



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

Propiedades electromagnéticas de un neutrino en el modelo
más simple con un bosón de Higgs ligero

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Ricardo Sánchez Vélez

asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.
Mayo de 2014



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

Propiedades electromagnéticas de un neutrino en el modelo
más simple con un bosón de Higgs ligero

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Ricardo Sánchez Vélez

asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.
Mayo de 2014

Título: Propiedades electromagnéticas de un neutrino en el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero

Estudiante: RICARDO SÁNCHEZ VÉLEZ

COMITÉ

Dr. Javier Miguel
Hernández López
Presidente

Dr. Jaime Hernández
Sánchez
Secretario

Dra. Azucena Bolaños
Carrera
Vocal

Nombre
Vocal

Dr. Gilberto Tavares Velasco
Asesor

Índice general

Resumen	VII
Introducción	IX
1. El Modelo estándar	1
1.1. Antecedentes históricos	1
1.2. Simetrías de norma	2
1.3. Electrodinámica cuántica	3
1.4. Interacción débil	5
1.4.1. Teoría de Yang-Mills	5
1.5. Interacción fuerte	6
1.6. Rompimiento espontáneo de la simetría	7
1.6.1. Rompimiento espontáneo de una simetría global	7
1.6.2. Mecanismo de Higgs	7
1.7. El modelo estándar de las interacciones electrodébiles	8
1.7.1. Los fermiones en el modelo estándar	9
1.7.2. Construcción del lagrangiano invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$	10
1.7.3. Rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$	11
1.8. Reglas de Feynman en el modelo estándar	13
2. Propiedades electromagnéticas del neutrino	17
2.1. Física del neutrino	17
2.2. Propiedades electromagnéticas del neutrino	19
2.2.1. Factores de forma de los neutrinos en teorías de norma	21
2.3. Cotas experimentales	24
3. Los modelos con un bosón de Higgs ligero	27
3.1. El problema de la jerarquía	27
3.2. El modelo más simple con un bosón de Higgs ligero	29
3.2.1. Fermiones	31
3.2.2. Leptones	32
3.2.3. Acoplamientos de leptones a los bosones de norma	32
3.3. Potencial de Coleman-Weinberg	32
3.4. Reglas de Feynman	33
4. Propiedades electromagnéticas de un neutrino en el SLHM	35
4.1. Cálculo de las amplitudes	35
4.2. Momento dipolar magnético de un neutrino	40
4.3. Resultados numéricos	41
4.4. Conclusiones	42

Agradecimientos

Resumen

El neutrino es una de las partículas elementales más enigmáticas de la naturaleza, pues puede ser clave para resolver algunas preguntas aún no resueltas por el modelo estándar de las interacciones electrodébiles. En el presente trabajo se calculan las contribuciones a nivel de un lazo a las propiedades electromagnéticas de un neutrino pesado en el marco del modelo más simple con un bosón de Higgs ligero (simplest little Higgs model). Este modelo es interesante porque ofrece una solución al problema de la jerarquía sin recurrir al ajuste fino. Dentro de las propiedades electromagnéticas de un neutrino, que se determinan a partir del estudio del vértice $\nu\nu\gamma$, sobresale el momento dipolar magnético, cuyo estudio puede arrojar información muy importante para descubrir efectos de nueva física, puesto que esta propiedad electromagnética no existe en el modelo estándar. Aunado a ello, estudio de las propiedades electromagnéticas del neutrino puede brindar información importante para conocer si el neutrino es una partícula de tipo Dirac o de tipo Majorana.

Introducción

En 1928 el físico británico Paul M. Dirac, propuso una de las ecuaciones fundamentales que nos permite describir de forma matemática a las partículas fermiónicas desde un punto de vista relativista. En el caso de partículas que se mueven a grandes velocidades, como los electrones y neutrinos, es importante que la ecuación que los describe tenga en cuenta los efectos relativistas. Aunque Schrödinger encontró con anterioridad una ecuación de onda que describe el movimiento de las partículas, ésta no tiene en cuenta la teoría de la relatividad. Estos esfuerzos por construir una teoría cuántica que incorpore las ideas de la relatividad especial, desembocaron en la electrodinámica cuántica, que es una teoría cuántica de campos. Posteriormente se logró la formulación de el modelo estándar de las partículas elementales, que es una teoría que incorpora el estudio de las fuerzas electromagnética, débil y fuerte de manera exitosa.

En la naturaleza existen 4 fuerzas fundamentales: la gravitacional, la electromagnética, la nuclear fuerte y la nuclear débil. El modelo estándar es una teoría que explica satisfactoriamente las tres últimas fuerzas que rigen el comportamiento de las partículas elementales que componen la materia. Experimentalmente se han verificado las predicciones del modelo estándar con una increíble precisión, y todas las partículas predichas han sido encontradas. A pesar de esto, el ME no es capaz de explicar todos los fenómenos que suceden en el universo. Por ejemplo, el modelo estándar no incorpora la interacción gravitacional, cuya naturaleza es distinta a la de las otras fuerzas fundamentales. Otra de las dificultades que enfrenta el modelo estándar es el llamado problema de la jerarquía. Este problema se origina debido a que la masa del bosón de Higgs recibe correcciones a nivel de uno o mas lazos debidas a los bosones de norma y los fermiones, pero estas correcciones contienen divergencias cuadráticas que ocasionarían que la masa del bosón de Higgs fuera del orden de la escala de Planck. Sin embargo, recientemente se ha encontrado un bosón de Higgs con una masa de alrededor de 125 GeV, muy por debajo de la escala de Planck. Una posible solución al problema de la jerarquía consiste en que haya cancelaciones muy grandes entre diversos parámetros del modelo, lo que se conoce como ajuste fino. Sin embargo esta solución se considera poco atractiva y desde los años setentas se han postulado algunos modelos de extensión que ofrecen una solución al problema de la jerarquía sin recurrir al ajuste fino. Entre estos nuevos modelos, se encuentran los modelos supersimétricos y los modelos con un bosón de Higgs ligero. En los modelos con un bosón de Higgs ligero se considera al bosón de Higgs como un pseudo-bosón de Goldstone que surge del rompimiento de una simetría global, además de aumentar el grupo de norma de manera que los bosones de norma del modelo estándar tienen un compañero pesado. También se debe incluir un compañero pesado para el top quark. El complejo mecanismo de rompimiento de las simetría global y local logra que las contribuciones de los compañeros pesados cancelen exactamente las divergencias cuadráticas producidas por los diagramas de un lazo que contienen las partículas del modelo estándar.

Una de las versiones de los modelos con un bosón de Higgs ligero se conoce como el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero. En este trabajo estudiamos las propiedades electromagnéticas del neutrino en dicho modelo. Estas propiedades están determinadas por el vértice $\nu\nu\gamma$, cuya amplitud está definida en términos de cuatro factores de forma asociados a la carga eléctrica, el momento dipolar magnético, el momento dipolar eléctrico y el momento anapolar. Estas propiedades solo aparecen a nivel de un lazo en teoría de perturbaciones. En particular, pondremos mayor atención en el factor de forma asociado al momento dipolar magnético, ya que este se encuentra íntimamente ligado a la masa del neutrino. El contenido de la tesis es el siguiente. En el primer capítulo se darán los aspectos generales del modelo estándar de las interacciones electromagnética y débil, dando a

conocer las reglas de Feynman correspondientes. En el segundo capítulo presentaremos una breve introducción a la historia del neutrino, hablaremos acerca de las propiedades electromagnéticas del neutrino, y mencionaremos algunas cotas experimentales del momento dipolar magnético. En el tercer capítulo se discutirá el problema de la jerarquía como motivación al estudio de los modelos con un bosón de Higgs ligero y se dará una descripción muy breve del modelo más simple con un bosón de Higgs ligero. En el cuarto capítulo se mostrarán los cálculos realizados para obtener las propiedades electromagnéticas del neutrino y finalmente se mostrarán los resultados obtenidos así como las conclusiones del trabajo.

Capítulo 1

El Modelo estándar

1.1. Antecedentes históricos

El ser humano en su afán de la comprensión de los fenómenos naturales, se ha planteado preguntas tales como: ¿De qué está hecha la materia?, ¿Cuál es la componente más fundamental de la materia?. Por el año 1900 los científicos se convencieron de que la materia está compuesta por un número de tipos diferentes de átomos, lo cual ya lo habían conjeturado los antiguos griegos. En la imagen atómica, los diferentes tipos de sustancias pueden ser vistas como configuraciones diferentes de arreglos de átomos. En un sólido, los átomos están relativamente inmóviles, en el caso de los cristales los átomos que lo conforman están asombrosamente ordenados en patrones. En el caso de los líquidos, los átomos se pueden mover libremente sobre ellos mismos, y en el caso de un gas éstos se encuentran separados grandes distancias y se mueven a una velocidad que depende de la temperatura del gas.

A finales de 1890, J.J. Thomson en los laboratorios de Cavendish, realizó experimentos para examinar el comportamiento de un gas dentro de un tubo de vidrio cuando se le aplicaba un campo eléctrico. Thomson llegó a la conclusión de que el tubo contenía en su interior una nube de partículas con carga eléctrica negativa, hoy en día a esta partícula se le conoce como electrón. Además Thomson concluyó que los electrones son partículas sin estructura interna es decir son indivisibles. Por 1987 Thomson logró medir la relación entre la carga del electrón y su masa (e/m), con esto logró concluir que el electrón es miles de veces menos masivo que el átomo. Todos estos datos lo llevaron a proponer el primer modelo del átomo conocido como el pudín de pasas. Después del descubrimiento del electrón, fueron descubiertas otras partículas como el protón y el neutrón, que durante largo tiempo fueron consideradas partículas elementales pero que posteriormente quedó claro que son partículas con estructura interna. Con el descubrimiento de las partículas elementales, se intentó construir un modelo que pudiera explicar la interacción entre estas partículas, con lo cual se llegó a construir como lo que hoy conocemos el modelo estándar. Esta teoría afirma que toda la materia del universo está formada por fermiones que interactúan mediante campos, del cual ellos mismos son las fuentes. Las partículas asociadas con la interacción de los campos son los bosones.

