



# ***BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA***

*FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO  
MATEMÁTICAS*

*Un modelo matemático de dinámica  
poblacional para el venado cola blanca en  
el Parque Estatal "Flor del Bosque"*

*T E S I S*

*que para obtener el título de licenciado en  
Matemáticas Aplicadas*

*presenta:*

*Gilberto Pérez González*

*Directora de tesis:*

*Dra. Lucía Cervantes Gómez*

*PUEBLA, PUE.*

*15 de julio de 2013*



*A mi familia.*



## Reconocimientos

A la Secretaría de Educación Pública, por la beca otorgada mediante el *Programa de Becas Universitarias 2012* que permitió la elaboración de esta tesis.

A la Vicerrectoría de Investigación y Estudios de Posgrado de la BUAP por la beca otorgada que favoreció la conclusión de este trabajo, así como su impresión mediante el proyecto *Modelización matemática con ecuaciones diferenciales y en diferencias 2013*.

Al personal del Parque Estatal “Flor del Bosque”, en especial a quien fuera su Director durante el año 2012, M. C. Luis Enrique Martínez Romero y al Responsable Técnico M. V. Z. Ramón Hernández Bautista, por toda la información brindada y las facilidades prestadas para la realización de este trabajo.

A la Pas. de la Lic. en Ciencias Ambientales Myriam Poisot Cervantes, por su asesoría y aportación del material e información de Ecología.



## Agradecimientos

Le doy gracias a Dios por darme la oportunidad de llegar a la culminación de un paso importante en mi vida.

Le doy gracias a mis padres Teresa González Dolores y Miguel Pérez Morales por darme la vida, por su ternura y todo su amor, por apoyarme en todo momento, por los valores que me inculcaron, por sus sabios consejos que me ayudaron a luchar contra la adversidad.

A mi hermana Ana Lilia, por su apoyo incondicional a lo largo de estos años, has sido parte fundamental en mi formación. Igualmente a mi hermana Rosario y a mis hermanos por ser parte importante en mi vida y por hacerme sentir con ganas de seguir adelante.

Quiero dedicar un agradecimiento especial a mi directora de tesis, la Dra. Lucía Cervantes Gómez por su apoyo y supervisión que me brindó a lo largo de la elaboración de esta tesis, por su motivación para la culminación de mi carrera, por sus enseñanzas, por su paciencia y principalmente por compartir sus conocimientos y experiencia conmigo, dándome herramientas para defenderme en el mundo real, muchas gracias porque sin su apoyo este logro no habría sido posible.

A Myriam Poisot Cervantes, siento profunda admiración porque sin tí difícilmente podría entender la problemática involucrada en éste trabajo, gracias por tu apoyo.

Al Dr. Juan Alberto Escamilla Reyna, M. C. Julio Erasto Poisot Macías y Dr. Jacobo Oliveros Oliveros por el tiempo dedicado en la revisión de mi tesis que contribuyeron a su mejoramiento mediante sus observaciones y sugerencias.

A quienes dedicaron un pedacito de su vida para compartir un poco de ella conmigo, gracias a los profesores de la facultad por los conocimientos que me transmitieron a lo largo de mi estancia en la FCFM, los recuerdo con mucho cariño.

La amistad es un tesoro invaluable y los amigos son la prueba de que ello es cierto, me siento profundamente agradecido con ustedes, mis amigos, que me han acompañado a lo largo de mi carrera profesional y en mi vida, la han llenado de buenos e inolvidables momentos, de cada uno me llevo algo especial.

# Introducción

A pesar de que la humanidad depende de los servicios que la biosfera y sus ecosistemas le brindan para su subsistencia, desarrollo y evolución cultural, éstos presentan un grado de deterioro preocupante ocasionado por las actividades humanas, mismas que continúan amenazando los ecosistemas y el equilibrio de la biosfera en sí [27].

México cuenta con una gran diversidad cultural y biológica, siendo el quinto país con mayor biodiversidad en el mundo. Ambas diversidades, así como la interacción entre ellas, le confieren un gran potencial para su desarrollo y a su vez le exigen una gran responsabilidad hacia la sociedad y el mundo. Las decisiones que se tomen sobre el uso y la conservación de la biodiversidad nacional dependen del cuerpo de conocimientos y capacidades que se generan en el país, de ahí la importancia de realizar estudios e investigaciones que contribuyan a ampliar el conocimiento que se tiene de nuestros ecosistemas y los servicios ambientales que proveen, para con ellos generar estrategias de conservación, restauración y aprovechamiento sustentable. A su vez, estas estrategias deben responder tanto a la heterogeneidad ambiental del país, como a la diversidad cultural, social y económica, y a los rápidos procesos de transformación que ocurren dentro del territorio. El éxito de la conservación será resultado de la buena interacción entre el Estado, los investigadores y los locatarios [27].

En el país, la principal estrategia de política ambiental para promover la conservación de los ecosistemas y sus servicios ha sido el establecimiento de Áreas Naturales Protegidas (ANP's), las cuales son zonas del territorio reguladas y vigiladas, representativas de los diversos ecosistemas y productoras importantes de beneficios ecológicos [8]. Aunado a éstas, se encuentran las Unidades de Manejo para la Conservación de la Vida Silvestre (UMA's) que promueven esquemas alternativos de producción mediante el uso racional, ordenado y planificado de los recursos naturales que en ellas contienen [28]. Ambas herramientas de la política pública para la conservación promueven y requieren de investigación científica y técnica que permita una buena planeación para el manejo de los ecosistemas y sus recursos. En este

sentido, el éxito en el manejo de poblaciones silvestres de fauna depende en gran medida del conocimiento que se tenga sobre la estructura, función, y sobre todo, de la dinámica de las poblaciones.

El venado es uno de los animales más emblemáticos en las culturas mesoamericanas, forma parte de la cosmovisión y ha sido aprovechado desde hace varios milenios. Sin embargo, la destrucción de sus hábitats naturales y la cacería furtiva por motivos deportivos o económicos ha disminuido las poblaciones naturales y ejerce una presión considerable sobre las diferentes especies presentes en el país [3].

El Parque Estatal General Lázaro Cárdenas del Río “Flor del Bosque”, un área natural protegida administrada por el Estado de Puebla, y ubicada a diez kilómetros de la ciudad de Puebla, tiene como uno de sus objetivos reproducir y reintroducir el venado cola blanca mexicano (*Odocoileus virginianus mexicanus*), a través de una UMA -Zoológico [25].

## Objetivo

El objetivo principal de esta tesis es la elaboración de un modelo matemático, que proporcione un conteo teórico de la población de venados cola blanca en el Parque, utilizando los datos reales disponibles, y pueda utilizarse como base de comparación con los resultados obtenidos de estimaciones por el Parque con otros métodos.

## Justificación

Para aprovechar, manejar y conservar cualquier población de fauna silvestre, se deben llevar a cabo estudios basados en el conocimiento de la demografía de la población de interés y de sus relaciones con otras especies y su habitat. En primer lugar es necesario saber cuál es el número de individuos que constituyen la población; es muy difícil obtener un conteo exacto del número total de individuos de cada una de las especies de animales en el Parque, esto se debe a los hábitos sigilosos de la mayoría de los animales, a la dificultad impuesta por la vegetación, la topografía del terreno, así como a la extensión del área de trabajo y al presupuesto limitado [12].

En esta tesis se eligió trabajar con el venado cola blanca debido al interés del Parque, entre otras razones, para comparar las estimaciones obtenidas por el método de conteo de excretas, ya que el método tiene varias desventajas: es tardado (ha requerido aproximadamente un año por conteo) de difícil implementación, y aunque se ha ido mejorando la implementación del mismo en el Parque, es un método inexacto, del cual ni siquiera se tiene claro cuál es el margen de error. Por otra parte, el conocimiento de la especie, reportado en la literatura y el generado en el Parque, permiten tener información mínima necesaria para realizar el modelo matemático. El modelo matemático proporcionará una nueva visión y manera de contar que permitirá contrastar los datos proporcionados por el método de conteo de excretas.

De esta manera se apoyará al Parque en la estimación del tamaño y dinámica poblacional, necesarios para el manejo sustentable de esta especie.

### **Metodología**

Para construir el modelo de la población se realizaron unos modelos matemáticos auxiliares previos. Todos los modelos realizados se basaron en la teoría de ecuaciones en diferencias; para elaborarlos se utilizó información reportada en la literatura, indicada en la bibliografía, así como los datos obtenidos de las observaciones y conteos, realizados en el Parque “Flor del Bosque”, sobre el comportamiento de las subespecies y el grupo híbrido de venado cola blanca involucrados. La información utilizada fue el promedio de vida, la mortandad, la edad en la que inicia su ciclo reproductivo, la proporción de crías (hembras y machos), la probabilidad de sobrevivencia y el tamaño de la población. La mayoría de estos datos están registrados en su documentación (también indicada en la bibliografía), o bien, fue proporcionada en forma verbal por quien fuera el Director del Parque durante el año 2012 (en el que se recolectó la información para la elaboración de la tesis): M.C. Luis Enrique Martínez Romero y el Responsable Técnico M.V.Z. Ramón Hernández Bautista.

### **Panorama del contenido de la tesis**

En el capítulo 1 se presentan las definiciones, resultados y ejemplos

relacionados con las ecuaciones en diferencias lineales de orden  $n$ .

En el capítulo 2 se muestra un panorama sobre la biodiversidad en México y las acciones de conservación implantadas.

En el capítulo 3 se presenta información (distribución, reproducción, longevidad) del venado cola blanca en América, en la República Mexicana y en el Parque Flor del Bosque.

En el capítulo 4 construimos un modelo matemático utilizando ecuaciones en diferencias para el caso ideal en el que la población de venado del Parque estuviera conformada sólo por la subespecie *mexicanus*. Se elaboraron algoritmos para iterar las ecuaciones y obtener las soluciones que se presentan en forma de tablas.

En el capítulo 5 se presenta el modelo matemático para contar la población de descendientes híbridos de las dos subespecies que generaron la población del parque: *mexicanus* y *texanus*, elaboramos algoritmos para iterar el modelo y mostramos los resultados obtenidos. Finalmente se construyen las simulaciones de la población completa, compuesta tanto por la subespecie de venado cola blanca *mexicanus* como por los descendientes híbridos de ambas especies presentes en el Parque.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>I</b>
<b>1. Ecuaciones en diferencias</b>	<b>1</b>
1.0.1. Ecuaciones lineales de orden $n$ . . . . .	9
<b>2. Biodiversidad y diversidad cultural</b>	<b>13</b>
2.1. La conservación en México . . . . .	15
2.1.1. Las Áreas Naturales Protegidas . . . . .	15
2.1.2. Las Unidades de Manejo para la Conservación de la Vida Silvestre . . . . .	16
2.2. Áreas Naturales Protegidas del Estado de Puebla . . . . .	17
2.3. El Parque Estatal “Flor del Bosque” . . . . .	20
2.3.1. La UMA de venado cola blanca del Parque “Flor del Bosque” . . . . .	22
<b>3. Importancia, reproducción y longevidad del venado cola     blanca</b>	<b>23</b>
3.1. Importancia ecológica . . . . .	26
3.2. Importancia cultural . . . . .	26
3.3. Importancia económica . . . . .	26
3.4. Importancia cinegética . . . . .	27
3.5. Aspectos reproductivos del venado cola blanca subespecie <i>mexicanus</i> . . . . .	27
3.6. Aspectos reproductivos del venado cola blanca subespecie <i>te-</i> <i>xanus</i> . . . . .	30
3.7. Métodos de conteo de venados utilizados en el Parque Flor del Bosque . . . . .	31

3.7.1. Métodos de estimación de la población de ungulados	32
3.7.2. El conteo de grupos fecales . . . . .	32
3.7.3. Estimación de la población en el Parque . . . . .	34
3.8. Registro de la población de venados en el Parque . . . . .	35
3.8.1. Desglose de inventarios . . . . .	35
<b>4. Un modelo matemático para la población de la subespecie de venado <i>mexicanus</i></b>	<b>43</b>
4.1. Planteamiento de un modelo de población cerrada (sin migración) . . . . .	47
4.2. Algoritmo de iteración del modelo . . . . .	50
4.3. Iteración del modelo agregando altas y bajas . . . . .	52
4.4. Elaboración de una interfaz del algoritmo en Visual Basic . . . . .	54
<b>5. Modelo matemático para la población del venado cola blanca en el Parque</b>	<b>57</b>
5.1. Planteamiento del modelo . . . . .	59
5.2. Resultados . . . . .	68
<b>Conclusiones</b>	<b>71</b>
<b>Apéndice: Manual de uso del programa que genera las simulaciones</b>	<b>73</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>83</b>
<b>Glosario</b>	<b>87</b>

**Un modelo matemático de dinámica  
poblacional para el venado cola blanca en el  
Parque Estatal “Flor del Bosque”**

**Gilberto Pérez González**

Julio 2013.



# Capítulo 1

## Ecuaciones en diferencias

En esta sección presentamos un resumen de los resultados principales de los sistemas de ecuaciones en diferencias lineales con  $n$  ecuaciones y  $n$  incógnitas, la cual es la teoría matemática en la que se basa el desarrollo de los modelos planteados en este trabajo.

Una función discreta  $x(m)$  se caracteriza porque “ $m$ ” solamente toma determinados valores  $m_0, m_1, m_2, \dots, m_k$  dentro de un cierto intervalo, por lo que el recorrido de la función es  $x(m_0), x(m_1), x(m_2), \dots, x(m_k)$  [16].

**Definición 1.1.** *El cambio de una función  $x(m_k)$  (con elementos equiespaciados del dominio  $m_k = m_0, m_1, m_2, \dots$ ) debido a un incremento “ $h$ ” de su argumento “ $m_k$ ”, se le llama primera diferencia de la función y se representa por:*

$$\Delta x(m_k) = x(m_{k+h}) - x(m_k), \quad (1.1)$$

donde  $m_{k+h}$  pertenece al dominio de la función [16].

En el estudio de esta sección, solamente se trabajará con funciones discretas en las que todos los elementos del dominio están equiespaciados y se representarán con:

$$x(k) ; k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (1.2)$$

Con esta notación la primera diferencia de  $x(k)$  se define:

$$\Delta x(k) = x(k+h) - x(k), \quad (1.3)$$

además se considerará  $h = 1$ , con lo cual:

$$\Delta x(k) = x(k+1) - x(k). \quad (1.4)$$

De la misma manera como se obtuvo la primera diferencia de la función  $x(k)$ , se obtiene la segunda diferencia  $\Delta^2 x(k)$ , esto es:

$$\begin{aligned}\Delta^2 x(k) &= \Delta\{\Delta x(k)\} \\ &= \{x(k+2) - x(k+1)\} - \{x(k+1) - x(k)\} \\ &= x(k+2) - 2x(k+1) + x(k)\end{aligned}\quad (1.5)$$

La tercera diferencia de  $x(k)$  es:

$$\begin{aligned}\Delta^3 x(k) &= \Delta\{\Delta^2 x(k)\} \\ &= x(k+3) - 3x(k+2) + 3x(k+1) - x(k)\end{aligned}\quad (1.6)$$

y así sucesivamente, de tal manera que la  $n$ -ésima diferencia de  $x(k)$  es:

$$\begin{aligned}\Delta^n x(k) &= \Delta\{\Delta^{n-1} x(k)\} \\ &= \sum_{i=0}^n (-1)^i \binom{i}{n} x(k + nh - ih) \\ &= x(k + nh) - \binom{i}{1} x(k + nh - h) + \binom{i}{2} x(k + nh - 2h) \\ &+ \dots + (-1)^m \binom{n}{n} x(k)\end{aligned}\quad (1.7)$$

Otras formas de representar una función discreta son:

$$x(m_k), \quad x(k) \quad \acute{o} \quad x_k$$

Las ecuaciones en diferencias surgen como modelos matemáticos de fenómenos que evolucionan en el tiempo cuando la medida  $x$  de la magnitud que describe el sistema bajo estudio se realiza en instantes  $t_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$ , separados por un intervalo o periodo de tiempo de amplitud constante (un año, un mes o cualquier unidad de tiempo adecuada al fenómeno considerado).  $x_0$  o bien  $x(0)$ , representa el *estado inicial* del sistema;  $x_1$  mide el *estado* del sistema al final del primer periodo,  $x_2$  al final del segundo, y así sucesivamente. La evolución del sistema estará, pues, representada por una *sucesión* de números reales

$$x_0, x_1, \dots, x_k, \dots \quad (1.8)$$

en la que la transición de un estado al siguiente estará regida por una *ley de cambio*.

Una ecuación en diferencias de orden  $n$  es una relación que ha de satisfacer una sucesión incógnita  $x_k \equiv x(k)$  junto con sus diferencias (respecto a  $k$ ) primera, segunda, tercera, ...,  $n$ -ésima.

Una ecuación en diferencias de orden  $n$ , también se puede escribir como una relación entre  $n$  términos consecutivos.

$$x_k, x_{k+1}, x_{k+2}, \dots, x_{k+n}$$

$k = 0, 1, 2, \dots$ , de la sucesión  $x_k$ .

**Definición 1.2.** Una ecuación en diferencias de orden  $n$  lineal es una ecuación de la forma

$$a_0(k)x_{k+n} + a_1(k)x_{k+n-1} + \dots + a_{n-1}(k)x_{k+1} + a_n(k)x_k = b(k), \quad (1.9)$$

donde los coeficientes  $a_0(k), a_1(k), \dots, a_n(k)$  y el segundo miembro  $b_k$  son sucesiones dadas, se supone que  $a_i \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$  son diferentes de cero para  $k = 0, 1, 2, \dots$ , para que se trate realmente de una relación entre  $n$  términos consecutivos de una sucesión.

Si los coeficientes  $a_i \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$  de 1.9 son constantes, se tendrá una ecuación en diferencias lineal de orden  $n$  con coeficientes constantes

$$a_0x_{k+n} + a_1x_{k+n-1} + \dots + a_{n-1}x_{k+1} + a_nx_k = b(k). \quad (1.10)$$

**Definición 1.3.** Si  $b(k) = 0$  en

$$a_0x_{k+n} + a_1x_{k+n-1} + \dots + a_{n-1}x_{k+1} + a_nx_k = b(k)$$

se tendrá una ecuación en diferencias de orden  $n$  lineal con coeficientes constantes homogénea

$$a_0x_{k+n} + a_1x_{k+n-1} + \dots + a_{n-1}x_{k+1} + a_nx_k = 0. \quad (1.11)$$

Uno de los modelos que trabajamos en esta tesis se expresa como una ecuación en diferencias lineal de orden 4 con coeficientes constantes, la manera clásica de construir y entender las soluciones de este tipo de ecuaciones

es a través de un tipo de sistemas de ecuaciones lineales asociados, cuyos resultados principales introducimos a continuación.

La evolución conjunta de varias variables denotadas por  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$  (aquí el subíndice no denota el tiempo en el que se evalúan, sino que son variables diferentes) estará regida por un *sistema de ecuaciones en diferencias* cuando, en la evolución de cada una de ellas, el valor en el instante  $k + 1$ :  $x_i(k + 1)$  dependa no sólo de su valor en el instante precedente  $k$   $x_i(k)$  sino también de los valores de las demás variables en  $k$ :  $x_1(k), x_2(k), \dots, x_{n-1}(k), x_n(k)$ , los sistemas que nosotros requerimos son lineales.

**Definición 1.4.** *Un sistema de ecuaciones en diferencias lineal con coeficientes constantes homogéneo de tamaño  $n \times n$  ( $n$  ecuaciones y  $n$  variables), es un conjunto de ecuaciones de la forma*

$$\begin{cases} x_1(k+1) &= a_{11}x_1(k) + a_{12}x_2(k) + \dots + a_{1n}x_n(k), \\ x_2(k+1) &= a_{21}x_1(k) + a_{22}x_2(k) + \dots + a_{2n}x_n(k), \\ x_3(k+1) &= a_{31}x_1(k) + a_{32}x_2(k) + \dots + a_{3n}x_n(k), \\ &\vdots \\ x_{n-1}(k+1) &= a_{n-11}x_1(k) + a_{n-12}x_2(k) + \dots + a_{n-1n}x_n(k), \\ x_n(k+1) &= a_{n1}x_1(k) + a_{n2}x_2(k) + \dots + a_{nn}x_n(k). \end{cases} \quad (1.12)$$

El sistema 1.12 es un sistema de ecuaciones en diferencias *lineales* por ser las funciones de los segundos miembros lineales en las variables  $x_i$   $i = 1, 2, \dots, n$ . Utilizando las reglas conocidas del álgebra lineal para operar con vectores y matrices, podemos escribir el sistema 1.12 en su forma matricial:

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} (k+1) = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-11} & a_{n-12} & \cdots & a_{n-1n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} (k) \quad (1.13)$$

Sus soluciones se interpretan como sucesiones de puntos en  $\mathbb{R}^n$ .

Para simplificar la notación, denotamos por  $A$  la *matriz de coeficientes* (constantes, en este caso).

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n-11} & a_{n-12} & \cdots & a_{n-1n} \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}. \quad (1.14)$$

A continuación enunciamos los principales resultados que nos permiten resolver los sistemas de ecuaciones en diferencias.

