

**BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE  
PUEBLA**

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS  
LICENCIATURA EN MATEMÁTICAS APLICADAS**

**LA PROPORCIONALIDAD EN LIBROS DE TEXTO MEXICANOS  
DE EDUCACIÓN BÁSICA**

**TESIS**

**PARA OBTENER EL TÍTULO DE  
LICENCIADO EN MATEMÁTICAS APLICADAS**

**PRESENTA**

**GERARDO AMARO MACUIL**

**DIRECTORES DE TESIS**

**DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR**

**DR. JOSIP SLISKO IGNJATOV**

**PUEBLA, PUE.**

**Diciembre 2017**

A mis padres

## **Agradecimientos**

Quiero agradecer a mi mamá por todo su apoyo, su cariño y estar siempre a mi lado en los momentos más difíciles, a mi padre, que aunque ya no está conmigo me apoya desde el cielo.

A la Dra. Lidia Aurora Hernández Rebollar, por su apoyo y su tiempo dedicado en la revisión de esta tesis.

Al Doctor Josip Slisko Ignjatov, por su tiempo y sus aportaciones a esta tesis.

A mis Sinodales, Dra. Honorina Ruiz Estrada, Dr. Juan Carlos Macías Romero y al M.C. Pablo Rodrigo Zeleny Vázquez por brindarme parte de tu tiempo y dedicación para la revisión de esta tesis. Gracias por sus sugerencias y comentarios.

Y además quiero darle gracias a Dios por darme la vida, por tener salud y una maravillosa familia que me apoya en cada momento.

## Introducción

Los libros de texto reflejan los hábitos y costumbres, la organización de las ideas, la actividad intelectual, las relaciones públicas de apropiación y exclusión del saber y, en muchos casos, las modas y tendencias imperantes de una época determinada. Los libros para la enseñanza no son ajenos a esta consideración y, por tanto, proporcionan oportunidades para observar la forma de transmitir el saber y utilizarlo en los asuntos sociales. Muestran su vinculación con los avances del sistema educativo, su relación con los conocimientos científicos de cada momento, de forma particular para nuestro interés, mediante la conexión que mantienen con las disciplinas matemáticas (Machado y Rico, 2015).

Los libros de texto tienen una gran importancia en la manera en la que se concretan los currículos oficiales. En este sentido, Monterrubio y Ortega (2009) afirman que el “libro de texto es un recurso habitual en el desarrollo del proceso de enseñanza y aprendizaje”.

Por otro lado el razonamiento proporcional es un concepto fundamental para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas escolares ya que supone la culminación de la aritmética elemental y es la piedra angular para adquirir muchos conocimientos posteriores (Lesh, Post y Berh, 1988).

La proporcionalidad es uno de los contenidos tradicionales en el nivel educativo básico, históricamente ha recibido atención en mayor o menor medida en textos destinados a la enseñanza de las matemáticas.

El objetivo de este trabajo es analizar el tratamiento dado al tema de proporcionalidad en distintas colecciones de libros de texto de matemáticas mexicanos durante la etapa de Educación Básica.

El objetivo principal se puede descomponer en varios objetivos específicos más concretos:

- Objetivo 1: Estudiar el modo en que se caracteriza el tema de proporcionalidad en los libros de texto analizados.
- Objetivo 2: Analizar y comparar los tipos de problemas de proporcionalidad que aparecen en los libros de texto de educación básica.
- Objetivo 3: Describir los métodos y técnicas que se utilizan para resolver los problemas de proporcionalidad presentados por los autores.
- Objetivo 4: Estudiar los sistemas de representación presentados en cada libro de texto.

El análisis se realizó con una muestra de 25 libros de texto que pertenece a las editoriales: Trillas, Santillana, Castillo, Patria, Pearson, Conecta Estrategias y DGME/SEP. Para cada editorial se realizó un análisis de contenido, poniendo énfasis en el tema de proporcionalidad y estudiando cómo los autores de estos libros de texto presentan dicho tema.

La estructura de este trabajo es la siguiente:

En el capítulo 1 presentamos el marco teórico que sustenta nuestra investigación, en este se retoman teorías e investigaciones referentes al tema de análisis de libros de texto y al tema de proporcionalidad.

En el capítulo 2 detallamos el método de investigación y presentamos la muestra seleccionada; el método de investigación utilizado para este trabajo es el del análisis de contenido, propuesto por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008), en éste los autores diferencian tres componentes de análisis: la estructura conceptual, la fenomenología y los sistemas de representación.

En el capítulo 3 se muestran los títulos de los libros que se utilizaron como referencia para nuestro estudio, los cuales conforman un total de 25 libros de texto, 5 libros de primaria y 20 libros de secundaria.

En el capítulo 4 exponemos los resultados obtenidos después del análisis realizado; este análisis se organiza en tablas para facilitar el manejo de la información, los principales resultados obtenidos son: los textos presentan los problemas de proporcionalidad de acuerdo a como lo marca la SEP, además algunos libros presentan un tipo de problemas que otros no, por ejemplo, los problemas de proporcionalidad múltiple se abordan en primer año de secundaria y en segundo año ya no, sin embargo el libro de matemáticas 2 editorial Santillana lo sigue usando. Los métodos de resolución varían entre cada libro, por ejemplo algunos manejan más el uso de la regla de tres otros del valor unitario y el factor constante de proporcionalidad, otro punto importante es que cada libro maneja diferentes sistemas de representación, donde en algunos libros tiende a predominar un sistema de representación, por ejemplo, los libros de la editorial conecta estrategias predomina el uso de tablas.

Finalmente el capítulo 5 está dedicado a las conclusiones y posibles investigaciones para el futuro; después del análisis efectuado, se concluye que los libros de texto presentan una mayor cantidad de problemas de proporcionalidad directa e inversa, lo cual no permite al alumno explorar otros tipos de problemas de proporcionalidad que existen. Además los métodos de resolución que los autores presentan con mayor frecuencia son la regla de tres, el factor constante de proporcionalidad y el valor unitario, donde cabe resaltar que no se hace un énfasis en que no a todos los problemas presentados se les puede aplicar la regla de tres, ni el método del valor unitario. Otro punto a destacar es que el sistema de representación que más se usa es el textual y el tabular numérico.

## **Justificación**

¿Por qué puede ser interesante para investigadores y profesores indagar sobre los libros de texto? Selander (1995) plantea reflexionar sobre la investigación centrada en libros de texto, especialmente en los de matemáticas, prestando especial atención a dos argumentos:

El primero, es que, para toda sociedad es primordial la transmisión de su cultura, los libros han sido una de las vías principales que han socializado la cultura matemática y han contribuido a su difusión, transmitiendo conocimientos e información con cierta intencionalidad.

El segundo, considera que, en la construcción de nuevos conceptos, particularmente matemáticos, el lenguaje asume un papel mediador cuyo referente es el lenguaje textual, de ahí la importancia epistemológica del análisis de los libros de texto de matemáticas.

Por ello, es necesario realizar una revisión bibliográfica para analizar y comparar los libros de texto que manejan las escuelas en la actualidad.

En particular se eligió revisar el tema de proporcionalidad porque es un tema importante en la aritmética que pone en juego un razonamiento más allá del que se requiere para hacer ciertas operaciones. Además, porque se ha reportado en la literatura que el tratamiento que se le da a este tema en la educación básica podría ser el causante del fenómeno conocido como “Ilusión de la linealidad”. Este fenómeno ocurre cuando un estudiante intenta resolver un problema aplicando la regla de tres a pesar de que las variables del problema no guardan una relación lineal.

## Capítulo 1. Marco teórico

### 1.1. Libros de texto

El libro de texto es “un soporte curricular y un espejo de la sociedad” que pone de manifiesto prácticas institucionalizadas sobre cómo los conocimientos científicos se gestionan y se enseñan, se comparten y se difunden socialmente (Escolano, 1997). Esto hace que los libros transmitan ideas educativas, principios morales y filosóficos, aspectos que no se consideran parte del propio conocimiento, como ocurre con las propuestas pedagógicas, normas, valores, reglas didácticas, tendencias curriculares, planteamientos político-sociales así como los significados y usos del saber profesional.

Los libros de texto tienen una finalidad didáctica y responden a principios didácticos, que son aspectos generales de la estructuración del contenido, organización y método de la enseñanza (Klingberg, 1972). Tienen que ver con el carácter científico de los conocimientos, su asequibilidad o comprensión, su sistematización, la relación entre teoría y práctica, la relación entre lo concreto y lo abstracto, lo individual y lo grupal (Díaz, 2002; Klingberg, 1972).

El libro de texto sigue siendo un recurso ampliamente utilizado durante las etapas de escolaridad y un objeto de uso diario por parte de alumnos y profesores. Por lo tanto, siempre es necesario realizar una revisión crítica de estos para conseguir un uso eficaz encaminado a mejorar la enseñanza y el aprendizaje. Su importancia como recurso básico para el profesor viene reflejada por la cantidad de investigaciones que en torno a él se han desarrollado en los últimos años y que ponen de manifiesto la influencia de los libros de texto y manuales escolares en la actividad desarrollada en el aula, siendo gran parte de la práctica educativa determinada por éstos (Azcárate y Serradó, 2006).

Hoy la enseñanza obligatoria se apoya en los libros de texto para todas las asignaturas. La función de los libros es guiar y orientar los procesos de enseñanza, pues no sólo dan apoyo didáctico, sino que son componentes sustantivos de la planificación del profesor.

Por otro lado Selander (1995) plantea: ¿por qué puede ser hoy interesante para investigadores y profesores indagar sobre los libros de texto? Propone reflexionar sobre la investigación centrada en libros de texto, especialmente en los de matemáticas, prestando especial atención a dos argumentos. El primero es el que aportan García y Beas (1995) y que subraya que para toda sociedad es primordial la transmisión de su cultura y que los libros han sido una de las vías principales que han socializado la cultura matemática y han contribuido a su difusión, transmitiendo conocimientos e información con cierta intencionalidad. El segundo, considera que en la construcción de nuevos conceptos, particularmente matemáticos, el lenguaje asume un papel mediador cuyo referente es el lenguaje textual, de ahí la importancia epistemológica del análisis de los libros de texto de matemáticas.

Gómez (2011) señala que la estructura de un libro de texto se caracteriza por la forma de presentar y organizar el contenido textual que atiende a una combinación de elementos entre los que sobresalen:

- Un modelo de agrupación temática con denominación propia, a saber: lecciones, temas, unidades y actividades.
- Un modelo de codificación que usa diferentes tipos de letras, párrafos numerados y epígrafes resaltados.
- Formas específicas de expresión literaria como son las definiciones, explicaciones, demostraciones, preguntas y respuestas, diagramas, etc.
- Modos de orientación al lector mediante el uso de ejemplos, ejercicios, problemas, cuestiones o actividades.

En las últimas décadas se ha generado un interés por investigar los libros de texto de matemáticas en diversos niveles educativos y desde variadas perspectivas: histórica (González, López y Sierra, 2004), didáctica, (Cózar, Gómez y Miralles, 2014), conceptual o centrada en contenidos matemáticos (Azcárate y Serrado, 2006; Picado y Rico, 2011).

## **1.2. El análisis de libros de texto**

Tradicionalmente, el texto escolar ha ocupado un espacio subsidiario en los estudios humanísticos y culturales. Sesegado su valor formativo y simbólico al ser considerado un género menor, de escaso prestigio social y académico, fue relegado de las investigaciones históricas, educativas y lingüísticas durante casi todo el siglo XX. Si bien hacia la segunda mitad del siglo hubo algunos trabajos que lo tuvieron como objeto de estudio, estos fueron exiguos y aislados. Recién, en la década de 1990, la comunidad científica manifestó un interés genuino por su abordaje y comenzaron a realizarse las primeras investigaciones sistemáticas y pormenorizadas. Desde entonces, los estudios efectuados en el marco de diferentes disciplinas, como Historia, Filosofía, Ciencias de la Educación y Lingüística —en especial en el área del Análisis del Discurso—, revalorizaron al texto escolar como material de análisis y reconocieron su importancia como fuente historiográfica, en la medida en que manifiesta esta los saberes y los enfoques pedagógicos, expresa las prescripciones curriculares y da cuenta de las representaciones sociales que circulan en la institución escolar (Tosi, 2011).

Las iniciativas por responder a diversas cuestiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas han llevado a la realización de diversos estudios sobre el análisis de textos, tendencia que se ha convertido en una línea más de la investigación en Didáctica de la Matemática (Gómez, 2011).

El análisis de libros de texto es un interesante tema de estudio para la Educación Matemática por diversos motivos:

En su clasificación de la investigación en Educación Matemática, Linares (2008), considera al análisis de libros textos como una agenda de investigación en sí misma. Este estudio puede enmarcarse dentro del grupo de investigaciones de dicha agenda como un trabajo

sobre la estructura y organización de contenidos. González (2009), señala que, dichos estudios pueden proporcionar información sobre ventajas e inconvenientes de determinadas orientaciones y metodologías didácticas.

Fan, Zhu y Miao (2013), distinguen tres grandes tipos de trabajos relacionados con libros de texto: trabajos centrados en el análisis, en la comparación y en el uso de los libros de texto. Dentro de los trabajos orientados hacia el análisis de libros de texto, estos autores identifican cinco subcategorías:

- El contenido matemático y temas.
- La cognición y la pedagogía.
- El género, el origen étnico, la equidad, la cultura y el valor.
- Comparación de diferentes libros de texto.
- La conceptualización y cuestiones metodológicas.

Maz y Rico (2015) ponen de manifiesto que “el análisis de textos escolares proporciona información sobre los contenidos, los conocimientos tratados y también sobre aspectos pedagógicos, curriculares y sociales”.

Desde un punto de vista general, el análisis de textos puede hacerse a priori o a posteriori (Van Dormolen, 1986), según si el estudio se produce para evaluar el texto como herramienta didáctica, sin tener en cuenta la instrucción llevada a cabo con él (a priori) o para comparar su propuesta curricular con los resultados de aprendizaje obtenidos (a posteriori).

Gómez (2011) plantea que el análisis de los libros de texto puede realizarse siguiendo dos líneas diferentes:

- Textual: para analizar un contenido matemático en su dimensión curricular.
- Metodológica o epistemológica: para conocer cómo se han concebido las matemáticas escolares en diferentes momentos de la historia.

