Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LOS NIVELES DE PLOMO EN SANGRE, MÚSCULO, RIÑÓN E HÍGADO EN BOVINOS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TíTULO DE:

LICENCIADO EN MATEMÁTICAS APLICADAS

PRESENTA:

JOSÉ ANTONIO GARCÍA RAMOS

DIRECTORES DEL TRABAJO:
DR. BULMARO JUÁREZ HERNÁNDEZ
MTRA. FLORENCIA GARCÍA SEGURA

PUEBLA, PUE. 14 de noviembre de 2017

A mi madre, que gracias a Dios
aún sigue conmigo.

A mi familia, que siempre me han motivado,
en particular a mi hermana, ya que pongo un gran precedente
para que no se rinda.

A mi tía Luisa, ya que fue la única persona
que estuvo conmigo al empezar ésta licenciatura
cuando mi familia pasaba por momentos difíciles.

Agradecimientos

Agradezco a mi familia, gracias a ellos por que me han apoyado en todo a lo largo de todos estos años.

A mis amigos, ya que siempre han estado ahí cuando más se necesita, por los grandes momentos que vivímos durante todo éste tiempo.

A mis directores de tesis, Dr. Bulmaro Juárez Hernández, quien me tuvo la confianza de trabajar bajo su dirección y sobre todo mucha paciencia para poder concluir éste trabajo. A la Mtra. Florencia García Segura, que me brindó todo el apoyo y herramientas que se requerían para poder hacer ésta investigación.

A mis sinodales, Dra. Hortensia Josefina Reyes Cervantes, Dra. Gladys Linares Fleites y Dr. Victor Hugo Vázquez Guevara por aceptar ser parte del jurado y proporcionar su opinión y observaciones para mejorar éste trabajo.

Introducción

En la actualidad la sociedad presenta varios problemas y la estadística es una herramienta de gran utilidad para su análisis, desde el diseño de investigaciones que pueden abordar problemas sociales como los que se presentan en salud pública en sus diferentes áreas. En particular, la aportación que tiene este trabajo esta enfocado en el análisis de la carne que consume la población urbana, enfocado en conocer el grado de contaminación por plomo (Pb) en carne de bovinos sacrificados en rastros municipales en el cual es importante medir su concentración en corto, mediano y largo plazo. La importancia radica en la diversidad de efectos que tiene el plomo en la salud al ser ingerido. El problema de salud incrementa debido a que la normatividad vigente en la República mexicana no contempla la concentración de Pb en productos cárnicos en bovinos en rastros municipales como lo indica la NOM-004-ZOO-1994, dicha norma se refiere al control de residuos tóxicos en carne, grasa, hígado y riñón de bovinos, equinos, porcinos y ovinos [4]. Esta norma fue anulada el 9 de octubre de 2014 y publicado en el Diario Oficial de la Federación "Se cancela la Norma Oficial Mexicana NOM-004-ZOO-1994. Límites máximos permisibles y procedimientos de muestreo. Publicada y modificada respectivamente en el Diario Oficial de la Federación el 11 de agosto de 1994 y el 25 de octubre de 1996 "[5]. Por lo cual esta investigación conduce al conocimiento del nivel de concentración de Pb en rastros municipales, a diferencia de la normatividad que involucra únicamente a rastros TIF (Tipo Inspección Federal).

Para el muestreo se tomó en cuenta la procedencia de los animales dándole importancia a los que crecieron y engordaron en los municipios donde se localizan los rastros; como se muestra en los anexos de esta investigación. Una vez que se ha analizado el problema y bajo las consideraciones pertinentes se determinó el tipo de muestreo que se llevaría a cabo y el tamaño de muestra, después se procedió a tomar la muestra en colaboración con algunos estudiantes de Medicina Veterinaria y la Maestra Florencia García Segura, quien una vez tomadas las muestra analizó y nos proporcionó los resultados e interpretación de los mismos.

El desarrollo de esta investigación se desarrolló en el orden que se presenta en cada capítulo que a continuación se menciona. En el capítulo 1 se presentan los daños que causa el plomo en el cuerpo humano, desde cómo y por que vías ingresa al organizmo y como responde éste, así como los principales entes contaminantes y por qué la región de la presa Manuel Ávila Camacho es propensa a esta forma de contaminación. En el capítulo 2 se presentan las principales técnicas de estudios en muestreo, y eligiendo el que mejor se adapta y proporciona mejores resultados, los métodos estudiados en este capítulo son; *Muestreo Simple Aleatorio*, *Muestreo Estratificado Aleatorio*, *Muestreo por Conglomerados*,y *Muestreo Sistemático*. En el capítulo 3, una vez que se indentifico el método de muestreo se procedió a realizar el estudio. Finalmente en las conclusiones se presentan los resultados obtenidos y una interpretación de éstos.

Índice general

Introducción I

1. Efectos del Plomo en el cuerpo humano **1**
1.1. El Plomo 1
1.2. Efectos en el organismo 2

2. Muestreo **5**
2.1. Selección de la muestra 6
2.1.1. El sesgo 8
2.2. Muestreo Aleatorio Simple 10
2.2.1. Propiedades 11
2.2.2. Varianza de las estimaciones 13
2.2.3. Tamaño de muestra para estimar $\overline{Y}_N$ 15
2.3. Muestreo Aleatorio Estratificado 16
2.3.1. Obtención del tamaño de muestra por estrato 19
2.4. Diseño de Muestreo por Conglomerados 22
2.4.1. Muestreo conglomerado para proporciones 25
2.5. Muestreo sistemático 28
2.5.1. Estimación de media y total de la Población 29
2.5.2. Selección del tamaño de muestra 30
2.5.3. Muestreo sistemático replicado 30
2.6. Muestreo para proporciones y porcentajes 31

3. Caso de Estudio **37**
3.0.1. Objetivos 37
3.1. Diseño del Muestreo 38
3.1.1. Aplicación del Estudio 39
3.2. Análisis de Resultados 41

3.2.1. Análisis de los niveles de plomo en Sangre 44
3.2.2. Análisis de los niveles de plomo en Músculo 48
3.2.3. Análisis de los niveles de plomo en Riñón 52
3.2.4. Análisis de los niveles de plomo en Hígado 56
3.2.5. Análisis general de las muestras 60

Conclusión **65**

Anexo **67**

Bibliografía **68**

Glosario **71**

Análisis estadístico de los niveles de plomo en alimentos de origen bovino

José Antonio García Ramos

14 de Noviembre de 2017

Capítulo 1

Efectos del Plomo en el cuerpo humano

1.1. El Plomo

El plomo está clasificado dentro de los metales pesados, se denomina metal pesado a aquel elemento químico que poseé un peso atómico comprendido entre $63.55(Cu)$ y $200.59(Hg)$ y que presentan un peso específico superior a $4g/cm^{-3}$. Los metales no tienden a combinarse químicamente con otros, pero reaccionan con los no metales para formar compuestos distintos. Estos compuestos son peligrosos por que tienden a bioacumularse en la cadena trófica, esto significa un aumento en la concentración de un elemento químico en un organismo biológico en un cierto plazo, en comparación con la concentración del producto químico en el ambiente [6]. El plomo es un metal de color gris, que se encuentra de forma natural en la corteza terrestre, el cual puede ser encontrado en todas partes del medio ambiente, mucho de él proviene de actividades naturales y también antropogénicas entre las que tenemos, municiones, aleaciones metálicas y placas de rayos X [7]. El plomo es un elemento que no tiene ninguna función fisiológica conocida en el organismo humano y en general de ningún organismo vivo. Al encontrarse de forma natural en el ambiente se han extraído desde hace algunas décadas aprovechando su maleabilidad y ductilidad en la fabricación de diversos objetos desde tuberías para la conducción de agua, productos de cerámica hasta objetos de arte. El mayor consumo de este elemento se da en empresas dedicadas a la fabricación de acumuladores, baterías de autos y últimamente se ha reducido de manera considerable en gasolinas como antidetonante, en la soldadura de envases de alimentos, así como en el recubrimiento de los cables los cuales han sido sustituidos por materiales mas eficientes.

Como se ha mencionado anteriormente el plomo es un elemento que se encuentra de manera natural en el medio ambiente y el ingreso al organismo sucede de diferentes formas, por ejemplo, por vía inhalatoria entran humos, gases y polvo que contienen plomo. Por vía oral ingresan alimentos vegetales, frutales, agua y productos pecuarios, por todas estas formas de ingreso el plomo es considerado un contaminante genobiótico (se puede encontrar en agua, suelo y aire). Una vez dentro del organizmo la reacción que presenta es la de un radical libre, es decir, puede reaccionar con el calcio, el hierro etc. produciendose reacciones de óxido reducción (ganando o perdiendo electrones).

1.2. Efectos en el organismo

El ingreso del Pb en el organismo es por diferentes vías: inhalación cuando se encuentra en partículas menores a 10 micras $pm10$, en cultivos agrícolas, en alimentos preparados en vía publica en áreas con demasiado tránsito vehicular o en alimentos contaminados como es el caso de la carne.

Al ser absorvido a nivel intestinal, se conduce ocupando la hemoglobina de eritrocitos, el resto se une a la albúmina del suero y solamente una pequeña proporción. Sin embargo la fracción que no se fija mantiene un equilibrio dinámico con el plomo fijado a los eritrocitos y a la albúmina del suero. La distribución del plomo hacia los diversos tejidos se realiza a partir de la fracción sin fijarse, ésta es, posiblemente la responsable de los efectos tóxicos. Cuando la circulación portal lleva plomo a través del hígado, es separada una buena parte del mismo que se excreta con la bilis. Así, por esta reacción el tejido hepático tiende a contener más plomo que algunos otros tejidos, aunque no se considera que el hígado sea un sumidero del plomo como lo es del cobre, la salida del plomo del cuerpo es a través de riñones y heces. En la corteza renal aparecen mayores concentraciones de este metal que en el hígado, posiblemente por que el plomo es captado formando inclusiones intranucleares de proteinato de plomo en las células de los epitelios [7]. El plomo puede afectar algo de cada órgano y sistemas del cuerpo, altos niveles de plomo disminuyen el tiempo de reacción por que se presenta debilidad en dedos de las manos, muñecas, tobillos y afecta la memoria [9].

Por su tamaño y carga, el plomo puede sustituir al calcio y además de manera preferente, su sitio de acumulación, es el tejido óseo, esta situación es particularmente alarmante en niños, debido a que conduce una falta de crecimiento óseo. Altas dosis de calcio hacen que el plomo sea normal en tejidos óseos y que pese a incorporarse al torrente sanguíneo, entre algunos de los efectos, altera la hemoglobina sanguínea, pero cabe aclarar que sus sińtomas son tan poco específicos que dar un diagnóstico de intoxicación por plomo resulta muy difícil[7]. Los síntomas tempranos son: fatiga, dolores musculares, dolores óseos y dolores abdominales vagos. Una vez en la sangre puede inducir nefrotoxicidad, hemotoxicidad, neurotoxicidad e hipertensión.

Niveles de plomo en la sangre de $0.48\mu g/l$ pueden inducir efectos en los niños desde su desarrollo en el embarazo como son: daño durante el desarrollo de los órganos del feto, daño en el sistema nervioso central, reducción de las habilidades mentales e iniciación de desórdenes del comportamiento, inhibición en las funciones del calcio, bajo coeficiente intelectual, elevación de los umbrales auditivos o peso reducido en recién nacidos [7]. En adultos que trabajan en industrias que utilizan el plomo para su producción, el plomo se incorpora más rápidamente en la sangre. La osteoporosis, embarazo o enfermedades crónicas pueden hacer que el plomo se incorpore más rapidamente a la sangre. Los problemas relacionados con la alta exposición al plomo incluyen daño en: los riñones, tracto gastrointestinal, sistema reprodutor, a los órganos productores de sangre y neurológicos [10].

Los efectos tóxicos del plomo se deben a que inhibe en forma no competitiva diversos sistemas enzimáticos, como la actividad de diversas enzimas de la vía de biosíntesis del HEM, incluyendo la deshidratada y ferroquelatasa del ácido aminolevulínico delta (ALA), los sustratos de estas enzimas se acumulan en los eritrocitos. Cuando la sangre fluye a través de los huesos, el plomo sin fijar se une a la sustancia ósea y queda inmovilizado, especialmente en las regiones óseas en crecimiento, considerándose al tejido óseo como un vertedero de plomo. Los huesos pueden contener el 90-98 % de la carga total de plomo del organismo, ésta acción de captación del hueso no se produce súbitamente después de una dosificación aguda, más bien se trata de un proceso lento que determina la redistribución del plomo desde los tejidos blandos del organismo al haber inmunodepresión. Así, el depósito óseo supone un importante mecanismo de detoxificación cuando el organismo está sometido a una exposición crónica ósea de pequeñas concentraciones, el tejido óseo no puede contener una cantidad ilimitada de plomo, cuando se saturan los huesos pueden aparecer súbitamente síntomas de toxicosis, debido a que se elevan las concentraciones en la sangre y tejidos blandos durante la exposición a este metal [11].

Diferentes estudios han demostrado que diversos grados de exposición al plomo pueden reducir de modo significativo el coeficiente intelectual de los niños de edad escolar, cálculos indican que los niveles de plomo en sangre de tan sólo 10 a 20 $\mu g/dl$ se asocia con una disminución en el coeficiente intelectual promedio, de 2.5 puntos y de un punto, respectivamente. Hoy en día son cada vez más escasos las chatarras o residuos procedentes de tuberías, planchas y otras aplicaciones clásicas del plomo debido a un uso decreciente del mismo.

Esta investigación se concentra en los niveles de Pb que pueden ingerirse por medio de la carne contaminada y compara éstos niveles con los límites permisibles.

Capítulo 2

Muestreo

El objetivo primordial en estadística es hacer inferencia o pronóstico a partir de los datos obtenidos en una muestra representativa de la población bajo estudio, de esta manera, el primer paso es obtener una muestra, después proponer un modelo estadístico que exprese las caracterísitcas de interés del fenómeno bajo estudio, para ésto se debe encontrar una manera de expresar una inferencia acerca de un conjunto de mediciones, después se considera la forma en la que se puede hacer inferencia acerca de la población, estimando el o los parámetros del modelo propuesto con base a la información obtenida tomando en cuenta distribuciones de probabilidad de cantidades muestrales o distribuciones. El conocimiento de estas distribuciones nos permiten seleccionar procedimientos adecuados para hacer la inferencia y asignar medidas de bondad a tales inferencias.

A continuación se presentan los conceptos y diseños de muestreo básicos, que serán usados en la obtención de los datos propuestos en este trabajo.

Definición 2.0.1. *Un elemento es un objeto en el cual se toman las mediciones.*

Ya que las mediciones son normalmente consideradas como números, el experimentador puede obtener datos numéricos.

Definición 2.0.2. *Una población es una colección de elementos acerca de los cuales deseamos hacer una inferencia.*

Una tarea importante para el investigador es definir cuidadosa y completamente la población antes de recolectar la muestra, ya que ésta debe contener una descripción y especificación de las mediciones que se van a considerar.

Definición 2.0.3. *Las unidades de muestreo son colecciones no traslapadas de elementos de la población que cubren la población completa.*

Tal como se especifica, las unidades de muestreo no deben traslaparse, aunque en ocaciones esta condición es practicamente imposible de lograr.

Definición 2.0.4. *Un marco de muestreo es una lista de unidades de muestreo.*

Algunos esquemas de muestreo pueden requerir marcos múltiples.

Definición 2.0.5. *Una muestra es una colección de unidades seleccionadas de un marco.*

Los datos son obtenidos de los elementos de la muestra y usados para describir a la población.

2.1. Selección de la muestra

El objetivo del muestreo es estimar parámetros de la población, tales como la media o el total en base a la muestra, la información obtenida, dependerá del número de unidades muestrales que incluye la muestra y por el método usado para seleccionar los datos muestrales. Para determinar que proceso usar y el número de observaciones a incluir en la muestra se consireran muchos factores, por ejemplo, los recursos económicos con los que se cuentra, el tiempo, el tamaño de la población, etc. Si θ es el parámetro de interés y $\widehat{\theta}$ es un estimador de θ, se debe establecer un límite para el error de estimación, en donde θ y $\widehat{\theta}$ difieran en valor absoluto en una cantidad menor que B, al cual se le conoce como precisión de la estimación, esto es:

$$\text{error de estimación} = |\theta - \widehat{\theta}| < B.$$

Se establece también una probabilidad $(1 - \alpha)$ la cual especifica la fracción de las veces en muestreo repetido en el que se requiere que el error de estimación sea menor que B. esto es:

$$P[\text{Error de estimación} < B] = 1 - \alpha.$$

Usualmente se selecciona $B = 2\sigma_{\widehat{\theta}}$, y $(1 - \alpha)$ será aproximadamente 0.95 para distribución normal estándar.

Después de obtener un límite específico con una probabilidad asociada, se comparan diseños diferentes para determinar que procedimiento proporciona mayor precisión al mínimo costo.

Usualmente usamos el término de *estimador* para designar una función que sólo depende de la muestra, la cual sirve para describir alguna característica de la población y el término estimación para un valor específico del estimador, cuando se tiene una realización de la muestra. Un estimador $\widehat{\mu}$ de μ dado por un plan de muestreo aplicado en una población finita se llama insesgado si el valor medio de $\widehat{\mu}$ dado por la muestra es igual a μ, esto es:

$$E(\widehat{\mu}) = \sum_{i=1}^{v} \pi_i \widehat{\mu_i} = \mu,$$

en donde $\widehat{\mu_i}$ es la estimación dada por la i-ésima muestra, E es el valor esperado y π_i es la probabilidad de que cada muestra posible sea seleccionada.