- Dado un sistema  $x(k+1) = Ax(k)$  con la matriz de coeficientes asociada al sistema de tamaño  $n \times n$ , la solución general viene dada por

$$x(k) = A^k x(0) = PB^k P^{-1} x(0) = PB^k c, c \in \mathbb{R}^n$$

donde  $B$  es la forma canónica real de  $A$  y  $P$  la matriz de paso. La matriz  $B$  es una matriz diagonal por bloques

$$B = \begin{pmatrix} B_1 & & & \\ & B_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_s \end{pmatrix}$$

con

$$B^k = \begin{pmatrix} B_1^k & & & \\ & B_2^k & & \\ & & \ddots & \\ & & & B_s^k \end{pmatrix},$$

donde cada bloque elemental es de la forma

$$B_j = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & & \lambda & 1 \\ 0 & \cdots & & 0 & \lambda \end{pmatrix}$$

siendo

$$B_j^k = \begin{pmatrix} \lambda^k & k\lambda^{k-1} & \binom{k}{2}\lambda^{k-2} & \cdots & \binom{k}{r-1}\lambda^{k-r+1} \\ 0 & \lambda^k & k\lambda^{k-1} & \cdots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \binom{k}{2}\lambda^{k-2} \\ 0 & \cdots & & \lambda^k & k\lambda^{k-1} \\ 0 & \cdots & & 0 & \lambda^k \end{pmatrix},$$

donde  $\lambda$  valor propio de  $A$ , que se obtiene de calcular las raíces del polinomio característico asociado a la matriz  $A$  denotado por  $\det(A - \lambda I)$   $I$  es la matriz identidad de tamaño  $n \times n$ .

O bien de la forma

$$B_j = \begin{pmatrix} D & I_2 & O_2 & \cdots & O_2 \\ O_2 & D & I_2 & \cdots & O_2 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \vdots \\ O_2 & \cdots & & D & I_2 \\ O_2 & \cdots & & O_2 & D \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$$

con  $a + ib$ ,  $b > 0$ , valor propio complejo de  $A$ , siendo

$$B_j^k = \begin{pmatrix} D^k & kD^{k-1} & \binom{k}{2}D^{k-2} & \cdots & \binom{k}{r-1}D^{k-r+1} \\ O_2 & D^k & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & kD^{k-1} & \binom{k}{2}D^{k-2} \\ O_2 & \cdots & O_2 & D^k & kD^{k-1} \\ O_2 & \cdots & & O_2 & D^k \end{pmatrix}$$

y

$$D^l = r^l \begin{pmatrix} r \cos \theta l & r \sin \theta l \\ -r \sin \theta l & r \cos \theta l \end{pmatrix}$$

con  $r = |\lambda|$  y  $\theta = \arg(\lambda)$ .

Estas soluciones pueden también descomponerse por bloques

$$x(k) = A^k(x^1(k)|x^2(k)|\cdots|x^s(k)|)$$

con  $x^j(k)$  solución del subsistema  $x^j(k+1) = B_j x^j(k)$ , de donde se deducen los siguientes dos resultados:

- Si  $\lambda$  es real, cada coordenada  $x_i^j(k)$  es una combinación lineal de las sucesiones

$$k^l \lambda^{k-d}, \quad l = 0, 1, \dots, m(\lambda) - 1$$

o equivalentemente<sup>1</sup> de

$$k^l \lambda^k, \quad l = 0, 1, \dots, m(\lambda) - 1 \quad (1.15)$$

siendo  $m(\lambda)$  la multiplicidad (algebraica) del valor propio<sup>2</sup>  $\lambda$  que aparece en  $B_j$ .

- Si  $\lambda = a + ib$ ,  $b > 0$ , cada coordenada  $x_i^j(k)$  es una combinación lineal de las sucesiones

$$k^l \lambda^{k-d} \cos \theta(k-d), \quad k^q r^{k-\omega} \sin \theta(k-\omega), \quad 0 \leq l, q \leq m(\lambda) - 1$$

o equivalentemente<sup>3</sup> de

$$k^l r^k \cos \theta k, \quad k^q r^k \sin \theta k, \quad 0 \leq l, q \leq m(\lambda) - 1 \quad (1.16)$$

siendo  $r = |\lambda|$ ,  $\theta = \arg(\lambda)$  y  $m(\lambda)$  la multiplicidad (algebraica) del valor propio<sup>4</sup>  $a + ib$  con  $b > 0$ .

En resumen, se tiene el siguiente

<sup>1</sup>Nótese que, si  $\lambda \neq 0$ ,  $k^l \lambda^{k-d} = c k^l \lambda^k$  con  $c = \lambda^{-d}$ . Si  $\lambda = 0$ , no hay nada que añadir a la combinación lineal.

<sup>2</sup>Con más precisión,  $l \leq \mu - 1$ , siendo  $\mu$  el orden del correspondiente bloque, el cual, en todo caso, es menor o igual que  $m(\lambda)$ .

<sup>3</sup>Nótese que, si  $r \neq 0$ .

$k^l r^{k-d} \cos \theta(k-d) = r^{-d} k^l r^k (\cos \theta k \cos \theta d + \sin \theta k \sin \theta d) = c_1 k^l r^k \cos \theta k + c_2 k^l r^k \sin \theta k$

con  $c_1 = r^{-d} \cos \theta d$ ,  $c_2 = r^{-d} \sin \theta d$ , y análogamente para  $k^q r^{k-\omega} \sin \theta(k-\omega)$ .

<sup>4</sup>Con más precisión,  $l, q \leq \mu - 1$  siendo  $2\mu$  el orden del bloque considerado.

**Teorema 1.** Sea  $x(k)$  una solución de  $x(k+1) = Ax(k)$ , con  $A$  una matriz real  $n \times n$ . Entonces, cada una de las coordenadas de  $x(k)$  es una combinación lineal de las funciones

$$k^l r^k \cos \theta k, \quad k^q r^k \sin k\theta \quad (1.17)$$

donde  $\lambda = a + ib$  recorre los valores propios de  $A$  con<sup>5</sup>  $b \geq 0$ ,  $r = |\lambda|$ ,  $\theta = \arg(\lambda)$  y  $l$  y  $q$  son enteros tales que, para cada  $\lambda$ ,  $0 \leq l, q \leq m(\lambda) - 1$ <sup>6</sup> siendo  $m(\lambda)$  la multiplicidad (algebraica) de  $\lambda$ . En otros términos,

$$\begin{aligned} x(k) &= \sum_{\xi=1}^r (c_{\xi}^1 + c_{\xi}^2 k + \dots + c_{\xi}^{m_{\xi}} k^{m_{\xi}-1}) r_{\xi}^k \cos \theta_{\xi} k \\ &+ \sum_{\xi=1}^r (d_{\xi}^1 + d_{\xi}^2 k + \dots + d_{\xi}^{m_{\xi}} k^{m_{\xi}-1}) r_{\xi}^k \sin \theta_{\xi} k \quad (1.18) \end{aligned}$$

para una cierta elección de los vectores (reales) constantes  $c_{\xi}^l, d_{\xi}^q$ , y siendo  $\lambda_{\xi} = a_{\xi} + ib_{\xi}$ ,  $\xi = 1, \dots, r$ , los valores propios de  $A$  con  $b_{\xi} \geq 0$ ,  $r_{\xi} = |\lambda_{\xi}|$ ,  $\theta_{\xi} = \arg(\lambda_{\xi})$ , con multiplicidades  $m_{\xi}$ ,  $\xi = 1, \dots, r$ , respectivamente. Si  $\lambda_{\xi}$  es real positivo, entonces  $\theta_{\xi} = 0$ ,  $\cos \theta_{\xi} k = 1$  y  $\sin \theta_{\xi} k = 0$ , mientras que si  $\lambda_{\xi}$  es real negativo, se tiene  $\theta_{\xi} = \pi$ ,  $\cos \theta_{\xi} k = (-1)^k$  y  $\sin \theta_{\xi} k = 0$ . Los vectores  $c_{\xi}^l, d_{\xi}^q$  quedan unívocamente determinados si se refleja una condición inicial  $x(0) = x_0 \in \mathbb{R}^n$ .

- Si se plantea un problema de valor inicial, se impone la condición inicial prescrita en la fórmula de la solución general y con ello se determinan los valores únicos de  $c_1, c_2, \dots, c_n$  que, sustituidos en dicha fórmula, dan solución única del problema.
- En cuanto al comportamiento asintótico de las soluciones se tiene que, si  $|\lambda| < 1$  para todo valor propio  $\lambda$  de  $A$ ,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_i(k) = 0, \quad i = 1, \dots, n$$

para toda solución de  $x(k+1) = Ax(k)$ .

<sup>5</sup>Con  $b = 0$  se cubren los valores propios reales.

<sup>6</sup>Con mayor precisión,  $l$  y  $q$  son, para cada valor propio  $\lambda$ , menores que el orden del mayor  $\lambda$ - bloque de la matriz de Jordan de  $A$ .

### 1.0.1. Ecuaciones lineales de orden $n$

Aprovechando la sección 1.1 resolveremos la ecuación en diferencias de orden  $n$  lineal homogénea con coeficientes constantes

$$x(k+n) + a_1x(k+n-1) + \dots + a_{n-1}x(k+1) + a_nx(k) = 0. \quad (1.19)$$

Haciendo el cambio de variables

$$\begin{cases} x(k) & = x_1(k), \\ x(k+1) & = x_2(k), \\ x(k+2) & = x_3(k), \\ & \vdots \\ x(k+n-2) & = x_{n-1}(k), \\ x(k+n-1) & = x_n(k), \end{cases} \quad (1.20)$$

la ecuación 1.19 resulta equivalente al sistema

$$\begin{cases} x_1(k+1) & = x_2(k) \\ x_2(k+1) & = x_3(k) \\ & \vdots \\ x_{n-1}(k+1) & = x_n(k) \\ x_n(k+1) & = -a_nx_1(k) - a_{n-1}x_2(k) - \dots - a_1x_n(k) \end{cases} \quad (1.21)$$

o en forma matricial,

$$x(k+1) = Ax(k), \quad \text{con } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_{n-1} & \dots & -a_2 & -a_1 \end{pmatrix}. \quad (1.22)$$

**Proposición 1.5.** *La ecuación característica de la matriz  $A$  del sistema 1.22 es*

$$\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0 \quad (1.23)$$

**Proposición 1.6.** *La forma canónica real de la matriz  $A$  del sistema 1.22 tiene un solo bloque elemental correspondiente a cada valor propio, real o complejo, de  $A$ .*

EJEMPLO. Sea la ecuación

$$x(k+4) + 2x(k+3) + 2x(k+2) + 2x(k+1) + x(k) = 0 \quad (1.24)$$

La ecuación característica es

$$\lambda^4 + 2\lambda^3 + 2\lambda^2 + 2\lambda + 1 = 0$$

que tiene por raíces

$$-1 \text{ doble y } \pm i$$

En consecuencia la solución general de 1.24 es

$$x(k) = A(-1)^k + Bk(-1)^k + C \cos k\pi/2 + D \sin k\pi/2. \quad (1.25)$$

Si se requiere determinar la solución correspondiente a unas condiciones iniciales dadas, por ejemplo

$$x(0) = 1, \quad x(1) = -1, \quad x(2) = 1, \quad x(3) = -3 \quad (1.26)$$

se impone estas condiciones iniciales en 1.25, es decir,

$$\begin{aligned} x(0) &= A + C = 1, \\ x(1) &= -A - B + D = -1, \\ x(2) &= A + 2B - C = 1, \\ x(3) &= -A - 3B - D = -3. \end{aligned} \quad (1.27)$$

La solución única de 1.27 es

$$A = 0, \quad B = 1, \quad C = 1, \quad D = 0$$

con lo que la solución del problema de valor inicial 1.24 1.26 es

$$x(k) = k(-1)^k + \cos k\pi/2$$

A continuación enunciamos un resumen para resolver las ecuaciones en diferencias lineal homogénea de orden  $n$  con coeficientes constantes.

---

*Para resolver una ecuación lineal homogénea de orden  $n$  con coeficientes constantes*

$$x(k+n) + a_1x(k+n-1) + \dots + a_{n-1}x(k+1) + a_nx(k) = 0 \quad (*)$$

*es necesario calcular las raíces (valores propios) de la ecuación característica*

$$\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0$$

*(la cual se escribe directamente a partir de la ecuación en diferencias sustituyendo  $x(k+r)$  por  $\lambda^r$ ). Las soluciones de (\*) son las combinaciones lineales de  $n$  funciones*

$$k^l r^k \cos \theta k, \quad k^q r^k \sin \theta k$$

*donde  $\lambda = a + ib$  recorre los valores propios con  $b \geq 0$ ,  $r = |\lambda|$ ,  $\theta = \arg(\lambda)$  y  $l, q$  son enteros tales que  $0 \leq l, q \leq m(\lambda) - 1$ , siendo  $m(\lambda)$  la multiplicidad algebraica de la raíz  $\lambda$ <sup>7</sup>.*

---

<sup>7</sup>La mayoría de la información presentada en éste capítulo se obtuvo de [10]



## Capítulo 2

# Biodiversidad y diversidad cultural

Se entiende por biodiversidad a la diversidad biológica en un espacio determinado que podemos estudiar en cuatro distintos niveles de organización biológica: paisajes o regiones, ecosistemas, especies y genes; incluyendo sus componentes y procesos ecológicos y evolutivos. De manera que la biodiversidad de un país se identifica mediante los diferentes tipos de ecosistemas que contiene, el número de especies, el cambio de la riqueza de especies de una región a otra, el número de endemismos, de subespecies o razas, la variabilidad genética de las diferentes poblaciones de cada especie, entre otros [6] [17].

No es de extrañar que esta alta diversidad biológica esté estrechamente relacionada con la alta diversidad cultural presente en la nación, ya que las culturas dependen de su entorno natural y de los bienes y servicios que reciben del mismo. La biodiversidad de un país es parte de su capital natural que se entiende como el conjunto de ecosistemas y servicios, naturales y antropizados (como los agroecosistemas), que generan bienes y servicios útiles. Sin embargo, las transformaciones de los ecosistemas naturales para obtener bienes y servicios para la humanidad, aunque han traído beneficios también han ocasionado severos costos ambientales. Existen estudios que revelan una seria degradación de la capacidad de los ecosistemas del planeta para proveer los servicios ecosistémicos, incluidos los de producción de alimentos, tanto a escala global como regional y local [27].

Los factores directos que impactan y amenazan la biodiversidad del país son:

- La destrucción, deterioro y fragmentación de los hábitats (ecosistemas) ocasionados por el cambio de uso de suelo de los ecosistemas naturales a los ambientes antropizados para la agricultura, ganadería, construcción de presas, desarrollo urbano, carreteras, gaseoductos, oleoductos, etc.
- La sobreexplotación directa legal e ilegal (como el tráfico ilegal de especies) e indirecta (como la pesca incidental).
- La introducción de especies exóticas (voluntaria y accidentalmente). Las cuales compiten, depredan, transmiten enfermedades, modifican los hábitats y afectan a las especies nativas.
- la contaminación generada por las actividades industriales, de transporte y urbanas, que introducen sustancias tóxicas para la vida (como el arsénico) o alteran la dinámica y el funcionamiento del ecosistema (como el exceso de materia orgánica en los cuerpos de agua que disminuye la cantidad de oxígeno disponible para los peces ).
- El cambio climático, consecuencia de las actividades humanas en su escala, es ahora una de las principales amenazas a la flora y fauna.
- Los procesos de globalización que aceleran la pérdida de conocimientos y prácticas tradicionales de manejo, conservación y aprovechamiento de la agrobiodiversidad (como las diferentes razas de maíces o el cultivo de la milpa) [5].

Lejos del argumento que confronta el desarrollo con el uso sustentable de los recursos o la conservación, el nuevo enfoque asume que el desarrollo sustentable de las comunidades mexicanas debe basarse en el beneficio social permanente y debe responder a las características ambientales y a la capacidad de los ecosistemas del lugar en el que se encuentren. Bajo este escenario de deterioro ambiental y necesidad de mejorar las condiciones de la población, es necesaria la investigación generada desde el país y por los actores involucrados directamente en la problemática (locatarios, investigadores y gobierno) para conocer, comprender, valorar, utilizar y conservar adecuadamente el capital natural nacional [27].

## 2.1. La conservación en México

La conservación de la naturaleza en México y en el mundo, en la teoría y en la práctica, ha sido determinada por varias corrientes y posturas ideológicas en los últimos siglos que responden a las dinámicas culturales y socioeconómicas propias de la época y del lugar. Pasando por motivaciones como la simple recreación, a la conservación de la naturaleza intacta sin influencia del hombre, por las prioridades acordes con el interés económico como la producción forestal, hasta la aparición de la conservación no sólo de ecosistemas sino de los procesos y funciones que en él se desarrollan y que nos brindan servicios ecosistémicos como la disponibilidad de agua [8].

En el presente, la visión de conservación que se plantea para México, implica la comprensión y fomento de la biodiversidad y de los recursos y servicios ecosistémicos que ella provee, así como el mejoramiento de las condiciones de vida dignas y de oportunidades para todas las personas. Involucra de forma explícita la participación de las comunidades, de las instituciones gubernamentales y de los centros de investigación. La conservación depende tanto de las acciones directas de aquellos vinculados directamente con la naturaleza, como de las acciones de aquellos que toman decisiones o que inciden en la conservación aunque no directamente, como lo son los consumidores [8].

### 2.1.1. Las Áreas Naturales Protegidas

La principal estrategia de política ambiental con mayor definición jurídica para promover la conservación de los ecosistemas y sus servicios ha sido el establecimiento de un sistema de áreas naturales protegidas. Estas son porciones del territorio nacional, terrestres o acuáticas, representativas de los diversos ecosistemas, en donde el ambiente original no ha sido esencialmente alterado y que producen importantes beneficios ecológicos. Se crean bajo decreto presidencial y las actividades que pueden llevarse a cabo en ellas (investigación, educación ambiental, aprovechamiento sustentable de recursos) se establecen de acuerdo a la Ley General del Equilibrio Ecológico y Protección al Ambiente (LEGEPA). Están sujetas a regímenes especiales de protección, conservación, restauración y desarrollo, según las categorías establecidas por la Ley. Todas las áreas requieren de un Plan de Manejo, que

es el instrumento que determina las estrategias de conservación y uso [27] [8]. Existen diferentes categorías de ANP'S que corresponden a diferentes niveles de gobierno que se encargan de gestionarlas, a nivel federal están: las reservas de la biosfera (categoría que es además internacional), parques nacionales, monumentos naturales, áreas de protección de recursos naturales, áreas de protección de flora y fauna, y santuarios; a nivel estatal: parques y reservas estatales; a nivel municipal: zonas de preservación ecológica de los centros de población [9].

En México la visión institucional sobre la conservación, a cargo de la Comisión Nacional de Áreas Naturales Protegidas (CONANP) dependencia encargada de la conservación directa de los ecosistemas representativos del país, incluye los siguientes objetivos:

- Preservar y prevenir con la protección
- Usar y mantener a través del manejo
- Recuperar y restituir mediante la restauración
- Entender y decidir con el conocimiento
- Valorar y participar mediante la cultura
- Regular y fomentar a través de la gestión [8]

### **2.1.2. Las Unidades de Manejo para la Conservación de la Vida Silvestre**

Por otro lado, con el propósito de compatibilizar y reforzar mutuamente la necesidad de conservación de la biodiversidad con las necesidades de producción y desarrollo socioeconómico en México, principalmente en el sector rural, se estableció el Sistema de Unidades de Manejo para la Conservación de la Vida Silvestre (SUMA). Las cuales promueven esquemas alternativos de producción compatibles con el cuidado del ambiente, mediante el uso racional, ordenado y planificado de los recursos naturales renovables que contienen. Pueden funcionar como centros productores de pies de cría, bancos de germoplasma, nuevas alternativas de conservación y reproducción de especies, en labores de investigación, educación ambiental,

capacitación, así como unidades de producción de ejemplares, partes y derivados que pueden ser incorporados a los diferentes circuitos del mercado legal [28].

Todas las UMA's están registradas ante la Secretaría de Medio Ambiental y Recursos Naturales (SEMARNAT) y deben contar con un Plan de Manejo, que especifique en largo plazo las acciones a implementar y que debe estar basado en estudios científicos previos para poder ser aprobado. Aunado a esto, todos los planes de manejo deben tener un seguimiento constante por parte del titular responsable de cada unidad y de las autoridades, que garantice su adecuada operación. Cada titular es responsable de realizar las diversas actividades de manejo, de darles seguimiento permanente, de aplicar tareas de vigilancia y de solicitar el aprovechamiento, la captura, la extracción o la colecta [29].

Las UMA's incorporan dos tipos de manejo: a) de hábitat y desarrollo de poblaciones en vida libre (extensivas) y b) de poblaciones o individuos de especies en cautiverio (intensivas). Para que pueda darse un aprovechamiento sustentable es necesario que exista un adecuado manejo del hábitat, eficientes mecanismos de vigilancia y que se asegure el mantenimiento sano de las poblaciones. Para conocer la relación reproducción-aprovechamiento, los responsables técnicos desarrollan estudios de la dinámica poblacional de las especies, sustentados técnica y científicamente. Con esto es posible actualizar periódicamente la información sobre el estatus de las especies, del número de individuos, sus ciclos biológicos, hábitos alimentarios, condiciones del hábitat y sobre el estado de salud de la población dentro de cada unidad [29].

