



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Un estudio sobre la rapidez de convergencia de la prueba
asintótica clásica de no inferioridad

Tesis presentada al

Colegio de Matemáticas

como requisito parcial para obtener el grado de

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS APLICADAS

por

José Juan Castro Alva

asesorado por

Dr. Félix Almendra Arao y Dra. Hortensia Reyes Cervantes

Puebla Pue.
9 de mayo del 2012

Título: Un estudio sobre la rapidez de convergencia de la prueba asintótica clásica de no inferioridad

Estudiante: JOSÉ JUAN CASTRO ALVA

COMITÉ

Dr. Francisco Solano Tajonar Sanabria
Presidente

Dr. Hugo Adán Cruz Suárez
Secretario

Dr. David Sotres Ramos
Vocal

Vocal

Dr. Félix Almendra Arao y Dra. Hortensia Reyes Cervantes
Asesor

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Revisión de la literatura	1
1.2. Objetivos	2
2. Preliminares	5
2.1. Algunos tipos de convergencia	5
2.1.1. Convergencia en probabilidad	5
2.1.2. Convergencia en distribución	7
2.2. Pruebas de hipótesis	9
3. Las pruebas de no inferioridad	13
3.1. Pruebas de no inferioridad para dos proporciones	13
3.2. El problema del cálculo del tamaño de prueba	14
3.3. Reducción del cálculo de los tamaños de prueba	15
4. Estudio Numérico de los tamaños de prueba (Blackwelder).	19
4.1. Prueba de no inferioridad de Blackwelder	19
4.2. El problema del cálculo de tamaños de prueba para la diferencia de dos proporciones	20
4.3. Propiedades asintóticas de la prueba de Blackwelder	23
4.4. Procedimiento empleado para calcular los tamaños de prueba.	26
5. Resultados	27
5.1. Diseños balanceados	27
5.1.1. Comportamiento de los tamaños de prueba para diseños balanceados	27
5.1.2. Tamaño de prueba nominal para alcanzar un tamaño de prueba objetivo dado	32
5.2. Diseños desbalanceados	81
5.2.1. Comportamiento de los tamaños de prueba para diseños desbalanceados . .	81
5.2.2. Tamaño de prueba nominal para alcanzar un tamaño de prueba objetivo dado	87
5.3. Tiempos de cómputo	101
6. Conclusiones	105
A. Programa que calcula el tamaño de la prueba de Blackwelder	107
B. Demostraciones	119

Capítulo 1

Introducción

Las pruebas de no inferioridad son procedimientos estadísticos empleados con la finalidad de poder determinar si un tratamiento nuevo es superior, igual o inferior, por un margen generalmente pequeño, a uno ya existente y el cual se considera como un tratamiento estándar. Estas pruebas son muy utilizadas en el área de ensayos clínicos en la cual generalmente el tratamiento nuevo deberá de representar alguna ventaja, por ejemplo: ser más barato, de más fácil aplicación o tener menos contraindicaciones.

Entre las pruebas de no inferioridad para la comparación de dos proporciones, la prueba de no inferioridad clásica asintótica o de Blackwelder tiene un papel destacado debido a que es la más usada en la práctica.

Debido a que en las pruebas asintóticas se tiene la problemática de que no necesariamente respetan el nivel de significancia nominal para el cual fueron construidas, es muy importante estudiar el comportamiento de sus tamaños de prueba.

Por otra parte, el cálculo de dichos tamaños de prueba es un problema computacionalmente intensivo debido a la presencia de un parámetro perturbador.

En este trabajo se realiza un análisis del comportamiento de los tamaños de prueba de la prueba clásica asintótica de no inferioridad. Dicho análisis se basa en el cálculo de los tamaños de prueba para diseños balanceados, es decir, con igual tamaño de muestra ($n_1 = n_2$) así como para diseños desbalanceados con $(n_1, 1.5n_1)$, $(1.5n_2, n_2)$, lo anterior permite estudiar la rapidez de convergencia de los tamaños de prueba hacia el nivel de significancia objetivo. En el análisis mencionado se consideran diferentes configuraciones de tamaños de muestra, niveles de significancia nominal y márgenes de no inferioridad.

El estudio se realizó para la prueba asintótica de Blackwelder tanto sin corrección por continuidad como con la corrección por continuidad de Hauck-Anderson. Los tamaños de prueba fueron calculados mediante un programa que se escribió por el autor de la tesis en lenguaje C++. Este programa realiza los cálculos de tamaños de prueba para las diferentes configuraciones consideradas, tanto para diseños balanceados como para diseños desbalanceados con corrección y sin corrección por continuidad. Los resultados de dichos cálculos se presentan en el capítulo 5.

1.1. Revisión de la literatura

Li y Chuang-Stein [16] evaluaron el desempeño de dos métodos frecuentemente utilizados, la aproximación clásica normal asintótica y el mismo método con la corrección por continuidad de Hauck-Anderson. La evaluación que ellos hicieron se basó en simulación para estimar los errores tipo I y potencias. Continuando la investigación de Li y Chuang-Stein, Almendra-Arao [1], evaluó la ejecución de esos dos métodos, pero no estimó los errores tipo I mediante simulación, en lugar de esto, realizó los cálculos exactos de los errores tipo I y de los tamaños de prueba.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.2. OBJETIVOS

Las conclusiones obtenidas por Almendra-Arao [1] son diferentes a las obtenidas por Li y Chuang-Stein [16], ello se debe principalmente a que en [1] se soportan en el cálculo de los tamaños de prueba de manera exacta en lugar de simularlos. Además, Li y Chuang-Stein no calcularon los tamaños de prueba, ellos más bien calcularon niveles actuales de significancia, es decir, los valores observados y potencias; todo ello lo hicieron realizando estimaciones mediante simulación.

Es esencial mencionar que el cálculo de tamaños de prueba, para pruebas de no inferioridad, conlleva de manera implícita una problemática bastante seria, debido a la presencia de un parámetro perturbador, y recordemos que de acuerdo con Basu [8], "la eliminación de parámetros perturbadores es universalmente reconocido como un problema mayor en estadística". De hecho la presencia de dicho parámetro perturbador es la principal razón de que en estudios, en los cuales se tratan pruebas de no inferioridad incondicionales, no se calculen los tamaños de prueba y si se calculan, esto se hace solamente para unos cuantos casos ya sea por simulación o mediante aproximaciones gruesas.

Específicamente, en [1] y [3] el autor realizó cálculos de tamaños de prueba reales (no estimaciones mediante simulación), de la prueba asintótica de Blackwelder sin corrección por continuidad y con la corrección por continuidad de Hauck-Anderson, ello usando un programa que el autor escribió en S-PLUS, además consideró las configuraciones ($n_1 = n_2$), $30 \leq n_1 \leq 300$, $\alpha = 0.025$, 0.05 y $d_0 = 0.10, 0.15$.

Típicamente, cuando se han realizado aproximaciones finas de tamaños de prueba, se han realizado mediante el método exhaustivo, el cual demanda un esfuerzo computacional considerable. Aunque el método de Newton es generalmente más eficiente que el método exhaustivo, implementarlo requiere que las primeras dos derivadas de la función potencia tengan formas cerradas manejables. Desafortunadamente, para regiones críticas generales tales derivadas poseen representaciones inmanejables. Almendra-Arao [4] probó que cuando las regiones críticas son conjuntos convexos de Barnard, las primeras dos derivadas de la función potencia tienen formas cerradas manejables y por ello, bajo tales condiciones, es razonable aplicar el método de Newton con la natural consecuencia de ahorrar tiempo de cómputo.

En la presente tesis, para calcular los tamaños de prueba, para la prueba asintótica de no inferioridad de Blackwelder, se usará la estrategia planteada por Almendra -Arao en [1]- [4] misma que se apoya en algunos resultados presentados en [5]-[6] y [18]-[19].

1.2. Objetivos

Como ya se mencionó en la sección previa, el cálculo de tamaños de prueba para pruebas de no inferioridad representa un problema computacionalmente intensivo, por tal motivo es conveniente contar con una estrategia que reduzca los tiempos de cómputo, para ello se usarán los resultados de trabajos ya comentados en la sección anterior.

El objetivo general del presente trabajo es realizar un estudio numérico sobre la rapidez de convergencia de los tamaños de prueba de la prueba de no inferioridad clásica asintótica o prueba de Blackwelder, se continúa el trabajo iniciado en [1] mediante la exploración de una gama más amplia de configuraciones, especialmente se consideran tamaños de muestra más grandes en este análisis.

Para lograr el mencionado objetivo general, que considera tamaños de muestra más grandes que las analizadas en [1] se requiere de la escritura de programas en un lenguaje más eficiente que el S-PLUS (usado en [1]). En consecuencia se plantean de manera específica los objetivos particulares:

1. Escribir un programa en lenguaje C ++ para calcular los tamaños de prueba para la prueba de Blackwelder. Este programa considera diseños balanceados y desbalanceados e incluye la prueba en cuestión sin corrección por continuidad y con la corrección por continuidad de Hauck-Anderson.
2. Con el programa mencionado en el punto anterior, determinar los tamaños de prueba

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.2. OBJETIVOS

para las configuraciones siguientes en el caso de diseños balanceados. Tamaños de muestra $n_1 = n_2 = 30, (10), \dots, 1000$, niveles de significancia nominal ($\alpha = 0.025, 0.05$), márgenes de no inferioridad ($d_0 = 0.05, 0.1, 0.15$), con la corrección por continuidad de Hauck-Anderson. (CC) y sin corrección por continuidad.

3. Con el mismo programa, determinar los tamaños de prueba para las configuraciones siguientes en el caso de diseños desbalanceados. Tamaños de muestra $n_1 = 50, (50), \dots, 1000$, $n_2 = 1.5 n_1$, $n_1 = 1.5 n_2$, $n_1 = 50, (50), \dots, 1000$ niveles de significancia nominal $\alpha = 0.025, 0.05$, márgenes de no inferioridad ($d_0 = 0.05, 0.1, 0.15$), con corrección por continuidad (CC)y sin corrección por continuidad.
4. Con base en los resultados obtenidos en los puntos 3 y 4, analizar el comportamiento de los tamaños de prueba y su rapidez de convergencia.
5. Escribir un programa en lenguaje C ++ para determinar el nivel nominal α^* para alcanzar un tamaño de prueba objetivo dado. Al igual que el programa referido en el punto 1, éste considera tanto diseños balanceados como desbalanceados e incluye la prueba en cuestión sin corrección por continuidad y con la corrección por continuidad de Hauck-Anderson.
6. Con el programa anterior determinar los tamaños de prueba para el nivel nominal α^* y realizar la construcción de tablas que muestren dichos resultados para las configuraciones especificadas en 2 y 3.
7. Analizar los resultados correspondientes a las configuraciones descritas en los puntos anteriores y obtener conclusiones.

Capítulo 2

Preliminares

En el siguiente capítulo se presentan algunas nociones preliminares que serán de utilidad para el estudio de las pruebas asintóticas, así como también en el estudio de las propiedades asintóticas de la prueba de Blackwelder. Las demostraciones de los teoremas, lemas y proposiciones que aquí se enuncian, se encuentran en el Apéndice B.

2.1. Algunos tipos de convergencia

2.1.1. Convergencia en probabilidad

Definición 2.1. Se dice que una sucesión de variables aleatorias Y_n converge en probabilidad a una constante $c \in \mathbb{R}$, denotada por

$$Y_n \xrightarrow{P} c,$$

si para todo $\epsilon > 0$

$$P(|Y_n - c| < \epsilon) \rightarrow 1 \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty,$$

o equivalentemente

$$P(|Y_n - c| \geq \epsilon) \rightarrow 0 \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty.$$

Lema 2.1. Desigualdad de Chebyshev. Para toda variable aleatoria Y y para toda $a > 0$ y $c \in \mathbb{R}$,

se tiene

$$E(Y - c)^2 \geq a^2 P(|Y - c| \geq a).$$

Teorema 2.1. Una condición suficiente para que $Y_n \xrightarrow{P} c$ es que

$$E(Y_n - c)^2 \rightarrow 0 \quad \text{cuando } n \rightarrow \infty,$$

i.e., que Y_n tiende a c en media cuadrática.

CAPÍTULO 2. PRELIMINARES

2.1. ALGUNOS TIPOS DE CONVERGENCIA

Teorema 2.2 (Ley débil de los grandes números). *Sea X_1, X_2, \dots, X_n independientes idénticamente distribuidas con media $E[X_i] = \xi$ y varianza $\sigma^2 < \infty$. Entonces el promedio $\bar{X} = \frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{n}$ satisface $\bar{X} \xrightarrow{P} \xi$.*

Lema 2.2. *Si E_n y F_n son dos sucesiones de eventos, tal que $P(E_n) \rightarrow 1$ y $P(F_n) \rightarrow 1$ entonces $P(E_n \cap F_n) \rightarrow 1$.*

Proposición 2.1. *Si $X_n \xrightarrow{P} 1$. Entonces $\frac{1}{X_n} \xrightarrow{P} 1$.*

Teorema 2.3. *Si X_n y Y_n son dos sucesiones de variables aleatorias que satisfacen $X_n \xrightarrow{P} a$ y $Y_n \xrightarrow{P} b$, respectivamente. Entonces*

$$X_n + Y_n \xrightarrow{P} a + b, \quad (2.1)$$

$$X_n - Y_n \xrightarrow{P} a - b, \quad (2.2)$$

$$X_n Y_n \xrightarrow{P} ab, \quad (2.3)$$

$$\frac{X_n}{Y_n} \xrightarrow{P} \frac{a}{b} \quad \text{si } b \neq 0. \quad (2.4)$$

Teorema 2.4. *Si Y_n es una sucesión de variables aleatorias tal que $Y_n \xrightarrow{P} c$ y si f es una función la cual es continua en c , entonces*

$$f(Y_n) \xrightarrow{P} f(c).$$

Definición 2.2. *Sea δ_n una sucesión de estimadores para una función paramétrica $g(\theta)$, se define el **sesgo** de δ_n como*

$$b(\delta_n) = E[\delta_n] - g(\theta),$$

Proposición 2.2. *Si δ_n es una sucesión de estimadores para una función paramétrica $g(\theta)$, entonces*

$$E[(\delta_n - g(\theta))^2] = b(\delta_n)^2 + Var[\delta_n].$$

Definición 2.3. *Una sucesión de estimadores δ_n de una función paramétrica $g(\theta)$ es consistente si*

$$\delta_n \xrightarrow{P} g(\theta). \quad (2.5)$$

Teorema 2.5. *Una condición suficiente para que δ_n sea un estimador consistente para $g(\theta)$ es que el sesgo y la varianza de δ_n tiendan a 0 cuando $n \rightarrow \infty$.*

2.1.2. Convergencia en distribución

Definición 2.4. Una sucesión de distribuciones con función de distribución de probabilidad acumulativa (f.d.a.) H_n se dice que converge a la función de distribución H (en símbolos $H_n \rightarrow H$) si

$$H_n(x) \rightarrow H(x) \quad \text{en cada punto de continuidad } x \text{ de } H. \quad (2.6)$$

Más aún, si Y_n es una sucesión de v.a.'s. con f.d.a.'s H_n , y Y tiene f.d.a. H decimos que Y_n tiende en ley o en distribución a Y o a H en símbolos

$$Y_n \xrightarrow{L} Y \quad \text{o} \quad Y_n \xrightarrow{L} H. \quad (2.7)$$

Nótese que la Definición 2.4 solo enuncia que para n grande la distribución de Y_n está muy cerca de la distribución de Y , pero no que las variables se acerquen entre sí.

Para ilustrar esta diferencia, suponga que X es una variable aleatoria con distribución uniforme $U(0, 1)$ y sea

$$Y_n = \begin{cases} X & \text{si } n \text{ es impar} \\ 1 - X & \text{si } n \text{ es par} \end{cases}.$$

Entonces Y_n tiene distribución uniforme $U(0, 1)$ para toda n y $Y_n \xrightarrow{L} X$ y también $Y_n \xrightarrow{L} 1 - X$.

Teorema 2.6. Sea X_n una sucesión de v.a. con distribución binomial $Bin(n, p)$. Si

$$Y_n = \frac{X_n}{n} \xrightarrow{P} p \quad \text{y} \quad \sigma_n^2 = Var(Y_n) = \frac{pq}{n}.$$

Entonces

$$\sqrt{n} \left(\frac{X_n}{n} - p \right) \xrightarrow{L} N(0, pq). \quad (2.8)$$

Demostración: Ver [12].

Lema 2.3. Si $Y_n \xrightarrow{L} Y$ y a, b son constantes con $b \neq 0$, entonces $bY_n + a \xrightarrow{L} bY + a$.

Con este lema se tiene que la ecuación (2.8) es equivalente a

$$\frac{\sqrt{n} \left(\frac{X_n}{n} - p \right)}{\sqrt{pq}} \xrightarrow{L} N(0, 1). \quad (2.9)$$

Definición 2.5. Una sucesión de variables aleatorias Y_n converge en probabilidad a una variable aleatoria Y , en símbolos $Y_n \xrightarrow{P} Y$, si

$$Y_n - Y \xrightarrow{P} 0.$$

Teorema 2.7. Si $Y_n \xrightarrow{P} Y$, entonces $Y_n \xrightarrow{L} Y$.

Teorema 2.8 (Teorema de Slutsky). Si $Y_n \xrightarrow{L} Y$ y A_n y B_n tienden en probabilidad a las constantes a y b respectivamente. Entonces

$$A_n + B_n Y_n \xrightarrow{L} a + bY. \quad (2.10)$$

CAPÍTULO 2. PRELIMINARES
2.1. ALGUNOS TIPOS DE CONVERGENCIA

Teorema 2.9. Una condición necesaria y suficiente para que $Y_n \xrightarrow{L} Y$ es que

$$E[f(Y_n)] \longrightarrow E[f(Y)],$$

para toda función continua y acotada f .

Definición 2.6. La función generadora de momentos, denotada por $M(t)$, de una v.a. X es definida para todo valor real de t por

$$\begin{aligned} M(t) &= E[\exp tX] \\ &= \begin{cases} \sum e^{tX} p(x) & , \text{Si } X \text{ es discreta con f.m.p } p \\ \int_{-\infty}^{\infty} e^{tX} f(x) dx & , \text{si } X \text{ es continua con f.d.p } f \end{cases}. \end{aligned}$$

Llamamos a $M(t)$ función generadora de momentos, porque genera todos los momentos de X , y éstos se obtienen mediante sucesivas diferenciaciones de $M(t)$, y evaluando $M'(t)$ en $t = 0$.

$$\begin{aligned} M'(t) &= \frac{d}{dt} E[e^{tX}] = E\left[\frac{d}{dt} e^{tX}\right] \\ &= E[Xe^{tX}] \\ &\Rightarrow M'(0) = E[X]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M''(t) &= \frac{d}{dt} M'(t) = \frac{d}{dt} E[Xe^{tX}] \\ &= E\left[\frac{d}{dt} Xe^{tX}\right] = E[X^2 e^{tX}] \\ &\Rightarrow M''(0) = E[X^2]. \end{aligned}$$

y así sucesivamente.

Los siguientes tres resultados serán de mucha utilidad para la demostración del Teorema Central del Límite.

Proposición 2.3. La función generadora de momentos de una v.a. normal estándar Z está dada por

$$M_Z(t) = e^{\frac{t^2}{2}}$$

Lema 2.4. Sea Z_1, Z_2, \dots, Z_n una sucesión de v.a.'s. con función de distribución F_{Z_n} y función generadora de momentos M_{Z_n} , $n \geq 1$; y sea Z una v.a. con función de distribución F_n y función generadora de momentos M_Z . Si $M_{Z_n} \rightarrow M_Z$ para todo t . Entonces $F_{Z_n}(t) \rightarrow F_n(t)$ para toda t en la cual $F_n(t)$ es continua.

Teorema 2.10 (Teorema de Continuidad). Sean X_1, X_2, \dots, X_n v.a's.. Entonces $X_n \xrightarrow{L} X$ si y sólo si $\phi_{X_n}(t) \rightarrow \phi_X(t)$.

Teorema 2.11 (Teorema Central del Límite). Sea X_i , $i = 1, 2, \dots$ v.a.i.i.d con $E(X_i) = \xi$ y $Var(X_i) = \sigma^2 < \infty$. Entonces

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \xi)}{\sigma} \xrightarrow{L} N(0, 1),$$

o equivalentemente,

$$\sqrt{n}(\bar{X} - \xi) \xrightarrow{L} N(0, \sigma^2).$$

Proposición 2.4. Sean V_1, \dots, V_{n_1} y W_1, \dots, W_{n_2} independientes con distribuciones F_1 y F_2 , respectivamente; medias respectivas μ_1 y μ_2 y varianzas finitas respectivas $\sigma^2 > 0$ y $\tau^2 > 0$. Sean $N = n_1 + n_2$, $\sigma_N = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\tau^2}{n_2}}$. Si $\lim_{n_1, n_2 \rightarrow \infty} \frac{n_1}{N} = \zeta \in (0, 1)$, entonces

$$\frac{\bar{V} - \bar{W} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_N} \xrightarrow{L} N(0, 1).$$

2.2. Pruebas de hipótesis

En esta sección se presentan algunos conceptos básicos para el desarrollo y comprensión de las pruebas de hipótesis.

Sea X una variable aleatoria (*v.a.*) con distribución binomial $X \sim Bin(n, p)$, entonces la función de masa de probabilidad (*f.m.p.*) correspondiente a la variable aleatoria X se define como

$$f(x) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} & x = 0, 1, \dots, n. \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

donde $p \in [0, 1]$.

Nótese que $f(x)$ depende del parámetro $p \in [0, 1]$, aunque algunas veces en la literatura se define a $f(x)$ para $p \in (0, 1)$. En este caso se consideran también los casos extremos cuando $p = 0$ o $p = 1$. De donde.

Si $p = 0$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

y si $p = 1$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \neq n \\ 1 & \text{si } x = n \end{cases}.$$

Dado un experimento aleatorio se define el espacio muestral de dicho experimento, denotado por Ω , como el conjunto de todos los posibles resultados del experimento en cuestión.

Sea $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ un vector aleatorio con (*f.m.p.*) $f_\theta(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $\theta \in \Theta$ donde Θ es el espacio paramétrico, $\Theta \subset \mathbb{R}^K$, se define la **función de verosimilitud** que denota la probabilidad conjunta $P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n; \theta)$ como

$$L(\theta; X_1, X_2, \dots, X_n) = f_\theta(\mathbf{X}),$$

considerada como una función de θ . Usualmente θ es un vector de parámetros. Si X_1, X_2, \dots, X_n son *i.i.d.* con (*f.m.p.*) $f_\theta(x)$, se tiene que

$$L(\theta, X_1, X_2, \dots, X_n) = \prod_{i=1}^n f_\theta(X_i). \quad (2.11)$$

Suponga que podemos encontrar una función $u(\mathbf{X}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$ no constante, no negativa y creciente, que depende de la muestra aleatoria (*m.a.*), tal que cuando θ es reemplazado por $u(\mathbf{X})$ la función $L(\theta; \mathbf{X})$ se maximiza, i.e. $L(u(\mathbf{X}); \mathbf{X}) \geq L(\theta; \mathbf{X})$ para todo $\theta \in \Theta$. Entonces el estadístico $u(\mathbf{X})$ es llamado **estimador de máxima verosimilitud** para θ (*E.M.V.*) denotado por $\hat{\theta} = u(\mathbf{X})$. Así.

$$L(\hat{\theta}, X_1, X_2, \dots, X_n) = \sup_{\theta \in \Theta} L(\theta, X_1, X_2, \dots, X_n), \quad (2.12)$$

para obtener $\hat{\theta}$, es conveniente trabajar con el logaritmo natural de la función de verosimilitud, puesto que la función \ln es una función monótona.

A continuación se mencionan algunas definiciones y teoremas importantes para la construcción del marco teórico en el cual se centra este trabajo.

Definición 2.7. Un estimador $\hat{\theta}$ del parámetro θ se dice que es *insesgado* si $E(\hat{\theta}) = \theta$, de otra forma se dice que es *sesgado*.

Teorema 2.12. Sea X_1, X_2, \dots, X_m una muestra aleatoria independiente (*m.a.i.*) con $X_i \sim \text{Bin}(n, p)$, $i = 1, 2, \dots, m$. Entonces el *E.M.V.* para el parámetro p está dado por

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{mn}.$$

Definición 2.8. Una hipótesis estadística es una aseveración acerca de la distribución de una o más variables aleatorias. Si la hipótesis especifica completamente la distribución es llamada una hipótesis estadística simple, en caso contrario, es llamada hipótesis estadística compuesta.

Definición 2.9. Las hipótesis complementarias planteadas en un problema de hipótesis son llamadas hipótesis nula e hipótesis alternativa. Denotadas por H_0 y H_1 respectivamente.

Definición 2.10. Una prueba de hipótesis es una regla que especifica:

1. Para qué valores muestrales se toma la decisión de aceptar H_0 como verdadera.
2. Para qué valores muestrales H_0 es rechazada y H_1 es aceptada como verdadera.

Al subconjunto R del espacio muestral para el cual H_0 es rechazada se le llama la región de rechazo o región crítica, el complemento de la región de rechazo se llama la región de aceptación.

Típicamente una prueba de hipótesis está especificada por un estadístico de prueba $T(X_1, X_2, \dots, X_n) = T(\mathbf{X})$, es decir, por una función que solo depende de la muestra.

Definición 2.11. Suponga que R denota la región de rechazo para una prueba dada. Entonces para $\theta \in \Theta_0$, la prueba comete un error si $X \in R$, llamado *error tipo I*; la probabilidad de error tipo I se define como $P_\theta(X \in R)$. De manera similar, para $\theta \in \Theta_0^c$ se comete un error si $X \in R^c$ llamado *error tipo II*; la probabilidad de error tipo II se define como $P_\theta(X \in R^c)$.

$$P_\theta(X \in R) = \begin{cases} \text{probabilidad del error tipo I} & \text{si } \theta \in \Theta_0, \\ 1 - \text{probabilidad del error tipo II} & \text{si } \theta \in \Theta_0^c. \end{cases}$$

Definición 2.12. La función potencia de una prueba de hipótesis con región de rechazo R es la función de θ definida por $\beta(\theta) = P_\theta(X \in R)$.

La función potencia ideal es 0 para todo $\theta \in \Theta_0$ y 1 para todo $\theta \in \Theta_0^c$, así una buena prueba tiene función potencia cercana a 1 para $\theta \in \Theta_0^c$ y cercana a 0 para $\theta \in \Theta_0$.

Definición 2.13. Para $0 \leq \alpha \leq 1$, una prueba con función potencia $\beta(\theta)$ es una prueba con tamaño α si

$$\sup_{\theta \in \Theta_0} \beta(\theta) = \alpha, \quad (2.13)$$

Definición 2.14. Para $0 \leq \alpha \leq 1$, una prueba con función potencia $\beta(\theta)$ es una prueba de nivel α si $\sup_{\theta \in \Theta_0} \beta(\theta) \leq \alpha$.

Capítulo 3

Las pruebas de no inferioridad

3.1. Pruebas de no inferioridad para dos proporciones

Las pruebas de no inferioridad o también llamadas pruebas de equivalencia unilateral son procedimientos estadísticos utilizados principalmente en ensayos clínicos para la comparación de dos poblaciones en la aplicación de un nuevo tratamiento contra uno ya existente. Estas pruebas son empleadas con la finalidad de poder determinar si un nuevo tratamiento, es superior, igual o inferior (por un margen generalmente pequeño), a uno ya existente, el cual se considera como un tratamiento estándar.

Este trabajo se centra en una prueba para la comparación de dos tratamientos, un tratamiento estándar contra uno nuevo, usando variables dicotómicas en un estudio aleatorizado. Supóngase que se tienen n_1 y n_2 unidades experimentales para recibir los tratamientos estándar y nuevo, respectivamente y sean X_1 y X_2 las respuestas positivas a los tratamientos estándar y nuevo, respectivamente.

Por lo tanto, se tienen dos variables aleatorias binomiales independientes X_i , con parámetros (n_i, p_i) , $i = 1, 2$, donde p_1 y p_2 son las probabilidades de éxito de los tratamientos estándar y nuevo, respectivamente. Considérese el problema de prueba de hipótesis

$$H_0 : p_2 \leq g(p_1) \quad vs \quad H_a : p_2 > g(p_1). \quad (3.1)$$

donde I es un intervalo cerrado y $g : I \subseteq [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ es una función no decreciente y dos veces diferenciable tal que $g \neq 1$; además, $I = [0, 1]$ o $I = [a, b] \subset [0, 1]$ tal que $g(a) = 0$ o $g(b) = 1$.

En la descripción anterior queda incluido como caso particular la función g correspondiente para la diferencia de proporciones, entre otras.

En lo posterior se usarán las siguientes convenciones usuales:

1.

$$\binom{n}{x} = 0 \quad si \quad x < 0 \quad o \quad si \quad x > n \quad (3.2)$$

2. $0^0 = 1$.

Considerando el escenario planteado para el problema de prueba de hipótesis (3.1) se tienen dos variables aleatorias binomiales independientes X_i con parámetros (n_i, p_i) , $i = 1, 2$, con función

CAPÍTULO 3. LAS PRUEBAS DE NO INFERIORIDAD

3.2. EL PROBLEMA DEL CÁLCULO DEL TAMAÑO DE PRUEBA

de masa de probabilidad (*f.m.p.*)

$$f(x_i) = \begin{cases} \binom{n_i}{x_i} p_i^{x_i} (1-p_i)^{n_i-x_i} & x_i = 0, 1, \dots, n_i \\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases} \quad i = 1, 2.$$

con espacio muestral $\Omega = \{(x_1, x_2) \in \{0, 1, \dots, n_1\} \times \{0, 1, \dots, n_2\}\}$ y el espacio paramétrico es $\Theta = [0, 1]^2$. La función de verosimilitud conjunta está dada por

$$L(p_1, p_2; x_1, x_2) = \prod_{i=1}^2 \binom{n_i}{x_i} p_i^{x_i} (1-p_i)^{n_i-x_i} \quad (3.3)$$

(3.4)

La función potencia es

$$\beta_T(p_1, p_2) = \sum_{(x_1, x_2) \in R_T} L(p_1, p_2; x_1, x_2), \quad (3.5)$$

donde R_T denota la región de rechazo de una prueba dada T ,

$$R_T = \{(x_1, x_2) \in \Omega : T(x_1, x_2) \leq t_0\} \quad (3.6)$$

y el espacio nulo correspondiente a la prueba de hipótesis (3.1) está determinado por

$$\Theta_0 = \{(p_1, p_2) \in \Theta : p_2 \leq g(p_1)\}. \quad (3.7)$$

Además, el tamaño de la prueba está dado por

$$\sup_{\theta \in \Theta_0} \beta_T(p_1, p_2). \quad (3.8)$$

3.2. El problema del cálculo del tamaño de prueba

Como las pruebas asintóticas no necesariamente respetan el nivel de significancia nominal para el cual fueron construidas, es muy importante estudiar el comportamiento de sus tamaños de prueba con la finalidad de saber qué tan eficiente es la aproximación del tamaño de ésta.

En esta sección se plantea la problemática que se presenta al realizar el cálculo del tamaño de la prueba, desde el punto de vista computacional.

Naturalmente se observa que para llevar a cabo el cálculo de tamaños de prueba de manera directa, se tiene que evaluar la función potencia en cada punto del espacio nulo y posteriormente determinar el supremo de todos estos valores, para ello podría discretizarse el espacio nulo mediante una malla de algún paso $\Delta > 0$ y debido a que la función potencia depende del tamaño de la muestra, entonces el tiempo de cómputo aumentará con el tamaño de la muestra.

Así un problema fundamental para el cálculo de tamaños de prueba radica en reducir o simplificar de alguna forma estos cálculos, para reducir el tiempo de cómputo. En la siguiente sección se mencionan algunos resultados que ayudarán a resolver esta problemática.

3.3. Reducción del cálculo de los tamaños de prueba

En esta sección se presentan algunos resultados importantes que permiten reducir el esfuerzo computacional que se requiere para llevar a cabo el cálculo de los tamaños de la prueba, ya que si se quisiera calcular de forma directa, se tendría que evaluar la función potencia sobre todo el espacio nulo, y debido a que el tiempo computacional invertido para realizar este cálculo crece exponencialmente con el tamaño de la muestra, es de suma importancia reducir los cálculos; esto se logra usando los resultados teóricos que se presentan en esta sección y en el Capítulo 4. Estos resultados teóricos se implementan en el programa de cómputo escrito para realizar tales cálculos. Los resultados obtenidos mediante este programa se presentan en el capítulo 5.

Proposición 3.1. *si $f(x; n, p)$ es la función de masa de probabilidad de una variable aleatoria X con distribución $B(n, p)$, entonces*

1. $f(n - x; n, 1 - p) = f(x; n, p).$
2. $\frac{\partial f(x; n, p)}{\partial p} = n[f(x - 1; n - 1, p) - f(x; n - 1, p)].$
3. $\frac{\partial f(x; n, p)}{\partial p} = f(x; n, p) \frac{n(\hat{p} - p)}{p(1-p)}.$

Demostración:

1.

$$\begin{aligned} f(n - x; n, 1 - p) &= \binom{n}{n - x} (1 - p)^{n-x} (1 - (1 - p))^{n-(n-x)} \\ &= \binom{n}{n - x} (1 - p)^{n-x} (p)^x = f(x; n, p) \end{aligned}$$

2.