El diseño básico o *aleatorio simple*, consiste en seleccionar un grupo de n unidades muestrales de tal manera que cada muestra de tamaño n tenga la misma probabilidad de ser seleccionada. Entonces, podemos obtener una muestra aleatoria de n votantes, por ejemplo, en la encuesta de emisión de bonos, a través de la extracción de nombres de la lista de votantes registrados, de tal manera que cada muestra de tamaño n tenga la misma probabilidad de selección.

Ahora supóngase que la comunidad consta de personas con dos grupos de ingresos, alto y bajo, los cuales pueden tener opiniones distintas sobre la emisión de bonos, para obtener información exacta acerca de la población se muestrean votantes de cada grupo, los cuales se pueden dividir en dos grupos o estratos y seleccionar una muestra irrestricta aleatoria de cada grupo. A la muestra resultante se le llama *muestra aleatoria estratificada*.

Aunque se deseen preferencias individuales, un procedimiento más económico puede ser el muestrear sólo a familias específicas, edificios de departamentos o manzanas. Las preferencias individuales pueden ser obtenidas de cada votante elegible dentro de cada unidad muestreada. Esta técnica es llamada *muestreo por conglomerados*, aunque se divide en grupos, difiere del muestreo aleatorio estratificado ya que las técnicas son diferentes. En muestreo aleatorio estratificado tomamos una muestra aleatoria simple en cada estrato, mientras que en muestreo por conglomerados se toma una muestra aleatoria simple de los grupos y se muestrean todos los elementos de los grupos seleccionados.

Algunas veces, los nombres de las personas en una población de interés se encuentran en un listado, es decir, se enumeran de 1 a N en cierto orden. Para esta situación una técnica es extraer la muestra de n unidades, tomando una unidad al azar entre las k primeras y luego seleccionar, por ejemplo cada diez o quince nombres después del anterior, con lo que se obtiene un *muestreo sistemático*.

Las observaciones cuestan dinero y varían al aplicar distintos métodos dependiendo de que tipo de información se quiera obtener, por tanto se debe elegir el método por el cual se obtenga un menor error con la menor cantidad de observaciones, esto es elegir el método que nos de menor costo.

2.1.1. El sesgo

En el muestreo hay que considerar y tener muy presente el sesgo ya que en la mayoría de problemas comunes los estimadores más apropiados y convenientes para el estudio son sesgados. Aún cuando en el muestreo probabilista los estimadores sean insesgados, los errores de medición y las no respuestas, pueden producir sesgos al calcular las estimaciones a partir de los datos.

Supóngase que la estimación $\widehat{\mu}$ está normalmente distribuida alrededor de una media m que está a una distancia B del verdadero valor μ de la población, como se muestra en la figura 2.1. La magnitud del sesgo es $B = m - \mu$. Si se desconoce el sesgo y procedemos a calcular la desviación estandar $\sigma_{\widehat{\mu}}$ de la distribución de frecuencias respecto al estimador, se afirma, acerca de la exactitud de la estimación, que la probabilidad de que el estimador $\widehat{\mu}$, difiera del valor verdadero por más de 1.96σ (donde σ es la desviación estándar de la distribución de frecuencias) es de 0.05. Para analizar como la presencia del sesgo altera esta probabilidad calculamos la verdadera probabilidad de que la estimación esté en error por mas de 1.96σ, donde el error es medido a partir de la verdadera media μ.

Para realizar lo anterior se deben examinar ambos lados de la distribución por separado.

Para el extremo derecho, la probabilidad de un error de más $+1.96\sigma$ es el área sombreada a partir de Q en la figura 2.1 la que está dada por:

$$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{\mu+1.96\sigma}^{\infty} e^{-\frac{(\widehat{\mu}-m)^2}{2\sigma^2}}d\widehat{\mu}.$$

Ahora haciendo el cambio de variable $t = \frac{\widetilde{\mu}-m}{\sigma}$ obtenemos que lo anterior es

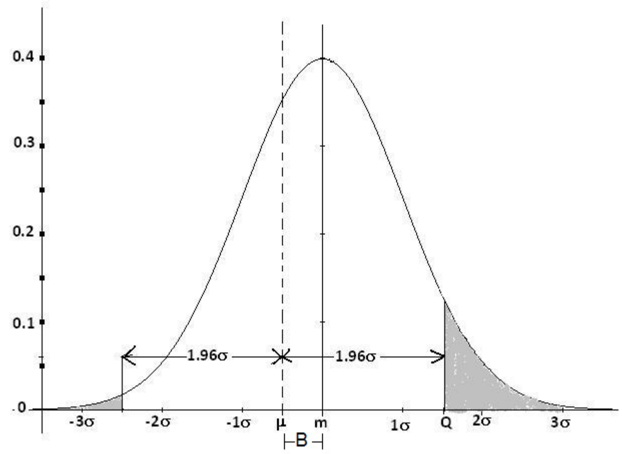


Figura 2.1: Sesgo

igual a:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{1.96-(B/\sigma)}^{\infty} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt.$$

De manera análoga, el área sombreada a la izquierda a partir de P, tiene un área igual a:

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{-1.96-(B/\sigma)} e^{-\frac{t^2}{2}}\,dt.$$

Los valores de la probabilidad de error en función de la razón del sesgo B a la desviación estándar σ se da en la tabla 2.1.

En caso de considerar la probabilidad total de cometer un error mayor a 1.96σ, el sesgo tiene poco efecto, siempre y cuando sea menor que una décima de la desviación estándar, se puede ver que conforme aumenta el sesgo la perturbación es más grande. También se observa que los dos lados de la distribución se afectan de manera diferente, así con un sesgo positivo, la probabilidad de una sobre la estimación superior a 1.96σ, en la cola izquierda, disminuye con rapidez del valor supuesto de 0.025 para volverse despreciable cuando $B = \sigma$. Por otra parte, en la cola derecha, la probabilidad de la sobre estimación correspondiente aumenta en forma constante. Aunque en la mayoría de aplicaciones el error total es de interés primordial, pero en ocaciones se está interesado en los errores cometidos en una sola dirección.

Como una regla de trabajo, el efecto del sesgo en la exactitud de un estimador es despreciable si el sesgo es menor que un décimo de la desviación estándar de la estimación, esto es si se produce un sesgo para el cual $B/\sigma < 0.01$, en donde B es la magnitud del sesgo no es una desventaja del método. A los sesgos que surgen en la estimación de proporciones, se pueden determinar matemáticamente un límite superior para B/σ. Si la muestra es suficientemente grande, se puede tener la confianza de que B/σ no excederá a 0.1. Por otra parte con sesgos causados por errores de medición o de no respuesta, generalmente es imposible encontrar una cota superior para B/σ que sea pequeña.

Probabilidad de error			
B/σ	$< -1.96\sigma$	$> 1.96\sigma$	Total
0.02	0.0238	0.0262	0.0500
0.04	0.0228	0.0274	0.0502
0.06	0.0217	0.0287	0.0504
0.08	0.0207	0.0301	0.0508
0.10	0.0197	0.0314	0.0511
0.20	0.0154	0.0392	0.0546
0.40	0.0091	0.0594	0.0685
0.60	0.0052	0.0869	0.0921
0.80	0.0029	0.1230	0.1259
1.00	0.0015	0.1685	0.1700
1.50	0.0003	0.3228	0.3231

Tabla 2.1: Valores de la probabilidad de error en función de la razón del sesgo B a la desviación estándar σ

2.2. Muestreo Aleatorio Simple

El muestreo es un proceso de selección al azar para obtener una muestra que tenga cierta probabilidad de ocurrencia, el muestreo aleatorio simple es el mas simple de los métodos de muestreo, el cual sirve de base para los demás esquemas. A partir de una población de tamaño N se selecciona un número n de unidades. Para seleccionar la muestra se puede auxiliar de números aleatorios. En dado caso de que la unidad seleccionada se regrese a la población en n ocaciones obtenemos una muestra irrestricta aleatoria de n unidades seleccionadas con reemplazo. Sin embargo si se continúa este procedimiento hasta que n unidades diferentes son seleccionadas y se ignoran todas las repeticiones se obtiene una muestra aleatoria simple, seleccionada sin reemplazo.

2.2.1. Propiedades

1. La probabilidad de seleccionar una unidad en la primera etapa es igual, al seleccionar una de N que componen la población lo que ocurre con probabilidad $\frac{1}{N}$ y es denotado por:

$$P(X_{i1}\epsilon S, \text{en la Primera extracción}) = \frac{1}{N}; \forall X_i \text{ en la población.}$$

   Donde S es el conjunto que representa a la muestra.

2. La probabilidad de que una unidad específica de la población sea seleccionada en cualquier nivel de la extracción es igual a $\frac{1}{N}$, Si P representa una población con N elementos y si X_{ij} indica que en la j-ésima extracción se elige la i-ésima unidad, entonces, se tiene que

$$\mathbb{P}(X_{i1}) = \frac{1}{N};\ \text{para cualquier } x_i\epsilon P.$$

$$\mathbb{P}(X_{i2}) = \mathbb{P}(X_{k1} \text{ y } X_{i2},\ \text{para } K \neq i,\ \text{considerando a i fijo})$$
$$= \mathbb{P}(X_{k1},\ \text{para cualquier } k \neq i)\mathbb{P}(X_{i2},\ \text{para } k \neq i,\ \text{considerando a i fijo})$$
$$= \frac{N-1}{N}\frac{1}{N-1} = \frac{1}{N}.$$
$$\mathbb{P}(X_{i3}) = \mathbb{P}(X_{k1}, X_{l2} \text{ y } X_{i3},\ \text{para } k \neq l, k \neq i \text{ y } l \neq i)$$
$$= \mathbb{P}(X_{k1},\ \text{para cualquier } k \neq i)\mathbb{P}(X_{l2},\ \text{para cualquier } l \neq k \text{ y } k \neq i)$$
$$\mathbb{P}(X_{i3},\ \text{para } i \neq k \text{ y } i \neq l)$$
$$= \frac{N-1}{N}\frac{N-2}{N-1}\frac{1}{N-2} = \frac{1}{N}.$$

   Siguiendo el mismo procedimiento obtenemos que

$$\mathbb{P}(X_{im}) = \frac{1}{N},\ \text{para todo m, tal que, } 0 \leq m \leq N+1.$$

3. La probabilidad de que una unidad cualquiera de la población de muestreo sea incluida en la muestra de tamaño n, es igual a $\frac{n}{N}$, esto es, $\mathbb{P}(X_i \epsilon S) = \frac{n}{N}$.

4. La probabilidad de selección de cada uno de los conjuntos de tamaño n, que constituyen muestras posibles, es igual a: $P(M_n) = \frac{1}{{}_N C_n}$, en donde M_n, es una muestra de tamaño n tomada de P, y ${}_N C_n := \binom{N}{n}$.

Supóngase una población de N unidades y que se extrae una muestra aleatoria simple de tamaño n, los valores observados en las unidades extraídas se representan por $y_1, y_2, ..., y_n$, si la media se calcula con todas las observaciones de la población este valor corresponderá a la media poblacional y si se calcula la media con las observaciones incluídas en una muestra entonces esa será la media muestral, la cual es un estimador de la media poblacional. Con lo que establecemos:

	Población(parámetro)	Muestra(Estimación)
Total:	$Y = \sum_{i=1}^{N} Y_i$	$y = \sum_{i=1}^{n} y_i$
Media:	$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{N}}{N}$	$\overline{y}_n = \frac{\sum_{i=1}^{n}}{n}$
Varianza:	$S_N^2 = Var(Y_i) = \frac{\sum_{i=1}^{N}(Y_i - \overline{Y})^2}{N-1}$	$s_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_n)^2}{n-1}$

Tabla 2.2: Estimadores

La Media $= \overline{Y}$, el total $= Y$, la porción de dos totales o medias: $R = \frac{Y}{X} = \frac{\overline{Y}}{\overline{X}}$ y la proporción de unidades que caen dentro de alguna clase definida son el interés del muestreo aunque éste se realice para muchos propósitos.

Definición 2.2.1. *Un método de estimación se dice ser consistente, si la estimación se vuelve exactamente igual al valor del parámetro poblacional que se está estimando cuando* $n = N$*, es decir, cuando la muestra está constituida por la población total.*

La consistencia es una propiedad deseable de los estimadores.

Definición 2.2.2. *Un método de estimación se dice ser insesgado si el valor promedio de la estimación, la cual se toma sobre todas las posibles muestras de tamaño n dado, es igual al valor verdadero del parámetro de la población. Si el método es insesgado, este resultado debe ser cierto para cualquier n.*

Para verificar si $\overline{y}_n$ es insesgado con el muestreo simple aleatorio, se calcula el valor de $\overline{y}_n$ para todas las ${}_NC_n$ muestras posibles y se calcula el promedio de las estimaciones. Se usará el símbolo E para indicar este promedio sobre todas las muestras posibles.

Teorema 2.2.1. *La media muestral* $\overline{y}_n$ *es un estimador insesgado de* $\overline{Y}$.

Demostración. Por definición:

$$E_{\overline{y}_n} = \frac{\sum_{{}_NC_n} \overline{y}_n}{{}_NC_n} = \frac{\sum_{{}_NC_n}(y_{i_1 1} + ... + y_{i_n n})}{n\frac{N!}{n!(N-n)!}},$$

en donde la suma se extiende sobre todas las ${}_xC_n$ muestras. Para evaluar esta suma, en principio, se calcula en cuantas muestras aparece un valor específico, y_i. Puesto que, están disponibles otras $N-1$ unidades para el resto de la muestra y otros $n-1$ lugares para completar la muestra, entonces, el número de muestras que contienen a y_i es:

$${}_{N-1}C_{n-1} = \binom{N-1}{n-1} = \frac{(N-1)!}{(n-1)!(N-n)!},$$

de donde

$$\sum_{{}_NC_n}(y_{i_1 1} + ... + y_{i_n n}) = \frac{(N-1)!}{(n-1)!(N-n)!}(y_1 + y_2 + ... + y_N),$$

luego, sustituyendo en la expresión dada inicialmente para $E_{\overline{y}_n}$ se tiene que,

$$E_{\overline{y}_n} = \frac{(N-1)!}{(n-1)!(N-n)!}\frac{n!(N-n)!}{nN!}(y_1+y_2+...+y_N) = \frac{y_1 + y_2 + ... + y_N}{N} = \overline{Y}.$$

■

2.2.2. Varianza de las estimaciones

La varianza de la media muestral ($\overline{y}_n$), representa la media aritmética de las desviaciones al cuadrado de las estimaciones $\overline{y}_n$ respecto a la media poblacional $\overline{Y}_N$, lo que se representa como: $E[(\overline{y}_n - E\overline{y}_n)^2] = E[(\overline{y}_n - \overline{Y}_N)^2]$ tomada sobre todas las ${}_NC_n$ muestras posibles.

Teorema 2.2.2. *La varianza de la media muestral $\overline{y_n}$ en el Muestreo Aleatorio Simple es,*

$$V(\overline{y}_n) = E[(\overline{y}_n - \overline{Y_N})^2] = \frac{N-n}{N}\frac{S_N^2}{n} = (1-f)\frac{S_N^2}{n},$$

en donde $f = \frac{n}{N}$ es la fracción de muestreo y $fcpf = \frac{N-n}{N} = 1 - f$ es el factor de corrección por población finita o factor de corrección por finitud.

Demostración. De antemano tenemos que:

$$n(\overline{y}_n - \overline{Y}) = (y_1 - \overline{Y}) + (y_2 - \overline{Y}) + ... + (y_n - \overline{Y}), \tag{2.1}$$

ahora, como sabemos que cada unidad aparece en el mismo número de muestras, entonces por simetría,

$$E\{(y_1 - \overline{Y})^2 + (y_2 - \overline{Y})^2 + ... + (y_n - \overline{Y})^2\}$$
$$= \frac{n}{N}\{(y_1 - \overline{Y})^2 + ... + (y_N - \overline{Y})^2\},$$

y por el mismo argumento, se tiene que;

$$E\{(y_1 - \overline{Y})(y_2 - \overline{Y}) + (y_1 - \overline{Y})(y_3 - \overline{Y}) + ... + (y_{n-1} - \overline{Y})(y_n - \overline{Y})\}$$

$$= \frac{n(n-1)}{N(N-1)}\{(y_1 - \overline{Y})(y_2 - \overline{Y}) + (y_1 - \overline{Y})(y_3 - \overline{Y}) + ... + (y_{N-1} - \overline{Y})(y_N - \overline{Y})\}.$$

En la ecuación anterior, la suma de los productos se extiende sobre todas las parejas de unidades de la muestra en la población, respectivamente. La suma del lado izquierdo contiene $\frac{n(n-1)}{2}$ términos y la suma de la derecha $\frac{N(N-1)}{2}$ términos.

