineales. Una variable se considera no lineal cuando existe una relación no lineal en alguna restricción. También nos muestra el número de variables enteras en el modelo. Mientras más cantidad de variables no lineales y enteras exista

```

MODEL:!Cummins de Oriente con 3 hubs;
SETS:
CITY/Acapulco Apizaco Cordoba Cuernavaca Matamoros Oaxaca Orizaba Puebla Salina Tehucan Tula Veracruz Xalapa /;;
ASIGNA(CITY,CITY):COSTO,X: !VARIABLES;
HUB(CITY):Y: !VARIABLES;
ENDSETS
DATA:!MATRIZ DE COSTOS;
COSTO = 0.00 440.88 552.11 266.99 1318.53 712.89 528.44 395.70 600.22 512.90 436.86 655.38 577.35
440.88 0.00 196.29 176.66 896.02 357.07 172.62 45.18 664.21 157.08 157.08 299.56 159.78

552.11 196.29 0.00 287.89 927.97 326.89 23.68 156.41 473.45 82.68 329.40 108.80 160.89

266.99 176.66 287.89 0.00 1040.48 448.66 264.21 131.49 755.80 248.67 158.81 391.15 297.49

1464.63 896.02 1020.17 1186.58 0.00 1234.12 1038.31 941.20 1388.51 1034.12 1042.34 915.99 882.82

712.89 357.07 326.89 448.67 1234.12 0.00 303.21 317.19 259.28 211.06 490.19 430.15 415.83

528.44 172.62 23.68 264.21 1038.31 303.21 0.00 132.73 491.59 59.01 305.73 126.94 165.20

395.70 45.18 156.41 131.49 1075.63 317.19 132.73 0.00 624.32 117.20 178.29 259.67 166.02

600.22 664.21 473.45 755.80 1388.51 259.28 491.59 624.32 0.00 550.60 797.32 477.14 566.54

512.90 157.08 82.68 248.67 1034.12 211.06 59.01 117.20 550.60 0.00 290.19 185.95 215.84

441.66 157.08 329.40 163.60 901.03 490.19 305.73 178.29 797.32 290.20 0.00 432.67 335.08

655.38 299.56 108.80 391.15 915.99 430.15 126.94 259.67 477.14 185.95 432.67 0.00 94.02

577.35 159.78 160.89 297.49 882.82 415.83 165.20 166.02 566.54 215.84 335.08 94.02 0.00;

ENDDATA
MIN=@SUM(ASIGNA:X*COSTO); !FUNCION OBJETIVO;
@FOR(CITY(J):@SUM(CITY(I):X(I,J))=1); !PRIMERAS RESTRICCIONES;
@SUM(HUB(I):Y(I))=3; !SEGUNDA RESTRICCION;
@FOR(CITY(I):@SUM(CITY(J):X(I,J))<= 13*Y(I)); !TERCERAS RESTRICCIONES;
@FOR(ASIGNA:@BIN(X)); !RESTRICCIONES BINARIAS;
@FOR(HUB:@BIN(Y)); !RESTRICCIONES BINARIAS;
END

```

Figura A.1. Corrida de la instancia 2

en el modelo más tiempo tomará su resolución. Los modelos puramente lineales se resuelven con mayor velocidad.

“Clasificación de los modelos matemáticos en LINGO”

1. A nivel de problemas: Los problemas pueden ser irrestrictos (carecen de restricciones) o restringidos (son aquellos que tienen una o más restricciones).
2. A nivel de restricciones: A la vez estas pueden