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x; n, p)}{\partial p} &= \binom{n}{x} [xp^{x-1}(1 - p)^{n-x} - (n - x)(1 - p)^{n-x-1}p^x] \\ &= \binom{n}{x} xp^{x-1}(1 - p)^{n-x} - \binom{n}{x} (n - x)(1 - p)^{n-x-1}p^x \\ &= \frac{n!}{x!(n - x)!} xp^{x-1}(1 - p)^{(n-1)-(x-1)} \\ &\quad - \frac{n!}{x!(n - x)!} (n - x)(1 - p)^{(n-1)-x}p^x \\ &= n \frac{(n - 1)!}{(x - 1)!((n - 1) - (x - 1))!} p^{x-1}(1 - p)^{(n-1)-(x-1)} \\ &\quad - n \frac{(n - 1)!}{x!(n - x - 1)!} p^x(1 - p)^{(n-1)-x} \\ &= n \left[\binom{n - 1}{x - 1} p^{x-1}(1 - p)^{(n-1)-(x-1)} - \binom{n - 1}{x} p^x(1 - p)^{(n-1)-x} \right] \\ &= n[f(x - 1; n - 1, p) - f(x; n - 1, p)]. \end{aligned}$$

CAPÍTULO 3. LAS PRUEBAS DE NO INFERIORIDAD

3.3. REDUCCIÓN DEL CÁLCULO DE LOS TAMAÑOS DE PRUEBA

3.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial f(x; n, p)}{\partial p} &= n[f(x - 1; n - 1, p) - f(x; n - 1, p)] \\
&= n \left[\frac{(n-1)!}{(x-1)!(n-x)!} p^{x-1} (1-p)^{n-x} - \frac{(n-1)!}{x!(n-x-1)!} p^x (1-p)^{n-x-1} \right] \\
&= n \left[\frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \frac{x}{np} - \frac{n!}{x!(n-x)!} p^x (1-p)^{n-x} \frac{n-x}{n(1-p)} \right] \\
&= n \left[f(x; n, p) \frac{x}{np} - f(x; n, p) \frac{n-x}{n(1-p)} \right] \\
&= nf(x; n, p) \left[\frac{x}{np} - \frac{n-x}{n(1-p)} \right] = nf(x; n, p) \frac{x(1-p) - (n-x)p}{np(1-p)} \\
&= nf(x; n, p) \frac{x - xp - np + px}{np(1-p)} = nf(x; n, p) \frac{x - np}{np(1-p)} \\
&= nf(x; n, p) \frac{\frac{x-np}{n}}{p(1-p)} = nf(x; n, p) \frac{\frac{x}{n} - p}{p(1-p)} \\
&= f(x; n, p) \frac{n(\hat{p} - p)}{p(1-p)}. \quad \blacksquare
\end{aligned}$$

Definición 3.1. Sea T una prueba estadística para el problema de prueba de hipótesis (3.1), con región crítica R_T . Se dice que R_T es un **conjunto convexo de Barnard (CCB)** si satisface las siguientes condiciones:

1. $(x_1, x_2) \in R_T \Rightarrow (x_1 - 1, x_2) \in R_T, \forall 1 \leq x_1 \leq n_1, 0 \leq x_2 \leq n_2.$
2. $(x_1, x_2) \in R_T \Rightarrow (x_1, x_2 + 1) \in R_T, \forall 0 \leq x_1 \leq n_1, 0 \leq x_2 \leq n_2 - 1.$

El siguiente teorema es uno de los más importantes, en este contexto, ya que permite la reducción del cálculo del tamaño de la prueba considerablemente.

Teorema 3.1. Sea T una estadística de prueba para el problema de prueba de hipótesis

$$H_0 : p_2 \leq g(p_1) \quad vs \quad H_a : p_2 > g(p_1).$$

con región de rechazo dada por $R = \{(x, y) : T(x, y) \leq T(x_0, y_0)\}$ y sean

$$\Psi_0 = \{\theta = (p_1, p_2) : p_2 \leq g(p_1)\} \tag{3.9}$$

$a \leq p_1 \leq 1, 0 \leq a$ y $g(a) = 0$ si $a > 0$ con g creciente y que no intersecta a $p_2 = p_1$. Si la región R es un conjunto convexo de Barnard, entonces el supremo

$$\sup_{(p_1, p_2) \in \Psi_0} \beta_T(p_1, p_2) \tag{3.10}$$

es un máximo y se alcanza en un punto frontera sobre la curva $p_2 = g(p_1)$.

Es decir, si $\Psi_0^* = \{(p_1, p_2) : p_2 = g(p_1)\}$, entonces

$$\text{nivel de significancia} = \sup_{\theta \in \Psi_0} \beta_T(p_1, p_2) = \max_{\theta \in \Psi_0^*} \beta_T(p_1, p_2). \tag{3.11}$$

Demostración: Ver [5].

CAPÍTULO 3. LAS PRUEBAS DE NO INFERIORIDAD
3.3. REDUCCIÓN DEL CÁLCULO DE LOS TAMAÑOS DE PRUEBA

Dada una región crítica R_T , se consideran las siguientes definiciones

Definición 3.2. Para $x \in \{0, \dots, n_1\}$ sea $R_x = \{y : (x, y) \in R_T\}$ si $R_x \neq \emptyset$, se define $a(x) = \min R_x$, similarmente, para $y \in \{0, \dots, n_2\}$ sea $S_y = \{x : (x, y) \in R_T\}$, si $S_y \neq \emptyset$, se define $b(y) = \max S_y$.

Además, definimos $n_1^* = \max\{x : (x, y) \in R_T\}$ y $n_2^* = \min\{y : (x, y) \in R_T\}$

Definición 3.3. Sean $n_1 = n_2 = n$, se dice que una región crítica R satisface la **condición de simetría en la misma cola (SMC)** si

$$(x, y) \in R \Rightarrow (n - y, n - x) \in R.$$

Capítulo 4

Estudio Numérico de los tamaños de prueba (Blackwelder).

4.1. Prueba de no inferioridad de Blackwelder

Entre las pruebas de no inferioridad para la comparación de dos proporciones, la prueba de no inferioridad clásica asintótica o también llamada prueba de Blackwelder tiene un papel destacado debido a que es la más usada en la práctica; por esta razón es de suma importancia estudiar el comportamiento de sus tamaños de prueba.

Las pruebas de no inferioridad para la diferencia de proporciones se basan en el planteamiento del siguiente problema de hipótesis que es un caso particular de (3.1) del Capítulo 3.

$$H_0 : p_1 - p_2 \geq d_0 \quad vs \quad H_a : p_1 - p_2 < d_0, \quad (4.1)$$

donde $d_0 > 0$ es el margen de no inferioridad propuesto para el estudio de ensayos clínicos, entre los valores más comunes se tienen, $d_0 = 0.05, 0.1, 0.15, 0.2$, donde p_1 denota la probabilidad de éxito para el tratamiento estándar y p_2 denota la probabilidad de éxito del tratamiento nuevo.

En términos coloquiales, en la hipótesis nula H_0 del problema (4.1) se plantea el supuesto de que el tratamiento estándar es más eficiente que el tratamiento nuevo salvo por un margen de no inferioridad d_0 , y en la hipótesis alternativa H_a se plantea el supuesto de que el tratamiento estándar es menos eficiente que el tratamiento nuevo, salvo por un margen de no inferioridad d_0 .

Considerando el modelo teórico descrito en el Capítulo 3, se va a contrastar el problema de prueba de hipótesis (4.1) mediante el estadístico de prueba propuesto por Blackwelder [10] para la diferencia de proporciones, a saber mediante

$$T_0(X_1, X_2) = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - d_0}{\hat{\sigma}}, \quad (4.2)$$

donde \hat{p}_i es el estimador de máxima verosimilitud para el parámetro p_i , para $i = 1, 2$. y $\hat{\sigma}$ es el estimador de la desviación estándar de $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ dado por

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}. \quad (4.3)$$

También se considera el estadístico de prueba con la corrección por continuidad propuesta por Hauck-Anderson, dicha corrección está dada por

CAPÍTULO 4. ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS TAMAÑOS DE PRUEBA (BLACKWELDER).

4.2. EL PROBLEMA DEL CÁLCULO DE TAMAÑOS DE PRUEBA PARA LA DIFERENCIA DE DOS PROPORCIONES

$$C = \frac{1}{2 \min(n_1, n_2)}, \quad (4.4)$$

entonces el estadístico de prueba correspondiente es

$$T_1(X_1, X_2) = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - d_0 + C}{\hat{\sigma}}. \quad (4.5)$$

Los estadísticos T_0 y T_1 tienen distribución asintótica normal estándar, dicha afirmación se demuestra en la Sección 4.3. Entonces para un nivel nominal dado α , las regiones críticas de las pruebas están dadas por

$$R_{T_i(\alpha)} = \{(x_1, x_2) \in \Omega : T_i(x_1, x_2) \leq -z_\alpha\}, \quad i = 0, 1. \quad (4.6)$$

donde z_α es el cuantil superior α de la distribución normal estándar, i.e., $P(Z > z_\alpha) = \alpha$.

4.2. El problema del cálculo de tamaños de prueba para la diferencia de dos proporciones

En esta sección se plantea la problemática que se presenta al realizar el cálculo del tamaño de la prueba de Blackwelder, desde el punto de vista computacional, debido a que el tamaño de la prueba está dado por

$$\sup_{(p_1, p_2) \in \Theta_0} \beta_T(p_1, p_2),$$

o equivalentemente

$$\sup_{(p_1, p_2) \in \Theta_0} \sum_{(x_1, x_2) \in \Omega} L(p_1, p_2; x_1, x_2) I_{[R_T]},$$

donde $\Theta_0 = \{(p_1, p_2) \in \Theta : p_1 - p_2 \geq d_0\}$ es el espacio nulo, se observa que para realizar este cálculo directamente se tendría que evaluar la función de verosimilitud sobre el espacio muestral por cada punto del espacio nulo.

Para exemplificar esta situación se considera el siguiente escenario. Tomando $\Delta = 0.001$ el paso para la discretización del espacio nulo, $d_0 = 0$ con un tamaño de muestra $n_1 = n_2 = 100$, se tienen que realizar 5005000000 evaluaciones de la función de verosimilitud, para poder determinar el tamaño de la prueba. Como uno de los objetivos de este trabajo es determinar el tamaño de la prueba para tamaños de muestra mayores que 100, no es viable llevar a cabo los cálculos de manera directa.

A pesar de usar lenguajes de cómputo y computadoras eficientes, para realizar estos cálculos, el tiempo computacional tiene una tendencia de crecimiento exponencial, como se muestra en el capítulo 5.

Por esta razón se usarán los resultados descritos en el capítulo 3, que simplifican el esfuerzo de este cálculo.

Es decir, si R_T es un conjunto convexo de Barnard (CCB), la función potencia se puede expresar como una función de una sola variable

$$\beta_T(p) = \sum_{(x_1, x_2) \in R} L(x_1, x_2; p_1, p_1 - d_0) \quad (4.7)$$

CAPÍTULO 4. ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS TAMAÑOS DE PRUEBA (BLACKWELDER).

4.2. EL PROBLEMA DEL CÁLCULO DE TAMAÑOS DE PRUEBA PARA LA DIFERENCIA DE DOS PROPORCIONES

y el tamaño de la prueba está dado por

$$\max_{p \in [d_0, 1]} \sum_{x_1=0}^{n_1} \sum_{x_2=0}^{n_2} f(x_1, n_1, p) f(x_2, n_2, p_1 - d_0) I_{(x_1, x_2) \in R}. \quad (4.8)$$

La siguiente proposición fue demostrada por Almendra Arao en [7].

Proposición 4.1. *Sean $n_1 = n_2 = n$ y $R(\alpha)$ una región crítica para el problema de prueba de hipótesis*

$$H_0 : p_1 - p_2 \geq d_0 \quad vs \quad H_a : p_1 - p_2 < d_0 \quad (4.9)$$

para el nivel de significancia nominal α , si $R(\alpha)$ es un conjunto convexo de Barnard y cumple la condición (SMC), entonces el nivel de significancia está dado por

$$\alpha^* = \max_{p_1 \in [d_0, \frac{1+d_0}{2}]} \sum_{x_1=0}^{n_1} \sum_{x_2=0}^{n_2} \binom{n_1}{x_1} p_1^{x_1} (1-p_1)^{n_1-x_1} \binom{n_2}{x_2} p_2^{x_2} (1-p_2)^{n_2-x_2} I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]}. \quad (4.10)$$

Demostración: Sea

$$h(p) = \sum_{x_1=0}^n \sum_{x_2=0}^n f(x_1, n, p) f(x_2, n, p - d_0) I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]}$$

$x'_1 = n - x_2$, $x'_2 = n - x_1$, por la propiedad de simetría en la misma cola y como $f(n - x, n, p) = f(x, n, 1 - p)$ se tiene que

$$\begin{aligned} h(1 - p + d_0) &= \sum_{x_1=0}^n \sum_{x_2=0}^n f(x_1, n, 1 - p + d_0) f(x_2, n, 1 - p) I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]} \\ &= \sum_{x'_1=0}^n \sum_{x'_2=0}^n f(x'_1, n, p) f(x'_2, n, p - d_0) I_{[(x'_1, x'_2) \in R_\alpha]} \\ &= h(p). \end{aligned}$$

Así

$$h(1 - p + d_0) = h(p) \quad \forall p \in [d_0, 1].$$

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \sup_{(p_1, p_2) \in \theta_0} \beta_T(p_1, p_2) = \sup_{(p_1, p_2) \in \theta_0} \sum_{(x_1, x_2) \in R(\alpha)} L(p_1, p_2; x_1, x_2) \\ &= \sup_{p_2 \leq p_1 - d_0} \sum_{x_1=0}^n \sum_{x_2=0}^n f(x_1, n, p_1) f(x_2, n, p_2) I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]} \end{aligned}$$

donde por el Teorema 3.1

$$\begin{aligned} \alpha^* &= \max_{p_1 \in [d_0, 1]} \sum_{x_1=0}^n \sum_{x_2=0}^n f(x_1, n, p_1) f(x_2, n, p_1 - d_0) I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]} \\ &= \max_{p_1 \in [d_0, 1]} h(p_1) I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]}. \end{aligned}$$

CAPÍTULO 4. ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS TAMAÑOS DE PRUEBA (BLACKWELDER).

4.2. EL PROBLEMA DEL CÁLCULO DE TAMAÑOS DE PRUEBA PARA LA DIFERENCIA DE DOS PROPORCIONES

Por otro lado, se tiene que $1 - p_1 + d_0 \in [d_0, \frac{1+d_0}{2}]$ si y sólo si $p_1 \in [\frac{1+d_0}{2}, 1]$ y por la ecuación (4.2)

$$\begin{aligned}\alpha^* &= \max \left\{ \max_{p_1 \in [d_0, \frac{1+d_0}{2}]} h(p_1) I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]}, \max_{p_1 \in [\frac{1+d_0}{2}, 1]} h(p_1) I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]} \right\} \\ &= \max \left\{ \max_{p_1 \in [d_0, \frac{1+d_0}{2}]} h(p_1) I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]}, \max_{p_1 \in [\frac{1+d_0}{2}, 1]} h(1 - p_1 + d_0) I_{[(x_1, x_2) \in R_\alpha]} \right\} \\ &= \max_{p_1 \in [d_0, \frac{1+d_0}{2}]} h(p_1).\end{aligned}$$

■

Se escribió un programa de cómputo en *C++* para calcular tamaños de prueba. En dicho programa se hace uso de (4.8) y (4.10), se discretiza el intervalo correspondiente tomando un paso $\Delta > 0$, este método es conocido como **método exhaustivo**, en el programa mencionado se tomó $\Delta = 0.01$.

Durante la escritura del programa de cómputo para calcular los tamaños de prueba, inicialmente se usó lenguaje de programación R, ya que por ser especializado en estadística ofrece muchas ventajas pues contiene todas las funciones requeridas, entre ellas destacan la función cuantil de la distribución normal estándar y la función masa de probabilidad de una distribución binomial (sin restricción alguna con respecto a los tamaños de muestra). Sin embargo, para tamaños de muestra mayores o iguales a 300, el tiempo de cómputo es muy grande (ver figura 4.1). Por tal motivo se optó por escribir el programa respectivo en el lenguaje C++ con la finalidad de aprovechar la velocidad de desempeño del mismo, pero el lenguaje C++ tiene varias dificultades técnicas debido a que no tiene librerías que incluyan funciones como la cuantil y la masa de probabilidad para una variable aleatoria binomial, las cuales se tuvieron que programar adicionalmente.

Para ilustrar esta problemática del tiempo invertido, se presenta la siguiente gráfica en la que se comparan los tiempos de cómputo que requiere el método exhaustivo en R vs C++ para el cálculo del tamaño de la prueba de Blackwelder con $d_0 = 0.1$, $\alpha = 0.05$ y sin corrección por continuidad (CC). En dicha comparación se observa que para tamaños de muestra $n = 100$ el tiempo de cómputo en R consume 17 veces más tiempo que en C++.

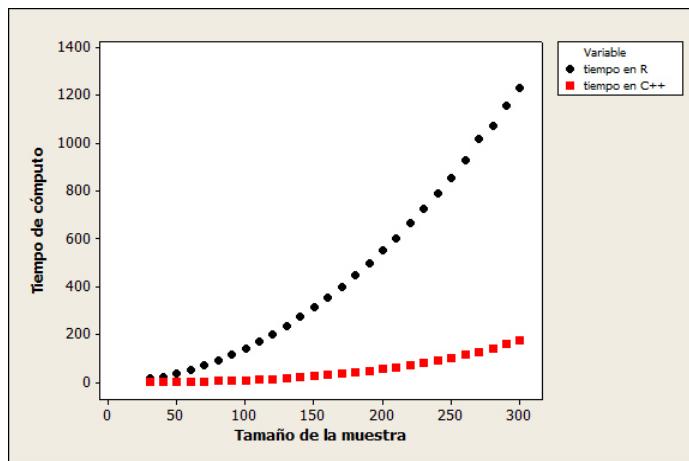


Figura 4.1: Tiempos de cómputo para el caso $d_0 = 0.1$, $\alpha = 0.05$ y sin CC

A pesar de que el tiempo de cómputo requerido para el cálculo del tamaño de la prueba

CAPÍTULO 4. ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS TAMAÑOS DE PRUEBA

(BLACKWELDER).

4.3. PROPIEDADES ASINTÓTICAS DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

en C++ pudiera parecer reducido, aún se tiene la problemática que para tamaños de muestra $n \geq 500$ el tiempo de cómputo se incrementa considerablemente, debido a eso se procede a realizar este cálculo empleando el método de Newton.

El método de Newton es uno de los métodos numéricos más conocidos y poderosos para la aproximación de raíces de una ecuación $f(x) = 0$, el cual es aplicable bajo las siguientes condiciones.

Supóngase que la función f es dos veces diferenciable en el intervalo $[a, b]$. Sea $p_0 \in [a, b]$ una aproximación a la raíz p tal que $f'(p_0) \neq 0$ y $|p - p_0| < \epsilon$, donde $\epsilon > 0$. Entonces el método de Newton genera una sucesión $\{p_n\}$ definida por $p_n = p_{n-1} - \frac{f(p_0)}{f'(p_0)}$. Si esta sucesión converge, entonces converge a la raíz p .

Así que, para hacer uso de esta herramienta es necesario introducir antes la siguiente proposición que fue demostrada por Almendra Arao en [4].

Proposición 4.2. *Dada una prueba T para el problema de prueba de hipótesis (1), si R_T es un conjunto convexo de Barnard y si g satisface las condiciones especificadas por (1), entonces las dos primeras derivadas de la función potencia restringidas a la curva $p_2 = g(p_1)$ están dadas por:*

$$\begin{aligned}\beta'_T(p) &= n_2 g'(p) \sum_{x_1}^{n_1^*} f(x_1, n_1, p) f(a(x_1) - 1, n_2 - 1, g(p)) \\ &\quad - n_1 \sum_{x_1=n_2^*}^{n_2} f(b(x_2), n_1 - 1, p) f(x_2, n_2, g(p)).\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta''_T(p) &= n_2 g''(p) \sum_{x_1=0}^{n_1^*} f(x_1, n_1, p) f(a(x_1) - 1, n_2 - 1, g(p)) \\ &\quad + n_2(n_2 - 1)[g'(p)]^2 \sum_{x_1=0}^{n_1^*} f(x_1, n_1, p) f_*(a(x_1) - 1, n_2 - 2, g(p)) \\ &\quad + n_1 n_2 g'(p) \sum_{x_1=0}^{n_1^*} f(a(x_1) - 1, n_2 - 1, g(p)) f_*(x_1, n_1 - 1, p) \\ &\quad - n_1(n_1 - 1) \sum_{x_2=n_2^*}^{n_2} f(x_2, n_2, g(p)) f_*(b(x_2), n_1 - 2, p) \\ &\quad - n_1 n_2 g'(p) \sum_{x_2=n_2^*}^{n_2} f(b(x_2), n_1 - 1, p) f_*(x_2, n_2 - 1, g(p)).\end{aligned}$$

donde

$$f_*(x, n, p) = f(x - 1, n, p) - f(x, n, p).$$

4.3. Propiedades asintóticas de la prueba de Blackwelder

Proposición 4.3. *Sean V_1, \dots, V_{n_1} y W_1, \dots, W_{n_2} independientes con distribuciones F_1 y F_2 , respectivamente; medias respectivas μ_1 y μ_2 y varianzas finitas respectivas $\sigma^2 > 0$ y $\tau^2 > 0$. Sean $N = n_1 + n_2$, $\sigma_N = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\tau^2}{n_2}}$. Supóngase que $\lim_{n_1, n_2 \rightarrow \infty} \frac{n_1}{N} = \zeta \in (0, 1)$, sean $\{\hat{\sigma}_{n_1}\}$ una sucesión consistente de estimadores de σ y $\{\hat{\tau}_{n_2}\}$ una sucesión consistente de estimadores de τ y $\hat{\sigma}_N = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_{n_1}^2}{n_1} + \frac{\hat{\tau}_{n_2}^2}{n_2}}$. Entonces*

CAPÍTULO 4. ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS TAMAÑOS DE PRUEBA

(BLACKWELDER).

4.3. PROPIEDADES ASINTÓTICAS DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

$$\frac{\bar{V} - \bar{W} - (\mu_1 - \mu_2)}{\hat{\sigma}_N} \xrightarrow{L} N(0, 1).$$

Demostración: Sabemos por hipótesis que $(\hat{\sigma}_{n1}, \hat{\tau}_{n2}) \xrightarrow{P} (\sigma, \tau)$, y que $\lim_{n_1, n_2 \rightarrow \infty} \frac{n_1}{N} = \zeta \in (0, 1)$, entonces por el teorema 2.3 se tiene

$$\frac{N\hat{\sigma}_N^2}{\frac{\hat{\sigma}_{n1}^2}{\zeta} + \frac{\hat{\tau}_{n2}^2}{1-\zeta}} = \frac{N \left(\frac{\hat{\sigma}_{n1}^2}{n_1} + \frac{\hat{\tau}_{n2}^2}{n_2} \right)}{\frac{\hat{\sigma}_{n1}^2}{\zeta} + \frac{\hat{\tau}_{n2}^2}{1-\zeta}} \xrightarrow{P} \frac{\frac{\sigma^2}{\zeta} + \frac{\tau^2}{1-\zeta}}{\frac{\sigma^2}{\zeta} + \frac{\tau^2}{1-\zeta}} = 1,$$

además,

$$\frac{N\sigma_N^2}{\frac{\sigma^2}{\zeta} + \frac{\tau^2}{1-\zeta}} = \frac{N \left(\frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\tau^2}{n_2} \right)}{\frac{\sigma^2}{\zeta} + \frac{\tau^2}{1-\zeta}} \xrightarrow{P} \frac{\frac{\sigma^2}{\zeta} + \frac{\tau^2}{1-\zeta}}{\frac{\sigma^2}{\zeta} + \frac{\tau^2}{1-\zeta}} = 1,$$

así de las dos expresiones anteriores y el Teorema 2.3 se tiene

$$\frac{\frac{N\sigma_N^2}{\frac{\sigma^2}{\zeta} + \frac{\tau^2}{1-\zeta}}}{\frac{N\hat{\sigma}_N^2}{\frac{\hat{\sigma}_{n1}^2}{\zeta} + \frac{\hat{\tau}_{n2}^2}{1-\zeta}}} = \frac{\sigma_N^2 \left(\frac{\hat{\sigma}_{n1}^2}{\zeta} + \frac{\hat{\tau}_{n2}^2}{1-\zeta} \right)}{\hat{\sigma}_N^2 \left(\frac{\sigma^2}{\zeta} + \frac{\tau^2}{1-\zeta} \right)} \xrightarrow{P} 1.$$

Además,

$$\frac{\frac{\sigma^2}{\zeta} + \frac{\tau^2}{1-\zeta}}{\frac{\hat{\sigma}_{n1}^2}{\zeta} + \frac{\hat{\tau}_{n2}^2}{1-\zeta}} \xrightarrow{P} 1,$$

nuevamente aplicando el Teorema 2.3 a estas dos últimas expresiones se tiene

$$\frac{\sigma_N^2}{\hat{\sigma}_N^2} \xrightarrow{P} 1,$$

y tomando $f(x) = \sqrt{x}$ por el Teorema 2.4 tenemos que $\frac{\sigma_N}{\hat{\sigma}_N} \xrightarrow{P} 1$, luego por la Proposición 2.4 y el Teorema 2.8 se obtiene

$$\frac{\bar{V} - \bar{W} - (\mu_1 - \mu_2)}{\hat{\sigma}_N} = \frac{\bar{V} - \bar{W} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_N} \frac{\sigma_N}{\hat{\sigma}_N} \xrightarrow{L} N(0, 1).$$

■

Proposición 4.4. Sean $V_1, \dots, V_{n_1} \sim Ber(p_1)$; $W_1, \dots, W_{n_2} \sim Ber(p_2)$, independientes y $X_1 = \sum_{i=1}^{n_1} V_i$, $X_2 = \sum_{i=1}^{n_2} W_i$ y supóngase que $\lim_{n_1, n_2 \rightarrow \infty} \frac{n_1}{N} = \zeta \in (0, 1)$. Entonces

$$\frac{\frac{X_1}{n_1} - \frac{X_2}{n_2} - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \xrightarrow{L} N(0, 1),$$

es decir,

$$\frac{\hat{d} - d}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \xrightarrow{L} N(0, 1).$$

CAPÍTULO 4. ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS TAMAÑOS DE PRUEBA (BLACKWELDER).

4.3. PROPIEDADES ASINTÓTICAS DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

Demostración: Sabemos que $X_1 \sim \text{Bin}(n_1, p_1)$ y $X_2 \sim \text{Bin}(n_2, p_2)$. Así, $E[\bar{V}] = E\left[\frac{X_1}{n_1}\right] = p_1$; $E[\bar{W}] = E\left[\frac{X_2}{n_2}\right] = p_2$ y como $\text{Var}[V_i] = p_1(1 - p_1)$, $\text{Var}[W_i] = p_2(1 - p_2)$ entonces de la proposición 2.4 se tiene

$$\frac{\frac{X_1}{n_1} - \frac{X_2}{n_2} - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{p_1(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2(1-p_2)}{n_2}}} \xrightarrow{L} N(0, 1),$$

■

Proposición 4.5. Sean $V_1, \dots, V_{n_1} \sim \text{Ber}(p_1)$; $W_1, \dots, W_{n_2} \sim \text{Ber}(p_2)$, independientes y $X_1 = \sum_{i=1}^{n_1} V_i$, $X_2 = \sum_{i=1}^{n_2} W_i$ y supóngase que $\lim_{n_1, n_2 \rightarrow \infty} \frac{n_1}{N} = \zeta \in (0, 1)$. Entonces

1. $\{\hat{\sigma}_{n_1} = \hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)\}$ es una sucesión consistente de estimadores de $\sigma = p_1(1 - p_1)$; donde $\hat{p}_1 = \frac{X_1}{n_1}$ es el estimador de máxima verosimilitud de p_1 .
2. $\{\hat{\sigma}_{n_2} = \hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)\}$ es una sucesión consistente de estimadores de $\tau = p_2(1 - p_2)$; donde $\hat{p}_2 = \frac{X_2}{n_2}$ es el estimador de máxima verosimilitud de p_2 .

Demostración:

Demostración de 1 Primero veamos que \hat{p}_1 es un estimador consistente para p_1 .

Sabemos que $E[\hat{p}_1] = E\left[\frac{X_1}{n_1}\right] = p_1$, así el sesgo de \hat{p}_1 dado por

$$b(\hat{p}_1) = E[\hat{p}_1] - p_1 \rightarrow 0,$$

por otro lado,

$$\text{Var}[\hat{p}_1] = \text{Var}\left[\frac{\sum V_i}{n_1}\right] = \frac{p_1(1-p_1)}{n_1} \rightarrow 0 \quad \text{cuando } n_1 \rightarrow \infty,$$

entonces por el Teorema 2.5 se obtiene que \hat{p}_1 es un estimador consistente para p_1 .

Luego entonces $\hat{p}_1 \xrightarrow{P} p_1$ y tomando a $f(x) = x(1-x)$ una función continua, por el Teorema 2.4 se obtiene

$$f(\hat{p}_1) \xrightarrow{P} f(p_1),$$

es decir,

$$\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1) \xrightarrow{P} p_1(1 - p_1).$$

Por lo tanto $\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)$ es un estimador consistente para $p_1(1 - p_1)$.

La demostración para 2 es análoga. ■

La siguiente proposición muestra que el estadístico de prueba propuesto por Blackwelder (4.2) tiene una distribución asintótica normal estándar.

Proposición 4.6. Sean $V_1, \dots, V_{n_1} \sim \text{Ber}(p_1)$; $W_1, \dots, W_{n_2} \sim \text{Ber}(p_2)$, independientes y $X_1 = \sum_{i=1}^{n_1} V_i$, $X_2 = \sum_{i=1}^{n_2} W_i$ y supóngase que $\lim_{n_1, n_2 \rightarrow \infty} \frac{n_1}{N} = \zeta \in (0, 1)$. Entonces

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - (p_1 - p_2)}{\hat{\sigma}} \xrightarrow{L} N(0, 1),$$

es decir,

$$\frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - d_0}{\hat{\sigma}} \xrightarrow{L} N(0, 1),$$

con $d_0 = p_1 - p_2$.

Demostración: La demostración es una consecuencia de las proposiciones (4.3),(4.4) y (4.5).

CAPÍTULO 4. ESTUDIO NUMÉRICO DE LOS TAMAÑOS DE PRUEBA (BLACKWELDER).

4.4. PROCEDIMIENTO EMPLEADO PARA CALCULAR LOS TAMAÑOS DE PRUEBA.

4.4. Procedimiento empleado para calcular los tamaños de prueba.

Dado que el objetivo es aproximarse al valor p donde la función potencia $\beta_T(p)$ alcanza un máximo local. El problema se reduce a encontrar una raíz de la función $\beta'_T(p)$, entonces dada una aproximación p_n para p , basándose en el método de Newton, la siguiente aproximación es

$$p_{n+1} = p_n - \frac{\beta'_T(p_n)}{\beta''_T(p_n)} \quad (4.11)$$

para ello es necesario encontrar una aproximación inicial para aplicar dicho método.

A continuación se describe el procedimiento que se usará para calcular tamaños de prueba

1. Verificar si la región crítica de la prueba es un conjunto convexo de Barnard.
2. Verificar si la región crítica de la prueba cumple la condición de simetría en la misma cola (solamente para el caso de diseños balanceados).
3. Si la región crítica de la prueba es un conjunto convexo de Barnard usar la ecuación (4.8), mediante la discretización del intervalo $[d_0, 1]$, utilizando un paso $\Delta = 0.01$ para los incrementos del parámetro p en dicha expresión para obtener una aproximación inicial p_0 .
4. Si la región crítica de la prueba, además de ser un conjunto convexo de Barnard cumple la condición de simetría en la misma cola, usar la ecuación (4.10), mediante la discretización del intervalo $[d_0, \frac{1+d_0}{2}]$, utilizando un paso $\Delta = 0.01$ para los incrementos del parámetro p en dicha expresión para obtener una aproximación inicial p_0 .
5. Usar el valor p_0 como valor inicial para aplicar el método de Newton de forma iterada.
6. Aplicar el método de Newton en forma iterada de tal forma que $|p_{n+1} - p_n| < \epsilon$, con $\epsilon = 0.00001$, pero si en alguna iteración el método de Newton falla, entonces aplicar el método exhaustivo con un refinamiento $\Delta' = .1\Delta$ sobre el intervalo $[p_0 - \Delta, p_0 + \Delta] \cap [d_0, 1]$. Si la región crítica de la prueba es un conjunto convexo de Barnard y cumple la condición de simetría en la misma cola, el método exhaustivo se aplica al intervalo $[p_0 - \Delta, p_0 + \Delta] \cap [d_0, \frac{1+d_0}{2}]$.
7. Cuando la región crítica no es un conjunto convexo de Barnard, no son aplicables (4.8) ni (4.10) para el cálculo del tamaño de prueba, en este caso una estrategia viable es construir la cápsula convexa de Barnard (ver [6]) que es un conjunto convexo de Barnard y calcular el tamaño de la prueba sobre la cápsula convexa de Barnard aplicando del procedimiento descrito en los puntos anteriores.

Capítulo 5

Resultados

5.1. Diseños balanceados

5.1.1. Comportamiento de los tamaños de prueba para diseños balanceados

A continuación se muestran gráficas correspondientes de los tamaños de la prueba de Black-welder con corrección y sin corrección por continuidad para los diferentes casos analizados en este trabajo para diseños balanceados, es decir, $n_1 = n_2$. Estos resultados fueron obtenidos con el programa que realiza el cálculo de tamaños de prueba escrito en el lenguaje C++. En negro se presentan los tamaños de la prueba sin corrección por continuidad, en rojo se presenta el nivel nominal deseado y en verde los tamaños de la prueba con corrección por continuidad.