Picado y Rico (2011) consideran tres focos para el análisis de libros de texto: autor, estructura del texto y análisis de contenido. Los dos primeros se refinan a partir del trabajo de Maz (2005) y para el tercero se utiliza la técnica del análisis del contenido de Gómez (2011).

Martínez (2014) señala que el análisis de contenido de un texto estará centrado en subrayar y explicar determinados aspectos de las matemáticas escolares que, desde el punto de vista didáctico, son de interés para una investigación.

Existen en el mundo numerosos estudios de este tipo: Maz (2005) investiga los números negativos en textos; Sierra, González y López (1999, 2003), sobre los límites y la continuidad de funciones; Escolano (2007), respecto a los significados del número racional positivo; Picado y Rico (2011), sobre el sistema métrico decimal; Conejo, Arce y Ortega (2014), sobre las reglas de derivación o Gómez-Torres, Ortiz y Gea (2014), respecto a la probabilidad en primaria; por citar algunos ejemplos.

Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008) proponen el análisis de contenido entendido como “una herramienta técnica para establecer y estudiar la diversidad de significados de los contenidos de las matemática escolares”

En el análisis de contenido, propuesto por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008), diferencian tres componentes de análisis: la estructura conceptual, la fenomenología y los sistemas de representación.

### **1.2.1. Estructura conceptual**

La *estructura conceptual* es el sistema organizado de conceptos y procedimientos que contempla tres niveles para el conocimiento conceptual: hechos, conceptos y estructuras; y otros tres para el conocimiento procedimental: destrezas, razonamientos y estrategias. Gómez (2011) apunta que en la estructura conceptual se realcen las descripciones de los conceptos, las interrelaciones entre estos y la estructura matemática que los organiza y justifica.

### **1.2.2. Fenomenología**

Freudenthal (1983) expone que el análisis fenomenológico de un concepto o de una estructura matemática consiste en describir cuáles son los fenómenos para los que es el medio de organización y qué relación tiene el concepto o la estructura con esos fenómenos.

Freudenthal distingue varios tipos de fenomenología, todos importantes desde el punto de vista de la didáctica, estos tipos son: fenomenología, fenomenología didáctica, fenomenología genética, fenomenología histórica. El primer caso se trata de los fenómenos que están organizados en las matemáticas tomadas en su estado en el momento actual y considerando su uso actual. En el caso didáctico intervienen los fenómenos presentes en el mundo de los alumnos y los que se proponen en las secuencias de enseñanza. En el caso genético, los fenómenos se consideran con respecto al desarrollo cognitivo de los aprendices. En el caso histórico se presta especial atención a los fenómenos para cuya organización se creó el concepto en cuestión y cómo se extendió a otros fenómenos.

En el análisis fenomenológico se determinan las situaciones y contextos con los que se presentan los contenidos en estudio. Es decir, la modelización de fenómenos sociales, naturales y matemáticos a través de la estructura matemática reconocida en el texto (Puig, 1997).

La *fenomenología* incluye aquellas situaciones y contextos que dan origen a la estructura conceptual, y que también dotan de sentido a ésta.

Se identifican dos tipos de fenómenos en la presentación de situaciones: naturales y matemáticos.

*Fenómenos naturales.* Se presentan situaciones físicas de la naturaleza. Entre ellas, temperatura, clima y tiempo atmosférico. Por ejemplo, “El agua que ha de emplearse, ha de estar destilada y la temperatura de 4 grados centígrados”

*Fenómenos matemáticos.* Las pesas y medidas del sistema métrico decimal se presentan en un contexto de aplicación de una o varias operaciones aritméticas.

Así, asociados a la proporcionalidad podemos distinguir *situaciones de producción o de consumo en un marco de trabajo cooperativo* (por ejemplo, si tres albañiles hacen 1 casa en 40 días, ¿Cuántos albañiles harán la misma casa en 15 días?), *situaciones de costos económicos o temporales de una actividad* (por ejemplo, el costo que supone para un cierto número de personas pernoctar un determinado número de noches en un hotel) y *situaciones involucrando magnitudes de la Física* (por ejemplo, para un estado concreto de una determinada cantidad de agua, el incremento de temperatura que provoca una cierta cantidad de energía). Las dos primeras clases de situaciones son situaciones de tipo laboral en su mayoría, mientras que las situaciones de la física se corresponden con situaciones científicas.

### 1.2.3. Sistemas de representación

Los *sistemas de representación* son todas aquellas expresiones, signos, símbolos o gráficos a través de los cuales se hace presente un contenido matemático, permitiendo la comunicación de ideas matemáticas. Rico (2012) señala: “conocer un contenido se sustenta en el dominio de sus sistemas de representación y de los modos de expresar una misma propiedad mediante diversos sistemas”.

Valverde, Castro y Molina (2013) realizan un análisis de contenido para el diseño de una propuesta sobre la razón y la proporcionalidad para maestros en formación e identifican siete tipos de representaciones: *simbólicas, textuales, algebraicas-funcionales, cartesianas, gráfico y tabulares.*

*Textual.* El autor hace uso de la narración para la presentación de ideas. Las definiciones y procedimientos se muestran por medio de una cantidad considerable de texto en la que se incluyen y detallan los aspectos que el autor considera oportunos para una mejor comprensión del contenido.

57. Para reducir unidades de uno á otro sistema se multiplica por el número de las que se quiere reducir, el valor que cada una de ellas tiene respecto á su correspondiente de otro sistema. Ejemplos:

· Reducir 488 varas á metros. Puesto que la vara val 0,863 de metro, tendremos  $0,863 \times 488 = 563,16$  m.

*Numérico.* Se recurre a los números para la presentación de cantidades métricas y antiguas, y para la explicación de algunos procedimientos.

mm. Dm. m. dm. cm.

848634,6058 metros cuadrados.

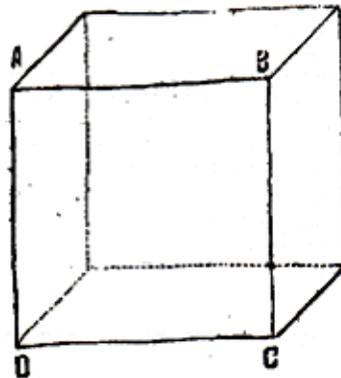
*Simbólico.* Se utiliza una combinación de signos (letras o números) para la identificación de cantidades correspondientes a determinadas unidades de medida, para la presentación de cantidades de las unidades métricas y para la presentación de conceptos geométricos. Por ejemplo, se incluyen las letras para representar los vértices de cuadrados, por ejemplo: “un cuadrado cuyos vértices son A, B, C y D, y las abreviaturas de unidades, múltiplos y submúltiplos.

METRO.	GRAMO.	LITRO.
El milímetro...mm.	El milígramo...mg.	El mililitro...ml.
El centímetro...cm.	El centígramo...cg.	El centilitro...cl.
El decímetro...dm.	El decígramo...dg.	El decilitro...dl.
El metro...m.	El gramo...g.	El litro...l.
El decámetro...Dm.	El decágramo...Dg.	El decálitro...Dl.
El hectómetro...Hm.	El hectógramo...Hg.	El hectolitro...Hl.
El kilómetro...Km.	El kilógramo...Kg.	El kilolitro...Kl.
El miriámetro...Mm.	El miriagramo...Mg.	El mirialitro...Ml.
El metro cua- drado...m.cd.	El quintal mé- trico...Qm.	
La centárea...cá.	La tonelada mé- trica...Tm.	
El área...á.		
La hectárea...Ha.		
El metro cúbico...m.cb.		

*Tabular.* Se utilizan tablas o cuadros para la presentación de información relacionada al concepto, como es el caso de las relaciones entre unidades principales, múltiplos y submúltiplos, y la presentación de abreviaturas para los términos.

*Gráfico.* Se presentan figuras geométricas para la visualización de unidades como el metro, metro cuadrado y el metro cúbico.

**DEL METRO CUBICO.**



52. Metro cúbico es la unidad que sirve para medir el volumen de los cuerpos sólidos y líquidos. Para lo primero es un cuerpo sólido limitado por seis caras iguales a la A, B, C, D de la presente figura, considerando que cada lado tiene un metro lineal; así es que un metro cúbico tiene un metro de largo, otro de ancho y otro de profundidad, que son las

1725 dimensiones de los cuerpos.

En este trabajo emplearemos estas categorías con la separación de las representaciones tabulares en *tabulares numéricas*, cuando en la tabla solamente aparezcan números, y *tabulares algebraicas*, cuando en la tabla también aparezcan literales.

*Cartesiano*. Se presenta el plano de Descartes (plano cartesiano) para la visualización de gráficas que están dadas por funciones de la forma  $y=k x$ , que representan cantidades que cambian de manera proporcional.

En lo que respecta a la proporcionalidad, Oller y Gairín (2012) analizan el tratamiento de los conceptos de razón y proporción en libros de texto españoles desde el siglo XIX. Por otro lado, Pino y Blanco (2008) realizan un interesante estudio comparativo entre textos de Chile y España referidos a los problemas de proporcionalidad y Lundberg (2011) clasifica las distintas técnicas para la resolución de problemas de proporcionalidad simple directa que ofrecen cinco libros de texto suecos para estudiantes de 16-17 años. Shield y Dole (2013) desarrollan una serie de indicadores para analizar si diversas colecciones de libros de texto promueven el conocimiento profundo de los alumnos en relación con la proporcionalidad y el razonamiento proporcional. Estos autores concluyeron que los textos analizados no servían adecuadamente a ese propósito puesto que, entre otros aspectos, se centraban demasiado en los procedimientos.

El marco que consideramos para analizar el contenido expuesto en los libros de texto es el *análisis de contenido*, propuesto por Rico, Marín, Lupiáñez y Gómez (2008).

### **1.3. Proporcionalidad**

Durante años se ha demostrado que el razonamiento proporcional es extremadamente útil en la interpretación de fenómenos reales debido a que muchos aspectos de nuestra vida operan de acuerdo a esta estructura (Van Dooren, De Bock, Janssens y Verschaffel, 2002). De hecho, el razonamiento proporcional ha sido descrito como la consolidación del conocimiento aritmético en la escuela primaria y la cimentación de conceptos posteriores en la escuela secundaria (Lesh, Post y Berh, 1988).

Block (2010) plantea: La proporcionalidad directa constituye un conocimiento de matemáticas con numerosas aplicaciones en diversos contextos de la vida cotidiana. Está relacionada con cuestiones tan diversas como el cálculo del IVA, la preparación de mezclas, la escala, la noción de velocidad constante, etc.

El tema de la proporcionalidad ha sufrido grandes cambios en el currículo: durante la mitad del siglo XIX y hasta mediados del siglo XX, este tema ocupaba un lugar destacado en el capítulo de “Razones y Proporciones” de los libros de aritmética. En los años setenta del siglo XX, con la reforma de las “matemáticas modernas”, se intentó sustituir los conceptos más recientes y más abstractos de otros referentes teóricos, en particular de las funciones. Años después, la investigación sobre el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas ayudó a revalorar la importancia de las magnitudes en la comprensión de las nociones de esta disciplina. En la actualidad ocupa de nuevo un lugar relevante en el currículum tanto de primaria como de secundaria.

Su estudio explícito se inicia en el cuarto grado de primaria. Pero desde los primeros grados los alumnos se enfrentan a la solución de problemas en los que ponen en juego ciertos aspectos relacionados con esta noción, tales como la multiplicación y la división. En la secundaria, el estudio de la proporcionalidad continúa y se articula con una noción más amplia: la función lineal.

El razonamiento proporcional es considerado un asunto importante de la matemática escolar. Algunas investigaciones en educación matemática sugieren que el razonamiento proporcional está marcado por un lento proceso de desarrollo (Cramer, Post y Currier, 1993).

Por esto, el National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) indica que es necesario tiempo y empeño para desarrollar esta forma de razonamiento, promoviendo el aprendizaje de los alumnos en la identificación de situaciones que involucren relaciones proporcionales, y en la resolución de problemas referentes a este tipo de relaciones.

Por otro lado, hay problemas que se refieren a una situación de relación no proporcional; son llamados *problemas pseudoproporcionales*.

[...] si un grupo de  $a$  músicos demora  $b$  minutos interpretando una pieza musical, ¿cuánto tiempo demoran  $c$  músicos ejecutando la misma pieza? (Van Dooren et ál., 2006: 308).

Otra línea de aportes tiene que ver con los trabajos en la “aspecto de linealidad”. Brevemente, esta línea documentó una tendencia generalizada de los estudiantes para aplicar modelos lineales (en general el uso de la regla de tres) en situaciones en donde no eran aplicables (De Bock, Van Dooren, Janssens, y Verschaffel, 2002). La linealidad es un modelo fácilmente generalizable que funciona bien en muchas situaciones de la vida cotidiana, pero que a lo largo de los años se hace incluso resistente a los procesos de enseñanza.

### **1.3.1. Dos definiciones de la proporcionalidad**

Definición 1. Una relación entre dos conjuntos de cantidades es proporcional si los factores internos (o razones internas) que se corresponden son iguales (Block, Mendoza y Ramírez, 2010).

Definición 2. Una relación entre dos conjuntos de cantidades es proporcional si existe un número, siempre el mismo, que multiplicando a cualquiera de las cantidades de un conjunto da como resultado la cantidad correspondiente del otro conjunto. Este número se llama factor constante de proporcionalidad o factor externo constante (Block, Mendoza y Ramírez, 2010).

Cuando una de las dos propiedades anteriores se cumple, la otra se cumple también. Es decir, si se verifica la igualdad de los factores internos que se corresponden, existe un factor constante de proporcionalidad, y recíprocamente. Por ello, cualquiera de las dos

propiedades sirve para definir la proporcionalidad. Son propiedades necesarias y suficientes.

### 1.3.2. Tipos de problemas de proporcionalidad

#### *El problema típico de valor faltante*

Estos problemas presentan tres valores numéricos y piden hallar el valor del cuarto elemento, designado por “valor desconocido”. Por ejemplo: Abriendo un grifo 4 horas conseguimos echar 560 litros de agua en una piscina. ¿Cuánta agua echaremos abriendo ese mismo grifo durante 6 horas? (Lesh, Post y Behr, 1988).

#### *Reparto proporcional*

Los problemas de reparto proporcional tienen la característica de repartir cierta magnitud entre otra de acuerdo con lo que se pagó, aportó, adquirió, trabajó, recolectó, etcétera. Es preciso que se establezca el criterio que servirá para repartir dicha magnitud.