Ahora, elevando al cuadrado cada miembro de la ecuación (2.1) y promediando sobre todas las muestras aleatorias simples, y usando las dos últimas ecuaciones, se tiene;

$$n^2 E(\overline{y}_n - \overline{Y})^2 = \frac{n}{N}\{(y_1 - \overline{Y})^2 + (y_2 - \overline{Y})^2 + ... + (y_N - \overline{Y})^2$$
$$+ \frac{2(n-1)}{N-1}[(y_1 - \overline{Y})(y_2 - \overline{Y}) + ... + (y_{N-1} - \overline{Y})(y_N - \overline{Y})]\}.$$

Ahora, en la ecuación anterior se completa el cuadrado, el cual incluye al término que contiene los dobles productos, obteniénodse;

$$n^2 E(\overline{y}_n - \overline{Y})^2 = \frac{n}{N}\{(1 - \frac{n-1}{N-1})[(y_1 - \overline{Y})^2 + ... + (y_N - \overline{Y})]$$

$$+\frac{n-1}{N-1}[(y_1-\overline{Y})+...+(y_N-\overline{Y})]^2\}.$$

Se puede observar que el último término dentro de las llaves se anula puesto que $\sum_{i=1}^{N} y_i = N\overline{Y}$. Finalmente al dividir ambos miembros por n^2 da como resultado;

$$V(\overline{y}_n)=E(\overline{y}_n-\overline{Y}_N)^2=\frac{N-n}{nN(N-1)}\sum_{i=1}^{N}(y_i-\overline{Y})^2=\frac{N-n}{N}\frac{S_N^2}{n}=(1-f)\frac{S_N^2}{n}. \quad (2.2)$$

Con lo cual se ha demostrado lo deseado.

■

2.2.3. Tamaño de muestra para estimar $\overline{Y}_N$

En las encuestas por muestreo un factor importante es, determinar el tamaño de la muestra, para estimar el parámetro de interés de tal manera que se cumpla cierta precisión y cierta confiabilidad, para esto, determinar el tamaño fijando la precisión y la confiabilidad del estimador, en donde:

- La precisión se refiere al máximo alejamiento o error entre el estimador y el parámetro correspondiente que el investigador esta dispuesto a aceptar, también es llamado margen de error.

- La confiabilidad está dada por la seguridad o confianza que se desea tener de que el estimador conserve la precisión deseada.

La expresión que relaciona estos dos conceptos esta dada por:

$$d = z_{\alpha/2}\cdot s_{\overline{y}_n},$$

en donde: d =precisión(máximo error de muestreo que el investigador está dispuesto a cometer).

$z_{\alpha/2}$ = percentil o cualtil de nivel $\alpha/2$ de la distribución normal estándar.

$s_{\overline{y}_n}$ =estimación de la desviación estándar de la media muestral.

Así evaluando ambos lados de la ecuación y considerando que $s^2_{\overline{y}_n} = \frac{(N-n)s_n^2}{nN}$, se obtiene que

$$d^2=\frac{z^2_{\alpha/2}Nx_n^2-z^2_{\alpha/2}ns_n^2}{nN}\Rightarrow nNd^2+nz^2_{\alpha/2}s_n^2=Nz^2_{\alpha/2}s_n^2.$$

Esto es,

$$n = \frac{N z_{\alpha/2}^2 s_n^2}{N d^2 + z_{\alpha/2}^2 s_n^2}.$$

O bien si se considera $n_0 = \frac{z_{\alpha/2}^2 s_n^2}{d^2}$, que representa el tamaño de la muestra para estimar la media poblacional cuando la población es infinita o muy grande en el Muestreo Aleatorio Simple, entonces se tiene que,

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}}.$$

Por tanto el tamaño de muestra para estimar $\overline{Y}_N$ es:

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}},$$

en donde,

$$n_0 = \frac{z_{\alpha/2} s_n^2}{d^2}.$$

2.3. Muestreo Aleatorio Estratificado

En el estudio de muestreo el tamaño de la muestra depende de la variabilidad de las unidades de muestreo que conforman la población, si se cuenta con una población muy heterogénea, el tamaño de muestra por Muestreo Simple Aleatorio será relativamente grande lo que hace que se eleve el costo del muestreo.

Con frecuencia se tiene información adicional que ayuda a diseñar la muestra, ya que la variable que nos interesa asume diferentes valores promedio en diferentes subpoblaciones, se podrían obtener estimaciones más precisas de las cantidades de la población al tomar una muestra aleatoria estratificada, en algunas ocasiones conviene dividir a la población en K subpoblaciones, llamadas estratos, éstos conforman una partición de la población, es decir, los estratos no se traslapan y conforman la población completa, de manera que cada unidad de muestreo pertenece a un sólo estrato. De esta manera para realizar un muestreo estratificado, se extrae una muestra independiente en cada estrato y, posteriormente, se reúne la información para obtener las estimaciones globales de la población.

El muestreo estratificado aleatorio nos proveé de una técnica que consiste en agrupar las unidades de muestreo, de tal forma que la variación de las mismas, elimine su efecto en el tamaño de la muestra. Se sabe que el tamaño de la muestra depende de la varianza de la población, mediante la estratificación se obtienen menores valores para la varianza, comparándola con otros métodos de muestreo, es por eso que la estratificación disminuye la varianza y consecuentemente nos da menor tamaño de muestra. Para esto, se divide la población en K subconjuntos homogéneos, una vez hecho esto, se obtiene una muestra simple aleatoria dentro de cada uno de los estratos y con éllas se estructura la muestra total para estimar los parámetros de la población motivo de estudio. La aplicación de este diseño nos genera algunas ventajas. Se obtiene información no sólo para toda la población, sino en forma específica para cada uno de los estratos ya que la muestra se distribuye sobre toda la población se asegura que la muestra va a estar compuesta con unidades de muestreo de todos y cada uno de los estratos de interés.

Para la aplicación del muestreo estratificado aleatorio se deben cumplir las siguientes condiciones básicas:

- La población debe tener una estructura en la que se puedan formar subconjuntos homogéneos, de tal manera que nos conduzca a estimaciones más precisas.
- El número de elementos de la población al cual denotaremos por N debe ser conocido. Además, el número de elementos en cada estrato al cual denotaremos por N_i también debe ser conocido.
- Un elemento de la población, el cual se denotará como X_{hj} que representa al elemento j del estrato h, sólo puede pertenecer a uno y sólo uno de los estratos
- El número mínimo de elementos en cada estrato deberá ser igual a 2, ya que es el número mínimo necesario para calcular la varianza del estrato.

Notación: El subíndice h denota el estrato, e i la unidad del estrato, todos los símbolos siguientes se refieren al estrato h.

- X_{hj} = valor de la unidad j en el estrato h.
- $X_h = \sum_{j=1}^{N_h} X_{hj}$ =total de la población en el estrato h.

- $X.. = \sum_{h=1}^{H} X_h$ = total de la población.

- $\overline{X}_{hU} = \frac{\sum_{j=1}^{N_h} X_{hj}}{N_h}$ = media de la población en el estrato h

- $\overline{Y}_U = \frac{X..}{N} = \frac{\sum_{h=1}^{H}\sum_{j=1}^{N_h} X_{hj}}{N}$ = media global de la población.

- $S_h^2 = \frac{1}{N_h-1}\sum_{j=1}^{N_h}(x_{hj} - \overline{X}_{hU})^2$ = varianza de la población en el estrato h.

Las cantidades correspondientes para la muestra, al utilizar las estimaciones de la muestra aleatoria simple dentro de cada estrato, son:

- $\overline{x}_h = \frac{\sum_{j\epsilon E_h} x_{hj}}{n_h}$ =media muestral en el estrato h.

- $\widehat{X}_h = \frac{N_h}{n_h}\sum_{j\epsilon E_h} x_{hj} = N_h\overline{x}_h$ =estimación del total de la población en el estrato h.

- $s_h^2 = \frac{1}{n_h-1}\sum_{j\epsilon E_h}(x_{hj} - \overline{x}_h)^2$ =estimación de la varianza de la población en el estrato h.

Si sólo se extrae una muestra del estrato h. Ahí se tiene una población de N_h unidades y se obtiene una muestra simple aleatoria de tamaño n_h. Entonces se estima $\overline{X}_{hU}$ mediante $\overline{x}_h$, y a X_h mediante $\widehat{X_h} = N_h\overline{x_h}$. El total de la población es $X.. = \sum_{h=1}^{H} X_h$ de modo que se estima X.. mediante la siguiente expresión:

$$\widehat{X}.. = \sum_{h=1}^{H} \widehat{X}_h = \sum_{h=1}^{H} N_h\overline{x}_h.$$

Entonces, para estimar $\overline{X}_U$, se usa:

$$\overline{x}_e = \frac{\widehat{X}..}{N} = \sum_{h=1}^{H} \frac{N_h}{N}\overline{x}_h.$$

Este es un promedio ponderado de los promedios de los estratos de la muestra, los pesos son los tamaños relativos de los estratos.

2.3.1. Obtención del tamaño de muestra por estrato

En el muestreo estratificado aleatorio el proceso de cálculo del tamaño de muestra incluye dos etapas, primero el cálculo del tamaño de muestra "n" para todo el marco y segundo, el cálculo del tamaño de muestra "n_i" para cada uno de los estratos al que se le conoce también como distribución de la muestra entre los estratos. Se observa que las varianzas y el tamaño de los estratos indican el marco de muestreo y originan formas distintas de distribución de la muestra "n" entre los estratos, lo cual da origen a los diferentes diseños de muesteo estratificado.

Distribución igual

En este caso, la población ha sido subdividida en estratos de igual tamaño, esto es $n_i = \frac{N}{k}, i = 1, ..., k$, donde k es el número de estratos en donde la variabilidad, medida en términos del coeficiente de variación, es semejante para todos los estratos. El sentido que se da al tener una variabilidad constante de un estrato al otro, es en términos de que el coeficiente de variación no sobrepase un valor máximo en ningún estrato.

En este caso la muestra de tamaño n, es dividida de tal forma que le corresponde igual cantidad a cada uno de los estratos. En forma general, se podría decir que el tamaño de muestra para cada uno de los estratos es igual a $n_i = \frac{n}{k}$.

Acontinuación se consideran los detalles de la estimación en este tipo de distribución de la muestra general.

Se ha obtenido que la varianza de la media estratificada está dada como:

$$V(\overline{x}_e) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{N_i^2 S_i^2}{n_i} - \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{k} N_i S_i^2. \tag{2.3}$$

También se ha obtenido, para distribución igual, a n_i como:

$$n_i = \frac{n}{k}, i = 1, ..., k. \tag{2.4}$$

Ahora, si en (2.2) se sustituye a n_i dada en (2.3), se tendrá la varianza de la media muestral para distribución igual del tamaño de muestra general, la cual se denotará por $V(\overline{x}_{eI})$, y qie está dada por:

$$V(\overline{x}_{eI}) = \frac{k}{nN^2} \sum_{i=1}^{k} N_i^2 S_i^2 - \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{k} N_i S_i^2, \tag{2.5}$$

y su estimador,

$$\widehat{V}(\overline{x}_{eI}) = \frac{k}{nN^2}\sum_{i=1}^{k} N_i^2 \widehat{S}_i^2 - \frac{1}{N^2}\sum_{i=1}^{k} N_i \widehat{S}_i^2. \tag{2.6}$$

Sabemos que la relación básica entre la precisión, confiabilidad y variabilidad, está dada por la siguiente expresión:

$$d = z_{\alpha/2}\sqrt{V(\overline{x}_{eI})}, \tag{2.7}$$

luego, elevando al cuadrado miembro a miembro la expresión en (2.6), se tiene:

$$d^2 = z_2^{\alpha/2} V(\overline{x}_{eI}), \tag{2.8}$$

lo cual puede expresarse como:

$$\frac{d^2}{z_{\alpha/2}^2} = V = V(\overline{x}_{eI}) \tag{2.9}$$

ahora, d es la precisión de las estimaciones, es decir, la máxima diferencia que se está dispuesto a aceptar entre el estimador y el valor paramétrico que se está tratando de estimar, o sea que $|\widehat{\theta} - \theta| \leq d$. También se ha visto que este valor (d) se puede establecer en unidades similares a las del parámetro que se está tratando de estimar, así en último de los casos, el valor de d es único y se establece por el propio investigador, por lo mismo, actúa como una constante para una investigación dada. Lo mismo se puede decir respecto al valor de $z_{\alpha/2}$, mismo que está en función del coeficiente de confiabilidad que el investigador deseé, resultando claro que para una investigación dada, el investigador seleccionará un coeficiente de confiabilidad único lo cual implica que $z_{\alpha/2}$ también será constante.

Lo anterior lleva a considerar que $\frac{d^2}{z_{\alpha/2}^2}$ es una constante y como esta relación es igual a $V(\overline{x}_{eI})$, esto implica que se estará trabajando bajo la consideración de varianza constante V. Con base a lo anterior se tendría que:

$$V = V(\overline{x}_{eI}). \tag{2.10}$$

Ahora, sustituyendo (2.4) en (2.9) y despejando n, se tendrá la expresión que nos permite calcular el tamaño de muestra en el muestreo simple aleatorio y con distribución igual de la muestra general, la cual está dada por:

$$n = \frac{k\sum_{i=1}^{k} N_i^2 S_i^2}{N^2 V + \sum_{i=1}^{k} N_i S_i^2}, \tag{2.11}$$

en donde $V = \frac{d^2}{z^2_{\alpha/2}}$ y $n_i = \frac{n}{k}$, siendo ésta última la expresión para calcular el tamaño de muestra para los estratos.

Distribución proporcional

En este esquema, la población se subdivide en estratos cuya variabilidad (Coeficiente de variación) es semejante, no obstante el tamaño de los estratos es diferente, esto es, el tamaño del estrato i denotado por N_i es diferente del tamaño del estrato j denotado por N_j. En este caso, la muestra de tamaño n deberá distribuirse de manera proporcional al tamaño de los estratos, así, el tamaño de la muestra para el estrato i está dado por:

$$n_i = \frac{N_i}{N} n, i = 1, ..., k$$

en donde k es el número de estratos.

A este esquema se le conoce como muestreo estratificado aleatorio con distribución proporcional.

Sabemos que

$$V(\overline{x}_e) = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{k} \frac{N_i^2 S_i^2}{n_i} - \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{k} N_i S_i^2.$$

Entonces si se sustituye el valor de n_i dado en la espresión anterior para $V(\overline{x}_e)$ se hallará la varianza de la media muestral para distribución proporcional de la muestra general, a la cual se le denotará por $V(\overline{x}_{e_p})$ y esta dada por:

$$V(\overline{x}_{e_p}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k} \frac{N_i S_i^2}{n} - \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{k} N_i S_i^2 = \frac{1}{N} (\frac{1}{n} - \frac{1}{N}) \sum_{i=1}^{k} N_i S_i^2,$$

y su estimador, está dado por:

$$\widehat{V}(\overline{x}_{ep}) = \frac{1}{N} (\frac{1}{n} - \frac{1}{N}) \sum_{i=1}^{k} N_i \widehat{S}_i^2. \quad (2.12)$$

De forma semejante a lo hecho en el caso de distribución igual, partiendo de la expresión que relaciona a precisión con variabilidad se tiene que:

$$d = z_{\alpha/2} \sqrt{V(\overline{x}_{ep})}, \text{ esto es, } d^2 = z^2_{\alpha/2}, \text{ o bien } V(\overline{x}_{ep}) = \frac{d^2}{z^2_{\alpha/2}} = V.$$

Teniéndose nuevamente el caso de varianza constante, es decir,

$$V = V(\overline{x}_{ep}).$$

Entonces, sustituyendo la expresión anterior en (2.9) y despejando n se tiene que,

$$n = \frac{N \sum_{i=1}^{k} N_i S_i^2}{N^2 V + \sum_{i=1}^{k} N_i S_i^2}, \quad \text{en donde } V = \frac{d^2}{z_{\alpha/2}^2}. \tag{2.13}$$

Así (2.10) es la fórmula que permite el cálculo del tamaño general de muestra n para el caso de diseño de muestreo aleatorio estratificado con distribución proporcional.

Distribución óptima

En este esquema de muestreo, las condiciones de tamaño de los estratos y de variabilidad en los mismos, indican la existencia de estratos con tamaños y variabilidad diferentes, además de que puede intervenir un tercer factor, que es el costo de investigación por unidad estudiada. El concepto de costo en este caso se refiere a un costo promedio por unidad de muestreo para cada uno de los estratos, esto es, hay un costo de investigación por unidad de muestreo, c_1 para el primer estrato, c_2 para el segundo estrato y así sucesivamente. Si se consideran tamaños N_i, variabilidad CV_i y c_i diferentes, el tamaño de muestra n_i para el i-ésimo estrato se calcula de la siguiente manera:

$$n_i = \frac{\left(\frac{N_i S_i}{\sqrt{c_i}}\right)}{\sum_{j=1}^{k} \frac{N_j S_j}{\sqrt{c_j}}} n.$$

Se puede observar que el tamaño de muestra para el estrato i, es directamente proporcional al tamaño y variabilidad del estrato e inversamente proporcional a la raíz cuadrada del costo de investigación por unidad de muestreo en este estrato.

2.4. Diseño de Muestreo por Conglomerados

El muestreo por conglomerados es de gran utilidad ante dificultades básicas respecto a poblaciones grandes las cuales tienen que ver con el levantamiento, depuración y actualización de grandes marcos de muestreo ya que la inspección de una serie de unidades altamente dispersas se traduce en un alto costo, así como la administración de un muestro grande y disperso.

Para un ejemplo a manera de ilustración, considérese el caso de la Ciudad de México, con aproximadamente 9 millones de habitantes, con una extensión urbana de $1,485km^2$, y aproximadamente 2,453,000 familias, en la cual se desea hacer una encuesta sobre el consumo y gastos familiares en una muestra de $4,000$ familias. Dado este escenario, uno se puede imaginar las dificultades que implicaría, el contar con un marco de muestreo que incluyera las $2,453,000$ familias, y además las dificultades administrativas en la supervisión y levantamiento de $4,000$ cuestionarios distribuidos en toda la ciudad.