En la naturaleza existen 4 interacciones fundamentales entre partículas. La interacción electromagnética que es mediada por el fotón, una partícula sin masa y de espín 1, la interacción débil, que es mediada por las partículas masivas W^+ , W^- , Z , la interacción fuerte, que es mediada por las partículas sin masa denominadas gluones, y la interacción gravitacional, que es mediada por el gravitón (sin evidencia experimental). De todas estas interacciones, la interacción gravitacional se puede excluir del estudio de la física de partículas, debido a que su intensidad es extremadamente débil comparada con la intensidad del resto de las interacciones y no tiene un efecto significativo sobre las partículas elementales. Por ejemplo, la razón entre la fuerza gravitacional y la fuerza electromagnética entre dos protones separados a una distancia de 10^{-15} m es aproximadamente 10^{-36} .

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR
1.2. SIMETRÍAS DE NORMA

Interacción	Mediador	Espín
Electromagnética	Fotón	1
Débil	W^+, W^- y Z	1
Fuerte	Gluón	1
Gravitacional	Gravitón	2

Tabla 1.1: Fuerzas fundamentales y las partículas mediadoras.

Mientras que el estudio de las fuerzas electromagnética y gravitacional se remonta a varios siglos atrás, la interacción débil se descubrió debido a que existen procesos que no pueden ser explicados considerando solo las interacciones electromagnética y gravitacional. Esta fuerza tiene incidencia en procesos como el decaimiento beta del neutrón y además juega un papel importante en la generación de energía que tiene lugar en el sol y en la construcción de elementos pesados. A esta fuerza se le denomina débil debido a que su intensidad es mucho menor que la de la interacción electromagnética. En lo que respecta a la fuerza fuerte, en los años de 1930 se observó que un núcleo contiene protones que se mantienen unidos a pesar de la repulsión electromagnética, por lo que se pensó que debería de existir una fuerza de mayor intensidad que la fuerza electromagnética, debido a esta característica a esta fuerza se le llamo fuerte. De acuerdo con el modelo estándar, los leptones y los quarks son partículas elementales de las cuales se compone la materia. Existen seis leptones (electrón, muón, tau, neutrino del electrón, neutrino del muón, neutrino del tau) y seis quarks (quark up (**u**), quark down (**d**), quark charm (**c**), quark extraño (**s**), quark bottom (**b**), quark top (**t**)). Sin embargo, los quarks tienen una propiedad llamada color y cada uno de ellos puede presentar un color (rojo, verde y azul). Las partículas que poseen estructura interna se llaman hadrones, los cuales están constituidos por quarks. Los hadrones se clasifican en bariones, que están formadas por 3 quarks o 3 antiquarks, y mesones, que están constituidos por un quark y un antiquark. El protón y el neutrón son los hadrones que se encuentran de manera abundante en la materia ordinaria: el protón está constituido por los quarks **uud**, es decir, dos quarks tipo up y uno tipo down, y el neutrón se compone de los quarks **udd**, esto es, dos quarks **d** y un quark **u**. Una propiedad interesante de los quarks es que tienen carga eléctrica (e) fraccionaria. Sin embargo nunca se han detectado quarks libres ya que estos se encuentran siempre confinados en hadrones, de esta manera la suma algebraica de los quarks que constituyen un hadrón es siempre un múltiplo entero de e .

	Carga Eléctrica	masa
electrón	-1	≈ 0.511 MeV
neutrino del electrón	0	< 3 eV
muon	-1	≈ 105.66 MeV
neutrino del muon	0	< 0.19 MeV
tau	-1	≈ 1777.0 MeV
neutrino del tau	0	< 18.2 MeV

Tabla 1.2: Familias de los leptones.

1.2. Simetrías de norma

Uno de los conceptos más profundos en física de partículas se debe al hecho de que las interacciones están dictadas por los principios de simetría. La interacción entre todas las partículas debe estar determinada por simetrías de norma locales, lo cual está íntimamente conectado con la

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR
1.3. ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA

	Carga Eléctrica	masa
up	2/3	1.5 ~ 5 MeV
down	-1/3	3 ~ 9 MeV
strange	-1/3	60 ~ 170 MeV
charmed	2/3	1.47 ~ 1.83 MeV
bottom	-1/3	4.6 ~ 5.1 GeV
top	2/3	174.3 ± 3.2 GeV

Tabla 1.3: Familias de los quarks.

idea de que todas las cantidades físicas que se conservan (tales como carga eléctrica, color, etc.) se conservan en regiones locales del espacio. La conexión entre las simetrías y las leyes de conservación se discute con mayor profundidad en el marco de la teoría de Lagrange. En mecánica clásica, la ecuación de movimiento para una partícula puede ser obtenida mediante las ecuaciones de Lagrange

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0, \quad (1.1)$$

donde q_i son las coordenadas generalizadas de la partícula y $\dot{q}_i = dq_i/dt$. Este formalismo se debe extender al caso de sistemas continuos, esto es

$$L(q_i, \dot{q}_i; t) \rightarrow \mathcal{L} \left(\phi, \frac{\partial \phi}{\partial x_\mu}, x_\mu \right), \quad (1.2)$$

donde el campo ϕ es una función del parámetro continuo x_μ . Las ecuaciones de movimiento son ahora

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0. \quad (1.3)$$

Estamos interesados en las transformaciones que dejan invariante la fase de alguna función de onda. Por ejemplo un electrón está descrito por un campo complejo, el cual es invariante ante transformaciones del tipo

$$\psi(x) \rightarrow e^{i\omega} \psi(x), \quad (1.4)$$

donde ω es un parámetro real constante. La familia de transformaciones $U(\omega) \equiv e^{i\omega}$ forman el grupo unitario $U(1)$.

Las fuerzas se introducen en la teoría imponiendo la condición de que el lagrangiano de la teoría tenga invariancia de norma ante las transformaciones de un grupo llamado grupo de norma. Los campos se deben transformar como

$$\psi \rightarrow U\psi, \quad (1.5)$$

donde U es una matriz unitaria de la forma $U = e^{i\omega_i \tau_i}$, con ω_i una función del espacio tiempo y τ_i los generadores del grupo. Para que sea posible esta simetría es necesario introducir campos vectoriales A_i^μ que se conocen como campos de norma. Es necesario introducir un campo de norma por cada generador del grupo. Estos campos de norma están asociados a los bosones mediadores de la fuerza.

1.3. Electrodinámica cuántica

El lagrangiano que describe el campo de un fermión libre cargado de masa m es

$$\mathcal{L}_0(x) = \bar{\psi}(x)(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x), \quad (1.6)$$

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR

1.3. ELECTRODINÁMICA CUÁNTICA

de la cual se obtiene la ecuación de Dirac mediante la variación de $\mathcal{L}_0(x)$ para $\bar{\psi}(x)$:

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi(x) = 0, \quad (1.7)$$

donde $\psi(x)$ es un espinor de 4 componentes y γ^μ son las matrices de Dirac. $\mathcal{L}_0(x)$ es invariante ante la transformación global

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-iq\omega} \psi(x), \quad (1.8)$$

con ω un número real constante, conocido como el parámetro de la transformación y q la carga eléctrica de la partícula. Para que \mathcal{L}_0 sea invariante ante la transformación (1.8) el gradiente se debe transformar como

$$\partial_\mu \psi(x) \rightarrow \partial_\mu \psi'(x) = e^{-iq\omega} \partial_\mu \psi(x). \quad (1.9)$$

La invariancia implica la existencia de una corriente que se conserva

$$j^\mu(x) = q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi. \quad (1.10)$$

La transformación global (1.8) puede ser generalizada a una transformación local

$$\psi(x) \rightarrow \psi'(x) = e^{-iq\omega(x)} \psi(x), \quad (1.11)$$

donde ω es ahora una función real de x , es decir $\omega(x)$ define una transformación de fase independiente en cada punto del espacio tiempo. Sin embargo la densidad lagrangiana (1.6) no es invariante bajo esta transformación local debido a que la regla de transformación para el gradiente es ahora

$$\partial_\mu \psi(x) \rightarrow \partial_\mu \psi'(x) = e^{-iq\omega} [\partial_\mu \psi - iq(\partial_\mu \omega)\psi]. \quad (1.12)$$

De esta manera el lagrangiano adquiere el término extra

$$\mathcal{L}_0 \rightarrow \mathcal{L}'_0 = \mathcal{L}_0 + j^\mu \partial_\mu \omega. \quad (1.13)$$

La presencia del término que viola la simetría en (1.13) sugiere que si deseamos tener una teoría invariante ante transformaciones locales, es necesario introducir un campo vectorial A_μ que cancele el término $j^\mu \partial_\mu \omega$. El lagrangiano modificado es $\mathcal{L}_1 = \mathcal{L}_0 - j^\mu A_\mu$, el cual ante transformaciones locales se requiere que el campo A_μ tenga la propiedad

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu + \partial_\mu \omega. \quad (1.14)$$

El campo A_μ es llamado campo de norma. Reescribamos la lagrangiana \mathcal{L}_1 como

$$\mathcal{L}_1 = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi, \quad (1.15)$$

donde $D_\mu \equiv \partial_\mu + iqA_\mu$ es la derivada covariante del grupo de norma $U(1)$. Ahora es necesario introducir un término invariante de norma, que tenga como elementos a los campos de norma y sus derivadas. La combinación

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \quad (1.16)$$

es invariante ante (1.14). Por lo tanto, el escalar de Lorentz $-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ debe ser introducido en el lagrangiano. De esta manera se obtienen el lagrangiano de electrodinámica cuántica

$$\mathcal{L}_{QED} = \bar{\psi}(i\gamma^\mu D_\mu - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}. \quad (1.17)$$

Es importante señalar que los términos de masa para los campos de norma tales como $A_\mu A^\mu$ no obedecen el principio de invariancia de norma, lo cual impediría construir teorías de norma para las fuerzas cuyos mediadores de norma posean masa.