#### *Proporcionalidad directa*

Estos problemas presentan dos variables una dependiente y otra independiente, si el cociente de dividir la variable dependiente y la variable independiente es siempre constante se dice que las variables dependiente e independiente son directamente proporcionales.

Por ejemplo: si  $y$  es una variable dependiente y  $x$  es una variable independiente entonces  $y$  y  $x$  son proporcionales se debe cumplir que  $y = kx$ .

#### *Proporcionalidad inversa*

Estos problemas presentan dos variables una dependiente y otra independiente, si el resultado de multiplicar la variable dependiente y la variable independiente es siempre constante se dice que las variables dependiente e independiente tienen una relación de proporcionalidad inversa.

Por ejemplo: sea  $y$  una variable dependiente de una variable independiente,  $x$  entonces  $y$  y  $x$  son inversamente proporcionales.

#### *Composición de relaciones de proporcionalidad*

En los problemas de composición de relaciones de proporcionalidad, se aplican, de manera sucesiva, dos o más factores de proporcionalidad.

Aplicar de manera sucesiva, dos o más factores de proporcionalidad,  $m$  y  $n$ , equivale a aplicar el factor  $(mn)$

Aplicar de manera sucesiva los factores  $\frac{1}{m}$  (que es lo mismo que dividir entre  $m$ ) y  $\frac{1}{n}$  (que es lo mismo que dividir entre  $n$ ) equivale a aplicar el factor  $\frac{1}{m \cdot n}$  (que a su vez equivale a dividir entre  $m \cdot n$ ), por ejemplo, aplicar de manera sucesiva los factores de proporcionalidad 3 y  $\frac{1}{4}$  equivale a multiplicar por el factor  $\frac{3}{4}$ .

### *Comparación de razones*

Otro tipo de problema de proporcionalidad es la comparación de razones. Una razón es una relación entre dos cantidades, la cual da lugar a un número; el número que se desprende de esa relación suele llamarse el valor de la razón.

Freudenthal (1983), afirma: el significado de la razón aparece cuando se habla de la igualdad (y la desigualdad) de razones, sin conocer su tamaño, cuando se dice, con sentido, ‘ $a$  es a  $b$  como  $c$  es a  $d$ ’ sin anticipar que ‘ $a$  es a  $b$ ’ puede reducirse a un número o a un valor de magnitud ‘ $a/b$ ’.

Algunas de las distintas formas que puede adoptar dicho número son: factor, cociente, fracción, porcentaje.

Las razones se pueden expresar también con un solo número natural o fraccionario; por ejemplo, la razón “se desperdician 3 litros de cada 10 litros de agua distribuida” puede expresarse como: “Se desperdician  $\frac{3}{10}$  del agua distribuida”

Las razones también se pueden expresar con porcentajes, por ejemplo: “3 ventiladores de cada 100 son defectuosos” o bien “3% de la cantidad de ventiladores tienen defectos”

Los porcentajes, como las demás razones, ayudan a juzgar si algo es grande o pequeño. Por ejemplo, un aumento de \$200 en un producto de \$400 es relativamente mayor que uno de \$250 en un producto de \$1000, pues el primero equivale a aumentar 50% del valor del producto mientras que el segundo equivale a aumentar un 25%.

### *Proporcionalidad múltiple*

En este tipo de problemas, una magnitud es proporcional a otras dos o más (Block y Mendoza, 2010).

### 1.3.3. Métodos de resolución de problemas de proporcionalidad

Varios estudios identifican y caracterizan las estrategias usadas por los alumnos para resolver problemas de proporcionalidad, las cuales son:

#### *Factor constante de proporcionalidad*

El método del factor constante de proporcionalidad consiste en hallar un número con el que, al multiplicarlo por cualquier valor de un conjunto, se obtiene el valor que le corresponde en el otro conjunto.

#### *Factor inverso de proporcionalidad*

El método del factor inverso de proporcionalidad consiste en hallar un número de tal forma que éste sea el recíproco del factor constante de proporcionalidad, de modo que al multiplicarlo por cualquier valor de un conjunto, se obtiene el valor que le corresponde en el otro conjunto. Este método se emplea frecuentemente cuando se presentan problemas de escalas (ampliación o reducción de figuras).

#### *La regla de tres*

El *algoritmo del producto cruzado* o *regla de tres* es un proceso mecánico que, aunque eficiente, está desprovisto de significado en el contexto de los problemas. Post, Behr y Lesh (1988).

Por lo general este método consiste en:

- Identificar las dos magnitudes en relación.
- Acomodar los tres datos y la incógnita dos a dos, de manera que queden lado a lado los elementos que se corresponden.
- Plantear la igualdad de fracciones.
- Aplicar la regla de tres la cual cuando las fracciones son iguales, los productos en cruz también lo son.
- Finalmente despejar la  $x$ , aplicando una regla del álgebra.

La principal ventaja de este procedimiento consiste en que, cuando se dominan los pasos, resulta práctico y rápido. La desventaja radica en que los productos que se realizan no tienen sentido con el contexto. Esta separación del contexto, típica de las resoluciones algebraicas, impide que los alumnos de primaria, y también los de secundaria, comprendan el porqué del procedimiento. Por ello, deben memorizarlo sin comprenderlo.

### *Procedimientos de solución de un problema de comparación de razones*

El primer procedimiento consiste en comparar la razón externa de dos cantidades con la razón externa de las otras dos cantidades.

Otro procedimiento consiste en comparar la razón interna de dos cantidades con la razón interna de las otras dos cantidades.

### *Los distintos procedimientos para resolver problemas de valor faltante.*

#### *Procedimientos basados en la conservación de las razones internas (factores internos).*

##### Sin pasar por el valor unitario

Este procedimiento, basado en la propiedad según la cual las razones internas se conservan puede ser accesible e intuitivo en ciertos casos (cuando la razón interna corresponde a un número de veces entero y pequeño): la mitad, el doble, 10 veces. Pero cuando la razón interna no se puede expresar mediante un número sencillo y, sobre todo, cuando no se puede expresar mediante un número entero, este procedimiento se dificulta.

##### Pasando por el valor unitario

La idea de pasar por el valor de uno, dividiendo, para luego de ahí, pasar a cualquier cantidad multiplicando es accesible e intuitiva gracias a que se evocan las magnitudes en juego. Esta técnica tiene la ventaja también de que, a diferencia de la anterior, en la que no pasa por el valor unitario, es general en el sentido de que se puede aplicar a cualquier problema de valor faltante, sin que el nivel de dificultad aumente demasiado. Una limitación de la técnica es que hay casos en que el valor unitario no tiene sentido en el contexto que aportan las magnitudes, por ejemplo: Ana y María compraron vasos iguales. Ana por \$10 pesos compró 6 vasos. María pagó \$15. ¿Cuántos vasos compro? La forma de calcular el valor unitario llevaría a calcular la fracción de vaso que puede comprar con \$1, es decir, ¡0.6 de vaso! Lo cual no tiene sentido, ya que no podemos pedir en la tienda 0.6 de vaso.

#### *Procedimientos basados en la constancia de la razón externa (uso del factor externo de proporcionalidad)*

En una relación de proporcionalidad la existencia de la constante de proporcionalidad ofrece un importante recurso. Cuando el factor de proporcionalidad multiplica cualquier valor de una de las magnitudes en relación arroja el valor correspondiente de la otra magnitud. Además, esta característica permite expresar las relaciones de proporcionalidad con una fórmula.

Dos aspectos por los que el uso de la constante de proporcionalidad constituye un recurso complejo son que ésta tiene dimensión y puede ser no entera.

Multiplicar una medida por un número no entero, ya no puede interpretarse como “repetir varias veces esa cantidad”, muchas veces ya ni siquiera significa “agrandar” esa cantidad, pues al multiplicar por factores menores que uno se hacen más pequeñas las cantidades. Por ello comprender la multiplicación por racionales implica una ruptura con la comprensión que se tenía con los naturales.

Post, Behr y Lesh (1988) identifican, además, la estrategia de *interpretación gráfica*, en la medida en que los gráficos pueden ser usados para identificar razones equivalentes o para identificar el valor desconocido en problemas de valor desconocido.

#### **1.3.4. La proporcionalidad en el programa de matemáticas (SEP, 2011)**

El programa de matemáticas de la SEP ubica el tema de proporcionalidad en el eje manejo de la información, el cual se muestra de la siguiente manera:

Eje: Manejo de la información

Este eje temático se subdivide en los siguientes temas:

- Proporcionalidad y funciones.
- Nociones de probabilidad.
- Análisis y representación de datos.

Los estándares curriculares para este eje temático son los siguientes.

El alumno:

- Resuelve problemas vinculados a la proporcionalidad directa, inversa o múltiple, como porcentajes, escalas, interés simple o compuesto.
- Expresa algebraicamente una relación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.
- Calcula la probabilidad de eventos complementarios, mutuamente excluyentes e independientes.
- Lee y representa información en diferentes tipos de gráficas; calcula y explica el significado del rango y la desviación media.

Manejo de la información incluye aspectos relacionados con el análisis de la información que proviene de distintas fuentes y su uso para la toma de decisiones informada, de manera que se orienta hacia:

- La búsqueda, la organización, el análisis y la presentación de información para responder preguntas.
- El uso eficiente de la herramienta aritmética o algebraica que se vincula de manera directa con el manejo de la información.
- El conocimiento de los principios básicos de la aleatoriedad.

En este eje se incluye la proporcionalidad porque provee de nociones y técnicas que constituyen herramientas útiles para interpretar y comunicar información, como el porcentaje y la razón.

De cada uno de los ejes se desprenden varios temas y para cada uno hay una secuencia de contenidos que van de menor a mayor dificultad.

En el caso de la educación secundaria se consideran nueve temas, y la mayoría inicia desde la educación primaria, dichos temas son: números y sistemas de numeración, problemas aditivos, problemas multiplicativos, patrones y ecuaciones, figuras y cuerpos, medida, Proporcionalidad y funciones, Nociones de probabilidad, y Análisis y representación de datos.

Los contenidos son aspectos muy concretos que se desprenden de los temas, cuyo estudio requiere de entre dos y cinco sesiones de clase. El tiempo de estudio hace referencia a la fase de reflexión, análisis, aplicación y construcción del conocimiento en cuestión, pero además hay un tiempo más largo en el que se usa este conocimiento, se relaciona con otros conocimientos y se consolida para constituirse en saber o saber hacer.

En todos los bloques se incluyen contenidos de los tres ejes, lo que tiene dos finalidades importantes; la primera es que los temas se estudien simultáneamente a lo largo del curso, evitando así que algunos sólo aparezcan al final del programa, con alta probabilidad de que no se estudien; la segunda es que pueda vincularse el estudio de temas que corresponden a diferentes ejes, para lograr que los alumnos tengan una visión global de la matemática.

## Capítulo 2. Metodología para el análisis

El estudio que realizamos trata de un análisis de libros de texto centrado en el contenido.

Las unidades de análisis son los capítulos de cada texto dedicados a la proporcionalidad aritmética.

Para nuestro estudio se han analizado 7 colecciones completas de textos de primaria y secundaria con un total de 25 libros de texto. Los textos analizados pertenecen al periodo 2010-2016. Se enmarcan, por tanto, en lo que Gómez (2011) denomina “periodo del libro escolar”

La decisión de considerar colecciones completas se sustenta en el hecho de que el tema de proporcionalidad aritmética es un contenido que aparece a lo largo de la educación básica en los primeros tres años de primaria de manera implícita y en los siguientes años de primaria y secundaria de manera explícita, (SEP, 2011).

El análisis realizado se organiza en torno a cuatro puntos de investigación propuestos por Gómez (2002).

- Ubicación y estructura de la proporcionalidad en el texto
- Aspectos conceptuales
- Aspectos fenomenológicos
- Sistemas de representación

Tabla 1. Categorías y subcategorías utilizadas para el análisis de contenido de los textos.

Categorías de análisis	
<b>1.-Ubicación y estructura de la proporcionalidad en el texto</b>	
<b>2.-Aspectos conceptuales</b>	<b>2.1. Caracterización de la proporcionalidad</b>  <b>2.2. Tipos de problemas</b> Problema de valor faltante Reparto proporcional Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Composición de relaciones de proporcionalidad Comparación de razones Proporcionalidad múltiple  <b>2.3. Métodos de resolución</b> Factor constante de proporcionalidad Reducción a la unidad (valor unitario) Factor inverso de proporcionalidad Regla de tres Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad Conservación de razones (internas, externas)

	<p><b>2.4.</b> Aparición de justificaciones</p> <p><b>2.5.</b> Aparición de definiciones</p>
<b>3.-Aspectos fenomenológicos</b>	<p><b>3.1.</b> Situaciones y contextos de los problemas: Producción o consumo en un marco de trabajo cooperativo. Costos económicos o temporales de una actividad. Situaciones involucradas con magnitudes de la Física.</p> <p><b>3.2.</b> Tratamiento del tema “interés simple”.</p>
<b>4.-Sistemas de representación</b>	<p>Tabular algebraico, simbólico, numérico, algebraico-funcional, gráfico, tabular numérico, textual y cartesiano.</p>

### Capítulo 3. Muestra

En la Tabla 2 se recogen los principales datos de los libros de texto, como son: título de la colección, editorial encargada de la producción del mismo, año de la editorial y los autores encargados en la elaboración del contenido de libro de texto.

Tabla 2. Libros de texto analizados.