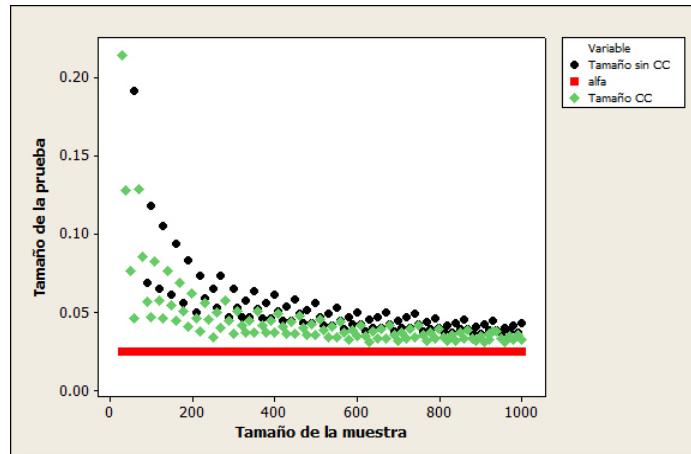


Figura 5.1: Tamaño de la prueba para $d_0 = .05$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

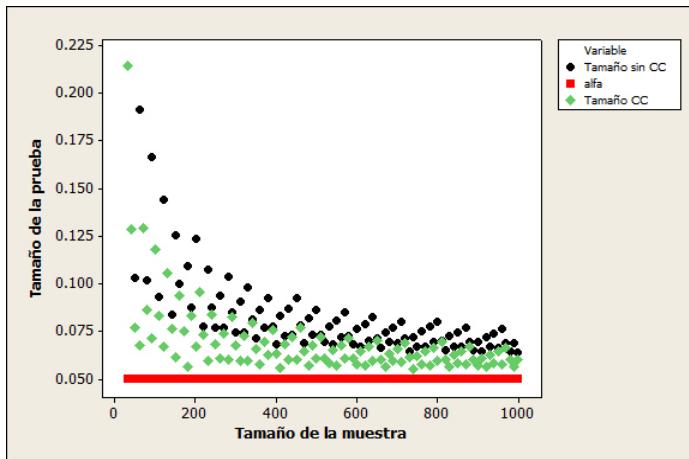


Figura 5.2: Tamaño de la prueba para $d_0 = .05$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

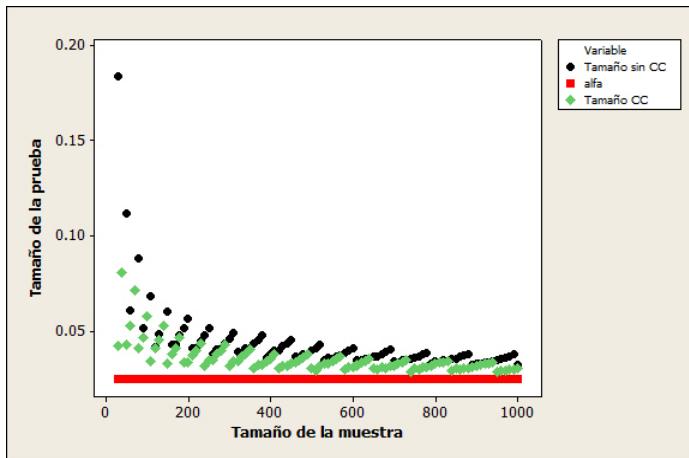


Figura 5.3: Tamaño de la prueba para $d_0 = .1$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

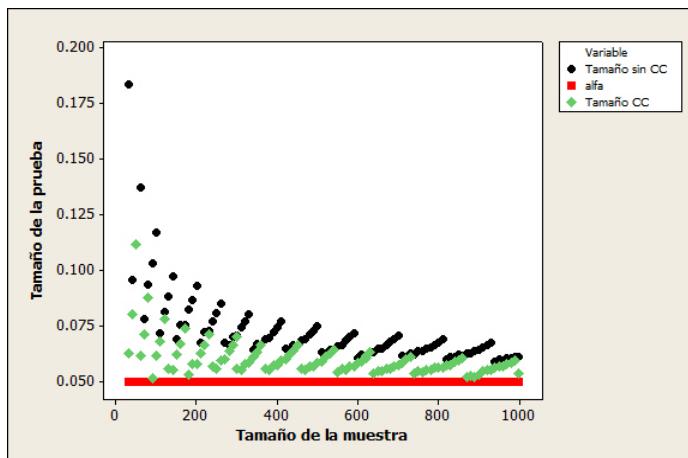


Figura 5.4: Tamaño de la prueba para $d_0 = .1$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

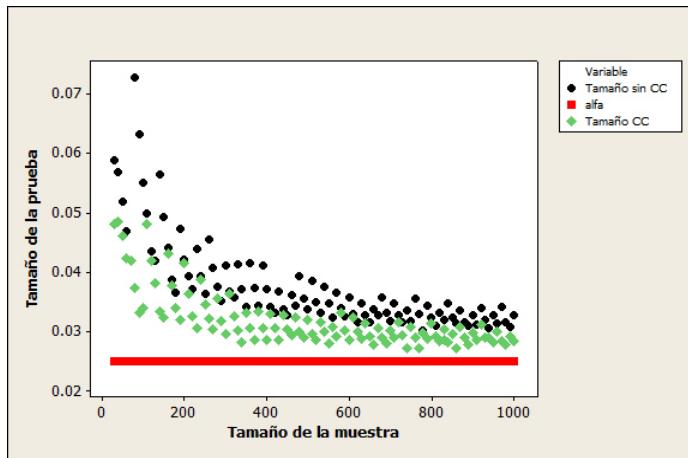


Figura 5.5: Tamaño de la prueba para $d_0 = .15$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

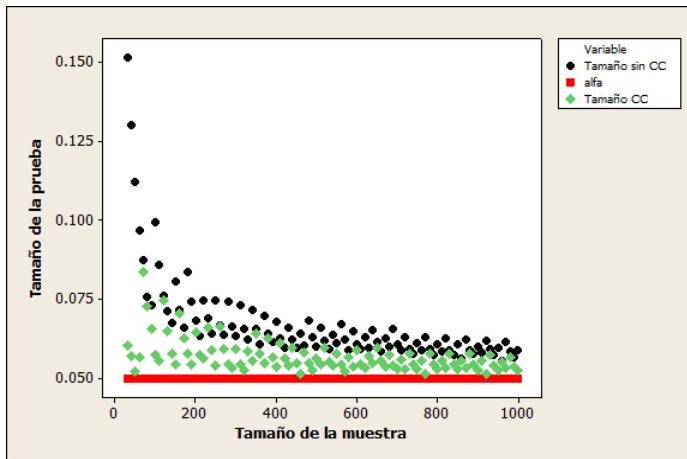


Figura 5.6: Tamaño de la prueba para $d_0 = .15$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

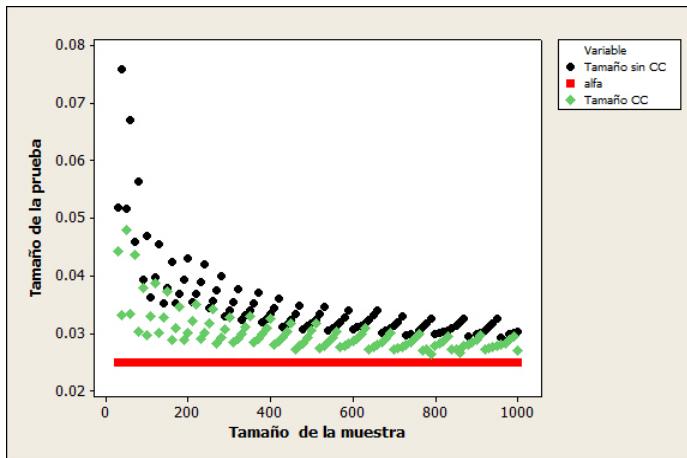


Figura 5.7: Tamaño de la prueba para $d_0 = .2$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

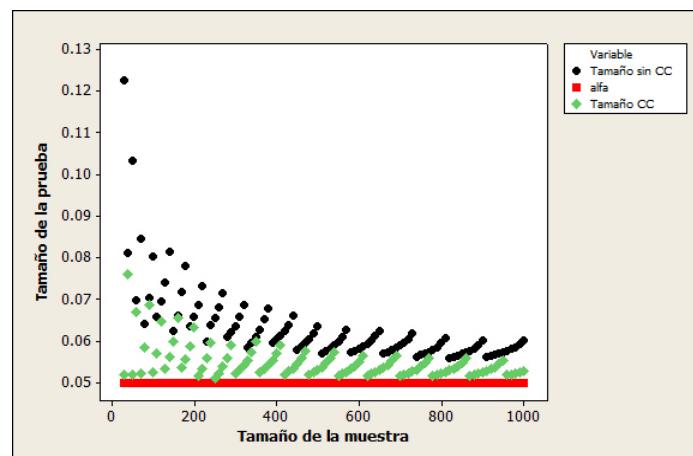


Figura 5.8: Tamaño de la prueba para $d_0 = .2$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

5.1.2. Tamaño de prueba nominal para alcanzar un tamaño de prueba objetivo dado

Debido a que en todos los casos analizados en la Sección 5.1.1, los tamaños de la prueba no respetan el nivel nominal deseado, se consideró conveniente determinar valores α^* , para los cuales los tamaños de la prueba con este α^* , respetarán el nivel nominal objetivo; para la obtención de estos valores se implementó el procedimiento presentado por Almendra Arao en [4] en lenguaje *C++*. Los valores α^* se presentan a continuación.

Especificamente, en las siguientes tablas se muestran, para el caso de diseños balanceados, los resultados obtenidos mediante el programa de cómputo que se escribió para tal efecto en *C++*. En cada una de las tablas se presenta en la primera columna el tamaño de la muestra, en la segunda el punto p_0 donde se alcanzó el máximo con el método exhaustivo, en la tercera el tamaño de la prueba en el punto p_0 , en la cuarta el punto p donde alcanza el máximo con el método de Newton o con el exhaustivo refinado, en la quinta el tamaño de la prueba en el punto p y en la sexta el valor de α^* .

En cada tabla se puede observar que el tamaño de la prueba obtenido mediante el método exhaustivo es menor o igual que el obtenido mediante el método de Newton.

El valor de α^* denota el valor máximo que se debe considerar para que el tamaño de la prueba con este valor respete el nivel nominal deseado (α).

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.1:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30					No existe
40					No existe
50					No existe
60					No existe
70					No existe
80	0.05	0.016515	0.05	0.016515	0.00125
90					No existe
100					No existe
110	0.05	0.024068	0.05	0.024068	0.004414
120	0.06	0.017636	0.054	0.021413	0.002148
130					No existe
140					No existe
150	0.05	0.018154	0.053307	0.022615	0.004336
160	0.05	0.012118	0.053055	0.015565	0.001758
170					No existe
180	0.05	0.019014	0.052577	0.022429	0.005703
190	0.05	0.013116	0.052524	0.015869	0.002695
200	0.05	0.009048	0.052467	0.011154	0.001211
210	0.05	0.018865	0.052902	0.022069	0.006367
220	0.05	0.013361	0.052067	0.015527	0.00332
230	0.05	0.025	0.05	0.025	0.006445
240	0.05	0.018115	0.052445	0.020716	0.006523
250	0.05	0.013086	0.052418	0.015188	0.003594
260	0.05	0.02327	0.05	0.02327	0.006094
270	0.05	0.017131	0.052061	0.01921	0.006367
280	0.05	0.012529	0.052101	0.014257	0.003672
290	0.05	0.021444	0.051746	0.023456	0.009883
300	0.05	0.015968	0.051777	0.017676	0.006055
310	0.05	0.011815	0.05181	0.013242	0.003594
320	0.05	0.019628	0.051532	0.021296	0.008945
330	0.05	0.014755	0.051559	0.016174	0.005625
340	0.05	0.023453	0.051048	0.024861	0.007344
350	0.05	0.01788	0.051548	0.019335	0.008047

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.2:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Método Newton Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
360	0.05	0.013549	0.051387	0.01474	0.005117
370	0.05	0.021152	0.051324	0.022562	0.010586
380	0.05	0.016232	0.05138	0.017458	0.007148
390	0.05	0.024538	0.05	0.024538	0.008359
400	0.05	0.019046	0.053	0.023206	0.009492
410	0.05	0.014699	0.051244	0.01574	0.006367
420	0.05	0.021965	0.051057	0.023131	0.011172
430	0.05	0.017129	0.053	0.020706	0.00832
440	0.05	0.024967	0.05	0.024967	0.009141
450	0.05	0.019656	0.053	0.023215	0.010469
460	0.05	0.015393	0.053	0.018452	0.007266
470	0.05	0.022263	0.050876	0.023243	0.011445
480	0.05	0.017588	0.052	0.020648	0.009102
490	0.05	0.024934	0.05	0.024934	0.009609
500	0.05	0.019858	0.052	0.022973	0.011094
510	0.05	0.015737	0.052	0.018444	0.007891
520	0.05	0.022192	0.050746	0.023026	0.011523
530	0.05	0.01772	0.052	0.020471	0.00957
540	0.05	0.024578	0.05	0.024578	0.009844
550	0.05	0.019763	0.052	0.022656	0.011367
560	0.05	0.015817	0.052	0.01824	0.008281
570	0.05	0.021858	0.052	0.024765	0.01332
580	0.05	0.01761	0.052	0.020178	0.009805
590	0.05	0.023997	0.050599	0.024701	0.012969
600	0.05	0.019453	0.052	0.022033	0.011445
610	0.05	0.0157	0.052	0.017976	0.008477
620	0.05	0.02134	0.052	0.023913	0.013203
630	0.05	0.017324	0.052	0.019611	0.009883
640	0.05	0.023265	0.050531	0.023878	0.012617
650	0.05	0.018991	0.052	0.02127	0.011367
660	0.05	0.015437	0.052	0.01746	0.008516
670	0.05	0.020695	0.052	0.022952	0.01293
680	0.05	0.016911	0.052	0.018928	0.009375
690	0.05	0.022432	0.052	0.024649	0.014531
700	0.05	0.018422	0.052	0.020418	0.011133

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.3:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
710	0.05	0.024198	0.05045	0.024729	0.013477
720	0.05	0.019966	0.052	0.021926	0.012539
730	0.05	0.016409	0.052	0.018171	0.009609
740	0.05	0.021539	0.052	0.023534	0.014023
750	0.05	0.017782	0.052	0.019513	0.01082
760	0.05	0.023137	0.050409	0.023607	0.012852
770	0.05	0.019183	0.052	0.02096	0.012109
780	0.05	0.024757	0.05	0.024757	0.011641
790	0.05	0.020611	0.053	0.024141	0.013438
800	0.05	0.017096	0.052	0.018677	0.010469
810	0.05	0.022062	0.051	0.023794	0.014531
820	0.05	0.018371	0.051	0.019928	0.011602
830	0.05	0.023533	0.050356	0.023946	0.013359
840	0.05	0.01967	0.052	0.022898	0.012813
860	0.05	0.020991	0.052	0.024249	0.014062
870	0.05	0.017547	0.052	0.020476	0.011094
880	0.05	0.02233	0.051	0.023941	0.014727
890	0.05	0.018731	0.052	0.02169	0.012188
900	0.05	0.023686	0.050314	0.024052	0.013672
910	0.05	0.019936	0.052	0.022914	0.01332
920	0.05	0.016723	0.052	0.019406	0.010586
930	0.05	0.021157	0.052	0.024147	0.014453
940	0.05	0.017805	0.052	0.020508	0.011563
950	0.05	0.022395	0.051	0.023879	0.014805
960	0.05	0.018906	0.052	0.02162	0.012578
970	0.05	0.023648	0.05028	0.023973	0.013828
980	0.05	0.020023	0.052	0.02274	0.013633
990	0.05	0.024914	0.05	0.024914	0.012813
1000	0.05	0.021155	0.052	0.02394	0.014687

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.4:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30					No existe
40					No existe
50					No existe
60					No existe
70					No existe
80	0.05	0.016515	0.05	0.016515	0.005938
90	0.05	0.009888	0.05	0.009888	0.00125
100					No existe
110	0.05	0.024068	0.05	0.024068	0.009961
120	0.06	0.017652	0.054	0.021413	0.00625
130	0.06	0.011294	0.054	0.014339	0.002148
140					No existe
150	0.05	0.018154	0.05331	0.022616	0.009805
160	0.05	0.01218	0.053203	0.01563	0.004336
170	0.05	0.008123	0.052945	0.010681	0.001758
180	0.06	0.021174	0.054	0.023169	0.011406
190	0.05	0.01316	0.052524	0.015869	0.005742
200	0.05	0.009048	0.05247	0.011155	0.002734
210	0.06	0.019209	0.053	0.022092	0.011797
220	0.05	0.013361	0.052936	0.015975	0.006406
230	0.05	0.025	0.05	0.025	0.010859
240	0.05	0.01815	0.052445	0.020716	0.011445
250	0.05	0.013086	0.052495	0.015205	0.006563
260	0.05	0.02327	0.05	0.02327	0.01
270	0.05	0.017131	0.052061	0.01921	0.010781
280	0.05	0.012529	0.052101	0.014257	0.006406
290	0.06	0.022367	0.052	0.023553	0.015703
300	0.05	0.015968	0.051782	0.017677	0.009883
310	0.05	0.011815	0.05181	0.013242	0.006055
320	0.06	0.019807	0.051762	0.02137	0.013945
330	0.05	0.014755	0.051562	0.016175	0.008984
340	0.05	0.023453	0.05	0.023453	0.010937
350	0.06	0.018552	0.054	0.022681	0.012344

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.5:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo	Método Newton	α^*
Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba
360	0.05	0.013549	0.051633
370	0.05	0.021152	0.051324
380	0.05	0.016232	0.053
390	0.05	0.024538	0.05
400	0.06	0.019269	0.053
410	0.05	0.014699	0.053
420	0.05	0.021965	0.051057
430	0.05	0.017129	0.053
440	0.05	0.024967	0.05
450	0.05	0.019656	0.053
460	0.05	0.015393	0.053
470	0.05	0.022263	0.050876
480	0.05	0.017588	0.052
490	0.05	0.024934	0.05
500	0.06	0.020651	0.053
510	0.05	0.015737	0.052
520	0.05	0.022192	0.050746
530	0.06	0.018197	0.053
540	0.05	0.024578	0.05
550	0.05	0.019763	0.052
560	0.06	0.016045	0.052
570	0.05	0.021858	0.052
580	0.05	0.01761	0.052
590	0.05	0.023997	0.050599
600	0.05	0.019453	0.052
610	0.05	0.0157	0.052
620	0.05	0.02134	0.052
630	0.05	0.017324	0.052
640	0.05	0.023265	0.050531
650	0.05	0.018991	0.052
660	0.05	0.015437	0.052
670	0.06	0.021209	0.052
680	0.05	0.016911	0.052
690	0.05	0.022432	0.052
700	0.06	0.018462	0.052

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.6:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
710	0.05	0.024198	0.05045	0.024729	0.017188
720	0.05	0.019966	0.052	0.022	0.01625
730	0.05	0.016409	0.052	0.018172	0.012578
740	0.05	0.021539	0.052	0.023534	0.017734
750	0.05	0.017782	0.052	0.019592	0.014023
760	0.05	0.023137	0.050409	0.023607	0.016289
770	0.05	0.019183	0.053	0.022747	0.015547
780	0.05	0.024757	0.05	0.024757	0.014844
790	0.06	0.020948	0.053	0.024147	0.017109
800	0.05	0.017096	0.053	0.020271	0.013438
810	0.05	0.022062	0.051	0.023794	0.018047
820	0.05	0.018371	0.052	0.021559	0.014805
830	0.05	0.023533	0.050356	0.023946	0.016719
840	0.05	0.01967	0.052	0.022898	0.01625
850	0.05	0.016383	0.052	0.019275	0.012852
860	0.05	0.020991	0.052	0.024249	0.017695
870	0.05	0.017547	0.052	0.020477	0.014062
880	0.05	0.02233	0.051	0.023941	0.018164
890	0.05	0.018731	0.052	0.02169	0.015352
900	0.05	0.023686	0.050314	0.024052	0.016914
910	0.05	0.019936	0.052	0.022914	0.016641
920	0.05	0.016723	0.052	0.019406	0.01332
930	0.06	0.021703	0.052	0.024203	0.018008
940	0.05	0.017805	0.052	0.020508	0.014492
950	0.05	0.022395	0.051	0.023879	0.018125
960	0.05	0.018906	0.052	0.021678	0.015664
970	0.05	0.023648	0.05028	0.023973	0.016953
980	0.06	0.020246	0.052	0.022805	0.016875
990	0.05	0.024914	0.05	0.024914	0.01582
1000	0.05	0.021155	0.052	0.02394	0.018125

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.7:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30					No existe
40					No existe
50					No existe
60	0.05	0.04607	0.05	0.04607	0.016172
70	0.05	0.027584	0.05	0.027584	0.005859
80	0.05	0.016515	0.05	0.016515	0.00125
90					No existe
100	0.06	0.043104	0.055	0.047099	0.016016
110	0.06	0.027296	0.055	0.03178	0.00625
120	0.06	0.017636	0.054	0.021413	0.002109
130	0.06	0.045385	0.055	0.047668	0.020391
140	0.05	0.026875	0.053413	0.032498	0.009766
150	0.05	0.018154	0.053307	0.022615	0.004297
160	0.06	0.040651	0.054	0.044729	0.021406
170	0.06	0.029401	0.054	0.032303	0.011328
180	0.05	0.019014	0.052577	0.022429	0.005703
190	0.05	0.03679	0.052867	0.041305	0.020625
200	0.05	0.026447	0.052926	0.030311	0.011719
210	0.05	0.046361	0.05178	0.049846	0.018516
220	0.05	0.034181	0.052346	0.037725	0.019219
230	0.05	0.025	0.052395	0.028049	0.011406
240	0.06	0.042268	0.052	0.045337	0.027109
250	0.06	0.032665	0.052	0.034333	0.017422
260	0.05	0.049808	0.05	0.049808	0.02125
270	0.06	0.042435	0.055	0.046969	0.024141
280	0.06	0.028895	0.052	0.031022	0.015625
290	0.05	0.044415	0.051524	0.04691	0.028359
300	0.06	0.036723	0.054	0.041779	0.021094
310	0.05	0.025945	0.051672	0.027944	0.013906
320	0.06	0.040338	0.05363	0.047028	0.026875
330	0.06	0.031868	0.054	0.037082	0.018359
340	0.05	0.045105	0.051176	0.047059	0.028672
350	0.05	0.03527	0.053	0.041612	0.023203

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.8:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.06	0.027738	0.053	0.032969	0.016016
370	0.06	0.042677	0.053	0.046453	0.028203
380	0.05	0.031427	0.053	0.036931	0.02
390	0.05	0.044739	0.050951	0.046318	0.028281
400	0.06	0.037373	0.053	0.041164	0.024141
410	0.05	0.049453	0.05	0.049453	0.024453
420	0.06	0.040192	0.053	0.045103	0.028516
430	0.06	0.03277	0.053	0.036485	0.020703
440	0.06	0.043888	0.053	0.048985	0.032891
450	0.06	0.035247	0.053	0.039905	0.024375
460	0.05	0.047813	0.050723	0.049053	0.030938
470	0.06	0.038749	0.053	0.043294	0.028203
480	0.05	0.031145	0.053	0.035325	0.020937
490	0.06	0.04433	0.052	0.046824	0.032031
500	0.05	0.03429	0.052	0.038377	0.024141
510	0.05	0.045885	0.050625	0.046937	0.029531
520	0.06	0.039145	0.052312	0.041576	0.027422
530	0.05	0.049462	0.05	0.049462	0.026484
540	0.06	0.043292	0.054	0.048347	0.030781
550	0.05	0.033206	0.052	0.036821	0.023516
560	0.06	0.044608	0.052	0.047716	0.033359
570	0.06	0.036476	0.052	0.039609	0.026484
580	0.05	0.046972	0.050509	0.04784	0.030703
590	0.06	0.040224	0.053	0.045653	0.029453
600	0.06	0.032239	0.052	0.035172	0.022734
610	0.06	0.042125	0.053	0.0484	0.032422
620	0.06	0.035665	0.053	0.040622	0.025313
630	0.05	0.044481	0.052	0.047767	0.033672
640	0.06	0.03738	0.053	0.043074	0.027969
650	0.05	0.047298	0.050427	0.048028	0.03125
660	0.05	0.039505	0.053	0.045504	0.030625
670	0.06	0.033216	0.053	0.038346	0.024141
680	0.06	0.044162	0.053	0.048066	0.033281
690	0.05	0.035113	0.053	0.040522	0.026406
700	0.05	0.044561	0.052	0.047242	0.033594

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.9:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo	Método Newton		
Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
710	0.06	0.039369	0.053	0.042858
720	0.05	0.047082	0.051	0.049756
730	0.06	0.040925	0.053	0.045023
740	0.05	0.049595	0.05	0.049595
750	0.06	0.042573	0.053	0.047168
760	0.06	0.036529	0.053	0.040181
770	0.06	0.045288	0.052	0.049337
780	0.06	0.038067	0.053	0.042123
790	0.05	0.046483	0.051	0.048936
800	0.06	0.039463	0.052361	0.044253
810	0.05	0.048748	0.050303	0.049274
820	0.06	0.042243	0.052	0.046201
830	0.06	0.035347	0.052	0.039537
840	0.06	0.045271	0.052	0.04824
850	0.06	0.03787	0.052	0.04139
860	0.05	0.04561	0.051	0.047842
870	0.06	0.039354	0.052	0.043235
880	0.05	0.047664	0.051	0.049868
890	0.06	0.0419	0.052	0.045088
900	0.05	0.049711	0.05	0.049711
910	0.06	0.043281	0.052	0.046916
920	0.06	0.03667	0.052	0.040438
930	0.06	0.045836	0.052	0.048733
940	0.06	0.038801	0.052	0.042128
950	0.05	0.046416	0.051	0.048395
960	0.06	0.041392	0.052	0.043791
970	0.05	0.048282	0.050231	0.048681
980	0.06	0.042651	0.053	0.047638
990	0.06	0.035958	0.052	0.039353
1000	0.06	0.04383	0.053	0.049254

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.10:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30					No existe
40					No existe
50					No existe
60	0.05	0.04607	0.05	0.04607	0.037266
70	0.06	0.04355	0.05826	0.043905	0.021953
80	0.05	0.016515	0.05	0.016515	0.005938
90	0.05	0.009888	0.05	0.009888	0.00125
100	0.06	0.048775	0.057473	0.049219	0.037031
110	0.06	0.028614	0.055	0.031962	0.016094
120	0.06	0.017652	0.054	0.021413	0.00625
130	0.06	0.045615	0.055	0.047675	0.039844
140	0.06	0.032184	0.055	0.033711	0.020469
150	0.05	0.018154	0.05331	0.022616	0.009766
160	0.06	0.04111	0.054	0.044735	0.038125
170	0.06	0.029434	0.054	0.032303	0.021484
180	0.06	0.021174	0.054	0.023169	0.011406
190	0.06	0.040898	0.054	0.041516	0.034922
200	0.06	0.027085	0.053	0.030313	0.020703
210	0.05	0.046361	0.05	0.046361	0.027734
220	0.06	0.036702	0.053	0.037877	0.03125
230	0.05	0.025	0.052402	0.02805	0.019297
240	0.06	0.042899	0.052	0.045337	0.038828
250	0.06	0.037907	0.055	0.040902	0.027578
260	0.05	0.049808	0.05	0.049808	0.031484
270	0.06	0.042444	0.055	0.046969	0.036328
280	0.06	0.032986	0.055	0.036492	0.024219
290	0.05	0.044415	0.051524	0.04691	0.039297
300	0.06	0.036742	0.054	0.041779	0.031328
310	0.06	0.028741	0.054	0.032636	0.021172
320	0.06	0.044906	0.054	0.047456	0.038594
330	0.06	0.031903	0.054	0.037082	0.026953
340	0.05	0.045105	0.051176	0.047059	0.03875
350	0.06	0.039366	0.054	0.042037	0.032969

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.11:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.06	0.027798	0.053	0.032969	0.023203
370	0.06	0.04323	0.053	0.046453	0.039063
380	0.06	0.034526	0.054	0.037227	0.028203
390	0.05	0.044739	0.050951	0.046318	0.037578
400	0.06	0.037416	0.053	0.041164	0.033359
410	0.05	0.049453	0.05	0.049453	0.033047
420	0.06	0.041029	0.052912	0.045106	0.038594
430	0.06	0.032839	0.053	0.036485	0.028516
440	0.06	0.043888	0.053	0.048985	0.039922
450	0.06	0.036228	0.052727	0.039933	0.032969
460	0.05	0.047813	0.050723	0.049053	0.039922
470	0.06	0.041799	0.053	0.043431	0.037422
480	0.06	0.032011	0.053	0.035326	0.028203
490	0.06	0.044356	0.052	0.046824	0.039922
500	0.06	0.036933	0.053	0.038452	0.032031
510	0.05	0.045885	0.050625	0.046937	0.037813
520	0.06	0.041089	0.054	0.045362	0.035938
530	0.05	0.049462	0.05	0.049462	0.034297
540	0.06	0.043313	0.054	0.048347	0.039844
550	0.06	0.036316	0.054	0.040231	0.030859
560	0.06	0.044608	0.052	0.047716	0.039922
570	0.06	0.038288	0.053	0.042875	0.034219
580	0.05	0.046972	0.050509	0.04784	0.038672
590	0.06	0.040268	0.053	0.045653	0.037656
600	0.06	0.033926	0.053	0.03815	0.029453
610	0.06	0.043102	0.053	0.0484	0.039922
620	0.06	0.035729	0.053	0.040622	0.0325
630	0.05	0.044481	0.052	0.047767	0.039922
640	0.06	0.040615	0.053	0.043193	0.035469
650	0.05	0.047298	0.050427	0.048028	0.038828
660	0.06	0.042453	0.053	0.045642	0.038516
670	0.06	0.033324	0.053	0.038346	0.030625
680	0.06	0.044221	0.053	0.048066	0.039922
690	0.06	0.037785	0.053	0.040677	0.033359
700	0.05	0.044561	0.052	0.047242	0.039922

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.12:

Método Exhaustivo	Método Newton				
Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
710	0.06	0.039449	0.053	0.042858	0.036016
720	0.05	0.047082	0.051	0.049756	0.039922
730	0.06	0.042021	0.053	0.045023	0.03875
740	0.05	0.049595	0.05	0.049595	0.036094
750	0.06	0.042574	0.053	0.047168	0.039922
760	0.06	0.036657	0.053	0.040181	0.033672
770	0.05	0.044211	0.051	0.04668	0.039922
780	0.06	0.039269	0.053	0.042123	0.036094
790	0.05	0.046483	0.051	0.048936	0.039922
800	0.06	0.04244	0.052	0.044171	0.038516
810	0.05	0.048748	0.050303	0.049274	0.039922
820	0.06	0.042244	0.052	0.046201	0.039922
830	0.06	0.036664	0.052	0.039537	0.033516
840	0.06	0.043701	0.052	0.048227	0.039922
850	0.06	0.039349	0.052	0.041402	0.035703
860	0.05	0.04561	0.051	0.047841	0.039922
870	0.06	0.040728	0.052	0.043249	0.037891
880	0.05	0.047664	0.051	0.049867	0.039922
890	0.06	0.043176	0.052	0.045088	0.039922
900	0.05	0.049711	0.05	0.049711	0.037188
910	0.05	0.042672	0.052	0.046897	0.039922
920	0.06	0.03894	0.052	0.040457	0.035156
930	0.05	0.044545	0.052	0.048711	0.039922
940	0.06	0.040247	0.053	0.044366	0.037109
950	0.05	0.046416	0.051	0.048393	0.039922
960	0.06	0.041561	0.053	0.046008	0.039141
970	0.05	0.048282	0.050231	0.048681	0.039844
980	0.06	0.042596	0.052	0.045447	0.039922
990	0.06	0.037435	0.053	0.041391	0.034375
1000	0.05	0.043348	0.052	0.047094	0.039922

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.13:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30					No existe
40	0.1	0.014781	0.1	0.014781	0.001172
50					No existe
60	0.11	0.019011	0.108321	0.01914	0.001953
70	0.1	0.024181	0.1	0.024181	0.00543
80	0.11	0.01299	0.105931	0.013726	0.001602
90	0.11	0.018591	0.105	0.01999	0.005234
100	0.1	0.023711	0.1	0.023711	0.006133
110	0.11	0.011993	0.104	0.013645	0.003008
120	0.11	0.017473	0.105	0.018351	0.005977
130	0.11	0.021366	0.104	0.022968	0.009844
140	0.11	0.01159	0.104	0.012452	0.003281
150	0.11	0.014138	0.103	0.015539	0.005469
160	0.1	0.01735	0.102971	0.018862	0.008125
170	0.11	0.021298	0.103	0.02238	0.011172
180	0.1	0.024501	0.1	0.024501	0.008711
190	0.11	0.014619	0.103	0.015322	0.006445
200	0.11	0.01959	0.105887	0.020564	0.008594
210	0.11	0.022024	0.105	0.023239	0.010977
220	0.1	0.022223	0.101838	0.023257	0.012109
230	0.11	0.014985	0.105	0.016244	0.006523
240	0.11	0.01684	0.105	0.018275	0.008164
250	0.11	0.018533	0.104	0.020349	0.01
260	0.11	0.021734	0.105	0.022677	0.011953
270	0.11	0.023606	0.104	0.024841	0.014023
280	0.1	0.024083	0.101233	0.024814	0.013672
290	0.11	0.01684	0.104	0.017763	0.008789
300	0.11	0.018263	0.104	0.019459	0.010312
310	0.11	0.019701	0.104	0.021183	0.011875
320	0.11	0.021267	0.103562	0.022952	0.013438
330	0.11	0.02397	0.104	0.024755	0.015313
340	0.1	0.024247	0.100916	0.024791	0.014102
350	0.11	0.016402	0.103	0.017996	0.009961