1.4. Interacción débil

La descripción teórica de los procesos mediados por la interacción débil fue inicialmente estudiada por Fermi en 1933 analizando el decaimiento beta del núcleo. En las dos décadas posteriores se observó un refinamiento de la forma explícita de las interacciones entre corrientes sugeridas por Fermi. Una de las propiedades más importantes de la interacción débil es la violación de paridad. Antes de 1956, cuando Tsung-Dao Lee y Chen Ning Yang propusieron la ideas de violación de paridad, se había considerado que todos los procesos físicos son invariantes bajo una inversión en el espacio y entonces la paridad sería un número cuántico que se conserva en todas las interacciones. Después del descubrimiento experimental de la violación de paridad realizada por Chien Shiung Wu en 1957, se realizó un gran progreso en el estudio de la interacción débil, quedando establecido que la interacción es de tipo vector-axial ($V - A$). Otro aspecto llamativo de la interacción débil es que sólo actúa solo en la componente izquierda de las partículas.

1.4.1. Teoría de Yang-Mills

Chen Ning Yang y Robert Mills propusieron que el grupo de norma $U(1)$ de las interacciones electromagnéticas puede ser generalizado a una teoría de norma no abeliana que sea invariante ante una simetría continua no conmutativa. Yang y Mills estudiaron el caso de invarianza de norma ante el grupo $SU(2)$. Del mismo modo que en (1.8), podemos escribir una transformación global ante el grupo $SU(2)$ como

$$\psi(x) \rightarrow \psi(x)' = e^{-igT_i\omega_i}, \quad (1.18)$$

donde g es la constante de acoplamiento del grupo $SU(2)$, $T_i = \frac{\tau_i}{2}$ ($i = 1, 2, 3$) con τ_i las matrices de Pauli y ω_i ($i = 1, 2, 3$) son los tres parámetros correspondientes a los tres generadores $\frac{\tau_i}{2}$ del grupo $SU(2)$. Dichos generadores T_i constituyen una base del álgebra de Lie, y deben satisfacer las relaciones de conmutación

$$[T_i, T_j] = i\epsilon_{ijk}T_k. \quad (1.19)$$

De esta expresión se observa que los generadores no conmutan, por lo que el grupo $SU(2)$ es no abeliano. Es conveniente normalizar los generadores de manera que

$$\text{Tr}(T_i T_j) = \frac{1}{2}\delta_{ij}. \quad (1.20)$$

La lagrangiana independiente de los grados de libertad internos es de la forma

$$\mathcal{L}_0 = \bar{\psi}_a(i\gamma^\mu\partial_\mu - m)\psi^a, \quad (1.21)$$

donde ψ_a son campos espinoriales de Dirac ($a = 1, \dots, n$). Esta lagrangiana es invariante ante la transformación de norma (1.18) y por el teorema de Noether existe una corriente que se conserva:

$$j_i^\mu = g\bar{\psi}_a\gamma^\mu T_i\psi^a. \quad (1.22)$$

Si ahora se desea que la transformación ante el grupo $SU(2)$ sea de tipo local se tiene

$$\psi(x) \rightarrow \psi' = e^{-igT_i\omega(x)}. \quad (1.23)$$

Para construir una lagrangiana que sea invariante ante esta transformación local debemos definir nuevamente la derivada covariante. En analogía a QED, es natural introducir tres campos de norma independientes, $A_\mu^i(x)$ para $i = 1, 2, 3$ que operen sobre ψ a través de la derivada covariante

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\tau_i}{2}A_\mu^i. \quad (1.24)$$

En analogía con QED, se construye el término cinemático para los campos de norma A_μ^i

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F_{\nu\mu}^i, \quad (1.25)$$

con

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g\epsilon_{ijk}A_\mu^j A_\nu^k. \quad (1.26)$$

Podemos ahora escribir una lagrangiana invariante de norma ante $SU(2)$ para un fermión

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}i\gamma^\mu D_\mu\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F_{\nu\mu}^i. \quad (1.27)$$

En esta lagrangiana no tenemos términos de masa, debido a que estos violan simetría de norma. Para preservar invariancia de norma es esencial tener bosones de norma sin masa A_μ^i que proporcione un alcance infinito de la fuerza débil, contrario a la realidad física. Sólo si la simetría de norma se rompe mediante la inclusión de un término de masa, se puede tener una teoría que concuerde con el experimento. Los términos de masa se introducen empleando el mecanismo de Higgs, del cual discutiremos más adelante.

1.5. Interacción fuerte

La teoría de la interacción fuerte es la cromodinámica cuántica (QCD) la cual describe la dinámica de quarks y gluones. QCD es una teoría no abeliana de $SU(3)$ con simetría de color. Se sabe que los hadrones están compuestos por quarks, los cuales fueron introducidos por Gell-Mann y Zweig en 1964. Los quarks se encuentran confinados en hadrones mediante la interacción fuerte mediada por los gluones con el acoplamiento de carga de color $G_s \frac{\lambda^i}{2}$, donde λ^i , ($i = 1, 2, \dots, 8$) son las matrices de Gell-Mann. QCD es también una teoría de norma no abeliana que es invariante bajo una transformación local no abeliana ante el grupo $SU(3)$ en el espacio de color. Un atributo de los quarks es la propiedad de color (rojo, azul y verde) además de que también poseen una propiedad denominada sabor (**u**, **d**, **s**, **c**, **b**, **t**). Tal y como los fotones en QED, los gluones, que son los bosones de norma mediadores de la interacción fuerte son también no masivos. El resultado de esta teoría es una teoría de Yang-Mills basada en la simetría de color $SU(3)$ que contiene 8 bosones vectoriales de norma (gluones), junto con los diferentes sabores de los quarks, cada uno se transforma como tripletes en la representación fundamental. La cromodinámica cuántica tiene una lagrangiana de la forma

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F_i^{\mu\nu} + \sum_{A=1}^{N_f} \bar{\psi}^A (i\gamma^\mu D_\mu - m_A)\psi^A, \quad (1.28)$$

donde

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^i &= \partial_\mu G_\nu^i - \partial_\nu G_\mu^i - g_s f_{ijk} G_\mu^j G_\nu^k \\ D_\mu \psi_a^A &= \partial_\mu \psi_a^A + \frac{1}{2} g_s G_{i\mu} (\lambda_i)_{ab} \psi_b^A. \end{aligned}$$

Las matrices de Gell-Mann (λ_i) satisfacen el álgebra de Lie del grupo $SU(3)$:

$$[\lambda_i, \lambda_j] = 2if_{ijk}\lambda_k, \quad (1.29)$$

donde los f_{ijk} son las constantes de estructura del grupo $SU(3)$, G_μ^i , son los 8 campos de gluones y $N_f = 6$ quarks arreglados en tripletes de color, ψ_a^A con $A = 1, \dots, N_f$ denota los sabores y $a = 1, 2, 3$ los colores. El contenido completo de quarks del modelo es

$$\psi_a^A = \left(\begin{array}{c} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \end{array} \right), \left(\begin{array}{c} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{array} \right) \quad (1.30)$$

1.6. Rompimiento espontáneo de la simetría

El concepto de rompimiento espontáneo de la simetría es una de las piezas fundamentales en el desarrollo del modelo estándar de las partículas elementales. Hemos visto que los términos de masa violan invariancia de norma. Sin embargo sólo los fotones y los neutrinos son partículas sin masa en el modelo estándar, pero los leptones cargados y los bosones W^\pm y Z^0 poseen masa. La manera de generar masa para los bosones vectoriales sin destruir la simetría de norma de la teoría, es mediante el rompimiento espontáneo de la simetría.

1.6.1. Rompimiento espontáneo de una simetría global

Sea $\phi = (\phi_1 + i\phi_2)/\sqrt{2}$ un campo escalar complejo descrito por la lagrangiana

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) - \mu^2 \phi^* \phi - \lambda (\phi^* \phi)^2, \quad (1.31)$$

la cual es invariante ante $\phi \rightarrow e^{i\omega} \phi$, esto es, \mathcal{L} posee una simetría global $U(1)$. Consideremos el caso cuando $\lambda > 0$ y escribamos (1.31) como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_1)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi_2)^2 - \frac{1}{2}\mu^2(\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{\lambda}{4}(\phi_1^2 + \phi_2^2)^2. \quad (1.32)$$

En el plano ϕ_1, ϕ_2 , la energía potencial tiene un mínimo en el origen si $\mu^2 > 0$, y para $\mu^2 < 0$ tiene un mínimo en el círculo

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = -\frac{\mu^2}{\lambda} = v^2. \quad (1.33)$$

Analizaremos el caso cuando $\mu^2 < 0$ y expandiremos alrededor de v^2 . Podemos escoger cualquier punto del círculo, pero para poder realizar el desarrollo debemos escoger un punto en particular, lo que significa romper la simetría. Escogemos el punto $\phi_1 = v, \phi_2 = 0$ e introducimos los campos η y ρ reales

$$\phi = \frac{(\nu + \eta(x) + i\rho(x))}{\sqrt{2}}. \quad (1.34)$$

Después de sustituir en (1.32) obtenemos una lagrangiana que puede ser interpretada en términos de las partículas y sus interacciones:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \rho)^2 + \frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)^2 \\ &\quad + \mu^2 \eta^2 - \lambda \nu (\eta \rho^2 + \eta^3) - \frac{\lambda}{2} \eta^2 \rho^2 \\ &\quad - \frac{\lambda}{4} \eta^4 - \frac{\lambda}{4} \rho^4 + cte. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Observamos que se tiene un campo η que corresponde a una partícula escalar de masa $m_\eta^2 = 2|\mu^2|$. Sin embargo, el campo ρ carece de un término de masa, lo que implica que este campo se asocia a una partícula sin masa, la cual se conoce como bosón de Goldstone. Esta lagrangiana es un ejemplo simple del teorema de Goldstone, que establece que al romperse una simetría global se da origen a un bosón de Goldstone por cada generador roto. El lagrangiano original tenía simetría ante el grupo $U(1)$ por lo que al romperse esta simetría se obtuvo un bosón de goldstone.