Ahora, considérese que la ciudad está dividida en "M"sectores, en donde cada uno puede considerarse como un conglomerado de familias, a éstas agrupaciones se les considera como **conglomerados en el marco de muestreo**, en seguida se selecciona una muestra aleatoria de "m"sectores que serán los conglomerados de la muestra en la primera etapa de muestreo, esto es, en lugar de seleccionar familias en forma individual, en una primera etapa de selección, se selecciona conglomerados de familias. Posteriormente, dentro de cada uno de los m sectores seleccionados en la primera etapa de elección, se puede considerar una segunda etapa de elección, considerar conglomerados dentro de los conglomerados del marco de muestreo elegidos en la primera etapa, es decir que se seleccionan nuevos conglomerados de familias, digamos n_1, seleccionados del primer conglomerado de familias, n_2 seleccionados del segundo conglomerado de familias, y así sucesivamente.

De tal manera que la muestra final n quedaría integrada de la manera siguiente:

$$n = n_1 + n_2 + ... + n_m. \tag{2.14}$$

En la ilustración anterior, a las unidades en que ha sido dividida la población en la primera etapa (M), se les conoce como unidades primarias de muestreo (upm) o conglomerados primarios (cp), en el ejemplo, correspondería a los sectores, de tal manera que, cada sector es un conglomerado primario o unidad primaria de muestreo.

Cada sector ha sido dividido en manzanas, las cuales son motivo de elección en la segunda etapa, a estas unidades, se les conoce como unidades secundarias de muestreo (usm) o conglomerados secundarios (cs), de tal manera que cada manzana es un conglomerado secundario. Y tanto los conglomerados primarios (sectores), como los conglomerados secundarios (manzanas),

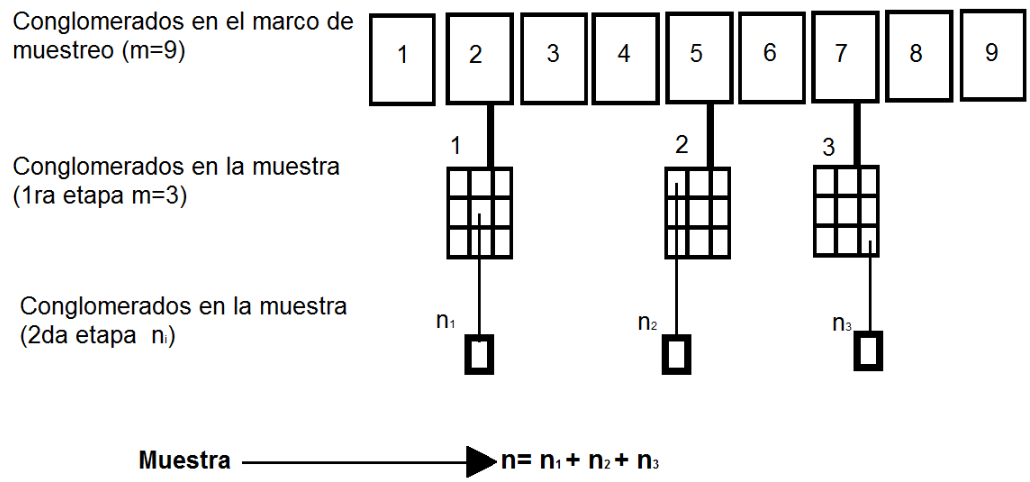


Figura 2.2: Esquema del muesteo por conglomerados.

están constituídos por familias, así, la familia constituye lo que se conoce como unidad elemental de muestreo. Es conveniente hacer notar que para poder aplicar el muestreo por conglomerados, es necesario que la población presente una estructura que haga factible poder identificar los conglomerados primarios, y dentro de éllos, los conglomerados secundarios. Al esquema del ejemplo anteriormente explicado se le conoce como diseño de muestreo por conglomerados en dos etapas.

A continuación se muestra la notación para el nivel primario:

M =Número de unidades primarios en la población.
N_i = Número de unidades secundarias en la unidad primaria i.
$N = \sum_{i=1}^{M} N_i$ = Total de unidades secundarias en la población.
$X_i = \sum_{j=1}^{N_i} x_{ij}$ = Total para la i-ésima unidad primaria.
$X.. = \sum_{i=1}^{M} X_i = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N_i} x_{ij}$ = Total de la población.
$S_{up}^2 = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^{M} (X_i - \frac{X..}{M})^2$ = Varianza de la población de los totales de las unidades primarias.
$\overline{X}_{i.} = \frac{X_i}{N_i} = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} x_{ij}$ = Media de la i-ésima unidad primaria.
$\overline{X}_N = \frac{X..}{N} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{M} X_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{N_i} x_{ij}$ = Media de la población.

Notación, Nivel secundario: cantidades de población.

$S^2_{us} = \frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{M}\sum_{j=1}^{N_i}(x_{ij} - \overline{X}_N)^2$ = Varianza de la población (por unidad secundaria).
$S^2_i = \frac{1}{N_i-1}\sum_{j=1}^{N_i}(x_{ij} - \overline{X}_i)^2$ = Varianza de la población dentro de la unidad primaria i.

Notación para cantidades de muestra.

m = Número de unidades primarias en la muestra.
n_i = Número de elementos (u.s.) en la muestra de la unidad primaria i.
$n = \sum_i^m n_i$ = Número de unidades secundarias en la muestra.
$x_i = \sum_{j=1}^{n_i x_{ij}}$ = Total muestral (por unidad secundaria) para la unidad primaria i.
$\overline{x}_i = \frac{x_i}{n_i} = \frac{1}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$ = media muestral (por unidad secundaria) para la unidad primaria i.
$\widehat{X}_i = N_i\overline{x}_i = \frac{N_i}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$ = Total estimado para la unidad primaria i.
$\widehat{X}_{up} = \sum_{i=1}^{m}\widehat{X}_i = \sum_{i=1}^{m} N_i\overline{x}_i$ = Total muestral, por conglomerado primario.
$\widehat{X}_{up} = \frac{\widehat{X}_{up}}{m} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\widehat{X}_i$ = Media muestral por conglomerado primario.

$$\widehat{X}_N = M\widehat{\overline{X}}_{up} = M\frac{\widehat{X}_{up}}{m} = \frac{M}{m}\sum_{i=1}^{m}\widehat{X}_i = \frac{M}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{N_i}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}.$$

Esto es;
$\widehat{X}_N = \frac{M}{m}\sum_{i=1}^{m}\frac{N_i}{n_i}\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij}$, Que es un estimador insesgado del total de la población.

2.4.1. Muestreo conglomerado para proporciones

Supongamos que M elementos en cualquier conglomerado se pueden clasificar en dos clases y que $p_i = a_i/M$ es la proporción en la clase C en el i-ésimo conglomerado. Se toma una muestra aleatoria simple de n conglomerados y se usa el promedio p de las p_i observadas en la muestra como la estimación de la proporción p en la población. Debido a que no podemos usar la teoría binomial para encontrar $V(p)$ sino que debemos aplicar la fórmula para las variables continuas a las p_i. Esto da:

$$V(p) = \frac{(N-n)}{Nn}\frac{\sum_{i=1}^{N}(p_i-P)^2}{(N-1)} = \frac{(N-n)}{N^2 n}\sum(p_i-P)^2. \qquad (2.15)$$

Por otra parte, si tomamos una muestra aleatoria simple de nM elementos, la varianza de p se obtiene por la teoría binomial como:

$$V_{bin}(p) = \frac{(NM-nM)}{NM-1}\frac{PQ}{nM} = \frac{N-n}{N}\frac{PQ}{nM}, \qquad (2.16)$$

si N suficientemente es grande. Consecuentemente, el factor (efecto del diseño)

$$\frac{V(p)}{V_{bin}(p)} = \frac{M\sum(p_i-P)^2}{NPQ} \quad (N\ grande). \qquad (2.17)$$

Muestra el cambio relativo en la varianza debido al uso de conglomerados. Los valores numéricos de este factor son útiles en la obtención de estimaciones preliminares del tamaño de la muestra con muestreo de conglomerado. El tamaño de muestra requerido se estima primero mediante la fórmula binomial y luego se multiplica por el factor para indicar el tamaño que será necesario con muestreo conglomerado. Si los tamaños M_i de los conglomerados son variables, la estimación $p = \sum a_i / \sum M_i$ es una estimación de razón. Su varianza la da, aproximadamente la fórmula:

$$V(p) = \frac{N-n}{Nn\overline{M}^2}\frac{\sum_{i=1}^{N} M_i^2(p_i-P)^2}{N-1}, \qquad (2.18)$$

en donde $\overline{M} = \sum M_i/N$ es el tamaño medio del conglomerado.

Conglomerados de tamaños desiguales

En la mayor parte de las aplicaciones, las unidades conglomeradas contienen diferentes números de elementos o subunidades como por ejemplo, ciudades, municipios o viviendas por manzana, por esa razón veremos los distintos métodos de seleccion de muestra y estimación para conglomerados de tamaños diferentes. Sea M_i el número de elementos de la i-ésima unidad. Para estimar el total de la población Y de lo y_{ij} tenemos los siguientes métodos.

Muestreo aleatorio simple de conglomerados: estimación insesgada.

Sea $y_i = \sum_{i=1}^{M_i} y_{ij} = M_i\overline{y}_i$ el total de elementos para la i-ésima unidad de conglomerado. Dada una muestra aleatoria simple de n de las N unidades de la población, una estimación insesgada de Y es:

$$\widehat{Y} = \frac{N}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i. \tag{2.19}$$

En donde su varianza es:

$$V(\widehat{Y}) = \frac{N^2(1-f)}{n}\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - \overline{Y})^2}{(N-1)}, \tag{2.20}$$

en donde $\overline{Y} = Y/N$ es la media de población por conglomerado.

Muestreo aleatorio simple de conglomerados: estimación de razón de tamaño

Sea $M_0 = \sum_{i=1}^{N} M_i =$ número total de elementos de la población. Si los M_i y, los M_0 se conocen, una alternativa es la estimación de razón en donde M_i se toma como la variable auxiliar x_i

$$\widehat{Y}_R = M_0\frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{\sum_{i=1}^{n} M_i} = M_0\ (\textit{media muestral por elemento}).$$

En la notación de la estimación de razón, la razón de población $R = Y/X = Y/M_0 = \overline{\overline{Y}}$, media de población por elemento, y al suponer que el número de conglomerados de la muestra es grande,

$$V(\widehat{Y}_R) \doteq \frac{N^2(1-f)}{n}\frac{\sum_{i=1}^{N}(y_i - M_i\overline{\overline{Y}})^2}{N-1} \tag{2.21}$$

$$= \frac{N^2(1-f)}{n}\frac{\sum^{N} M_i^2(\overline{y}_i - \overline{\overline{Y}})^2}{N-1}. \tag{2.22}$$

La varianza de $\widehat{Y}_R$ depende de la variabilidad entre las medias por elemento y a menudo se encuentra que es mucho más pequeña que $V(\widehat{Y})$. Nótese que $\widehat{Y}_R$ requiere de un conocimiento del total M_0 de todos los M_i, en tanto $\widehat{Y}$ no lo exige. Lo contrario es verdadero cuando estimamos la media de población por elemento. En este caso las estimaciones correspondientes son:

$$\widehat{\overline{\overline{Y}}} = \frac{\widehat{Y}}{M_0} = \frac{N}{nM_0}\sum^{n} y_i, \widehat{\overline{\overline{Y}}}_R = \frac{\widehat{Y}_R}{M_0} = \frac{\sum^{n} y_i}{\sum^{n} M_i} = \text{ media muestral por elemento}$$

Por lo tanto, $\widehat{\overline{\overline{Y}}}_R$ exige solamente el conocimiento de los M_i que caen ela muestra seleccionada.

2.5. Muestreo sistemático

Un diseño de encuesta por muestreo ampliamente usado debido a la simplicidad del proceso de selección de la muestra es el *Muestreo sistemático*, en el cual la idea básica se da como sigue: supóngase que una lista de n nombres será seleccionada de una lista larga, de este modo cada décimo nombre (lugar) podría ser seleccionado, por ejemplo. Es decir una muestra obtenida al seleccionar aleatoriamente un elemento de los primeros k elementos del marco y después cada k-ésimo elemento se denomina muestra sistemática de 1 en k.

El muestreo sistemático proporciona una opción útil para el muestreo aleatorio simple, ya que dentro de las razones que podemos nombrar están: el muestreo sistemático es mas fácil llevar a cabo en el campo, y por tanto, a diferencia de las muestras aleatorias simples y las muestras por el esquema de muestreo estratificado aleatorio, está menos expuesto a los errores de selección que cometen los investigadores de campo. El muestreo sistemático puede proporcionar mayor información de la que puede proporcionar el muestreo aleatorio simple por unidad de costo.

En general, el muestro sistemático involucra la selección aleatorio de un elemento de los primeros k elementos y posteriormente la selección de cada k-ésimo elemento. Aunado a que es más fácil de realizar y que está menos expuesto a errores del entrevistador, el muestreo sistemático frecuentemente proporciona más información ya que generalmente se extiende más uniformemente sobre toda la población y, por tanto, puede proporcionar más información acerca de la población que una cantidad equivalente de datos contenida en una muestra aleatoria simple. Aunque el muestreo aleatorio simple y el muestreo sistemático proporcionan alternativas útiles para uno u otro, los métodos para seleccionar la muestra son diferentes. Una muestra aleatoria simple se puede seleccionar usando una tabla de números aleatorios, por el contrario, en el muestreo sistemático se tienen diversos métodos disponibles, por ejemplo, el investigador puede seleccionar una muestra sistemática de $1 - en - 3$, $1 - en - 5$, o en general, una de $1 - en - k$.

En general, para una muestra sistemática de n elementos de una población de tamaño N, k debe ser menor o igual que $\frac{N}{n}$. No podemos seleccionar exactamente a k cuando el tamaño de la población es desconocido. Podemos determinar un tamaño de muestra aproximado, pero debemos suponer el valor necesario de k para obtener un tamaño de muestra n. Si se selecciona un valor de k muy grande, el tamaño de muestra n que se requiere no se obtendrá usando una muestra sistemática de $1 - en - k$ de la población. Este resultado no presenta problema si el experimentador puede volver a la población y realizar otra muestra sistemática de $1 - en - k$ hasta obtener el tamaño de muestra requerido. Sin embargo, en algunas situaciones, obtener una segunda muestra sistemática es imposible.

2.5.1. Estimación de media y total de la Población

El objetivo de la mayoría de encuestas por muestreo es aproximar uno o más de los parámetros poblacionales, en el muestreo sistemático se puede calcular la media poblacional $(\widehat{\overline{y}})$ usando la media muestal $(\overline{y})$, esto se muestra en la siguiente ecuación.

$$Estimador\, de\, la\, media\, poblacional: \widehat{\overline{y}} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n}. \tag{2.23}$$

En donde el subíndice "sy"significa que se utilizó el muestreo sistemático.

$$Varianza\, estimada\, de\, \overline{y}_{sy} : \widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}). \tag{2.24}$$

Si N es desconocida, omitimos la expresión $\frac{N-n}{N}$ en las dos últimas ecuaciones, con lo cual la varianza estimada de $\overline{y}_{sy}$ dada en la ecuación es la misma que la varianza estimada obtenida mediante muestreo simple aleatorio. Este resultado no implica que las varianzas poblacionales sean iguales. La varianza de $\overline{y}$ esta dada por:

$$V(\overline{y}) = \frac{\sigma^2}{n}(\frac{N-n}{N-1}). \tag{2.25}$$

Asimismo la varianza de $\overline{y}_{sy}$ está dada por:

$$V(\overline{y}_{sy}) = \frac{\sigma^2}{n}[1 + (n-1)p], \tag{2.26}$$

en donde p es una medida de la correlación entre los pares de elementos dentro de la misma muestra sistemática. Si p está cercano a uno, entonces los elementos dentro de la muestra son bastante similares con respecto a la característica que se está midiendo. La correlación puede ser negativa si los elementos dentro de la muestra sistemática tienden a ser extremadamente diferentes. Para p cercano a cero y N bastante grande, el muestreo sistemático es aproximadamente equivalente al muestreo aleatorio simple.

2.5.2. Selección del tamaño de muestra

Para determinar el número de observaciones necesario para estimar $\overline{y}$ dentro de B unidades, se encuentra despejando n de la siguiente ecuación:

$$2\sqrt{V(\overline{Y}_{sy})} = B.$$

La solución de esta ecuación involucra a σ^2 y p, que deben ser conocidos a fin de despejar n, usamos la fórmula para n de un muestreo simple aleatorio, la cual puede dar una muestra extra grande para poblaciones ordenadas y una muestra muy pequeña para poblaciones periódicas.

Tamaño de muestra requerido para estimar $\overline{y}$ con un límite B para el error de estimación:

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}, \tag{2.27}$$

en donde $D = \frac{B^2}{4}$

2.5.3. Muestreo sistemático replicado

Como se vió anteriormente, no se puede estimar la varianza de $\overline{y}_{sy}$ con base en la información obtenida en una sola muestra sistemática a menos que el muestreo sistemático genere una muestra aleatoria. Sin embargo en la mayoría de los casos el muestreo aleatorio sistemático no es equivalente al muestreo aleatorio simple. Un método para estimar $V(\overline{y}_{sy})$, el método es el muestreo sistemático replicado. El método, como su nombre lo implica, requiere de réplicas, o sea de la selección de más de una muestra sistemática. Por ejemplo, diez muestras sistemáticas de 1-en-50, cada una conteniendo seis mediciones, podrían ser obtenidas en aproximadamente el mismo tiempo que una muestra sistemática de 1-en-5 conteniendo 60 mediciones. Ambos procedimientos producen 60 mediciones para estimar la media poblacional $\overline{y}$, pero el procedimiento de muestreo replicado nos permite estimar $V(\overline{y}_{sy})$ estimando el cuadrado de las desviaciones de las $n_s = 10$ medias muestrales individuales alrededor de su media.