Título de la colección	Editorial	Año de la editorial	Autores
Matemáticas 1	Trillas	2012	Fortino Escareño, Olga Leticia López
Matemáticas 1 por competencias	Pearson	2016	Alan Arriaga Robles, Marcos Manuel Benítez Castañedo
Matemáticas 1	Castillo	2013	Carlos Baltazar Vicencio, Eric Ruiz Flores Gonzáles, Luis Fernando Ojeda Ánimas, Javier Alfredo Guerrero Aguirre
Matemáticas 1	Castillo	2012	Silvia Patricia Romero Hidalgo, Juan Carlos Aguilar Franco.
Matemáticas 1	Patria	2016	Leopoldo Jiménez Malagón, Homero Solano Gómez, Emmanuel Hernán Soto
Matemáticas 1	Santillana	2016	María Trigueros Gaisman, María Dolores Lozano Suárez, Mónica Inés Schulmaister, Ivonne Twiggy Sandoval Cáceres, Emanuel Jinich Charney, Mercedes Cortés Lascurian
Matemáticas 1	Santillana	2016	Alejandro de Icaza Peña
Matemáticas 1	Conecta Estrategias	2016	David Francisco Block Sevilla, Silvia García Peña,
Matemáticas 2	Trillas	2013	Fortino Escareño, Olga Leticia López
Matemáticamente 2 desarrollo y fortalecimiento de competencias	Pearson	2014	Alfonso Arriaga Coronilla, Susana Emilia Sesma Parra, Víctor Hugo Pineda Hernández, Gilberto Zabala Guzmán,

			Mónica Compañ García, José de Jesús Gutiérrez Palacios.
Matemáticas 2	Castillo	2010	Luz María Marván, Cristóbal Bravo
Matemáticas 2 estrategias del pensamiento	Patria	2013	Jesús Manuel Hernández Soto, Homero Solano Gómez, Leopoldo Jiménez Malagón
Matemáticas 2	Santillana	2012	Alejandro de Icaza Peña
Matemáticas 2	Conecta Estrategias	2013	Silvia García Peña, David Francisco Block Sevilla
Matemáticas 3	Trillas	Desconocido	Fortino Escareño, Olga Leticia López
Matemáticas 3	Pearson	2014	Alan Arriaga Robles, Marcos Manuel Benítez Castañedo
Matemáticas 3	Castillo	2013	Silvia Patricia Romero Hidalgo, Silvia Piña Romero, Sharon Magali Valverde Esparza, María del Pilar Piñones Contreras.
Matemáticas 3 estrategias del pensamiento	Patria	2014	Jesús Manuel Hernández Soto, Homero Solano Gómez, Leopoldo Jiménez Malagón
Matemáticas 3	Santillana	2014	Alejandro de Icaza Peña
Matemáticas 3	Conecta Estrategias	2013	Silvia García Peña, Tatiana Mendoza von der Boch, José Cruz García Zagal, David Block Sevilla
Desafíos matemáticos. Cuarto grado	DGME/SEP	2013	Mauricio Rosales Avalos, Javier Barrientos Flores, Esperanza Issa Gonzáles, María Teresa López Castro, María del Carmen Tovilla Martínez, Laurentino Velázquez Duran.
Matemáticas. Quinto grado	DGME/SEP	2011	Diana Karina Hernández Castro, Víctor Manuel García Montes, Elvia Perrusquía Máximo
Desafíos matemáticos.			

Quinto grado	Conaliteg	2014	Mauricio Rosales Avalos, Javier Barrientos Flores, Esperanza Issa Gonzáles, María Teresa López Castro, María del Carmen Tovilla Martínez, Laurentino Velázquez Duran.
Matemáticas. Sexto grado	DGME/SEP	2011	Diana Karina Hernández Castro, Víctor Manuel García Montes, Elvia Perrusquía Máximo
Desafíos matemáticos. Sexto grado	Conaliteg	2014	Mauricio Rosales Avalos, Javier Barrientos Flores, Esperanza Issa Gonzáles, María Teresa López Castro, María del Carmen Tovilla Martínez, Laurentino Velázquez Duran.

## Capítulo 4. Análisis

En este capítulo se presenta el análisis realizado a los libros de texto, en primer lugar se muestra la ubicación y estructura del tema de proporcionalidad en los libros de texto, seguido de aspectos conceptuales y por último exponemos los sistemas de representación.

### 4.1. Ubicación y estructura de la proporcionalidad en los libros de texto

En la tabla 3 se examina la ubicación de la proporcionalidad en los 25 libros de textos de Educación Básica y los temas se ordenan respecto al bloque en el que se localiza el tema de proporcionalidad.

Tabla 3. Ubicación del tema de proporcionalidad.

Libro	Ubicación
Matemáticas 1 (Trillas, 2012)	Bloque 1: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reparto proporcional.</li> </ul>

	<p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas de proporcionalidad directa.</li> </ul> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad.</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Regla de tres.</li> <li>• Factor inverso de proporcionalidad.</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidad múltiple.</li> </ul>
<p>Matemáticas 1 (Pearson, 2016)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenido 8: resolución de problemas de reparto proporcional.</li> </ul> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenido 7: identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos con factor constante fraccionario.</li> </ul> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenido 6: formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenido 4: análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.</li> <li>• Contenido 5: análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala.</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenido 6: resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.</li> </ul>
<p>Matemáticas 1 (Castillo, 2013)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El que parte y reparte.</li> </ul> <p>Contenido: problemas de reparto proporcional.</p> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si una cambia, ¿la otra también?</li> </ul> <p>Contenido: identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos</p>

	<p>contextos, con factores constantes fraccionarios.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Ampliar o reducir.</li> </ul> <p>Contenido: formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Donde hay tres, hay cuatro</li> </ul> <p>Contenido: análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿De qué tamaño era?</li> </ul> <p>Contenido: análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cambia aquí y cambia allá.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.</p>
<p>Matemáticas 1 (Castillo, 2012)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reparto proporcional.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas de reparto proporcional.</p> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El valor desconocido.</li> </ul> <p>Contenido: identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A escala.</li> </ul> <p>Contenido: formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La regla de tres.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Factor inverso en una escala.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de los efectos del factor inverso de una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala.</p>

	<p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidad múltiple.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.</p>
<p>Matemáticas 1 (Patria, 2016)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reparto Proporcional</li> </ul> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporción directa</li> </ul> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Factores constantes de proporcionalidad</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Regla de tres directa</li> <li>• Factor inverso</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidad múltiple</li> </ul>
<p>Matemáticas 1 (Santillana, 2016) María Trigueros Gaisman</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reparto Proporcional.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas de reparto proporcional.</p> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Grandes y chicos.</li> </ul> <p>Contenido: identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Factores sucesivos de proporcionalidad.</li> </ul> <p>Contenido: formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidad: procedimientos expertos.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Factor inverso de proporcionalidad.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala.</p>

	<p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidad múltiple.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.</p>
<p>Matemáticas 1 (Santillana, 2016) Alejandro de Icaza Peña</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas de reparto proporcional.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas de reparto proporcional.</p> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidad directa.</li> </ul> <p>Contenido: identificación y resolución de problemas de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Factor constante de proporcionalidad.</li> </ul> <p>Contenido: formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La regla de tres.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de la regla de tres, empleando valores enteros o fraccionarios.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El factor inverso de proporcionalidad.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidad múltiple.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.</p>
<p>Matemáticas 1 (Conecta Estrategias, 2016)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Son proporcionales?</li> <li>• El campamento</li> <li>• Repartos justos</li> </ul> <p>Contenido: Resolución de problemas de reparto proporcional</p> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Banderas a escala</li> <li>• Más del doble pero menos del triple</li> <li>• La casita a escala</li> </ul> <p>Contenido: Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad directa del tipo “valor faltante” en diversos contextos, con factores constantes fraccionarios.</p>

	<p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Copias de copias</li> <li>• Engranajes I</li> <li>• Engranajes II</li> <li>• Desandar el camino. El factor recíproco I</li> <li>• Desandar el camino. El factor recíproco II</li> </ul> <p>Contenido: formulación de explicaciones sobre el efecto de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad en situaciones dadas.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Factor de escala I</li> <li>• Factor de escala II</li> <li>• Del maíz a las tortillas</li> </ul> <p>Contenido: Análisis de los efectos del factor inverso en una relación de proporcionalidad, en particular en una reproducción a escala.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Depende de varias magnitudes I</li> <li>• Depende de varias magnitudes II</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas de proporcionalidad múltiple.</p>
<p>Matemáticas 2 (Trillas, 2013)</p>	<p>Bloque 1:</p> <p>Problemas de porcentaje</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tanto por ciento o porcentaje</li> <li>• ¿Qué porcentaje es?</li> <li>• ¿Cuál es la base del IVA?</li> </ul> <p>Bloque 2:</p> <p>Proporcionalidad inversa</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Problemas de proporcionalidad inversa</li> </ul> <p>Bloque 3:</p> <p>Expresiones algebraicas de una relación de proporcionalidad</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fórmula de una relación de proporcionalidad</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <p>Gráficas de una relación de proporcionalidad</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación de gráficas de relaciones de proporcionalidad.</li> <li>• Variación lineal</li> <li>• Cantidades que varían de una relación con la otra</li> <li>• La expresión algebraica de una relación funcional</li> </ul>

	<p>Bloque 5: Gráficas de funciones lineales</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interpretación y construcción de graficas de funciones lineales.</li> </ul>
<p>Matemáticamente 2 Desarrollo y fortalecimiento de competencias. (Pearson, 2014)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Porcentaje. Contenido: resolución de problemas de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.</li> <li>• Cálculo de interés compuesto y crecimiento poblacional. Contenido: resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos.</li> </ul> <p>Bloque :2</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Situaciones de proporcionalidad inversa y diversos procedimientos de resolución. Contenido: identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos.</li> </ul> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones de proporcionalidad y su expresión algebraica. Contenido: representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad <math>y=k x</math>, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación.</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráfica de relaciones de proporcionalidad Contenido: análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano.</li> <li>• Variación lineal. Contenido: análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades.</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráficas de funciones lineales. Contenido: lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.</li> </ul>
<p>Matemáticas 2 (Castillo, 2010)</p>	<p>Bloque 1: Piratas y caballos</p>

- Un misterio de piratas.  
Contenido: factor inverso y fraccionario: determinar el factor inverso dado una relación de proporcionalidad fraccionaria.
- Reducciones y ampliaciones  
Contenido: problemas de proporcionalidad múltiple: elaborar y utilizar procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad múltiple.

Bloque 2:

Razones

- Muchos o pocos.  
Contenido: comparación de razones: resolver problema de comparación de razones, con base en la noción de equivalencia.

Bloque 3:

Rectas que hablan

- Gráficas que ya conocen.  
Contenido: gráficas de relaciones lineales: construir, interpretar y utilizar gráficas de relaciones lineales asociadas a diversos fenómenos.
- Rectas que se parecen.  
Contenido: pendiente y ordenada al origen: anticipar el comportamiento de gráficas lineales de la forma  $y=mx+b$ , cuando se modifica el valor de  $b$ , mientras el valor de  $m$  permanece constante. Analizar el comportamiento de gráficas lineales de la forma  $y=mx+b$ , cuando cambia el valor de  $m$ , mientras el valor de  $b$  permanece constante.

Bloque 4:

Diferentes tipos de gráficas

- Gráfica de crecimiento.  
Contenido: gráficas de línea: interpretar y utilizar dos o más gráficas de línea que representan características distintas de un fenómeno o situación para tener información más completa y en su caso tomar decisiones.
- La estatura de Ruperta.  
Contenido: gráficas de segmento de recta: interpretar y elaborar gráficas formadas por segmentos de recta que modelan situaciones relacionadas con movimiento, llenado de recipientes, etcétera.

Bloque 5:

Coincidencias y exclusiones

- Gráficas que ya conocen.  
Contenido: gráficas de sistemas de ecuaciones lineales: representar gráficamente un sistema de ecuaciones lineales con coeficientes enteros e interpretar la intersección de sus gráficas

	como la solución del sistema.
Matemáticas 2 Estrategias del pensamiento (Patria, 2013)	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Porcentajes.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Porcentajes sucesivos.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos.</p> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidad inversa.</li> </ul> <p>Contenido: identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráficas de proporciones directas.</li> </ul> <p>Contenido: representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad <math>y=k x</math>, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relación de proporcionalidad en el plano cartesiano.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representación gráfica de expresiones de la forma: <math>y=ax+b</math>.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal entre dos conjuntos de cantidades.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funciones lineales.</li> </ul> <p>Contenido: lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.</p>
Matemáticas 2 (Santillana, 2012)	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cálculo de porcentajes.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar un porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el</p>

	<p>porcentaje que representa.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Interés compuesto.</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos.</p> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proporcionalidad inversa.</li> </ul> <p>Contenido: identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones de proporcionalidad: <math>y=k x</math>.</li> </ul> <p>Contenido: representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad <math>y=k x</math>, asociando los significados de las variables con las cantidades que intervienen en dicha relación.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráfica de una relación de proporcionalidad directa.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Graficas de funciones lineales.</li> </ul> <p>Contenido: lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.</p>
<p>Matemáticas 2 (Conecta Estrategias, 2013)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Lo importante no es cuanto, sino qué parte</li> <li>• Productos y terrenos</li> <li>• Uno y diez por ciento</li> <li>• El IVA y otros porcentajes</li> <li>• Otros problemas de porcentaje</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas diversos relacionados con el porcentaje, como aplicar el porcentaje a una cantidad; determinar qué porcentaje representa una cantidad respecto a otra, y obtener una cantidad conociendo una parte de ella y el porcentaje que representa.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Creciendo más rápido o más despacio</li> <li>• Intereses bancarios</li> </ul> <p>Contenido: resolución de problemas que impliquen el cálculo de interés compuesto, crecimiento poblacional u otros que requieran procedimientos recursivos.</p>

	<p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relaciones inversamente proporcionales I</li> <li>• Relaciones inversamente proporcionales II</li> </ul> <p>Contenido: Identificación y resolución de situaciones de proporcionalidad inversa mediante diversos procedimientos.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Reglas de correspondencia I</li> <li>• Reglas de correspondencia I</li> </ul> <p>Contenido: Representación algebraica y análisis de una relación de proporcionalidad <math>y=k x</math>, asociando los significados de las variables que intervienen en dicha relación.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Puntos en el plano</li> <li>• La gráfica también informa</li> <li>• Viajar en automóvil</li> </ul> <p>Contenido: análisis de las características de una gráfica que represente una relación de proporcionalidad en el plano cartesiano.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El lenguaje de las graficas</li> <li>• Puntos alineados</li> </ul> <p>Contenido: Lectura y construcción de gráficas de funciones lineales asociadas a diversos fenómenos.</p>
<p>Matemáticas 3 (Trillas, Desconocido)</p>	<p>Bloque 1: Reconocimiento de situaciones de proporcionalidad.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Representaciones de relaciones de proporcionalidad</li> </ul> <p>Bloque 2: No presenta contenido relacionado con el tema de proporcionalidad.</p> <p>Bloque 3: Interpretación de gráficas formadas por secciones rectas y rectas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráficas de segmentos de recta</li> </ul> <p>Bloque 4: Razón de cambio.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cómo cambian las cosas?</li> <li>• Los fenómenos se comparan con razones</li> <li>• ¿Cuál de las dos cambia más rápidamente?</li> </ul>