1.6.2. Mecanismo de Higgs

Ahora estudiaremos el rompimiento espontáneo de una simetría local. Consideremos el caso de la lagrangiana de un campo complejo escalar ϕ que es invariante ante transformaciones locales de $U(1)$. Dicha lagrangiana está dada por

$$\mathcal{L} = D_\mu \phi D^\mu \phi^* - \mu^2 \phi \phi^* + \lambda (\phi \phi^*)^2 - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1.36)$$

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR

1.7. EL MODELO ESTÁNDAR DE LAS INTERACCIONES ELECTRODÉBILES

con D_μ la derivada covariante $D_\mu\phi = (\partial_\mu - iqA_\mu)\phi$. La lagrangiana (1.36) es invariante ante las transformaciones de norma

$$\phi \rightarrow \phi' = e^{-i\omega(x)}\phi \quad (1.37)$$

$$A_\mu \rightarrow A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{q}\partial_\mu\omega(x). \quad (1.38)$$

Cuando $\mu^2 > 0$ la lagrangiana (1.36) describe una partícula escalar de masa μ y carga q que interactúa con un campo electromagnético. Estamos interesados en el caso cuando $\mu^2 < 0$, si desarrollamos el potencial alrededor del valor mínimo del potencial $|\phi_0|^2 = \mu^2/2\lambda$ y si parametrizamos el campo ϕ como

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta(x))e^{i\rho(x)/v}, \quad (1.39)$$

donde η y ρ son campos reales, podemos obtener un nuevo conjunto de campos tomando una transformación de norma particular con $\omega(x) = \rho(x)/v$, la cual se conoce como norma unitaria.

$$\phi(x) \rightarrow \phi(x)' = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta(x)) \quad (1.40)$$

$$A_\mu(x) \rightarrow B_\mu(x) = A_\mu(x) - \frac{1}{qv}\partial_\mu\rho(x). \quad (1.41)$$

Bajo esta transformación de norma, tenemos

$$D_\mu(x) \rightarrow D'_\mu\phi'(x) = (\partial_\mu - iqB_\mu)\frac{1}{\sqrt{2}}(v + \eta(x)), \quad (1.42)$$

y

$$F_{\mu\nu}(A) \rightarrow F_{\mu\nu}(B) = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu. \quad (1.43)$$

Sustituyendo en (1.36) obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu\eta - iqB_\mu(v + \eta))^2 - \frac{\mu^2}{2}(v + \eta)^2 - \frac{\lambda}{4}(v + \eta)^4 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \\ &= \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta - \mu^2\eta^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(qv)^2B_\mu B^\mu \\ &\quad + \frac{1}{2}q^2B_\mu B^\mu\eta(\eta + 2v) - \lambda v\eta^3 - \frac{\lambda}{4}\eta^4. \end{aligned} \quad (1.44)$$

Observamos que esta lagrangiana describe un bosón vectorial masivo B^μ con masa $m_B = qv$ y un bosón escalar η con masa $m_\eta = \sqrt{2}\mu^2$, el cual es llamado bosón de Higgs. En resumen, cuando pasamos de una simetría global a una local, encontramos que el bosón de Goldstone ρ desapareció y en su lugar obtuvimos un bosón vectorial masivo y un bosón escalar masivo. Este mecanismo nos permite dotar de masa a los bosones de norma partiendo de una lagrangiana invariante de norma que no contiene términos de masa para los bosones de norma.

1.7. El modelo estándar de las interacciones electrodébiles

En 1967 y 1968 Steven Weinberg y Abdus Salam formularon independientemente una teoría unificada de las interacciones débil y electromagnética basada en el trabajo previo de Sheldon Glashow. El modelo de Glashow-Weinberg-Salam (GWS), comúnmente conocido por modelo estándar, es una teoría de norma no abeliana con invarianza local ante el grupo $SU(2)_L \times U(1)_Y$, que utiliza el mecanismo de Higgs para dotar de masa a los bosones de norma y a los fermiones. Este modelo es extremadamente satisfactorio ya que permite realizar una gran cantidad de predicciones sin que hasta ahora se hayan encontrado discrepancias serias con los datos experimentales, a excepción de

la observación de la oscilación de los neutrinos. El modelo estándar describe la interacción entre los leptones mediante el intercambio de los bosones W^\pm , Z , y el fotón. Se incorpora además el mecanismo de Higgs para generar la masa de los bosones W^\pm y Z . El descubrimiento de los bosones W^\pm y Z en 1978 representó gran triunfo de este modelo. La idea de esta teoría es proponer una lagrangiana que sea invariante ante transformaciones locales y que describa la interacción de los leptones mediante bosones de norma sin masa. Posteriormente se introduce un campo hipotético de Higgs con una densidad lagrangiana escogida adecuadamente. Después de que se lleva a cabo el rompimiento espontáneo de la simetría de norma, se obtiene una lagrangiana que se puede asociar a partículas con masa pero que ya no es invariante de norma ante $SU(2) \times U(1)$. Se debe tener cuidado que durante el rompimiento espontáneo de la simetría el fotón se mantenga sin masa, mientras que los bosones W y Z adquieren masa. Esto se puede alcanzar si la lagrangiana mantiene invarianza de norma ante el grupo $U(1)$. Debido a que la teoría es renormalizable, como fue demostrado por, t'Hooft y Veltman, se pueden calcular cantidades físicas con el grado de precisión deseado.

1.7.1. Los fermiones en el modelo estándar

Consideremos la primera familia de leptones: el electrón e y su correspondiente neutrino ν_e . En este modelo se considera a ν_e como una partícula sin masa, mientras que e tiene una masa de $m_e \approx 0.5$ MeV. A partir de las evidencias experimentales del estudio de procesos como $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$, $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ y $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ se sabe que sólo la parte izquierda de los leptones y la parte derecha de los antileptones es sensible a la interacción débil, por lo que las amplitudes de decaimiento pueden ser descritas en términos de las corrientes cargadas

$$J_\mu \equiv J_\mu(x)^+ = \bar{\nu}_{eL} \gamma_\mu e_L(x), \quad (1.45)$$

$$J_\mu^\dagger \equiv J_\mu(x)^- = \bar{e}_L(x) \gamma_\mu \nu_{eL}. \quad (1.46)$$

Esto sugiere que e_L y ν_{eL} pueden ser arreglados en un doblete asociado al grupo $SU(2)$, mientras que e_R se acomodará en un singlete. Introduzcamos dicho doblete, cuyos elementos serán las componentes izquierdas de los fermiones

$$L = \frac{(1 - \gamma_5)}{2} \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad (1.47)$$

Usando este doblete y las matrices generadoras del grupo $SU(2)$

$$\tau = \frac{\tau^1 + i\tau^2}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.48)$$

$$\tau^- = \frac{\tau^1 - i\tau^2}{2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

podemos escribir las corrientes cargadas (1.45) y (1.46) como

$$J_\mu^+ = \bar{L} \gamma_\mu \tau^+ L, \quad (1.50)$$

$$J_\mu^- = \bar{L} \gamma_\mu \tau^- L. \quad (1.51)$$

Ahora introducimos una corriente neutra

$$\begin{aligned} J_\mu^3 &= \bar{L} \gamma_\mu \frac{\tau^3}{2} L \\ &= \frac{1}{2} \bar{\nu}_e \gamma_\mu \nu_e - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L. \end{aligned} \quad (1.52)$$

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR

1.7. EL MODELO ESTÁNDAR DE LAS INTERACCIONES ELECTRODÉBILES

Por lo tanto, se tienen dos corrientes cargadas J_μ^\pm y una neutra J_μ^3 . En la representación adjunta se tiene

$$J_\mu^i(x) = \bar{L}\gamma_\mu T^i L = \bar{L}\gamma_\mu \frac{\vec{\tau}^i}{2} L, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.53)$$

Las cargas correspondientes están definidas por

$$T^i = \int J_0^i(x) d^3x, \quad (1.54)$$

las cuales satisfacen el álgebra de Lie de $SU(2)_L$

$$[T^i, T^j] = i\epsilon^{ijk} T^k, \quad (1.55)$$

con ϵ^{ijk} el tensor de Levy-Civita. El subíndice L de $SU(2)_L$ significa que la corriente de isospín débil está compuesta sólo de fermiones de Weyl izquierdos.

Es necesario introducir un campo de norma B_μ asociado al grupo $U(1)$. El grupo $U(1)$ debe ser independiente del grupo $SU(2)_L$, por lo que sus generadores deben conmutar con los generadores T^i de $SU(2)_L$. El grupo de norma del modelo es entonces el producto directo de $SU(2)_L$ y $U(1)$. La cantidad $Q - T^3$ conmuta con T^i , donde Q es la carga del fermión ψ , es decir $[Q - T^3, T^i] = 0$. Por lo tanto, es razonable definir un nuevo generador del grupo $U(1)_Y$ como

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2}. \quad (1.56)$$

Donde Y es el operador de hipercarga débil. La relación (1.56) nos proporciona un puente entre las interacciones débil y eléctrica para un electrón cargado y su neutrino asociado en términos de la componente de isospín débil y su hipercarga.