## 2.2. Áreas Naturales Protegidas del Estado de Puebla

El estado de Puebla cuenta con una superficie de  $33,902 \text{ km}^2$ , en el año de 1981 se reconocía que el 58 % de esta superficie estaba cubierta por vegetación natural, el 44.5 % con señales de perturbación y el 14.2 % sin signos evidentes de alteración [13]. Actualmente se estima que cerca del 14 % de la superficie del estado se encuentra con diferentes grados importantes de

deforestación; una gran cantidad de ríos y arroyos se encuentran con diversos niveles de contaminación desde sus orígenes; y más de 200 especies de vertebrados de Puebla, se encuentran dentro de alguna categoría de la NOM 059-SEMARNAT 2010. Es así que a partir del año 2011, se desarrolla el Sistema Estatal de áreas Naturales Protegidas del Estado de Puebla (SEANPEP). Uno de los objetivos centrales del SEANPEP es el de seleccionar y decretar las áreas de mayor representatividad, importancia y vulnerabilidad en el estado, al mismo tiempo que se garantice que las áreas naturales protegidas decretadas funcionen bajo un esquema planificado y uniforme de actividades de conservación y manejo sustentable conforme a las metas para lo cual fueron creadas; siendo necesario garantizar que cada área cuente con un Programa de Manejo y una estructura orgánica responsable de la administración y ejecución de cada programa correspondiente. En el año 2011, se

NOMBRE	SUPERFICIE (HA)
Parque Ecológico Revolución Mexicana	58
Parque del Arte	13
Parque del Bicentenario	116
Ecoparque Metropolitano	38
Reserva Ecológica Cerro Comalo	21.6
Reserva Ecológica Cerro de Amalucan	135.9
Reserva Ecológica Cerro Mendocinas	229.9
Reserva Ecológica Cerro Tepeyac	95.7
Reserva Ecológica Cerro Totolqueme	759.8
Parque Estatal Flor del Bosque	664
Parque Estatal Humedal de Valsequillo	13,784.342
Reserva Estatal Cerro Zapotecas	536
Reserva Estatal Sierra del Tentzo	57,815
<b>Total</b>	<b>74,267.472</b>

Figura 2.1: *Áreas Naturales Protegidas Estatales de Puebla (SSAOT, 2012).*

declara como área Natural Protegida la Reserva Estatal Sierra del Tentzo, con un total de 57,815 ha. En abril del 2012 se decreta el Parque Estatal Humedal de Valsequillo, el cual un mes antes se había logrado, gracias a la intervención de la SSAOT, se denominara como sitio RAMSAR, es decir

como “Humedal de Importancia Internacional”, protegiendo así 13,784.342 hectáreas más. Con estas dos declaratorias de áreas naturales protegidas en el estado, se incrementaron a 74,267.472 (Ver la tabla 2.1). Sumando esta superficie a las 254,704.82 hectáreas de ANP federales (Ver la tabla 2.2), para el mes de octubre de 2012, Puebla contaba con 328,972.292 hectáreas de área natural protegida, lo cual representa cerca del 10 % del territorio estatal y el 1.2 % del área natural protegida del país. En las áreas naturales protegidas del estado están representados los siguientes ecosistemas: bosques templados (pino, pino-encino, mesófilo de montaña), bosque tropical húmedo (selvas mediana y alta perennifolia), matorral xerófito (rosetófilo y crasicaule), bosque tropical seco (selva baja caducifolia, selva espinosa), pastizales e incluso algunos ecosistemas acuáticos y subacuáticos.

ANP	CATEGORÍA	SUPERFICIE Total(Ha)	SUPERFICIE EN PUEBLA (Ha)	UBICACIÓN	INJERENCIA
Tehuacán - Cuicatlán	Reserva de la Biosfera	490,187	183,499.86	Oaxaca	Federal
Iztaccihuatl - Popocatepetl	Parque Nacional	40,591	11,121	México, Puebla y Morelos	Federal
Pico de Orizaba	Parque Nacional	19,750	15,253.56	Veracruz y Puebla	Federal
Malinche o Matlalcuéyatl	Parque Nacional	45,711	14,479.32	Tlaxcala y Puebla	Federal en comodato a Puebla y Tlaxcala
Cuenca Hidrográfica del río Necaxa	Área de Prot. de Recursos Naturales	39,557	32,292.28	Hidalgo y Puebla	Federal
Total		685,489	254,704.82		

Figura 2.2: Áreas Naturales Protegidas Federales en el estado de Puebla (SSAOT, 2012)

### 2.3. El Parque Estatal “Flor del Bosque”



Figura 2.3: *Fotografía aérea del parque estatal “Flor del Bosque”.*

El Parque Estatal General Lázaro Cárdenas del Río “Flor del Bosque” fue decretado como zona de protección forestal para la ciudad de Puebla por el presidente Gral. Lázaro Cárdenas en 1937 y abrió sus puertas al público en 1987. Se localiza al suroeste del municipio de Amozoc, a diez kilómetros del centro de la ciudad de Puebla, en las coordenadas geográficas  $19^{\circ}00'00''$  y  $19^{\circ}01'50''$  de latitud norte y  $98^{\circ}20'35''$  y  $98^{\circ}20'53''$  de longitud occidental y actualmente cuenta con una extensión de 699 hectáreas [2.4](#) [12].

Su superficie presenta altitudes entre los 2225 y 2400 m.s.n.m. El clima de la zona es templado subhúmedo con lluvias en verano. La temperatura media anual se encuentra entre los  $14^{\circ}$  y  $16^{\circ} C$  disminuyendo conforme aumenta la altitud. La precipitación promedio está entre los 750 y 900 mm al año, con un periodo de sequía que va de noviembre a abril.

El parque se encuentra en una zona que atraviesa la Sierra de Amozoc, una pequeña cadena de cerros que presenta una orientación de noroeste a suroeste. Dentro de la reserva se encuentra la mayor parte del Cerro Grande que forma parte de esta cadena. Esta formación genera una variación de

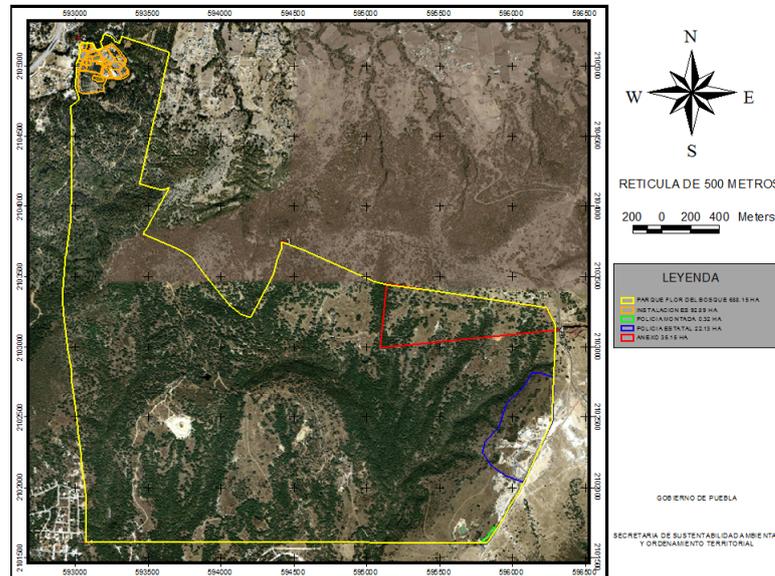


Figura 2.4: Fotografía aérea del parque estatal “Flor del Bosque” [21].

condiciones dentro del territorio de la reserva causando que la zona norte sea más húmeda y la sur más seca.

La cobertura original de esa región estaba comprendida en su mayor porcentaje por bosques de encino (que actualmente cubren el 41.71 % de la superficie total del bosque). También podemos encontrar matorral espinoso en las partes más secas. No obstante, debido a la deforestación y a los programa de reforestación de los años cincuentas y sesentas podemos encontrar pastizales con eucaliptos y matorrales con eucaliptos.

Acorde con el último Plan de Manejo publicado en 2003 y con el portal institucional del Parque, éste tiene entre sus objetivos la conservación de la zona forestal (principalmente del bosque encino), la restauración de los ecosistemas degradados (pastizales), la educación ambiental (a través de la casa de la tierra, los senderos interpretativos, el aviario), la investigación (en temas de biología y ecología), el ecoturismo, la reproducción de árboles nativos para la restauración a través del vivero, la reproducción de especies nativas (aves, pequeños mamíferos) para su reintroducción en la reserva y el

aprovechamiento sustentable, y la reproducción de venado cola blanca como pie de cría para su reintroducción en la reserva y en la mixteca poblana [25].

### **2.3.1. La UMA de venado cola blanca del Parque “Flor del Bosque”**

Debido a la intervención humana y su consecuente transformación de los ecosistemas, previas a la creación del Parque “Flor del Bosque”, las poblaciones de pecarí de collar, lobo mexicano, coatí, mapache y venado cola blanca se extinguieron en la zona. Debido a esto y con el fin de restaurar las condiciones naturales se planeó reproducir estas especies en cautiverio (bajo manejo intensivo) para después reintroducirlas en la reserva, mediante la creación de una UMA-Zoológico para conservación, manejo y aprovechamiento de especies silvestres en confinamiento. El registro de esta UMA es INE/CITES -2004 -E-0051- 04-PUE y en la base de datos de la SEMARNAT (actualizada en mayo 2013) aparece como UMA-IN-0008-PUE.

Es de especial interés para este estudio, la población de venado cola blanca subespecie *mexicanus* que se reproduce en el Parque, con el fin de reintroducirlo tanto en la reserva como en zonas aledañas y estados vecinos en donde las poblaciones de esta subespecie han disminuido o desaparecido.

## Capítulo 3

# Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca

Los venados o ciervos son mamíferos rumiantes y herbívoros que pertenecen a la familia de los cérvidos (*Cervidae*, como el alce o el wapití) y se encuentran ampliamente distribuidos por el planeta. En México se encuentran cinco especies de cérvidos: venado bura o buro (*Odocoileus hemionus*), venado cola blanca (*Odocoileus virginianus*), venado temazate rojo (*Mazama temama*), venado temazate café (*Mazama pandora*) y Wapití (*Cervus canadensis*) [33].

El venado cola blanca (*Odocoileus virginianus*) es el cérvido con mayor distribución en América, debido a esto existen 38 subespecies o razas geográficas con una gran variedad de tamaños, coloraciones, tipo y tamaño de astas, así como patrones de conducta [33]. Se pueden encontrar en diversos ecosistemas como: bosques templados y tropicales, pastizales templados, chaparrales, desiertos y matorrales; aunque prefieren las áreas boscosas para refugiarse, particularmente las menos densamente arboladas [1].

Filum	<i>Chordata</i>	Animales con notocorda
Subfilum	<i>Vertebrata</i>	Animales con vértebras
Clase	<i>Mammalia</i>	Mamíferos
Subclase	<i>Theria</i>	Mamíferos vivíparos

## 24 Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca

Infraclasse	<i>Eutheria</i>	Placentados
Orden	<i>Artiodactyla</i>	Artiodáctilos (con pezuña hendida)
Suborden	<i>Ruminantia</i>	Rumiantes
Superfamilia	<i>Cervoidea</i>	Machos usualmente con astas
Familia	<i>Cervidae</i>	Cérvidos o venados
Subfamilia	<i>Odocoileinae</i>	Ciervos originarios de América
Género	<i>Odocoileus</i>	Venado
Especie	<i>Virginianus</i>	Cola blanca

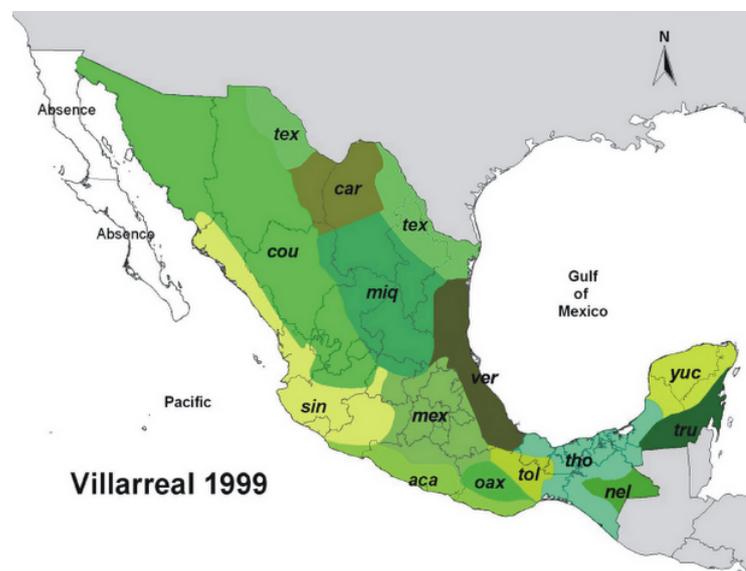
Cuadro 3.1: *Taxonomía del venado cola blanca [33]*

<b>Venados cola blanca nortños</b>
<u>texano</u> ( <i>Odocoileus virginianus texanus</i> )
de Coues ( <i>Odocoileus virginianus couesi</i> )
de las montañas del Carmen ( <i>Odocoileus virginianus carminis</i> )
de Miquihua ( <i>Odocoileus virginianus miquihuanensis</i> )
de Sinaloa ( <i>Odocoileus virginianus sinaloae</i> )
<b>Venados cola blanca del centro</b>
<u>mexicano</u> o del altiplano ( <i>Odocoileus virginianus mexicanus</i> )
veracruzano ( <i>Odocoileus virginianus veracruzis</i> )
tolteca o del bosque lluvioso ( <i>Odocoileus virginianus toltecus</i> )
oaxaqueño ( <i>Odocoileus virginianus oaxacensis</i> )
de Acapulco ( <i>Odocoileus virginianus acapulcensis</i> )
<b>Venados cola blanca tropicales</b>
de las tierras bajas ( <i>Odocoileus virginianus thomasi</i> )
yucateco ( <i>Odocoileus virginianus yucatanensis</i> )
chiapaneco ( <i>Odocoileus virginianus nelsoni</i> )
nicaraguense ( <i>Odocoileus virginianus truei</i> )

Cuadro 3.2: *Subespecies de venado cola blanca presentes en México [33]*.

En el país están presentes 14 de las 38 subespecies, clasificadas en tres grupos: venados cola blanca nortños, del centro y tropicales [33].

En el Estado de Puebla existen dos especies de cérvidos: venado cola blanca y el temazate rojo centroamericano. Del venado cola blanca (*Odocoileus virginianus*) encontramos tres subespecies: a) Venado cola blanca mexicano (*O.v. mexicanus*) distribuido en la Sierra Nevada (Izta-Popo), en el altiplano y en la Mixteca; b) venado cola blanca veracruzano (*O.v. veracruzis*) en las sierras Norte y Nororiental; y c) venado cola blanca del bosque lluvioso (*O.v. toltecus*) en algunos municipios de la Sierra Negra [33].



tex = <i>texanus</i>	mex = <i>mexicanus</i>	tho = <i>thomasi</i>
car = <i>carminis</i>	ver = <i>veracruzis</i>	nel = <i>nelsoni</i>
cou = <i>couesi</i>	aca = <i>acapulcensis</i>	tru = <i>truei</i>
miq = <i>miquihuanensis</i>	oax = <i>oaxacensis</i>	yuc = <i>yucatanensis</i>
sin = <i>sinaloae</i>	tol = <i>toltecus</i>	

Figura 3.1: Modelo de distribución de las subespecies de venado cola blanca en México, propuesto por Villarreal (1999) [20].

### 3.1. Importancia ecológica

En ambientes naturales el venado cola blanca (*Odocoileus virginianus*) forma parte de la cadena alimenticia como herbívoro y como presa, mediante el ramoneo ejerce un efecto de presión sobre la vegetación de la cual se alimenta; es un dispersor de semillas; cuando los ejemplares mueren, sus cadáveres son consumidos por varios necrófagos como zopilotes (*Cathartes aura*), cuervos (*Corvus corax*) y otros carnívoros como zorros (*Vulpes vulpes*), zorrillos (*Spilogale angustifrons*), comadrejas (*Mustela nivalis*) y coyotes (*Canis latrans*); sus excretas son utilizadas y reincorporadas al suelo por insectos, escarabajos y otros detritófagos. Su osamenta es utilizada como fuente de calcio y fósforo por varias especies de roedores como ardillas (*Sciurus vulgaris*) y ratones (*Akodon albiventer*). Los principales depredadores del venado son el humano (*homo sapiens sapiens*), el puma (*Puma concolor*) que depredan principalmente adultos y juveniles, el coyote (*Canis latrans*), el lince (*Lynx rufus*), el jaguar (*Panthera onca*) y el ocelote (*Leopardus pardalis*). Los osos negros (*Ursus americanus*) y águilas reales (*Aquila chrysaetos*) capturan cervatillos ocasionalmente.

### 3.2. Importancia cultural

El venado es considerado un animal sagrado y ritual para muchos de los pueblos mesoamericanos, como los Wixarikas (Huicholes), Mazahuas, Mexicas, Kikapus, Raramuris (Tarahumaras), Tepehuanes, Yaquis, Coras y Seris. Forma parte de su cosmovisión, de sus costumbres y ceremonias, y en algunos casos de su alimentación básica. Es símbolo de fuerza, nobleza, velocidad, pasión, belleza e inteligencia. Desde el punto de vista de su valor cultural la conservación del venado cola blanca debe estar vinculada con la preservación de los ecosistemas naturales donde habita.

### 3.3. Importancia económica

El venado cola blanca es una de las especies silvestres con mayor valor económico en México, es cazado para consumo, deporte (en ranchos [cinegéticos](#)) y rituales ceremoniales (por varios grupos indígenas). Su carne es frecuentemente consumida y es considerada una fuente de proteína para mu-

chas comunidades rurales, donde los ejidatarios y comuneros suele practicar la cacería furtiva en ciertos meses tratando de respetar a las hembras y los juveniles. Su piel también es aprovechada [33].

### 3.4. Importancia cinegética

Las astas de los machos adultos son el principal atractivo para la caza deportiva del venado, lo que en condiciones no controladas, como la caza furtiva, ejerce una fuerte presión sobre sus poblaciones. Con el fin de evitar la desaparición de las subespecies valoradas para este deporte: *O.v. texanus*, *O.v. couesi* y *O.v. carminis*, se impulsó la creación de ranchos cinegéticos bajo el esquema de UMA's para la caza y el aprovechamiento sustentable, principalmente en los estados del norte como Sonora, Coahuila, Chihuahua, Nuevo León y Tamaulipas. Con el tiempo, estos ranchos han demostrados ser muy atractivos económicamente para los ganaderos y terratenientes, pues es posible cobrar por cada espécimen capturado, motivando la inversión económica en estos espacios, la apertura de nuevos ranchos, así como los estudios técnicos y el buen manejo de sus poblaciones. No obstante, solo tres de las catorce subespecies presentes en el país son valoradas cinegéticamente, lo que ha disminuido la atención y los recursos dirigidos a la conservación y el estudio del resto de las subespecies. Más aún, la ignorancia de la importancia cultural, ecológica y económica (en especial para las comunidades rurales) de las otras subespecies ha motivado la importación de individuos de las subespecies del norte en poblaciones de otras subespecies, provocando la mezcla genética entre las razas (aparición de híbridos) afectando la diversidad genética, disminuyendo la pureza de las poblaciones locales y su capacidad para adaptarse a los ecosistemas del lugar.

### 3.5. Aspectos reproductivos del venado cola blanca subespecie *mexicanus*

El venado cola blanca mexicano (*Odocoileus virginianus mexicanus*) se encuentra localizado en los estados de Guanajuato, Querétaro, Hidalgo, Puebla, Estado de México, Distrito Federal, Tlaxcala, Morelos, Michoacán, Guerrero y norte de Oaxaca [26].

## Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca



Figura 3.2: *Cervato de venado cola blanca (Odocoileus virginianus.)*

Para este trabajo utilizamos la información de la subespecie *mexicanus* obtenida de los estudios realizados en las poblaciones de la región de la Mixteca Poblana y de la población estudiada en el Parque Estatal “Flor del Bosque”.

El venado cola blanca mexicano de la mixteca poblana es de color café a café canela. Se considera pequeño, sus medidas son: longitud: 1.55m, cola: 23.0 cm, longitud del miembro posterior: 41.0 cm, altura al hombro: 1.95 cm, longitud craneal: 24.1 cm [33].

En general los venados cola blanca suelen formar grupos de dos a quince individuos, ya sea de hembras con sus crías o de machos juveniles, mientras que los machos adultos permanecen solitarios y se acercan a las hembras solo en las temporadas de apareamiento [7].

El ciclo reproductivo del venado está determinado por la variación de la luz solar, en su intensidad y en la duración de los días (**fotoperiodo**). La mayor parte de los apareamientos ocurren en el invierno, excepto en las regiones tropicales donde los cambios entre invierno y verano no son tan

### 3.5 Aspectos reproductivos del venado cola blanca subespecie *mexicanus*

29

marcados. Por esta razón los venados de climas templados son **poliéstricos estacionales** es decir pueden entrar en celo más de una vez pero solamente en una temporada del año [33].



Figura 3.3: Venado cola blanca (*Odocoileus virginianus*) adulto.

El venado cola blanca mexicano de la mixteca poblana es de color café a café canela, con entremezclado ante. Se considera pequeño, sus medidas son: longitud: 1.55m, cola: 23.0 cm, longitud del miembro posterior: 41.0 cm, altura al hombro: 1.95 cm, longitud craneal: 24.1 cm [33].