Para seleccionar n_s muestras sistemáticas replicadas, debemos separar más los elementos de cada muestra. Por lo tanto, diez muestras de 1-en-50 de seis mediciones cada una contienen el mismo número de mediciones que una sola muestra de 1-en-5, conteniendo $n = 60$ mediciones. El punto de inicio para cada una de las n_s muestras sistemáticas es seleccionado aleatoriamente de entre los primeros k' elementos. Los elementos restantes en cada muestra son obtenidos adicionando k', $2k'$, y así sucesivamente, del punto de inicio hasta que el número total por muestra, n/n_s, es obtenido.

Estimador de la media poblacional $\overline{y}$ usando n_s muestras sistemáticas de $1 - en - k'$:

$$\widehat{\overline{y}} = \sum_{i=1}^{n_s} \frac{\overline{y}_i}{n_s},$$

en donde $\overline{y}_i$ representa el promedio de la i-ésima muestra sistemática.

Varianza estimada de $\widehat{\overline{y}}$:

$$\widehat{V}(\widehat{\overline{y}}) = (\frac{N-n}{N})\frac{\sum_{i=1}^{n_s}(\overline{y}_i - \widehat{\overline{y}})^2}{n_s(n_s-1)}.$$

El muestreo sistemático replicado se puede usar para estimar un total poblacional, si N es conocido.

Estimador del total poblacional τ usando n_s muestras sistemáticas de $1 - en - k'$:

$$\widehat{\tau} = N\widehat{\overline{y}} = N\sum_{i=1}^{n_s} \frac{\overline{y}_i}{n_s}.$$

Varianza estimada de $\widehat{\tau}$:

$$\widehat{V}(\widehat{\tau}) = N^2\widehat{V}(\widehat{\overline{y}}) = N^2(\frac{N-n}{N})\frac{\sum_{i=1}^{n_s}(\overline{y}_i - \widehat{\overline{y}})^2}{n_s(n_s-1)}.$$

2.6. Muestreo para proporciones y porcentajes

En ocaciones, se requiere estimar el número total, la proporción, o el porcentaje de unidades en la población, que presentan cierta característica o bien caen dentro de alguna clase definida. Muchos censos y encuestas que son de esta forma, por ejemplo, son el número de personas sin empleo, el porcentaje de población originaria de cierto lugar, en ocaciones esta clasificación puede ser introducida de forma directa en el cuestionario, pero en otros casos las medidas originales son más o menos continuas y la clasificación se introduce al tabular los resultados, por consiguiente se puede registrar la edad de los entrevistados con aproximación al año y publicar el porcentaje de la población que tiene 60 o más años cumplidos por ejemplo, en este tipo de muestreos, el parámetro de interés es la proporción en la población que se denotará por P_N.

Notación: se supone que todas y cada una de las unidades en la población caen dentro de una de dos clases C y C'.

Número de unidades en C		Proporción de unidades en C	
Población	Muestra	Población	Muestra
A	a	$P_N = \frac{A}{N}$	$p_n = \frac{a}{n}$

La estimación muestral de P es p y la de A es N_p ó $N\frac{a}{n}$. En la estimación de la proporción se consideran dos tipos de elementos en la población, las que presentan característica de interés y los que no la presentan, ésto hace que la proporción pueda considerarse como un caso especial de la media, donde la variable X_i toma sólo uno de dos valores, 1 si X_i presenta la característica de interés y 0 si X_i no la presenta.

Como un ejemplo para ilustrar, sea una población de tamaño $N = 10$ que toma los siguientes valores.

$X_1 = 1$	$X_6 = 0$
$X_2 = 0$	$X_7 = 1$
$X_3 = 1$	$X_8 = 1$
$X_4 = 1$	$X_9 = 1$
$X_5 = 0$	$X_{10} = 0$

Entonces

$$\sum_{i=1}^{N} X_i = X_1 + X_2 + ... + X_{10} = 6.$$

Si $\sum_{i=1}^{N} X_i = A$, entonces;

$$P_N = \frac{A}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{N} X_i}{N} = \overline{X}_N = \frac{6}{10} = 0.6.$$

Así la proporción de la población que tiene la característica de interés es de 0.6, o sea corresponde a un 60 % de la población.

El estimador de P_N es la proporción en la muestra y se denota por $\widehat{P}_N$ o por p_n. Si tomamos el mismo ejemplo anterior, de la población de tamaño $N = 10$ se extrae una muestra de tamaño $n = 4$ y ésta tiene los siguientes valores:

X_2	$x_1 = 0$
X_4	$x_2 = 1$
X_8	$x_3 = 1$
X_9	$x_4 = 1$

Entonces
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3.$$
Si $\sum_{i=1}^{n} x_i = a$, entonces,
$$\widehat{X}_N = p_n = \frac{a}{n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \overline{x}_n = \frac{3}{4} = 0.75.$$

Así, la proporción estimada de la población que tiene la caracteística de interés es de 0.75, o sea el 75 % de la muestra presenta la característica de interés.

Varianza de X_i

Si para cualquier unidad en la muestra o población, se define x_i como 1 si la unidad está en C, y como 0 si la unidad está en C'. Para esta población de valores x_i, está claro que:
$$X = \sum_{i=1}^{N} x_i = A,$$
$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N} = \frac{A}{N} = P_N.$$
En la misma forma para la muestra.
$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} = \frac{a}{n} = p_n. \qquad (2.28)$$

Así que, el problema de estimar A y P_N es similar a la estimación del total y la media de una población en la cual, todos los valores x_i son 0 ó 1.

Así, para obtener la expresión de la varianza para la población, vemos que

$$\sum_{i=1}^{N} x_i^2 = A = NP_N,$$

por lo tanto;

$$S_N^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \overline{X}_N)^2}{N-1} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - N\overline{X}_N^2}{N-1}$$

$$= \frac{1}{N-1}(NP_N - NP_N^2) = \frac{N}{N-1}P_N Q_N,$$

en donde $Q_N = 1 - Q_N$. De forma similar al usar la expresión (2.3) y el hecho de que $\sum_{i=1}^{n} x_i^2 = a = np_n$ se tiene que;

$$s_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x}_n)^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}_n^2}{n-1}$$

$$= \frac{1}{n-1}(np_n - np_n^2) = \frac{n}{n-1}p_n q_n,$$

en donde $q_n = q - p_n$. Así que:

$$s_n^2 = \widehat{S^2}_N = \frac{n}{n-1}p_n q_n.$$

Tamaño de muestra para estimar la proporción P_N

Considerando la aproximación normal, un nivel de confianza del $(1-\alpha)\,\%$, y una precisión dada d, se tiene que:

$$P(|p_n - P_N| \leq d) = 1 - \alpha,$$

se cumple si

$$d = x_{\alpha/2} S_{p_n}, \tag{2.29}$$

en donde

$$S_{p_n}^2 = (\frac{N-n}{n})\frac{P_N Q_N}{n}. \tag{2.30}$$

Así que,

$$d^2 = z_{\alpha/2}^2 S_{p_n}^2. \tag{2.31}$$

Ahora, sustituyendo (2.5) en (2.6) se obtiene:

$$d^2 = z^2_{\alpha/2}(\frac{N-n}{N})\frac{P_N Q_N}{n},$$

que al despejar "$n$resulta:

$$n = \frac{N z^2_{\alpha/2} P_N Q_N}{N d^2 + z^2_{\alpha/2} P_N Q_N}. \tag{2.32}$$

Que finalmente al sustituir P_N y Q_N por sus estimadores p_n y q_n se tiene que :

$$n = \frac{N z^2_{\alpha/2} p_n q_n}{N d^2 + z^2_{\alpha/2} p_n q_n}. \tag{2.33}$$

De forma que el tamaño de muestra para estimar la proporción P_N de la clase C en la población está dada por la ecuación (2.8), cuando el muestreo se considera sin reemplazo.

Por otro lado el tamaño de la muestra considerando al fcf igual a uno, es decir, para una población finita está dada por:

$$n_0 = \frac{z^2_{\alpha/2} p_n q_n}{d^2}$$

y claramente

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}}.$$

Capítulo 3

Caso de Estudio

Debido a los riesgos y afectaciones que causa el plomo en el cuerpo humano, precisamente una de las vías de ingreso de éste contaminante es por el consumo de alimentos contaminados, específicamente los de origen animal (bovinos). Ésto lleva al interés de realizar una investigación en la concentración de los niveles de plomo en bovinos, cuya carne se distribuye en el área metropolitana de la ciudad de Puebla. La selección del diseño de muestreo es una de las partes mas importantes al realizar un estudio, por que, de él se desprenden los resultados requeridos y la exactitud. El método de muestreo se debe adaptar al tipo de población y a la capacidad de poder hacer el muestreo. Muchas muestras producen poca o inútil información por que no fueron diseñadas apropiadamente. En este caso para analizar los niveles de plomo en bovinos se acudió personalmente a rastros para poder validar el estudio.

3.0.1. Objetivos

General

El propósito es proponer un diseño de muestreo óptimo para obtener una muestra representativa de los niveles en diversos tejidos de bovinos (sangre, músculo, riñón e hígado) en rastros municipales y realizar un análisis de los datos .

Específicos

- Revisar los conceptos básicos de muestreo y métodos de muestreo básicos para adaptar en la investigación.

- Identificar los efectos del plomo en el cuerpo humano.
- Identificar la población objetivo.
- Identificar la población de muestreo.
- Comparar las estimaciones medias de Pb en los tejidos con límites premisibles internacionales.

3.1. Diseño del Muestreo

Para elegir el método adecuado de muestreo para el análisis de los niveles de plomo en carne de bovinos, se visitaron los rastros para saber el procedimiento de sacrificio de los bovinos y poder conocer su procedencia, interesándonos en aquellos animales que vivieron más años como son: vacas lecheras, animales de trabajo y el municipio de donde estuvieron viviendo, en estos casos la vida del animal suele ser más larga y la interacción con el exterior suele ser de mayor exposición, en este trabajo se estudiaron los casos de Atlixco y San Pedro Cholula, debido a las constantes exhalaciones del volcán Popocatepetl la mayor parte de los campos, así como los ríos o cuerpos de agua de la zona se encuentran contaminados por la ceniza y debido a esto la concentración de plomo en los animales podría verse afectada. En el caso de Tecamachalco y Tehuacán los cuerpos de agua que hay alrededor de estas zonas, en su mayoría provienen de la presa de Valsequillo, en la que gran cantidad de desechos industriales son vertidos en los ríos que posteriormente desembocan en la presa, tales desechos son diversos como plásticos, pinturas, combustibles, y como ya se mencionó principalmente las baterías de los autos, que contienen altos niveles de plomo y por ende también influyen en la concentración de este elemento en los animales.

Con lo expuesto anteriormente, se propuso el *Muestreo estratificado aleatorio* en donde la intención era agrupar a las unidades de muestreo, en este caso, los bovinos dependiendo de sus características, en la cual se obtendrían dos estratos, en uno estarían los animales de engorda que como ya se mencionó podrían tener un nivel de plomo menor y en otro estrato los animales provenientes de granjas que tendrían un mayor nivel del metal. Posteriormente se procedería a obtener una muestra aleatoria simple dentro de cada uno de los estratos. Una vez identificadas las ventajas que nos aporta el *Muestreo estratificado aleatorio* se procedería a aplicarlo en los rastros. Estando en los rastros se procedió a mostrar un oficio en el cual se exponían las razones del estudio al encargado del rastro.

Antes de colectar las muestras se preguntó a los administradores de los rastros de San Pedro Cholula y Atlixco, la procedencia de los animales para estar seguros que estuvieron viviendo en zona de influencia de la precipitación de cenizas volcánicas para saber cuales de éstos cumplían con las características de cada estrato para así poder clasificarlos y proceder a elegirlos por muestreo simple aleatorio, pero la veterinaria nos hizo saber que élla sólo recibía los papeles correspondientes de cada productor y no sabía la procedencia de cada uno de los animales por lo que había que consultar personalmente a cada uno de los productores sobre la procedencia y características de sus animales. Se procedió a explicarles a cada uno de los productores la razón por la que estabamos allí y el objetivo del estudio a lo cual ellos también se negaron a proporcionarnos información al respecto debido a que la mayoría pensaron que se verían afectados con lo que estabamos haciendo. Encontrándonos ante esta situación y no poder aplicar el estudio propuesto, se procedió a aplicar otro método de muestreo que se adapta y proporciona mayor información al estudio, que es el *Muestreo sistemático*. Entre los métodos estudiados anteriormente en primer lugar se tenía al muestreo estratificado aleatorio que, para nuestros objetivos era el que mejor se adaptaba, pero el muestreo sistemático fue la segunda opción ya que presentaba más ventajas pues resulta más fácil de llevarse a cabo y proporciona mayor información que un *Muestreo aleatorio simple*, y es más uniforme sobre las unidades de muestreo.

3.1.1. Aplicación del Estudio

Para la aplicación del *Muestreo sistemático* primeramente requerimos el tamaño de muestra necesario para calcular los parámetros (media y varianza), para ésto, tomamamos una muestra anterior, la cual nos servirá para este fin, considerando la información como una muestra piloto (Tabla 3.1), el objetivo de éste estudio fue semejante al planteado en este estudio.

Se calcula la media estimada de la población con los datos que se encuentran en la Tabla 3.1, ésta misma servirá para estimar la varianza, la cuál se denota como s_n^2 y con tal estimación se calculará el tamaño de muestra definitivo para obtener el número de muestra requerido. Al calcular la media

Niveles de plomo				
1	1.62	0.584	1.084	1.3
2	1.064	0.377	2.8	2
3	0.847	0.822	1.9	2
4	0.458	0.789	1.7	0
5	1.324	1.214	1	2
6	0.398	0.432	1.1	2
7	0.742	0.415	1.1	2
8	1.103	0.558	1.1	3
9	0.616	0.619	1.2	3
10	1.536	0.71	1.1	1
11	1.285	1.563	1.5	2
12	0.857	1.44	1.1	1
13	1.536	1.103	1.9	2
14	1.211	0.68	0.8	1
15	0.666	1.44	1	
16	0.668	0.619	2.5	
17	0.689	1.557	0.6	
18	1.825	0.849	1.1	
19	0.359	1.629	2	
20	0.567	1.731	1.6	

Tabla 3.1: Muestras de los niveles de plomo tomadas en rastros de San Pedro Cholula, Atlixco, Tecamachalco, Tehucán y Metepec.

poblacional obtenemos:

$$\widehat{\overline{Y}}_N = \frac{1}{74}\sum_{i=1}^{74} y_i = \frac{91.986}{74} = 1.2295. \tag{3.1}$$

Esto es;

$$\widehat{\overline{Y}}_N = 1.2295.$$

A continuación obtenemos s_n^2, que es la estimación de S_N^2 y que se usará para calcular la muestra definitiva. Así:

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_n)^2 = 0.40304. \tag{3.2}$$

Para estimar el tamaño de muestra también se requiere del total de la población, se tomó el total del estudio anterior, el cual es un aproximado de 95 animales en todos los rastros en un día determinado, ésta cantidad es tomada como el total de la población.

Para seleccionar el tamaño de muestra en el caso de un muestreo sistemático se utiliza la siguiente fórmula

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2}, \tag{3.3}$$

en donde: $D = \frac{B^2}{4}$. Proponiéndose un error de estimación de $B = 0.1$ y considerando el total proporcionado con anterioridad que es de $N = 95$ y con $D = 0.0025$, así sustituyendo estos valores en (3.4) obtenemos:

$$n = \frac{N^*\widehat{\sigma}^2}{(N^*-1)D + \widehat{\sigma}^2} = \frac{95 \cdot 0.40304}{(94)0.0025 + 0.40304} = 60.01003. \tag{3.4}$$

Por lo tanto, requerimos aproximadamente de 60 unidades de muestreo para estimar la media de niveles de plomo que hay en los bovinos.

Para aplicar el muestreo sistemático se eligió una muestra de 1 en 3 debido a que la mayoría de productores no lleva gran cantidad de animales para ser sacrificados, las cuales son alrededor de 5 a 8 animales, los cuales se dejan en los corrales y son pasados sin algún orden para su sacrificio. Debido a que se tomó una muestra sistemática de 1 en 3 es notable que el número de muestra requerido no se alcanzará en una sola visita a los rastros, por tanto se procedió a ir dos veces para cumplir con el tamaño de muestra requerido.

Se acudió a los rastros los días lunes, ya que ese día en que el sacrificio de animales es más abundante, ya que la mayoría de carnicerías y negocios locales se abastecen de carne para la semana.

En la Figura 3.1 muestran los rastros visitados y la manera de operar de los mismos.

3.2. Análisis de Resultados

Se obtuvieron un total de 62 muestras por cada parte a estudiar, es decir un total de 248 muestras, las cuales fueron analizadas en el laboratorio de la facultad de Medicina Veterinaria de la Benérita Universidad Autónoma de Puebla, obteniendo los resultados mostrados en los cuadros 3.2, 3.3, 3.4

y 3.5, dichos valores representan las partes por millón, como se puede ver, para algunos rastros el número de muestras es más grande que en otros, esto debido a que la afluencia de animales es menor debido a la región, cabe mencionar se acudió mas de una vez a cada rastro para tomar las muestras. La comparación se hace a partir de la estimación de la media poblacional de cada uno de los rastros, la cual se calcula mediante la fórmula *2.24* de igual manera se calcula la varianza estimada con la fórmula *2.26*.