1.7.2. Construcción del lagrangiano invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$

La lagrangiana invariante ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para los fermiones tiene la forma

$$\mathcal{L}_f = \bar{L}i\gamma^\mu \left(\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu + \frac{i}{2}g'B_\mu \right) L + \bar{R}i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig'B_\mu) R, \quad (1.57)$$

donde $A_\mu^i (i = 1, 2, 3)$ y B_μ son los campos de norma asociadas a los grupos $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente, mientras que g y g' corresponden a las constantes de acoplamiento. La forma explícita de la derivada covariante es

$$D_\mu = \partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu - ig'\frac{Y}{2}B_\mu, \quad (1.58)$$

donde se toman los valores $Y = -1$ para L y $Y = -2$ para R en 1.57. R es un singlete de $SU(2)_L$ y por lo tanto no tiene acoplamiento con A_μ^i . El término cinético de los campos de norma que se debe sumar a \mathcal{L}_f es

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F^{i\mu\nu} - \frac{1}{4}B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}, \quad (1.59)$$

con

$$F_{\mu\nu}^i = \partial_\mu A_\nu^i - \partial_\nu A_\mu^i + g\epsilon_{ijk} A_\mu^j A_\nu^k \quad (1.60)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.61)$$

donde $F_{\mu\nu}^i$ y $B_{\mu\nu}$ son los tensores de intensidad de $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$, respectivamente.

En este lagrangiano los términos de masa de los bosones de norma no aparece debido a la invariancia de norma local. Para proporcionar masa a los bosones de norma y hacer compatible la teoría con el experimento, se requiere el rompimiento espontáneo de la simetría

$$SU(2)_L \times U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}. \quad (1.62)$$

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR

1.7. EL MODELO ESTÁNDAR DE LAS INTERACCIONES ELECTRODÉBILES

Para llevar a cabo este procedimiento y poder dotar de masa a los tres bosones de norma del grupo $SU(2)$ se introducen dos campos escalares complejos que forman un doblete de $SU(2)$ y que tienen hipercarga $Y_\phi = Y_L - Y_R = 1$

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} \quad (1.63)$$

De la relación (1.56) se sigue que ϕ^+ tiene carga $Q = 1$ y ϕ^0 tiene carga $Q = 0$. La lagrangiana para el doblete de Higgs está dada por

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - V(\phi^\dagger \phi) \equiv (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) - \mu^2 \phi^\dagger \phi - \lambda (\phi^\dagger \phi)^2, \quad (1.64)$$

donde la derivada covariante está dada por

$$D_\mu \phi = \left(\partial_\mu - ig \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}_\mu - ig' B_\mu \right) \phi. \quad (1.65)$$

Finalmente, con el propósito de generar la masa del electrón, introducimos un término de acoplamiento con el doblete de Higgs, el cual se conoce como lagrangiano de Yukawa, el cual es invariante de norma ante $SU(2)_L \times U(1)_Y$ y proporciona masa al electrón después del rompimiento espontáneo de la simetría:

$$\mathcal{L}_Y = -G_e (\bar{L} \phi R + \bar{R} \phi^\dagger L) + h.c. \quad (1.66)$$

donde G_e es la constante de acoplamiento de Yukawa, la cual debe ser determinada de manera experimental. El lagrangiano completo del modelo está dado por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_s + \mathcal{L}_Y. \quad (1.67)$$

1.7.3. Rompimiento espontáneo de la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$

El potencial $V(\phi^\dagger \phi)$ dado en (1.64) con $\lambda > 0$ y $m^2 = -\mu^2 > 0$, tiene un mínimo en el valor de ϕ dado por

$$\phi^\dagger \phi = \frac{v^2}{2} \quad \text{con} \quad v = \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}. \quad (1.68)$$

El rompimiento espontáneo de la simetría ocurre cuando el doblete escalar ϕ desarrolla un valor de expectación en el vacío

$$\phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad (1.69)$$

Es conveniente parametrizar el doblete escalar en términos de los campos que denotan la variación de ϕ_0

$$\phi = \begin{pmatrix} \varphi^+ \\ \varphi^0 \end{pmatrix} = e^{i\vec{\tau} \cdot \vec{\xi}/2v} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.70)$$

De este modo, los campos escalares complejos ϕ^+ y ϕ^0 son reemplazados por los 4 campos ξ_i ($i = 1, 2, 3$) y H , donde ξ_i son los bosones de Goldstone y H el bosón de Higgs. Ahora apliquemos la transformación unitaria

$$U(\xi) = e^{-i\vec{\tau} \cdot \vec{\xi}/2v}. \quad (1.71)$$

definimos los nuevos campos

$$\phi' = U(\xi) \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (v + H) \chi \quad (1.72)$$

$$L' = U(\xi) L \quad (1.73)$$

$$\vec{A}'_\mu = U(\xi) \vec{A} U(\xi)^{-1} - \frac{i}{g} (\partial_\mu U(\xi)) U^\dagger(\xi), \quad (1.74)$$

CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR

1.7. EL MODELO ESTÁNDAR DE LAS INTERACCIONES ELECTRODÉBILES

con $\chi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $\vec{A}_\mu = \vec{A}'_\mu \cdot \vec{\tau}/2$. El sínglete R y el campo de norma B_μ permanecen invariantes bajo esta transformación. La lagrangiana (1.67) es invariante ante esta transformación y escribimos cada término de la siguiente forma

$$\mathcal{L}_f = \bar{L}' i\gamma^\mu (\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}'_\mu + \frac{i}{2}g'B'_\mu)L' + \bar{R}' i\gamma^\mu (\partial_\mu + ig'B'_\mu)R' \quad (1.75)$$

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^i F^{i\mu\nu} - \frac{1}{4}B'_{\mu\nu} B'^{\mu\nu} \quad (1.76)$$

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu\phi)'(D^\mu\phi)' - V(\phi'^\dagger\phi') \quad (1.77)$$

$$\mathcal{L}_Y = -G_e(\bar{L}'\phi'R' + \bar{R}'\phi'^\dagger L') + h.c. \quad (1.78)$$

Discutiremos ahora el significado físico de estos términos. Primero consideremos el sector escalar. Los campos escalares generaron las masas de los bosones de norma y de leptones y quarks vía el mecanismo de Higgs. Escribamos explícitamente \mathcal{L}_s como

$$\mathcal{L}_s = (D_\mu\phi)'(D^\mu\phi)' - V(\phi'^\dagger\phi'), \quad (1.79)$$

con

$$(D_\mu\phi)' = \left(\partial_\mu - ig\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{A}'_\mu - \frac{i}{2}g'B'_\mu \right) \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H)\chi. \quad (1.80)$$

El primer término de (1.79) contiene los términos cuadráticos de masa para los bosones de norma

$$\mathcal{L}_{mass} = \frac{v^2}{2}(g^2 A_\mu^1 A'^{1\mu} + g^2 A_\mu^2 A'^{2\mu} + (gA_\mu^3 - g'B'_\mu)^2). \quad (1.81)$$

Introduzcamos los campos para los bosones cargados W^\pm definidos por

$$W_\mu^\pm = \frac{A_\mu^1 \mp iA_\mu^2}{\sqrt{2}}. \quad (1.82)$$

Entonces la suma del primer y segundo término de (1.81) puede ser escrita como $\frac{1}{4}g^2v^2W_\mu^+W^{-\mu}$. Esto significa que los bosones vectoriales cargados W^\pm adquieren una masa

$$m_W = \frac{1}{2}gv. \quad (1.83)$$

El término restante el cual está descrito por campos neutros se puede escribir como

$$\frac{v^2}{8}(A_\mu^3 \quad B'_\mu) \begin{pmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'^{3\mu} \\ B'^\mu \end{pmatrix} \quad (1.84)$$

El cual puede ser diagonalizado como

$$\frac{v^2}{8}(Z_\mu \quad A_\mu) \begin{pmatrix} g^2 + g'^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Z^\mu \\ A^\mu \end{pmatrix} = \frac{v^2}{8}(g^2 + g'^2)Z_\mu Z^\mu. \quad (1.85)$$

por una transformación ortogonal

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta_W & -\sin\theta_W \\ \sin\theta_W & \cos\theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_\mu^3 \\ B'_\mu \end{pmatrix} \quad (1.86)$$

donde θ_W es llamado ángulo de Weinberg. De la relación (1.85) podemos ver que el bosón neutral Z tiene una masa de

$$m_Z = \frac{1}{2}v\sqrt{g^2 + g'^2}, \quad (1.87)$$

mientras que el bosón neutral A_μ permanece sin masa y entonces puede ser identificado con el fotón.

El potencial escalar después del rompimiento espontaneo de la simetría queda como

$$V(\phi'^\dagger \phi') = -\frac{\mu^2 v^2}{4} + \frac{1}{2}(2\mu^2)H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda^4}{4}. \quad (1.88)$$

De esta ecuación podemos ver que la masa del bosón de Higgs es

$$m_H = \sqrt{2\mu^2}. \quad (1.89)$$

Consideremos enseguida el lagrangiano de Yukawa:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Y &= -G_e(\bar{L}'\phi' R' + \bar{R}'\phi'^\dagger L') + h.c \\ &= -\frac{G_e \nu}{\sqrt{2}} \bar{e}' e' - \frac{G_e}{\sqrt{2}} H \bar{e}' e'. \end{aligned} \quad (1.90)$$

Podemos identificar al primer término como el término de masa del electrón

$$m_e = \frac{G_e}{\sqrt{2}} \nu. \quad (1.91)$$

Es interesante notar que la masa del electrón es proporcional al valor de expectación en el vacío ν del bosón de Higgs al igual que la masa de los bosones de norma de la interacción débil.