Las hembras alcanzan la edad reproductiva entre los doce y dieciocho meses, mientras que los machos pueden copular con las hembras a partir de los dieciocho meses de edad. El nacimiento de la primera cría ocurre a la edad de dos años aproximadamente su periodo de apareamiento va de diciembre a febrero, aunque puede extenderse desde noviembre hasta mayo. La fase de celo en las hembras dura 36 horas, si no son preñadas después de 28 días pueden volver a entrar en celo hasta una o dos veces más durante la temporada. Esto depende de las condiciones y la calidad del hábitat, de la condición física de la hembra y la relación que exista en la población entre

### **3 Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca**

---

machos y hembras. El periodo de gestación dura de 200 a 210 días (poco menos de siete meses), por lo que los partos suelen presentarse en los meses de julio a septiembre, época más favorable para el nacimiento de los cervatillos por la alta disponibilidad de alimentos, aunque pueden presentarse desde junio hasta diciembre [33].

Durante la temporada de celo los machos adultos dominantes expulsan de sus territorios marcados a otros machos subordinados. Una vez que se han apareado con la hembra la abandonan para ir en busca de otra, llegando a aparearse con varias hembras en una temporada [33]. El promedio de vida registrado para la población del Parque Estatal “Flor del Bosque” es de cinco años. Los registros de nacimiento en el Parque establecen que las hembras tienen una cría por parto que nacen en los meses de agosto y septiembre y que la proporción de machos y hembras es de 1:1 [23].

#### **3.6. Aspectos reproductivos del venado cola blanca subespecie *texanus***

Es necesario mencionar los principales aspectos reproductivos de esta subespecie (*Odocoileus virginianus texanus*), debido a que se introdujo al Parque Estatal “Flor de Bosque” una hembra en 1998 y causó la hibridación genética de la población presente en el parque y en consecuencia debe considerarse las premisas de los modelos de dinámica de la población completa.

El venado cola blanca texano (*Odocoileus virginianus texanus*) se distribuye en la zona norte del país, en los estados de Chihuahua, Tamaulipas, Nuevo León y Coahuila [2]. Esta subespecie alcanza un largo total (medido de la nariz a la cola) de entre 160 a 175 cm y un peso que oscila entre los 60 y 75 kg o más [18]. Actualmente es la subespecie con mejor estado de conservación en el país [32].

La temporada de apareamiento comprende desde finales de noviembre hasta mediados de enero del año siguiente, presentándose el pico máximo de actividad en el mes de diciembre. Las hembras pueden entrar en celo otra vez después de 28-30 días si no son preñadas la primera vez. Si las condiciones climatológicas varían de un año a otro alterando la disponibilidad de

alimento, el periodo de apareamiento puede variar [32].

Los machos comienzan su etapa reproductiva a los dieciocho meses. Los machos dominantes (alrededor de los cuatro años y medio) defienden el territorio alrededor de la hembra en celo, tres días antes de que entre en celo y tres días después la abandona. Por tanto un macho adulto, en su hábitat natural, puede aparearse con cinco o seis hembras al año. No obstante en condiciones de confinamiento un macho adulto, sin competencia, puede cubrir hasta quince hembras o más [32].

Cuando las condiciones ambientales son favorables, la relación hembras:machos (nacidos) es casi siempre 1:1. Sin embargo, se ha visto que en condiciones de sobrecarga animal el sobre-ramoneo disminuye la disponibilidad de alimentos y ocasiona malnutrición de las madres, lo que provoca un menor nacimiento de hembras y altera la tasa reproductiva de la población. Si la relación hembras:machos es 1:1 o 1:2 es muy probable que todas las hembras en edad reproductiva queden preñadas, a menos que no entren en celo o no sean fértiles [32].

Las hembras de esta subespecie, después de los dos años de edad o de su primer parto, pueden llegar a tener dos o tres crías por parto si la población está sana y las condiciones ambientales son favorables y [32].

Se estima que en condiciones controladas, esta subespecie puede llegar a vivir de quince a veinte años. Mientras que en condiciones naturales llegan a los siete u ocho años. La principal causa de muerte es el desgaste de la dentadura por masticar follaje natural, que puede provocar la **inaniación** o una malnutrición que haga del individuo presa fácil de depredadores, parásitos y enfermedades [32].

### **3.7. Métodos de conteo de venados utilizados en el Parque Flor del Bosque**

Cuando la población de interés está confinada en un área pequeña es posible realizar conteos directos, sin embargo, cuando las poblaciones son más grandes y/o están en áreas más extensas, es necesario otro tipo de

## **3.7 Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca**

métodos; a continuación mencionamos los principales métodos de conteo utilizados para este tipo de especies y los empleados en el Parque.

### **3.7.1. Métodos de estimación de la población de ungulados**

Existen muchos métodos para inferir la densidad de una población (número de individuos en un área determinada) que varía en la magnitud de exactitud, precisión y costo. El mejor método dependerá del objetivo, la especie, la escala espacio-temporal y los recursos económicos disponibles.

En el caso de los **ungulados** (incluidos los venados) la densidad poblacional ha sido estimada mediante métodos de conteo directos e indirectos. Los directos se agrupan en tres grupos:

- Conteo en transectos de franja y transectos de línea.
- Captura, marcaje y recaptura.
- Reconstrucción poblacional con base en datos de cacería.

Mientras que los métodos indirectos se basan en el número de rastros detectados por unidad de esfuerzo y son:

- Conteo de huellas.
- Conteo de grupos fecales.

### **3.7.2. El conteo de grupos fecales**

El muestro de grupos fecales es el método más consolidado para la estimación de abundancia de cérvidos y otros herbívoros de tamaño mayor. Inicialmente fue utilizado como un índice de abundancia, pero a partir de los trabajos de Bennett (1940) y Eberhardt y Van Eten (1956) que modelaron la relación entre la densidad de los grupos fecales con la densidad de venados, se empezó a utilizar como un método para censar poblaciones de venado. En México se usa mucho en bosques templados y de matorrales xerófilos.

### 3.7 Métodos de conteo de venados utilizados en el Parque Flor del Bosque 33

---

El método requiere que se conozca la [tasa promedio de defecación](#), que es el número de grupos de excrementos por individuo al día, y requiere cuantificar el número de grupos fecales y el tiempo exacto de depósito de los excrementos, en una parcela de dimensiones predeterminadas y en el número de parcelas adecuadas a la extensión del territorio a estudiar. La fórmula para convertir el número de grupos fecales a número de venados por hectárea, basada en el modelo de Eberhardt y Van Etten (1956), es:

$$D = \frac{NP(PG)}{TP(TD)} \quad (3.1)$$

Donde

NP es el número de parcelas de  $9.3 \text{ m}^2$  en una hectárea.

PG es el promedio de grupos de excremento por parcela.

TP el tiempo de depósito de los excrementos.

TD la [tasa de defecación](#).

Las ventajas de este método es que se puede aplicar rápidamente en el campo, es de bajo costo y permite obtener una gran cantidad de datos sin afectar a los animales. Entre sus desventajas se encuentran la imprecisión para determinar entre diferentes grupos fecales que se superponen, determinar el tiempo en que fueron depositados, determinar la edad de los individuos, la pérdida de datos por la actividad de los escarabajos coprófagos y por las lluvias, la baja visibilidad durante la época de lluvias y la determinación de las áreas de muestreo.

Pese a que modelo de Eberhardt y Van Etten (1956) asume que ni la dieta, ni la edad, ni el sexo afectan la [tasa de defecación](#). Existen estudios que indican que dicha tasa varía con el sexo y edad de los animales y que ésta aumenta si el forraje es succulento y de alta calidad.

Rogers (1987) encontró que la [tasa de defecación](#) difiere significativamente entre estaciones, y con la dieta, obteniendo una tasa promedio de 34.0 gpo/ind/día/. Sawyer (1990) encontró una tasa promedio de 26.9 +

### **3.4 Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca**

1.3 gpo/ind/día para las hembras en un hábitat templado, con un rango entre 13 y 53. En México solo existe un trabajo en un bosque de matorral xerófilo y se encontró una tasa promedio de 18.2 y 22.7 gpo/ind/día para machos y hembras respectivamente, no habiendo variación en el tiempo.

#### **3.7.3. Estimación de la población en el Parque**

En el caso del Parque, durante el año 1996 que se reintrodujeron los venados se mantuvieron en una superficie de  $100m^2$  y desde 1997 hasta el 2006 la población estuvo confinada en un área de 4 hectáreas, por lo que desde 1996 hasta 2006 fue posible contar los venados directamente mientras se les alimentaba, sin embargo, partir del año 2007 fueron liberados a un área de 70 hectáreas y fue necesario el uso de métodos indirectos, el método elegido fue el de conteo de grupos fecales.

Año	Población		Superficie
1996	6	4 hembras	100 m <sup>2</sup>
		2 machos	
1997	12		4 h
2007	35		70 h
2009	65		699 h

Cuadro 3.3: Áreas habitadas por los venados

Para realizar la estimación utilizando el método de conteo de grupos fecales, la **tasa de defecación** para el venado cola blanca, independientemente de que sea de la subespecie *mexicanus* o descendiente de la subespecie *texanus*, se estableció en  $(17 \pm 4$  grupos de excremento/venado/día), ya que las observaciones realizadas en el Parque (desde que estaban en cautiverio) indican que lo que determina principalmente la **tasa de defecación** es la dieta, y esa es la tasa cuando se suministra alfalfa deshidratada (achicalada) y alimento concentrado dos veces al día, que es lo que se ha seguido haciendo [24].

## 3.8. Registro de la población de venados en el Parque

En 1996 se reintrodujo el venado cola blanca en el Parque con una población de dos machos y cuatro hembras en una superficie de  $100\text{ m}^2$  aproximadamente. Debido a que no hubo nacimientos, en principio porque estaban en fase de adaptación y falta de espacio, en 1997 se trasladaron a una superficie de cuatro hectáreas.

En el periodo de 2006 a 2007 se realizó un conteo y se observaron 35 ejemplares. En el 2007 se amplió el corral a 70 hectáreas y en el 2009 se liberaron los ejemplares en una superficie de 699 hectáreas. A partir de este año las estimaciones de la población se realizaron con el método indirecto de conteo de grupos fecales, estimando durante el 2009 una población de 55 venados. Al ser liberados del corral hacia el área de la reserva, se pierde información y control sobre el comportamiento de la población, aunque se sabe que hay nacimientos se desconoce la proporción exacta de sexos, así como el número de fallecimientos. En el 2010 se calcularon 65 venados y desde el 2011 se acordó fijar esta cantidad mientras no se realizaran nuevos conteos, en nuestras tablas no vamos a considerar esos datos no estimados que simplemente se repiten. Actualmente, durante el año 2013 se tiene como primera aproximación de la cantidad de 170-180 ejemplares (comunicación verbal, dato no confirmado oficialmente debido a que el proceso de estimación no había concluido).

### 3.8.1. Desglose de inventarios

Los siguientes registros se obtuvieron de los informes anuales de actividades de la UMA-Zoológico General Lázaro Cárdenas del Río “Flor del Bosque” para los periodos correspondientes.

Presentamos en tablas las altas del inventario por nacimiento o por adquisición (Intercambio, donación, compra a UMAS registradas, o importación), así como las bajas del inventario por la pérdida del ejemplar (muerte, fuga) o por el aprovechamiento (intercambio, donación, venta a UMAS registradas, o exportación).

### 36 Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca

ALTAS					
Venado cola blanca ( <i>Odocoileus virginianus</i> )					
MCI	SEXO M.H.S/S	PROCE- DEN- CIA	TIPO DE ALTA	FECHA DE ALTA	DOCUMENTA- CIÓN QUE AVALE LA LEGAL PRO- CEDENCIA
S/M	1.1.0	Particular	Donación	10/11/98	Informe interno 181298
S/M	2.1.0	Particular	Donación	12/11/98	Informe interno 181298
S/M	1.1.0		Nacimiento	28/07/98	Informe interno 181298
S/M	0.0.2		Nacimiento	23/06/99	Informe interno 151299
S/M	0.0.3		Nacimiento	10/07/99	Informe interno 151299
S/M	0.0.2		Nacimiento	01/07/00	Informe interno 221200
S/M	0.0.2		Nacimiento	30/07/00	Informe interno 221200
S/M	0.0.2		Nacimiento	18/08/00	Informe interno 221200
S/M	0.0.2		Nacimiento	07/08/01	Informe
S/M	0.0.1		Nacimiento	11/08/01	Informe
S/M	0.0.3		Nacimiento	18/08/01	Informe interno 141201
S/M	0.0.2		Nacimiento	31/07/02	Tarjeta 050902
S/M	0.0.2		Nacimiento	22/08/02	Tarjeta
S/M	0.0.2		Nacimiento	12/08/03	Informe interno 191203
S/M	3.0.0	SEDURBECOP	Donación	02/09/03	Num. de oficio DIRPE-2003
S/M	0.0.2		Nacimiento	21/07/04	
S/M	0.0.2		Nacimiento	23/07/04	
S/M	0.0.2		Nacimiento	03/08/04	
S/M	0.0.1		Nacimiento	06/08/04	
S/M	0.0.1		Nacimiento	16/08/04	Acta SE- DURBECOP 16/08/04

Cuadro 3.4: Informe de altas 1998-2004.

<b>ALTAS</b>					
Venado cola blanca ( <i>Odocoileus virginianus</i> )					
<b>MCI</b>	<b>SEXO M.H.S/S</b>	<b>PROCE- DEN- CIA</b>	<b>TIPO DE ALTA</b>	<b>FECHA DE ALTA</b>	<b>DOCUMENTA- CIÓN QUE AVALE LA LEGAL PRO- CEDENCIA</b>
S/M	0.0.11	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	20/07/09	Acta de nacimiento 20/07/09
S/M	0.0.2	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	21/07/09	Acta de nacimiento 21/07/09
S/M	0.0.3	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	05/08/09	Acta de nacimiento 05/08/09
S/M	0.0.2	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	08/08/09	Acta de nacimiento 08/08/09
S/M	0.0.6	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	20/08/09	Acta de nacimiento 20/08/09
S/M	0.0.2	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	03/09/09	Acta de nacimiento 03/09/09
S/M	0.0.2	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	20/06/10	Acta de nacimiento 20/06/10
S/M	0.0.2	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	28/07/10	Acta de nacimiento 28/07/10
S/M	0.0.3	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	15/08/10	Acta de nacimiento 15/08/10
S/M	0.0.1	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	16/08/10	Acta de nacimiento 16/08/10
S/M	0.0.2	UMA "Flor del Bosque"	Nacimiento	17/08/10	Acta de nacimiento 17/08/10

Cuadro 3.5: Informe de altas 2009-2010.

### 38 Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca

BAJAS					
Venado cola blanca ( <i>Odocoileus virginianus</i> )					
MCI	SEXO M.H.S/S	DESTINO	TIPO DE BAJA	FECHA DE BAJA	DOCUMENTA- CIÓN QUE AVALE LA BAJA DEL EJEMPLAR
S/M	1.0.0	Zoológico del Altiplano DFYFS - ZOO - E - 0016 - 94 - TLAX	Donación	01/03/99	Oficio D00-750-1331
S/M	1.0.0		Muerte	31/03/99	
S/M	1.0.0		Muerte	16/07/99	Acta DIRPE - 99/575
S/M	0.1.0		Muerte	28/02/01	Acta 010301
S/M	5.3.0		Donación	31/10/01	Oficio SMA/275-4280
S/M	0.0.1		Muerte	31/07/02	Tarjeta 050902
S/M	0.0.1		Muerte	24/08/02	
S/M	3.0.0	CEFFASIP	Donación	02/09/03	Acta 020903
S/M	1.0.0		Muerte	27/07/05	
S/M	0.1.0		Muerte	07/09/05	
Arete 01 amarillo	1.0.0	UMA "Flor del Bosque"	Muerte	13/09/06	Acta de defunción 13/09/06
Arete azul 02	0.1.0	UMA "Flor del Bosque"	Muerte	03/04/07	Acta de defunción 03/04/07
Arete azul 1	0.1.0	UMA "Centro Ecoturístico Ocozontla"	Donación	24/11/07	SPGA/DGVS/05548/06
Arete azul 10	0.0.1	UMA "Flor del Bosque"	Muerte	24/07/08	Acta de defunción 24/07/08
S/M	0.1.0	UMA "Flor del Bosque"	Muerte	26/10/08	Acta de defunción 26/10/08

Cuadro 3.6: Informe de bajas 1999-2008.

<b>Inventario actualizado</b>			
Venado cola blanca ( <i>Odocoileus virginianus</i> )			
AÑO	MCI	SEXO M.H.S/S	FECHA DE ALTA
1996	S/M	4.2.0	1996
1998	S/M	4.5.3	17/03/1998
1999	S/M	4.5.2	1999
2001	S/M	3.2.2	2001
2002	S/M	0.0.20	2002
2004	S/M	10.7.15	25/03/ 2004
2005	Anexo IX	10.8.16	El inventario esta conforme al informe de actividades de marzo de 2004 a enero de 2005. En esta temporada nacieron (2) con la fecha 03/08/05.
2006	Machos arete amarillo 02, 04, 06, 08 y 09. Hembras arete amarillo 03, 07 y 10. Hembras arete azul 01, 02 y 10.	9.8.16	El inventario esta conforme al informe de actividades de febrero de 2005 a marzo de 2006. Marzo 2003. En esta temporada se tuvo una baja con la fecha 13/09/06.
2007	S/M	0.0.35	2007
2008	Machos arete amarillo 02, 04, 06, 08 y 09. Hembras arete amarillo 03, 07 y 10.	9.4.16	El inventario esta conforme al informe de actividades de marzo de 2007 a marzo de 2008. En esta temporada se tuvo dos bajas con la fecha 24/07/08 y 26/10/08.
2009	Machos arete amarillo 02, 04, 06, 08 y 09. Hembras arete amarillo 03, 07 y 10.	17.12.26	El inventario esta conforme al informe de actividades de marzo de 2008 a marzo de 2009. En esta temporada se tuvieron 26 nacimientos.
2010	Machos arete amarillo 02, 04, 06, 08 y 09. Hembras arete amarillo 03, 07 y 10.	17.12.36	El inventario esta conforme al informe de actividades de marzo de 2009 a marzo de 2010. En esta temporada se tuvieron 10 nacimientos.
2011	Machos arete amarillo 02, 04, 06, 08 y 09. Hembras arete amarillo 03, 07 y 10.	17.12.36	El inventario esta conforme al informe de actividades de marzo de 2010 a marzo de 2011.

Cuadro 3.7: Inventarios actualizados.

#### 4 Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca

RESUMEN DE ALTAS, BAJAS E INVENTARIOS ACTUALIZADOS					
Venado cola blanca ( <i>Odocoileus virginianus</i> )					
AÑO	ALTAS		BAJAS		INVENTARIO ACTUALIZADO
	Donación	Nacimiento	Donación	Muerte	
1996					6
1997	5	2			12
2000		6			
2001		6	8	1	
2002		4		2	20
2003	3	2	3		25
2004		8			
2005		2		2	34
2006				1	33
2007			1	2	35
2008				2	55
2009		26			65
2010		10			
2012					170-180

Cuadro 3.8: Resumen de altas, bajas e inventarios actualizados entre 1996 y 2011.

Para ambas modalidades se registró: la marca o clave de identificación (MCI), la especificación del sexo del ejemplar siendo: machos (M), hembras (H) y sin sexo identificado (S/S).

Para las altas se indica el tipo de altas: nacimiento, compra, colecta, donación en custodia o préstamo; la fecha en que el ejemplar ingresa a la unidad y la referencia de la documentación que acredite la procedencia legal: número de factura, oficio, acta, certificado CITES o autorización de importación. Cuadros 3.4 y 3.5.

Para las bajas se indica el tipo de baja: muerte, fuga, donación, intercambio, venta o exportación; la referencia de la documentación que lo avale: número de acta de baja por muerte o fuga, o certificado de necropsia; y la fecha de la baja. Cuadro 3.6.

En el cuadro 3.7 mostramos el inventario actualizado del número total de venados cola blanca albergados en la UMA . Marcamos con un color diferente los datos que fueron estimados mediante el conteo de heces fecales recordando que no necesariamente representan el número real de venados en el área de estudio, sin embargo, son los datos con los que se cuenta y permiten compararlos con los resultados de los modelos presentados en este trabajo.

En el cuadro 3.8 presentamos un resumen de las tablas anteriores. Podemos resumir que las altas registradas se dieron por donación o por nacimiento dentro del Parque, mientras que la principal causa de muerte han sido los ataques por perros externos que se han pasado las bardas de la reserva y por vejez.

En el cuadro 3.9 resumimos los datos de la población de venado cola blanca en el Parque “Flor del Bosque”, donde 1996 corresponde al año cero, 1997 al año uno y así consecutivamente. En la Gráfica 3.4 mostramos el comportamiento de la población desde 1996 hasta 2012 donde podemos observar que ésta ha ido creciendo.