Figura 3.1: En la imagen se muestran los rastros de Atlixco, San Pedro Cholula y Tecamachalco respectivamente, en Atlixco el sacrificio de los bovinos empieza a las 8 de la mañana teniendo mayor afluencia los días lunes, en San Pedro Cholula el sacrificio es aproximadamente a las 14:00 horas y finalmente en Tecamachalco empieza a las 12:00 horas.

3.2.1. Análisis de los niveles de plomo en Sangre

Los resultados obtenidos para las muestras de sangre están en la Tabla 3.2, en el cual los resultados están ordenados de acuerdo al rastro en el que fueron obtenidos, el análisis será de acuerdo a cada rastro para poder comparar si influye la región de la que fueron tomadas.

Niveles de plomo en Sangre			
Atlixco	Cholula	Tecamachalco	Tehuacán
0.338	0.118	0.13	0.412
0.61	0.165	0.05	0.626
0.584	0.322	0.161	0.427
0.551	0.092	0.1	0.489
0.608	0.127	0.401	0.607
0.402	0.064	0.424	0.519
0.844	0.154	0.433	0.379
0.876	0.628	0.574	0.461
0.593	0.441	0.434	0.426
1.312	0.389	0.391	0.471
1.258	0.396	0.481	0.547
1.967	0.432	0.485	0.505
1.61	0.598	0.494	0.397
1.47	0.606		0.424
1.154			0.484
1.014			
0.593			
1.304			
1.071			
0.658			

Tabla 3.2: Resultados de los niveles de plomo en sangre tomadas en distintos rastros.

Estimación de la media poblacional usando las muestras de sangre de Atlixco

Utilizamos la ecuación (2.24) con la que obtenemos:

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.94085 \tag{3.5}$$

donde el índice sy significa que se utilizó el muestreo sistemático. Después se obtiene la varianza estimada con la ecuación (2.26), por lo que primero calculamos s^2:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.195138 \tag{3.6}$$

con lo que obtenemos la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0032523. \tag{3.7}$$

Este procedimiento se hará en cada uno de los rastros con las muestras de sangre.

Estimación de la media poblacional usando las muestras de sangre en San Pedro Cholula

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.323714. \tag{3.8}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.041433, \tag{3.9}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0009865. \tag{3.10}$$

Estimación de la media poblacional usando las muestras de sangre en Tecamachalco

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.350615. \tag{3.11}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.03055 \tag{3.12}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.00082254. \tag{3.13}$$

Estimación de la media poblacional usando las muestras de sangre en Tehuacán

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.4782666. \tag{3.14}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.0053677, \tag{3.15}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.000113862. \tag{3.16}$$

La concentración de plomo en sangre se mantiene relativamente baja en los rastros de Tecamachalco y San Pedro Cholula con una media de 0.350615 y 0.323714 respectivamente, ya que ningún bovino rebasa 0.75 ppm, lo que se refleja en el diagrama de cajas de la Figura 3.2 las cuales son asimétricas hacia la izquierda en los niveles bajos, el incremento viene en el rastro de Tehuacán en el cuál la media es 0.47827 aunque de igual manera ninguna muestra sobrepasa los 0.75 ppm y en la que los datos se encuentran relativamente juntos, como lo vemos en el diagrama, en cambio el rastro de Atlixco muestra una media bastante grande en comparación a los otros rastros, teniendo una media de 0.94085 ppm, el diagrama en este caso es asimétrico hacia la derecha en los niveles altos, ésto es posible debido a que el municipio está mas cercano al volcán popocatepetl y la interacción con el Pb es mayor, en este caso algunas de las muestras sí rebasan el 1 ppm.

NIVELES DE PLOMO EN SANGRE

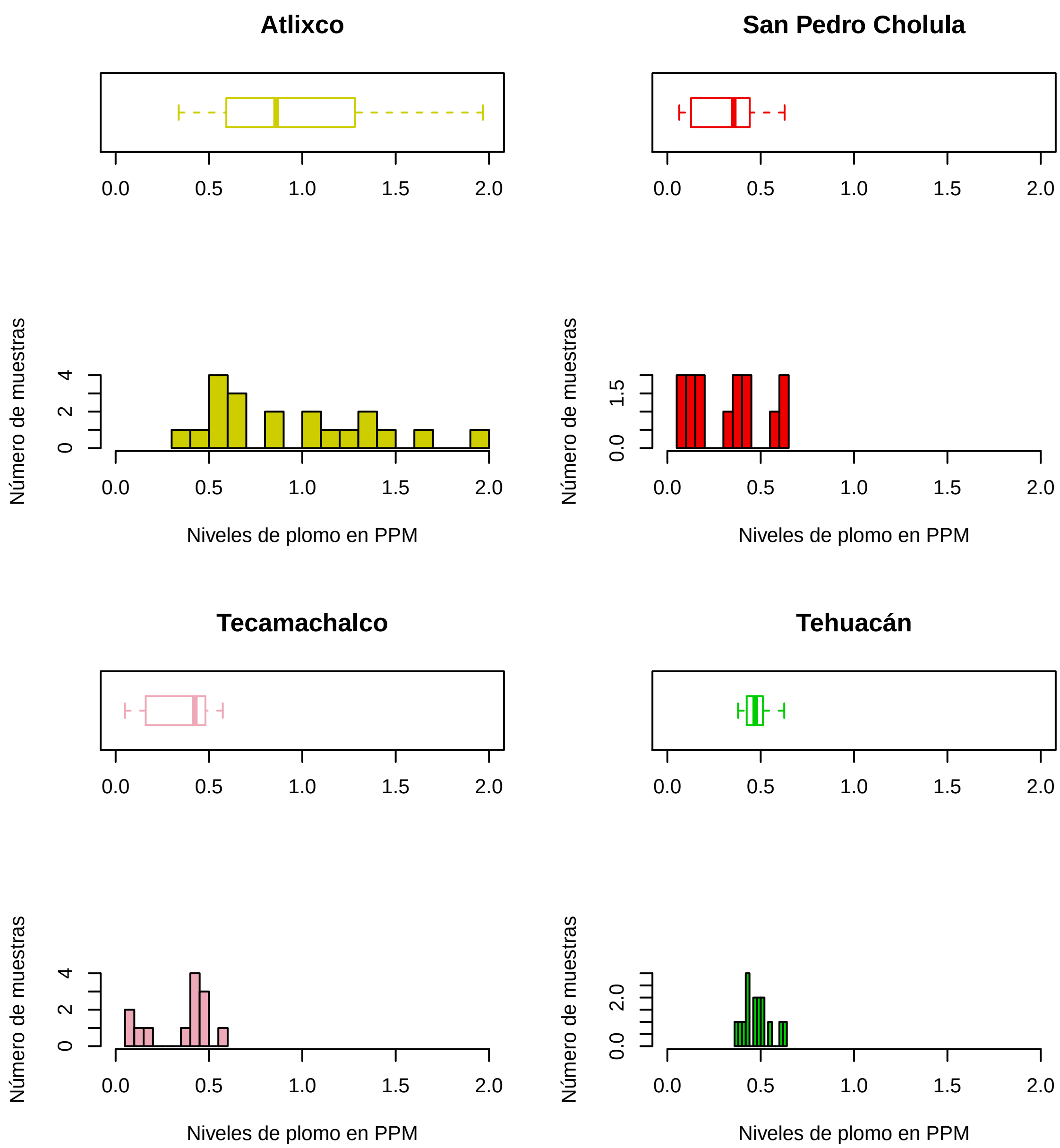


Figura 3.2: En las gráficas se observa la cantidad de bovinos en la muestra para diferentes niveles de plomo en sangre de acuerdo al rastro donde fueron tomadas.

3.2.2. Análisis de los niveles de plomo en Músculo

Los resultados de los niveles de plomo en músculo se presentan en la Tabla 3.3, los cuales vienen ordenados de acuerdo al rastro, de igual manera se hará un análisis de acuerdo a cada rastro para después comparar los resultados.

Niveles de plomo en Músculo			
Atlixco	Cholula	Tecamachalco	Tehuacán
0.063	1.083	0.23	0.364
1.396	0.096	0.13	0.339
1.91	0.786	0.175	0.257
1.372	0.511	0.139	0.328
0.266	1.239	0.491	0.264
0.542	1.061	0.441	0.435
0.68	1.781	0.402	0.381
0.446	0.471	0.407	0.315
0.364	0.573	0.991	0.481
0.631	0.423	0.31	0.308
0.325	0.558	0.254	0.192
0.557	0.547	0.354	0.283
0.493	0.279	0.345	0.129
0.117	0.237		0.121
0.587			0.203
0.419			
0.736			
0.402			
1.066			
0.359			

Tabla 3.3: Resultados de los niveles de plomo en músculo tomadas en distintos rastros.

Estimación de la media poblacional usando las muestras de músculo de Atlixco

Utilizamos la ecuación (2.24) con la que obtenemos:

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.66655 \tag{3.17}$$

donde el índice sy significa que se utlizó muestreo sistemático. Después se obtiene la varianza estimada con la ecuación (2.26), por lo que primero calculamos s^2:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.1974138 \tag{3.18}$$

con lo que obtenemos la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0032903. \tag{3.19}$$

Este procedimiento se hará en cada uno de los rastros con las muestras de músculo.

Estimación de la media poblacional usando las muestras de músculo en San Pedro Cholula

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.688928. \tag{3.20}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.209445, \tag{3.21}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0049868. \tag{3.22}$$

Estimación de la media poblacional usando las muestras de músculo en Tecamachalco

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.35915385. \tag{3.23}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.04939247, \tag{3.24}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0013298. \tag{3.25}$$

Estimación de la media poblacional usando las muestras de músculo en Tehuacán

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.293333. \tag{3.26}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.010668, \tag{3.27}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0002263. \tag{3.28}$$

La media de los niveles de plomo de los rastros en los municipios de Tecamachalco y Tehuacán es la menor en comparación con los demás con 0.35915385 y 0.29337 respectivamente ya que no hay muestras que rebasen el 1 ppm, y de acuerdo a los diagramas, los niveles se encuentran en mayor parte abajo de la mediana, aunque en Tecamachalco hay un valor extremo, que se podría interpretar como un animal de granja. Sin embargo en los municipios de Atlixco y San Pedro Cholula las medias son 0.66655 y 0.688928 respectivamente, que en comparación casi duplica los parámetros de los dos rastros anteriores, ya que si hay muestras que sobrepasan los 1.5 ppm y los diagramas de la Figura 3.3 se observan asimétricos hacia la derecha en valores altos, y más aún hay valores extremos en Atlixco. La presencia de este contaminante en músculo, sin importar si los animales son de trabajo o de engorda, es menor que en sangre, hígado y riñón, sin embargo se debe considerar por ser productos de consumo de la población.

NIVELES DE PLOMO EN MÚSCULO

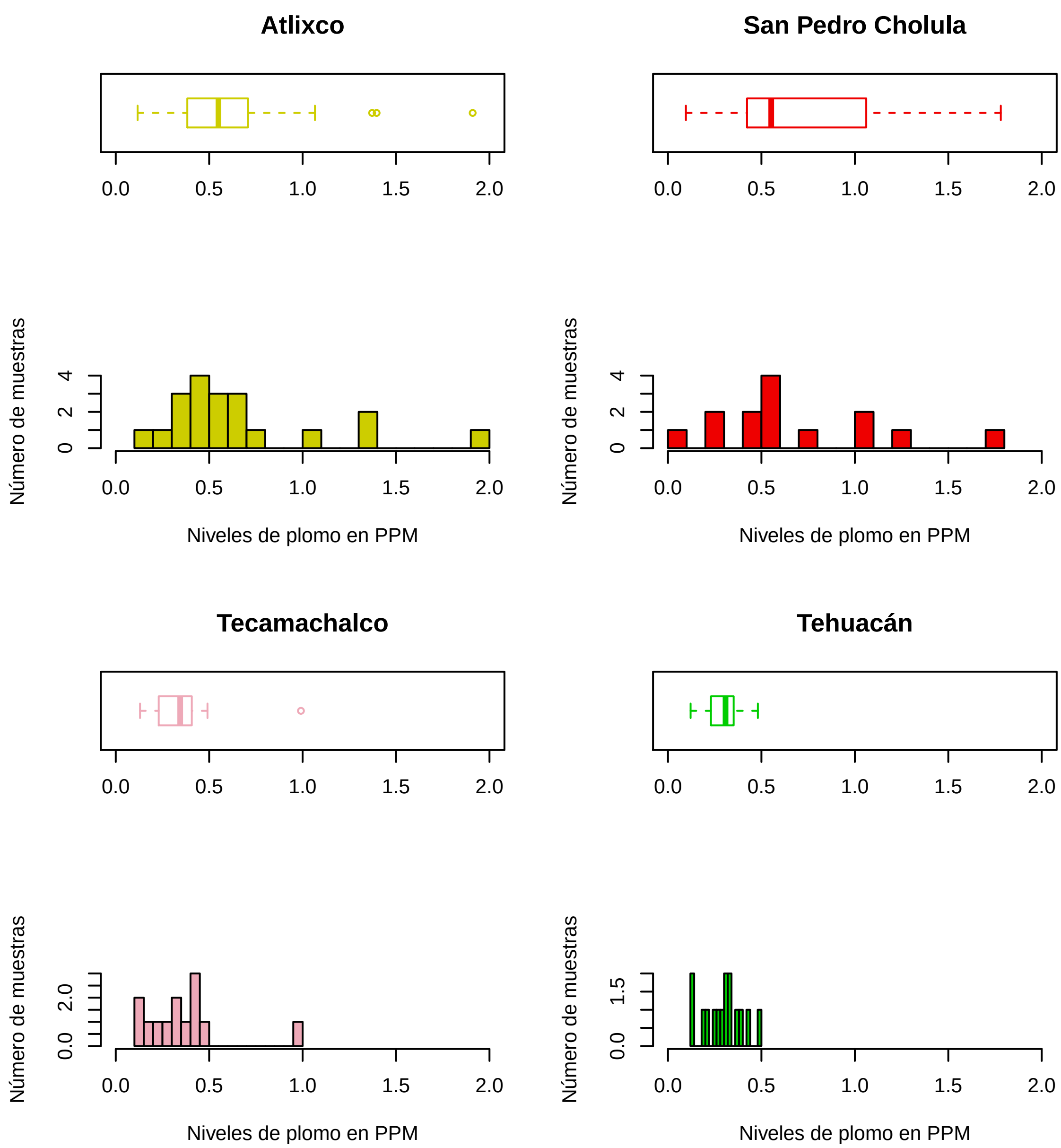


Figura 3.3: En las gráficas se observa la cantidad de bovinos en la muestra para diferentes niveles de plomo en músculo de acuerdo al rastro donde fueron tomadas.

3.2.3. Análisis de los niveles de plomo en Riñón

Los niveles de plomo de las muestras en riñón están en el Tabla 3.4, los cuales son presentados por el rastro en el que fueron tomados, de igual manera se hace un estudio acorde a cada rastro para poder deducir la influencia respecto al rastro del que provienen.

Niveles de plomo en Riñón			
Atlixco	Cholula	Tecamachalco	Tehuacán
1.319	1.234	1.023	0.971
1.061	2.933	1.289	0.729
1.819	3.657	1.056	0.657
0.85	2.614	1.288	0.742
1.67	1.629	1.29	1.261
2.629	2.439	1.428	1.183
1.572	2.398	0.488	0.776
2.129	2.451	0.561	0.851
0.977	2.005	0.506	0.303
1.867	2.614	1.982	1.199
1.622	1.518	0.607	0.959
0.985	1.065	0.971	0.519
0.756	0.801	0.879	0.579
0.676	1.833		0.349
0.823			0.491
1.593			
1.373			
0.586			
0.914			
0.771			

Tabla 3.4: Resultados de los niveles de plomo en riñón tomadas en distintos rastros.

Estimación de la media poblacional usando las muestras de riñón de Atlixco

Utilizamos la ecuación (2.24) con la que obtenemos:

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 1.2996, \tag{3.29}$$

en donde el índice sy significa que se utilizó el muestreo sistemático. Después se obtiene la varianza estimada con la ecuación 2.26, por lo que primero calculamos s^2:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.6245997, \tag{3.30}$$

con lo que obtenemos la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.01487142. \tag{3.31}$$

Este procedimiento se hará en cada uno de los rastros con las muestras de riñón.

Estimación de la media poblacional usando las muestras de riñón en San Pedro Cholula

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 2.0850714. \tag{3.32}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.6245997 \tag{3.33}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0148714. \tag{3.34}$$

Estimación de la media poblacional usando las muestras de riñón en Tecamachalco

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 1.0283. \tag{3.35}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.188346 \tag{3.36}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0050708. \tag{3.37}$$

Estimación de la media poblacional usando las muestras de riñón en Tehuacán

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.7712666. \tag{3.38}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.090448 \tag{3.39}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0019186. \tag{3.40}$$

La media de los niveles de Pb en riñón en los rastros de Tecamachalco y Tehuacán al igual que en músculo es menor en comparación al de los otros municipios, pero los niveles incrementan demasiado ya que la media es de 1.0283 ppm y 0.7712666 ppm respectivamente y no hay muestras que rebasen las 2 ppm, en Atlixco incrementa un poco al obtener una media de 1.29996 y no hay muestras que sobrepasen las 3 ppm, sin embargo en San Pedro Cholula la media es de 2.0850719 ppm casi duplica lo de los rastros anteriores, en éste si se encuentran muestras por encima de las 3 ppm. Aunque éste órgano es de poco consumo, por ser órganos pequeños, la población rural y urbana que consume vísceras lo llegan a ingerir, además de ser un órgano de excresión del plomo en su forma hidrofílica. En este tejido hay diferencias en los diagramas de cajas ya que ninguno es parecido, en Atlixco los niveles son altos y es asimétrica hacia la derecha en los niveles altos, en San Pedro Cholula los niveles son altos pero el diagrama de la Figura 3.4 es asimétrico hacia la izquierda al igual que en Tecamachalco pero los niveles en éste son más bajos, por último en Tehucán los niveles se mantienen en su mayoría alrededor de la mediana, es decir hay menor variabilidad en los datos.