	<p>Bloque 5: Relación entre la fórmula de una función y su representación gráfica.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.</li> <li>• Actividades sobre variación lineal o cuadrática.</li> </ul>
<p>Matemáticas 3 por competencias (Pearson, 2014)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenido 4: Análisis de representaciones (gráficas, tabulares y algebraicas) que corresponden a una misma situación. Identificación de las que corresponden a una relación de proporcionalidad.</li> </ul> <p>Bloque 2: No presenta contenido relacionado al tema de proporcionalidad.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenido 6: Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera.</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenido 6: Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que la representa.</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Contenido 5: Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.</li> </ul>
<p>Matemáticas 3 (Castillo, 2013)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Distintas representaciones de una misma situación.</li> </ul> <p>Contenido: análisis de representaciones (gráficas, tabulares algebraicas) que corresponden a una misma situación.</p> <p>Bloque 2: No presenta contenido relacionado con el tema de proporcionalidad.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráficas con secciones rectas y curvas.</li> </ul> <p>Contenido: Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de</p>

	<p>movimiento, llenado de recipientes, etcétera.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La razón de cambio.</li> </ul> <p>Contenido: Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o un fenómeno que se modelan con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que la representa.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Situaciones de variación lineal y cuadrática.</li> </ul> <p>Contenido: Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.</p>
<p>Matemáticas 3 estrategias del pensamiento (Patria, 2014)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tablas y graficas de relaciones proporcionales</li> </ul> <p>Contenido: Análisis de representaciones (gráficas, tabulares y algebraicas) que corresponden a una misma situación. Identificación de las que corresponden a una relación de proporcionalidad.</p> <p>Bloque 2:</p> <p>No existe contenido relacionado con el tema de proporcionalidad.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráficas formadas de secciones rectas y curvas</li> </ul> <p>Contenido: Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Razón de cambio y pendiente de una recta</li> </ul> <p>Contenido: Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que representa.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variación lineal o cuadrática.</li> </ul> <p>Contenido: Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.</p>

<p>Matemáticas 3 (Santillana, 2014)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Gráficas, tablas y expresiones algebraicas</li> </ul> <p>Contenido: Análisis de representaciones (gráficas, tabulares y algebraicas) que corresponden a una misma situación. Identificación de las que corresponden a una relación de proporcionalidad.</p> <p>Bloque 2:</p> <p>No existe contenido relacionado con el tema de proporcionalidad en este bloque.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Curvas que modelan situaciones en movimiento.</li> </ul> <p>Contenido: Lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de movimiento, llenado de recipientes, etcétera.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Razón de cambio y pendiente de una recta</li> </ul> <p>Contenido: Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o fenómeno que se modela con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Variación lineal y cuadrática</li> </ul> <p>Contenido: Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal.</p>
<p>Matemáticas 3 (Conecta Estrategias, 2013)</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tablas de valores y gráficas</li> <li>• Tarifas telefónicas</li> <li>• Tiempo, distancia, velocidad</li> </ul> <p>Contenido: Análisis de representaciones (gráficas, tabulares y algebraicas), que corresponden a una misma situación. Identificación de las que corresponden a una relación de proporcionalidad.</p> <p>Bloque 2:</p> <p>No se existe contenido relacionado con el tema de proporcionalidad.</p> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Llenado de botellas</li> <li>• El movimiento de gráficas</li> </ul> <p>Contenido: lectura y construcción de gráficas formadas por secciones rectas y curvas que modelan situaciones de</p>

	<p>movimiento.</p> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• La velocidad como razón de cambio</li> <li>• Variaciones de temperatura</li> <li>• La pendiente como razón de cambio</li> </ul> <p>Contenido: Cálculo y análisis de la razón de cambio de un proceso o un fenómeno que se modela con una función lineal. Identificación de la relación entre dicha razón y la inclinación o pendiente de la recta que la representa.</p> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cantidades que cambian y se relacionan</li> <li>• Índice de masa corporal</li> </ul> <p>Contenido: Análisis de situaciones problemáticas asociadas a fenómenos de la física, la biología, la economía y otras disciplinas, en las que existe variación lineal o cuadrática entre dos conjuntos de cantidades.</p>
<p>Desafíos matemáticos. Cuarto grado</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fiesta y pizzas</li> </ul> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué fracción es?</li> <li>• Partes de un todo</li> </ul> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresiones equivalentes</li> <li>• ¿Tienen el mismo valor?</li> <li>• La fiesta sorpresa</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué parte es?</li> <li>• ¿Qué fracción es?</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Por qué son iguales?</li> </ul>
<p>Matemáticas. Quinto grado</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Fracciones en el camino.</li> </ul> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Relación entre dos cantidades</li> <li>• Compara tus razones</li> </ul>

	<p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Qué porcentaje?</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• A distintas formas, ¿mismo volumen?</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Aumenta y disminuye proporcionalmente</li> </ul>
<p>Desafíos matemáticos. Quinto grado</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Botones y camisas</li> <li>• La fonda de la tía chela</li> <li>• ¿Qué pesa más?</li> </ul> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• En partes iguales</li> <li>• Repartir lo que sobra</li> <li>• Factor constante</li> <li>• Tablas de proporcionalidad</li> </ul> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Un valor intermedio</li> <li>• Ahorro compartido</li> <li>• Más problemas</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Equivalencias</li> <li>• El litro y la capacidad</li> <li>• Más unidades para medir</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿A quién le toca más?</li> <li>• Dinero electrónico</li> <li>• La mejor tienda</li> <li>• En busca de descuentos</li> <li>• Recargos</li> </ul>
<p>Matemáticas. Sexto grado</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Si aumento al doble, ¿duplico el área?</li> <li>• La información de los porcentajes</li> </ul> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?</li> <li>• Tablas y factores de proporcionalidad</li> </ul>

	<p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Descuentos y porcentajes</li> <li>• Pague sólo la mitad o 50% de su precio total</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Comparo razones</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Más proporciones</li> <li>• ¿Cómo saber si dos cantidades variables son proporcionales?</li> </ul>
<p>Desafíos matemáticos. Sexto grado</p>	<p>Bloque 1:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es la distancia real?</li> <li>• Distancias a escala</li> <li>• Préstamos con intereses</li> <li>• Mercancía con descuento</li> </ul> <p>Bloque 2:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tantos de cada 100</li> <li>• Ofertas y descuentos</li> <li>• El IVA</li> </ul> <p>Bloque 3:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Cuál es el mejor precio?</li> <li>• ¿Cuál está más concentrado?</li> <li>• ¿Promociones?</li> </ul> <p>Bloque 4:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Cajas de regalo</li> <li>• ¿Qué música prefieres?</li> <li>• ¿Qué conviene comprar?</li> </ul> <p>Bloque 5:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Repartos equitativos</li> <li>• ¿Cuánto cuesta un jabón?</li> <li>• ¡Entra en razón!</li> </ul>

#### 4.1.1. Resumen acerca de la ubicación del tema de proporcionalidad

- Todos los libros de secundaria presentan la proporcionalidad en el eje Manejo de la Información, en el tema de proporcionalidad y funciones, a excepción de los libros de primaria, donde la presentan de manera arbitraria.

- Los libros de primaria presentan el contenido de proporcionalidad de manera arbitraria, es decir, no siguen un orden como los libros de secundaria, los cuales muestran el tema de proporcionalidad seguido del tema de medida y antes de análisis y representación de datos.
- Los libros de primaria no presentan una dosificación de contenido y por lo tanto no se puede ubicar al tema de proporcionalidad por ejes.
- Los libros de tercer año de secundaria no contienen el tema de proporcionalidad en el bloque 2, en los demás bloques si lo contienen.

## 4.2. Aspectos conceptuales

Después de ubicar el tema de proporcionalidad en los libros de texto de matemáticas de educación básica, se realiza un análisis conceptual de cada libro tomando en cuenta los siguientes puntos:

- Caracterización de la proporcionalidad
- Tipos de problemas
- Métodos de resolución
- Aparición de justificaciones
- Aparición de definiciones

Tabla 4. Aspectos conceptuales.

Libro	Aspectos conceptuales
Matemáticas 1 (Trillas, 2012)	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representado las situaciones de proporcionalidad como aquellas en las que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Reparto proporcional Valor faltante Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Composición de relaciones de proporcionalidad Proporcionalidad múltiple</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor constante de proporcionalidad Regla de tres Factor inverso de proporcionalidad Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad Valor unitario</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> El texto muestra justificaciones las cuales se enmarcan en recuadros, además estas solo se observan en los bloques 3, 4 y 5.</p>

	<p><b>Aparición de definiciones:</b> No presenta definiciones.</p>
<p>Matemáticas 1 por competencias (Pearson, 2016)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Reparto proporcional Valor faltante Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Composición de relaciones de proporcionalidad Proporcionalidad múltiple</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor constante de proporcionalidad Regla de tres Valor unitario Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad Factor inverso de proporcionalidad</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Sí presenta justificaciones.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> El texto muestra definiciones en recuadros rojos.</p>
<p>Matemáticas 1 (Castillo, 2013)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas donde las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad simple e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Reparto proporcional Valor faltante Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Proporcionalidad múltiple</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor constante de proporcionalidad Regla de tres</p>

	<p>Valor unitario Factor inverso de proporcionalidad</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> El libro no presenta justificaciones.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> Existen definiciones en el texto.</p>
<p>Matemáticas 1 (Castillo, 2012)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas donde las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Reparto proporcional Valor faltante Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Composición de relaciones de proporcionalidad Proporcionalidad múltiple</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor constante de proporcionalidad Regla de tres Valor unitario (explícito) Comparación de razones</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Presenta justificaciones pero son escasas en todo el texto.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> El texto muestra definiciones en cada bloque.</p>
<p>Matemáticas 1 (Patria, 2016) Leopoldo Jiménez Malagón</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Reparto proporcional Problema del valor faltante Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Composición de relaciones de proporcionalidad</p>

	<p>Proporcionalidad Múltiple</p> <p><b>Métodos de resolución:</b>  Factor constante de proporcionalidad  Valor unitario  Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad  Regla de tres  Factor inverso de proporcionalidad</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b>  Si muestra justificaciones.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b>  Si presenta definiciones.</p>
<p>Matemáticas 1  (Santillana, 2016)  María Trigueros  Gaisman</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b>  Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b>  Reparto proporcional  Problemas de valor faltante  Problemas de proporcionalidad directa  Problemas de proporcionalidad inversa  Proporcionalidad múltiple</p> <p><b>Métodos de resolución:</b>  Valor unitario  Regla de tres  Factor constante de proporcionalidad  Factor inverso de proporcionalidad</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b>  Las justificaciones se presentan después de presentar un grupo de problemas y en algunos casos se presentan los procedimientos alternativos que se pueden llevar a cabo para resolver problemas presentados.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b>  Si presenta definiciones de términos como: proporcionalidad directa, factor constante de proporcionalidad, reparto proporcional, escala, proporcionalidad múltiple. En pequeños párrafos colocados en la parte inferior o superior del texto enmarcadas con color rojo.</p>

<p>Matemáticas 1 (Santillana, 2016) Alejandro de Icaza Peña</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Reparto proporcional Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Proporcionalidad múltiple</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Valor unitario Factor constante de proporcionalidad (factor de escala) Regla de tres</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Las justificaciones se muestran de manera arbitraria en el texto.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> Se muestran definiciones en cada capítulo del libro de texto.</p>
<p>Matemáticas 1 (Conecta Estrategias, 2016)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas</b> Problemas de reparto proporcional Problema de valor faltante Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Composición de relaciones de proporcionalidad (factor escala) Proporcionalidad múltiple</p> <p><b>Métodos de resolución</b> Valor unitario Factor constante de proporcionalidad Regla de tres Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad</p> <p><b>Aparición de justificaciones</b> Si presenta justificaciones</p>

	<p><b>Aparición de definiciones:</b> Se muestran definiciones</p>
<p>Matemáticas 2 (Trillas, 2013)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Problemas de valor faltante Reparto proporcional Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Comparación de razones (porcentajes)</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Comparación de razones (internas y externas) Factor constante de proporcionalidad</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> El texto muestra justificaciones.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> Presenta definiciones pero estas son escasas en todo el texto.</p>
<p>Matemáticamente 2. Desarrollo y fortalecimiento de competencias (Pearson, 2014)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Comparación de razones (problemas de porcentajes) Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor constante de proporcionalidad Regla de tres Valor unitario</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Si muestra justificaciones.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> Presenta definiciones de cada término matemático utilizado.</p>

<p>Matemáticas 2 (Castillo, 2010)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Comparación de razones (problemas de porcentaje)</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor inverso de proporcionalidad Factor constante de proporcionalidad</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Las justificaciones se muestran en pequeños párrafos, estos se localizan en recuadros azules.</p> <p><b>Aparición de definiciones</b> Si se muestran definiciones.</p>
<p>Matemáticas 2. Estrategias del pensamiento (Patria, 2013)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa, inversa y de relación funcional.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Comparación de razones (problemas de porcentaje) Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Regla de tres Valor unitario</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Si presenta justificaciones, estas se muestran en recuadros grises.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> Se observan a un costado de los textos enmarcados en recuadros azules.</p>

<p>Matemáticas 2 (Santillana, 2012)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa, inversa y de relación funcional.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Comparación de razones (problemas de porcentaje) Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa Proporcionalidad múltiple</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor constante de proporcionalidad Regla de tres Comparación de razones (externas e internas)</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Se muestran justificaciones a lo largo de todo el texto.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> El libro si presenta definiciones enmarcadas con texto azul.</p>
<p>Matemáticas 2 (Conecta Estrategias, 2013)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa e inversa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Comparación de razones (problemas de porcentaje) Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Regla de tres Valor unitario Comparación de razones internas y externas</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Si existen justificaciones.</p> <p><b>Aparición de definiciones</b> El texto presenta definiciones en todo el texto.</p>
<p>Matemáticas 3 (Trillas, Desconocido)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes</p>