Población de venado cola blanca.		
AÑO		Población
1996	0	6
1997	2	12
2002	7	20
2003	9	25
2005	10	34
2006	11	33
2007	12	35
2008	13	55
2009	14	65
2012	16	170-180

Cuadro 3.9: *Resumen de datos.*

## 4 Importancia, reproducción y longevidad del venado cola blanca

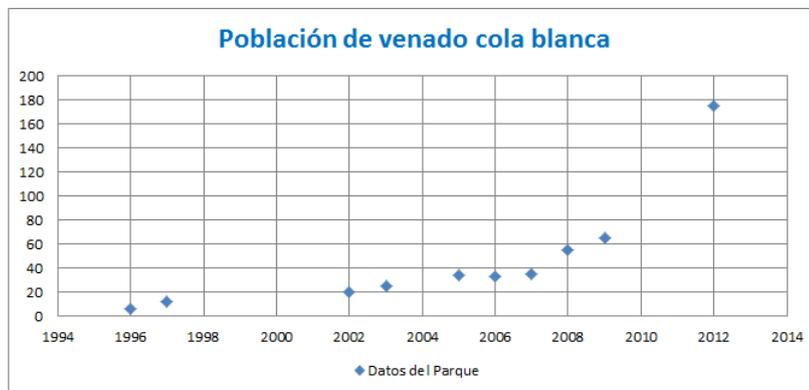


Figura 3.4: Población de venado cola blanca entre 1996-2012.

## Capítulo 4

# Un modelo matemático para la población de la subespecie de venado *mexicanus*

En este capítulo construimos un modelo de crecimiento de la población de venado cola blanca para el caso ideal en el que solo hubiera ejemplares de la subespecie *Odocoileus virginianus mexicanus*, que es la que había originalmente en la zona de estudio y que se introdujo en el Parque en 1996. El modelo se plantea utilizando ecuaciones en diferencias

Para realizar los modelos nos basamos en los datos de longevidad y reproducción de la subespecie conocidos en el Parque y descritos en la sección 3.8, que resumimos a continuación.

El promedio de vida estimado en el Parque para la subespecie *Odocoileus virginianus mexicanus* es de 5 años.

Son sexualmente maduros al año y medio, por lo que cualquier hembra tiene su primera cría a los dos años de edad.

El celo se presenta generalmente de diciembre a febrero y el periodo de gestación es de 200 a 210 días (aprox. 7 meses).

Debido a lo anterior, los partos se presentan de agosto a septiembre.

Los registros de los nacimientos de venado cola blanca en el Parque establecen que las hembras tienen una cría por parto y que la proporción de machos a hembras es 1:1.

Resumimos los ciclos mencionados en la figura 4.1

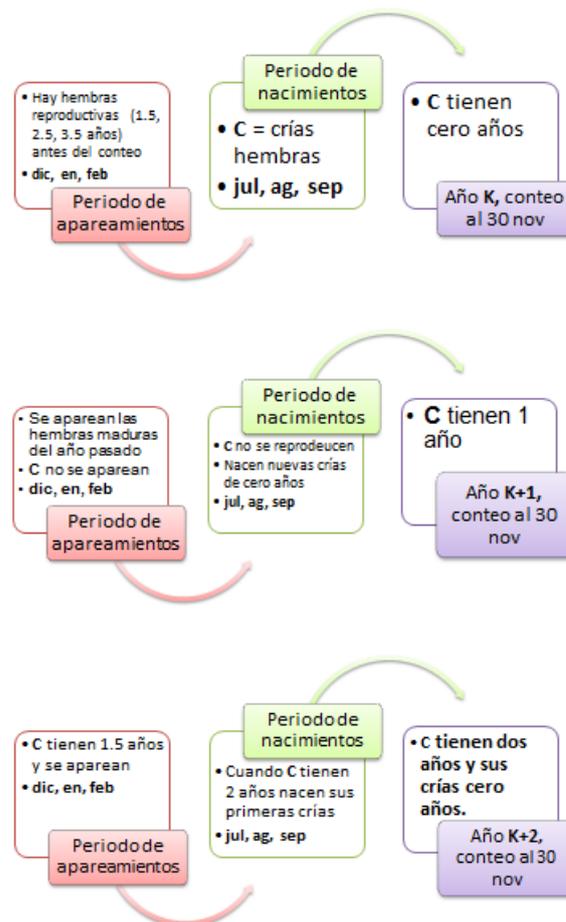


Figura 4.1: *Ciclo de vida del venado cola blanca.*

**Consideraciones realizadas para el modelo:**

1. Tomamos como unidad de tiempo un año.
2. El año cero o tiempo cero es 1996, ya que es el año en el que se reintroduce la especie.
3. Ya que los nacimientos de las nuevas crías ocurren entre agosto y septiembre, tomamos el 30 de noviembre como punto de referencia para considerar el cambio de año, de esta manera se garantiza que ya estén incluidas las nuevas crías y las adultas que entrarán en celo a partir de diciembre.
4. Presuponemos que el nivel de salud y condiciones ambientales son estables de tal manera que los promedios de fertilidad se consideran constantes en el periodo analizado.
5. Consideramos que el periodo de vida promedio del venado cola blanca en el Parque Estatal Flor del Bosque es de 5 años.
6. Suponemos que todas las hembras maduras tienen una cría cada año, a partir de su segundo año de vida y hasta el cuarto (3 crías por hembra adulta).
7. Consideraremos que si el número de hembras adultas es par, la proporción de crías hembras será la mitad, cuando el número de adultas sea impar se considerará que el número de crías hembras será el número entero mayor más cercano a la mitad, esta suposición es consistente con los datos proporcionados por el parque de que la relación de machos hembras en las crías en terminos prácticos es 1:1 (o en todo caso un poco mayor, se sabe que en otros lugares puede ser 1:2 [32]).

**Notación.**

En lo que resta de la tesis cuando usemos el hiper índice *mex* significa que los venados considerados nacieron de una hembra de la subespecie *mexicanus*

$t$  denota el tiempo,

$H_t^{mex}$  número de hembras maduras en  $t$ ,

$h_t^{mex}$  número de hembras jóvenes en  $t$ ,

$h_{0t}^{mex}$  número de hembras recién nacidas en  $t$ ,

$M_t^{mex}$  número de machos maduros en  $t$ ,

$m_t^{mex}$  número de machos jóvenes en  $t$ ,

$V_t^{mex}$  número total de venados en  $t$ ,

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

$$\lceil x \rceil = \min\{k \in \mathbb{Z} | x \leq k\}$$

$$\lfloor x \rfloor = \max\{k \in \mathbb{Z} | k \leq x\}$$

$\alpha$  representa la proporción de hembras que nacen del total de hembras maduras  $H_t$  en el caso en el que  $H_t$  es par; en toda la tesis tomamos  $\alpha = \frac{1}{2}$ , sin embargo, muchas veces mantenemos la notación en forma general para facilitar la construcción de modelos posteriores. De acuerdo con la consideración (7), para la construcción del modelo  $\alpha = \frac{1}{2}$  va a implicar que si  $H_t$  es un número par, el número de crías hembras será  $\alpha H_t$ , mientras que si  $H_t$  es un número impar, el número de crías hembras será:  $\lceil \alpha H_t \rceil$ , el entero mayor a  $\alpha H_t$  y mas cercano a él.

## 4.1. Planteamiento de un modelo de población cerrada (sin migración)

Procederemos a construir el modelo por partes, partiendo de la situación más simple, la cual sería que la población permaneciera esencialmente cerrada, es decir sin migración.

En todos los casos se cuenta primero las hembras ya que de ellas depende directamente el aumento de la población mediante la cantidad de crías que tienen.

Vamos a considerar que al inicio del proceso ( $t = 0$ ), cuando los venados ingresan en el Parque Estatal Flor del Bosque, éstos llegan maduros, ya que el objetivo es volver a poblar la zona. Tendremos un número inicial  $4 = H_0^{mex}$  de adultos hembras de 2 años en al año 0.

En el año 1 ( $t = 1$ ), las 4 hembras introducidas al principio tienen su primera camada estando en el parque, el número de crías hembras es  $2 = \alpha H_0^{mex}$ , tendremos  $H_0^{mex}$  (4) hembras de 3 años y  $\alpha H_0^{mex}$  (2) hembras de 0 años en al año 1.

En el año 2 ( $t = 2$ ), las 4 hembras que fueron introducidas en el año cero, tendrán su segunda camada  $2 = \alpha H_0^{mex}$ , mientras que las nacidas el año anterior  $\alpha H_0^{mex}$  (2) no han madurado sexualmente ya que tienen un año, por lo tanto tendremos  $H_0^{mex}$  (4) hembras de 4 años,  $\alpha H_0^{mex}$  (2) de 1 año y  $\alpha H_0^{mex}$  (2) hembras de 0 años en el año 2.

En el año 3 ( $t = 3$ ), las hembras maduras que fueron introducidas en el año cero han muerto, mientras que las nacidas el año anterior  $\alpha H_0^{mex}$  (2) aun no han madurado sexualmente y las nacidas dos años atrás  $\alpha H_0^{mex}$  (2) maduraron sexualmente y se aparearon en el invierno por lo que en este año nacerá su primera camada que nos da el número de hembras recién nacidas:  $\alpha(\alpha H_0^{mex})^{mex} = 1$ . Tendremos entonces  $\alpha H_0^{mex}$  (2) hembras de 2 años,  $\alpha H_0^{mex}$  (2) hembras de 1 año, y  $\alpha(\alpha H_0^{mex})^{mex}$  (1) hembras de 0 años en el año 3.

En el año 4 ( $t = 4$ ), las nacidas el año anterior  $\alpha(\alpha H_0^{mex})^{mex}$  (1) aun no han madurado sexualmente, las nacidas dos años atrás  $\alpha H_0^{mex}$  (2)

maduraron sexualmente y se aparearon en el invierno por lo que en este año nacerá su primera camada junto con la segunda camada de  $\alpha H_0^{mex}$  (2), nacerán  $2 = \alpha(\alpha H_0^{mex} + \alpha H_0^{mex})^{mex}$  nuevas crías hembras de todas las hembras maduras, por lo tanto tenemos  $\alpha H_0^{mex}$  (2) hembras de 3 años,  $\alpha H_0^{mex}$  (2) hembras de 2 años,  $\alpha(\alpha H_0^{mex})^{mex}$  (1) hembras de 1 año y  $\alpha(\alpha H_0^{mex} + \alpha H_0^{mex})^{mex}$  (2) de cero años en el año 4.

Siguiendo este procedimiento tenemos que en un año  $t$ , la cantidad de hembras maduras son aquellas que tienen 2, 3 y 4 años de edad, es decir, son las que nacieron hace 2, 3 y 4 años, y este número depende de la cantidad de hembras maduras que había en los años respectivos. Las que nacieron hace 2 años lo hicieron de las hembras maduras que había hace 2 años, las que nacieron hace 3 años dependieron de las hembras maduras que había hace 3 años y las que nacieron hace 4 años lo hicieron de las hembras maduras que había hace 4 años.

Análogamente se obtiene el número de hembras jóvenes, son aquellas con cero y un años de edad, es decir, las nacidas en el año presente y el año pasado, que también depende de las hembras que había en los años respectivos. Las nacidas en este año dependieron de las hembras maduras que hay y las nacidas hace un año dependieron de las hembras maduras que había hace un año.

Empezamos con el caso más sencillo el cual habría ocurrido si solo hubiera habido intercambio de ejemplares de la misma especie para garantizar la salud genética de la población, pero no la incorporación o salida de ejemplares que alteraran el número.

De acuerdo con las consideraciones y notación acordada anteriormente, la expresión que determina el número de hembras maduras en el año  $t$  está dado por

$$H_t^{mex} = [\alpha H_{t-2}^{mex}] + [\alpha H_{t-3}^{mex}] + [\alpha H_{t-4}^{mex}] \quad (4.1)$$

La expresión que determina el número de hembras jóvenes en el año  $t$  está dada por

$$h_t^{mex} = [\alpha H_t^{mex}] + [\alpha H_{t-1}^{mex}] \quad (4.2)$$

la expresión que determina el número de machos maduros en el año  $t$  está dado por

$$M_t^{mex} = \lfloor \alpha H_{t-2}^{mex} \rfloor + \lfloor \alpha H_{t-3}^{mex} \rfloor + \lfloor \alpha H_{t-4}^{mex} \rfloor \quad (4.3)$$

La expresión que determina el número de machos jóvenes en el año  $t$

$$m_t^{mex} = \lfloor \alpha H_t^{mex} \rfloor + \lfloor \alpha H_{t-1}^{mex} \rfloor \quad (4.4)$$

Dado que el número total de venados  $V_t$  es la suma del número de hembras y machos adultos y jóvenes, utilizando además el hecho de que en nuestro caso  $\alpha = \frac{1}{2}$ ,

$$\begin{aligned} V_t^{mex} &= (H_t^{mex} + M_t^{mex}) + (h_t^{mex} + m_t^{mex}) \\ &= \left( \left\lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{mex} \right\rceil + \left\lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{mex} \right\rceil + \left\lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex} \right\rceil \right) \\ &\quad + \left( \left\lfloor \frac{1}{2} H_{t-2}^{mex} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{2} H_{t-3}^{mex} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex} \right\rfloor \right) \\ &\quad + \left( \left\lceil \frac{1}{2} H_t^{mex} \right\rceil + \left\lceil \frac{1}{2} H_{t-1}^{mex} \right\rceil \right) + \left( \left\lfloor \frac{1}{2} H_t^{mex} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{1}{2} H_{t-1}^{mex} \right\rfloor \right) \quad (4.5) \\ &= \left( \left\lceil \frac{1}{2} H_t^{mex} \right\rceil + \left\lfloor \frac{1}{2} H_t^{mex} \right\rfloor \right) + \left( \left\lceil \frac{1}{2} H_{t-1}^{mex} \right\rceil + \left\lfloor \frac{1}{2} H_{t-1}^{mex} \right\rfloor \right) \\ &\quad + \left( \left\lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{mex} \right\rceil + \left\lfloor \frac{1}{2} H_{t-2}^{mex} \right\rfloor \right) + \left( \left\lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{mex} \right\rceil + \left\lfloor \frac{1}{2} H_{t-3}^{mex} \right\rfloor \right) \\ &\quad + \left( \left\lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex} \right\rceil + \left\lfloor \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex} \right\rfloor \right) + \left( \left\lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex} \right\rceil + \left\lfloor \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex} \right\rfloor \right) \end{aligned}$$

como además para cada  $l \in \mathbb{N}$  se cumple:

$$H_l = \left\lceil \frac{1}{2} H_l \right\rceil + \left\lfloor \frac{1}{2} H_l \right\rfloor \quad (4.6)$$

obtenemos el primer modelo,

para  $t \geq 4$ :

$$V_t^{mex} = H_t^{mex} + H_{t-1}^{mex} + H_{t-2}^{mex} + H_{t-3}^{mex} + H_{t-4}^{mex} \quad (4.7)$$

En la que el número de hembras adultas están determinadas por la ecuación 4.1

$$H_t^{mex} = \lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{mex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{mex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex} \rceil \quad (4.8)$$

## 4.2. Algoritmo de iteración del modelo

Se elaboró un algoritmo utilizando Maxima 12.01.0, en el cual se realizó la iteración de la ecuación 4.1, tomando en consideración que la población total está determinada por el número de hembras, se incluyó el número de hembras recién nacidas (4.9) para generar tablas que mostraran los números de machos y hembras de todas las edades, las tablas se muestran después del algoritmo.

```

ecdfgdo4(p, H, M, k) := block (
  H4[0] : 0,    H3[0] : 0,    H2[0] : H,    h1[0] : 0,    h0[0] : 0,
  M4[0] : 0,    M3[0] : 0,    M2[0] : M,    m1[0] : 0,    m0[0] : 0,

  for i : 1 while i <= k + 1 do
    (h0[i] : ceiling(((H4[i] : H3[i - 1]) + (H3[i] : H2[i - 1])
      + (H2[i] : h1[i - 1])) * p), h1[i] : h0[i - 1],
    m0[i] : H4[i] + H3[i] + H2[i] - h0[i], M4[i] : M3[i - 1],
    M3[i] : M2[i - 1], M2[i] : m1[i - 1], m1[i] : m0[i - 1],
    print(i - 1, Anios = [H4[i - 1] + H3[i - 1] + H2[i - 1], H4[i - 1],
    H3[i - 1], H2[i - 1], h1[i - 1], h0[i - 1], M4[i - 1], M3[i - 1],
    M2[i], m1[i], m0[i - 1], H4[i - 1] + H3[i - 1] + H2[i - 1] + h1[i - 1] +
    M4[i - 1] + M3[i - 1] + M2[i - 1] + m1[i - 1] + m0[i - 1]]));

```

Cuadro 4.1: Algoritmo.

$$h_{0t}^{mex} = \lceil \frac{1}{2} (\lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{mex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{mex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex} \rceil) \rceil \quad (4.9)$$

Año	Hembras						Machos						Total	Datos reportados por la UMA
	Maduras			Jóvenes			Maduros			Jóvenes				
	Total	4 años	3 años	2 años	1 años	0 años	4 años	3 años	2 años	1 años	0 años			
1996	0	4	0	0	4	0	0	0	0	2	0	0	6	6
1997	1	4	0	4	0	0	2	0	2	0	0	2	10	12
1998	2	4	4	0	0	2	2	2	0	0	2	2	14	
1999	3	2	0	0	2	2	1	0	0	2	2	1	10	
2000	4	4	0	2	2	1	2	0	2	2	1	2	14	
2001	5	5	2	2	1	2	3	2	2	1	2	2	19	
2002	6	5	2	1	2	3	3	2	1	2	2	2	20	20
2003	7	6	1	2	3	3	3	1	2	2	2	3	22	25
2004	8	8	2	3	3	3	4	2	2	2	3	4	28	
2005	9	9	3	3	3	4	5	2	2	3	4	4	33	34
2006	10	10	3	3	4	5	5	2	3	4	4	5	38	33
2007	11	12	3	4	5	5	6	3	4	4	5	6	45	35
2008	12	14	4	5	5	6	7	4	4	5	6	7	53	55
2009	13	16	5	5	6	7	8	4	5	6	7	8	61	65
2010	14	18	5	6	7	8	9	5	6	7	8	9	70	
2011	15	21	6	7	8	9	11	6	7	8	9	10	81	
2012	16	24	7	8	9	11	12	7	8	9	10	12	93	170-180
2013	17	28	8	9	11	12	14	8	9	10	12	14	107	
2014	18	32	9	11	12	14	16	9	10	12	14	16	123	
2015	19	37	11	12	14	16	19	10	12	14	16	18	142	

Cuadro 4.2: Resultados del algoritmo 2.

Los resultados proporcionados por el algoritmo 4.1 son presentados en vectores como el siguiente

k Años=[H4[k]+H3[k]+H2[k],H4[k], H3[k], H2[k], h1[k], h0[k], M4[k], M3[k], M2[k], m1[k], m0[k],H4[k]+H3[k]+H2[k]+h1[k]+h0[k] + M4[k]+M3[k]+M2[k]+m1[k]+m0[k]];

equivalentemente

k Años=[Hembras maduras, hembras de 4 años, hembras de 3 años, hembras de 2 años, hembras de 1 año, hembras de 0 años, machos de 4 años, machos de 3 años, machos de 2 años, machos de 1 año, machos de 0 años, total de venados]

El cuadro 4.2 presenta los resultados del algoritmo ?? de la manera mencionada anteriormente.

Las columnas en tono rosa muestran las cantidades de hembras maduras y jóvenes que obtenemos de las ecuaciones en diferencias 4.1 y 4.4 respectivamente.

### 4.3. Iteración del modelo agregando altas y bajas

Los registros muestran que hubo altas y bajas de venados en el Parque por lo cual debe incorporarse esa información.

En las tablas de altas y bajas mostradas en la sección 3.8 podemos ver que hay altas ya sea por nacimientos ocurridos en el Parque o por donaciones que otras instituciones (Secretaria de Desarrollo Urbano, Ecología y Obras Publicas (SEDURBECOP)) o particulares hicieron al Parque, así como también hay bajas por fallecimientos en él o por donaciones que el Parque hizo a otras reservas o Parques de conservación (UMA Rancho Ciénegático y Ecoturístico Cacahuatengo).

Consideramos las altas y bajas por donación que se realizaron en el Parque Estatal Flor del Bosque (las cuales están concentradas y resumidas en la tabla 3.8) y las sumamos o restamos según sea el caso de alta o baja a los datos que se van generando como se podrá ver con el cuadro 4.3.

Podemos ver que hubo donaciones al parque en los años 1998 y 2003, mientras que las donaciones del parque a otros lugares fueron en 1999, 2001, 2003 y 2007.

El cuadro 4.3 muestra estas iteraciones realizadas con el algoritmo 3 que aparece en las tablas 4.1.