NIVELES DE PLOMO EN RIÑÓN

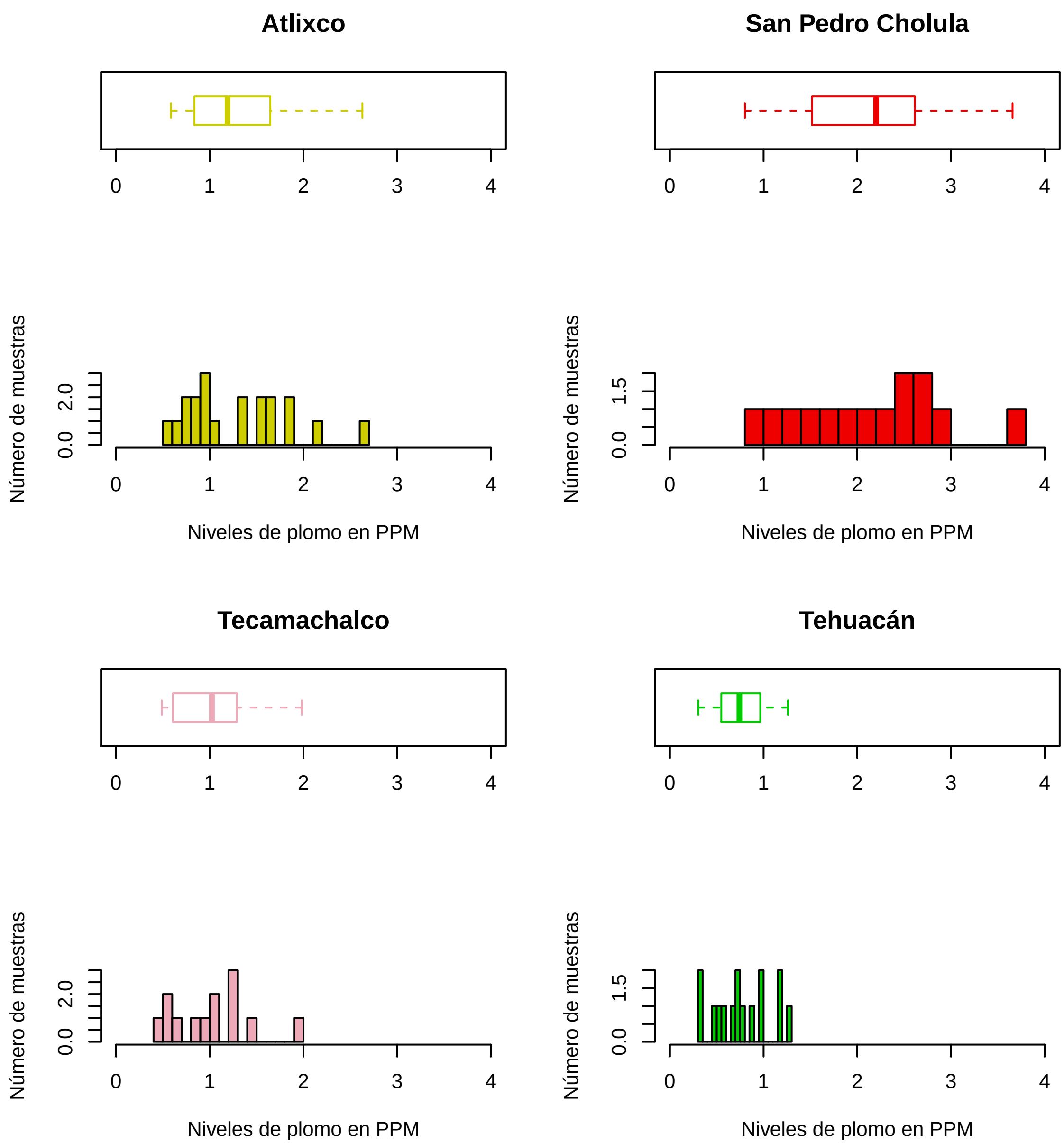


Figura 3.4: En las gráficas se observa la cantidad de bovinos en la muestra para diferentes niveles de plomo en riñón de acuerdo al rastro donde fueron tomadas.

3.2.4. Análisis de los niveles de plomo en Hígado

Los niveles de plomo de las muestras de hígado son los presentados en la Tabla 3.5 los cuales al igual que los anteriores vienen ordenados de acuerdo al rastro en que fueron tomados y de igual manera como se hizo anteriormente se analizan los datos de acuerdo al rastro.

Niveles de plomo en Hígado			
Atlixco	Cholula	Tecamachalco	Tehuacán
1.675	1.431	1.75	0.771
1.243	0.785	1.019	1.551
2.062	0.461	0.678	1.645
0.721	0.359	1.217	2.591
2.445	0.316	1.217	1.347
1.517	0.272	0.771	3.066
2.153	0.985	1.041	2.036
2.912	1.347	1.048	2.381
1.025	1.411	0.763	2.169
1.374	1.296	1.84	1.285
2.393	1.196	1.191	1.996
0.908	0.616	0.98	2.206
3.176	1.588	1.259	2.785
0.799	1.501		0.921
1.879			1.729
0.998			
1.233			
1.884			
0.626			
1.683			

Tabla 3.5: Resultados de los niveles de plomo en hígado tomadas en distintos rastros.

Estimación de la media poblacional usando las muestras de hígado de Atlixco

Utilizamos la ecuación (2.24) con la que obtenemos:

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 1.6353 \tag{3.41}$$

en donde el índice sy significa que se utlizó el muestreo sistemático. Después se obtiene la varianza estimada con la fórmula 2.26, por lo que primero calculamos s^2:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.5299079, \tag{3.42}$$

con lo que obtenemos la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0088318. \tag{3.43}$$

Este procedimiento se hará en cada uno de los rastros con las muestras de hígado.

Estimación de la media poblacional usando las muestras de hígado en San Pedro Cholula

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.968857615. \tag{3.44}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.236726 \tag{3.45}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0056363. \tag{3.46}$$

Estimación de la media poblacional usando las muestras de hígado en Tecamachalco

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 1.1364615. \tag{3.47}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.1200664, \tag{3.48}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0032326. \tag{3.49}$$

Estimación de la media poblacional usando las muestras de hígado en Tehuacán

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 1.8986. \tag{3.50}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.4413204, \tag{3.51}$$

por lo tanto, la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$ es:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.0093613. \tag{3.52}$$

Las medias de los niveles de plomo en hígado se incrementan más que las de riñón ya que solo la media del rastro de San Pedro Cholula que es de 0.968885 es la única en la que se obtuvo menor a 1 ppm aunque en el diagrama de cajas de la Figura 3.5 se observa que los niveles están a la izquierda de la mediana que es por debajo de la unidad. En el rastro del municipio de Tecamachalco se obtuvo una media de 1.1364615 pero se muestran dos valores extremos, que hace que la media aumente poco pero los datos se encuentran relativamente cerca de la mediana haciendo que la variabilidad sea poca, y en los rastros de los municipios de Atlixco y Tehuacán las medias obtenidas son 1.6353 ppm y 1.8986 ppm respectivamente, en ambos hay muestras que rebasan las 3 ppm, en éste caso losdiagramas son similares, asimétricos hacia la izquierda aunque las medianas son muy alejadas entre sí. Existen rastros en Puebla en los que el órgano hepático es decomisado y no es un peligro para la población, pero contamos con rastros municipales que no lo decomisan y es esta razón por la cual debe ser considerada la concentración que presenta el plomo.

NIVELES DE PLOMO EN HÍGADO

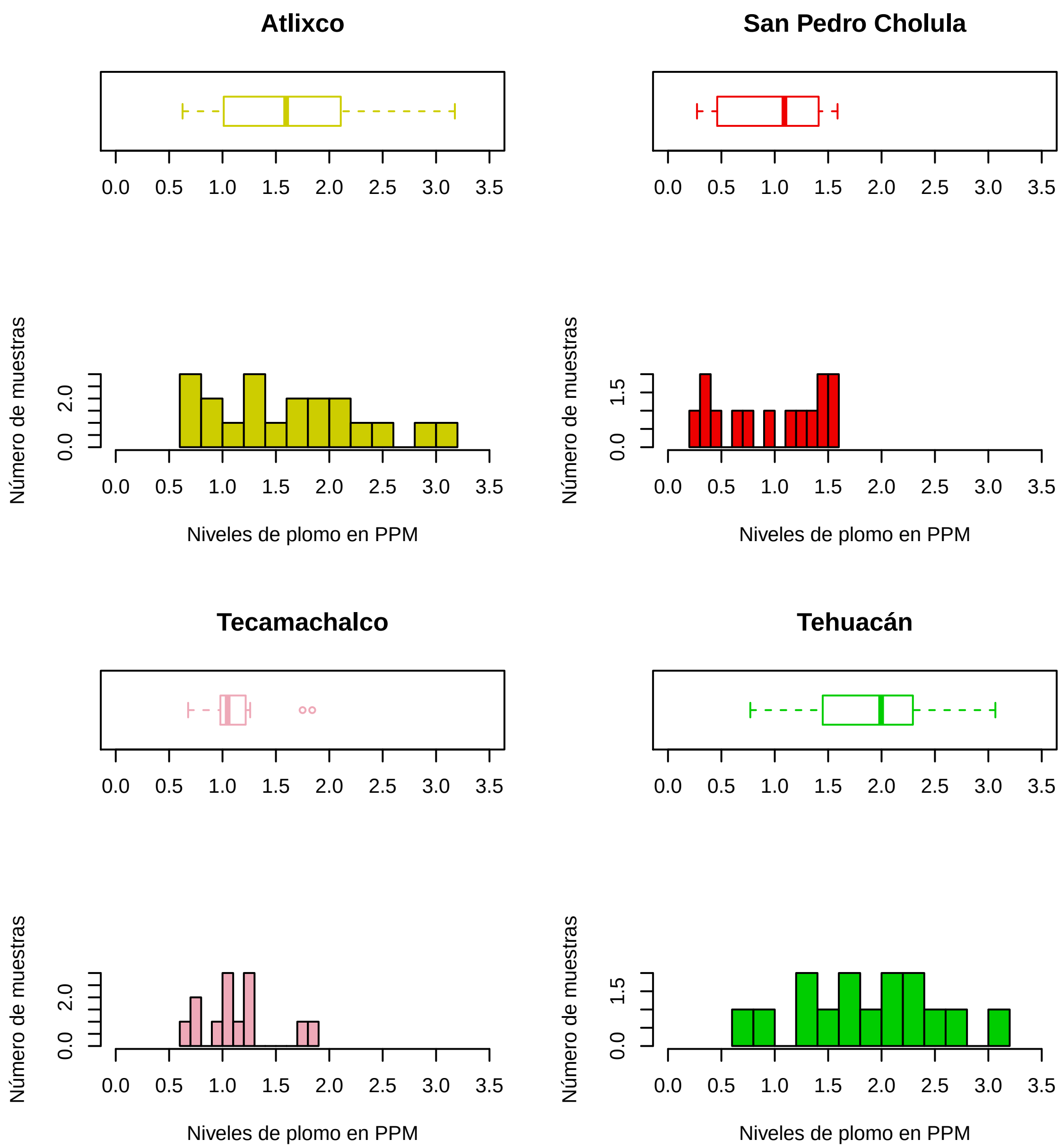


Figura 3.5: En las gráficas se observa la cantidad de bovinos en la muestra para diferentes niveles de plomo en hígado de acuerdo al rastro donde fueron tomadas.

3.2.5. Análisis general de las muestras

En esta sección se hace un análisis general de todas las muestras respecto a la parte de los bovinos que fue muestreada.

Análisis general de las muestras de Sangre

Calculando la media obtenemos:

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.56582258. \tag{3.53}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.14817454. \tag{3.54}$$

Por último obtenemos la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.00077932. \tag{3.55}$$

Análisis general de las muestras de Músculo

Calculando la media obtenemos:

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 0.51685484. \tag{3.56}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.150019 \tag{3.57}$$

Por último obtenemos la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.00078902. \tag{3.58}$$

Análisis general de las muestras de Riñón

Calculando la media obtenemos:

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 1.292258. \tag{3.59}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.51130026 \tag{3.60}$$

Por último obtenemos la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.00268917. \tag{3.61}$$

Análisis general de las muestras de Hígado

Calculando la media obtenemos:

$$\widehat{\mu} = \overline{y}_{sy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} = 1.44391935. \tag{3.62}$$

Calculamos s^2

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \overline{y}_{sy})^2}{n-1} = 0.47519657. \tag{3.63}$$

Por último obtenemos la **varianza estimada de** $\overline{y}_{sy}$:

$$\widehat{V}(\overline{y}_{sy}) = \frac{s^2}{n}(\frac{N-n}{N}) = 0.00249928. \tag{3.64}$$

NIVELES DE PLOMO POR TEJIDO

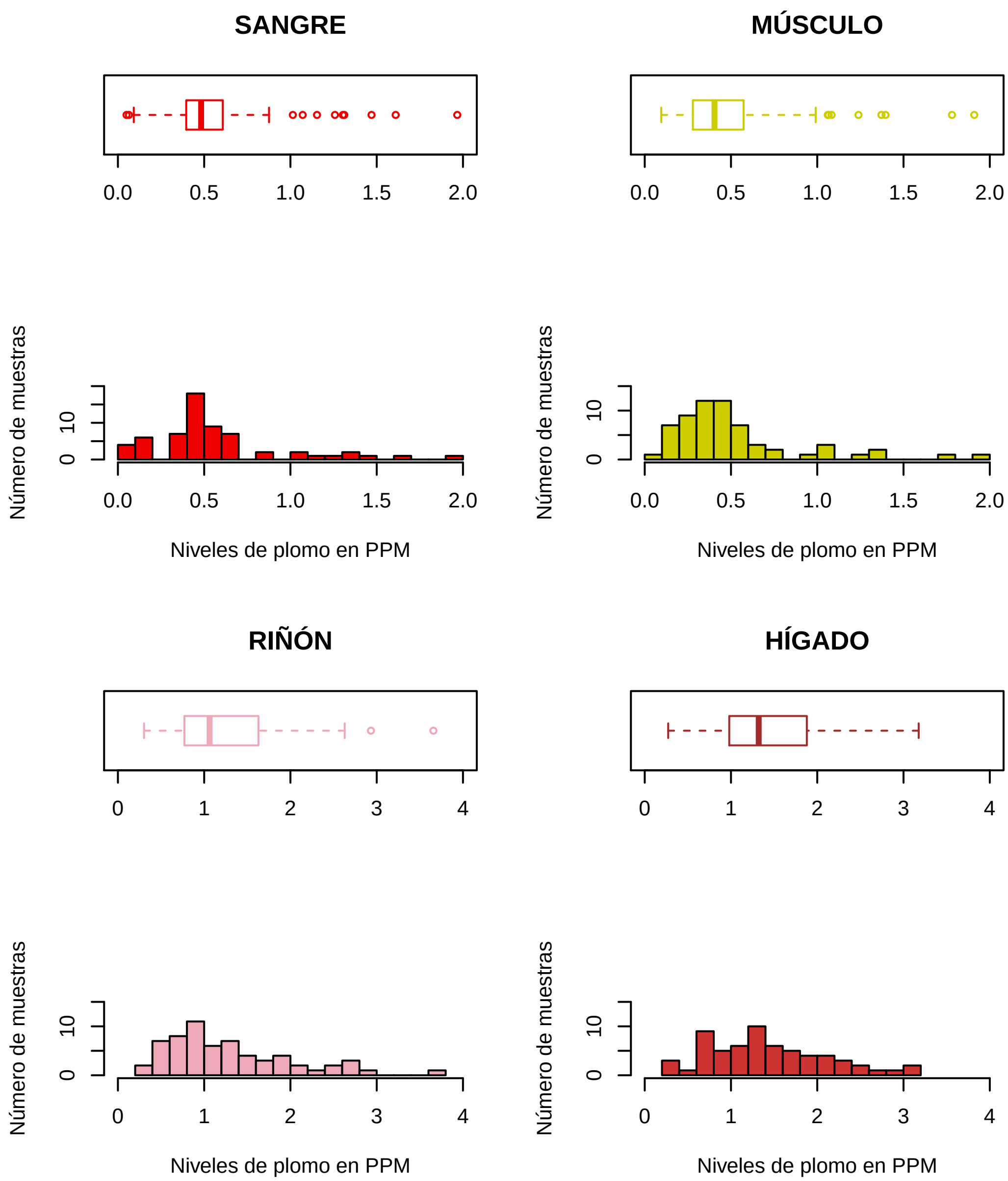


Figura 3.6: En las gráficas se presentan los niveles de Pb donde se concentran las muestras acorde a los tejidos de los bovinos.