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.14:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.11	0.017709	0.103	0.019419	0.01125
370	0.11	0.020069	0.103	0.020885	0.012617
380	0.11	0.022693	0.105	0.024162	0.014023
390	0.11	0.022695	0.103	0.023831	0.015117
400	0.1	0.023485	0.100719	0.023903	0.013867
410	0.11	0.016783	0.103	0.017599	0.010391
420	0.11	0.01883	0.105	0.020247	0.011484
430	0.11	0.01984	0.104	0.021472	0.012617
440	0.11	0.02085	0.104	0.022723	0.013789
450	0.11	0.021865	0.104	0.023984	0.015
460	0.1	0.022234	0.102	0.023728	0.015313
470	0.1	0.023514	0.100563	0.023841	0.014258
480	0.1	0.024807	0.1	0.024807	0.013203
490	0.11	0.018047	0.104	0.020064	0.012188
500	0.11	0.020094	0.104	0.021169	0.013164
510	0.11	0.020986	0.104	0.022219	0.01418
520	0.11	0.021883	0.104	0.023276	0.015195
530	0.11	0.022779	0.104	0.02434	0.01625
540	0.1	0.022916	0.102	0.024131	0.015898
550	0.1	0.024016	0.100442	0.024276	0.015
560	0.11	0.018202	0.103	0.019482	0.012344
570	0.11	0.018947	0.103	0.020391	0.013164
580	0.11	0.019863	0.103	0.021306	0.014062
590	0.11	0.020625	0.103	0.022229	0.014922
600	0.11	0.022399	0.103033	0.023168	0.01582
610	0.11	0.023195	0.103	0.024103	0.016699
620	0.1	0.022894	0.102	0.023827	0.016016
630	0.1	0.023845	0.101	0.024783	0.016797
640	0.1	0.024804	0.1	0.024804	0.014355
650	0.11	0.019416	0.103	0.020196	0.013574
660	0.11	0.020081	0.103	0.020984	0.014355
670	0.11	0.021256	0.104	0.022876	0.015137
680	0.11	0.021934	0.104	0.023686	0.015918
690	0.11	0.022608	0.104	0.0245	0.016699
700	0.11	0.022997	0.102	0.02419	0.01709

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.15:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
710	0.1	0.023245	0.101	0.024082	0.016406
720	0.1	0.024078	0.101	0.024919	0.01709
730	0.1	0.024916	0.1	0.024916	0.014941
740	0.11	0.019516	0.104	0.021267	0.014258
750	0.11	0.020092	0.103	0.021978	0.014941
760	0.11	0.020675	0.103	0.0227	0.015625
770	0.11	0.02231	0.103	0.023436	0.016309
780	0.11	0.022916	0.103	0.024166	0.01709
790	0.11	0.023523	0.103	0.0249	0.017773
800	0.1	0.023105	0.102	0.024674	0.017676
810	0.1	0.023838	0.101	0.024572	0.01709
820	0.1	0.024575	0.100241	0.024718	0.016406
830	0.11	0.019836	0.103	0.021016	0.014551
840	0.11	0.020356	0.103	0.021645	0.015137
850	0.11	0.020884	0.103	0.022277	0.015723
860	0.11	0.021407	0.103	0.022911	0.016406
870	0.11	0.02193	0.103	0.023548	0.016992
880	0.11	0.022695	0.103	0.024188	0.017676
890	0.11	0.02324	0.103	0.024829	0.018262
900	0.11	0.023438	0.102	0.024623	0.017871
910	0.1	0.023933	0.101	0.024553	0.017285
920	0.1	0.024588	0.100203	0.024708	0.016699
930	0.11	0.019719	0.102689	0.021035	0.015039
940	0.11	0.020187	0.103	0.021569	0.015625
950	0.11	0.020667	0.102601	0.022162	0.016113
960	0.11	0.021782	0.102577	0.022733	0.016699
970	0.11	0.022253	0.102535	0.023304	0.017285
980	0.11	0.022725	0.103	0.023818	0.017773
990	0.11	0.023469	0.102	0.024388	0.018262
1000	0.11	0.023956	0.102	0.024976	0.01875

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.16:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30					No existe
40	0.1	0.014781	0.1	0.014781	0.005625
50					No existe
60	0.11	0.019176	0.108726	0.01924	0.005898
70	0.1	0.024181	0.1	0.024181	0.010937
80	0.11	0.013242	0.106203	0.01378	0.004023
90	0.11	0.020441	0.107262	0.020634	0.010664
100	0.1	0.023711	0.1	0.023711	0.01082
110	0.11	0.013685	0.10583	0.014051	0.005898
120	0.11	0.017475	0.105	0.018351	0.010586
130	0.11	0.022717	0.105	0.023074	0.016289
140	0.11	0.01159	0.104	0.012452	0.00582
150	0.11	0.01427	0.103	0.015539	0.009063
160	0.11	0.018334	0.103	0.018915	0.012852
170	0.11	0.021373	0.103	0.02238	0.016094
180	0.1	0.024501	0.1	0.024501	0.012891
190	0.11	0.017326	0.106397	0.017959	0.009883
200	0.11	0.019716	0.106	0.020573	0.012734
210	0.11	0.022025	0.105	0.023239	0.015859
220	0.1	0.022223	0.101838	0.023257	0.01668
230	0.11	0.015164	0.105	0.01625	0.009531
240	0.11	0.01684	0.105	0.018275	0.01168
250	0.11	0.019873	0.105	0.020543	0.014023
260	0.11	0.021735	0.105	0.022677	0.016484
270	0.11	0.023665	0.104458	0.024862	0.019023
280	0.1	0.024083	0.101233	0.024814	0.018047
290	0.11	0.01684	0.104	0.017763	0.01207
300	0.11	0.018266	0.104	0.019459	0.013906
310	0.11	0.019805	0.104	0.021183	0.015859
320	0.11	0.022402	0.104	0.022982	0.017891
330	0.11	0.02397	0.104	0.024755	0.019883
340	0.1	0.024247	0.100916	0.024791	0.018125
350	0.11	0.017601	0.103486	0.018035	0.013164

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.17:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.11	0.018831	0.103	0.019438	0.014727
370	0.11	0.021552	0.105	0.022676	0.016328
380	0.11	0.022806	0.105	0.024163	0.018008
390	0.11	0.022695	0.103	0.023831	0.018906
400	0.1	0.023485	0.100719	0.023903	0.017461
410	0.11	0.017832	0.105	0.019057	0.013359
420	0.11	0.018833	0.105	0.020247	0.014648
430	0.11	0.01984	0.104	0.021472	0.015977
440	0.11	0.021996	0.105	0.022781	0.017344
450	0.11	0.023082	0.104	0.024034	0.01875
460	0.1	0.022234	0.102	0.023728	0.018789
470	0.1	0.023514	0.102	0.025	0.017617
480	0.1	0.024807	0.1	0.024807	0.016367
490	0.11	0.019205	0.104	0.020127	0.015195
500	0.11	0.020094	0.104	0.021169	0.016328
510	0.11	0.020988	0.104	0.022219	0.0175
520	0.11	0.021992	0.104	0.023276	0.018672
530	0.11	0.022903	0.104	0.02434	0.019883
540	0.1	0.022916	0.102	0.024131	0.019063
550	0.1	0.024016	0.100442	0.024276	0.018203
560	0.11	0.018207	0.103	0.019482	0.015156
570	0.11	0.019104	0.103248	0.0204	0.016133
580	0.11	0.020808	0.103224	0.021322	0.017109
590	0.11	0.021603	0.103126	0.02224	0.018125
600	0.11	0.022947	0.105	0.02439	0.019141
610	0.11	0.023325	0.103	0.024103	0.019961
620	0.1	0.022894	0.102	0.023827	0.019102
630	0.1	0.023845	0.101	0.024783	0.019961
640	0.1	0.024804	0.1	0.024804	0.017266
650	0.11	0.019916	0.104	0.021267	0.016406
660	0.11	0.020589	0.104	0.022069	0.017266
670	0.11	0.021261	0.104	0.022876	0.018125
680	0.11	0.021934	0.104	0.023686	0.019023
690	0.11	0.02261	0.104	0.0245	0.019922
700	0.11	0.022997	0.102	0.02419	0.019961

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.18:

Método Exhaustivo	Método Newton				
Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
710	0.1	0.023245	0.101	0.024082	0.019375
720	0.1	0.024078	0.101	0.024919	0.019961
730	0.1	0.024916	0.1	0.024916	0.017773
740	0.11	0.019521	0.104	0.021267	0.016875
750	0.11	0.021099	0.104	0.022006	0.017725
760	0.11	0.021704	0.103	0.022709	0.018516
770	0.11	0.022312	0.103	0.023436	0.019297
780	0.11	0.022919	0.103	0.024166	0.019961
790	0.11	0.022661	0.103	0.024888	0.019961
800	0.1	0.023105	0.102	0.024674	0.019961
810	0.1	0.023838	0.101	0.024572	0.019922
820	0.1	0.024575	0.100241	0.024718	0.01918
830	0.11	0.019842	0.103	0.021016	0.017063
840	0.11	0.020363	0.103	0.021645	0.017672
850	0.11	0.021083	0.103	0.022277	0.018484
860	0.11	0.02162	0.103	0.022911	0.019094
870	0.11	0.022162	0.103	0.023548	0.019703
880	0.11	0.0227	0.103	0.024188	0.020312
890	0.11	0.024025	0.103	0.024836	0.021125
900	0.11	0.023438	0.102	0.024623	0.020516
910	0.1	0.023933	0.101	0.024553	0.019906
920	0.1	0.024588	0.100203	0.024708	0.019297
930	0.11	0.019728	0.102689	0.021035	0.017469
940	0.11	0.020839	0.106466	0.021118	0.018078
950	0.11	0.02131	0.103	0.022135	0.018688
960	0.11	0.022098	0.104	0.023496	0.019297
970	0.11	0.02258	0.103	0.024061	0.019906
980	0.11	0.023062	0.103	0.024647	0.020516
990	0.11	0.023469	0.102	0.024388	0.020922
1000	0.11	0.023956	0.102	0.024976	0.021328

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.19:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30	0.1	0.042391	0.1	0.042391	0.015469
40	0.1	0.014781	0.1	0.014781	0.001172
50	0.11	0.043129	0.109708	0.043135	0.015156
60	0.11	0.019011	0.108321	0.01914	0.001953
70	0.11	0.028644	0.106621	0.029367	0.009063
80	0.11	0.040384	0.107001	0.040815	0.020078
90	0.1	0.046548	0.1	0.046548	0.018203
100	0.11	0.026487	0.105623	0.027247	0.010859
110	0.11	0.032582	0.105	0.034154	0.017891
120	0.11	0.048485	0.109972	0.048485	0.025703
130	0.11	0.046154	0.103	0.04839	0.031016
140	0.11	0.026962	0.104	0.027868	0.014453
150	0.11	0.037557	0.107844	0.037895	0.019531
160	0.11	0.042122	0.107077	0.042856	0.025
170	0.11	0.047721	0.10729	0.048156	0.030625
180	0.1	0.046301	0.102016	0.048013	0.030859
190	0.11	0.032018	0.106	0.033334	0.018359
200	0.11	0.036583	0.106	0.037306	0.022266
210	0.11	0.039896	0.106	0.041009	0.026328
220	0.11	0.043175	0.105	0.04474	0.030547
230	0.11	0.047348	0.105	0.048521	0.034688
240	0.1	0.047496	0.101291	0.048606	0.031875
250	0.11	0.033127	0.105	0.034724	0.022187
260	0.11	0.036686	0.104497	0.03768	0.025313
270	0.11	0.043402	0.107111	0.044096	0.028437
280	0.11	0.045988	0.106718	0.046973	0.031641
290	0.11	0.048535	0.106	0.049825	0.034922
300	0.11	0.046789	0.103	0.049259	0.036016
310	0.1	0.048787	0.100868	0.049543	0.033438
320	0.11	0.037626	0.106	0.039057	0.025703
330	0.11	0.039628	0.106	0.041346	0.028203
340	0.11	0.042679	0.106	0.043771	0.030703
350	0.11	0.044714	0.105	0.046072	0.033281

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.20:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.11	0.04674	0.105	0.048393	0.035781
370	0.11	0.045874	0.103	0.047887	0.035156
380	0.1	0.047662	0.100644	0.048215	0.033047
390	0.11	0.036852	0.105	0.038275	0.026797
400	0.11	0.038513	0.104627	0.04017	0.02875
410	0.11	0.040138	0.104	0.042029	0.030859
420	0.11	0.042769	0.104	0.043958	0.032891
430	0.11	0.044466	0.104169	0.045873	0.035
440	0.11	0.046135	0.104	0.047765	0.036875
450	0.11	0.04779	0.104	0.049649	0.038594
460	0.1	0.047319	0.102	0.049336	0.036797
470	0.1	0.049254	0.100463	0.049658	0.035078
480	0.11	0.038426	0.10371	0.03974	0.029844
490	0.11	0.041601	0.105	0.043387	0.031563
500	0.11	0.042941	0.105	0.044975	0.033281
510	0.11	0.044294	0.105	0.046553	0.035
520	0.11	0.046673	0.105	0.048161	0.036719
530	0.11	0.048048	0.105	0.049723	0.038438
540	0.11	0.046636	0.103	0.049231	0.038438
550	0.1	0.047416	0.102	0.048887	0.037031
560	0.1	0.049025	0.100357	0.049335	0.035547
570	0.11	0.040134	0.105	0.041553	0.031094
580	0.11	0.041296	0.104	0.042882	0.032578
590	0.11	0.042451	0.104	0.044233	0.033984
600	0.11	0.043631	0.104197	0.045588	0.035469
610	0.11	0.044776	0.104091	0.046921	0.036875
620	0.11	0.04696	0.104	0.04826	0.038359
630	0.11	0.048164	0.104	0.049588	0.039766
640	0.1	0.046401	0.102	0.049096	0.0375
650	0.11	0.048455	0.109284	0.048471	0.04
660	0.1	0.049119	0.100279	0.049361	0.03625
670	0.11	0.039531	0.104	0.041664	0.0325
680	0.11	0.04164	0.104	0.042808	0.033672
690	0.11	0.04269	0.104	0.043936	0.034922
700	0.11	0.044624	0.105	0.046704	0.036172

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.21:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
710	0.11	0.045595	0.105	0.047829	0.037422
720	0.11	0.04656	0.105	0.048948	0.038594
730	0.11	0.046681	0.103	0.048535	0.039297
740	0.11	0.047663	0.103	0.049687	0.040313
750	0.1	0.04708	0.102	0.049394	0.039219
760	0.1	0.048243	0.101	0.049301	0.038203
770	0.1	0.049403	0.100221	0.049596	0.037109
780	0.11	0.040972	0.104	0.043394	0.033828
790	0.11	0.041859	0.104	0.044391	0.034922
800	0.11	0.04382	0.104092	0.045399	0.035938
810	0.11	0.044681	0.104017	0.046389	0.037031
820	0.11	0.045537	0.103945	0.047378	0.038125
830	0.11	0.046431	0.104	0.048362	0.039141
840	0.11	0.047282	0.104	0.049342	0.040234
850	0.11	0.047671	0.10948	0.047689	0.039844
860	0.11	0.047226	0.103	0.049925	0.040625
870	0.1	0.04779	0.102	0.049658	0.039375
880	0.1	0.048796	0.101	0.04963	0.03875
890	0.1	0.049799	0.100178	0.049954	0.0375
900	0.11	0.0418	0.104	0.043661	0.035
910	0.11	0.042542	0.104	0.044512	0.035625
920	0.11	0.043281	0.103	0.045378	0.036875
930	0.11	0.044016	0.103	0.04626	0.0375
940	0.11	0.04464	0.103	0.047141	0.0375
950	0.11	0.045478	0.103	0.048019	0.03875
960	0.11	0.047444	0.103	0.048895	0.040625
970	0.11	0.048192	0.103	0.049768	0.041406
980	0.11	0.047479	0.106288	0.047669	0.040625
990	0.1	0.047624	0.101	0.049111	0.039766
1000	0.1	0.048503	0.101	0.049993	0.040625

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.22:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30	0.1	0.042391	0.1	0.042391	0.035938
40	0.1	0.014781	0.1	0.014781	0.005664
50	0.11	0.044484	0.114042	0.044983	0.035547
60	0.11	0.019176	0.108726	0.01924	0.005859
70	0.11	0.03042	0.109599	0.030425	0.019336
80	0.11	0.041107	0.108749	0.041134	0.036133
90	0.1	0.046548	0.1	0.046548	0.029687
100	0.11	0.026528	0.106	0.027242	0.019336
110	0.11	0.033796	0.105	0.034311	0.029297
120	0.11	0.048488	0.109986	0.048488	0.039648
130	0.11	0.046159	0.103	0.04839	0.043555
140	0.11	0.032883	0.108766	0.032975	0.022461
150	0.11	0.037557	0.107844	0.037895	0.029297
160	0.11	0.043089	0.108203	0.043245	0.036133
170	0.11	0.047726	0.107293	0.048156	0.043164
180	0.1	0.046301	0.102027	0.048015	0.041211
190	0.11	0.033222	0.106881	0.033628	0.026172
200	0.11	0.036596	0.106	0.037306	0.031055
210	0.11	0.040622	0.106034	0.041101	0.035938
220	0.11	0.044014	0.105	0.044789	0.041016
230	0.11	0.047348	0.104991	0.048521	0.044922
240	0.1	0.047496	0.101291	0.048606	0.041016
250	0.11	0.034108	0.104883	0.034797	0.029687
260	0.11	0.040769	0.107549	0.04122	0.033398
270	0.11	0.043402	0.107111	0.044096	0.037109
280	0.11	0.046689	0.107	0.047118	0.04082
290	0.11	0.049325	0.107	0.049972	0.044531
300	0.11	0.046803	0.103	0.049259	0.044531
310	0.1	0.048787	0.100868	0.049543	0.041602
320	0.11	0.038539	0.106	0.039173	0.032813
330	0.11	0.04062	0.106	0.041481	0.035742
340	0.11	0.042688	0.106	0.043771	0.038672
350	0.11	0.044726	0.105	0.046072	0.041406

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.23:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo	Método Newton	α^*
Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba
360	0.11	0.047454	0.105
370	0.11	0.045874	0.103
380	0.1	0.047662	0.100644
390	0.11	0.036876	0.105
400	0.11	0.038513	0.105
410	0.11	0.04109	0.104527
420	0.11	0.045422	0.106
430	0.11	0.047082	0.106
440	0.11	0.046135	0.104
450	0.11	0.04779	0.104
460	0.1	0.047319	0.102
470	0.1	0.049254	0.100463
480	0.11	0.04025	0.106
490	0.11	0.041618	0.105
500	0.11	0.04389	0.105
510	0.11	0.045287	0.105
520	0.11	0.046684	0.105
530	0.11	0.048061	0.105
540	0.11	0.047826	0.103
550	0.1	0.047416	0.102
560	0.1	0.049025	0.100357
570	0.11	0.040134	0.105
580	0.11	0.041321	0.104
590	0.11	0.04248	0.104
600	0.11	0.044573	0.104
610	0.11	0.045786	0.104
620	0.11	0.046979	0.104
630	0.11	0.048164	0.104
640	0.11	0.047308	0.109718
650	0.1	0.047761	0.101
660	0.1	0.049119	0.100279
670	0.11	0.040661	0.110048
680	0.11	0.042666	0.105
690	0.11	0.043648	0.105
700	0.11	0.044646	0.105

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.24:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
710	0.11	0.046585	0.105	0.047855	0.043359
720	0.11	0.047596	0.105	0.048976	0.044531
730	0.11	0.046712	0.103	0.048535	0.044922
740	0.11	0.047699	0.103	0.049687	0.045898
750	0.1	0.04708	0.102	0.049394	0.044922
760	0.1	0.048243	0.101	0.049301	0.04375
770	0.1	0.049403	0.100221	0.049596	0.042578
780	0.11	0.042086	0.10425	0.043418	0.039063
790	0.11	0.042956	0.10417	0.044409	0.040234
800	0.11	0.043821	0.104092	0.045399	0.041211
810	0.11	0.044715	0.104	0.046389	0.042383
820	0.11	0.045575	0.104	0.047377	0.042969
830	0.11	0.046431	0.104	0.048362	0.044531
840	0.11	0.047282	0.104	0.049342	0.045313
850	0.11	0.049211	0.110334	0.049215	0.046875
860	0.11	0.048584	0.109557	0.048594	0.046094
870	0.11	0.049438	0.109334	0.049462	0.046875
880	0.1	0.048796	0.101	0.04963	0.04375
890	0.1	0.049799	0.100178	0.049954	0.042969
900	0.11	0.041801	0.104	0.043661	0.039844
910	0.11	0.042542	0.104	0.044512	0.040625
920	0.11	0.043281	0.103	0.045378	0.041406
930	0.11	0.045177	0.109245	0.045199	0.042969
940	0.11	0.045937	0.108968	0.045976	0.04375
950	0.11	0.045478	0.103	0.048019	0.04375
960	0.11	0.047444	0.103	0.048895	0.045625
970	0.11	0.048192	0.103	0.049768	0.046406
980	0.11	0.047479	0.106288	0.047669	0.045625
990	0.1	0.047624	0.101	0.049111	0.044687
1000	0.1	0.048503	0.101	0.049993	0.045625

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.25:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30					No existe
40	0.16	0.016835	0.162056	0.016933	0.001807
50	0.16	0.017833	0.159289	0.017847	0.003662
60	0.16	0.017409	0.157276	0.017639	0.004785
70	0.16	0.017207	0.158201	0.017263	0.005322
80	0.16	0.015892	0.156763	0.01609	0.00542
90	0.16	0.014456	0.155734	0.014816	0.005225
100	0.16	0.013019	0.155	0.013528	0.004932
110	0.15	0.024425	0.15	0.024425	0.009082
120	0.16	0.022078	0.154	0.023007	0.012549
130	0.16	0.023175	0.158651	0.023243	0.011523
140	0.16	0.020339	0.158002	0.020482	0.009912
150	0.16	0.017835	0.157443	0.018057	0.008496
160	0.15	0.024824	0.15	0.024824	0.010889
170	0.16	0.024644	0.156853	0.02495	0.014844
180	0.16	0.021579	0.15649	0.021928	0.012646
190	0.16	0.018908	0.156	0.019287	0.010791
200	0.16	0.016577	0.156	0.016978	0.00918
210	0.16	0.024302	0.155	0.024801	0.016113
220	0.16	0.021363	0.155	0.021836	0.01377
230	0.16	0.018375	0.155	0.019208	0.011719
240	0.15	0.024814	0.15	0.024814	0.012598
250	0.16	0.022908	0.154	0.023751	0.015723
260	0.16	0.022281	0.157109	0.022623	0.013867
270	0.16	0.019632	0.156884	0.019995	0.011865
280	0.15	0.023489	0.150956	0.023861	0.014648
290	0.16	0.023492	0.157	0.023838	0.015527
300	0.16	0.020388	0.156	0.021077	0.013379
310	0.15	0.024673	0.150811	0.024998	0.015771
320	0.16	0.024038	0.156	0.024654	0.016846
330	0.16	0.021324	0.156	0.021894	0.014551
340	0.16	0.018922	0.155	0.019447	0.012598
350	0.15	0.022639	0.153	0.023854	0.016309

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.26:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Método Newton Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
360	0.16	0.021608	0.155	0.022429	0.015479
370	0.16	0.019211	0.155	0.019971	0.013428
380	0.15	0.023164	0.152	0.024257	0.016748
390	0.16	0.022116	0.15453	0.02276	0.016162
400	0.16	0.01976	0.154	0.020296	0.014063
410	0.15	0.023474	0.152	0.024487	0.01709
420	0.16	0.023421	0.156	0.024066	0.01665
430	0.16	0.020941	0.156	0.02155	0.014551
440	0.15	0.023609	0.152	0.024538	0.017236
450	0.16	0.02314	0.156	0.023985	0.016943
460	0.16	0.02073	0.156	0.021513	0.014893
470	0.15	0.023601	0.152	0.024443	0.017285
480	0.16	0.023196	0.155	0.023831	0.017139
490	0.16	0.020427	0.155	0.021409	0.015088
500	0.15	0.023478	0.152	0.024231	0.017236
510	0.16	0.022807	0.155	0.023574	0.017188
520	0.16	0.020544	0.155	0.021225	0.015186
530	0.16	0.023405	0.153	0.024807	0.018408
540	0.16	0.022357	0.155	0.023226	0.017139
550	0.16	0.020172	0.155	0.020943	0.015186
560	0.16	0.023519	0.160783	0.023528	0.018164
570	0.16	0.021873	0.154	0.022842	0.017041
580	0.16	0.019769	0.154	0.020634	0.015088
590	0.16	0.024049	0.154	0.024782	0.018945
600	0.16	0.021802	0.154	0.022423	0.016846
610	0.15	0.024563	0.150295	0.02468	0.017236
620	0.16	0.023464	0.15387	0.024235	0.018555
630	0.16	0.02129	0.153838	0.021958	0.016602
640	0.15	0.024042	0.151	0.024603	0.018018
650	0.16	0.023452	0.155	0.024455	0.018311
660	0.16	0.021293	0.155	0.022204	0.016357
670	0.15	0.023492	0.152	0.024643	0.018652
680	0.16	0.022722	0.155	0.02381	0.01792
690	0.16	0.020655	0.155	0.021641	0.016016
700	0.16	0.023677	0.153321	0.024703	0.019141

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.27:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
710	0.16	0.022467	0.155	0.023159	0.017529
720	0.15	0.02457	0.150231	0.02466	0.017656
730	0.16	0.023865	0.154	0.024701	0.019063
740	0.16	0.021776	0.154	0.022512	0.017109
750	0.15	0.02389	0.152	0.024911	0.018984
760	0.16	0.023088	0.154	0.023979	0.018516
770	0.16	0.021087	0.154	0.021874	0.016641
780	0.16	0.023528	0.153	0.024781	0.019297
790	0.16	0.022334	0.154	0.023253	0.018047
800	0.15	0.024692	0.150197	0.02477	0.017969
810	0.16	0.023577	0.154	0.024643	0.019375
820	0.16	0.021582	0.154	0.022528	0.0175
830	0.16	0.024572	0.159261	0.024588	0.02
840	0.16	0.023237	0.159633	0.023239	0.01875
850	0.16	0.020844	0.154	0.021807	0.016953
860	0.16	0.023713	0.158848	0.02375	0.019297
870	0.16	0.022444	0.159054	0.022455	0.018203
880	0.15	0.024518	0.151	0.024872	0.018828
890	0.16	0.023877	0.154456	0.024937	0.019453
900	0.16	0.021921	0.154	0.02285	0.017656
910	0.16	0.024032	0.158228	0.024104	0.019766
920	0.16	0.022986	0.154	0.024062	0.018828
930	0.15	0.024988	0.15	0.024988	0.017813
940	0.16	0.023849	0.153	0.024699	0.019766
950	0.16	0.022125	0.154	0.023233	0.018203
960	0.15	0.024128	0.151	0.024807	0.019375
970	0.16	0.02364	0.154	0.024388	0.019297
980	0.16	0.021292	0.154	0.022423	0.0175
1000	0.16	0.021463	0.152	0.022499	0.0175

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.28:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30	0.15	0.007631	0.15	0.007631	0.001074
40	0.16	0.016876	0.162583	0.017014	0.005469
50	0.16	0.017833	0.159289	0.017847	0.008594
60	0.16	0.018187	0.160337	0.018189	0.009863
70	0.16	0.017207	0.158202	0.017263	0.010156
80	0.16	0.015892	0.156763	0.01609	0.009766
90	0.16	0.014471	0.155748	0.014817	0.009082
100	0.16	0.01304	0.155	0.013529	0.008203
110	0.15	0.024425	0.15	0.024425	0.013672
120	0.16	0.022078	0.154	0.023007	0.017871
130	0.16	0.023175	0.158651	0.023243	0.016895
140	0.16	0.020339	0.158002	0.020482	0.014453
150	0.16	0.017835	0.157443	0.018057	0.012305
160	0.15	0.024824	0.15	0.024824	0.015137
170	0.16	0.024647	0.156856	0.024951	0.02041
180	0.16	0.021583	0.156493	0.021928	0.017285
190	0.16	0.018913	0.156	0.019287	0.014746
200	0.16	0.016578	0.156	0.016978	0.0125
210	0.16	0.024304	0.155	0.024801	0.020996
220	0.16	0.021367	0.155	0.021836	0.018066
230	0.16	0.018799	0.155	0.019236	0.01543
240	0.15	0.024814	0.15	0.024814	0.016309
250	0.16	0.022908	0.154	0.023751	0.019824
260	0.16	0.022281	0.157109	0.022623	0.017773
270	0.16	0.019632	0.156884	0.019995	0.015234
130	0.16	0.023175	0.158651	0.023243	0.016895
140	0.16	0.020339	0.158002	0.020482	0.014453
150	0.16	0.017835	0.157443	0.018057	0.012305
160	0.15	0.024824	0.15	0.024824	0.015137
170	0.16	0.024647	0.156856	0.024951	0.02041
180	0.16	0.021583	0.156493	0.021928	0.017285
190	0.16	0.018913	0.156	0.019287	0.014746
200	0.16	0.016578	0.156	0.016978	0.0125
210	0.16	0.024304	0.155	0.024801	0.020996
220	0.16	0.021367	0.155	0.021836	0.018066
230	0.16	0.018799	0.155	0.019236	0.01543
240	0.15	0.024814	0.15	0.024814	0.016309
250	0.16	0.022908	0.154	0.023751	0.019824
260	0.16	0.022281	0.157109	0.022623	0.017773
270	0.16	0.019632	0.156884	0.019995	0.015234
280	0.15	0.023489	0.150956	0.023861	0.018359
290	0.16	0.023492	0.157	0.023838	0.019531
300	0.16	0.020789	0.156	0.021125	0.016895
310	0.15	0.024673	0.150811	0.024998	0.019434
320	0.16	0.024042	0.156	0.024654	0.020898
330	0.16	0.021328	0.156	0.021894	0.018066
340	0.16	0.018922	0.155	0.019447	0.015625
350	0.16	0.022787 60	0.153	0.023857	0.019824

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.29:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo Abscisa donde se alcanza el máximo	Método Newton Tamaño de prueba	Método Newton Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
360	0.16	0.021952	0.155	0.022441	0.019043
370	0.16	0.019221	0.155	0.019971	0.016504
380	0.15	0.023164	0.152	0.024257	0.020215
390	0.16	0.023568	0.157	0.024002	0.019629
400	0.16	0.01976	0.154457	0.020313	0.01709
410	0.15	0.023474	0.152	0.024487	0.02041
420	0.16	0.023421	0.156	0.024066	0.02002
430	0.16	0.020941	0.156	0.02155	0.017578
440	0.15	0.023609	0.152	0.024538	0.02041
450	0.16	0.023507	0.156	0.024015	0.020215
460	0.16	0.02073	0.156	0.021513	0.017773
470	0.15	0.023601	0.152	0.024443	0.02041
480	0.16	0.023196	0.155	0.023831	0.020313
490	0.16	0.020856	0.155	0.021423	0.017871
500	0.15	0.023478	0.152	0.024231	0.020215
510	0.16	0.022812	0.155	0.023574	0.020313
520	0.16	0.020544	0.155	0.021225	0.017969
530	0.16	0.02397	0.153	0.024808	0.021484
540	0.16	0.022365	0.155	0.023226	0.020117
550	0.16	0.020181	0.155	0.020943	0.017871
560	0.15	0.022966	0.153	0.024396	0.020313
570	0.16	0.022282	0.154	0.022844	0.019922
580	0.16	0.019769	0.154	0.020634	0.017676
590	0.16	0.024056	0.154	0.024782	0.021875
600	0.16	0.021809	0.154	0.022423	0.019629
610	0.15	0.024563	0.150295	0.02468	0.019922
620	0.16	0.023464	0.15387	0.024235	0.021387
630	0.16	0.021924	0.155	0.022738	0.019238
640	0.15	0.024042	0.151	0.024603	0.020703
650	0.16	0.023458	0.155	0.024455	0.021191
660	0.16	0.021293	0.155	0.022204	0.018945
670	0.15	0.023492	0.152	0.024643	0.021289
680	0.16	0.023159	0.155	0.023821	0.020605
690	0.16	0.020655	0.155	0.021641	0.018457
700	0.16	0.02369	0.153	0.024685	0.021777