En la tabla 4.3 podemos ver con números en color azul las altas que se realizaron en 1998 y en 2003, en 1998 se distribuyeron de esa manera ya que

Año		Hembras						Machos					Total	Datos reportados por la UMA
		Maduras			Jóvenes			Maduros			Jóvenes			
		Total	4 años	3 años	2 años	1 años	0 años	4 años	3 años	2 años	1 años	0 años		
1996	0	4	0	0	4	0	0	0	0	2	0	0	6	6
1997	1	4	0	4	0	0	2	0	2	0	0	2	10	12
1998	2	4	4	0	0	2	2	2	0	0	2	2	14	
1999	3	4	0	1	3	2	2	0	2	4	2	2	18	
2000	4	6	1	3	2	2	3	2	4	2	2	3	24	
2001	5	5	3	1	1	3	3	2	0	1	3	2	19	
2002	6	5	1	1	3	2	2	0	1	3	2	2	17	20
2003	7	6	1	3	2	2	3	1	3	2	2	3	22	25
2004	8	7	3	2	2	3	4	3	2	2	3	3	27	
2005	9	6	1	2	3	4	3	2	2	3	2	3	25	34
2006	10	9	2	3	4	3	5	2	3	2	3	4	31	33
2007	11	9	3	4	2	5	5	3	2	3	4	4	35	35
2008	12	9	4	1	4	5	5	2	3	4	4	4	36	55
2009	13	10	1	4	5	5	5	3	4	4	4	5	40	65
2010	14	14	4	5	5	5	7	4	4	4	5	7	50	
2011	15	15	5	5	5	7	8	4	4	5	7	7	57	
2012	16	17	5	5	7	8	9	4	5	7	7	8	65	170-180
2013	17	20	5	7	8	9	10	5	7	7	8	10	76	
2014	18	24	7	8	9	10	12	7	7	8	10	12	90	
2015	19	27	8	9	10	12	19	7	8	10	12	18	113	

Cuadro 4.3: Iteración de la ecuación 4.1 con función techo considerando altas y bajas en el Parque.

los motivos de las donaciones fueron con el fin de conservación y reproducción de la especie como se especifica en las actas que avalan las donaciones, por lo tanto se eligieron ejemplares maduros tanto en las hembras como en los machos, en el número de oficio DIRPE - 2003 que señala la tabla 3.4 se menciona que los ejemplares de venado cola blanca donados al Parque fueron 2 machos de 3 años de edad y 1 macho de 2 años de edad, debido a que en los informes de las demás donaciones no se registraron las edades para completar las tablas de altas y bajas se considerarán las mismas edades.

En el año 2001 aparecen números en color rojo las bajas registradas que se realizaron por donación o por muerte no natural.

En el año 2003 aparecen números en color verde, esto para hacer notar que hubo altas y bajas, se hizo una donación de 3 machos hacía el Parque y el Parque hizo una donación de 3 venados, por lo tanto no se marcaron en color azul ni en rojo.

### 4.4. Elaboración de una interfaz del algoritmo en Visual Basic

Desarrollamos un programa haciendo uso de Visual Basic para Aplicaciones (VBA) de Excell, aprovechamos este ambiente para aportar una herramienta más accesible y fácil de utilizar a los encargados del Parque “Flor del Bosque” y que puedan ellos posteriormente realizar sus propias simulaciones.

La tabla que se obtiene con la información introducida muestra las cantidades de ejemplares clasificada por edad y sexo además de cantidad de hembras maduras, total de la población por año, los datos obtenidos por la UMA, las tasas de Natalidad, Mortalidad y Crecimiento, también muestra los promedios de estos. Las altas y bajas también quedan marcadas en color verde y amarillo respectivamente y registradas en las hojas con sus respectivos nombres.

Año	Hembras						Machos						Total	Datos obtenidos por la UMA	Tasa de Natalidad	Tasa de Mortalidad	Tasa de Crecimiento		
	Total	Maduras			Jóvenes			Total	Maduros			Jóvenes							
		4 Años	3 Años	2 Años	1 Años	0 Años	4 Años		3 Años	2 Años	1 Años	0 Años							
1996	0	4	0	0	4	0	0	0	0	2	0	0	6	6					
1997	1	4	0	4	0	0	2	0	2	0	0	2	10	12	0.66666667	0	0.66666667		
1998	2	4	4	0	0	2	2	2	0	0	2	2	14	12	0.4	0	0.4		
1999	3	4	0	1	3	2	2	0	2	4	2	2	18		0.142857143	0.428571	-0.2857143		
2000	4	6	1	3	2	2	3	2	4	2	2	3	24		0.333333333	0.055556	0.27777778		
2001	5	4	3	0	1	3	2	2	0	1	3	2	17		0.291666667	0.208333	0.08333333		
2002	6	4	0	1	3	2	2	0	1	3	2	2	16	20	0.411764706	-0.23529	0.64705882		
2003	7	6	1	3	2	2	3	1	3	2	2	3	22		0.375	0	0.375		
2004	8	7	3	2	2	3	4	3	2	2	3	3	27	25	0.318181818	0.090909	0.22727273		
2005	9	6	1	2	3	4	3	2	2	3	2	3	25	34	0.259259259	0.222222	0.03703704		
2006	10	9	2	3	4	3	5	2	3	1	3	4	30	33	0.36	0.04	0.32		
2007	11	9	3	4	2	5	5	3	1	3	4	4	34	35	0.333333333	0.1	0.23333333		
2008	12	9	4	1	4	5	5	1	3	4	4	4	35	49	0.352941176	0.117647	0.23529412		
2009	13	10	1	4	5	5	5	3	4	4	4	5	40	55	0.342857143	0.028571	0.31428571		
2010	14	14	4	5	5	5	7	4	4	4	5	7	50	65	0.4	-0.025	0.425		
2011	15	15	5	5	5	7	8	4	4	5	7	7	57	65	0.34	0.04	0.3		
2012	16	17	5	5	7	8	9	4	5	7	7	8	65		0.350877193	0.017544	0.33333333		
2013	17	20	5	7	8	9	10	6	7	7	8	10	76		0.353846154	0	0.35384615		
2014	18	24	7	8	9	10	12	7	7	8	10	12	90		0.355263158	0	0.35526316		
2015	19	27	8	9	10	12	14	7	8	10	12	13	103		0.344444444	0.033333	0.31111111		
Promedio		10.15	2.85	3.35	3.95	4.45	5.15	2.6	3.1	3.6	4.1	4.8	37.95	19.95	0.33661461	0.05612	0.28049495		

Cuadro 4.4: *Tabla de Iteraciones*

Así tenemos los datos generados por el algoritmo en la tabla 4.4.

Podemos rápidamente obtener la proyección de la población de venado cola blanca en diferentes años según sean requeridos.

#### **4.4 Elaboración de una interfaz del algoritmo en Visual Basic 55**

Además de proporcionar las tasas de natalidad, mortalidad y crecimiento, así como los promedios de estos, que podrían ser útiles posteriormente para la elaboración de otros modelos.

En el apéndice se anexa un manual que explica la utilización del programa realizada en esta sección.

## NOTA

Lo que procedería ahora sería la solución analítica del modelo, sin embargo, el hecho de que las hembras adultas están determinadas por la ecuación 4.1, donde aparecen las partes enteras de los términos involucrados, no permite utilizar la teoría directamente, utilizando la teoría se resolvió la ecuación similar

$$H_t^{mex} = \frac{1}{2} H_{t-2}^{mex} + \frac{1}{2} H_{t-3}^{mex} + \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex}$$

con la cual se tienen soluciones fraccionarias que no tienen sentido para este modelo, ya que las soluciones deben ser números enteros, sin embargo, el capítulo de la teoría de las ecuaciones en diferencias se incluyó, ya que puede ser útil para otro tipo de modelos, es muy utilizada, por ejemplo, cuando se está contando toneladas de peces.

## Capítulo 5

# Modelo matemático para la población del venado cola blanca en el Parque

En noviembre de 1998 el Parque recibió una venada subespecie *texanus* como donativo de un particular, esta venada llegó al parque a una edad aproximada de cinco años y vivió nueve años en el Parque, teniendo una cría por año mientras vivió allí, salvo el último en el que falleció como consecuencia del ataque de un macho (tuvo 8 crías en total).

Debido a que las crías de esta venada subespecie *texanus* son híbridas, van a presentar características propias que combina las de ambas especies, es importante mencionar que este tipo de hibridación puede darse de manera natural en algunas regiones, sin embargo no se tiene información documentada por lo que la investigación sobre este tipo de población, que ya habita el Parque, desde diferentes perspectivas puede ser muy importante.

Para realizar el modelo de la población que habita en el Parque requerimos los datos de longevidad y reproducción de las subespecies *mexicanus* y *texanus* (mencionados en la sección 3.5 y 3.6), así como los de los descendientes híbridos.

Resumimos a continuación la información necesaria:

1. La información que se requiere de la subespecie *mexicanus* ya se ex-



Figura 5.1: *Venada texana* en el Parque con una de sus crías

puso al inicio del capítulo 4 y sigue siendo la misma.

2. La información de la subespecie *texanus* se presentó en la sección 3.6, pero en el Parque solo una venada perteneció realmente a esa especie, sus descendientes ya son híbridos la información necesaria de ella ya está descrita en el capítulo 3.
3. La información de los venados híbridos. Esta es la información crucial, ya que lo más probable es que la mayoría de los venados del parque ya sean híbridos, en la literatura casi no se encuentra información sobre este tipo de poblaciones, sin embargo, la información de la población del Parque, proporcionada de manera escrita [23] y oral<sup>1</sup>
  - Ambas subespecies son sexualmente maduras al año y medio, por lo que cualquier hembra tiene su primera cría a los dos años de edad.

---

<sup>1</sup>Información proporcionada de manera verbal por personal del Parque Estatal Flor del Bosque en el año 2012: Director M. en C. Luis Enrique Martínez Romero y Responsable Técnico M.V.Z. Ramón Hernández Bautista.

- Los partos se presentan de agosto a septiembre, por lo que consideramos que los nacimientos de cualquier año ya se habrán realizado en noviembre.
- Las hembras tienen una cría por parto y la proporción de machos a hembras es 1:1.

## 5.1. Planteamiento del modelo

### Consideraciones realizadas para el modelo

En esta sección elaboraremos un modelo para la población del parque que incluya tanto a las descendientes de hembras de la subespecie *mexicanus* como las descendientes de madres híbridas a partir del año 1999, ya que es el año en el que nace la cría de la hembra texana, de acuerdo a la fecha de su llegada al Parque.

- Continuamos considerando como unidad de tiempo un año y el 30 de noviembre como punto de referencia para considerar los conteos.
- El año en el que ambas especies empiezan a mezclarse es 1998, ya que es el año en el que la venada texana llega al Parque.
- Los nacimientos de nuevas crías ocurren entre agosto y septiembre.
- Presuponemos que el nivel de salud y condiciones ambientales son estables de tal manera que los promedios de fertilidad se consideran constantes en el periodo analizado.
- Consideramos que el periodo de vida promedio del venado cola blanca en el Parque para las crías híbridas es de 7 años.

- Suponemos que todas las hembras maduras tienen una cría cada año, a partir de su segundo año de vida y hasta el sexto (5 crías en total en su vida para las hembras híbridas).

**Notación.**

A partir de ahora el hiper índice *tex* denota que los venados considerados son hijos de una hembra híbrida que es descendiente directa de la texana mediante línea materna, esto significa que desciende únicamente a través de hembras, hijas (o hijas de hijas de la texana), mientras que el hiper índice *mmx* denota que los venados considerados son descendientes directos de madres mexicanas mediante línea materna (aunque algunas de ellas ya sean híbridas por tener padre híbrido)

$t$  denota el tiempo,

$H_t^{tex}, H_t^{mmx}$  número de hembras maduras en  $t$ ,

$h_t^{tex}, h_t^{mmx}$  número de hembras jóvenes en  $t$ ,

$h_{0t}^{tex}, h_{0t}^{mmx}$  número de hembras recién nacidas (crías) en el tiempo  $t$ ,

$M_t^{tex}, M_t^{mmx}$  número de machos maduros en  $t$ ,

$m_t^{tex}, m_t^{mmx}$  número de machos jóvenes en  $t$ ,

$V_t^{tex}, V_t^{mmx}$  número total de venados del tipo indicado en  $t$ ,

$V_t$  número total de venados en  $t$ ,

Repitiendo el proceso realizado en el capítulo 4, considerando ahora de manera adicional que las hembras híbridas viven 7 años y tienen 5 crías durante su vida en lugar de tres, la expresión que determina el número de hembras maduras descendientes directas de la texana mediante línea materna en el año  $t$  está dado por

$$H_t^{tex} = \lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-5}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-6}^{tex} \rceil \quad (5.1)$$

la expresión que determina el número de machos maduros descendientes directos de la texana mediante línea materna en el año  $t$  está dado por

$$M_t^{tex} = \lfloor \frac{1}{2} H_{t-2}^{tex} \rfloor + \lfloor \frac{1}{2} H_{t-3}^{tex} \rfloor + \lfloor \frac{1}{2} H_{t-4}^{tex} \rfloor + \lfloor \frac{1}{2} H_{t-5}^{tex} \rfloor + \lfloor \frac{1}{2} H_{t-6}^{tex} \rfloor \quad (5.2)$$

y análogamente obtenemos el modelo,

para  $t \geq 6$ :

$$V_t^{tex} = H_t^{tex} + H_{t-1}^{tex} + H_{t-2}^{tex} + H_{t-3}^{tex} + H_{t-4}^{tex} + H_{t-5}^{tex} + H_{t-6}^{tex} \quad (5.3)$$

donde la cantidad de hembras maduras en  $t$  está determinada por la ecuación 5.1

$$H_t^{tex} = \lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-5}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-6}^{tex} \rceil$$

Como las hembras fértiles son las de 2 a 6 años, tenemos que el número de hembras recién nacidas está determinado por

$$h_{0t}^{tex} = \lceil \frac{1}{2} (\lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{tex} \rceil) + \lceil \frac{1}{2} H_{t-5}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-6}^{tex} \rceil \rceil \quad (5.4)$$

Por otra parte, vamos a considerar un primer modelo en el que el número de hembras maduras descendientes directas de madres mexicanas mediante línea materna en el año  $t$  está dado por

$$H_t^{mex} = \lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{mex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{mex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{mex} \rceil \quad (5.5)$$

En consecuencia

$$V_t^{mex} = H_t^{mex} + H_{t-1}^{mex} + H_{t-2}^{mex} + H_{t-3}^{mex} + H_{t-4}^{mex} \quad (5.6)$$

Note que con estas expresiones tal vez estamos dejando de contar algunas hembras, ya que probablemente algunas de ellas ya eran híbridas por tener padre híbrido, éstas las consideraremos en el siguiente modelo.

Sumando las expresiones 5.6 y 5.3 obtenemos el número de venados en el Parque

para  $t \geq 6$ :

$$V_t = (H_t^{mmx} + H_t^{tex}) + (H_{t-1}^{mmx} + H_{t-1}^{tex}) + (H_{t-2}^{mmx} + H_{t-2}^{tex}) + (H_{t-3}^{mmx} + H_{t-3}^{tex}) + (H_{t-4}^{mmx} + H_{t-4}^{tex}) + H_{t-5}^{tex} + H_{t-6}^{tex} \quad (5.7)$$

en la que el número de hembras maduras descendientes de madres mexicanas mediante línea materna en el tiempo  $t$  está determinado por la ecuación 5.6

$$H_t^{mmx} = \lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{mmx} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{mmx} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{mmx} \rceil$$

y el número de hembras maduras híbridas descendientes de la texana mediante línea materna en el tiempo  $t$  está determinado por la ecuación 5.1

$$H_t^{tex} = \lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-5}^{tex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-6}^{tex} \rceil$$

Mostramos los resultados del modelo para la población 5.7 en el cuadro 5.1, empleando un algoritmo implementado en Maxima.

Año	Hembras														Machos						Total	Datos reportados por la UMA						
	Total	Maduras													Jóvenes		Maduros						Jóvenes					
		14 años	13 años	12 años	11 años	10 años	9 años	8 años	7 años	6 años	5 años	4 años	3 años	2 años	1 años	0 años	6 años	5 años	4 años	3 años			2 años	1 años	0 años			
1996	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	2	0	0	6	6	
1997	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	2	0	0	2	0	0	2	0	2	10	12
1998	2	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	0	2	3	0	0	2	0	0	2	2	2	16	
1999	3	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2	3	2	0	0	0	2	4	2	2	19		
2000	4	7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2	3	2	4	0	0	2	4	2	2	3	3	26		
2001	5	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0	1	4	2	0	0	2	0	0	3	2	2	17		
2002	6	6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	4	2	3	0	0	0	0	3	2	4	4	20	20		
2003	7	8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	4	2	3	4	0	0	0	0	2	4	4	25	25		
2004	8	11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	4	2	3	4	6	0	0	2	4	4	5	5	36			
2005	9	13	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	3	3	4	6	7	0	0	2	4	4	6	6	48	34		
2006	10	16	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	3	4	6	7	8	0	1	4	4	5	6	8	59	33		
2007	11	21	1	0	0	0	0	0	0	1	2	4	6	8	8	11	1	1	4	5	6	8	10	76	76	35		
2008	12	26	0	0	0	0	0	0	0	2	2	6	7	9	11	13	1	2	5	6	8	10	13	95	95	55		
2009	13	32	0	0	0	0	0	0	0	2	3	7	9	11	13	16	2	3	6	8	10	13	16	119	119	65		
2010	14	40	0	0	0	0	0	0	0	3	4	9	11	13	16	20	3	4	8	10	13	16	20	150	150			
2011	15	49	0	0	0	0	0	0	0	4	5	11	13	16	20	25	4	5	10	13	16	20	24	186	186			
2012	16	60	0	0	0	0	0	0	0	5	6	13	16	20	25	30	5	6	13	16	20	24	30	229	229	175		
2013	17	75	0	0	0	0	0	0	0	6	8	16	20	25	30	38	6	8	16	20	24	30	37	284	284			
2014	18	93	0	0	0	0	0	0	0	8	10	20	25	30	38	47	8	10	20	24	30	37	46	353	353			
2015	19	116	0	0	0	0	0	0	0	10	13	25	30	38	47	58	10	13	24	30	37	46	58	439	439			

Cuadro 5.1: Resultados del modelo 5.7.

Extraemos la información que se tiene con este modelo sobre las relaciones de hembras y machos híbridos descendientes por línea materna de la hembra de la subespecie *texanus* y el total de adultos, la cual se resume en la tabla 5.2

Año		Total Hembras maduras	Hembras maduras descendientes directas línea materna texana	Total Machos maduros	Machos maduros descendientes directos línea materna texana
1996	0	4		2	0
1997	1	4		2	0
1998	2	5		2	0
1999	3	4	1	6	0
2000	4	7	1	8	0
2001	5	4	2	2	0
2002	6	6	3	3	0
2003	7	8	4	2	1
2004	8	11	6	5	2
2005	9	13	8	9	4
2006	10	16	10	13	7
2007	11	22	12	17	11
2008	12	26	16	22	15
2009	13	32	20	29	20
2010	14	40	26	38	26
2011	15	49	33	48	33
2012	16	60	42	60	42
2013	17	75	54	74	53
2014	18	93	69	92	68
2015	19	116	88	114	87

Cuadro 5.2: Número de adultos descendientes directos por línea materna de la *texana*

Puede observarse que a partir de 2006 el número de machos híbridos es mayor que la mitad del total de machos, por lo que a partir de ese momento podemos suponer que al menos la mitad de las hembras descendientes de la subespecie *mexicanus* fue fecundada por machos híbridos, por lo que éstas hembras tiene crías híbridas y en consecuencia se agregan los términos correspondientes al modelo, el cual va a tener sentido a partir de 2011 ( $t = 15$ ), año en el que se nota el efecto de que sean híbridas, ya que ése sería su cuarto año y tendrían una cría adicional durante ese año y otra en el siguiente, a diferencia de las crías contempladas en el modelo anterior, con lo cual obtenemos la otra parte del modelo, expresada mediante 5.8.

para  $t \geq 15$ :

$$\begin{aligned}
 V_t \geq & (H_t^{m mx} + H_t^{t ex}) + (H_{t-1}^{m mx} + H_{t-1}^{t ex}) + (H_{t-2}^{m mx} + H_{t-2}^{t ex}) \\
 & + (H_{t-3}^{m mx} + H_{t-3}^{t ex}) + (H_{t-4}^{m mx} + H_{t-4}^{t ex}) + (\lceil \frac{1}{2} H_{t-5}^{m mx} \rceil + H_{t-5}^{t ex}) \\
 & + (\lceil \frac{1}{2} H_{t-6}^{m mx} \rceil + H_{t-6}^{t ex}) \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

el número de hembras maduras descendientes de madres mexicanas mediante línea materna en el tiempo  $t$  está determinado por:

$$H_t^{m mx} = \lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{m mx} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{m mx} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{m mx} \rceil + \lceil \frac{1}{4} H_{t-5}^{m mx} \rceil + \lceil \frac{1}{4} H_{t-6}^{m mx} \rceil \quad (5.9)$$

y el número de hembras maduras híbridas descendientes de la texana mediante línea materna en el tiempo  $t$  está determinado por la ecuación 5.1

$$H_t^{t ex} = \lceil \frac{1}{2} H_{t-2}^{t ex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-3}^{t ex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-4}^{t ex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-5}^{t ex} \rceil + \lceil \frac{1}{2} H_{t-6}^{t ex} \rceil$$

Reuniendo las expresiones 5.7, para  $6 \leq t < 15$  y 5.8, para  $t \geq 15$  obtenemos el modelo final de esta tesis, cuyos resultados se muestran en la tabla 5.3 y la gráfica 5.2.