	<p>involucradas tienen relación de proporcionalidad directa, inversa y de relación funcional.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b>  Valor faltante  Proporcionalidad directa  Proporcionalidad inversa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b>  Factor constante de proporcionalidad  Comparación de razones internas y externas</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b>  Se muestran las justificaciones en recuadros color café (utilizan alrededor de 3 a 4 líneas de texto)</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b>  El texto muestra definiciones.</p>
<p>Matemáticas 3 (Pearson, 2014)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b>  Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa, inversa y de relación funcional.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b>  Proporcionalidad directa  Proporcionalidad inversa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b>  Factor constante de proporcionalidad  Comparación de razones (internas y externas)</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b>  Se muestran en recuadros color rosa, los cuales constan de 8 a 10 renglones de texto para justificar el contenido expuesto.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b>  Las definiciones se presentan en pequeños recuadros ubicados en un costado del texto</p>
<p>Matemáticas 3 (Castillo, 2013)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b>  Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa, inversa y de relación funcional.</p>

	<p><b>Tipos de problemas:</b>  Proporcionalidad directa  Proporcionalidad inversa  Comparación de razones (problemas de porcentaje)</p> <p><b>Métodos de resolución:</b>  Factor constante de proporcionalidad.  Comparación de razones (internas y externas)</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b>  Si se observan justificaciones enmarcadas en recuadros rosas, el texto cuenta con muy pocas</p> <p><b>Aparición de definiciones</b>  No existen definiciones.</p>
<p>Matemáticas 3  (Patria, 2014)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b>  Caracterización del tipo aritmético donde los problemas de proporcionalidad se representan con relaciones funcionales.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b>  Proporcionalidad directa  Proporcionalidad inversa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b>  Factor constante de proporcionalidad  Valor unitario  Comparación de razones (internas y externas)</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b>  Se muestran justificaciones en cada tema.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b>  Existe un glosario de términos matemáticos.</p>
<p>Matemáticas 3  (Santillana, 2014)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b>  Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa, inversa y de relación funcional.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b>  Proporcionalidad directa  Comparación de razones (escalas)</p> <p><b>Métodos de resolución:</b>  Factor constante de proporcionalidad</p>

	<p>Comparación de razones (internas y externas)</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Si existen justificaciones en cada tema.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> No presenta definiciones.</p>
<p>Matemáticas 3 (Conecta Estrategias,2013)</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa, inversa y de relación funcional.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Proporcionalidad directa Proporcionalidad inversa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor constante de proporcionalidad Comparación de razones (internas y externas)</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> El texto presenta justificaciones.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> Se muestran definiciones en cada tema.</p>
<p>Desafíos matemáticos cuarto grado</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Comparación de razones (fracciones) Proporcionalidad directa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Valor unitario</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> No existen justificaciones.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> No presenta definiciones.</p>
<p>Matemáticas quinto grado</p>	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones</p>

	<p>de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b>  Proporcionalidad directa  Comparación de razones (problemas de porcentaje)</p> <p><b>Métodos de resolución:</b>  Factor constante de proporcionalidad  Valor unitario</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b>  Si presenta justificaciones.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b>  Se observan definiciones, pero no en todos los bloques se presentan.</p>
Desafíos matemáticos quinto grado	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b>  Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b>  Reparto proporcional  Problemas de valor faltante  Proporcionalidad directa  Comparación de razones (fracciones, porcentajes)</p> <p><b>Métodos de resolución:</b>  Valor unitario  Factor constante de proporcionalidad  Regla de tres  Comparación de razones (externas)</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b>  No presenta justificaciones</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b>  No presenta definiciones</p>
Matemáticas sexto grado	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b>  Caracterización del tipo aritmético representando las situaciones de proporcionalidad como aquellas en la que las magnitudes involucradas tienen relación de proporcionalidad directa.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b>  Problemas de valor faltante</p>

	<p>Comparación de razones (problemas de porcentaje, fracciones) Proporcionalidad directa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor constante de proporcionalidad Valor unitario Regla de tres Conservación de razones (externas)</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> Si existen justificaciones en el texto, pero son escasas.</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> Si existen definiciones.</p>
Desafíos matemáticos sexto grado	<p><b>Caracterización de la proporcionalidad:</b> Caracterizan la proporcionalidad como un método para la resolución de problemas que involucren cuatro datos, tres de los cuales están dados y en el cual se pretende hallar el valor del cuarto.</p> <p><b>Tipos de problemas:</b> Comparación de razones (porcentajes, escalas) Proporcionalidad directa</p> <p><b>Métodos de resolución:</b> Factor constante de proporcionalidad Valor unitario Regla de tres Comparación de razones (internas)</p> <p><b>Aparición de justificaciones:</b> No presenta justificaciones</p> <p><b>Aparición de definiciones:</b> No muestra definiciones.</p>

#### 4.2.1. Tipos de problemas y métodos de solución más comunes

##### Problemas de reparto proporcional

*Ejemplo 1:* repartición de ganancias respecto al tiempo de trabajo laborado.

En una escuela secundaria, por la tarde se dan asesorías. La maestra Claudia trabajó esta semana 10 horas, el maestro Adrián 15 horas y el maestro Víctor, 20. El maestro Ricardo, que es el director, retiró del banco \$9000 que debe repartir entre los tres maestros, dependiendo de las horas trabajadas. ¿Cuánto le paga a cada maestro por hora de trabajo?

*Ejemplo 2:* repartición de ganancias respecto a la cantidad aportada

Tres amigos obtuvieron un premio de \$1000 en una rifa. El costo del boleto fue de \$5. Uno de los amigos aportó \$3, y los otros dos, \$1 cada uno. Para realizar el reparto del premio, convinieron en hacerlo proporcionalmente a lo que aportaron. ¿Cuánto le toca a cada uno?

El 40% de los libros analizados presenta este tipo de problemas y la mayoría de ellos son de primer año de secundaria.

### **Problemas de proporcionalidad directa**

*Ejemplo:*

Para pintar un edificio se utilizó una mezcla de pinturas: cada 4 litros de pintura verde se mezclan con un litro de pintura blanca. En total se requirieron 95 litros de pintura.

- ¿Cuántos litros de cada color se habían usado al consumirse 5, 10, 20, 30, 90 y 95 litros?
- Este problema plantea una situación de proporcionalidad directa. ¿Cuál es la constante de proporcionalidad en este caso?

Todos los libros presentan este tipo de problema.

### **Problemas de proporcionalidad inversa**

*Ejemplo 1:*

Para acomodar el escenario de un concurso de ofrendas se reparte el trabajo equitativamente en 3 alumnos y, para llevarlo a cabo, necesitan 72 horas. Todos los alumnos trabajan al mismo ritmo.

- Si se conforma un grupo de 18 alumnos, ¿cuántas horas emplearían en realizar la misma actividad?

En este caso, a doble de número de alumnos, la actividad durará la mitad; a triple de alumnos, el trabajo durará la tercera parte, etcétera. Por tanto, las magnitudes son inversamente proporcionales.

El 80% de los libros analizados de secundaria presentan este tipo de problema. Los libros de primaria no presentan ningún problema de proporcionalidad inversa.

### **Comparación de razones**

*Ejemplo 1 (porcentajes):*

En la temporada del “buen fin” del año pasado una tienda ofreció las siguientes promociones:

- Aplicaron 20 % en ropa para caballero.
  - ¿Qué cantidad descontaron a un pantalón cuyo precio era \$255.00?

- ¿Cuánto se pagó por ese pantalón?
- Mariana pagó con un billete de \$1000.00 por dos prendas. El precio original de cada una era \$450.00.
  - Si le hicieron un descuento de 15%, ¿cuánto le dieron de cambio?
  - ¿Cuánto pagó por las dos prendas?

Matemáticamente 2. Desarrollo y fortalecimiento de competencias (Pearson, 2014)

*Ejemplo 2 (Fracciones):*

Daniel bebe un  $\frac{1}{8}$  de 1L de leche y come una barra de cereal en su desayuno; y por la noche toma  $\frac{1}{4}$  de litro de leche.

- ¿Cuánto queda en el envase si nadie más bebe?

Solo el 50% de los libros de texto presentan este tipo de problemas. Los libros de primer año de secundaria no presentan estos problemas.

### Proporcionalidad múltiple

*Ejemplo 1:*

Lean la información, observen la figura, completen la tabla y contesten.

Se requiere construir dos cajas más que sean proporcionales a la imagen. Completen los datos de la tabla.

Caja	Largo	Ancho	Área de la base	Alto	Volumen
A	40 cm	30 cm	1200		72000
B	20 cm			30 cm	
C	80 cm	60 cm		120 cm	



Matemáticas 1 (Patria, 2016)

*Ejemplo 2:*

El señor Pedro tiene un taller de uniformes escolares. Sus cuatro trabajadores hacen 28 suéteres en dos días. Hay un pedido de 224 suéteres.

Completen la tabla y contesten.

<b>Trabajadores</b>	<b>Suéteres</b>	<b>Días</b>
4	28	2
	224	

- ¿Cuántos días necesitan para entregar su pedido?

El 35% de los textos analizados contienen el tema de proporcionalidad múltiple.

### **Composición de relaciones de proporcionalidad**

*Ejemplo 1:*

En las papelerías hay mapas de varios tamaños: carta, mini mapas, en los que cada lado mide la mitad del tamaño carta, y doble carta, en los que cada lado mide el doble de tamaño carta. En el mapa tamaño carta cada centímetro representa, aproximadamente, 100 km. ¿Qué distancia representa ese centímetro en el mini mapa y en el mapa doble carta?  
Matemáticas 1 (Castillo, 2012)

*Ejemplo 2:*

Una fotografía se amplifica con una escala de 4:1, y luego se reduce con una escala de 1/8. ¿Cuál fue el efecto final en relación con la fotografía inicial?

Matemáticas 1 (Trillas, 2012)

*Ejemplo 3:*

Quiero reducir un documento rectangular de 64 cm de largo por 32 cm de ancho. Para ello uso una fotocopidora que reproduce los elementos originales reduciéndolos a  $\frac{3}{4}$  del tamaño original. Si de la copia reducida saco otra también reducida, ¿Qué dimensiones tendrá esta copia?

Matemáticas 1, por competencias (Pearson, 2016)

Únicamente el 15% de los libros presentan este tipo de problemas, de los cuáles son libros de primer grado de secundaria.

## Métodos de resolución de problemas

### Factor constante:

El factor constante de proporcionalidad se emplea en un 100% de los libros de texto analizados.

### Regla de tres:

*Ejemplo:*

En la resolución del problema, también puede aplicarse la noción de proporción. Por ejemplo, si se quiere saber cuál es la distancia real que corresponde a 13 cm en el mapa, escribimos la proporción  $\frac{90}{5} = \frac{x}{13}$ .

Para hallar el valor de  $x$ , multiplicamos ambos lados por  $5 \times 13$ .

$$5 \times 13 \times \left(\frac{90}{5}\right) = \left(\frac{x}{13}\right) \times 5 \times 13$$

Los productos  $13 \times 90 = 5x$  también pueden encontrarse si se multiplica diagonalmente. Ésta se conoce como multiplicación cruzada. Los productos  $13 \times 90 = 5x$  reciben el nombre de *productos cruzado*. En esta propiedad de las proporciones es la llamada **regla de tres**, que en este caso se expresa así:

$$\begin{array}{l} 90 \rightarrow 5 \\ x \rightarrow 13 \end{array}$$

Y se aplica la multiplicación cruzada, con lo que se obtiene  $13 \times 90 = 5x$ .

Matemáticas 1 (Trillas, 2012)

Este método es emplea en 90% de todos los libros de texto.

### Valor unitario

Si el papá de Alberto vende 3 kg de naranja y cobra \$25.50, ¿Cuánto cobrara por 5 kg? ¿Cómo obtuviste el resultado?

En una situación de proporcionalidad, el valor que, en una de las cantidades corresponde al valor “1” en la otra cantidad se llama **valor unitario**. Por ejemplo en el problema anterior, para saber cuánto cobro por los 5 kg, seguramente primero calculaste el precio por kg: este valor puede considerarse como el valor unitario.

Matemáticas 1 (Santillana, 2016) María Trigueros Gaisman.

El 55% de los libros de texto presentan este método de resolución de problemas de proporcionalidad.

### Aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad

Al aplicar sucesivamente factores constantes de proporcionalidad en una situación, estos factores se interpretan según el tipo de números que se trate:

- Cuando el factor constante de proporcionalidad es un número mayor que uno, se trata de ampliación con la escala 3 a 1, equivale a multiplicar por 3 el valor original.
- Si el factor constante de proporcionalidad es fraccionario (por ejemplo,  $\frac{5}{4}$ ) equivale a multiplicar el valor original por 5 y luego dividirlo entre 4.
- Si el factor constante de proporcionalidad es decimal (por ejemplo, 0.24), equivale a multiplicar el valor original por  $\frac{24}{100}$ , o multiplicarlo por 24 y luego dividirlo entre 100.

El efecto final de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad equivale a la aplicación sucesiva del producto de estos factores.

Matemáticas 1 (Trillas, 2012)

Solo se presenta en 4 libros de primer año de secundaria, es decir el 15% de todos los libros de texto analizados.

## Justificaciones

A continuación se exponen ejemplos de justificaciones que presentan los libros de texto.

### *Ejemplo 1:*

Al aplicar sucesivamente factores constantes de proporcionalidad en una situación, estos factores se interpretan según el tipo de números que se trate:

- Cuando el factor constante de proporcionalidad es un número mayor que 1, se trata de ampliación. Así, hacer una ampliación con la escala 3 a 1, equivale a multiplicar por 3 el valor original.
- Si el factor constante de proporcionalidad es fraccionario (por ejemplo,  $\frac{5}{4}$ ) equivale a multiplicar el valor original por 5 y el producto dividirlo entre 4; o al revés: dividir el valor original entre 4 y el cociente multiplicarlo por 5.
- Si el factor constante de proporcionalidad es decimal (por ejemplo, 0.24), equivale a multiplicar el valor original por  $\frac{24}{100}$ , o multiplicarlo por 24 y luego dividir el producto entre 100.

El efecto final de la aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad equivale a la aplicación de producto de estos factores.

Matemáticas 1 (Trillas, 2012)

### *Ejemplo 2:*

Una de las nociones que más se utilizan de manera cotidiana es la de porcentaje: en la tienda, para calcular a cuánto asciende los aumentos o descuentos de las mercancías; en el cálculo de impuestos, o para conocer en qué medida cambian diversos aspectos de la vida social. Por ejemplo, ¿Cuánto habría que pagar por una mercancía que está marcada en \$350 si tiene un descuento del 20% pero hay que agregar el 16% del IVA?