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.30:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
710	0.16	0.022467	0.154566	0.023177	0.020117
720	0.15	0.02457	0.150231	0.02466	0.020215
730	0.16	0.023873	0.154	0.024701	0.021777
740	0.16	0.021776	0.154	0.022512	0.019629
750	0.15	0.02389	0.152	0.024911	0.021582
760	0.16	0.023099	0.154	0.023979	0.021191
770	0.16	0.021087	0.154	0.021874	0.019043
780	0.16	0.024862	0.160741	0.024869	0.022754
790	0.16	0.022334	0.154	0.023253	0.020508
800	0.15	0.024692	0.150197	0.02477	0.02041
810	0.16	0.024053	0.160596	0.024057	0.02207
820	0.16	0.020799	0.153	0.021924	0.01875
830	0.15	0.02393	0.152	0.024807	0.021484
840	0.16	0.02325	0.160046	0.02325	0.021289
850	0.16	0.021307	0.159788	0.021308	0.019141
860	0.16	0.023744	0.159107	0.023762	0.02168
870	0.16	0.02246	0.159513	0.022463	0.020508
880	0.15	0.024518	0.151	0.024872	0.021289
890	0.16	0.023877	0.154	0.024907	0.021875
900	0.16	0.021921	0.154	0.02285	0.019922
910	0.16	0.024032	0.158228	0.024104	0.02207
920	0.16	0.022986	0.154	0.024062	0.021094
930	0.15	0.024988	0.15	0.024988	0.019922
940	0.15	0.022913	0.150157	0.022972	0.01875
950	0.16	0.022125	0.154	0.023233	0.020312
960	0.15	0.024128	0.151	0.024807	0.021734
970	0.16	0.02364	0.154	0.024388	0.021531
980	0.16	0.021773	0.154	0.022425	0.019703
990	0.16	0.024019	0.153034	0.024996	0.022344
1000	0.16	0.022759	0.154	0.023515	0.020922

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.31:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30	0.15	0.048029	0.15	0.048029	0.01875
40	0.15	0.048599	0.15	0.048599	0.019375
50	0.15	0.046047	0.15	0.046047	0.018516
60	0.16	0.046942	0.158619	0.046993	0.030781
70	0.16	0.041752	0.157022	0.041999	0.027344
80	0.16	0.043251	0.164485	0.044014	0.023906
90	0.16	0.038416	0.162773	0.038716	0.020781
100	0.16	0.033981	0.161418	0.034061	0.017969
110	0.15	0.048082	0.153221	0.049949	0.033828
120	0.16	0.048329	0.159539	0.048339	0.033906
130	0.16	0.042189	0.158844	0.042245	0.028672
140	0.16	0.03685	0.158244	0.03697	0.024297
150	0.15	0.049333	0.15	0.049333	0.0275
160	0.16	0.047058	0.157	0.047541	0.035625
170	0.16	0.045291	0.160935	0.045338	0.030703
180	0.16	0.036003	0.156	0.036546	0.026094
190	0.15	0.047291	0.151424	0.048108	0.033125
200	0.16	0.048046	0.159328	0.048069	0.035234
210	0.16	0.042311	0.158991	0.042357	0.030156
220	0.15	0.049919	0.15	0.049919	0.030703
230	0.16	0.049315	0.157743	0.049617	0.038359
240	0.16	0.043541	0.157507	0.043873	0.032969
250	0.16	0.038456	0.157287	0.03881	0.028359
260	0.16	0.045632	0.154	0.047826	0.03625
270	0.16	0.044139	0.157	0.044717	0.034844
280	0.16	0.039137	0.156	0.039689	0.030156
290	0.15	0.046271	0.153	0.048362	0.036875
300	0.16	0.04721	0.15845	0.047375	0.036016
310	0.16	0.042045	0.158259	0.042236	0.031328
320	0.15	0.046544	0.153	0.048359	0.037109
330	0.16	0.046818	0.157695	0.047136	0.036641
340	0.16	0.041824	0.157556	0.042141	0.032031
350	0.16	0.048274	0.155	0.049872	0.04

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.32:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.16	0.046004	0.157	0.046593	0.036875
370	0.16	0.041198	0.157	0.041757	0.032344
380	0.16	0.047286	0.154	0.049133	0.039375
390	0.16	0.044979	0.156	0.045848	0.036797
400	0.16	0.040376	0.156	0.04119	0.032344
410	0.16	0.048892	0.156	0.049946	0.04125
420	0.16	0.044026	0.156	0.044974	0.036484
430	0.15	0.049539	0.150415	0.049781	0.037344
440	0.16	0.047477	0.155	0.04873	0.04
450	0.16	0.045042	0.157	0.04558	0.035938
460	0.15	0.048409	0.152	0.049523	0.03875
470	0.16	0.048418	0.157	0.049074	0.039688
480	0.16	0.04363	0.157	0.044392	0.035313
490	0.15	0.047195	0.153	0.049513	0.04
500	0.16	0.046794	0.156	0.047622	0.03875
510	0.16	0.042182	0.156	0.043164	0.034375
520	0.16	0.047757	0.154	0.049374	0.040937
530	0.16	0.045175	0.156	0.046193	0.037813
540	0.15	0.049209	0.150297	0.049381	0.037813
550	0.16	0.047908	0.156	0.049179	0.040937
560	0.16	0.043577	0.156	0.044723	0.036563
570	0.15	0.047674	0.153	0.049532	0.040313
580	0.16	0.046342	0.155	0.047525	0.039688
590	0.16	0.04201	0.155	0.043282	0.035625
600	0.16	0.047175	0.154	0.049067	0.040625
610	0.16	0.044657	0.155078	0.045923	0.038438
620	0.15	0.048986	0.151	0.049777	0.039688
630	0.16	0.048649	0.156	0.049764	0.04125
640	0.16	0.044459	0.156	0.045489	0.037188
650	0.16	0.04787	0.153	0.049958	0.041562
660	0.16	0.046681	0.156	0.047942	0.039688
670	0.15	0.049936	0.15	0.049936	0.0375
680	0.16	0.047514	0.154	0.0492	0.041562
690	0.16	0.045057	0.156	0.046156	0.038438
700	0.15	0.048106	0.152	0.049618	0.040937

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.33:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo	Método Newton		
Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
710	0.16	0.047162	0.155	0.048433
720	0.16	0.043287	0.155	0.044423
730	0.16	0.048116	0.154	0.049688
740	0.16	0.045269	0.155	0.04661
750	0.15	0.048662	0.151	0.04927
760	0.16	0.04749	0.155	0.04878
770	0.16	0.043457	0.155002	0.044833
780	0.16	0.048273	0.154	0.049915
790	0.16	0.04561	0.155	0.046869
800	0.15	0.048996	0.151	0.049532
810	0.16	0.047498	0.155	0.048888
820	0.16	0.043815	0.155	0.045017
830	0.16	0.048261	0.161235	0.048307
840	0.16	0.045601	0.155	0.046915
850	0.15	0.049144	0.151	0.049605
860	0.16	0.048269	0.155	0.049788
870	0.16	0.044584	0.155	0.045963
880	0.16	0.048096	0.160332	0.048099
890	0.16	0.046544	0.155	0.047797
900	0.16	0.049839	0.159886	0.049839
910	0.16	0.048217	0.155046	0.049618
920	0.16	0.044285	0.155	0.045875
930	0.16	0.047796	0.159534	0.047803
940	0.16	0.046227	0.154881	0.047598
950	0.16	0.049426	0.158853	0.049456
960	0.16	0.047807	0.155	0.0493
970	0.16	0.04433	0.155	0.045649
980	0.16	0.047375	0.153	0.049412
990	0.16	0.045829	0.155	0.047262
1000	0.15	0.048749	0.151	0.049688

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.34:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30	0.15	0.048029	0.15	0.048029	0.037344
40	0.15	0.048599	0.15	0.048599	0.035313
50	0.15	0.046047	0.15	0.046047	0.031875
60	0.16	0.046942	0.158619	0.046993	0.048281
70	0.16	0.041752	0.157022	0.041999	0.040781
80	0.16	0.043251	0.164501	0.044017	0.037422
90	0.16	0.038416	0.162789	0.038718	0.031953
100	0.16	0.033982	0.161433	0.034063	0.027266
110	0.15	0.048082	0.153236	0.049952	0.045781
120	0.16	0.048418	0.160014	0.048418	0.047031
130	0.16	0.042304	0.159319	0.042318	0.039688
140	0.16	0.036992	0.158717	0.037038	0.033516
150	0.15	0.049333	0.15	0.049333	0.036641
160	0.16	0.047058	0.157	0.047541	0.045469
170	0.16	0.045292	0.160937	0.045338	0.040469
180	0.16	0.039805	0.160405	0.039813	0.034375
190	0.15	0.047291	0.151424	0.048108	0.041953
200	0.16	0.048046	0.159328	0.048069	0.045
210	0.16	0.042311	0.158992	0.042357	0.038516
220	0.15	0.049919	0.15	0.049919	0.038594
230	0.16	0.04941	0.15787	0.04964	0.047813
240	0.16	0.043651	0.157646	0.043896	0.041172
250	0.16	0.038456	0.157287	0.03881	0.035469
260	0.16	0.045632	0.154	0.047826	0.043984
270	0.16	0.047291	0.159615	0.0473	0.042812
280	0.16	0.042022	0.159368	0.042044	0.037109
290	0.15	0.046271	0.153	0.048362	0.044297
300	0.16	0.047317	0.158664	0.047418	0.04375
310	0.16	0.042164	0.15849	0.042278	0.038125
320	0.15	0.046544	0.153	0.048359	0.044141
330	0.16	0.046818	0.157695	0.047136	0.044062
340	0.16	0.041824	0.157556	0.042141	0.038516
350	0.16	0.048274	0.155	0.049872	0.047031

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.35:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.16	0.046103	0.157	0.046603	0.043906
370	0.16	0.041198	0.157	0.041757	0.038594
380	0.16	0.047286	0.154	0.049133	0.046094
390	0.16	0.045127	0.156	0.045853	0.043516
400	0.16	0.040535	0.156	0.041196	0.038359
410	0.16	0.048892	0.156	0.049946	0.047734
420	0.16	0.046383	0.157849	0.046711	0.042891
430	0.15	0.049539	0.150415	0.049781	0.043516
440	0.16	0.047477	0.155	0.04873	0.046328
450	0.16	0.04517	0.157	0.045591	0.042031
460	0.15	0.048409	0.152	0.049523	0.045078
470	0.16	0.048418	0.157	0.049074	0.046172
480	0.16	0.043805	0.157	0.044409	0.041094
490	0.17	0.047375	0.153	0.049513	0.046094
500	0.16	0.046794	0.156	0.047622	0.044922
510	0.16	0.042411	0.156	0.043172	0.040078
520	0.16	0.047757	0.154	0.049374	0.046719
530	0.16	0.045315	0.156	0.046196	0.043594
540	0.15	0.049209	0.150297	0.049381	0.043437
550	0.16	0.048084	0.156	0.049184	0.047031
560	0.16	0.04376	0.156	0.044728	0.042266
570	0.15	0.047674	0.153	0.049532	0.046016
580	0.16	0.048135	0.157	0.048872	0.045469
590	0.16	0.042242	0.155	0.043283	0.040859
600	0.16	0.047175	0.154	0.049067	0.04625
610	0.16	0.04627	0.157	0.047136	0.043906
620	0.15	0.048986	0.151	0.049777	0.045234
630	0.16	0.048828	0.156	0.049768	0.046875
640	0.16	0.044644	0.156	0.045493	0.042344
650	0.16	0.047871	0.153	0.049958	0.047031
660	0.16	0.046903	0.156	0.047947	0.045156
670	0.15	0.049936	0.15	0.049936	0.042578
680	0.16	0.047778	0.154	0.0492	0.046797
690	0.16	0.045057	0.156	0.046156	0.043437
700	0.15	0.048106	0.152	0.049618	0.045937

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.36:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Método Newton Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
710	0.16	0.047163	0.155	0.048433	0.045
720	0.16	0.043287	0.155	0.044423	0.041406
730	0.16	0.048117	0.154	0.049688	0.046875
740	0.16	0.045485	0.155	0.04661	0.044141
750	0.15	0.048662	0.151	0.04927	0.044531
760	0.16	0.047491	0.155	0.04878	0.046484
770	0.16	0.043714	0.155	0.044834	0.042188
780	0.16	0.048273	0.154	0.049915	0.047266
790	0.16	0.045611	0.155	0.046869	0.044531
800	0.15	0.048996	0.151	0.049532	0.044922
810	0.16	0.048574	0.155763	0.049896	0.046875
820	0.16	0.043815	0.155	0.045017	0.042578
830	0.16	0.048262	0.153	0.049927	0.047266
840	0.16	0.046531	0.156	0.047865	0.044922
850	0.15	0.049144	0.151	0.049605	0.045313
860	0.16	0.048544	0.155386	0.049818	0.047266
870	0.16	0.044585	0.155	0.045963	0.042969
880	0.16	0.048098	0.160393	0.048103	0.047266
890	0.16	0.046544	0.155	0.047797	0.044922
900	0.15	0.049136	0.151	0.049521	0.045313
910	0.16	0.048217	0.155	0.049617	0.047266
920	0.16	0.04464	0.155	0.045877	0.042969
930	0.16	0.048368	0.161516	0.048509	0.046875
940	0.16	0.046228	0.155	0.047595	0.044922
950	0.15	0.048998	0.151	0.049972	0.045313
960	0.16	0.048098	0.155	0.049301	0.047188
970	0.16	0.04433	0.155	0.045649	0.043281
980	0.16	0.048033	0.160902	0.048085	0.046719
990	0.16	0.046156	0.155	0.047263	0.045
1000	0.15	0.048749	0.151	0.049688	0.046094

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.37:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30	0.22	0.014607	0.215477	0.014819	0.00166
40	0.21	0.010304	0.211088	0.01032	0.00127
50	0.21	0.021372	0.210299	0.021373	0.00918
60	0.21	0.013907	0.208622	0.01393	0.004883
70	0.21	0.021672	0.206781	0.021824	0.012012
80	0.21	0.013951	0.205541	0.014288	0.006543
90	0.21	0.023096	0.212165	0.023206	0.012109
100	0.21	0.015556	0.211093	0.015579	0.006836
110	0.21	0.020103	0.209632	0.020107	0.011035
120	0.21	0.02482	0.208427	0.024904	0.014063
130	0.21	0.017262	0.208987	0.017279	0.00957
140	0.21	0.020855	0.207852	0.020959	0.013086
150	0.21	0.024659	0.20721	0.024832	0.01709
160	0.21	0.017257	0.206747	0.017484	0.01084
170	0.21	0.020248	0.206	0.020518	0.01377
180	0.21	0.023184	0.206	0.023645	0.016406
190	0.2	0.024965	0.206	0.024965	0.013672
200	0.21	0.02092	0.208897	0.020957	0.013574
210	0.21	0.023567	0.208712	0.023609	0.016113
220	0.21	0.023698	0.204	0.024667	0.01748
230	0.21	0.019281	0.20797	0.019374	0.012891
240	0.21	0.021355	0.207424	0.021531	0.014941
250	0.21	0.023457	0.206947	0.02374	0.017188
260	0.21	0.023508	0.203	0.024657	0.017676
270	0.21	0.019166	0.206	0.019482	0.013672
280	0.21	0.021012	0.206	0.02135	0.015527
290	0.21	0.024426	0.208692	0.024486	0.01748
300	0.2	0.023044	0.203	0.02405	0.017285
310	0.2	0.024998	0.203	0.024998	0.015625
320	0.21	0.021611	0.207806	0.021773	0.015527
330	0.21	0.023172	0.207459	0.023413	0.017188
340	0.21	0.023191	0.205	0.024002	0.018164
350	0.2	0.023899	0.202	0.024724	0.018164

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.38:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.21	0.0205	0.207	0.02075	0.015137
370	0.21	0.021839	0.207	0.022164	0.016504
380	0.21	0.02319	0.206	0.0236	0.017969
390	0.21	0.0232	0.204	0.024128	0.018359
400	0.2	0.024077	0.202	0.024784	0.018359
410	0.21	0.020336	0.206	0.02082	0.015723
420	0.21	0.021609	0.206	0.022074	0.016992
430	0.21	0.022793	0.206	0.023334	0.018262
440	0.21	0.023985	0.205	0.024623	0.019434
450	0.2	0.023797	0.202	0.02438	0.018262
460	0.21	0.019998	0.205	0.020547	0.015918
470	0.21	0.022062	0.207	0.022426	0.016992
480	0.21	0.023116	0.207	0.023549	0.018164
490	0.21	0.02429	0.207	0.02469	0.019336
500	0.2	0.023212	0.203	0.024347	0.018945
510	0.2	0.024367	0.201	0.02484	0.018848
520	0.21	0.021274	0.206119	0.02171	0.016797
530	0.21	0.022211	0.205952	0.022714	0.017773
540	0.21	0.023152	0.206	0.023725	0.01875
550	0.21	0.024099	0.206	0.024741	0.019824
560	0.2	0.023452	0.203	0.024413	0.019141
570	0.2	0.024486	0.201	0.024922	0.019141
580	0.21	0.021122	0.205	0.021744	0.017188
590	0.21	0.021955	0.205	0.022654	0.018066
600	0.21	0.022937	0.205	0.023571	0.019043
610	0.21	0.023793	0.205	0.024492	0.019922
620	0.21	0.023811	0.204	0.024767	0.019922
630	0.2	0.024281	0.201	0.024674	0.019043
640	0.21	0.02092	0.205	0.021539	0.017383
650	0.21	0.022374	0.206	0.022943	0.018164
660	0.21	0.023136	0.206	0.023768	0.018945
670	0.21	0.023902	0.206	0.024597	0.019824
680	0.21	0.023985	0.204	0.024831	0.02041
690	0.2	0.023845	0.202	0.024621	0.019531
700	0.2	0.024687	0.200201	0.024747	0.01875

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.39:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo	Método Newton		
Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
710	0.21	0.021836	0.205	0.022394
720	0.21	0.022532	0.205	0.023148
730	0.21	0.023231	0.205249	0.023912
740	0.21	0.023933	0.205152	0.02467
750	0.21	0.02412	0.204	0.024895
760	0.2	0.024007	0.202	0.024682
770	0.2	0.024773	0.200174	0.024825
780	0.21	0.021727	0.204881	0.02244
790	0.21	0.022357	0.205	0.023119
800	0.21	0.023163	0.205	0.023803
810	0.21	0.023811	0.205	0.024489
820	0.21	0.02389	0.203516	0.024712
830	0.21	0.024008	0.210376	0.024012
840	0.2	0.024617	0.201	0.024857
850	0.21	0.021647	0.204	0.022251
860	0.21	0.022234	0.204	0.022882
870	0.21	0.023231	0.205	0.023976
880	0.21	0.023814	0.205	0.024614
890	0.21	0.024004	0.204152	0.024794
900	0.21	0.02407	0.209992	0.02407
910	0.2	0.024279	0.201	0.024785
920	0.2	0.024921	0.200134	0.024961
930	0.21	0.022317	0.205	0.022943
940	0.21	0.022857	0.205	0.02352
950	0.21	0.0234	0.205	0.024099
960	0.21	0.023944	0.205	0.024679
970	0.21	0.023967	0.204	0.024842
980	0.2	0.023807	0.202	0.024655
990	0.2	0.024395	0.201	0.024876
1000	0.2	0.024986	0.2	0.024986

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.40:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30	0.22	0.014746	0.216094	0.014885	0.005176
40	0.21	0.010327	0.211508	0.010355	0.003418
50	0.21	0.021373	0.210321	0.021374	0.016895
60	0.21	0.013907	0.208622	0.01393	0.008887
70	0.21	0.021672	0.206783	0.021824	0.018848
80	0.21	0.014184	0.206	0.014331	0.010645
90	0.21	0.023096	0.212179	0.023207	0.018164
100	0.21	0.015559	0.211171	0.015584	0.010449
110	0.21	0.020253	0.211007	0.02027	0.015918
120	0.21	0.02482	0.208427	0.024904	0.018555
130	0.21	0.017262	0.208987	0.017279	0.013477
140	0.21	0.020941	0.208253	0.020992	0.017969
150	0.21	0.024659	0.207211	0.024832	0.022363
160	0.21	0.017378	0.207	0.017508	0.014551
170	0.21	0.022354	0.2108	0.022371	0.018164
180	0.21	0.023184	0.206	0.023645	0.020801
190	0.2	0.024965	0.2	0.024965	0.017578
200	0.21	0.02101	0.209469	0.021016	0.01748
210	0.21	0.023567	0.208712	0.023609	0.020508
220	0.21	0.023698	0.204274	0.024672	0.021582
230	0.21	0.019281	0.20797	0.019374	0.016309
240	0.21	0.021356	0.207424	0.021531	0.01875
250	0.21	0.023536	0.207	0.023751	0.021387
260	0.21	0.023509	0.203	0.024657	0.021484
270	0.21	0.019263	0.207	0.019495	0.016992
280	0.21	0.021012	0.206189	0.021352	0.019043
290	0.21	0.024426	0.208692	0.024486	0.021289
300	0.2	0.023044	0.203	0.02405	0.020801
310	0.2	0.024998	0.2	0.024998	0.018848
320	0.21	0.021611	0.207806	0.021773	0.01875
330	0.21	0.023268	0.207639	0.023432	0.020605
340	0.21	0.023191	0.204744	0.024007	0.021484
350	0.2	0.023899	0.202	0.024724	0.021484

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.41:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.21	0.0205	0.207	0.02075	0.018066
370	0.21	0.02184	0.207	0.022164	0.019727
380	0.21	0.02319	0.206	0.0236	0.021289
390	0.21	0.0232	0.204	0.024128	0.021582
400	0.2	0.024077	0.202	0.024784	0.021484
410	0.21	0.020436	0.205949	0.020824	0.018555
420	0.21	0.02161	0.205732	0.022078	0.02002
430	0.21	0.023999	0.207536	0.024227	0.021387
440	0.21	0.023985	0.205	0.024623	0.022461
450	0.2	0.023797	0.202	0.02438	0.021191
460	0.21	0.021013	0.207	0.02131	0.018555
470	0.21	0.022062	0.207	0.022426	0.019824
480	0.21	0.023218	0.207	0.023559	0.021094
490	0.21	0.02429	0.207	0.02469	0.022363
500	0.2	0.023212	0.203	0.024347	0.02168
510	0.2	0.024367	0.201	0.02484	0.02168
520	0.21	0.021274	0.206119	0.02171	0.019336
530	0.21	0.022211	0.206	0.022714	0.020508
540	0.21	0.023153	0.206	0.023725	0.021582
550	0.21	0.024199	0.206	0.024744	0.022754
560	0.2	0.023452	0.203	0.024413	0.021777
570	0.2	0.024486	0.201	0.024922	0.021777
580	0.21	0.02124	0.205	0.021745	0.019727
590	0.21	0.022086	0.205	0.022655	0.020703
600	0.21	0.022937	0.205	0.023571	0.02168
610	0.21	0.023793	0.205	0.024492	0.022559
620	0.21	0.023811	0.204	0.024767	0.022559
630	0.2	0.024281	0.201	0.024674	0.021582
640	0.21	0.021614	0.206	0.022121	0.019727
650	0.21	0.022374	0.206	0.022943	0.020605
660	0.21	0.023259	0.206	0.023771	0.021484
670	0.21	0.024036	0.206	0.024601	0.022461
680	0.21	0.023985	0.204	0.024831	0.022852
690	0.2	0.023845	0.202	0.024621	0.02207
700	0.2	0.024687	0.200201	0.024747	0.021191

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.42:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Método Newton Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
710	0.21	0.021836	0.205	0.022394	0.020313
720	0.21	0.022532	0.205	0.023148	0.021094
730	0.21	0.023231	0.205	0.023906	0.021875
740	0.21	0.023934	0.205	0.024668	0.022656
750	0.21	0.02412	0.204	0.024895	0.022852
760	0.2	0.024007	0.202	0.024682	0.02207
770	0.2	0.024773	0.200174	0.024825	0.021289
780	0.21	0.021727	0.204881	0.02244	0.020508
790	0.21	0.022517	0.205	0.02312	0.021289
800	0.21	0.023163	0.205	0.023803	0.02207
810	0.21	0.023811	0.205	0.024489	0.022656
820	0.21	0.023892	0.204	0.024679	0.022656
830	0.21	0.024012	0.210497	0.024018	0.022656
840	0.21	0.024652	0.210287	0.024654	0.023438
850	0.21	0.021648	0.204	0.022251	0.020508
860	0.21	0.02265	0.205	0.02334	0.021289
870	0.21	0.023232	0.205	0.023976	0.021875
880	0.21	0.023981	0.205	0.024614	0.022656
890	0.21	0.024004	0.204152	0.024794	0.022852
900	0.21	0.02407	0.209992	0.02407	0.022852
910	0.21	0.02466	0.209811	0.024661	0.023633
920	0.2	0.024921	0.200134	0.024961	0.02168
930	0.21	0.022317	0.205	0.022943	0.020898
940	0.21	0.022858	0.205	0.02352	0.02168
950	0.21	0.0234	0.205	0.024099	0.022266
960	0.21	0.023944	0.205	0.024679	0.022852
970	0.21	0.024213	0.204	0.024842	0.023047
980	0.2	0.023807	0.202	0.024655	0.022266
990	0.2	0.024395	0.201	0.024876	0.022461
1000	0.2	0.024986	0.2	0.024986	0.021289

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.43:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30	0.2	0.044179	0.2	0.044179	0.018281
40	0.21	0.032951	0.212821	0.033092	0.0175
50	0.2	0.048027	0.2	0.048027	0.022812
60	0.22	0.039548	0.218651	0.03958	0.022031
70	0.21	0.045197	0.205	0.04594	0.032031
80	0.21	0.034303	0.213372	0.034627	0.02125
90	0.21	0.043478	0.21231	0.043632	0.03125
100	0.2	0.046912	0.203069	0.048235	0.033906
110	0.21	0.036243	0.209814	0.036244	0.025781
120	0.22	0.046123	0.214962	0.046725	0.033438
130	0.21	0.049226	0.207564	0.049477	0.03875
140	0.21	0.037846	0.212786	0.038114	0.026563
150	0.21	0.043164	0.2121	0.043316	0.032344
160	0.21	0.048378	0.210927	0.048414	0.038125
170	0.2	0.04776	0.201385	0.048359	0.035
180	0.21	0.039368	0.20977	0.03937	0.03
190	0.21	0.043452	0.209093	0.043486	0.034688
200	0.21	0.047459	0.208381	0.047582	0.03875
210	0.21	0.04736	0.204	0.049352	0.03875
220	0.21	0.040876	0.211399	0.040961	0.030938
230	0.21	0.044306	0.210917	0.044343	0.034688
240	0.21	0.04768	0.210244	0.047683	0.038438
250	0.21	0.048149	0.206	0.048883	0.04
260	0.2	0.048763	0.200733	0.049082	0.036875
270	0.21	0.041854	0.209046	0.041898	0.033594
280	0.21	0.044605	0.20862	0.0447	0.036719
290	0.21	0.047311	0.208184	0.047491	0.039688
300	0.21	0.047081	0.205	0.048524	0.039844
310	0.2	0.048515	0.202	0.049778	0.039844
320	0.21	0.041219	0.207398	0.041561	0.034375
330	0.21	0.045521	0.209624	0.04553	0.037031
340	0.21	0.047871	0.209307	0.0479	0.039531
350	0.21	0.04792	0.207	0.048644	0.041094

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.44:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
360	0.21	0.047343	0.204	0.049568	0.040937
370	0.2	0.04965	0.200433	0.049839	0.03875
380	0.21	0.043702	0.208244	0.043881	0.036406
390	0.21	0.045647	0.207948	0.045908	0.038594
400	0.21	0.047596	0.207689	0.047935	0.040781
410	0.21	0.049512	0.207	0.049937	0.042969
420	0.2	0.047472	0.203	0.049381	0.041094
430	0.2	0.049526	0.200347	0.049677	0.039063
440	0.21	0.043103	0.207	0.043656	0.037031
450	0.21	0.046522	0.208642	0.046648	0.039063
460	0.21	0.048233	0.208419	0.048404	0.040937
470	0.21	0.048014	0.206	0.048916	0.042187
480	0.21	0.047564	0.204	0.049496	0.042031
490	0.2	0.048618	0.201	0.049293	0.040469
500	0.21	0.043578	0.207721	0.043911	0.037031
510	0.21	0.045036	0.208	0.045429	0.038594
520	0.21	0.046484	0.207	0.046975	0.040313
530	0.21	0.047945	0.207	0.048519	0.041875
540	0.21	0.047587	0.205	0.048968	0.042344
550	0.21	0.047304	0.204	0.049513	0.042344
560	0.2	0.048778	0.201	0.049381	0.040781
570	0.21	0.04321	0.207	0.043914	0.037813
580	0.21	0.044475	0.206	0.04526	0.039219
590	0.21	0.045735	0.206	0.046631	0.040625
600	0.21	0.04853	0.208	0.048959	0.042187
610	0.21	0.048238	0.206	0.049353	0.043125
620	0.21	0.047909	0.205	0.049745	0.043125
630	0.2	0.048278	0.202	0.049467	0.041875
640	0.2	0.049647	0.200192	0.049731	0.040469
650	0.21	0.044877	0.207	0.045503	0.039219
660	0.21	0.046003	0.207	0.046707	0.040469
670	0.21	0.047124	0.207	0.047906	0.041719
680	0.21	0.04824	0.207	0.049098	0.042969
690	0.21	0.047969	0.205	0.049449	0.043437
700	0.21	0.047837	0.204	0.049842	0.043437

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.45:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo	Método Newton		
Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	α^*
710	0.2	0.048552	0.202	0.049556
720	0.2	0.049768	0.200162	0.049838
730	0.21	0.044476	0.206	0.045501
740	0.21	0.045522	0.206	0.046584
750	0.21	0.046521	0.206	0.047662
760	0.21	0.047518	0.206	0.048736
770	0.21	0.048512	0.206	0.049805
780	0.21	0.047343	0.204	0.04934
790	0.2	0.048276	0.202	0.049729
800	0.2	0.049364	0.201	0.049684
810	0.21	0.043823	0.205	0.045047
820	0.21	0.045845	0.206	0.04674
830	0.21	0.046745	0.206	0.047721
840	0.21	0.047643	0.206	0.048698
850	0.21	0.048539	0.206	0.049671
860	0.21	0.048395	0.205	0.049935
870	0.21	0.047704	0.203078	0.049571
880	0.2	0.048589	0.202	0.049924
890	0.2	0.049567	0.201	0.04977
900	0.21	0.0447	0.206	0.045874
910	0.21	0.045515	0.206	0.046747
920	0.21	0.046392	0.206	0.047617
930	0.21	0.04721	0.206	0.048484
940	0.21	0.048026	0.206	0.049348
950	0.21	0.047974	0.205	0.049582
960	0.21	0.048092	0.204	0.049849
970	0.2	0.048442	0.202	0.049638
980	0.2	0.049327	0.201	0.049409
990	0.21	0.044297	0.205	0.04559
1000	0.21	0.045047	0.205	0.046394

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.46:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
30	0.2	0.044179	0.2	0.044179	0.03375
40	0.22	0.03315	0.214925	0.033296	0.0325
50	0.2	0.048027	0.2	0.048027	0.035938
60	0.22	0.03955	0.218668	0.039582	0.035156
70	0.21	0.045254	0.205	0.045943	0.044844
80	0.22	0.034629	0.215156	0.034914	0.031406
90	0.21	0.043499	0.212843	0.043698	0.043906
100	0.2	0.046912	0.203069	0.048235	0.045
110	0.21	0.03629	0.210209	0.036291	0.035313
120	0.22	0.046571	0.215814	0.046859	0.044375
130	0.21	0.049248	0.207598	0.049481	0.048906
140	0.21	0.037873	0.213546	0.038224	0.035
150	0.21	0.043164	0.212101	0.043316	0.041719
160	0.21	0.04839	0.211088	0.048436	0.048281
170	0.2	0.04776	0.201385	0.048359	0.043437
180	0.21	0.03939	0.209931	0.03939	0.037969
190	0.21	0.045655	0.213372	0.046119	0.043125
200	0.21	0.047459	0.208381	0.047582	0.046875
210	0.21	0.04736	0.204	0.049352	0.046719
220	0.21	0.040892	0.211684	0.041001	0.038125
230	0.21	0.044306	0.210917	0.044343	0.042344
240	0.21	0.047687	0.210312	0.047692	0.046406
250	0.21	0.048149	0.206	0.048883	0.047344
260	0.2	0.048763	0.200733	0.049082	0.043906
270	0.21	0.041869	0.209105	0.041906	0.040313
280	0.21	0.044605	0.20862	0.0447	0.04375
290	0.21	0.049308	0.211097	0.049375	0.047031
300	0.21	0.047081	0.205	0.048524	0.046563
310	0.2	0.048515	0.202	0.049778	0.046563
320	0.21	0.043168	0.210049	0.043168	0.040625
330	0.21	0.045538	0.209711	0.045543	0.043437
340	0.21	0.047871	0.209307	0.0479	0.04625
350	0.21	0.04792	0.207	0.048644	0.047188

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.47:

Tamaño de muestra ($n_1 = n_2$)	Método Exhaustivo	Método Newton	α^*
Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba
360	0.22	0.047596	0.047188
370	0.2	0.04965	0.044844
380	0.21	0.043702	0.042187
390	0.21	0.045664	0.044687
400	0.21	0.049353	0.047031
410	0.21	0.049512	0.048906
420	0.2	0.047472	0.046875
430	0.2	0.049526	0.044687
440	0.21	0.044817	0.0425
450	0.21	0.046539	0.044687
460	0.21	0.048233	0.046719
470	0.21	0.048037	0.0475
480	0.22	0.047961	0.0475
490	0.2	0.048618	0.045781
500	0.21	0.043578	0.042031
510	0.21	0.045052	0.043906
520	0.21	0.046503	0.045625
530	0.21	0.047945	0.047344
540	0.21	0.047587	0.047344
550	0.21	0.047304	0.047344
560	0.2	0.048778	0.045781
570	0.21	0.044673	0.042656
580	0.21	0.045967	0.044062
590	0.21	0.047272	0.045625
600	0.21	0.048553	0.047188
610	0.22	0.048303	0.047969
620	0.22	0.048332	0.047969
630	0.2	0.048278	0.046563
640	0.2	0.049647	0.045156
650	0.21	0.044877	0.04375
660	0.21	0.046003	0.045156
670	0.21	0.047147	0.046563
680	0.21	0.048266	0.047813
690	0.21	0.047969	0.047969
700	0.21	0.047837	0.047969

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.1. DISEÑOS BALANCEADOS

Tabla 5.48:

Tamaño de muestra $(n_1 = n_2)$	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	Abscisa donde se alcanza el máximo	Tamaño de prueba	
710	0.2	0.048552	0.202	0.049556	0.046563
720	0.2	0.049768	0.200162	0.049838	0.045312
730	0.21	0.04452	0.206	0.045501	0.044062
740	0.21	0.045522	0.206	0.046584	0.045312
750	0.21	0.0478	0.207	0.048454	0.046563
760	0.21	0.048804	0.207	0.04953	0.047813
770	0.21	0.048512	0.206	0.049805	0.048438
780	0.21	0.047343	0.204	0.04934	0.047188
790	0.2	0.048276	0.202	0.049729	0.047188
800	0.2	0.049364	0.201	0.049684	0.04625
810	0.21	0.044942	0.207	0.04577	0.044062
820	0.21	0.045845	0.206	0.04674	0.045
830	0.21	0.046745	0.206	0.047721	0.04625
840	0.21	0.047643	0.206	0.048698	0.047188
850	0.21	0.047492	0.205	0.048964	0.0475
860	0.21	0.048395	0.205	0.049935	0.048438
870	0.21	0.047704	0.203078	0.049571	0.0475
880	0.2	0.048589	0.202	0.049924	0.0475
890	0.2	0.049567	0.201	0.04977	0.046563
900	0.21	0.044753	0.206	0.045874	0.044375
910	0.21	0.045573	0.206	0.046747	0.045312
920	0.21	0.046392	0.206	0.047617	0.04625
930	0.21	0.04721	0.206	0.048484	0.047188
940	0.21	0.048026	0.206	0.049348	0.048125
950	0.21	0.047974	0.205	0.049582	0.048125
960	0.21	0.048092	0.204	0.049849	0.048125
970	0.2	0.048442	0.202	0.049638	0.047188
980	0.2	0.049327	0.201	0.049409	0.04625
990	0.21	0.045153	0.206	0.046195	0.044375
1000	0.21	0.045898	0.206	0.046995	0.045312

Tamaños de prueba para el caso $n_1 = n_2 = n$, $d_0 = .2$, $\alpha = .05$ y con CC.