Año	Hembras														Machos						Total	Datos reportados por la UMA				
	Total	Maduras													Jóvenes		Maduros			Jóvenes						
		14 años	13 años	12 años	11 años	10 años	9 años	8 años	7 años	6 años	5 años	4 años	3 años	2 años	1 año	0 años	6 años	5 años	4 años	3 años			2 años	1 año	0 años	
1996	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	0	0	6	6	
1997	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	2	0	0	2	0	0	2	10	12	
1998	2	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	0	2	3	0	0	2	0	2	16		
1999	3	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	0	1	2	3	2	0	0	2	4	19		
2000	4	7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2	3	2	4	0	0	2	4	2	2	26		
2001	5	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0	1	4	2	0	0	2	0	0	3	17		
2002	6	6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	4	2	3	0	0	0	0	3	2	4	20	20	
2003	7	8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	4	2	3	4	0	0	0	0	2	4	25	25	
2004	8	11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	4	2	3	4	6	0	0	2	4	4	5	36		
2005	9	13	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1	3	3	4	6	7	0	0	2	4	4	6	48	34	
2006	10	16	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	3	4	6	7	8	0	1	4	4	5	6	59	33	
2007	11	21	1	0	0	0	0	0	0	1	2	4	6	8	8	11	1	1	4	5	6	8	10	76	35	
2008	12	26	0	0	0	0	0	0	0	0	2	2	6	7	9	11	13	1	2	5	6	8	10	95	55	
2009	13	32	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3	7	9	11	13	16	2	3	6	8	10	13	119	65	
2010	14	40	0	0	0	0	0	0	0	0	3	4	9	11	13	16	20	3	4	8	10	13	16	20	150	
2011	15	51	0	0	0	0	0	0	0	0	4	7	11	13	16	20	26	5	7	10	13	16	20	25	193	
2012	16	64	0	0	0	0	0	0	0	0	7	8	13	16	20	26	32	7	9	13	16	20	25	32	244	170-180
2013	17	81	0	0	0	0	0	0	0	0	8	11	16	20	26	32	41	9	10	16	20	25	32	40	306	
2014	18	101	0	0	0	0	0	0	0	0	11	12	20	26	32	41	51	10	13	20	25	32	40	50	383	
2015	19	128	0	0	0	0	0	0	0	0	12	17	26	32	41	51	64	13	17	25	32	40	50	64	484	

Cuadro 5.3: Resultados del modelo final comparados con las estimaciones del Parque.

Puede notarse que aunque los datos coinciden durante los años 2002 y 2003, durante el 2007, que fue cuando se realizó la primera estimación con el conteo de heces fecales, el modelo está indicando una población mayor que el doble, teniéndose una diferencia de 41 venados ese año y 64 durante el 2012.

Debido a la extensión y topografía del Parque, la variedad de especies, así como a la escasez de personal y recursos limitados, es comprensible que la información esté incompleta o sea inexacta.

Es claro que conforme el área donde se encuentran los venados es mayor, es más difícil contarlos, ya sea utilizando métodos directos o indirectos, también existe la posibilidad de pérdidas de venados no detectadas en cualquier período, y esto estaría afectando los resultados posteriores del modelo al faltar esta información. Las pérdidas no detectadas tendrían más posibilidades de ocurrir a partir del año 2007, año en el que son liberadas a un área de 70 Has., sin embargo, revisando la posibilidad de la inexactitud o falta de claridad en la información, encontramos que ésta se observa principalmente durante el periodo de 2005 a 2008 (época en la que los venados seguían en un área de 4 Has., y el conteo se realizaba mediante observaciones directas en las zonas donde se les alimentaba).

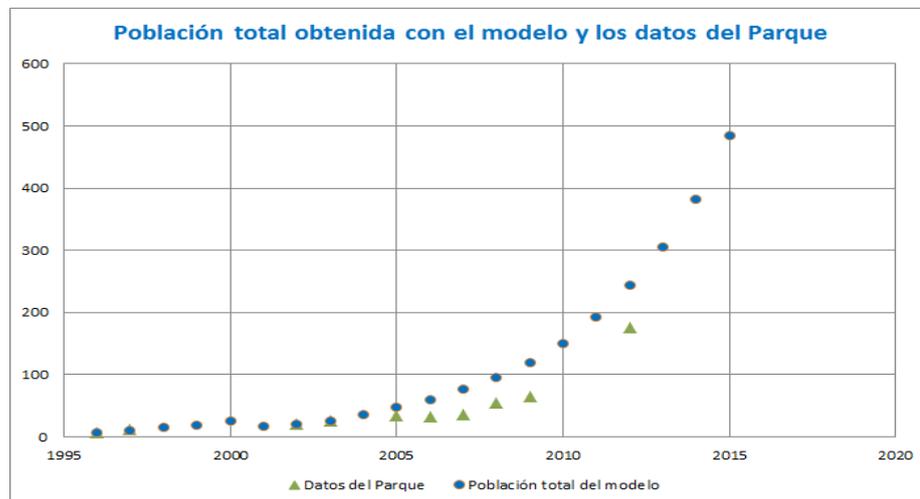


Figura 5.2: Gráfica de los resultados del modelo final y las estimaciones del Parque.

Como puede verificarse en las tablas de altas 3.4 y ??, realizadas en base a los datos proporcionados por el Parque, éstas corresponden a los periodos entre 1998-2004 y 2009-2010 respectivamente, y falta el registro de las altas comprendidas entre los años 2005 y 2008; por otra parte, la tabla de bajas ??, en la que se encuentran las bajas registradas entre los años 1999-2008, no explica el descenso de la población. Además, la información registrada en la copia del inventario 3.7 muestra que el reporte en 2009, basado en el informe de marzo de 2008 a marzo de 2009, indica que hubo 26 nacimientos, los cuales corresponderían al año 2008 y coinciden con los resultados del modelo mostrados en la 5.3, esto implicaría que durante 2008 habría al menos 26 hembras adultas (de acuerdo a la información proporcionada de que cada hembra tiene sólo una cría por año) y estarían faltando un número proporcional de machos, sin embargo en el inventario se reportaron 17 machos, 12 hembras (¿?) y 26 venados con sexo no identificado (suponemos que son las crías).

En resumen, debido a que se detecta falta de información y una posible falta de exactitud en los registros durante el periodo de 2005 a 2008,

que los datos del modelo y los del parque empiezan a diferir notablemente durante el período comprendido entre 2004 al 2006, y además se cuenta con una estimación por el conteo de excretas para el 2008, la cual coincide con sus inventarios, se consideró la mejor opción reiniciar el modelo a partir de esa fecha.

El modelo permite simular un nuevo conteo, a partir de un ajuste de datos a 55 venados en el 2008 con lo que obtenemos los resultados mostrados en el cuadro 5.4 y la gráfica 5.3

Año	Hembras														Machos						Total	Datos reportados por la UMA					
	Total	Maduras										Jóvenes		Maduros			Jóvenes										
		14 años	13 años	12 años	11 años	10 años	9 años	8 años	7 años	6 años	5 años	4 años	3 años	2 años	1 años	0 años	6 años	5 años	4 años	3 años			2 años	1 años	0 años		
1996	0	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	0	0	0	2	0	0	6	6	
1997	1	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4	0	0	2	0	0	0	2	0	0	10	12	
1998	2	5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	4	0	0	2	3	0	0	2	0	0	2	16		
1999	3	4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2	3	2	0	0	0	2	4	2	19	
2000	4	7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	2	3	2	4	0	0	2	4	2	2	3	26	
2001	5	4	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	2	0	1	4	2	0	0	2	0	3	2	2	17		
2002	6	6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	4	2	3	0	0	0	0	3	2	4	20	20	
2003	7	8	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	4	2	3	4	0	0	0	0	2	4	4	25	25	
2004	8	11	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	4	2	3	4	6	0	0	0	2	4	4	5	36	
2005	9	13	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	3	3	4	6	7	0	0	2	4	4	6	6	48	
2006	10	16	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3	4	6	7	8	0	1	4	4	5	6	8	59	33
2007	11	21	1	0	0	0	0	0	0	0	1	2	4	6	8	8	11	1	1	4	5	6	8	10	76	35	
2008	12	15	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	3	4	6	7	8	0	1	3	3	5	6	7	55	55	
2009	13	22	0	0	0	0	0	0	0	0	2	3	4	6	7	8	11	2	3	3	5	6	7	11	78	65	
2010	14	28	0	0	0	0	0	0	0	0	3	4	6	7	8	11	14	3	4	5	6	7	11	14	103		
2011	15	37	0	0	0	0	0	0	0	0	4	7	7	8	11	14	19	4	6	6	7	11	14	18	136		
2012	16	48	0	0	0	0	0	0	0	0	7	8	8	11	14	19	24	6	8	7	11	14	18	24	179	170-180	
2013	17	63	0	0	0	0	0	0	0	0	8	11	11	14	19	24	32	8	11	11	14	18	24	31	236		
2014	18	80	0	0	0	0	0	0	0	0	11	12	14	19	24	32	40	11	12	14	18	24	31	40	302		
2015	19	104	0	0	0	0	0	0	0	0	12	17	19	24	32	40	52	12	16	18	24	31	40	52	389		

Cuadro 5.4: Resultados del modelo con datos reiniciados en 2008

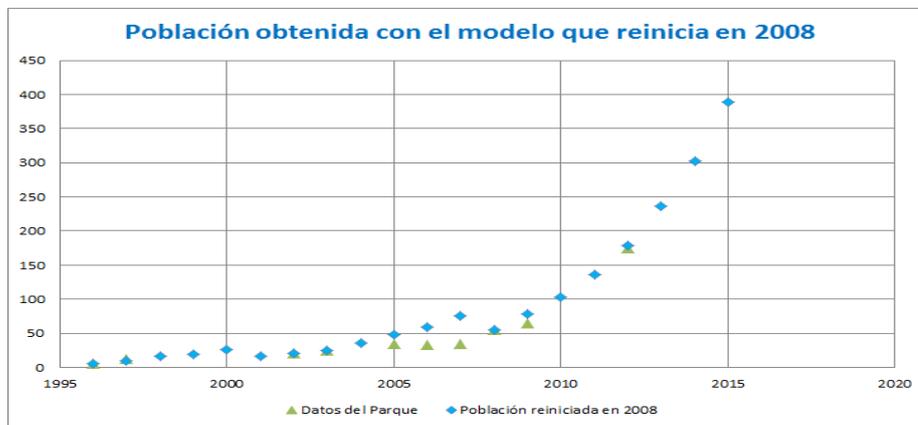


Figura 5.3: Comparación del modelo reiniciado y las estimaciones del Parque.

## 5.2. Resultados

Es claro que el resultado de 179 obtenido con el modelo final reiniciado en el 2008 coincide muy bien con los datos proporcionados por la estimación mediante el conteo de heces fecales, finalizada recientemente, y que reporta que el número de venados correspondiente al 2008 estaría entre 170 y 180.

A continuación mostramos la comparación entre los dos resultados del modelo 5.3, sin reiniciar y reiniciando en el 2008, en el cuadro 5.5 y en la gráfica 5.4

Cabe mencionar que partiendo del supuesto de que las estimaciones de los años 2008 y 2012 sean correctas, bajo las hipótesis del modelo tendríamos que la población contaría con más de 380 venados en el 2015, aunque cabe hacer notar que el modelo final todavía no incluye el hecho más probable de que actualmente la población sea totalmente híbrida, con lo cual el número podría ser mayor; sin embargo, sabemos que este modelo sólo puede ser correcto por un número limitado de años, puesto que se tiene que contemplar la capacidad de soporte del medio y la salud de la población (incluida la variabilidad genética), para actualizar el modelo y contemple estos aspectos, se requiere más información, principalmente de la población del Parque.

Año		Población total	Población reiniciada en 2008	Datos reportados por la UMA
1996	0	6	6	6
1997	1	10	10	12
1998	2	16	16	
1999	3	19	19	
2000	4	26	26	
2001	5	17	17	
2002	6	20	20	20
2003	7	25	25	25
2004	8	36	36	
2005	9	48	48	34
2006	10	59	59	33
2007	11	76	76	35
2008	12	95	55	55
2009	13	119	78	65
2010	14	150	103	
2011	15	193	136	
2012	16	244	179	170-180
2013	17	306	229	
2014	18	383	293	
2015	19	484	382	

Cuadro 5.5: *Resumen de resultados.*

Por otra parte, suponiendo que los datos obtenidos hasta el momento son correctos, mediante regresiones podrían encontrarse los números posibles de venados faltantes en el periodo comprendido entre 2005 y 2008.

Si se pudiera contar con evidencia de otro tipo, por ejemplo mediante fotografías, o seguimiento de algunos ejemplares mediante dispositivos electrónicos, sería posible ajustar los modelos y describir la dinámica de la población con mayor precisión.

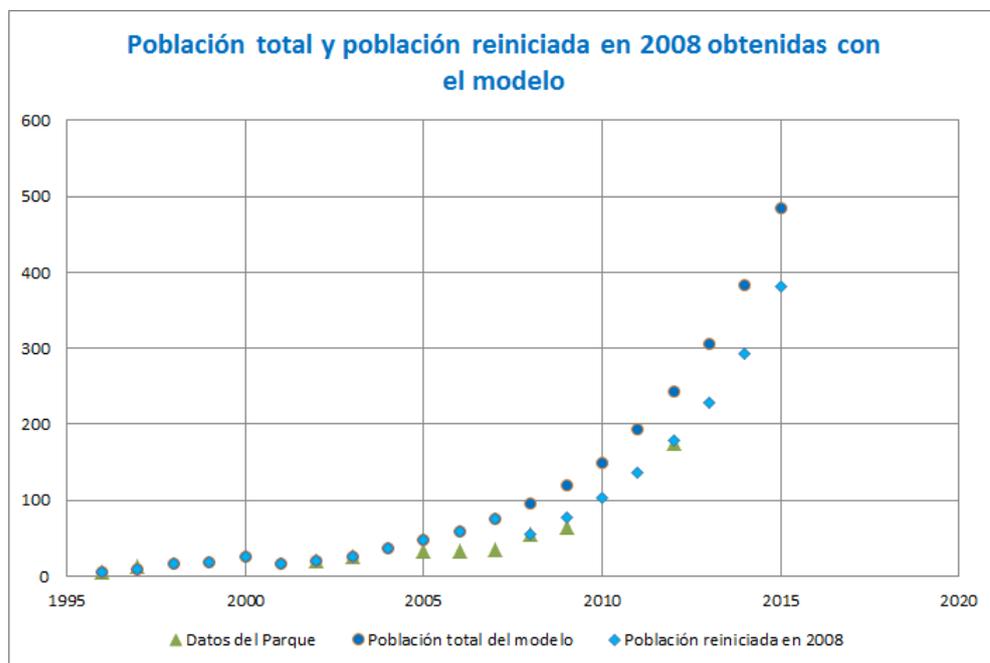


Figura 5.4: Comparación de los resultados del modelo sin iniciar, reiniciando y las estimaciones del Parque.

# Conclusiones

Se cumplió el objetivo de construir un modelo matemático que incluyera los datos reales disponibles y permitiera comparar sus resultados con las estimaciones realizadas en el Parque.

Las comparaciones muestran, como podemos observar en la 5.5 y 5.4, que cuando hay alguna diferencia entre los datos reportados y los resultados obtenidos mediante el modelo, es posible ajustarlo para mostrar cómo variaría al población a partir de la nueva información.

Se puede observar, que entre las ventajas que aporta el tener el modelo y el algoritmo, se tiene que se pueden recrear diferentes escenarios con mucha rapidez y realizar proyecciones a distintos plazos que permiten la planificación y toma de decisiones.

Los modelos matemáticos proporcionan una herramienta versátil y muy útil para el conteo de poblaciones pero, para contar con buenos resultados, además de un buen modelo, es necesario que los datos reales que lo alimentan sean los adecuados y lo más exactos posibles. Por lo que se destaca la importancia de recopilar la información cuando se tienen condiciones idóneas, como era el caso de los primeros años en los cuales el área de contención era más pequeña.

Consideramos que la oportunidad de estudiar la población híbrida en condiciones relativamente controlada es muy importante, se sabe que este tipo de hibridación puede darse de manera natural en algunas regiones, sin embargo, no se tiene información documentada, por lo que la investigación, desde diferentes perspectivas, sobre este tipo de población que ya habita el Parque, es una oportunidad extraordinaria, que podría dar información de

las posibles consecuencias a los ecosistemas naturales, al tener una situación similar.

Debido a las condiciones del Parque, la mejor opción actualmente para tener un conteo más fiable, además de analizar juntos los resultados obtenidos tanto por el parque cuanto por este trabajo, sería colocar algunos dispositivos electrónicos en algunos ejemplares, esto daría varias ventajas, entre otras, se podría determinar mejor si hay zonas preferidas que pudieran estar dando mayores densidades de población, para esto, es fundamental, además de los conocimientos de los expertos de las áreas de Electrónica, Computación, etc., intensificar el trabajo interdisciplinario para el desarrollo de las estrategias óptimas para el estudio de los ecosistemas del Parque, el cual podría convertirse muy pronto en un referente a nivel nacional.

Por otra parte, desde el punto de vista matemático a partir de este trabajo pueden plantearse varios problemas interesantes por investigar, por ejemplo, cómo resolver ecuaciones en diferencias en las que los segundos miembros involucran la parte entera de los términos, o bien, encontrar cotas de aproximación entre las soluciones de ese tipo de ecuaciones relacionándolas con las ecuaciones en diferencias en las que los segundos miembros no involucran la parte entera de los términos; el planteamiento y análisis de modelos en los cuales va variando el parámetro asociado con las crías híbridas descendientes de madres de la subespecie *mexicanus* y padres híbridos, así como el planteamiento del modelo que incluyan la capacidad de soporte del medio y posteriormente los modelos de inetración entre especies.

# Apéndice A

## Manual de uso del programa que genera las simulaciones

En esta sección se presenta un instructivo para el uso del programa desarrollado en la tesis. Aunque no es complicado de usar mostramos unos sencillos pasos que facilitan entender su funcionamiento.

Para la elaboración del algoritmo se usó Visual Basic para Aplicaciones de Excel, en el cual requerimos datos de fertilidad y probabilidad de sobrevivencia. Además aprovechamos información proporcionada por el Parque Flor del Bosque en la construcción del algoritmo tal como registros de altas y bajas y datos de la población de la especie. De esta manera se presenta una herramienta más completa para llevar el control de la población de la especie.

Como primer paso abriremos el archivo *ProyectoTesis.xlsm* que es un archivo habilitado para macros.

Una vez abierto ubicamos la pestaña *Registro de Información*, la cual nos muestra un menú de opciones para comenzar a trabajar, las cuales son *Añadir Información*, *Registro de Altas y Bajas*, *Registros de la UMA*, *Realizar más Iteraciones* y *Limpia*.

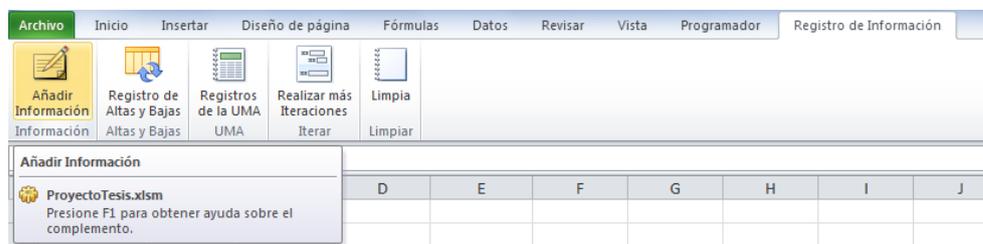


Figura A.1 : Ambiente de programa.

Al dar clic sobre la opción *Añadir información* automáticamente se despliega un cuadro de diálogo, el cual nos pide los primeros datos requeridos, como lo son *Porcentaje de hembras*, es decir, de los individuos recién nacidos que porcentaje es el de hembras, *Promedio de vida en años* y la edad en la que nace su primera cría. Introducimos los datos en las casillas como lo muestra el cuadro de dialogo 1 y en *Condiciones Iniciales* tenemos opción de ponerlas o no, claro que si no son introducidas no tiene caso seguir, de hacerlo así lo único que ocurrirá es que la iteración no se realizará y en las celdas aparecerán las leyendas N/H lo que significa que no hay información.

Figura A.2 : Cuadro de dialogo 1

	Hembras	Machos
0 Años	0	0
1 Años	0	0
2 Años	4	2
3 Años	0	0
4 Años	0	0

Figura A.3 : Cuadro de dialogo 2

Después de dar clic en el botón *Ingresar* con la opción *Si* de *Condiciones Iniciales* activada del primer cuadro de dialogo, inmediatamente se

muestra el siguiente que nos pide la población con que se inicia clasificada por edad y género. Como se puede observar el cuadro de dialogo 2, que solicita la cantidad de hembras y machos de 0, 1, 2, 3 y 4 años de edad, esto ocurre debido a que el promedio de vida es de 5 años y se considera que realmente solo hay ejemplares vivos de 0, 1, 2, 3 y 4 años y que los de 5 años ya no siguen vivos en nuestro análisis.

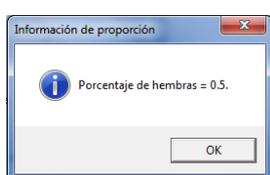


Figura A.4 : Cuadro de dialogo 3

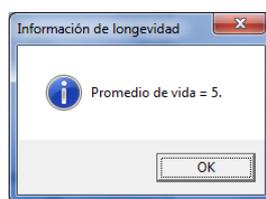


Figura A.5 : Cuadro de dialogo 4

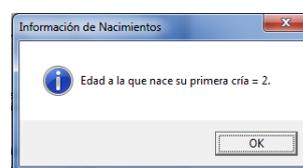


Figura A.6 : Cuadro de dialogo 5

Estos 3 cuadros de dialogo muestran la confirmación de la información recibida. Después corresponde introducir las probabilidades de sobrevivencia por edades y por sexo. Para ilustrar, se han introducido probabilidades de sobrevivencia iguales a 1 como se muestra en el cuadro de dialogo 6, es claro que estas deben ser mayores o igual a cero y menores o iguales a 1. Si se considera 1 se entendería que no hay riesgo alguno que los ejemplares de cierta edad pasen a la siguiente.