En la Figura 3.7 se observa una gráfica de cajas, en donde se presentan los datos de los tejidos analizados, en cada uno de éstos se observa que la parte derecha de la caja es mayor que la de la izquierda, ésto no dice que los datos se acumulan más en niveles menores a la mediana y, en el caso del hígado y riñón no hay valores extremos pero hay mayor variabilidad entre los datos, y debido a esto, la media y la mediana difieren bastante (riñón media= 1.29288, mediana= 1.063 ppm; en hígado la media= 1.443919, mediana= 1.322 ppm), presentando diferencias respecto a la sangre y músculo en los que hay menor variabilidad, y la diferencia entre la media y la mediana es relativamente menor en comparación a los tejidos anteriores (sangre media= 0.5658, mediana= 0.4825; musculo media= 0.5169, mediana= 0.4825),aunque hay presencia de valores extremos en sangre, éstos valores se encuentran en ambos lados de los “bigotes”, los del lado izquierdo podrían deberse a la poca presencia del contaminante en los animales, mientras que al igual que en músculo, los valores extremos del lado derecho se deben a que, como se menciona más adelante, los animales se encuentran bajo mucho estrés y adrenalina, provocando la liberación del contaminante.

En la literatura consultada se menciona que la presencia del contaminante en músculo y sangre influye mucho el estrés, cuando los animales interactúan con un ambiente que les provoque miedo, angustia y estrés, hay cambios hormonales y bioquímicos dentro de él, para superar la causa que le provoca incomodidad y escapar de esta problemática asegurando su supervivencia. Una de las causas que le provocan mayor impacto es el tranporte antes del sacrificio y es notorio por que presentan diarrea y mucho miedo indicado en sus expresiones faciales y motilidad intestinal, provocando que el plomo acumulado en el organismo sea removido y pase nuevamente a la sangre y el músculo. Además, afectan las características fisicoquímicas de la carne después del sacrificio [12]. Debido a ésto, la media en sangre (0.56582285 ppm) y en músculo (0.51685484 ppm) que aunque es menor respecto a la media de riñón e hígado, no deja de ser considerable y muy similar, esto es grave ya que es lo que más consume la población, las consecuencias de una larga exposición a este metal ya se han expuesto.

Los rastros de los municipios en los que se presenta mayor concentración de Pb en todos los tejidos muestreados son Atlixco y San Pedro Cholula, debido a la cercanía con el volcán Popocatepetl como se había planteado, y aunque en cantidad menor la presencia del contaminante en los rastros municipales de Tecamachalco y Tehuacán podría deberse a que los canales fluidales que provienen de la presa Manuel Ávila Camacho que están contaminados por desechos industriales[7]. Aunque las muestras fueron tomadas tanto de animales de trabajo como de engorda, en todos hay presencia de este metal, es decir que todos tienen gran interacción con el ambiente contaminado.

Conclusión

Los resultados obtenidos en esta investigación son de alta confiabilidad ya que el margen de error es de (0.099) menos del 10 % en Hígado, (0.10) el 10 % en Riñón, (0.05) del 5 % en Sangre y (0.05) del 5 % en Músculo, lo que nos dice que el método de **Muestreo Sistemático** que se adaptó en la investigación arrojó resultados significativos y confiables, aunque este método no fue el que se había contemplado en un principio. El método que se adaptaba al tipo de población con el que se estaba trabajando era el **Muestreo Aleatorio Estratificado** que consistía en dividir la población en subpoblaciones, las cuáles serían los animales que provenían de criaderos y animales de trabajo de campo, ya que el tiempo de vida de los últimos es más prolongada a la de animales de criaderos, pero debido a la negativa de proporcionarnos esta información se tuvo que adaptar otro método, el cual debía proporcionarnos mayor información, por eso se eligió el muestreo sistemático. A partir del muestreo sistemático se determinó el tamaño de muestra, se tomó un total de 95 bovinos el cual, es un aproximado de animales en un día determinado de un estudio preliminar, y se determinó un tamaño muestral de 60 unidades, para alcanzar este tamaño de muestra se requirió asistir más de una vez a cada rastro y tomando una muestra sistemática de 1 en 3 debido a que los animales llegaban en grupos de 4 a 10 animales aproximadamente, todos de manera aleatoria. Para poder tomar las muestras se llevaron los oficios pertinentes y se cumplieron con los requerimientos adecuados de salubridad para poder tomalas, una vez eligiendo a los animales se tomaron partes de sangre al momento de matar al animal, después de riñón e hígado que normalmente se desecha y por último de músculo ésta última parte era tomada una vez que los animales estaban listos para su distribución.

Se obtuvo un total de 62 muestras por cada parte, éstas fueron analizadas en laboratorio por los estudiantes de medicina veterinaria, supervisados por un asesor, que posteriormente nos proporcionaron los datos arrojados en el laboratorio. De acuerdo a ellos se estimaron los parámetros acorde al muestreo sistemático, lo cual nos dice que los rastros municipales con más presencia del contaminante están en Atlixco y San Pedro Cholula, esto debido a la cercanía con el volcán Popocatépetl y en todo el ecosistema hay presencia de Pb, y por tanto los animales criados a su alrededor interactúan más con este contaminante, mientras en los rastros de los municipios de Tecamachalco y Tehuacán los bovinos presentan menor nivel de éste contaminante, aunque es menor, pero lo hay, esto podría deberse a que los canales fluidales que corren interactúan con la presa Manuel Ávila Camacho, en la cuál desembocan diversos riachuelos que son contaminados por desechos de industrías de la zona urbana.

Al consultar organismos nacionales e internacionales que regularizan la concentración de plomo en alimentos cárnicos, por que en México únicamente se consideran los animales sacrificados en rastros tipo inspección federal y los rastros municipales no son regulados por SAGARPA, pero sí por la Secretaría de Salubridad (SSA) y por la Comisión Federal para la Protección Contra Riesgos Sanitarios (COFEPRIS), y el origen del consumo de carne de la población viene de rastros municipales, tomamos como referencia las normas internacionales, y observamos que lo obtenido en la investigación se encuentra por encima de los niveles máximos establecidos.

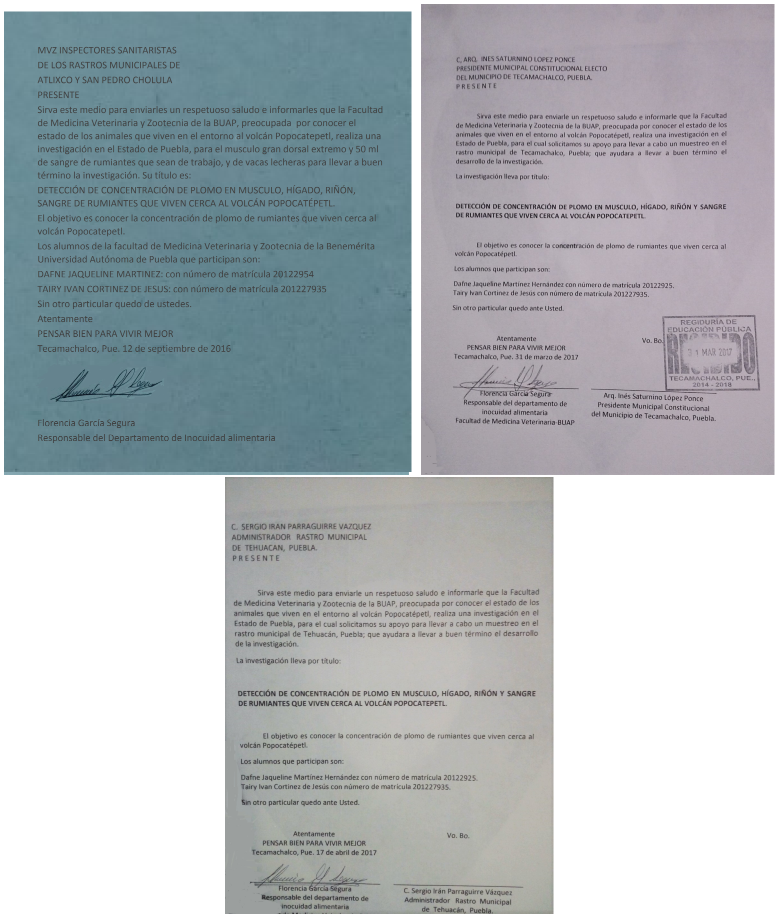
En la Tabla 3.6 se presentan las concentraciones normadas en México, la FDA y el CODEX alimentarius.

Comparación con Normas en ppm				
Parte	Muestras de la investigación	México (NOM-004-ZOO-1994)	CODEX Alimentarius	FDA (Food Drug Administration)
Músculo	0.516854	*	0.1	0.1
Sangre	0.565822	*	0.1	0.1
Riñón	1.292258	*	0.1	0.1
Hígado	1.443919	*	0.1	0.1

Tabla 3.6: Comparación de los resultados de ésta investigación con distintas normas.

Se muestra que la NOM-004-ZOO-1994 con respecto al límite máximo permitido en músculo, sangre, riñón e hígado no está normado. Para el CODEX[13] alimentario la concentración es de 0.1pp, para la FDA la concentración es de 0.1 ppm, y en esta investigación se obtuvo una media de 0.516854 ppm para sangre, 0.565822 ppm para músculo, 1.292258 ppm para riñón y 1.443919 ppm para hígado, mostrando en todos los tejidos, niveles muy por encima de lo máximo permitido por la normatividad vigente.

Anexo



MVZ INSPECTORES SANITARISTAS
DE LOS RASTROS MUNICIPALES DE
ATLIXCO Y SAN PEDRO CHOLULA
PRESENTE

Sirva este medio para enviarles un respetuoso saludo e informarles que la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia de la BUAP, preocupada por conocer el estado de los animales que viven en el entorno al volcán Popocatepetl, realiza una investigación en el Estado de Puebla, para el musculo gran dorsal extremo y 50 ml de sangre de rumiantes que sean de trabajo, y de vacas lecheras para llevar a buen término la investigación. Su título es:

DETECCIÓN DE CONCENTRACIÓN DE PLOMO EN MUSCULO, HÍGADO, RIÑÓN, SANGRE DE RUMIANTES QUE VIVEN CERCA AL VOLCÁN POPOCATÉPETL.

El objetivo es conocer la concentración de plomo de rumiantes que viven cerca al volcán Popocatepetl.

Los alumnos de la facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia de la Benemérita Universidad Autónoma de Puebla que participan son:

DAFNE JAQUELINE MARTINEZ: con número de matrícula 20122954
TAIRY IVAN CORTINEZ DE JESUS: con número de matrícula 201227935

Sin otro particular quedo de ustedes.

Atentamente
PENSAR BIEN PARA VIVIR MEJOR
Tecamachalco, Pue. 12 de septiembre de 2016

Florencia García Segura
Responsable del Departamento de Inocuidad alimentaria

C, ARQ. INES SATURNINO LOPEZ PONCE
PRESIDENTE MUNICIPAL CONSTITUCIONAL ELECTO
DEL MUNICIPIO DE TECAMACHALCO, PUEBLA.
PRESENTE

Sirva este medio para enviarle un respetuoso saludo e informarle que la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia de la BUAP, preocupada por conocer el estado de los animales que viven en el entorno al volcán Popocatépetl, realiza una investigación en el Estado de Puebla, para el cual solicitamos su apoyo para llevar a cabo un muestreo en el rastro municipal de Tecamachalco, Puebla; que ayudara a llevar a buen término el desarrollo de la investigación.

La investigación lleva por título:

DETECCIÓN DE CONCENTRACIÓN DE PLOMO EN MUSCULO, HÍGADO, RIÑÓN Y SANGRE DE RUMIANTES QUE VIVEN CERCA AL VOLCÁN POPOCATEPETL.

El objetivo es conocer la concentración de plomo de rumiantes que viven cerca al volcán Popocatépetl.

Los alumnos que participan son:

Dafne Jaqueline Martínez Hernández con número de matrícula 20122925.
Tairy Ivan Cortinez de Jesús con número de matrícula 201227935.

Sin otro particular quedo ante Usted.

Atentamente
PENSAR BIEN PARA VIVIR MEJOR
Tecamachalco, Pue. 31 de marzo de 2017

Vo. Bo.

REGIDURÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA
31 MAR 2017
TECAMACHALCO, PUE., 2014 - 2018

Florencia García Segura
Responsable del departamento de inocuidad alimentaria
Facultad de Medicina Veterinaria-BUAP

Arq. Inés Saturnino López Ponce
Presidente Municipal Constitucional
del Municipio de Tecamachalco, Puebla.

C. SERGIO IRAN PARRAGUIRRE VAZQUEZ
ADMINISTRADOR RASTRO MUNICIPAL
DE TEHUACAN, PUEBLA.
PRESENTE

Sirva este medio para enviarle un respetuoso saludo e informarle que la Facultad de Medicina Veterinaria y Zootecnia de la BUAP, preocupada por conocer el estado de los animales que viven en el entorno al volcán Popocatépetl, realiza una investigación en el Estado de Puebla, para el cual solicitamos su apoyo para llevar a cabo un muestreo en el rastro municipal de Tehuacán, Puebla; que ayudara a llevar a buen término el desarrollo de la investigación.

La investigación lleva por título:

DETECCIÓN DE CONCENTRACIÓN DE PLOMO EN MUSCULO, HÍGADO, RIÑÓN Y SANGRE DE RUMIANTES QUE VIVEN CERCA AL VOLCÁN POPOCATEPETL.

El objetivo es conocer la concentración de plomo de rumiantes que viven cerca al volcán Popocatépetl.

Los alumnos que participan son:

Dafne Jaqueline Martínez Hernández con número de matrícula 20122925.
Tairy Ivan Cortinez de Jesús con número de matrícula 201227935.

Sin otro particular quedo ante Usted.

Atentamente
PENSAR BIEN PARA VIVIR MEJOR
Tecamachalco, Pue. 17 de abril de 2017

Vo. Bo.

Florencia García Segura
Responsable del departamento de inocuidad alimentaria

C. Sergio Irán Parraguirre Vázquez
Administrador Rastro Municipal
de Tehuacán, Puebla.

Figura 3.7: Oficios que se presentaron a los encargados de los rastros, aparecen los nombres de los estudiantes de veterinaria los cuales nos apoyaron en la toma de las muestras.

Bibliografía

[1] Cochran W. G. (1982). *Técnicas de Muestreo*. Tercera edición. Editorial Continental. México. ISBN 0-471-16240-X.

[2] DesRaj. (1880). *Teoría del Muestreo*. Primera edición. Editorial McGraw-Hill. ISBN 968-16-0355-9.

[3] Scheaffer R. L.& Mendenhall, W. & Ott, L. (1897). *Elementos de Muestreo*. Tercera edición. Editorial Iberoamérica. México. ISBN 0-87150-943-1.

[4] SEFOB.(8 de noviembre de 1994).Norma Oficial Mexicana, NOM-004-ZOO-1994. Recuperado de:http://www.porcimex.org/NORMAS/NOM-004-ZOO-1994.pdf

[5] SEGOB.(9 de octubre de 2014).Aviso de cancelación de la Norma Oficial Mexicana NOM-004-ZOO-1994 .Recuperado de:http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5363339&fecha=09/10/2014

[6] Bolaños F. (1990). El impacto biológico, problema ambiental contemporáneo. Coordinación general de estudios de posgrado. UNAM. 302-330.

[7] García S. F.(2005). Evaluación de metales pesados en carne de bovinos en Tecamachalco, Tehuacán, Tepeaca. Instituto de ciencias de posgrado en ciencias ambientales. BUAP. pag 34-41.

[8] Burns Ralph A. (1996). Fundamentos de Química. Segunda edición Editorial Prentice-Hall Hispanoamericana. ISBN 91-183-184.

[9] Turk Wittes. W. 1981. Tratando de ecología. pag. 653-712

[10] Alio M. Universidad de Barcelona. (2000). Las baterías o pilas no son un residuo cualquiera. En línea (www.monografias.com/trabajos12monpilas/monpilas.Shtml)

[11] Lu C-F. (1992). Toxicología Básica. Riesgo por exposición a sustancias tóxicas. HARLA, S.A. de C.V. Pag. 194-195.

[12] Hernández B.J., Aquino L.J., Ríos R.F.(2013). Efecto del manejo premortem en la calidad de la carne. Universidad Autónoma Benito Juárez de Oaxaca, México. Pag. 2-3.

[13] OMS, CODEX STAN 193-1995, (2015). Norma General Para los Contaminantes y las Toxinas Presentes en los Alimentos y Piensos, ONU, pag. 44-47.

[14] U.S. FOOD AND DRUG Administration,(August, 2000).Guidance for Industry: Action Levels for Poisonous or Deleterious Substances in Human Food and Animal Feed, USA.

Glosario

ácido aminolevulínico, es una enzima expresada en todos los organismos eucariotas no vegetales, en humanos controla la transcripción genética.

albúmina, proteína principal de la sangre la cual se sintetiza en el hígado

biosíntesis de HEM, tranporte de gases diatómicos, catálisis química y transferecia de electrones.

cadena trófica ,contaminación por actividad humana.

corteza renal, parte externa del riñón, cuya función es la filtración, la reabsorción activa y la secreción.

Cu , nomenclatura de cobre.

epitelio, es el tejido formado por una o varias capaz de células, que recubren todas las superficies libres del organizmo, y constituyen el revestimiento interno de las cavidades, órganos huecos, conductos del cuerpo, así como formar mucosas y las glándulas.

eritrocitos, células de la sangre también llamados glóbulos rojos.

Hg , nomenclatura de mercurio.

Pb , nomenclatura de plomo.

PPM , Partes Por Millón equivalente a 1mg/kg. en el SI

sistemas enzimáticos, grupo de proteínas que sirven para la absorción y producción de hormonas.

tejido hepático, tejido perteneciente al hígado.