5.2. Diseños desbalanceados

5.2.1. Comportamiento de los tamaños de prueba para diseños desbalanceados

A continuación se muestran gráficas correspondientes de los tamaños de la prueba de Black-welder con corrección y sin corrección por continuidad para los diferentes casos analizados para diseños desbalanceados, para los casos $(n_1, 1.5n_1)$, $n_1 = 50, 100, \dots, 1500$ y $(1.5n_2, n_2)$, $n_2 = 50, 100, \dots, 1500$. Estos resultados fueron obtenidos con el programa que realiza el cálculo de tamaños de prueba escrito en el lenguaje C++. En negro se presentan los tamaños de la prueba sin corrección por continuidad, en rojo se presenta el nivel nominal deseado y en verde los tamaños de la prueba con corrección por continuidad.

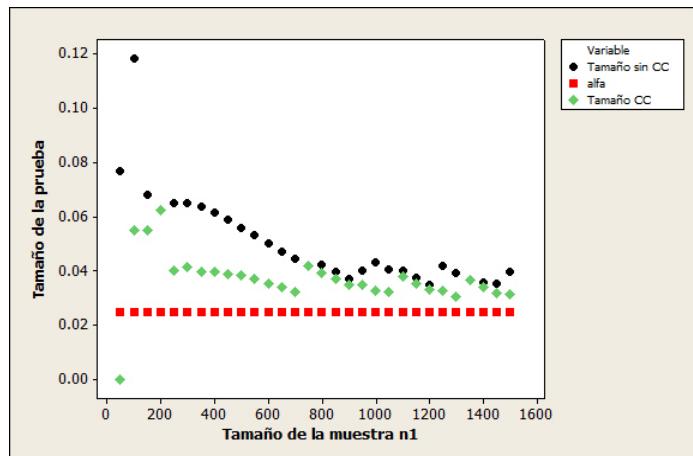


Figura 5.9: Tamaño de la prueba para $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

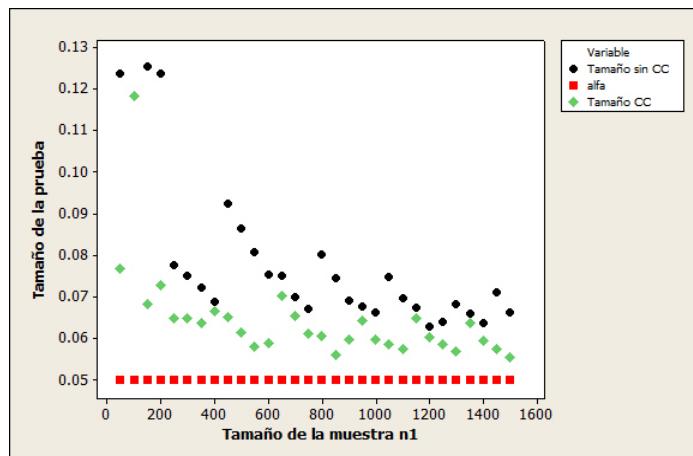


Figura 5.10: Tamaño de la prueba para $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

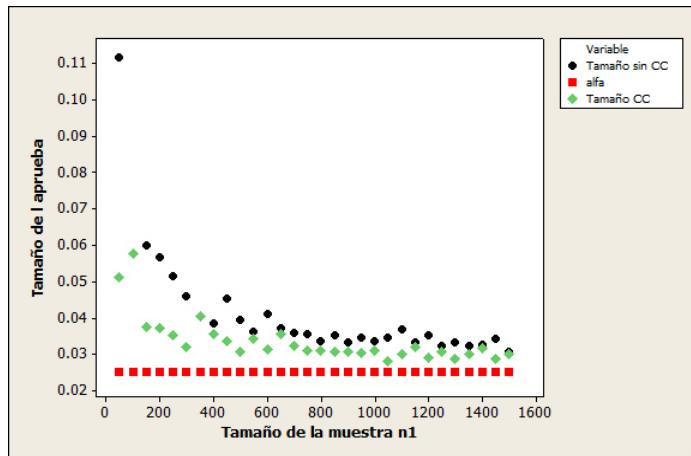


Figura 5.11: Tamaño de la prueba para $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

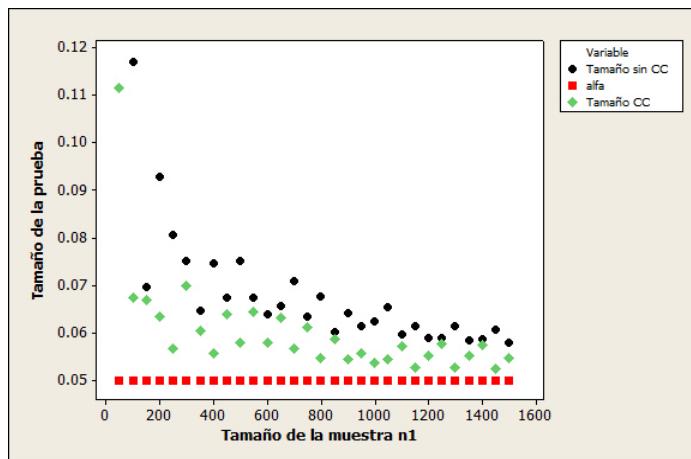


Figura 5.12: Tamaño de la prueba para $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

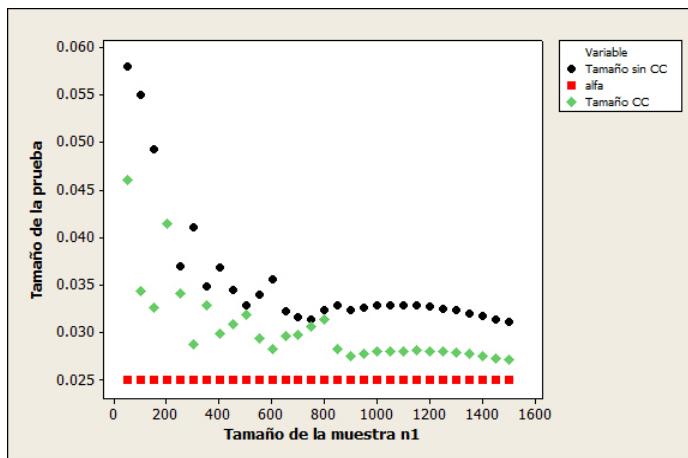


Figura 5.13: Tamaño de la prueba para $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

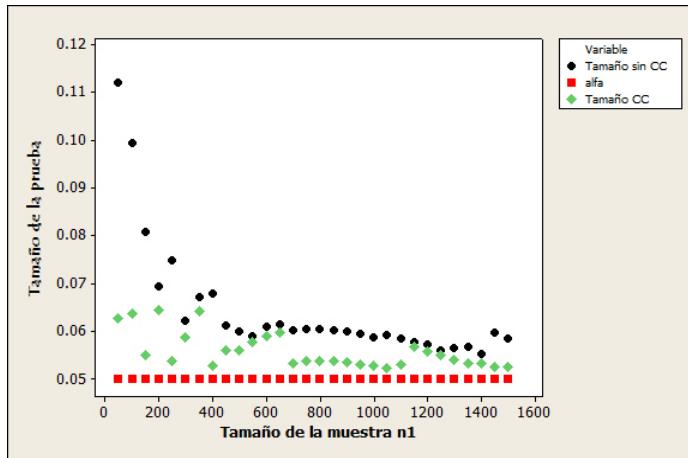


Figura 5.14: Tamaño de la prueba para $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

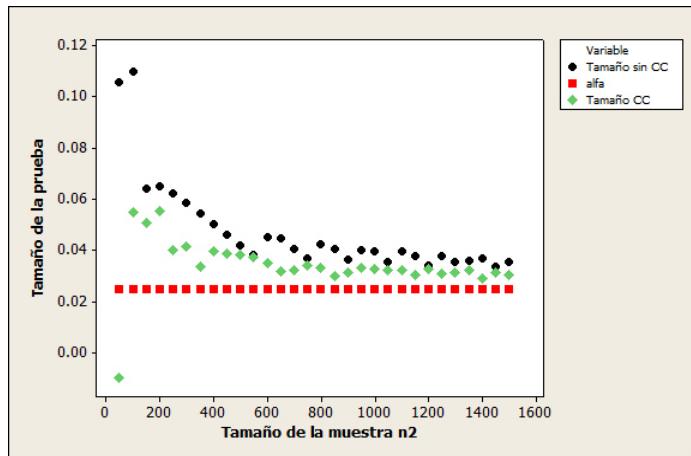


Figura 5.15: Tamaño de la prueba para $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

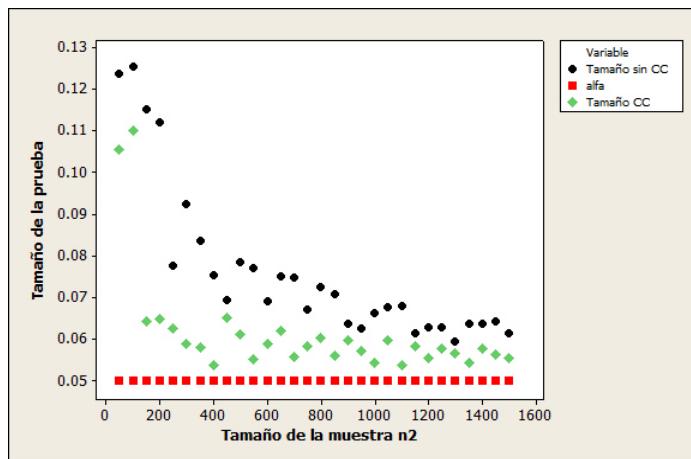


Figura 5.16: Tamaño de la prueba para $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

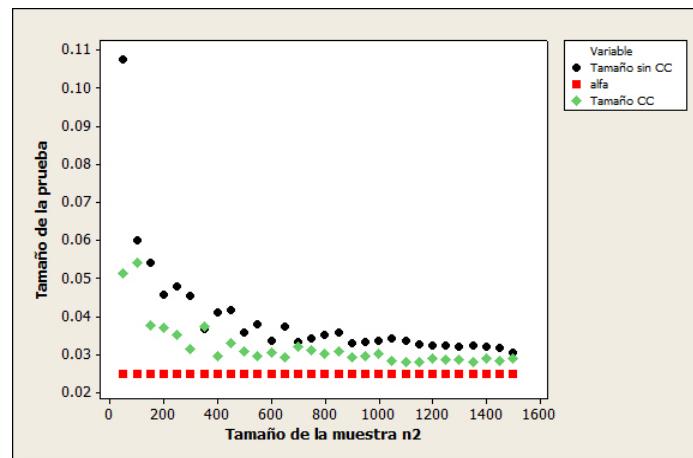


Figura 5.17: Tamaño de la prueba para $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

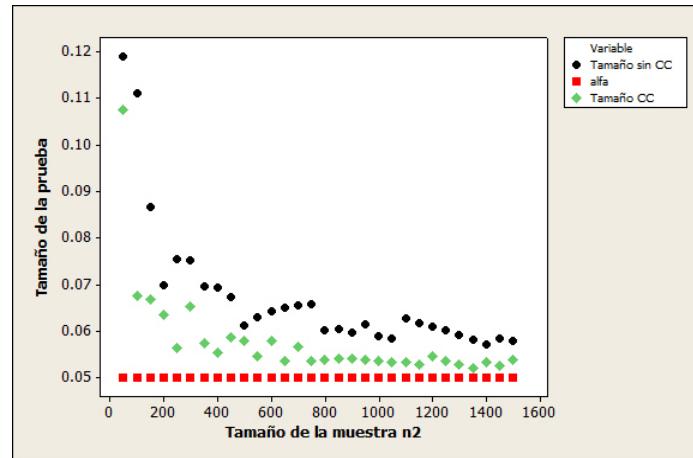


Figura 5.18: Tamaño de la prueba para $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

CAPÍTULO 5. RESULTADOS

5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

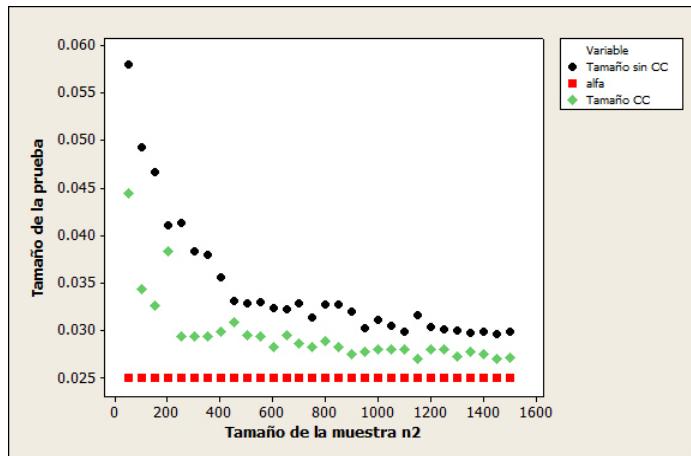


Figura 5.19: Tamaño de la prueba para $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$, con CC y sin CC

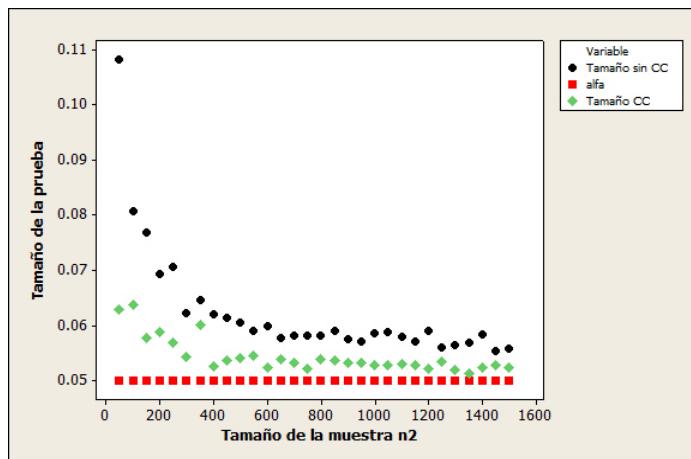


Figura 5.20: Tamaño de la prueba para $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$, con CC y sin CC

5.2.2. Tamaño de prueba nominal para alcanzar un tamaño de prueba objetivo dado

Debido a que en todos los casos analizados en la Sección 5.2.1, los tamaños de la prueba no respetan el nivel nominal deseado, se consideró conveniente determinar valores α^* , para los cuales los tamaños de la prueba con este α^* , respetarán el nivel nominal objetivo; para la obtención de estos valores se implementó el procedimiento presentado por Almendra Arao en [4] en lenguaje C++. Los valores α^* se presentan a continuación.

Específicamente, en las siguientes tablas se muestran, para el caso de diseños desbalanceados, los resultados obtenidos mediante el programa de cómputo que se escribió para tal efecto en C++. En cada una de las tablas se presenta en la primera columna el tamaño de la muestra n_1 , en la segunda el tamaño de la muestra n_2 , en la tercera el punto p_0 donde se alcanzó el máximo con el método exhaustivo, en la cuarta el tamaño de la prueba en el punto p_0 , en la quinta el punto p donde alcanza el máximo con el método de Newton o con el exhaustivo refinado, en la sexta el tamaño de la prueba en el punto p y en la séptima el valor de α^* .

En cada tabla se puede observar que el tamaño de la prueba obtenido mediante el método exhaustivo es menor o igual que el obtenido mediante el método de Newton.

El valor de α^* denota el valor máximo que se debe considerar para que el tamaño de la prueba con este valor respete el nivel nominal deseado (α).

Tabla 5.49:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
150	225	0.05	0.018154	0.05	0.018154	0.002441
200	300	0.05	0.009048	0.052508	0.012829	0.001221
250	375	0.05	0.013086	0.052143	0.016832	0.003613
300	450	0.06	0.0171	0.053	0.020956	0.006055
350	525	0.06	0.018846	0.053	0.022297	0.008057
400	600	0.06	0.020391	0.054	0.023491	0.009473
450	675	0.06	0.019711	0.053	0.023543	0.010498
500	750	0.06	0.020102	0.053	0.023394	0.011084
550	825	0.06	0.021286	0.053194	0.02289	0.011377
600	900	0.06	0.021307	0.052	0.022213	0.011426
650	975	0.06	0.020191	0.052	0.021457	0.011377
700	1050	0.06	0.019059	0.052	0.020619	0.011133
750	1125	0.06	0.017935	0.051	0.019764	0.01084
800	1200	0.05	0.017096	0.051183	0.018928	0.010352
850	1275	0.05	0.016383	0.051073	0.018054	0.010059
900	1350	0.05	0.023686	0.05	0.023686	0.012793
950	1425	0.06	0.023316	0.057	0.024328	0.015283
1000	1500	0.06	0.021698	0.054	0.024452	0.014551

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.50:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
150	225	0.05	0.018154	0.05	0.018154	0.005566
200	300	0.06	0.010438	0.053	0.013039	0.002734
250	375	0.06	0.01464	0.052	0.016828	0.006543
300	450	0.06	0.01816	0.053	0.02096	0.009912
350	525	0.06	0.019024	0.053	0.022297	0.012354
400	600	0.06	0.020409	0.054	0.023491	0.013916
450	675	0.06	0.021249	0.054305	0.023766	0.014893
500	750	0.06	0.023089	0.055621	0.023509	0.015381
550	825	0.06	0.022371	0.053	0.022889	0.015479
600	900	0.06	0.021307	0.052	0.022213	0.015332
650	975	0.06	0.020191	0.052	0.021457	0.015039
700	1050	0.06	0.019059	0.052	0.020619	0.014551
750	1125	0.06	0.01795	0.051	0.019764	0.014014
850	1275	0.06	0.016651	0.051	0.018052	0.012842
900	1350	0.05	0.023686	0.05	0.023686	0.016016
950	1425	0.06	0.023342	0.057	0.024329	0.018555
1000	1500	0.06	0.022052	0.054	0.024452	0.017773

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y con CC.

Tabla 5.51:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
100	150	0.05	0.037081	0.05	0.037081	0.008984
150	225	0.06	0.019728	0.053	0.026082	0.004297
200	300	0.06	0.029172	0.053	0.033542	0.011719
250	375	0.06	0.035738	0.054	0.040094	0.01748
300	450	0.06	0.039132	0.055	0.042293	0.021094
350	525	0.06	0.04021	0.055027	0.042427	0.023145
400	600	0.06	0.040974	0.054099	0.041541	0.024121
450	675	0.06	0.039023	0.053	0.040277	0.024414
500	750	0.06	0.036897	0.052	0.038813	0.024121
550	825	0.06	0.03471	0.052	0.0372	0.023535
600	900	0.06	0.03254	0.052	0.035473	0.022754
650	975	0.05	0.047298	0.05	0.047298	0.029395
700	1050	0.06	0.048528	0.058	0.049435	0.034961
750	1125	0.06	0.045177	0.051085	0.045248	0.03291
800	1200	0.06	0.041754	0.052	0.049017	0.031348
850	1275	0.06	0.039243	0.052	0.045835	0.029199
900	1350	0.05	0.049711	0.05	0.049711	0.033789
950	1425	0.05	0.046416	0.050694	0.049188	0.035938
1000	1500	0.06	0.045708	0.053	0.049236	0.035254

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.52:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
100	150	0.05	0.037081	0.05	0.037081	0.02041
150	225	0.06	0.023613	0.054	0.026554	0.009766
200	300	0.06	0.034977	0.055	0.037002	0.020703
250	375	0.06	0.040236	0.056433	0.041506	0.027539
300	450	0.06	0.042036	0.05685	0.042858	0.03125
350	525	0.06	0.042565	0.057825	0.042628	0.033008
400	600	0.06	0.040974	0.054099	0.041541	0.033398
450	675	0.06	0.039023	0.053	0.040277	0.033008
500	750	0.06	0.036902	0.052	0.038813	0.032031
550	825	0.07	0.035111	0.070208	0.035113	0.030859
600	900	0.06	0.033957	0.052	0.035473	0.029492
650	975	0.05	0.047298	0.054	0.048521	0.037012
700	1050	0.06	0.048597	0.058	0.049441	0.04248
750	1125	0.06	0.045532	0.056	0.048035	0.040137
800	1200	0.06	0.043202	0.052	0.049017	0.038477
850	1275	0.06	0.040308	0.052	0.045835	0.035742
900	1350	0.05	0.049711	0.05	0.049711	0.040723
950	1425	0.05	0.046416	0.050694	0.049187	0.040625
1000	1500	0.06	0.045713	0.053	0.049236	0.041797

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y con CC .

Tabla 5.53:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
100	150	0.1	0.023711	0.1	0.023711	0.006396
150	225	0.11	0.01806	0.106585	0.018526	0.005469
200	300	0.11	0.020502	0.106965	0.020783	0.008594
250	375	0.11	0.020655	0.10755	0.020702	0.01001
300	450	0.11	0.019321	0.104	0.019598	0.010303
350	525	0.11	0.017582	0.103	0.018163	0.009961
400	600	0.1	0.023485	0.1	0.023485	0.012793
450	675	0.11	0.02458	0.10956	0.024591	0.014941
500	750	0.11	0.021767	0.104	0.023485	0.013135
550	825	0.1	0.024016	0.104	0.024045	0.014551
600	900	0.11	0.022805	0.105	0.024298	0.015527
650	975	0.11	0.019667	0.103	0.022182	0.013623
700	1050	0.11	0.023041	0.106	0.024127	0.016602
750	1125	0.11	0.021172	0.102	0.02306	0.01499
800	1200	0.11	0.023548	0.105	0.024446	0.017334
850	1275	0.11	0.021747	0.102	0.023335	0.015771
900	1350	0.11	0.023843	0.10454	0.024385	0.017676
950	1425	0.11	0.020982	0.103	0.0221	0.015625
1000	1500	0.11	0.024279	0.103	0.024999	0.018311

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y sin CC .

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.54:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
100	150	0.1	0.023711	0.1	0.023711	0.01167
150	225	0.11	0.018123	0.106643	0.018532	0.009082
200	300	0.11	0.020502	0.106965	0.020783	0.012744
250	375	0.11	0.020701	0.10834	0.02071	0.014014
300	450	0.11	0.019321	0.104	0.019598	0.013916
350	525	0.11	0.017582	0.103	0.018163	0.013135
400	600	0.1	0.023485	0.1	0.023485	0.016309
450	675	0.11	0.02458	0.10956	0.024591	0.018506
500	750	0.11	0.021768	0.104	0.023485	0.016357
550	825	0.1	0.024016	0.104	0.024045	0.017773
600	900	0.11	0.022805	0.105	0.024298	0.018701
650	975	0.11	0.02003	0.103	0.022182	0.016406
700	1050	0.11	0.02355	0.106	0.024153	0.019629
750	1125	0.11	0.021172	0.102	0.02306	0.017725
800	1200	0.11	0.023602	0.105	0.024446	0.020264
850	1275	0.11	0.021751	0.102	0.023335	0.018457
900	1350	0.11	0.023843	0.10454	0.024385	0.020459
950	1425	0.11	0.021756	0.102	0.023165	0.018359
1000	1500	0.11	0.024279	0.103	0.024999	0.021045

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y con CC.

Tabla 5.55:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.1	0.033786	0.1	0.033786	0.008398
100	150	0.11	0.028716	0.105126	0.03031	0.01084
150	225	0.11	0.038247	0.108995	0.038279	0.019531
200	300	0.11	0.037478	0.106793	0.037565	0.022266
250	375	0.11	0.034441	0.104	0.035055	0.022168
300	450	0.12	0.049345	0.121153	0.049392	0.036816
350	525	0.11	0.048719	0.108593	0.048894	0.033008
400	600	0.11	0.042232	0.104	0.044657	0.028809
450	675	0.11	0.049364	0.108763	0.049518	0.037109
500	750	0.11	0.043662	0.103	0.047235	0.033203
550	825	0.11	0.047952	0.108721	0.048078	0.037793
600	900	0.11	0.045057	0.103	0.047848	0.035449
650	975	0.11	0.049298	0.106068	0.049846	0.039648
700	1050	0.11	0.045379	0.102	0.047446	0.036133
750	1125	0.11	0.047629	0.101	0.048891	0.03916
800	1200	0.11	0.044233	0.102	0.046268	0.035938
850	1275	0.11	0.048141	0.10997	0.048141	0.039746
900	1350	0.11	0.042463	0.102	0.044573	0.035156
950	1425	0.11	0.04636	0.102	0.04904	0.039063
1000	1500	0.1	0.048503	0.1	0.048503	0.038184

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.56:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.1	0.033786	0.1	0.033786	0.019531
100	150	0.11	0.033373	0.110385	0.033379	0.019434
150	225	0.12	0.038788	0.116388	0.038935	0.029297
200	300	0.11	0.037478	0.106793	0.037565	0.031055
250	375	0.11	0.034441	0.104	0.035055	0.029687
300	450	0.12	0.049359	0.121376	0.049421	0.045215
350	525	0.11	0.048719	0.108593	0.048894	0.041016
400	600	0.11	0.042237	0.104	0.044657	0.035547
450	675	0.11	0.049456	0.108927	0.049552	0.044434
500	750	0.11	0.043665	0.103	0.047235	0.039941
550	825	0.11	0.048267	0.109951	0.048267	0.044336
600	900	0.11	0.045144	0.103	0.047848	0.041699
650	975	0.11	0.049298	0.106068	0.049846	0.045898
700	1050	0.11	0.045974	0.102	0.047446	0.041992
750	1125	0.11	0.048007	0.101	0.048891	0.044922
800	1200	0.11	0.044367	0.102	0.046268	0.041309
850	1275	0.11	0.048624	0.106	0.049567	0.045215
900	1350	0.11	0.043628	0.104	0.044886	0.040137
950	1425	0.11	0.04742	0.101521	0.049234	0.044531
1000	1500	0.1	0.048503	0.1	0.048503	0.043164

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y con CC.

Tabla 5.57:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.16	0.020781	0.159495	0.020792	0.003662
100	150	0.16	0.016157	0.159494	0.016162	0.004932
150	225	0.16	0.018309	0.160956	0.018314	0.008496
200	300	0.16	0.016955	0.155	0.017082	0.00918
250	375	0.18	0.023194	0.179453	0.023197	0.015869
300	450	0.16	0.022481	0.16009	0.022482	0.013379
350	525	0.16	0.023724	0.152	0.024247	0.016748
400	600	0.16	0.021101	0.154	0.022461	0.014063
450	675	0.16	0.023143	0.156	0.023869	0.016455
500	750	0.16	0.024564	0.158	0.024821	0.018213
550	825	0.16	0.020697	0.153	0.022005	0.015186
600	900	0.16	0.022804	0.153	0.02353	0.016846
650	975	0.16	0.024008	0.152	0.024855	0.018311
700	1050	0.16	0.02397	0.154	0.024652	0.018799
750	1125	0.16	0.023983	0.151	0.02471	0.019043
800	1200	0.15	0.024692	0.15	0.024692	0.018359
850	1275	0.16	0.021702	0.152	0.02238	0.016992
900	1350	0.16	0.02203	0.152	0.022895	0.017627
950	1425	0.16	0.02259	0.152	0.023302	0.018164
1000	1500	0.16	0.022868	0.152	0.023613	0.018652

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.58:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.16	0.021077	0.160772	0.021095	0.008594
100	150	0.16	0.016163	0.159563	0.016167	0.008252
150	225	0.16	0.018324	0.163672	0.018361	0.012354
200	300	0.16	0.016955	0.155	0.017082	0.012549
250	375	0.18	0.023932	0.175484	0.024187	0.020264
300	450	0.16	0.02305	0.156	0.023615	0.016895
350	525	0.16	0.023724	0.152	0.024247	0.020313
400	600	0.16	0.021119	0.154	0.022461	0.017139
450	675	0.16	0.023319	0.156	0.023874	0.019678
500	750	0.16	0.024564	0.158	0.024821	0.021387
550	825	0.16	0.020719	0.153	0.022005	0.017871
600	900	0.16	0.022804	0.153	0.02353	0.019629
650	975	0.16	0.024008	0.152	0.024855	0.021094
700	1050	0.16	0.024279	0.154	0.024652	0.021582
750	1125	0.16	0.024622	0.157795	0.024746	0.021729
800	1200	0.15	0.024692	0.15	0.024692	0.020898
850	1275	0.16	0.021702	0.152	0.02238	0.019287
900	1350	0.16	0.022305	0.152	0.022895	0.019922
950	1425	0.16	0.022647	0.152	0.023302	0.02041
1000	1500	0.16	0.023143	0.155	0.023653	0.020898

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y con CC .

Tabla 5.59:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.15	0.046047	0.15	0.046047	0.02002
100	150	0.16	0.034216	0.162705	0.034318	0.017969
150	225	0.15	0.049333	0.15	0.049333	0.030859
200	300	0.17	0.048679	0.170435	0.048684	0.034961
250	375	0.16	0.042763	0.156613	0.043384	0.02832
300	450	0.16	0.048243	0.155	0.049892	0.036035
350	525	0.16	0.049149	0.160651	0.049173	0.03916
400	600	0.16	0.041054	0.154	0.043386	0.032324
450	675	0.16	0.044934	0.153	0.046348	0.035938
500	750	0.16	0.046883	0.153	0.048667	0.03877
550	825	0.16	0.048212	0.158422	0.048294	0.039355
600	900	0.16	0.049756	0.161025	0.049774	0.042383
650	975	0.16	0.048399	0.154	0.049936	0.041504
700	1050	0.16	0.048756	0.159815	0.048757	0.041504
750	1125	0.15	0.048662	0.15	0.048662	0.039648
800	1200	0.15	0.048996	0.15	0.048996	0.040234
850	1275	0.15	0.049144	0.15	0.049144	0.040625
900	1350	0.15	0.049136	0.15	0.049136	0.04082
950	1425	0.15	0.048998	0.15	0.048998	0.040918
1000	1500	0.15	0.048749	0.150487	0.049873	0.042676

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y sin CC .

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.60:

n_1	n_2	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.15	0.046047	0.15	0.046047	0.035352
100	150	0.17	0.03474	0.174675	0.03478	0.027246
150	225	0.15	0.049333	0.15	0.049333	0.041211
200	300	0.17	0.048679	0.170445	0.048685	0.043848
250	375	0.16	0.042763	0.156613	0.043384	0.035449
300	450	0.16	0.048389	0.155	0.049893	0.04375
350	525	0.16	0.049215	0.161552	0.049306	0.046289
400	600	0.16	0.041054	0.154	0.043386	0.038379
450	675	0.16	0.044934	0.153	0.046348	0.041992
500	750	0.16	0.047147	0.153	0.048667	0.044922
550	825	0.16	0.048214	0.15843	0.048294	0.045117
600	900	0.16	0.049136	0.157029	0.049418	0.04668
650	975	0.17	0.048599	0.171098	0.048602	0.046777
700	1050	0.16	0.048793	0.164543	0.048864	0.046582
750	1125	0.16	0.049051	0.160281	0.049051	0.047168
800	1200	0.16	0.049105	0.15562	0.049174	0.047461
850	1275	0.15	0.049144	0.15	0.049144	0.045215
900	1350	0.15	0.049136	0.15	0.049136	0.045313
950	1425	0.15	0.048998	0.15	0.048998	0.045215
1000	1500	0.17	0.049854	0.167566	0.049995	0.048633

Tamaños de prueba para el caso $(n_1, 1.5n_1)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y con CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Las siguientes tablas muestran los tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$.