1.8. Reglas de Feynman en el modelo estándar

Para realizar predicciones en el marco del modelo estándar, se debe cuantizar la teoría mediante la teoría cuántica de campos. Sin embargo, es más práctico emplear una técnica desarrollada por Richard Feynman, que se conoce como técnica de los diagramas de Feynman. En estos diagramas las partículas se representan por líneas y las interacciones por vértices en donde las partículas se crean o se aniquilan. Se deben construir los diagramas de Feynman correspondientes a cada proceso a un cierto orden de teoría de perturbaciones y posteriormente se aplican una serie de prescripciones para determinar la amplitud de transición del proceso. Estas prescripciones se conocen como reglas de Feynman, y se obtienen directamente de la densidad lagrangiana. A continuación escribiremos las reglas de Feynman más relevantes del modelo estándar en la norma de Feynman-t'Hooft.

Propagadores

1. Por cada fotón interno, con 4-momento k , escribir el factor

$$\mu \overset{\gamma}{\text{~~~~~}} \nu \quad \frac{g_{\mu\nu}}{k^2 + i\epsilon} \quad (1.92)$$

2. Por cada bosón vectorial, con 4-momento k , escribir el factor

$$\mu \overset{W}{\text{~~~~~}} \nu \quad \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 - m_W^2 + i\epsilon} \quad (1.93)$$

$$\mu \overset{Z}{\text{~~~~~}} \nu \quad \frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2 - m_Z^2 + i\epsilon} \quad (1.94)$$

donde m_W es la masa del bosón W^\pm y m_Z la masa del bosón Z^0

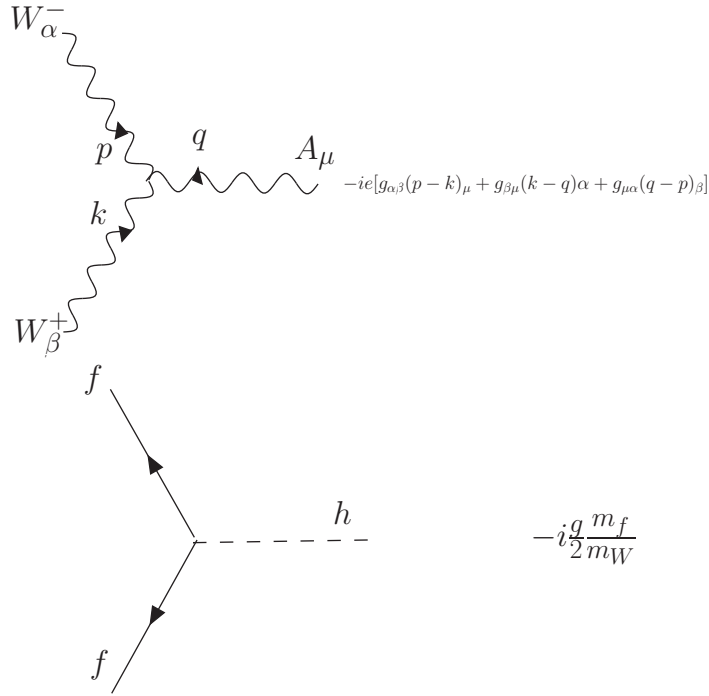


Figura 1.1: Reglas de Feynman para los vértices de interacción en el modelo estándar.

3. Por cada línea leptónica con momento p , escribir

$$\begin{array}{c} \longrightarrow \\ p \end{array} \quad \frac{i(\not{p} + m_f)}{p^2 - m_f^2 + i\epsilon} \quad (1.95)$$

4. por cada línea interna correspondiente al bosón de Higgs, con momento p , escribir

$$\begin{array}{c} \text{---} \\ h \\ \text{---} \\ p \end{array} \quad \frac{i}{p^2 - m_h^2 + i\epsilon} \quad (1.96)$$

donde m_h es la masa del bosón de Higgs

Interacciones

Para construir los diagramas de Feynman correspondientes a un cierto proceso se utilizan los siguientes vértices de interacción.

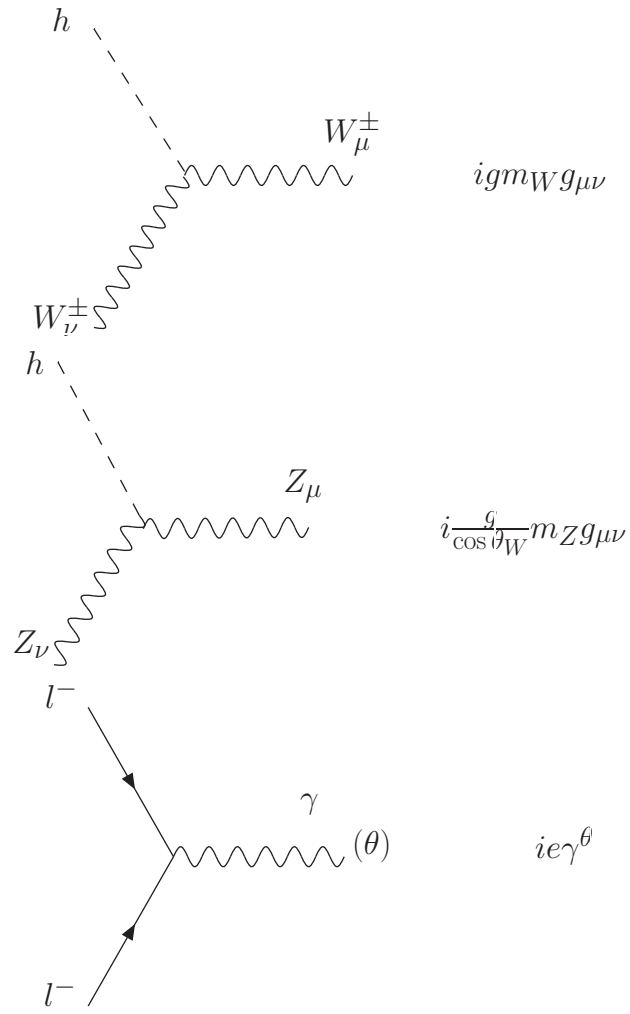


Figura 1.2: Reglas de Feynman para los vértices de interacción en el modelo estándar (continuación).

Capítulo 2

Propiedades electromagnéticas del neutrino

2.1. Física del neutrino

El neutrino, un leptón sin carga eléctrica, es una de las partículas elementales más enigmáticas de la naturaleza. Debido a que un neutrino solo interactúa mediante la fuerza débil, este tipo de partículas solamente pueden detectarse a nivel experimental de manera indirecta, lo cual dificulta de gran manera el estudio de sus propiedades. Paradójicamente, las diversas propiedades que hacen del neutrino difícil de detectar también son una valiosa herramienta para explorar los secretos del universo. A pesar de esto, la física del neutrino ha cobrado una gran relevancia pues esta partícula puede ser clave para resolver algunas preguntas aún no resueltas por el modelo estándar. Por ejemplo, el neutrino podría jugar un rol fundamental para explicar el enigma de la materia oscura. De acuerdo al modelo estándar, existen tres tipos o sabores de neutrinos: el neutrino electrónico (ν_e), el neutrino muónico (ν_μ) y el neutrino tauónico (ν_τ). En 1930 el físico Wolfgang Pauli propuso una nueva partícula para poder dar solución al problema que se tenía en el decaimiento beta, el cual ocurre cuando un núcleo atómico se transforma y emite en el proceso un electrón. Las observaciones del decaimiento beta sugieren que el núcleo decae a un estado con una carga positiva adicional debido a que se emite un electrón. La cantidad de energía liberada es millones de electronvolts más grande que la energía del electrón (0.51 MeV). Si consideramos un decaimiento a dos cuerpos, la ley de conservación del momento lineal implica que el núcleo final y el electrón se deben emitir con un 4-momento de igual magnitud y dirección opuesta. La conservación de la energía implica que el electrón que surge del decaimiento beta debe ser emitido con energía constante y, debido a que el núcleo es cientos de veces más pesado que el electrón, su velocidad debe ser despreciable comparada con la de éste. En 1913, James Chadwick estudió la energía de los electrones emitidos en el decaimiento beta. Chadwick hizo pasar los electrones a través de un campo magnético. El ángulo en el cual un electrón era deflectado por el campo revelarían la energía con la cual era emitido. Las mediciones de Chadwick claramente demostraron que la energía del electrón no siempre tenía el mismo valor, sino que en lugar de esto se observaba un espectro continuo de energía, lo cual violaría el principio de conservación de la energía. La solución de Pauli a la crisis de la energía del decaimiento beta fue proponer que el núcleo decae en tres partículas: el núcleo final, el electrón y un nuevo tipo de partícula llamada neutrino, que significa neutrón pequeño. Entonces la energía se reparte entre estas tres partículas y por lo tanto el espectro de la energía del electrón puede ser explicado sin que se viole la ley de conservación de la energía. Para que se cumpla el principio de conservación de la carga eléctrica, el neutrino debe ser eléctricamente neutro, además debe interactuar muy débilmente con la materia, lo cual explicaría que dicha partícula no hubiera sido observada experimentalmente con anterioridad. El físico italiano Enrico Fermi desarrolló una teoría que describe matemáticamente el espectro de energía en el decaimiento β . Fermi basó su modelo en la teoría cuántica electromagnética de Dirac e incorporó la sugerencia de Pauli de que el neutrino es el responsable de llevarse la energía no detectada. En esta nueva teoría, Fermi representó el

CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

2.1. FÍSICA DEL NEUTRINO

decaimiento beta como una interacción entre dos corrientes que tienen carga débil, semejante a lo que ocurre con la fuerza electromagnética, de la cual es responsable la carga eléctrica. Sin embargo la fuerza débil tiene corto alcance. A esta fuerza se le conoce actualmente como interacción débil. La formulación matemática de Fermi demostró que es el neutrón el que decae en un protón, proceso en el cual se emiten simultáneamente un electrón y un neutrino electrónico:

$$n \rightarrow p + e^{-} + \nu_e \quad (2.1)$$

Los neutrinos atraviesan la materia casi sin interactuar con ella, pero por la teoría de Fermi de la fuerza débil, se predice una reacción mediante la cual un neutrino libre puede interactuar con la materia y ser detenido. Este proceso es el decaimiento beta inverso y consiste en la captura de un neutrino por un núcleo junto con la emisión de un electrón o positrón. En particular, el antineutrino $\bar{\nu}$ (la antipartícula del neutrino) ocasionalmente podrá interactuar con un núcleo mediante la fuerza débil e inducirá la transformación de un protón en un neutrón. En el decaimiento beta inverso emerge un núcleo con una unidad menor de carga positiva, la cual es acarreada por el positrón que emerge en lugar del antineutrino:

$$\bar{\nu} + N(n, p) \rightarrow e^{+} + N(n + 1, p - 1). \quad (2.2)$$

donde n es igual al número de neutrones y p el número de protones. Si el núcleo pasa a ser el del hidrogeno, entonces la interacción produce un neutrón y un positrón:

$$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^{+}. \quad (2.3)$$

Reines y Cowan escogieron este último proceso, el decaimiento beta inverso en los protones, para encontrar neutrinos libres [8]. Una fuente abundante de neutrinos podía ser proporcionada por las explosiones controladas de la bomba de fisión nuclear en el desierto de Nevada, pero debido a las dificultades técnicas para contruir un experimento en estas condiciones se optó por emplear el flujo de neutrinos producido por un reactor nuclear. Además de una fuente copiosa de neutrinos, también era necesario diseñar un detector para contener un gran número de protones que interactuarían con los neutrinos emitidos. El esquema inicial consistía en usar una solución de cloruro de cadmio con un líquido orgánico de centelleo. El líquido tiene una alta proporción de hidrogeno que emite un centelleo de luz visible cuando una partícula cargada pasa a través de él. Esta luz es muy débil pero muy útil ya que su intensidad es proporcional a la energía de las partículas cargadas. El positrón se aniquilaría rápidamente con un electrón presente en el medio resultando en una partícula gamma (fotón). Microsegundos después, el neutrón es absorbido por uno de los núcleos de cadmio emitiendo partículas gamma. La detección en coincidencia de dos partículas gamma de igual energía es señal que identifica la presencia del neutrino. De esta manera en 1956 luego de más de dos décadas de que el neutrino sólo se consideraba como una partícula hipotética, Reines y Cowan demostraron que la solución de Pauli al enigma del decaimiento beta es la correcta y que el neutrino sí existe.

Una de las principales fuentes de producción de neutrinos es el Sol, ya que éste es un reactor de fusión nuclear, el cual convierte núcleos de hidrogeno en helio, neutrinos, etc. A medida que los detectores de neutrinos se volvieron lo suficientemente sensibles se trató de medir el flujo de neutrinos provenientes del Sol. El experimento Homstake de Raymond Davis y Jhon Bahcall fue la primera medida de neutrinos procedentes del Sol. Los primeros resultados del experimento de Homstake indicaba que el flujo medio de neutrinos solares es apenas 1/3 de lo que se esperaba según el modelo solar. Otros experimentos, utilizando radiación de Cherenkov, confirmaron el déficit de neutrinos provenientes del Sol, esto se conoce como el problema de los neutrinos solares. Bruno Pontecorvo y Vladimir Gribov propusieron una elegante solución al problema de los neutrinos solares, que consiste en la transmutación del neutrino del electrón en otro tipo de neutrino más difícil de detectar. Según esta hipótesis, la fracción del flujo de neutrinos no observados es de sabor ν_{μ} o ν_{τ} . La manifestación de este efecto puramente cuántico consiste en el cambio (oscilación) del sabor del neutrino a medida que este se propaga. Esta transmutación rompe la ley de conservación

del número léptonico, por ello este efecto tiene un profundo impacto en física de partículas. La colaboración Super-Kamiokande, utilizando radiación de Cherenkov, confirmó experimentalmente el efecto de oscilación de neutrinos.

2.2. Propiedades electromagnéticas del neutrino

El neutrino juega un rol importante en el estudio de física de partículas, es por esto que es objeto de constante investigación. El estudio de las propiedades electromagnéticas de los neutrinos es de particular importancia ya que nos puede proporcionar evidencias de nueva física. Los neutrinos interactúan con otras partículas mediante la fuerza débil, sin embargo esta interacción es de corto alcance y de intensidad y débil, lo que dificulta mucho el estudio de la física del neutrino. A pesar de la gran cantidad de estudios acerca de las propiedades electromagnéticas del neutrino, hasta el momento no hay datos experimentales que confirmen su existencia. Sin embargo, las evidencias recientes de las oscilaciones de los neutrinos indican que sus propiedades electromagnéticas son no triviales. La importancia de las propiedades electromagnéticas del neutrino quedó clara por primera vez en 1930 cuando Pauli postuló la existencia de esta partícula y discutió acerca de la posibilidad de que el neutrino tuviera un momento magnético asociado. Muchas décadas después, el estudio sistemático de las propiedades electromagnéticas de los neutrinos se inició con la demostración, en el marco de el modelo estándar extendido con la inclusión de neutrinos derechos, que el momento magnético de un neutrino masivo es distinto de cero y su valor es proporcional a su masa.

El hecho de que el neutrino no tenga carga eléctrica no significa que no pueda tener interacción electromagnética, ya que es posible que las propiedades electromagnéticas de los neutrinos surjan por efectos debidos a las correcciones radiativas. Las propiedades electromagnéticas de los fermiones aparecen en teoría cuántica de campos con su interacción con el fotón, para lo cual se debe considerar el vértice mostrado en la Figura 4.2. Para los fermiones cargados, hay diagramas de

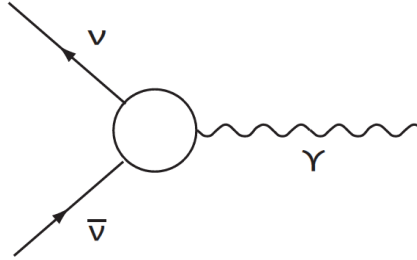


Figura 2.1: Vértice $\bar{\nu}\nu\gamma$, donde se definen $q^\mu = p_2^\mu - p_1^\mu$ y $l^\mu = p_2^\mu + p_1^\mu$, donde p_1 y p_2 son los cuadri-momentos de los neutrinos.

Feynman que contribuyen a este vértice a nivel árbol, ya que el lagrangiano básico de interacción contiene un término que se escribe como

$$\mathcal{L} = -Q_f A_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad (2.4)$$

donde Q_f es la carga de la partícula en unidades de e . Para los neutrinos no existe un término de carga en diagramas a nivel de árbol, por lo que las interacciones sólo aparecen a nivel de un lazo o a ordenes más altos. En analogía a la Ec. (2.4) se escribe la función vértice de un neutrino como

$$\mathcal{L}_{efectivo} = -A^\mu \bar{\psi} \Lambda_\mu \psi. \quad (2.5)$$

La forma del término Λ_μ depende de si se considera un neutrino de Dirac o de Majorana. Consideremos un elemento matricial de la corriente electromagnética

$$J_\mu^{EM} = e \sum_f Q_f \bar{\psi}(p) \gamma_\mu \psi(p'). \quad (2.6)$$

CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

2.2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

entre el estado fermionico inicial $\psi(p)$ y el estado final $\psi(p')$, que puede ser representada como

$$\langle \psi(p') | J_\mu^{EM} | \psi(p) \rangle = \bar{u}(p') \Lambda_\mu(q, l) u(p), \quad (2.7)$$

en donde $q_\mu = p'_\mu - p_\mu$ y $l_\mu = p'_\mu + p_\mu$. Λ_μ es una matriz que actúa sobre los espinores y que debe estar compuesta por 4-vectores. Para conocer la expresión más general de $\Lambda_\mu(q, l)$ recordemos que existen 16 trazas linealmente independientes

$$I, \quad \gamma_5, \quad \gamma_\mu, \quad \gamma_5 \gamma_\mu, \quad \sigma_{\mu\nu}, \quad (2.8)$$

con $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2}[\gamma_\mu, \gamma_\nu]$. Además consideremos el tensor métrico, los 4-vectores q_μ y l_μ y el tensor antisimétrico $\epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma}$. Existen tres conjuntos de operadores mediante los cuales podemos construir $\Lambda_\mu(q, l)$. En el primer conjunto, el índice de Lorentz es llevado por los vectores q_μ y l_μ :

$$Iq_\mu, \quad Il_\mu, \quad \gamma_5 q_\mu, \quad \gamma_5 l_\mu. \quad (2.9)$$

Hay otro conjunto del mismo tipo

$$\not{q}q_\mu, \quad \not{l}l_\mu, \quad \gamma_5 \not{q}q_\mu, \quad \gamma_5 \not{l}l_\mu, \quad \sigma_{\alpha\beta} q^\alpha l^\beta q_\mu. \quad (2.10)$$

y el término que corresponde al realizar el intercambio $q_\mu \leftrightarrow l_\mu$ en 2.10. El segundo tipo de contribución a $\Lambda_\mu(q, l)$ se obtiene de la ecuación (2.8) con la restricción de que el índice de Lorentz es llevado por una matriz:

$$\gamma_\mu, \quad \gamma_5 \gamma_\mu, \quad \sigma_{\mu\nu} q^\nu, \quad \sigma_{\mu\nu} l^\nu. \quad (2.11)$$

El tercer tipo de términos puede ser construido con el tensor $\epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma}$:

$$\epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \sigma^{\alpha\beta} q^\nu, \quad \epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \sigma^{\alpha\beta} l^\nu, \quad \epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \sigma^{\nu\beta} q_\beta q^\sigma l^\gamma, \quad \epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \sigma^{\nu\beta} l_\beta q^\sigma l^\gamma, \quad \epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \gamma^\nu q^\sigma l^\gamma I, \quad \epsilon_{\mu\nu\sigma\gamma} \gamma^\nu q^\sigma l^\gamma \gamma_5. \quad (2.12)$$