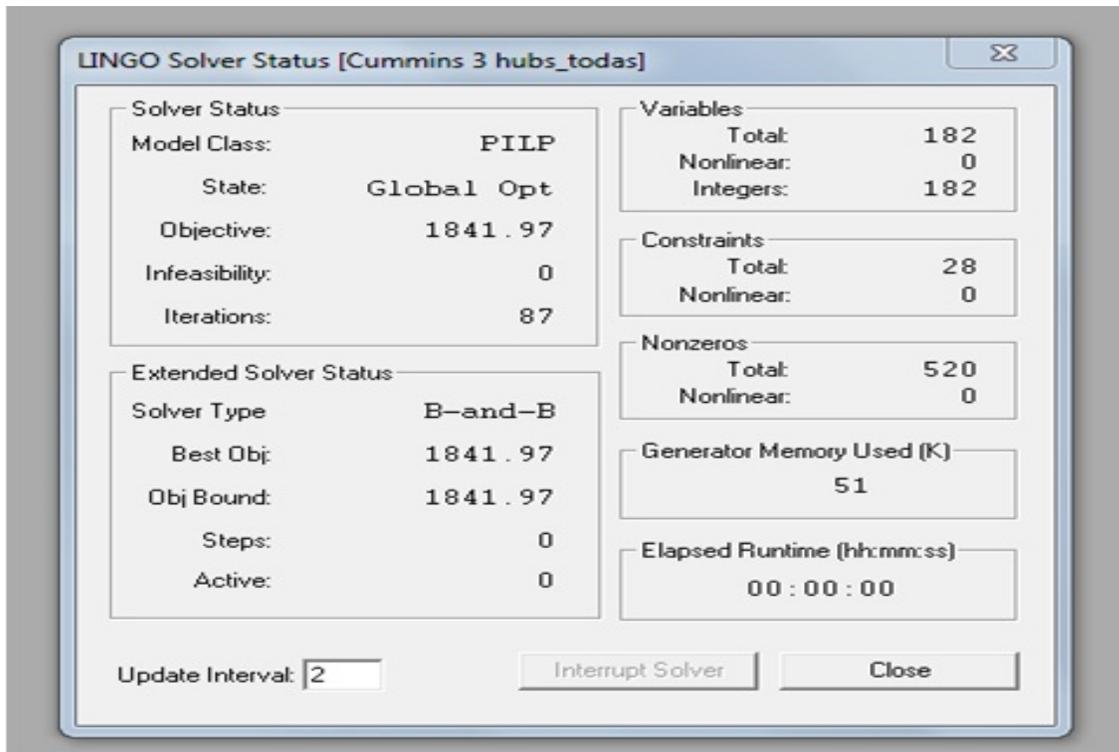


Figura A.2. Ventana LINGO 10

ser lineales (satisfacen la regla de aditividad como de proporcionalidad) o no lineales (en la cual alguna restricción no satisface la regla de proporcionalidad y de aditividad).

3. A nivel de la función objetivo: A la vez la función puede ser lineal o no lineal.
 4. A nivel de variables: Por último estas pueden ser continuas (todas las variables satisfacen la divisibilidad) o enteras (en la que una o más variables deben tener valores enteros).
- o **El cuadro de restricciones (Constraints):** Nos muestra el número total de restricciones y también

el número de restricciones no lineales.

- **El cuadro Nonzeros:** Muestra el número total de coeficientes no ceros en el modelo, como así también el número de estas que son de tipo no lineal. Generalmente en una restricción un pequeño subconjunto de las variables típicas aparece con el coeficiente implícito, en las variables que no aparecen es cero; mientras que en las variables que aparecen es distinto de cero.

- **El box Optimizer Status:** muestra

Campo Estado: Cuando LINGO 10 comienza a resolver un modelo el estado inicial de la solución es *indeterminado* ya que todavía no se ha generado ninguna solución para el modelo. Una vez que se comienza a iterar el estado pasa a *no factible* en donde se han generado soluciones tentativas pero que no satisfacen las restricciones del modelo. Y luego se pasa a un estado *factible* cuando se encuentra una solución que satisface todas las restricciones pero todavía no se encuentra la mejor solución.

Cuando el solver no encuentra una mejor solución para el modelo se llega al estado *óptimo global* u *óptimo local*. Esto se cumple para modelos con restricciones lineales y no lineales respectivamente. Si un modelo termina en un estado *ilimitado* significa que se pudo mejorar la función objetivo sin límites y esto en la vida real correspondería a una situación de ganancias infinitas algo imposible lo cual significa que se ha

omitido algún tipo de restricción en el modelo. Finalmente el estado *interrumpido* es cuando se interrumpe prematuramente el solver antes de que encuentre la mejor solución para el modelo.

Campo Objetivo: El campo objetivo nos da el valor objetivo de la solución actual. Si el modelo no tiene una función objetivo entonces N/A aparece en este campo.