Matemáticas 2 (Castillo, 2010)

*Ejemplo 3:*

Utilizamos los porcentajes para comparar de manera proporcional dos cantidades que de otra forma sería difícil relacionar. Por ejemplo, si en un grupo de 50 alumnos hay 7 bilingües y en otro grupo de 20 alumnos hay 5, para poder comparar en cuál de los dos salones hay alumnos y se calcula cuántos de estos 100 de estos representan los alumnos bilingües en cada salón. Esto se representa así: En el grupo de 50 alumnos 14% son bilingües y en el grupo de 20 alumnos 25% son bilingües.

Matemáticas 2. Estrategias del pensamiento (Patria, 2013)

*Ejemplo 4:*

Si el grupo de personas fueran del mismo tamaño, para que el reparto fuera justo bastaría con dar la misma cantidad a cada uno. Como los grupos no son del mismo tamaño, una manera de que el reparto sea justo es que las cantidades sean proporcionales al tamaño de cada grupo, es decir que, si un grupo de dos, tres o  $n$  veces mayor que otro, reciba una cantidad ese mismo número de veces mayor. Cuando esto ocurre, se dice que el reparto es proporcional.

Matemáticas 1 (Santillana, 2016)

## **Definiciones**

*Ejemplo 1:*

Se llama factor constante de proporcionalidad al valor que multiplica a otro valor dado. Cuando a un valor se aplica un factor de proporcionalidad mayor que 1, el efecto es un aumento y cuando el factor es menor que 1, el efecto es reducción.

Matemáticas 1 (Patria, 2016)

*Ejemplo 2:*

La regla de tres es un procedimiento que se emplea para determinar el cuarto valor de una proporción, cuando se conocen los otros tres elementos.

Matemáticas 2 (Conecta Estrategias, 2013)

*Ejemplo 3:*

Hay muchas formas en que las cantidades de un conjunto dependen de las de otro. Si una cantidad de un conjunto aumenta dos veces, tres veces o  $n$  veces, y la correspondiente del otro conjunto aumenta ese mismo número de veces, se dice que las cantidades de un conjunto son directamente proporcionales a las del otro conjunto.

Matemáticas 2. (Conecta Estrategias, 2013)

Las justificaciones están presentes en un 88% y las definiciones en un 75% de todos los libros de texto analizados.

### 4.3. Aspectos Fenomenológicos

En este apartado se presentan los aspectos fenomenológicos que se presentan en cada libro de texto, en la parte izquierda de la tabla se muestra el título del libro analizado y en la parte derecha las situaciones o contextos en los que se presentan estos problemas de cada libro.

Tabla 5. Aspectos fenomenológicos.

<b>Libro</b>	<b>Situaciones y contextos de los problemas</b>
<p>Matemáticas 1 (Trillas, 2012)</p>	<p>Contiene problemas que involucran el trabajo de varias personas para realizar una tarea específica, ejemplo: entre 3 personas pintan una casa en 6 días, cuántas personas lo harán en 9 días.</p> <p>Muestra ejemplos donde se involucran magnitudes relacionadas con la física. Ejemplo: la distancia recorrida por un rayo de luz es proporcional al tiempo transcurrido (si un rayo recorre 750 000 km en 2.5 segundos. ¿Cuánto tardará en recorrer 1 350 000 km?)</p>
<p>Matemáticas 1 (Pearson, 2016)</p>	<p>Presenta magnitudes relacionadas con la física: distancia recorrida (km) – tiempo (h).</p> <p>Presenta problemas de situación de producción en un marco de trabajo cooperativo, ejemplo: construcción de una barda de ladrillos elaborada por albañiles en determinado tiempo.</p>
<p>Matemáticas 1 (Castillo, 2013) Carlos Baltazar Vicencio</p>	<p>Aborda problemas donde el alumno se involucra con situaciones de la vida cotidiana. Ejemplo: comprar y repartir algún objeto o cantidad obtenida (abasto de agua potable, porciones de los ingredientes de un pastel, repartición de dinero, etc.)</p> <p>Presenta solo dos problemas que involucren situaciones de consumo de trabajo cooperativo.</p>
<p>Matemáticas 1 (Castillo, 2012) Silvia Patricia Romero</p>	<p>Aparecen problemas de repartición de ganancias de manera proporcional respecto a lo que cada persona aporporto.</p> <p>Presenta situaciones de trabajo cooperativo (albañiles en la construcción de una barda).</p> <p>No expone problemas donde involucren magnitudes relacionadas con la física.</p>
<p>Matemáticas 1 (Patria, 2016)</p>	<p>Maneja situaciones que involucran la cooperación de varias personas para realizar una tarea específica, de la forma: <math>x</math></p>

	<p>personas realizan una actividad en una determinada cantidad de tiempo si aumentamos el número de personas que tiempo se tardaran en hacer la misma actividad.</p> <p>No se observan problemas relacionados con magnitudes de la física como velocidad o temperatura.</p>
<p>Matemáticas 1 (Santillana, 2016) María Trigueros Gaisman</p>	<p>Presenta situaciones relacionadas con la vida cotidiana, por ejemplo: el menú de una cafetería, reparto de canicas de manera proporcional, etc.</p>
<p>Matemáticas 1 (Santillana, 2016) Alejandro de Icaza Peña</p>	<p>Solo se muestran problemas de producción en un marco de trabajo cooperativo.</p>
<p>Matemáticas 1 (Conecta Estrategias, 2016)</p>	<p>Situaciones que involucran magnitudes relacionadas con la física: velocidad-distancia.</p> <p>Presenta problemas de consumo en un marco de trabajo cooperativo.</p> <p>Presenta situaciones de costos económicos de una actividad: aportaciones proporcionales al número de habitantes de cada una de las tres comunidades para realizar una obra de drenaje.</p>
<p>Matemáticas 2 (Trillas, 2013)</p>	<p>Muestra problemas de producción en un marco de trabajo cooperativo.</p> <p>Problemas que involucren magnitudes relacionadas con la física, de la forma: distancia (km)- tiempo (h).</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> No presenta el tema de interés simple</p>
<p>Matemáticamente 2. desarrollo y fortalecimiento de competencias (Pearson, 2014)</p>	<p>Se presentan problemas de costos temporales de una actividad en que se realiza un volumen de trabajo en un determinado número de días o cierto número de horas.</p> <p>Aparecen problemas que involucran magnitudes físicas, por ejemplo: Velocidad y tiempo recorrido por un automóvil. Ley de Hooke (<math>F = -k x</math>).</p> <p>Existen ejemplos en los que máquinas u obreros producen un número de piezas en un tiempo determinado.</p>

	<p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> Define que es interés simple y sus aplicaciones, además de presentar problemas resueltos que involucran el cálculo de interés simple y compuesto.</p>
<p>Matemáticas 2 (Castillo, 2010)</p>	<p>Se observan situaciones de producción en un marco de trabajo cooperativo.</p> <p>Aparecen problemas que involucren magnitudes físicas como distancia recorrida por un automóvil, velocidad y tiempo.</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> No existe</p>
<p>Matemáticas 2 estrategias del pensamiento (Patria, 2013)</p>	<p>Presenta problemas de costos temporales en los que se realiza un trabajo en un determinado número de días o cierto número de horas.</p> <p>Muestra problemas que involucran magnitudes físicas. Existen ejemplos en los que máquinas u obreros producen un número de piezas en un tiempo determinado.</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> No se observa la definición de manera explícita, pero hace uso del interés simple de manera implícita.</p>
<p>Matemáticas 2 (Santillana, 2012) Alejandro de Icaza Peña</p>	<p>Se observan situaciones de producción de un marco de trabajo cooperativo.</p> <p>Problemas que involucran magnitudes físicas como: velocidad, temperatura.</p> <p>Presenta situaciones de costos económicos de una actividad: costo por número de personas al ir a un museo.</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> Si se observa el término interés simple además del interés compuesto</p>
<p>Matemáticas 2 (Conecta Estrategias, 2013)</p>	<p>Se presenta uno de los problemas de G. Noelting, en el cual se desea calcular la proporción que existe de naranjada en una jarra de agua.</p> <p>Muestra distintas formas en las que se puede presentar la razón que existe entre dos números (como fracción, como porcentaje).</p>

	<p>Ingresos y gastos anuales de una familia presentados en problemas de porcentaje.</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> Se hace mención y presenta problemas de interés simple e interés compuesto.</p>
<p>Matemáticas 3 (Trillas, Sin año)</p>	<p>Solo muestra situaciones donde involucran magnitudes de la física, por ejemplo: Relación entre la distancia recorrida por un automóvil y los litros de gasolina que consume, si rinde 10 km por litro.</p> <p>No presenta situaciones de costos económicos o de producción en un marco de trabajo cooperativo.</p>
<p>Matemáticas 3 (Pearson, 2014 )</p>	<p>Presenta situaciones que involucra magnitudes de la física, como: ley de Boyle, distancia recorrida por un automóvil en determinado tiempo, consumo de combustible por kilómetro recorrido.</p>
<p>Matemáticas 3 (Castillo, 2013)</p>	<p>Situaciones que involucra magnitudes de la física como: velocidad que alcanza un automóvil en un lapso de tiempo, presión (medida en atmosferas) que ejerce un cuerpo, temperatura de un objeto medida en grados Celsius, Fahrenheit o Kelvin.</p>
<p>Matemáticas 3 (Patria, 2014)</p>	<p>Situaciones donde involucran magnitudes relacionadas con la física: velocidad, aceleración.</p> <p>Situaciones de costos económicos de una actividad. Ejemplo: cantidad de dinero que se emplea para realizar una construcción elaborada por albañiles en un tiempo determinado.</p>
<p>Matemáticas 3 (Santillana, 2014)</p>	<p>Presenta situaciones donde involucran magnitudes de la física como: ley de gravedad, velocidad y distancia alcanzada por un automóvil.</p>
<p>Matemáticas 3 (Conecta Estrategias, 2013)</p>	<p>Situaciones donde involucran magnitudes relacionadas con la física: velocidad a la que se desplaza un automóvil, temperatura expresada en grados Celsius, Fahrenheit o Kelvin.</p>

Desafíos Matemáticos Cuarto grado	<p>Se presentan problemas donde se reparten alimentos como: dulces, pizza, pastel.</p> <p>No presenta situaciones que involucren magnitudes relacionadas con la física.</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> No</p>
Matemáticas Quinto grado	<p>Situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo: comprar en el mercado, manejo de dinero, repartición de cierta cantidad de objetos entre un número dado de personas, etc.</p> <p>Presenta el problema propuesto por G. Noelthing acerca de la concentración de sabor de naranja.</p> <p>No presenta magnitudes relacionadas con la física.</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> No</p>
Desafíos matemáticos Quinto grado	<p>Repartición de ganancias, ejemplo: don Fernando les dio \$161 a sus 5 nietos para que se los repartieran en partes iguales, sin que sobrara nada ¿Cuánto le tocara a cada uno?</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> No</p>
Matemáticas Sexto grado	<p>Situaciones de la vida cotidiana, por ejemplo: comprar en una tienda donde el estudiante compara el precio de un objeto respecto al número de objetos en total.</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> No</p>
Desafíos matemáticos Sexto grado	<p>Solo presenta situaciones relacionadas con la vida cotidiana. No presenta situaciones donde se involucra el trabajo cooperativo de varias personas para realizar un trabajo específico, ni situaciones de magnitudes relacionadas con la física.</p> <p><b>Tratamiento del tema “interés simple”</b> Si se observa el manejo del interés simple</p>

En la tabla 5 se consideró el tratamiento del tema interés simple en libros de cuarto a sexto de primaria y en los de segundo grado de secundaria, en el resto de los grados no aparece este tema.

### 4.3.1. Tipos de situaciones y contextos

A continuación se presentan ejemplos de las situaciones y contextos que más se repiten en los libros analizados.

#### Situaciones que involucran el trabajo cooperativo de varias personas para realizar un trabajo específico.

*Ejemplo 1:*

- Para construir una barda de se emplearon 10 albañiles que, trabajando al mismo ritmo, logrando concluir en 16 días. Se tiene que levantar otra barda de las mismas características que la anterior, pero únicamente se cuenta con 2 albañiles. ¿Cuánto tiempo se tardarán en concluir este trabajo?
- Analicen las siguientes tablas y contesten

<b>Albañiles</b>	10	20	40	80
<b>Días</b>	16	8	4	2

<b>Albañiles</b>	10	5	2	1
<b>Días</b>	16	32	80	160

- ¿Qué sucede con la cantidad de días cuando el número de albañiles aumenta al doble?
- ¿Qué sucede cuando el número de albañiles disminuye a la mitad?

Ocho obreros construyen una pared en 9 días, repartiéndose las tareas de manera equitativa durante la construcción.

- ¿Cuánto tardarían en hacerlo 6 obreros?
- ¿Qué tipo de proporcionalidad tiene este problema?
- ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?

Matemáticas 1 (Castillo, 2012)

Solo el 45% de todos los libros analizados presentas esta situación.

#### Situaciones que involucran costos económicos de una actividad.

*Ejemplo:*

Los habitantes de tres pequeñas comunidades harán una obra de drenaje. El costo de los materiales necesarios asciende a \$360 000.00. Se decidió que las aportaciones sean proporcionales al número de habitantes de cada comunidad. En la comunidad A hay 120, en la comunidad B hay 240 y en la comunidad C, 360. ¿Con cuánto debe cooperar cada comunidad?

Matemáticas 1 (conecta estrategias, 2016).

El 25% de todos los libros de texto analizados, contienen ese tipo de problemas.

### **Situaciones que involucran magnitudes relacionadas con la física.**

#### *Ejemplo 1:*

Un coche, a 90 km/h, hace un recorrido en 4 horas.

- ¿Cuánto tiempo tardaría si aumentara su velocidad 10 km/h para hacer el mismo recorrido?
- ¿A qué velocidad iría si hiciera el mismo recorrido en 3 horas?

Matemáticas 1 (Castillo, 2013)

#### *Ejemplo 2:*

Robert Hooke llevó a cabo estudios sobre el estiramiento de un resorte y la fuerza máxima que podía alcanzar sin deformarse. Hooke llegó a la expresión científica  $F = -k x$  donde  $F$  es la fuerza aplicada,  $x$  es el estiramiento y  $k$  es la constante del resorte.