Tabla 5.61:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.96	0.021067	0.956224	0.02111	0.01958
100	150	0.99	0.022038	0.98755	0.022148	0.020605
150	225	0.99	0.024232	0.991276	0.024261	0.023535
200	300	0.51	0.023353	0.505	0.023892	0.022949
250	375	0.98	0.024956	0.979738	0.024957	0.024707
300	450	0.99	0.02343	0.996	0.024036	0.02334
350	525	0.99	0.024386	0.994	0.02463	0.024316
400	600	0.99	0.024506	0.992087	0.024574	0.024316
450	675	0.99	0.024099	0.990443	0.024102	0.024072
500	750	0.99	0.023934	0.995	0.024274	0.024023
550	825	0.99	0.018091	0.998	0.022802	0.010254
600	900	0.05	0.023686	0.05	0.023686	0.014209
650	975	0.05	0.021769	0.05	0.021769	0.013477
700	1050	0.05	0.019967	0.05	0.019967	0.012744
750	1125	0.99	0.021842	0.999	0.024975	0.0125
800	1200	0.99	0.024076	0.991052	0.024166	0.014648
850	1275	0.99	0.02252	0.991348	0.022699	0.01377
900	1350	0.99	0.02118	0.999	0.024241	0.012939
950	1425	0.05	0.024464	0.05	0.024464	0.016992
1000	1500	0.05	0.02215	0.05	0.02215	0.015381

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.62:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.05	0.021344	0.95	0.023256	0.016016
100	150	0.05	0.018154	0.052839	0.019898	0.014355
150	225	0.05	0.011216	0.05155	0.011822	0.006396
200	300	0.05	0.015968	0.05	0.015968	0.012549
250	375	0.05	0.018543	0.95	0.019587	0.016064
300	450	0.05	0.019656	0.054149	0.020377	0.017676
350	525	0.05	0.019842	0.052979	0.020037	0.018018
400	600	0.05	0.019453	0.95	0.019538	0.017676
450	675	0.05	0.018717	0.05	0.018717	0.016895
500	750	0.05	0.017782	0.05	0.017782	0.015918
550	825	0.99	0.022371	0.997	0.022889	0.014844
600	900	0.05	0.023686	0.05	0.023686	0.017969
650	975	0.05	0.021769	0.05	0.021769	0.016846
700	1050	0.05	0.019967	0.05	0.019967	0.015771
750	1125	0.99	0.021843	0.999	0.024975	0.016846
800	1200	0.99	0.024432	0.992103	0.024872	0.018164
850	1275	0.99	0.022767	0.993	0.023403	0.017041
900	1350	0.99	0.021235	0.999	0.0244	0.016064
950	1425	0.05	0.024464	0.05	0.024464	0.020166
1000	1500	0.05	0.02215	0.05	0.02215	0.018213

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y con CC .

Tabla 5.63:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
100	150	0.99	0.02314	0.999	0.034003	0.004297
150	225	0.99	0.03258	0.999	0.049467	0.013477
200	300	0.05	0.034066	0.050348	0.034169	0.012305
250	375	0.99	0.035738	0.996	0.040094	0.01748
300	450	0.99	0.039132	0.995	0.042293	0.021094
350	525	0.99	0.04021	0.994973	0.042427	0.023145
400	600	0.99	0.039759	0.995986	0.041538	0.022754
450	675	0.05	0.045916	0.05	0.045916	0.029199
500	750	0.05	0.041935	0.05	0.041935	0.027441
550	825	0.99	0.042658	0.999	0.047927	0.030273
600	900	0.05	0.049711	0.05	0.049711	0.0375
650	975	0.05	0.044854	0.05	0.044854	0.033887
700	1050	0.99	0.045815	0.989282	0.045877	0.033398
750	1125	0.99	0.039725	0.999	0.045212	0.029687
800	1200	0.99	0.047868	0.991481	0.048174	0.036035
850	1275	0.99	0.045396	0.993204	0.046723	0.03418
900	1350	0.05	0.048681	0.05	0.048681	0.038086
950	1425	0.99	0.046061	0.999	0.049032	0.036133
1000	1500	0.99	0.042849	0.996	0.047142	0.033594

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y sin CC .

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.64:

n_2	n_1	Método Exhaustivo	Tam prueba	Método Newton	Tam prueba	α^*
100	150	0.99	0.033897	0.99249	0.034451	0.014355
150	225	0.99	0.035531	0.999	0.049467	0.023633
200	300	0.99	0.034977	0.995	0.037002	0.020703
250	375	0.99	0.040236	0.993567	0.041506	0.027539
300	450	0.99	0.042036	0.99315	0.042858	0.03125
350	525	0.99	0.042565	0.992175	0.042628	0.033008
400	600	0.99	0.040974	0.995901	0.041541	0.033398
450	675	0.05	0.045916	0.05	0.045916	0.036816
500	750	0.05	0.041935	0.05	0.041935	0.034473
550	825	0.99	0.046555	0.999	0.047927	0.040918
600	900	0.05	0.049711	0.05	0.049711	0.045117
650	975	0.99	0.04881	0.988213	0.049122	0.043945
700	1050	0.99	0.048597	0.992	0.049441	0.04248
750	1125	0.99	0.031612	0.992	0.032312	0.024902
800	1200	0.99	0.047868	0.991481	0.048174	0.043066
850	1275	0.99	0.046484	0.994	0.048545	0.041992
900	1350	0.05	0.048681	0.05	0.048681	0.044336
950	1425	0.99	0.047482	0.997148	0.047617	0.042773
1000	1500	0.99	0.045713	0.997	0.049236	0.041602

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .05$, $\alpha = .05$ y con CC.

Tabla 5.65:

n_2	n_1	Método Exhaustivo	Tam prueba	Método Newton	Tam prueba	α^*
100	150	0.99	0.02041	0.999	0.022397	0.005469
150	225	0.99	0.01806	0.993415	0.018526	0.005469
200	300	0.99	0.020502	0.993035	0.020783	0.008594
250	375	0.1	0.024789	0.1	0.024789	0.012988
300	450	0.1	0.02097	0.1	0.02097	0.01167
350	525	0.99	0.021983	0.999	0.024012	0.012305
400	600	0.1	0.021017	0.1	0.021017	0.013086
450	675	0.99	0.02458	0.99044	0.024591	0.014941
500	750	0.99	0.021767	0.996	0.023485	0.013135
550	825	0.99	0.022359	0.996	0.024045	0.014551
600	900	0.99	0.024685	0.989167	0.024709	0.01748
650	975	0.1	0.02477	0.1	0.02477	0.017773
700	1050	0.99	0.023041	0.994	0.024127	0.016211
750	1125	0.99	0.024007	0.995	0.024868	0.017285
800	1200	0.99	0.023548	0.995	0.024446	0.017334
850	1275	0.99	0.023019	0.999	0.024448	0.017041
900	1350	0.99	0.023843	0.99546	0.024385	0.017676
950	1425	0.1	0.023957	0.1	0.023957	0.018115
1000	1500	0.1	0.024379	0.1	0.024379	0.018945

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.66:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
100	150	0.99	0.020453	0.999	0.022397	0.011523
150	225	0.99	0.018123	0.993357	0.018532	0.009082
200	300	0.99	0.020502	0.993035	0.020783	0.012744
250	375	0.1	0.024789	0.1	0.024789	0.017188
300	450	0.1	0.02097	0.1	0.02097	0.015332
350	525	0.99	0.021983	0.999	0.024012	0.016895
400	600	0.98	0.021297	0.985	0.021812	0.016309
450	675	0.99	0.02458	0.99044	0.024591	0.018506
500	750	0.99	0.021768	0.996	0.023485	0.016357
550	825	0.99	0.021965	0.991435	0.022085	0.01709
600	900	0.99	0.024701	0.988646	0.024751	0.020752
650	975	0.1	0.02477	0.1	0.02477	0.020947
700	1050	0.99	0.02355	0.994	0.024153	0.019629
750	1125	0.99	0.024007	0.995	0.024868	0.020313
800	1200	0.99	0.023602	0.995	0.024446	0.020264
850	1275	0.99	0.023906	0.996	0.024965	0.020703
900	1350	0.99	0.023843	0.99546	0.024385	0.020459
950	1425	0.99	0.024243	0.996	0.024697	0.020752
1000	1500	0.1	0.024379	0.1	0.024379	0.021484

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .025$ y con CC.

Tabla 5.67:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.99	0.023354	0.999	0.032265	0.004004
100	150	0.1	0.030738	0.1	0.030738	0.01084
150	225	0.99	0.038247	0.991005	0.038279	0.019531
200	300	0.1	0.045806	0.1	0.045806	0.026172
250	375	0.99	0.04362	0.999	0.047783	0.030957
300	450	0.98	0.049345	0.978847	0.049392	0.036816
350	525	0.98	0.041213	0.979202	0.041232	0.030664
400	600	0.99	0.049411	0.991288	0.049576	0.035449
450	675	0.99	0.049364	0.991237	0.049518	0.037109
500	750	0.99	0.04888	0.991125	0.048985	0.037695
550	825	0.1	0.049187	0.1	0.049187	0.037891
600	900	0.99	0.045057	0.997	0.047848	0.035156
650	975	0.99	0.046855	0.999	0.049877	0.036816
700	1050	0.99	0.045379	0.998	0.047446	0.036133
750	1125	0.99	0.047623	0.999	0.048891	0.039063
800	1200	0.99	0.04816	0.988562	0.048224	0.039648
850	1275	0.99	0.048141	0.99003	0.048141	0.039746
900	1350	0.99	0.048087	0.995	0.049469	0.039746
950	1425	0.99	0.044525	0.997	0.046824	0.036816
1000	1500	0.99	0.048449	0.999	0.049691	0.041016

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.68:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.99	0.030715	0.999	0.03246	0.013477
100	150	0.99	0.033373	0.989615	0.033379	0.019434
150	225	0.98	0.038788	0.983612	0.038935	0.029297
200	300	0.1	0.045806	0.1	0.045806	0.034863
250	375	0.98	0.049365	0.980267	0.049367	0.04209
300	450	0.98	0.049359	0.978624	0.049421	0.045215
350	525	0.99	0.046471	0.988083	0.046748	0.040137
400	600	0.99	0.049426	0.991267	0.04958	0.043359
450	675	0.99	0.049456	0.991073	0.049552	0.044434
500	750	0.99	0.04888	0.991125	0.048985	0.044629
550	825	0.1	0.049187	0.1	0.049187	0.044336
600	900	0.99	0.047077	0.990451	0.047083	0.042773
650	975	0.99	0.04139	0.999	0.043875	0.037402
700	1050	0.99	0.045974	0.998	0.047446	0.041992
750	1125	0.99	0.048007	0.999	0.048891	0.044922
800	1200	0.99	0.048155	0.988471	0.048228	0.045117
850	1275	0.99	0.048624	0.994	0.049567	0.045215
900	1350	0.99	0.048522	0.995252	0.049476	0.045215
950	1425	0.99	0.048188	0.996473	0.049319	0.045313
1000	1500	0.99	0.04845	0.999	0.049691	0.046094

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .1$, $\alpha = .05$ y con CC.

Tabla 5.69:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.15	0.02342	0.15	0.02342	0.003662
100	150	0.99	0.016157	0.990506	0.016162	0.004932
150	225	0.15	0.02369	0.15	0.02369	0.011035
200	300	0.99	0.021882	0.999	0.023871	0.013379
250	375	0.97	0.023194	0.970547	0.023197	0.015869
300	450	0.99	0.022481	0.98991	0.022482	0.013379
350	525	0.99	0.023724	0.998093	0.024248	0.016748
400	600	0.99	0.02455	0.991567	0.024666	0.016846
450	675	0.99	0.023143	0.994	0.023869	0.016211
500	750	0.99	0.024564	0.992	0.024821	0.018213
550	825	0.99	0.023491	0.996	0.024792	0.017871
600	900	0.99	0.022948	0.991289	0.022973	0.01748
650	975	0.99	0.024008	0.998	0.024855	0.018311
700	1050	0.99	0.02397	0.996	0.024652	0.018799
750	1125	0.15	0.024398	0.15	0.024398	0.019043
800	1200	0.99	0.023516	0.995	0.024042	0.018359
850	1275	0.99	0.024675	0.995522	0.024702	0.019727
900	1350	0.99	0.024103	0.992182	0.0242	0.019482
950	1425	0.15	0.024231	0.15	0.024231	0.019482
1000	1500	0.99	0.023956	0.996	0.024647	0.019678

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.70:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.15	0.02342	0.15	0.02342	0.008594
100	150	0.99	0.016163	0.990437	0.016167	0.008252
150	225	0.99	0.011794	0.999	0.014191	0.006104
200	300	0.99	0.021882	0.999	0.023871	0.018311
250	375	0.97	0.023932	0.974516	0.024187	0.020264
300	450	0.99	0.02305	0.994	0.023615	0.016895
350	525	0.99	0.023724	0.998093	0.024248	0.020313
400	600	0.99	0.02455	0.991567	0.024666	0.02041
450	675	0.99	0.023319	0.994	0.023874	0.019678
500	750	0.99	0.024564	0.992	0.024821	0.021387
550	825	0.99	0.024348	0.996069	0.024817	0.020898
600	900	0.99	0.022948	0.991289	0.022973	0.020215
650	975	0.99	0.024008	0.998	0.024855	0.021191
700	1050	0.99	0.024279	0.996	0.024652	0.021582
750	1125	0.99	0.024622	0.992205	0.024746	0.021729
800	1200	0.99	0.023516	0.995	0.024042	0.020898
850	1275	0.99	0.024675	0.995522	0.024702	0.022266
900	1350	0.99	0.024319	0.989258	0.024327	0.021875
950	1425	0.99	0.02432	0.993	0.024493	0.021826
1000	1500	0.99	0.024442	0.993	0.024721	0.022217

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .025$ y con CC .

Tabla 5.71:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.99	0.039828	0.999	0.044485	0.012695
100	150	0.15	0.049333	0.15	0.049333	0.03252
150	225	0.99	0.042364	0.999	0.046734	0.030859
200	300	0.98	0.048679	0.979565	0.048684	0.034961
250	375	0.99	0.047714	0.986363	0.048367	0.035547
300	450	0.99	0.048243	0.995	0.049892	0.035938
350	525	0.15	0.049974	0.15	0.049974	0.03916
400	600	0.99	0.048149	0.994675	0.049076	0.038281
450	675	0.99	0.046986	0.99066	0.047002	0.038574
500	750	0.99	0.049562	0.987346	0.049723	0.040918
550	825	0.99	0.048212	0.991578	0.048294	0.039355
600	900	0.99	0.049756	0.988975	0.049774	0.042383
650	975	0.99	0.048399	0.996	0.049936	0.041504
700	1050	0.99	0.048756	0.990185	0.048757	0.041504
750	1125	0.99	0.047223	0.999	0.049936	0.040918
800	1200	0.99	0.047146	0.992601	0.04717	0.040234
850	1275	0.99	0.046527	0.997427	0.047376	0.039941
900	1350	0.99	0.046805	0.998	0.047318	0.039941
950	1425	0.99	0.048371	0.999	0.049843	0.042871
1000	1500	0.15	0.043063	0.15	0.043063	0.0375

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y sin CC .

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.2. DISEÑOS DESBALANCEADOS

Tabla 5.72:

n_2	n_1	Método Exhaustivo		Método Newton		α^*
		P Exhaustivo	Tam prueba	P Newton	Tam prueba	
50	75	0.99	0.03983	0.999	0.044485	0.027637
100	150	0.15	0.049333	0.15	0.049333	0.046289
150	225	0.96	0.045202	0.960793	0.04521	0.041211
200	300	0.98	0.048679	0.979555	0.048685	0.043848
250	375	0.99	0.047714	0.986337	0.04837	0.043652
300	450	0.99	0.048389	0.995	0.049893	0.04375
350	525	0.15	0.049974	0.15	0.049974	0.046289
400	600	0.99	0.048154	0.995	0.049062	0.04502
450	675	0.99	0.046988	0.990645	0.047003	0.044629
500	750	0.99	0.049562	0.987318	0.049724	0.046973
550	825	0.99	0.048214	0.99157	0.048294	0.045117
600	900	0.15	0.049136	0.15	0.049136	0.04668
650	975	0.98	0.048599	0.978902	0.048602	0.046777
700	1050	0.99	0.048793	0.985457	0.048864	0.046582
750	1125	0.99	0.049051	0.989719	0.049051	0.047168
800	1200	0.99	0.049105	0.99438	0.049174	0.047461
850	1275	0.99	0.047096	0.997427	0.047376	0.045215
900	1350	0.99	0.046204	0.998	0.047318	0.044043
950	1425	0.98	0.048913	0.982974	0.049102	0.047363
1000	1500	0.99	0.04791	0.999	0.049496	0.046094

Tamaños de prueba para el caso $(1.5n_2, n_2)$, $d_0 = .15$, $\alpha = .05$ y con CC.

5.3. Tiempos de cómputo

A manera de ejemplo, en esta sección se presenta sólo un caso de los tantos analizados en este trabajo para diseños balanceados, con el objetivo de exemplificar y hacer notar que los resultados teóricos que se implementaron en el programa que calcula los tamaños de prueba, reducen considerablemente el esfuerzo computacional.

La siguiente gráfica muestra la comparación de tiempo que requiere el método exhaustivo, tomando $\Delta = 0.01$ contra el tiempo que requiere el método de Newton.

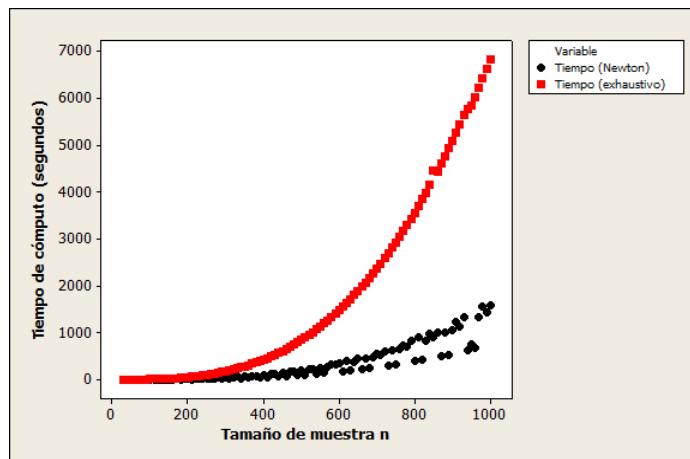


Figura 5.21: Tiempos de cómputo para el caso $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y sin CC

Claramente se aprecia que el método de Newton reduce considerablemente el tiempo de cómputo, así que se plantea la interrogante sobre en qué porcentaje se reduce este tiempo con respecto al tiempo requerido por el método exhaustivo, para saberlo se consideró conveniente crear la siguiente tabla. En ella se muestra en la primera columna el tamaño de la muestra, en la segunda el tamaño de la prueba con el método de Newton, en la tercera el tiempo requerido con el método de Newton, en la cuarta el tamaño de la prueba con el método exhaustivo, en la quinta el tiempo requerido con el método exhaustivo, en la sexta la diferencia de los tamaños de la prueba (Newton-exhaustivo) y en la séptima se muestra el porcentaje que el método de Newton consume con respecto al método exhaustivo.

Para este caso se tuvo que para 29 tamaños de muestra distintos el cálculo del tamaño de la prueba se realizó mediante el método de Newton y en los 69 tamaños de muestra restantes el método de Newton no fue aplicable por lo que el cálculo del tamaño de la prueba se realizó mediante el método exhaustivo refinado. Esto hace notar que cuando el método de Newton es aplicable éste sólo consume en promedio el 11.23 por ciento del tiempo requerido con respecto al método exhaustivo y cuando el método de Newton no es aplicable, el método exhaustivo refinado consume en promedio 34.07 por ciento del tiempo requerido con respecto al método exhaustivo. Este análisis numérico muestra que realizar los cálculos de los tamaños de prueba con el programa escrito en *C++*, es una manera eficiente y adecuada, debido a que el tiempo computacional se reduce considerablemente.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.3. TIEMPOS DE CÓMPUTO

Tabla 5.73:

Tamaño de muestra $n_1 = n_2$	Método Newton	Método Exhaustivo	Diferencia de tamaños de prueba	porcentaje
Tamaño de prueba	Tiempo	Tiempo		
30	0.214639	0	0.214639	0
40	0.128512	0	0.128512	0
50	0.076945	0	0.076945	0
60	0.191553	0	0.191553	0
70	0.129208	1	0.129208	3
80	0.086054	0	0.086054	3
90	0.068819	1	0.068819	4
100	0.118263	1	0.118263	7
110	0.082935	2	0.082935	8
120	0.065546	2	0.065478	11
130	0.105765	3	0.105765	14
140	0.076524	4	0.076524	18
150	0.061469	5	0.061469	22
160	0.093854	6	0.093854	26
170	0.069363	7	0.069363	32
180	0.055862	5	0.055845	38
190	0.083056	10	0.083056	44
200	0.062342	11	0.062342	52
210	0.050371	6	0.050331	59
220	0.073446	16	0.073446	69
230	0.05934	9	0.059329	79
240	0.045337	21	0.045337	89
250	0.064957	23	0.064957	102
260	0.05273	13	0.052632	114
270	0.073803	30	0.073803	128
280	0.057479	35	0.057479	143
290	0.04691	18	0.046791	159
300	0.06497	41	0.06497	177
310	0.053141	22	0.053081	195
320	0.046973	57	0.046973	215
330	0.05729	58	0.05729	236
340	0.047059	29	0.04703	262
350	0.063559	65	0.063559	284

Comparación de tiempos para el caso ($n_1 = n_2$), $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
 5.3. TIEMPOS DE CÓMPUTO

Tabla 5.74:

Tamaño de muestra $n_1 = n_2$	Método Newton		Método Exhaustivo		Diferencia de tamaños de prueba	porcentaje
	Tamaño de prueba	Tiempo	Tamaño de prueba	Tiempo		
360	0.05238	35	0.05238	309	0	11.32
370	0.046195	74	0.046195	335	0	22.08
380	0.056019	82	0.056019	364	0	22.52
390	0.046318	44	0.046315	394	3E-06	11.16
400	0.061362	103	0.061362	426	0	24.17
410	0.050915	52	0.050867	460	4.8E-05	11.30
420	0.044745	121	0.044745	495	0	24.44
430	0.054125	131	0.054125	532	0	24.62
440	0.045024	64	0.04497	571	5.4E-05	11.20
450	0.058742	151	0.058742	612	0	24.67
460	0.049035	74	0.048883	654	0.000152	11.31
470	0.043293	171	0.043293	700	0	24.42
480	0.051883	183	0.051883	746	0	24.53
490	0.043394	89	0.043249	794	0.000145	11.20
500	0.055916	198	0.055916	846	0	23.40
510	0.046936	101	0.04671	899	0.000226	11.23
520	0.041498	221	0.041498	953	0	23.18
530	0.049462	229	0.049462	1012	0	22.62
540	0.04157	120	0.041318	1071	0.000252	11.20
550	0.053016	258	0.053016	1133	0	22.77
560	0.044707	134	0.044362	1197	0.000345	11.19
570	0.039565	269	0.039565	1264	0	21.28
580	0.046972	323	0.046972	1333	0	24.23
590	0.042296	323	0.042296	1405	0	22.98
600	0.050127	349	0.050127	1480	0	23.58
610	0.042443	174	0.041978	1555	0.000465	11.18
620	0.037608	406	0.037608	1636	0	24.81
630	0.045238	192	0.044661	1717	0.000577	11.18
640	0.03997	382	0.03997	1803	0	21.18
650	0.047298	450	0.047298	1890	0	23.80
660	0.040193	221	0.039636	1980	0.000557	11.16
670	0.050103	458	0.050103	2074	0	22.08
680	0.0427	242	0.042034	2170	0.000666	11.15
690	0.037755	481	0.037755	2269	0	21.19
700	0.044561	540	0.044561	2371	0	22.77

Comparación de tiempos para el caso ($n_1 = n_2$), $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y sin CC.

CAPÍTULO 5. RESULTADOS
5.3. TIEMPOS DE CÓMPUTO

Tabla 5.75:

Tamaño de muestra $n_1 = n_2$	Método Newton	Método Exhaustivo	Diferencia de tamaños de prueba	porcentaje		
Tamaño de prueba	Tiempo	Tiempo				
710	0.039849	523	0.039849	2476	0	21.12
720	0.047082	605	0.047082	2584	0	23.41
730	0.040248	300	0.039658	2695	0.00059	11.13
740	0.049595	617	0.049595	2810	0	21.95
750	0.042508	317	0.041935	2927	0.000573	10.83
760	0.037599	640	0.037599	3049	0	20.99
770	0.044211	725	0.044211	3172	0	22.85
780	0.039651	692	0.039651	3299	0	20.97
790	0.046483	818	0.046483	3430	0	23.84
800	0.039943	387	0.03943	3564	0.000513	10.85
810	0.037679	907	0.037679	3702	0	24.50
820	0.04199	416	0.041491	3844	0.000499	10.82
830	0.037286	832	0.037286	3988	0	20.86
840	0.043552	976	0.043552	4154	0	23.49
850	0.039146	895	0.039146	4469	0	20.02
860	0.04561	996	0.04561	4448	0	22.39
870	0.039373	499	0.038923	4605	0.00045	10.83
880	0.037086	992	0.037086	4766	0	20.81
890	0.041237	535	0.040797	4934	0.00044	10.84
900	0.036717	1061	0.036717	5103	0	20.79
910	0.042672	1241	0.042672	5277	0	23.51
920	0.038407	1133	0.038407	5455	0	20.76
930	0.044545	1324	0.044545	5636	0	23.49
940	0.03861	632	0.038212	5772	0.000398	10.94
950	0.036287	751	0.036285	5850	2E-06	12.83
960	0.040313	673	0.039924	6039	0.000389	11.14
970	0.037807	1326	0.037807	6231	0	21.28
980	0.041636	1548	0.041636	6429	0	24.07
990	0.037503	1439	0.037503	6632	0	21.69
1000	0.043348	1577	0.043348	6829	0	23.09

Comparación de tiempos para el caso ($n_1 = n_2$), $d_0 = .05$, $\alpha = .025$ y sin CC.

Capítulo 6

Conclusiones

Con base en el trabajo realizado, se presentan a continuación las conclusiones más relevantes

1. A raíz del análisis del comportamiento de los tamaños de prueba para la prueba de Blackwelder (con corrección y sin corrección por continuidad), para diseños balanceados y desbalanceados, que se realizó en el capítulo 5, se concluye que los tamaños de la prueba tienen un comportamiento errático en el sentido que no respetaron el nivel de significancia nominal α .
2. Debido a tal comportamiento de los tamaños de la prueba, para todos los casos analizados en este trabajo, se consideró conveniente determinar valores α^* , para los cuales la prueba sí respeta el nivel α nominal objetivo, dichos valores se muestran en las tablas del capítulo 5.
3. Para la obtención de estos valores, se implementó el procedimiento presentado por Almendra Arao [4] en el lenguaje *C ++*, en el cual se hace uso de los teoremas que reducen el tiempo computacional invertido para el cálculo de los tamaños de la prueba, así como también la implementación del método de Newton.
4. Con la implementación del método de Newton se obtiene un gran ahorro de esfuerzo computacional, permitiendo realizar cálculos de tamaños de prueba para tamaños de muestra grandes, que en este caso sólo se trabajaron hasta tamaños de muestra $n_1 = n_2$, con $n_1 = 30, 40, \dots, 1000$ para diseños balanceados y $(n_1, 1.5n_1)$, con $n_1 = 50, 100, \dots, 1000$, $(1.5n_2, n_2)$, con $n_2 = 50, 100, \dots, 1000$ para diseños desbalanceados.
5. Debido a que el objetivo principal de este trabajo se centró en analizar la rapidez de convergencia de los tamaños de la prueba de Blackwelder, se concluye en el caso de diseños balanceados que para tamaños de muestra $n \geq 600$ los tamaños tienden a aproximarse al nivel objetivo, quedando por arriba de él. Para diseños desbalanceados se tiene una mejor aproximación al nivel objetivo para tamaños de muestra $n_1 \geq 1000$ y $n_2 \geq 1000$, aún así quedando por arriba del nivel objetivo.
6. En este análisis numérico, sólo se trabajaron los tamaños de muestra $n_1 = n_2$, con $n_1 = 30, 40, \dots, 1000$ para diseños balanceados y $(n_1, 1.5n_1)$, con $n_1 = 50, 100, \dots, 1000$, $(1.5n_2, n_2)$, con $n_2 = 50, 100, \dots, 1000$ para diseños desbalanceados, debido a que se analizaron muchos casos y el tiempo total invertido para realizar este análisis fue más de un mes de trabajo computacional, pero cabe mencionar que el programa escrito está diseñado para llevar a cabo cálculos de tamaños de prueba hasta para tamaños de muestra $n = 5000$ si se trabaja con computadoras de 32 bits y puede llevar a cabo cálculos de tamaños de prueba hasta para tamaños de muestra $n = 25000$ si se trabaja con computadoras de 64 bits.