Campo No Factible: Muestra la cantidad por la cual todas las restricciones han sido violadas.

Campo de Iteraciones: El Campo de las Iteraciones despliega una cuenta del número de iteraciones completada por el solver de LINGO 10. En general, cuando un modelo es considerable, exigirá a más iteraciones a resolver y cada iteración requerirá más tiempo para completar.

Campo Branches: LINGO 10 usa la estrategia llamada branch-and-bound para resolver modelos de programación entera .

Campo Best Obj: Este campo muestra el valor objetivo de la mejor solución en un modelo de programación entera. La ventana de estado del solver también provee un botón de interrupción que permite interrumpir el solver en la próxima iteración.

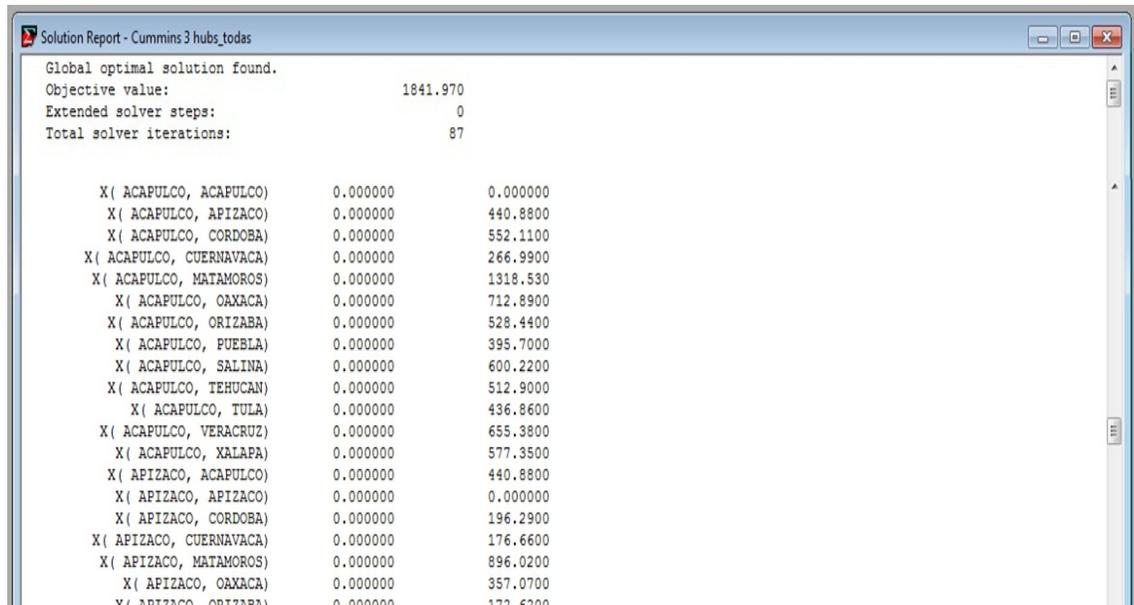
A.3. Reporte de solución (Solution Report)

El primer informe del reporte nos dice el valor que maximiza o minimiza la función objetivo.

Segundo, si hubo necesidad de extender pasos para hallar la solución.

Tercero, el número de iteraciones para resolver el modelo.

Cuarto, las cantidades de cada variable que responden a la función objetivo (Figura A.3).



Solution Report - Cummins 3 hubs_todas

Global optimal solution found.