Matemáticamente 2. Desarrollo y fortalecimiento de competencias (Pearson, 2014)

Este tipo de problemas está presente en 60% de todos los libros analizados.

### **Tratamiento del tema “interés simple”**

#### *Ejemplo:*

El interés es un cargo por el uso del dinero. Al obtener un préstamo, quien lo contrata se compromete a pagar el interés. El interés mensual que el banco aplica a los préstamos que otorga es su ganancia. La manera en que se calcula la ganancia del capital inicial es el *interés simple*, el cual se caracteriza por mantenerse constante durante todo el periodo del préstamo.

Actividad. El banco de la comunidad ofrece diferentes servicios; entre ellos, se encuentra un programa de préstamos e inversiones. Por los préstamos se cobra un porcentaje relacionado con la cantidad prestada. Don Pedro solicitó un préstamo de \$35 000.00. Al cabo de un mes se presentó a pagar al banco la cantidad de \$35 175.00.

- ¿De cuánto fue el préstamo inicial?
- ¿Cuánto le cobraron de interés mensual?
- ¿Qué porcentaje representa esta cantidad?

Matemáticamente 2. Desarrollo y fortalecimiento de competencias (Pearson, 2014)

Solo el 15% de los libros ubican el tema, de los cuales libros de segundo grado de secundaria y un libro de sexto grado de primaria.

#### 4.4. Sistemas de representación

Es esta sección se muestran los libros que presentan algunos de los sistemas de representación que Valverde, Castro y Molina (2013), creen, deben ser parte del libro de texto.

Libro	Sistema de representación
Matemáticas 1 (Trillas, 2012)	Textual Tabular numérico Gráfico Numérico
Matemáticas 1 (Pearson, 2016)	Textual Tabular numérico Gráfico
Matemáticas 1 (Castillo, 2013) Carlos Baltazar Vicencio	Textual Tabular numérico Gráfico
Matemáticas 1 (Castillo, 2012) Silvia Patricia Romero Hidalgo	Textual Tabular numérico Gráfico Numérico
Matemáticas 1 (Patria, 2011)	Textual Tabular numérico Gráfico Numérico
Matemáticas 1 (Santillana, 2016) María Trigueros Gaisman	Textual Tabular numérico Gráfico Numérico
Matemáticas 1 (Santillana, 2016) Alejandro de Icaza Peña	Textual Tabular numérico Gráfico Numérico
Matemáticas 1 (Conecta Estrategias, 2016)	Textual Tabular numérico (presenta un mayor número de tablas) Gráfico
Matemáticas 2 (Trillas, 2013)	Textual Tabular numérico Tabular algebraico Cartesiano
Matemáticamente 2. desarrollo y fortalecimiento de competencias (Pearson, 2014)	Textual Tabular algebraico Gráfico Tabular numérico
Matemáticas 2 (Castillo, 2010)	Textual Gráfico

	Tabular algebraico Tabular numérico
Matemáticas 2 estrategias del pensamiento (Patria, 2013)	Textual Tabular algebraico Gráfico Tabular numérico
Matemáticas 2 (Santillana, 2012)	Textual Tabular numérico Gráfico Numérico
Matemáticas 2 (Conecta estrategias, 2013)	Textual Tabular numérico Gráfico
Matemáticas 3 (Trillas, Sin año)	Textual Tabular numérico Tabular algebraico Cartesiano Algebraico funcional
Matemáticas 3 (Pearson, 2014)	Textual Tabular numérico Tabular algebraico Cartesiano Algebraico funcional
Matemáticas 3 (Castillo, 2013)	Textual Tabular numérico Tabular algebraico Cartesiano Algebraico funcional
Matemáticas 3 (Patria, 2014)	Textual Tabular numérico Cartesiano Algebraico funcional
Matemáticas 3 (Santillana, 2014)	Textual Numérico Cartesiano Tabular numérico Tabular algebraico Algebraico funcional
Matemáticas 3 (Conecta Estrategias, 2013)	Textual Tabular numérico Tabular algebraico Cartesiano Algebraico funcional
Desafíos matemáticos Cuarto grado	Textual Tabular numérico
Matemáticas	Textual

Quinto grado	Tabular numérico
Desafíos matemáticos Quinto grado	Textual Tabular numérico
Matemáticas Sexto grado	Textual Tabular numérico
Desafíos matemáticos Sexto grado	Textual Tabular numérico

### **Sistemas de representación**

Los *sistemas de representación* son todas aquellas expresiones, signos, símbolos o gráficos a través de los cuales se hace presente un contenido matemático, permitiendo la comunicación de ideas matemáticas.

Los libros de texto exponen una extensa variedad de sistemas de representaciones, entre las cuales se destacan el uso de representaciones textuales, tabulares y gráficas.

El 100% de los textos presentan el sistema de representación textual.

Se observa un uso excesivo de tablas, en especial tablas numéricas, se presenta en un 100% de los libros.

El 28% de los libros analizados muestran el uso del sistema de representación cartesiano, estos son de tercer y segundo grado de secundaria.

El 50% de los libros de texto contienen el sistema de representación gráfico, en el cual se presentan figuras geométricas para la visualización de unidades como el metro cuadrado o el metro cúbico.

El 35% presentan el sistema de representaciones tabular algebraico, estos están presentes solo en los libros de segundo y tercer grado de secundaria.

El 25% maneja el sistema de representación algebraico funcional, de los cuales son libros de tercer año de secundaria.

Cabe destacar que Valverde, Castro y Molina (2013) mencionan siete sistemas de representación: simbólico, textuales, algebraicas-funcionales, cartesianas, gráficos y tabulares (tabular numérico y tabular algebraico), de los cuales los libros de texto mexicanos presentan a lo más 6. La representación que no usan los libros es la simbólica.

## Capítulo 5. Conclusiones

Después de realizar el análisis de los libros de texto se observa que la ubicación del tema de proporcionalidad elegida por los autores parece estar motivada por la visión tradicional de la proporcionalidad como contenido aritmético y también por la estipulada por la SEP, la cual marca que el tema de proporcionalidad se ubique en el eje manejo de la información, después del eje manejo forma, espacio y medida.

El tema de proporcionalidad tiene un tratamiento muy variable respecto a la forma en que se presentan los problemas, es decir, pueden presentar el mismo tipo de problema pero la forma que presentan dicho problema varía, por ejemplo, la editorial conecta estrategias tiende a presentar los problemas de proporcionalidad ya sea directa o de cualquier otro tipo con tablas, mientras que otras editoriales lo hacen de manera textual. Este hecho puede ser ocasionado debido a que se trata de un tema complejo y muy rico matemáticamente.

En cuanto a los métodos de resolución casi todos los textos presentan más de un método para resolver los problemas de proporcionalidad, pero los métodos que se usan con mayor frecuencia son: la regla de tres, el factor constante de proporcionalidad y valor unitario. Por otro lado los que aparecen de forma escasa son: aplicación sucesiva de factores constantes de proporcionalidad y el uso del factor externo e interno de proporcionalidad.

Los sistemas de representación que más usan los autores son tabular numérico y textual. Los que menos usan son el gráfico, cartesiano, tabular algebraico, algebraico funcional y el simbólico, los cuales deberían de promover más su uso para que el alumno conozca y aprenda que existen muchas maneras de presentar a la proporcionalidad. Cabe destacar que hemos encontrado una asociación entre los sistemas de representación y el tipo de problema presentado en el libro de texto, por ejemplo, los libros que exponen problemas de proporcionalidad simple e inversa, lo hacen normalmente con el sistema de representación textual y los libros que contienen problemas de comparación de razones, proporcionalidad múltiple y de composición de relaciones de proporcionalidad, lo hacen con el sistema de representación tabular numérico, tabular algebraico, cartesiano y gráfico.

Existen diferentes posibilidades de investigación que se pueden realizar en un futuro con los libros de texto los cuales podrían ser:

La contextualización de los problemas de proporcionalidad en los libros de texto con base a la teoría de Palm.

## Referencias Bibliográficas

- De Icaza, A. (2016). *Matemáticas 1*. México, D.F.: Santillana.
- De Icaza, A. (2012). *Matemáticas 2*. México, D. F.: Santillana.
- De Icaza, A. (2014). *Matemáticas 3*. México, D.F.: Santillana.
- Escareño, F., López, O.L. (2012). *Matemáticas 1*. México, D.F.: Trillas.
- Escareño, F., Leticia, O. (2013). *Matemáticas 2*. México, D.F.: Trillas
- Escareño, F., Leticia, O. (Desconocido). *Matemáticas 3*. México, D.F.: Trillas.
- Escolano, R., Gairín, J.M. (2009). *Proporcionalidad aritmética: buscando alternativas a la enseñanza tradicional*. Revista Suma, 62, 35-48.
- Fan, L., Miao, Z. y Zhu, Y. (2013). *Textbook research in mathematics education: development status and directions*. ZDM Mathematics Education, 45, 633-646.
- Fernández, C., y Linares, S. (2012). *Relaciones implicativas en las estrategias empleadas en la resolución de situaciones lineales y no lineales*. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa.15 (1): 9-33.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Dordrecht: Reidel. 1 Traducción de Luis Puig, publicada en Fenomenología didáctica de las estructuras matemáticas. Textos seleccionados. México: CINVESTAV, 2001.
- García, F. (2005). *La modelización como herramienta de articulación de la matemática escolar. De la proporcionalidad a las relaciones funcionales*. Tesis de Doctorado no publicada, Universidad de Jaen, España.
- Garín, J.M., Oller, A. M. (2013). La Génesis histórica de los conceptos de razón y proporción y su posterior arimetización. RELIME, 16(3), 317-338.
- González, M.T. (2009). La investigación en Historia de la Educación Matemática. *Educación y Ciencia*, 1 (36), 37-58.
- González, A., López, T. y Sierra, M. (2004). *Metodología de análisis de libros de texto de matemáticas. Los puntos críticos en la enseñanza secundaria en España durante el siglo XX*. Revista enseñanza de la ciencias. 22(3), 389-408.

Gómez, B. (2011). *El análisis de manuales y la identificación de problemas de investigación en Didáctica de las Matemáticas*. PNA, 5(2), 49-65.

Gómez, P., Lupiáñez, J. L., Marín, A., Rico, L. (2008). *Planificación de las matemáticas escolares en secundaria*. Revista Suma, 58, 7-23.

Hernán, E., Jiménez, L., Solano, H. (2011). *Matemáticas 1*. México, D.F.: Patria.

Hernández, J.M., Jiménez, L., Solano, H. (2013). *Matemáticas 2, Estrategias del pensamiento*. México, D.F.: Patria.

Hernández, J.M., Jiménez, L., Solano, H. (2014). *Matemáticas 3, Estrategias de pensamiento*. México, D.F.: Patria.

Hernández, D.K., García, V.M., León, M.A. (2011). *Matemáticas, Quinto Grado*. México: DGME (Dirección General de Materiales Educativos).

Klingberg, L. (1972). *Introducción a la didáctica general*. Pueblo y Educación. Ciudad de La Habana. Cuba.

Lesh, R., Post, T. y Behr, M. (1988). Proportional reasoning. En J. Hiebert y M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations for the middle grades* (pp. 93-118). Reston, VA: NCTM.

López, F. *El análisis de contenido como método de investigación* [en línea]. Junio 2002. [Consulta: 2 de Octubre de 2016]. Disponible en: [https://scholar.google.com.mx/scholar?hl=es&as\\_sdt=0%2C5&q=el+análisis+de+contenido+como+metodo+de+investigación+&btnG=](https://scholar.google.com.mx/scholar?hl=es&as_sdt=0%2C5&q=el+análisis+de+contenido+como+metodo+de+investigación+&btnG=).

Machado, A. Rico, L. (2015). *Principios didácticos en textos españoles de matemáticas*. RELIME: Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 18, pp. 49-76.

Martínez, S., Muñoz, J.M., Oller, A. (2014). *Tratamiento de la proporcionalidad compuesta en cuatro libros de texto españoles*. Universidad de Zaragoza. España.

Maz, A. (2005). *Los números negativos en España en los siglos XVIII y XIX*. Tesis doctoral. Granada, España: Editorial Universidad de Granada.

Maz, A. y Rico, L. (2015). Principios didácticos en textos españoles de Matemáticas de los siglos XVIII y XIX. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18 (1), 49-76.

Molina, M., Lupiáñez, J.L., Rico, L. (2013). *Análisis didáctico en educación matemática*. España: Comares.

Monterrubio, M. C. y Ortega, T. (2011). *Diseño y aplicación de instrumentos de análisis y valoración de textos escolares de matemáticas*. PNA, 5(3), 105-127.

Oller, A.M. & Gairín, J.M. (2012). Análisis histórico sobre la enseñanza de la razón y la proporción. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M.C. Penalva, F.J. García y L. Ordóñez (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVI* (pp. 249-259). Jaén: SEIEM.

Oller, A.M. (2012). *Proporcionalidad aritmética: una propuesta didáctica para alumnos de secundaria*. Valladolid. España.

Peña, S., Piñones, M., Romero, S.P., Valverde, S.M. (2013). *Matemáticas 3*. México, D.F.: Castillo.

Picado, M. y Rico, L. (2011). *La selección de libros de texto en una investigación histórica en educación matemática*. Épsilon. Revista de Educación Matemática, 28 (1), 99-112.

Picado, M. y Rico, L. (2011). *Análisis de contenido en textos históricos de matemáticas*. PNA, 6(1), 11-27.

Puig, L. (1997). *Análisis Fenomenológico*. En L. Rico (coord.). *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (págs. 61-94). Barcelona: Horsori/ ICE. ISBN.

Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática, 1*, 39-63.

Selander, S. (1995). *Análisis del texto pedagógico. Libro de texto y construcción de materiales curriculares*. Armilla (Granada): Proyecto Sur de Ediciones. pp.131-162.

Tosi, C. (2011). *El texto escolar como objeto de análisis. Un recorrido a través de los estudios ideológicos, didácticos, editoriales y lingüísticos*. Revista Lenguaje, 39(2): 469-500. Buenos Aires, Argentina.

Virginia, M. (2003). *Proporcionalidad. Razones internas y razones externas*. Revista Suma, 44, 64-70.

Van Dormolen, J. (1986). Textual analysis. En B. Christiansen, A. G. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on Mathematics Education* (pp. 141-171).