Apéndice A

Programa que calcula el tamaño de la prueba de Blackwelder

El siguiente código es del programa algoritmo que se implementó en C++ para la realización del cálculo de los tamaños de la prueba de Blackwelder para diferentes tamaños de muestra, bajo todos los casos analizados en este trabajo.

```
//Este programa crea una tabla de los tamaños de la prueba para valores d=.1,alfa=.05\\
sin CC para diseños balanceados
//y tambien calcula los valor de alfaestrella tal que el tamaño de la prueba sea \\
menor que alfa

#include<stdio.h>
#include<conio.h>
#include<math.h>
#include<iostream>
#include<time.h>
#include<ctype.h>
#include<sys/types.h>
double erf(double x);
double cuantil(double alfa);
void CCB(int n1, int n2, int **M);
void CDSIM(int n, int **M);
double probinom(int n, int x,double p);
double Beta(int n1, int n2,double k,double d, int **M);
int ax(int x1,int n,int **M);
int bx(int x2, int n, int **M);
int n1est(int x2, int n2, int **M);
int n2est(int x2, int n2, int **M);
double derivadabeta(int n1,int n2,int **M,double p,double d);
double derivadabeta2(int n1,int n2,int **M,double p,double d);
double newton(int n1,int n2,int **M,double alfa0,double d);

main()
{// inicio
    FILE *archivo;
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
archivo=fopen("alfa1.txt","w");
time_t t1,t2;
int n1,n2,tiempo,**RT0;
int i=0,j=0,b1,b2,cont;
double a,b,alfa,alfaestrella,Z,beta;
double d,k,suma,res,max,maxref,tamalfa,sigma,delta,deltaref,p,p1,p2,T0,bandera,\\
raiz,fin;

fprintf(archivo,"Tabla de los tamaños de la prueba asintotica clasica de no\\
inferioridad\n\n");
fprintf(archivo," \n\n");
fprintf(archivo,"Para el caso n1=n2=n, d=.1, alfa=.05 y sin CC\n");
fprintf(archivo," \n\n");
fprintf(archivo," \n\n");
fprintf(archivo,"tamaño n\t P(exhaustivo)\t Tamaño exhaustivo\t P\t\t Tamaño\t\t \\
alfaestrella\t tiepo\n");

T0=1.0;
printf("ingrese el valor del paso de delta:");
scanf("%lf",&delta);
printf("ingrese el margen de inferioridad d:");
scanf("%lf",&d);
printf("ingrese el nivel de significancia:");
scanf("%lf",&alfa);

for(n1=30;n1<=1000;n1=n1+10)
{// Inicio del ciclo para crear la tabla
n2=n1;
    printf("tamaño de muestra %d \n\n",n1);
    cont=1;
a=.01; // a=0 si se desea calcular los valores para alfa=.025
b=.05; //b=.025 si se desea calcular los valores para alfa=.025
alfaestrella=(a+b)/2;
while(cont<=10)
{//inicio del ciclo para crear tabla alfa

    RT0= new int*[(n1+1)];
    for(i = 0; i <=n1; i++)
        RT0[i] = new int[(n2+1)];

    (void) time(&t1);
    if(cont==1)
    {
        Z=-1*cuantil(alfa);
    }
    else
Z=-1*cuantil(alfaestrella);

    for(i=0;i<=n1;i++)
    {
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
for(j=0;j<=n2;j++)
{
    p1=(1.0*i)/n1;
    p2=(1.0*j)/n2;

    if(i==0 && j==0)
    {p1=.01/n1;
     p2=.01/n2;
    }
    if(i==0 && j==n2)
    {p1=.01/n1;
     p2=1-.01/n2;
    }
    if(i==n1 && j==0)
    {p1=1-.01/n1;
     p2=.01/n2;
    }
    if(i==n1 && j==n2)
    {p1=1-.01/n1;
     p2=1-.01/n2;
    }

    sigma=sqrt((p1*(1-p1))/n1+(p2*(1-p2))/n2);
    T0=(p1-p2-d)/sigma;
    if(T0<=Z)
        RT0[i][j]=1;
    else RT0[i][j]=0;
}

CCB(n1,n2,RT0);
if(n1==n2)
CDSIM(n1,RT0);
k=d;
max=0;
while(k<=(1+d)/2)//modificacion del recorrido de p
{
    beta=Beta(n1,n2,k,d,RT0);
    if(beta>max)
    {
        max=beta;
        bandera=k;
    }
    else
        max=max;

    k=k+delta;
}
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
printf(" en k=%lf alcanza el maximo %lf (exhaustivo) \n\n",bandera,max);
raiz=newton(n1,n2,RT0,bandera,d);
beta=Beta(n1,n2,raiz,d,RT0);

if(raiz==0 || beta<max)
{
    if(raiz==0)
        printf("el metodo de Newton no converge\n\n");
    else
        printf("el metodo de Newton encontro un minimo en el punto %lf\n\n",raiz);

    if(bandera-5*delta<d)
        k=d;
    else
        k=bandera-5*delta;

    if(bandera+5*delta>(1+d)/2)
        fin=(1+d)/2;
    else
        fin=bandera+5*delta;

    maxref=0;
    deltaref=.1*delta;
    while(k<=fin)//modificacion del recorrido de p
    {

        beta=Beta(n1,n2,k,d,RT0);
        if(beta>maxref)
        {
            maxref=beta;
            raiz=k;
        }
        else
            maxref=maxref;

        k=k+deltaref;

    }
    printf("en este valor alcanza el maximo (exhaustivo refinado) %lf\n", raiz);
    printf("este es el maximo con (exhaustivo refinado) %lf\n\n",maxref);
}

else
{
    printf("en este valor alcanza el maximo con Newton %lf\n", raiz);
    printf("este es el maximo con Newton %lf\n\n",beta);
    maxref=beta;
}
if(cont==1)
{
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
(void) time(&t2);
tiempo=t2-t1;
printf("este es el tiempo de computo %d \n ",tiempo);
fprintf(archivo,"%d\t\t %lf\t\t %lf\t\t %lf\t\t %lf \t\t %lf\t\t %d \n",n1,bandera,max,
raiz,maxref,alfa,tiempo);
}
else
{
    if(maxref>alfa)
    {
        a=a;
        b=alfaestrella;
    }

    else
    {
        a=alfaestrella;
        b=b;
    }
}

(void) time(&t2);
tiempo=t2-t1;
printf("este es el tiempo de computo %d \n ",tiempo);
fprintf(archivo,"%d\t\t %lf\t\t %lf\t\t %lf\t\t %lf \t\t %lf\t\t %d \n",n1,\\
bandera,max,raiz,maxref,alfaestrella,tiempo);
alfaestrella=(a+b)/2;
}
cont=cont+1;
}//fin para crear tabla alfa
fprintf(archivo,"\n");
}//fin del ciclo para crear la tabla

fclose(archivo);
getch();
return 0;
}

double cuantil(double alfa)
{
    double aux,a,b,c,d,fa,fb,fp,p,error;
    int i=1;
    if(alfa<=.5)
        alfa=alfa;
    else
        alfa=1-alfa;
    a=0;
    b=3.2;
    c=a/sqrt(2);
    error=1;
    fa=.5*(1+erf(-c))-alfa;
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
while(i<=44)
{
    p=a+(b-a)/2;
    d=p/sqrt(2);

    fp=.5*(1+erf(-d))-alfa;
    if(fp==0)
        break;
    else
        i++;

    if(fa*fp>0)
    {
        a=p;
        aux=fp;
        fa=aux;
    }
    else
        b=p;

    i++;
}
return p;
}

void CCB(int n1,int n2,int **M)
{//inicio funcion
int b1,b2,i,j;

for(i=0;i<=n1;i++)
{
    b1=0;
    b2=0;
    for(j=0;j<=n2-1;j++)
    {
        if(i==0)
        {
            if(M[i][j]==1)
            {
                if(M[i][j+1]==1)
                    b1=1;
                else
                {
                    b1=0;
                    b2=1;
                    break;
                }
            }
        }
    }
}
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
        else
        {
            if(M[i][j]==1)
            {
                if(M[i-1][j]==1&&M[i][j+1]==1)
                    b1=1;
                else
                {
                    b1=0;
                    b2=1;
                    break;
                }
            }
        }

        if(M[i][n2-1]==0&&M[i][n2]==0)
            b2=1;
    }

    if(b1==0&&b2==1)
    {
        printf("La region critica no es un conjunto convexo de Barnard\n");
        break;
    }
}
if(b1==1&&b2==0)
printf("La region critica si es un conjunto convexo de Barnard\n\n");

}//fin

void CDSIM(int n,int **M)
{
    int b1,b2,i,j;
    b1=0;
    for(i=0;i<=n;i++)
    {
        for(j=0;j<=n;j++)
        {
            if((M[i][j]==1&&M[n-j][n-i]==1) || (M[i][j]==0&&M[n-j][n-i]==0))
                b1=1;
            if((M[i][j]==1&&M[n-j][n-i]==0) || (M[i][j]==0&&M[n-j][n-i]==1))
            {
                b1=0;
                break;
            }
        }

        if(b1==0)
            break;
}
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
}

if(b1==0)
printf("no cumple la condicion de simetria\n");
else
printf("si cumple la condicion de simetria\n");
}

double probinom(int n,int x,double p)
{
int i;
double prob=1;
if (x>n ||x<0)
prob=0;

else
{
    if(x==0)
    {
        if(p==0)
        prob=1;
        else
        {
            for(i=1;i<=n;i++)
            prob=prob*(1-p);
        }
    }
    else
    {

        if(x<=n/2)
        {
            for(i=1;i<=x;i++)
            prob=prob*p*(1-p)*(n-x+i)/i;

            for(i=x+1;i<=n-x;i++)
            prob=prob*(1-p);
        }

        else
        {
            for(i=1;i<=n-x;i++)
            prob=prob*p*(1-p)*(n-x+i)/i;

            for(i=n-x+1;i<=x;i++)
            prob=prob*p*(n-x+i)/i;
        }
    }
}

return prob;
}
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
double Beta(int n1,int n2,double k,double d,int **M)
{
    int i,j;
    double res=0,beta=0;
    for(i=0;i<=n1;i++)
    {
        for(j=0;j<=n2;j++)
        {
            res=probinom(n1,i,k)*probinom(n2,j,k-d)*M[i][j];
            beta=beta+res;
        }
    }

    return beta;
}

int ax(int x1,int n2, int **M)
{
    int j,aux,ax=0;

    for(j=0;j<=n2;j++)
    {
        if(M[x1][j]==1)
        {
            if(ax<=j)
            {
                ax=j;
                break;
            }
        }
    }

    return ax;
}

int bx(int n1,int x2, int **M)
{
    int i,aux,bx=n1;

    for(i=n1;i>=0;i--)
    {
        if(M[i][x2]==1)
        if(bx>=i)
        {
            bx=i;
            break;
        }
    }
}
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
    }
    return bx;
}

int n1est(int n1,int n2, int **M)
{
    int i,j,r,b=0;

    for(i=n1;i>=0;i--)
    {
        for(j=n2;j>=0;j--)
        {
            if(M[i][j]==1)
            {
                r=i;
                b=1;
                break;
            }
        }
        if(b==1)
        break;
    }
    return r;
}
int n2est(int n1,int n2, int **M)
{
    int i,j,s,b=0;

    for(j=0;j<=n2;j++)
    {
        for(i=0;i<=0;i++)
        {
            if(M[i][j]==1)
            {
                s=j;
                b=1;
                break;
            }
        }
        if(b==1)
        break;
    }
    return s;
}
double derivadabeta(int n1,int n2,int **M,double p,double d)
{
    int i,j;
    double beta1,suma1=0,suma2=0;

    for(i=0;i<=n1est(n1,n2,M);i++)
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
for(j=ax(i,n2,M);j<=n2;j++)
{
    suma1=suma1+probinom(n1,i,p)*(probinom(n2-1,j-1,p-d)-probinom(n2-1,j,p-d));
}

for(j=n2est(n1,n2,M);j<=n2;j++)
for(i=0;i<=bx(n1,j,M);i++)
    suma2=suma2+probinom(n2,j,p-d)*(probinom(n1-1,i-1,p)-probinom(n1-1,i,p));
    beta1=n2*suma1+n1*suma2;

//printf(" este es beta derivada %lf\n",beta1);
return beta1;
}

double derivadabeta2(int n1,int n2,int **M,double p,double d)
{
    int i,j;
    double beta2,suma1=0,suma2=0,suma3=0,suma4=0;

    for(i=0;i<=n1est(n1,n2,M);i++)
        suma1=suma1+probinom(n1,i,p)*(probinom(n2-2,ax(i,n2,M)-2,p-d)-\
probinom(n2-2,ax(i,n2,M)-1,p-d));

    for(i=0;i<=n1est(n1,n2,M);i++)
        suma2=suma2+probinom(n2-1,ax(i,n2,M)-1,p-d)*(probinom(n1-1,i-1,p)-\
probinom(n1-1,i,p));

    for(j=n2est(n1,n2,M);j<=n2;j++)
        suma3=suma3+probinom(n2,j,p-d)*(probinom(n1-2,bx(n1,j,M)-1,p)-\
probinom(n1-2,bx(n1,j,M),p));

    for(j=n2est(n1,n2,M);j<=n2;j++)
        suma4=suma4+probinom(n1-1,bx(n1,j,M),p)*(probinom(n2-1,j-1,p-d)-\
probinom(n2-1,j,p-d));
    beta2=n2*(n2-1)*suma1+n1*n2*suma2-n1*(n1-1)*suma3-n1*n2*suma4;

    return beta2;
}
double newton(int n1,int n2,int **M,double alfa0,double d)
{
    int i=1;
    double inicial,alfan=0,aux,error,p,q;
    error=1;

    inicial=alfa0;
    while(error>.00001)
    {
        p=derivadabeta(n1,n2,M,alfa0,d);
        q=derivadabeta2(n1,n2,M,alfa0,d);
```

APÉNDICE A. PROGRAMA QUE CALCULA EL TAMAÑO DE LA PRUEBA DE BLACKWELDER

```
alfan=alfa0-(p/q);
if((alfa0-alfan)>0)
error=(alfa0-alfan);
else
error=(alfan-alfa0);
aux=alfan;
alfa0=aux;

if((alfan<d || alfan>(1+d)/2) || i>=10)
{
    alfan=0;

}

if(alfan==0)
break;
i++;
}

return alfan;
}
```

Apéndice B

Demostraciones

A continuación se presentan las demostraciones de los teoremas, lemas y proposiciones enunciadas en el Capítulo 2

Lema B.1. *Desigualdad de Chebyshev. Para toda variable aleatoria Y y para toda $a > 0$ y $c \in \mathbb{R}$, se tiene*

$$E(Y - c)^2 \geq a^2 P(|Y - c| \geq a).$$

Demostración: Sea $Z = Y - c$ con distribución $f(Z)$. Entonces

$$\begin{aligned} E(Z^2) &= \int_{-\infty}^{\infty} z^2 f(z) dz = \int_{|Z| \geq a} z^2 f(z) dz + \int_{|Z| < a} z^2 f(z) dz \\ &\geq \int_{|Z| \geq a} z^2 f(z) dz \geq a^2 \int_{|Z| \geq a} f(z) dz = a^2 P(|Z| \geq a). \end{aligned}$$

Si la distribución de Z es discreta, las integrales son reemplazadas por sumas. ■

Teorema B.1. *Una condición suficiente para que $Y_n \xrightarrow{P} c$ es que*

$$E(Y_n - c)^2 \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad n \rightarrow \infty,$$

i.e., que Y_n tiende a c en media cuadrática.

Demostración: Dado $\epsilon > 0$ por la desigualdad de Chebyshev se cumple que

$$E(Y - c)^2 \geq \epsilon^2 P(|Y - c| \geq \epsilon) \quad \text{implica que} \quad P(|Y - c| \geq \epsilon) \leq \frac{1}{\epsilon^2} E(Y - c)^2$$

si

$$E(Y_n - c)^2 \rightarrow 0 \quad \text{cuando} \quad n \rightarrow \infty, \quad \text{se tiene que} \quad P(|Y_n - c| \geq \epsilon) \rightarrow 0,$$

i.e.,

$$Y_n \xrightarrow{P} c. ■$$

APÉNDICE B. DEMOSTRACIONES

Teorema B.2 (Ley débil de los grandes números). *Sea X_1, X_2, \dots, X_n independientes idénticamente distribuidas con media $E[X_i] = \xi$ y varianza $\sigma^2 < \infty$. Entonces el promedio $\bar{X} = \frac{X_1+X_2+\dots+X_n}{n}$ satisface $\bar{X} \xrightarrow{P} \xi$.*

Demostración: Por el lema B.1 sabemos que

$$P[|\bar{X} - \xi| \geq \epsilon] \leq \frac{1}{\epsilon^2} E[\bar{X} - \xi]^2 = \frac{1}{\epsilon^2} \text{Var}[\bar{X}] = \frac{1}{\epsilon^2} \frac{\sigma^2}{n} \rightarrow 0, \quad n \rightarrow \infty.$$

Por lo tanto,

$$\bar{X} \xrightarrow{P} \xi.$$

■

Lema B.2. *Si E_n y F_n son dos sucesiones de eventos, tal que $P(E_n) \rightarrow 1$ y $P(F_n) \rightarrow 1$ entonces $P(E_n \cap F_n) \rightarrow 1$.*

Demostración: Sea E^C que denota el complemento de E , entonces tenemos que

$$P[(E_n \cap F_n)^C] = P[(E_n)^C \cup (F_n)^C] \leq P[(E_n)^C] + P[(F_n)^C] \rightarrow 0$$

Por lo tanto,

$$P[E_n \cap F_n] \rightarrow 1.$$

■

Proposición B.1. *Si $X_n \xrightarrow{P} 1$. Entonces $\frac{1}{X_n} \xrightarrow{P} 1$.*

Demostración:

$$\begin{aligned} P\left[\left|\frac{1}{X_n} - 1\right| \geq \epsilon\right] &= P\left[\frac{1}{X_n} \geq 1 + \epsilon\right] + P\left[\frac{1}{X_n} \leq 1 - \epsilon\right] \\ &= P\left[\frac{1}{X_n} \geq 1 + \epsilon\right] + P\left[\frac{1}{X_n} \leq 0\right] + P\left[0 < \frac{1}{X_n} \leq 1 - \epsilon\right], \end{aligned}$$

luego entonces como $X_n \xrightarrow{P} 1$ los últimos tres sumandos convergen a cero cuando n tiende a infinito.

Por lo tanto $\frac{1}{X_n} \xrightarrow{P} 1$.

■

Teorema B.3. *Si X_n y Y_n son dos sucesiones de variables aleatorias que satisfacen $X_n \xrightarrow{P} a$ y $Y_n \xrightarrow{P} b$, respectivamente. Entonces*

$$X_n + Y_n \xrightarrow{P} a + b, \tag{B.1}$$

$$X_n - Y_n \xrightarrow{P} a - b, \tag{B.2}$$

$$X_n Y_n \xrightarrow{P} ab, \tag{B.3}$$

$$\frac{X_n}{Y_n} \xrightarrow{P} \frac{a}{b} \quad \text{si } b \neq 0. \tag{B.4}$$

APÉNDICE B. DEMOSTRACIONES

Demostración: Demostración de (B.1).

$$|(X_n + Y_n) - (a + b)| = |(X_n - a) + (Y_n - b)| \leq |X_n - a| + |Y_n - b|$$

Por otro lado tenemos que dado $\epsilon > 0$, $P[|(X_n + Y_n) - (a + b)| < \epsilon] \geq P[\{|X_n - a| < \frac{\epsilon}{2}\} \cap \{|Y_n - b| < \frac{\epsilon}{2}\}]$ y como $P[|X_n - a| < \frac{\epsilon}{2}] \rightarrow 1$ y $P[|Y_n - b| < \frac{\epsilon}{2}] \rightarrow 1$ cuando $n \rightarrow \infty$, por el Lema 2.2 tenemos que $P[\{|X_n - a| < \frac{\epsilon}{2}\} \cap \{|Y_n - b| < \frac{\epsilon}{2}\}] \rightarrow 1$ cuando $n \rightarrow \infty$, entonces $P[|(X_n + Y_n) - (a + b)| < \epsilon] \geq 1$. Por lo tanto,

$$P[|(X_n + Y_n) - (a + b)| < \epsilon] \rightarrow 1, \quad n \rightarrow \infty.$$

La demostración de (B.2) es análoga a la demostración de (B.1).

Demostración de (B.3)

$$|(X_n Y_n) - (ab)| = |X_n(Y_n - b) + b(X_n - a)| \leq |X_n||Y_n - b| + |b||X_n - a|$$

Luego como $X_n \xrightarrow{P} a$, existe una sucesión constante M_1 tal que $P[|X_n(Y_n - b) + b(X_n - a)|] \leq P[M_1(|Y_n - b| + b|X_n - a|)]$ y tomando $M = \sup\{M_1, |b|\}$ se sigue que dado $\epsilon > 0$, $P[|(X_n Y_n) - (ab)| < \epsilon] \geq P[\{M|Y_n - b| < \frac{M\epsilon}{2}\} \cap \{M|X_n - a| < \frac{M\epsilon}{2}\}]$ y como $P[M|X_n - a| < \frac{M\epsilon}{2}] \rightarrow 1$ y $P[M|Y_n - b| < \frac{M\epsilon}{2}] \rightarrow 1$ cuando $n \rightarrow \infty$, por el Lema B.2 tenemos que $P[\{M|X_n - a| < \frac{M\epsilon}{2}\} \cap \{M|Y_n - b| < \frac{M\epsilon}{2}\}] \rightarrow 1$ cuando $n \rightarrow \infty$, entonces $P[|(X_n Y_n) - (ab)| < \epsilon] \geq 1$. Por lo tanto,

$$P[|(X_n Y_n) - (ab)| < \epsilon] \rightarrow 1, \quad n \rightarrow \infty.$$

Demostración de (B.4). $Y_n \xrightarrow{P} b$, por (B.3) tenemos que $\frac{1}{b}Y_n \xrightarrow{P} 1$, luego definimos $W_n = \frac{1}{b}Y_n$, entonces por la Proposición 2.1 $\frac{1}{W_n} \xrightarrow{P} 1$, así $\frac{X_n}{W_n} \xrightarrow{P} a$, es decir, $\frac{bX_n}{Y_n} \xrightarrow{P} a$ y nuevamente por (2.3) se obtiene $\frac{X_n}{Y_n} \xrightarrow{P} \frac{a}{b}$. ■

Teorema B.4. Si Y_n es una sucesión de variables aleatorias tal que $Y_n \xrightarrow{P} c$ y si f es una función la cual es continua en c , entonces

$$f(Y_n) \xrightarrow{P} f(c).$$

Demostración: Dado $\epsilon > 0$, existe $\delta > 0$ tal que $|Y - c| < \delta$ implica que $|f(Y) - f(c)| < \epsilon$. Entonces

$$P[|f(Y_n) - f(c)| < \epsilon] \geq P[|Y_n - c| < \delta] = 1 - P[|Y_n - c| \geq \delta].$$

Como $Y_n \xrightarrow{P} c$ implica que $P[|Y_n - c| \geq \delta] \xrightarrow{P} 0$, entonces se tiene que $P[|f(Y_n) - f(c)| < \epsilon] \xrightarrow{P} 1$, de donde $f(Y_n) \xrightarrow{P} f(c)$. ■

Proposición B.2. Si δ_n es una sucesión de estimadores para una función paramétrica $g(\theta)$, entonces

$$E[(\delta_n - g(\theta))^2] = b(\delta_n)^2 + Var[\delta_n].$$

Demostración:

$$\begin{aligned} E[(\delta_n - g(\theta))^2] &= E[(\delta_n - E[\delta_n] + E[\delta_n] - g(\theta))^2] \\ &= E[(\delta_n - E[\delta_n])^2 + 2(\delta_n - E[\delta_n])(E[\delta_n] - g(\theta)) + (E[\delta_n] - g(\theta))^2] \\ &= E[\delta_n - E[\delta_n]]^2 + 2E[(\delta_n - E[\delta_n])(E[\delta_n] - g(\theta))] + E[(E[\delta_n] - g(\theta))^2] \\ &= Var[\delta_n] + b(\delta_n)^2. \end{aligned}$$
■

APÉNDICE B. DEMOSTRACIONES

Debido a,

$$E[(\delta_n - E[\delta_n])(E[\delta_n] - g(\theta))] = 0 \quad \text{y} \quad E[(E[\delta_n] - g(\theta))^2] = b(\delta_n)^2.$$

Además,

$$\begin{aligned} E[(\delta_n - E[\delta_n])(E[\delta_n] - g(\theta))] &= E[\delta_n E[\delta_n] - \delta_n g(\theta) - E[\delta_n]^2 + E[\delta_n]g(\theta)] \\ &= E[\delta_n]^2 - E[\delta_n]g(\theta) - E[\delta_n]^2 + E[\delta_n]g(\theta) = 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E[(E[\delta_n] - g(\theta))^2] &= E[\delta_n]^2 - 2E[E[\delta_n]g(\theta)] + E[g(\theta)^2] \\ &= E[\delta_n]^2 - 2E[\delta_n]E[g(\theta)] + g(\theta)^2 \\ &= (E[\delta_n] - g(\theta))^2 \\ &= b(\delta_n)^2. \end{aligned}$$

Teorema B.5. Una condición suficiente para que δ_n sea un estimador consistente para $g(\theta)$ es que el sesgo y la varianza de δ_n tiendan a 0 cuando $n \rightarrow \infty$.

Demostración: Si $b(\delta_n) \rightarrow 0$ y $Var[\delta_n] \rightarrow 0$, entonces por la Proposición B.2 se tiene que

$$E[(\delta_n - g(\theta))^2] = 0$$

por otro lado, usando el Lema B.1 dado $\epsilon > 0$.

$$E[(\delta_n - g(\theta))^2] \geq \epsilon^2 P(|\delta_n - g(\theta)| \geq \epsilon) \quad \text{implica que} \quad \frac{E[(\delta_n - g(\theta))^2]}{\epsilon^2} \geq P(|\delta_n - g(\theta)| \geq \epsilon),$$

de donde,

$$P(|\delta_n - g(\theta)| \geq \epsilon) \rightarrow 0.$$

Por lo tanto

$$\delta_n \xrightarrow{P} g(\theta).$$

■

Teorema B.6. Sea X_n una sucesión de v.a. con distribución binomial $Bin(n, p)$. Si

$$Y_n = \frac{X_n}{n} \xrightarrow{P} p \quad \text{y} \quad \sigma_n^2 = Var(Y_n) = \frac{pq}{n}.$$

Entonces

$$\sqrt{n} \left(\frac{X_n}{n} - p \right) \xrightarrow{L} N(0, pq). \quad (\text{B.5})$$

Demostración: Ver [12].

Lema B.3. Si $Y_n \xrightarrow{L} Y$ y a, b son constantes con $b \neq 0$, entonces $bY_n + a \xrightarrow{L} bY + a$.

APÉNDICE B. DEMOSTRACIONES

Demostración: Sea $b > 0$ y sea x un punto de continuidad de $bY + a$. Entonces $\frac{x-a}{b}$ es un punto de continuidad de Y , además

$$\begin{aligned} P(bY_n + a \leq x) &= P\left(Y_n \leq \frac{x-a}{b}\right) \longrightarrow P\left(Y \leq \frac{x-a}{b}\right) \\ &P(bY + a \leq x). \end{aligned}$$

La demostración para $b < 0$ es análoga. ■

Teorema B.7. Si $Y_n \xrightarrow{P} Y$, entonces $Y_n \xrightarrow{L} Y$.

Teorema B.8 (Teorema de Slutsky). Si $Y_n \xrightarrow{L} Y$ y A_n y B_n tienden en probabilidad a las constantes a y b respectivamente. Entonces

$$A_n + B_n Y_n \xrightarrow{L} a + bY. \quad (\text{B.6})$$

Demostración: Demostración directa de los teoremas B.3 y B.4. ■

Teorema B.9. Una condición necesaria y suficiente para que $Y_n \xrightarrow{L} Y$ es que

$$E[f(Y_n)] \longrightarrow E[f(Y)],$$

para toda función continua y acotada f .

Demostración: Ver [9].

Proposición B.3. La función generadora de momentos de una v.a. normal estándar Z está dada por

$$M_Z(t) = e^{\frac{t^2}{2}}$$

Demostración:

$$\begin{aligned} M_Z(t) &= E[e^{tZ}] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{tx} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-t)^2}{2}} dx \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-t)^2}{2} + \frac{t^2}{2}} dx \\ &= e^{\frac{t^2}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\frac{(x-t)^2}{2}} dx \\ &= e^{\frac{t^2}{2}}. \end{aligned}$$

■

Lema B.4. Sea Z_1, Z_2, \dots, Z_n una sucesión de v.a.'s. con función de distribución F_{Z_n} y función generadora de momentos M_{Z_n} , $n \geq 1$; y sea Z una v.a. con función de distribución F_n y función generadora de momentos M_Z . Si $M_{Z_n} \rightarrow M_Z$ para todo t . Entonces $F_{Z_n}(t) \rightarrow F_n(t)$ para toda t en la cual $F_n(t)$ es continua.

APÉNDICE B. DEMOSTRACIONES

Demostración: Ver [17].

Teorema B.10 (Teorema de Continuidad). *Sean X_1, X_2, \dots, X_n v.a's.. Entonces $X_n \xrightarrow{L} X$ si y sólo si $\phi_{X_n}(t) \rightarrow \phi_X(t)$.*

Demostración: Ver [17].

Teorema B.11 (Teorema Central del Límite). *Sea $X_i, i = 1, 2, \dots$ v.a.i.i.d con $E(X_i) = \xi$ y $Var(X_i) = \sigma^2 < \infty$. Entonces*

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \xi)}{\sigma} \xrightarrow{L} N(0, 1),$$

o equivalentemente,

$$\sqrt{n}(\bar{X} - \xi) \xrightarrow{L} N(0, \sigma^2).$$

Demostración: Sea Y una v.a. y consideremos su función generadora de momentos

$$M_Y(t) = E[e^{tY}]. \quad (\text{B.7})$$

Así la distribución de la suma $Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$ de v.a's.i., tiene función generadora de momentos

$$M_{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n}(t) = E[e^{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n}] = M_{Y_1}(t)M_{Y_2}(t)\dots M_{Y_n}(t), \quad (\text{B.8})$$

que por ser independientes las $y_i, i = 1, \dots, n$, se reduce a

$$M_{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n}(t) = [M_{Y_1}(t)]^n. \quad (\text{B.9})$$

Aplicando esta fórmula a la distribución

$$\bar{Y} = \frac{\bar{X} - \xi}{\sigma} = \frac{1}{n} \sum \frac{X_i - \xi}{\sigma}. \quad (\text{B.10})$$

Como $Y_i = \frac{X_i - \xi}{\sigma}$ tiene $E[Y_i] = 0$ y $V[Y_i] = E[Y_i^2]$, considerando la expansión de e^{ty} en serie de Taylor

$$e^{ty} = 1 + ty + \frac{1}{2}t^2y^2 + R_t(y) \quad (\text{B.11})$$

donde $R_t(y) \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$.

Así,

$$\begin{aligned} M_Y(t) &= 1 + tE[Y] + \frac{1}{2}t^2E[Y^2] + E[R_t(y)] \\ &= 1 + \frac{1}{2}t^2 + E[R_t(y)], \end{aligned}$$

esto sigue que

$$M_{\sum Y_i}(t) = \left[1 + \frac{1}{2}t^2 + E[R_t(y)]\right]^n, \quad (\text{B.12})$$

entonces

$$M_{\sqrt{n}\bar{Y}}(t) = \left[1 + \frac{t^2}{2n} + E[R_{\frac{t}{\sqrt{n}}}(y)]\right]^n = \left[1 + \frac{t^2/2}{n} + E[R_{\frac{t}{\sqrt{n}}}(y)]\right]^n, \quad (\text{B.13})$$

considerando el límite cuando $n \rightarrow \infty$

APÉNDICE B. DEMOSTRACIONES

$$\begin{aligned}\lim_{n \rightarrow \infty} M_{\sqrt{n}\bar{Y}}(t) &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{t^2/2}{n} + E[R_{\frac{t}{\sqrt{n}}}(y)] \right]^n \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left[1 + \frac{t^2/2}{n} \right]^n = e^{t^2/2}.\end{aligned}$$

Usando el hecho de que cuando la función generadora de momentos existe, ésta coincide con la función característica, por la Proposición B.3 y el Teorema de Continuidad B.10, se tiene que

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X} - \xi)}{\sigma} \xrightarrow{L} N(0, 1). \quad (\text{B.14})$$

■

Proposición B.4. Sean V_1, \dots, V_{n_1} y W_1, \dots, W_{n_2} independientes con distribuciones F_1 y F_2 , respectivamente; medias respectivas μ_1 y μ_2 y varianzas finitas respectivas $\sigma^2 > 0$ y $\tau^2 > 0$. Sean $N = n_1 + n_2$, $\sigma_N = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n_1} + \frac{\tau^2}{n_2}}$. Si $\lim_{n_1, n_2 \rightarrow \infty} \frac{n_1}{N} = \zeta \in (0, 1)$, entonces

$$\frac{\bar{V} - \bar{W} - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma_N} \xrightarrow{L} N(0, 1).$$

Demostración: Ver [15]

Teorema B.12. Sea X_1, X_2, \dots, X_m una muestra aleatoria independiente (m.a.i.) con $X_i \sim Bin(n, p)$, $i = 1, 2, \dots, m$. Entonces el E.M.V. para el parámetro p está dado por

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^m X_i}{mn}.$$

Demostración:

$$\begin{aligned}f(X_i) &= \binom{n}{x_i} p^{x_i} (1-p)^{n-x_i} \\ L(p; \mathbf{X}) &= \prod_{i=1}^m \left(\binom{n}{x_i} p^{x_i} (1-p)^{n-x_i} \right) = \prod_{i=1}^m \binom{n}{x_i} p^{\sum_{i=1}^m x_i} (1-p)^{mn - \sum_{i=1}^m x_i} \\ \ln L(p; \mathbf{X}) &= \sum_{i=1}^m \ln \binom{n}{x_i} + \sum_{i=1}^m x_i \ln p + \left(mn - \sum_{i=1}^m x_i \right) \ln(1-p) \\ \frac{d \ln L(p; \mathbf{X})}{dp} &= \sum_{i=1}^m x_i \frac{1}{p} - \left(mn - \sum_{i=1}^m x_i \right) \frac{1}{1-p} \\ \Rightarrow \frac{d \ln L(p; \mathbf{X})}{dp} &= 0 \\ \Leftrightarrow \sum_{i=1}^m x_i - p \sum_{i=1}^m x_i - mnp + p \sum_{i=1}^m x_i &= 0 \\ \Leftrightarrow p = \frac{\sum_{i=1}^m x_i}{mn} &= \hat{p}.\end{aligned}$$

■

Tomando el caso particular para $m = 1$ tenemos que

$$\hat{p} = \frac{x}{n}. \quad (\text{B.15})$$

Bibliografía

- [1] Almendra-Arao, F.. A study of de Classical Asymptotic Noninferiority Test for Two Proportions, *Drug Information Journal*, vol. 43, pp 567-571, 2009
- [2] Almendra-Arao, F. and Sotres-Ramos, D. Comparison of some asymptotic non-inferiority tests for two independent proportions. *Agrociencia*, 43(2) 163-172, 2009.
- [3] Almendra-Arao, F. Acerca del desempeño de la prueba clásica asintótica de no inferioridad para dos proporciones. *Capítulo del libro Aportaciones y aplicaciones de la probabilidad y la estadística*, pp. 88-103, 2010.
- [4] Almendra-Arao, F. Efficient calculation of test sizes for non-inferiority. *Computational Statistics & Data Analysis*. Aceptado.
- [5] Almendra-Arao, F. and Sotres-Ramos, D. Some Properties of Non-inferiority Tests for Two Independent Probabilities. *Communications in Statistics – Theory and Methods*. Aceptado
- [6] Almendra-Arao, F. Barnard convex sets. *Communications in Statistics-Theory and Methods* 40 (14) 2574-2582.
- [7] Almendra-Arao, F. Comparación de Algunas Pruebas Estadísticas Asintóticas de No-Inferioridad para Contrastar dos Proporciones. Tesis Doctoral, Colegio de Postgraduados 2007.
- [8] Basu, D. On the Elimination of Nuisance Parameters. *Journal of the America Statistical Association*. 72: pp 355-366, 1997.
- [9] Billingsley, P. Probability and Measure. Second edition. John Wiley & Sons. 1986.
- [10] Blackwelder, W. Proving the null hypothesis in clinical trials. *Controlled Clinical Trials*. 3, pp 345-353, 1982.
- [11] Casella G. and Berger R. Statistical Inference. Second edition. Duxbury Thomson Learning. 2002.
- [12] Feller, W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. Third Edition. John Wiley & Sons. 1968
- [13] Farrington C., Manning G., 1990. Test statistics and sample size formulae for comparative binomial trials with null hypothesis of non-zero risk difference or non-unity relative risk. *Statistics in medicine*. 9, pp 1447-1454.
- [14] Hogg, R. and Craig, A. Introduction to Mathematical Statistics. Fifth Edition Prentice Hall. 1995.
- [15] Lehmann, E.L. Elements of Large Sample Theory. First Edition Springer. 1999.
- [16] Li, Z. Chuang-Stein, C. A note on comparing two binomial proportions in confirmatory non-inferiority trials. *Drug Information Journal*, 40: pp 203-208, 2006.

- [17] Rincón, L. Curso Intermedio de Probabilidad. Primera impresión. Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ciencias, 2008.
- [18] Röhmel J., Mannsmann U. Unconditional non-asymptotic one side test for independent binomial proportions when the interest lies in showing non-inferiority and superiority. *Biometrical Journal*. 41, 2, pp 149-170, 1999.
- [19] Sotres-Ramos, D. Almendra-Arao, F. and Ramírez-Figueroa, C. Exact Critical Values for Farrington-Manning Noninferiority Exact test. *Drug Information Journal*, vol. 44, pp 159-164, 2010.