Objective value:	1841.970
Extended solver steps:	0
Total solver iterations:	87

Variable	Value	Cost
X(ACAPULCO, ACAPULCO)	0.000000	0.000000
X(ACAPULCO, APIZACO)	0.000000	440.8800
X(ACAPULCO, CORDOBA)	0.000000	552.1100
X(ACAPULCO, CUERNAVACA)	0.000000	266.9900
X(ACAPULCO, MATAMOROS)	0.000000	1318.530
X(ACAPULCO, OAXACA)	0.000000	712.8900
X(ACAPULCO, ORIZABA)	0.000000	528.4400
X(ACAPULCO, PUEBLA)	0.000000	395.7000
X(ACAPULCO, SALINA)	0.000000	600.2200
X(ACAPULCO, TEHUCAN)	0.000000	512.9000
X(ACAPULCO, TULA)	0.000000	436.8600
X(ACAPULCO, VERACRUZ)	0.000000	655.3800
X(ACAPULCO, XALAPA)	0.000000	577.3500
X(APIZACO, ACAPULCO)	0.000000	440.8800
X(APIZACO, APIZACO)	0.000000	0.000000
X(APIZACO, CORDOBA)	0.000000	196.2900
X(APIZACO, CUERNAVACA)	0.000000	176.6600
X(APIZACO, MATAMOROS)	0.000000	896.0200
X(APIZACO, OAXACA)	0.000000	357.0700

Figura A.3. Reporte LINGO 10

Apéndice B

UBICACIÓN GEOGRÁFICA

A continuación se presenta una comparación geográfica de la ubicación actual de CD de Cummins de Oriente, contra la solución óptima ya analizada.

En la figura B.1 podemos observar que el CD en Puebla suministra a la mayoría de los clientes en las diferentes regiones, y a su vez Córdoba realiza entregas a algunas de estas mismas regiones, provocando así; que un cliente sea atendido por dos CD.

En la solución óptima propuesta (Figura B.2), se puede ver que los 3 CD ya no hacen entregas a las mismas regiones, lo cual conlleva una reducción de costos para Cummins de Oriente.



Figura B.1. Ubicación actual



Figura B.2. Asignación óptima

Bibliografía

- [1] Ballou Ronald H., *LOGÍSTICA. Administración de la cadena de suministro*, Quinta edición, Pearson Prentice Hall, México 2004.
- [2] Bazara Mokhtar S., *Programación lineal y flujo de redes*, Segunda edición, Limusa, México 1999.
- [3] Bitter, Lester R., Ramsey, Jackson E., *Enciclopedia del MANAGEMENT*, Tomo 3, Ediciones Centrum Técnicas y Científicas, 1986.
- [4] Canós, M.J.; V. Liern y C. Ivorra, *Fuzzy methods in location problems*, Agenda de Competitividad en Logística 2008-2012. Subsecretaría de Industria y Comercio Dirección General de Comercio Interior y Economía Digital.
- [5] Daellenbach Hans G., *Técnicas de investigación de operaciones*, Primera edición, Compañía editorial continental, 1987.
- [6] Franklin B. Enrique, *Organización de Empresas*, Segunda Edición, Mc Graw Hill, 2004.
- [7] Handfield Robert B. y Nichols Jr. Ernest L., *Introduction to Supply Chain Management*, Prentice Hall, 1999.

- [8] Hernández C., *Diseño de un algoritmo heurístico para el problema de localización p-mediana*, UDLA, Escuela de Ingeniería, 2004.
http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lii/hernandez_r_cm/.
- [9] Insua Ríos Sixto, *Programación Lineal y Aplicaciones*, Departamento de Inteligencia Artificial, Facultad de Informática, Madrid 2006.
- [10] Lázaro H. Refugio, Cazabal V. Lucía, Flores V. Víctor E. y Martínez F. José Luis Martínez, *Evaluación, análisis y propuesta de mejora del sistema logístico de los centros de distribución de una empresa que distribuye motores y refacciones en México*, Memorias del II Encuentro Iberoamericano de Investigación Operativa y Ciencias Administrativas, ITESM Campus Monterrey N. L., México 2010.
- [11] Mentzer John T., Dewitt William Min Soonhong y Zacharia Zach G., *Journal of Business Logistics*, Defining Supply Chain Management, 2001.
- [12] Taha, *Investigación de operaciones*, Representaciones y servicios de ingeniería, México 1988.
- [13] Real Academia Española, *Diccionario de la Lengua Española*, Madrid 2001.
- [14] <http://www.fing.edu.uy/inco/cursos/ioce/material/cadsum.ppt>
- [15] http://www.frm.utn.edu.ar/ioperativa/lingo_lindo.pdf
- [16] http://regions.cummins.com/regions/index_mx.jsp
- [17] http://www.sc.ehu.es/ccwikera/docs/tras_entera.pdf

[18] <http://www.orientec.com.mx>