	Hembras	Machos
0 Años	1	1
1 Años	1	1
2 Años	1	1
3 Años	1	1
4 Años	1	1

Figura A.7 : Cuadro de dialogo 6

Edad	Cantidad
2 Años	1
3 Años	1
4 Años	1

Figura A.8 : Cuadro de dialogo 7

Al dar clic en *Ingresar* nuevamente se muestra otro cuadro de dialogo, que esta vez solicita el número de crías que tienen las hembras fértiles, que si recordamos al ver el cuadro de dialogo 1, en la tercera casilla hay un 2 el cual indica que las hembras fértiles son las que tienen dos años o más. Por lo tanto si en lugar de 2 es 3 años la edad en que nace la primera cría, las únicas hembras fértiles serían las de 3 y 4 años de edad. Algunas casillas podrían llenarse con ceros, lo cual indicaría que las hembras de esa edad no son fértiles.

En nuestro caso, presentamos  $\frac{1}{2}$  en las fertilidades de las hembras maduras, eso significaría, como ya se hizo notar anteriormente, que cada hembra madura produce “media hembra nueva” y “medio macho nuevo”, debido a que en los partos solamente nace una cría por hembra adulta.

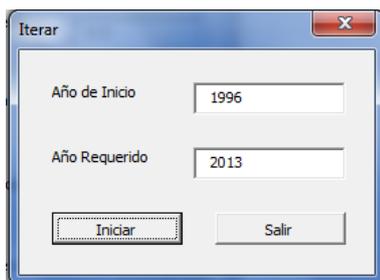


Figura A.9 : Cuadro de dialogo 8

En el cuadro de dialogo 8 se solicita *Año de Inicio* y *Año requerido*, es decir el año en el que se tiene la población inicial y el año en que querramos estimar la población, en el ejemplo que seguimos, elegimos el año 1996 como inicio y 2013 como año requerido ya que queremos saber la población actual.

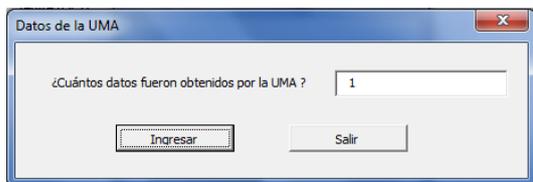


Figura A.10 : Cuadro de dialogo 9



Figura A.11 : Cuadro de dialogo 10

Después nos preguntan por los datos que han sido obtenidos por la UMA, en nuestro caso escribimos 1 ya que sabemos que la población inicial es 6, el siguiente cuadro nos pide el año en que se obtuvo esta información y la cantidad obtenida. Si en lugar de colocar 2 en vez de 1 en el cuadro de dialogo 9, el cuadro de dialogo 10 aparecerá 2 veces.

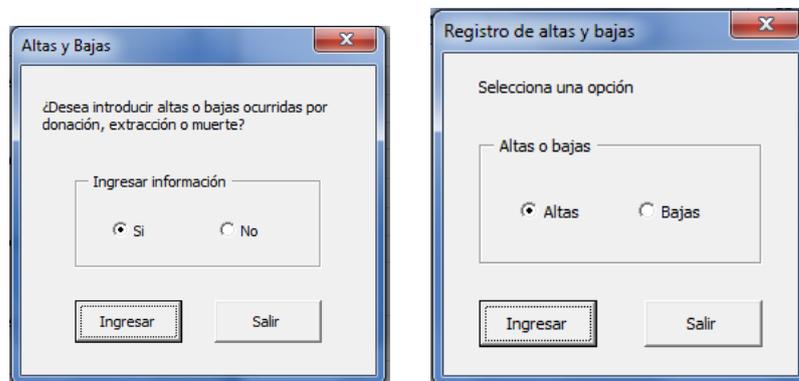


Figura A.12 : Cuadro de dialogo 11 Figura A.13 : Cuadro de dialogo 12

En el cuadro de dialogo 11 preguntan si deseas introducir altas ocurridas por donación que la UMA recibió de alguna donador o bajas ocurridas por donación que la UMA hizo hacia otro lugar, extracción o muerte no natural. En caso de seleccionar la opción *No*, la introducción de información concluye ahí, por otro lado si se selecciona la opción *Si* a continuación preguntan si se trata de altas o bajas.

Ya sea que seleccionemos las opciones *Altas* o *Bajas* del cuadro de dialogo 12, en cualquier caso se mostrará un cuadro de dialogo que solicite el año en que ocurrió la alta o la baja y por último el cuadro de dialogo que pide la las cantidades de ejemplares por edad y por sexo que se registraron e la alta o la baja, como lo muestra el cuadro de dialogo 14.

Figura A.14 : Cuadro de dialogo 13

	Hembras	Machos
0 Años	0	0
1 Años	2	0
2 Años	3	2
3 Años	2	0

Figura A.15 : Cuadro de dialogo 14

La actividad de la opción *Añadir información* de la pestaña *Registro de Información* concluye ahí.

En caso de querer registrar más altas o bajas, tenemos la segunda opción *Registro de Altas y Bajas* de la pestaña *Registro de Información*, si la seleccionamos, nuevamente aparece el cuadro de dialogo 12, en este caso activamos la opción *Bajas* introducimos por ejemplo 1999 y la rellenamos como se indica en el cuadro de dialogo 15. Es conveniente rellenar con ceros las casillas restantes con ceros, esto para evitar problemas con el programa por haber celdas vacías.

	Hembras	Machos
0 Años	0	0
1 Años	0	0
2 Años	0	0
3 Años	0	1
4 Años	0	0

Figura A.16 : Cuadro de dialogo 15 Figura A.17 : Cuadro de dialogo 16

Si seleccionamos la opción *Registros de la UMA* aparece el cuadro

de dialogo 10 para introducir más datos que se tengan o que se vayan obteniendo. Que en nuestro caso son 11. Uno de ellos es en que el año 1997 se tiene registrada una población de 12 ejemplares.

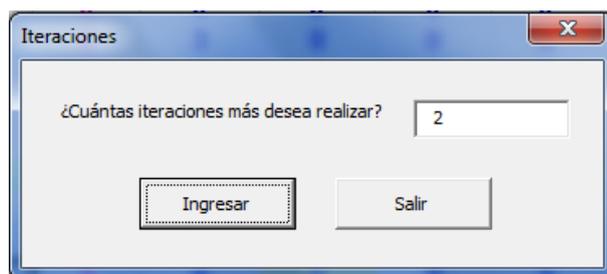


Figura A.18 : Cuadro de dialogo 17

Con la opción *Realizar más Iteraciones* obtenemos el cuadro de dialogo 17 en el cual introducimos el número de iteraciones más que deseamos realizar a partir de las ya obtenidas. Por ejemplo si escribimos 2, en vez de tener las iteraciones hasta el 2013 como se obtuvo anteriormente ahora serán hasta el año 2015.

Porcentaje de hembras	<b>0.5</b>		Promedio de vida en años	<b>5</b>		Edad a la que nace su primera cria	<b>2</b>			
Población inicial	Edad en años	0	1	2	3	4				
	Hembras	0	0	4	0	0				
	Machos	0	0	2	0	0				
Probabilidades de sobrevivencia por edades	Edad en años		0	1	2	3	4			
	Probabilidad	Hembras	1	1	1	1	1			
		Machos	1	1	1	1	1			
Número de crías por hembra por edades	Edad de hembras en años		0	1	2	3	4			
	Cantidad de crías por ind.					1	1	1		
Año de inicio	<b>1996</b>		Año requerido	<b>2015</b>						

Figura A.19 : Panorama de Información

Así tenemos la información registrada en la hoja *Datos*, todos estos datos se mantienen constantes con el uso de las opciones de la pestaña *Registro de Información* excepto el año requerido ya que este se modifica con

el uso de la opción *Realizar más Iteraciones*.

La tabla que se obtiene con la información introducida muestra clasificada las cantidades de ejemplares por edad y sexo además de cantidad de hembras maduras, total de la población por año, los datos obtenidos por la UMA, las tasas de Natalidad, Mortalidad y Crecimiento, también muestra los promedios de estos. Las altas y bajas también quedan marcadas en color verde y amarillo respectivamente y registradas en las hojas con sus respectivos nombres.

Año	Hembras						Machos						Total	Datos obtenidos por la UMA	Tasa de Natalidad	Tasa de Mortalidad	Tasa de Crecimiento		
	Total	Maduras			Jóvenes			Total	Maduros			Jóvenes							
		Años	Años	Años	Años	Años	Años		Años	Años	Años	Años						Años	Años
1996	0	4	0	0	4	0	0	0	0	2	0	0	6	6					
1997	1	4	0	4	0	0	2	0	2	0	0	2	10	12	0.66666667	0	0.66666667		
1998	2	4	4	0	0	2	2	2	0	0	2	2	14		0.4	0	0.4		
1999	3	4	0	1	3	2	2	0	2	4	2	2	18		0.142857143	0.428571	-0.2857143		
2000	4	6	1	3	2	2	3	2	4	2	2	3	24		0.333333333	0.056556	0.27777778		
2001	5	4	3	0	1	3	2	2	0	1	3	2	17		0.291666667	0.208333	0.08333333		
2002	6	4	0	1	3	2	2	0	1	3	2	2	16	20	0.411764706	-0.23529	0.64705882		
2003	7	6	1	3	2	2	3	1	3	2	2	3	22		0.375	0	0.375		
2004	8	7	3	2	2	3	4	3	2	2	3	3	27	25	0.318181818	0.090909	0.22727273		
2005	9	6	1	2	3	4	3	2	2	3	2	3	25	34	0.259259259	0.222222	0.03703704		
2006	10	9	2	3	4	3	5	2	3	1	3	4	30	33	0.36	0.04	0.32		
2007	11	9	3	4	2	5	5	3	1	3	4	4	34	35	0.333333333	0.1	0.23333333		
2008	12	9	4	1	4	5	5	1	3	4	4	4	35	49	0.352941176	0.117647	0.23529412		
2009	13	10	1	4	5	5	5	3	4	4	4	5	40	55	0.342857143	0.028571	0.31428571		
2010	14	14	4	5	5	5	7	4	4	4	5	7	50	65	0.4	-0.025	0.425		
2011	15	15	5	5	5	7	8	4	4	5	7	7	57	65	0.34	0.04	0.3		
2012	16	17	5	5	7	8	9	4	5	7	7	8	65		0.350877193	0.017544	0.33333333		
2013	17	20	5	7	8	9	10	5	7	7	8	10	76		0.353846154	0	0.35384615		
2014	18	24	7	8	9	10	12	7	7	8	10	12	90		0.355263158	0	0.35526316		
2015	19	27	8	9	10	12	14	7	8	10	12	13	103		0.344444444	0.033333	0.31111111		
Promedio		10.15	2.85	3.35	3.95	4.45	5.15	2.6	3.1	3.6	4.1	4.8	37.95	19.95	0.33661461	0.05612	0.28049495		

Figura A.20 : Tabla de Iteraciones

Número de Altas		1									
Edad	4	3	2	1	0	4	3	2	1	0	
1999	0	1	1	0	0	0	3	2	0	0	
2003	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	

Figura A.21 : Tabla de Altas registradas.

Así tenemos los datos generados por el algoritmo de la tabla de Iteraciones.

Con el algoritmo se obtienen las cantidades de hembras y machos aunque solamente mostramos los datos de las hembras en la misma tabla para aprovechar la idea de la presentación de los datos del modelo elaborado con ecuaciones en diferencias.

Podemos rápidamente obtener la proyección de la población de venado cola blanca en diferentes años según sean requeridos.

Además de proporcionar las tasas de natalidad, mortalidad y crecimiento, así como los promedios de estos, que como sabemos, estos son requeridos en la elaboración de ecuaciones en diferencias y diferenciales para construir modelos que se acerquen más a la realidad.

Número de Bajas		8									
Edad	4	3	2	1	0	4	3	2	1	0	
1999	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	
2001	0	2	1	0	0	2	2	1	0	0	
2002	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2003	0	0	0	0	0	0	2	1	0	0	
2005	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	
2006	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	
2007	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
2008	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	

Figura A.22 : Tabla de Bajas registradas.

En la tabla de iteraciones se pueden observar celdas en color amarillo y en color verde, las de color amarillo indican que ahí hubieron bajas ya sean por donación o por muerte no natural, mientras que las de color verde representan las altas ocurridas por donación. En el año 2003 se registraron una alta y una baja de 3 venados machos, las celdas aparecen en color amarillo debido a que primero introducimos la información de la alta y después de la baja.



# Bibliografía

- [1] Álvarez Romero, Jorge y Medellín Legorreta, Rodrigo A., *El venado cola blanca (Odocoileus virginianus, Zimmermann, 1780)*. 3
- [2] Beltrán Vera, Claudia Yanira y Díaz de la Vega Martínez, Ana Dolores, *Estimación de la densidad poblacional del venado cola blanca texano (Odocoileus virginianus texanus), introducido en la UMA “Ejido de Amanalco” Estado de México*. 3.6
- [3] Ceballos, Gerardo y Oliva, Gisselle; *Los mamíferos silvestres de México*, HongKong, Fondo de cultura económica de España, 518–519 (2005) ([document](#))
- [4] Conabio, 1998. La diversidad biológica de México: Estudio de País, 1998. Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad. México. 2
- [5] Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO) página institucional: <http://www.biodiversidad.gob.mx/usos/leyesamb1.html> vista el 18/junio/2013. 2
- [6] Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad (CONABIO) página institucional: [http://www.biodiversidad.gob.mx/biodiversidad/que\\_es.html](http://www.biodiversidad.gob.mx/biodiversidad/que_es.html) vista el 18/junio/2013. 2
- [7] CONABIO, Lista de Especies <http://conabio.inaturalist.org/taxa/42223Odocoileusvirginianus> 3.5

- [8] Comisión Nacional de Áreas Naturales Protegidas (CONANP) página electrónica institucional [http://www.conanp.gob.mx/que\\_hacemos/sinap.php](http://www.conanp.gob.mx/que_hacemos/sinap.php) última modificación 20/diciembre/2009. Vista el 18/junio/2013. (document), 2.1, 2.1.1
- [9] Contreras Domínguez, Wilfrido y Rodríguez Labajos Beatriz, *Las áreas naturales protegidas en el marco del ordenamiento territorial y los servicios ambientales*, 387, 2004 . 2.1.1
- [10] Fernández Pérez, Carlos; Vázquez Hernández, Francisco José; Vegas Montaner, José Manuel, *Ecuaciones diferenciales y en diferencias, sistemas dinámicos*, Edit. Thomson, Madrid, España, 2003. 7
- [11] Flor del Bosque, página oficial <http://www.flordelbosque.pue.gob.mx> vista el 18/junio/2013.
- [12] Flores Jímenez, Elizabeth Adriana y Martínez Romero, Luis Enrique, 2009, *Monitoreo de la población de venado cola blanca (*Odocoileus virginianus*) en el Parque Estatal Flor del Bosque*, Reporte técnico interno del Parque, 1-6, 2009. (document), 2.3
- [13] Flores Villela, Oscar y Gerez, Patricia, *Biodiversidad y conservación en México: vertebrados, vegetación y uso del suelo*, Comisión Nacional para el conocimiento y uso de la biodiversidad y UNAM, 1994 2.2
- [14] C. Galindo Leal, Carlos y Weber, Manuel, *El venado de la Sierra Madre Occidental; Ecología, manejo y conservación*, México D.F., Edicusa - Conabio 105–117 (1998)
- [15] Gallina, Sonia A., Hernández H., Arturo, Delfín A., Christian A., González G., Alberto *Unidades para la conservación, manejo y aprovechamiento sustentable de la vida silvestre en México (UMA). Retos para su correcto funcionamiento*, Investigación ambiental, 1 (2): 143-152, 2009.
- [16] García Márquez, Próspero y Lanza E., Carlos de la, *Ecuaciones diferenciales y en diferencias*, Edit. Limusa, México, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería, 1984, reimpresión 1988. 1, 1.1

- [17] Neyra González, Lucila, Durand Smith, Leticia, *La diversidad biológica de México: Estudio de País 1998*, Edit. Comisión Nacional para el Conocimiento y uso de la Biodiversidad, México, D. F., 62, 1998. [2](#)
- [18] Hernández Mendoza, Perla María. *Dinámica espacio-temporal del venado cola blanca (*Odocoileus virginianus texanus*) en el norte de México*. Tesis (Maestro en Ciencias en Biotecnología Genómica). Tamaulipas, México, Instituto Politécnico Nacional, Centro de Biotecnología Genómica, 2010. 133 h. [3.6](#)
- [19] Lizarazu Amonzabel, Jairo , *Conservación de los Recursos Naturales y Desarrollo Humano Sostenible*, Escuela Militar de Ingeniería, Maestría en Gestión Ambiental y Recursos Naturales, 547.
- [20] Mandujano, Salvador, Delfín Alfonso, Christian A., Gallina, Sonia, *Comparison of geographic distribution models of white-tailed deer *Odocoileus virginianus* (Zimmermann, 1780) subspecies in Mexico: biological and management implications*, Theyra, Abril 2010, Vol. 1(1):41,68. [3.1](#)
- [21] Morales Mota Angélica, *Actualización del Plan de Manejo para Parque Estatal "Flor del Bosque"*, Secretaría de Desarrollo Rural, Sustentabilidad y Ordenamiento Territorial. [2.4](#)
- [22] March, Ignacio J.; Carvajal, María de los ángeles; Vidal, Rosa María; San Román, Jaime Eivin; Ruiz, Georgita; *Capital natural de México Vol. II: Estado de conservación y tendencias de cambio*. ([document](#)), [2](#), [2.1.1](#)
- [23] Martínez Romero, Luis Enrique, *Determinación de fechas de aprovechamiento del venado cola blanca (*Odocoideleus virginianos*), a través de hormonas sexuales y comportamiento* , Tesis de Maestría para obtener el grado de Maestro en Ciencias en Manejo de Fauna Silvestre, Instituto de Ecología, Xalapa, Veracruz, México, 2004. [3.5](#), [3](#)
- [24] Pérez M. Silvia, Mandujano, Salvador, L. Enrique, Martínez R., *Tasa de defecación del venado cola blanca, *Odocoileus virginianus Mexicanus*, en cautividad en Puebla, México*, Acta Zoológica Mexicana, 20(3):167-170, 2004 . [3.7.3](#)

- [25] Morales Mota, Angélica, *Actualización del Plan de Manejo para Parque Estatal Flor del Bosque*, México, 2012. ([document](#)), 2.3
- [26] Sánchez Carrillo, Berenice, *Plan de manejo del venado cola blanca *Odocoileus virginianus mexicanus* en la comunidad de Aguacatitla, Hgo.* Tesis (Ingeniero en Restauración Forestal), Edo. de México, México, Universidad Autónoma Chapingo, 2011, 156 h. 3.5
- [27] Sarukhán, J., et al. 2009. Capital natural de México. Síntesis: conocimiento actual, evaluación y perspectivas de sustentabilidad. Comisión Nacional para el Conocimiento y Uso de la Biodiversidad, México. ([document](#)), 2, 2.1.1
- [28] Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT) portal electrónico institucional <http://www.semarnat.gob.mx/temas/gestionambiental/vidasilvestre/Paginas/umas.aspx> última modificación 06/diciembre/2011. Vista el 18/junio/2013. ([document](#)), 2.1.2
- [29] Semarnat, 2009. Manual técnico para beneficiarios: Manejo de vida silvestre, Coordinación General de Educación y Desarrollo Tecnológico, México, Primera Edición 2009. 2.1.2
- [30] Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT), página oficial <http://www.semarnat.gob.mx/temas/gestionambiental/vidasilvestre/Paginas/sistemavs.aspx> visita 18/junio/2013.
- [31] Secretaría de Sustentabilidad y Ordenamiento Territorial(SSAOT), página oficial [http://ssaot.puebla.gob.mx/index.php?option=com\\_content&view=category&layout=blog&id=94&Itemid=181](http://ssaot.puebla.gob.mx/index.php?option=com_content&view=category&layout=blog&id=94&Itemid=181) visita el 18 de junio de 2013.
- [32] Villarreal González, Jorge Gabriel *Venado cola blanca; manejo y aprovechamiento cinegético*, Monterrey, N.L., Unión Ganadera Regional de Nuevo León 88–97 (1999) 3.6, 7
- [33] Villarreal Espino Barros, Oscar Agustín, *El Venado cola blanca en la Mixteca Poblana; conceptos y métodos para su conservación y manejo*, Puebla, Puebla, FUPPUE 55, 556, 58, 64, 68-70 (2006). 3, 3.1, 3.2, 3, 3.3, 3.5, 3.5

# Glosario

**Cinegético** : relacionado con el arte de la caza, caza deportiva o lícita.

**Fotoperiodo** : duración o tiempo relativo de los períodos de luz y oscuridad diarios a que están sometidos los organismos.

**Inanición** : muerte por falta de alimento.

**Poliéstrica estacional** : varios celos en una época determinada del año.

**Tasa de defecación** : número de grupos de heces fecales que deposita un animal al día.

**Ungulado** : antiguo grupo de mamíferos placentarios (placenta) que se apoyan y caminan con el extremo de los dedos, o desciende de un animal que lo hacía, que están revestidos de una pezuña, como por ejemplo el caballo y la cabra.