Tomando los términos anteriores y usando algebra de matrices de Dirac, es posible llegar a la expresión más general para el vértice $\Lambda_\mu(q, l)$:

$$\Lambda_\mu(q, l) = f_1(q^2)q_\mu + f_2(q^2)q_\mu \gamma_5 + f_3 \gamma_\mu + f_4(q^2)\gamma_\mu \gamma_5 + f_5(q^2)\sigma_{\mu\nu} q^\nu + f_6(q^2)\epsilon_{\mu\nu\rho\gamma} \sigma^{\rho\gamma} q^\nu. \quad (2.13)$$

Ahora, del requerimiento de la conservación de corriente $\partial_\mu j^\mu = 0$ tenemos

$$f_1(q^2)q^2 + f_2(q^2)q^2 \gamma_5 + 2mf_4(q^2)\gamma_5 = 0. \quad (2.14)$$

de donde podemos observar que

$$f_1(q^2) = 0, \quad f_2(q^2)q^2 + 2mf_4(q^2) = 0 \quad (2.15)$$

Por lo que en el caso más general, que es consistente con invarianza de norma electromagnética y de Lorentz, la función vértice está definida en términos de 4 factores de forma:

$$\Lambda_\mu(q) = f_Q(q^2)\gamma_\mu + f_M(q^2)i\sigma_{\mu\nu} q^\nu + f_E(q^2)\sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5 + f_A(q^2)(q^2\gamma_\mu - q_\mu \not{q})\gamma_5. \quad (2.16)$$

donde $f_Q(q^2)$ está asociado al factor de forma eléctrico, $f_M(q^2)$ está asociado al momento magnético, $f_E(q^2)$ es el momento dipolar eléctrico y $f_A(q^2)$ es llamado momento anapolar. Se puede observar que los factores de forma son invariantes de Lorentz y solo dependen de q^2 , la cual es la única variable dinámica independiente que es invariante de Lorentz. Los factores de forma son en general diferentes para el caso de neutrinos de Dirac y neutrinos de Majorana. En el caso de neutrinos de Dirac, la invarianza ante CP junto con la condición de hermiticidad de la corriente J_μ^{EM} implica que el momento dipolar eléctrico es cero y los factores de forma f_Q , f_M y f_A son reales. En el caso de los neutrinos de Majorana, independientemente de si la simetría de CP se conserva o no, los factores de forma dipolar magnético, dipolar eléctrico y la carga son cero, por lo que solo el factor

CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

2.2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

de forma anapolar puede ser distinto de cero. En general los elementos de matriz de la corriente electromagnética se puede considerar entre un estado inicial $\psi_i(p)$ y un estado final $\psi_j(p')$ con diferentes sabores de neutrinos, es decir, $p^2 = m_i^2$ y $p'^2 = m_j^2$. En este caso se tiene

$$\langle \psi_j(p') | J_\mu^{EM} | \psi_i(p) \rangle = \bar{u}_j(p') \Lambda_\mu(q) u_i(p). \quad (2.17)$$

y su correspondiente función vértice se define de la manera más general [7] como

$$\Lambda_\mu(q) = (f_Q(q^2)_{ij} + f_A(q^2)_{ij} \gamma_5) (q^2 \gamma_\mu - q_\mu \not{q}) + f_M(q^2)_{ij} i \sigma_{\mu\nu} q^\nu + f_E(q^2)_{ij} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma_5. \quad (2.18)$$

Los factores de forma son matrices en el espacio de eigenestados de masa de los neutrinos. En el caso no diagonal $i \neq j$, la hermiticidad de J_μ^{EM} no impone restricciones sobre los factores de forma de los neutrinos de Dirac. Es posible demostrar que si se conserva la simetría CP , entonces los factores de forma deben ser reales. En el caso de neutrinos de Majorana, si la simetría CP se conserva podría ocurrir una transición magnética o una transición eléctrica, pero no ambas.

2.2.1. Factores de forma de los neutrinos en teorías de norma

En el caso en el que $q^2 = 0$, los factores de forma son elementos de la matriz de dispersión, y en cualquier modelo consistente los factores de forma deben ser independientes de la norma y deben ser finitos, es decir, estos deben de estar libres de divergencias. Los factores de forma evaluados en $q^2 = 0$ determinan las propiedades electromagnéticas de los neutrinos estáticos, los cuales pueden ser medidas con la interacción directa con un campos electromagnético. En el caso de que $q^2 \neq 0$, los factores de forma dependen en general del parámetro de norma. En este caso los factores de forma en los elementos de la matriz 2.7 no se pueden medir experimentalmente con la interacción de un campo electromagnético externo. Sin embargo, éstos pueden contribuir a diagramas de mayor orden que describan algún proceso que sea accesible a la observación experimental.

Existe una importante diferencia en la función de vértice electromagnética de neutrinos masivos y neutrinos sin masa. En el caso de neutrinos sin masa, los elementos de matriz de la corriente electromagnética en 2.7 pueden ser representados en términos de un factor de forma $f_D(q^2)$:

$$\bar{u}(p') \Lambda_\mu(q) u(p) = f_D(q^2) \bar{u}(p') \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u(p). \quad (2.19)$$

De aquí se sigue que los factores de forma eléctrico y anapolar en el caso de neutrinos no masivos están relacionados al factor de forma de Dirac $f_D(q^2)$ por

$$f_Q(q^2) = f_D(q^2), \quad f_A(q^2) = \frac{f_D(q^2)}{q^2}. \quad (2.20)$$

En el caso de neutrinos masivos, no hay una relación simple entre los factores de forma eléctrico y anapolar, ya que el término $q_\mu \not{q} \gamma_5$ en 2.16 no puede ser despreciado. Consideremos el conjunto completo de diagramas de Feynman que contribuyen a la función vértice de neutrinos masivos de Dirac en el marco del modelo estándar ampliado con neutrinos derechos en la norma general R_ξ . La función vértice $\Lambda_\mu(q)$ a orden de un lazo contiene las contribuciones proporcionadas por los dos tipos de diagramas: diagramas propios (Fig. 2.2) y diagramas de auto-energía $Z - \gamma$ (Fig. 2.3). El cálculo directo de la función vértice para neutrinos masivos tomando los diagramas Fig. 2.2 y Fig. 2.4, predice que cada uno de los diagramas de Feynman contribuye con términos proporcionales de $\gamma_\mu \gamma_5$. Estos términos se cancelan entre sí al sumar todas las contribuciones.

CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO
2.2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

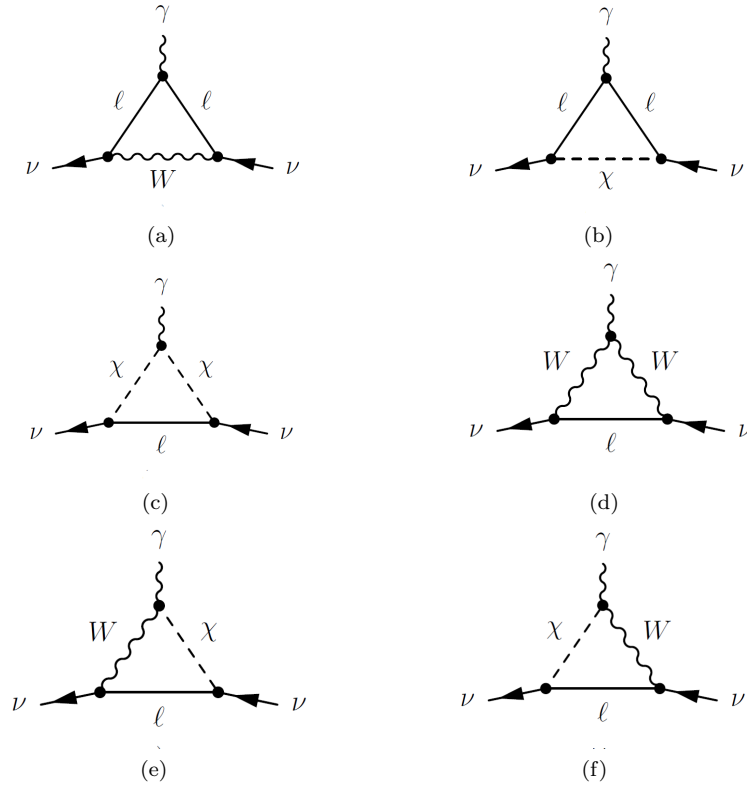


Figura 2.2: (a)-(f) Diagramas propios que contribuyen a la función vértice del neutrino

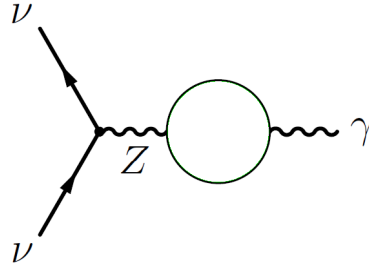


Figura 2.3: Contribución a la función vértice del neutrino de diagramas de auto-energía $\gamma - Z$

Carga eléctrica

En el modelo estándar es posible demostrar que la carga eléctrica de los neutrinos se cancela a cualquier orden de teoría de perturbaciones. La carga eléctrica para las partículas en este modelo está relacionada a los eigenvalores de $SU(2)_L$ y $U(1)_Y$ dados por

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \tag{2.21}$$

En el modelo estándar sin la inclusión de neutrinos derechos ν_R , la cancelación de anomalías triangular fijan la hipercarga Y y como consecuencia la carga eléctrica está cuantizada. Esta es la razón de que los neutrinos son eléctricamente neutros. Mediante cálculos directos en diferentes teorías de extensión se ha demostrado a nivel de un lazo que la carga eléctrica de los neutrinos no masivos es independiente de la norma e igual a cero Sin embargo en el caso de los neutrinos

CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO
2.2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

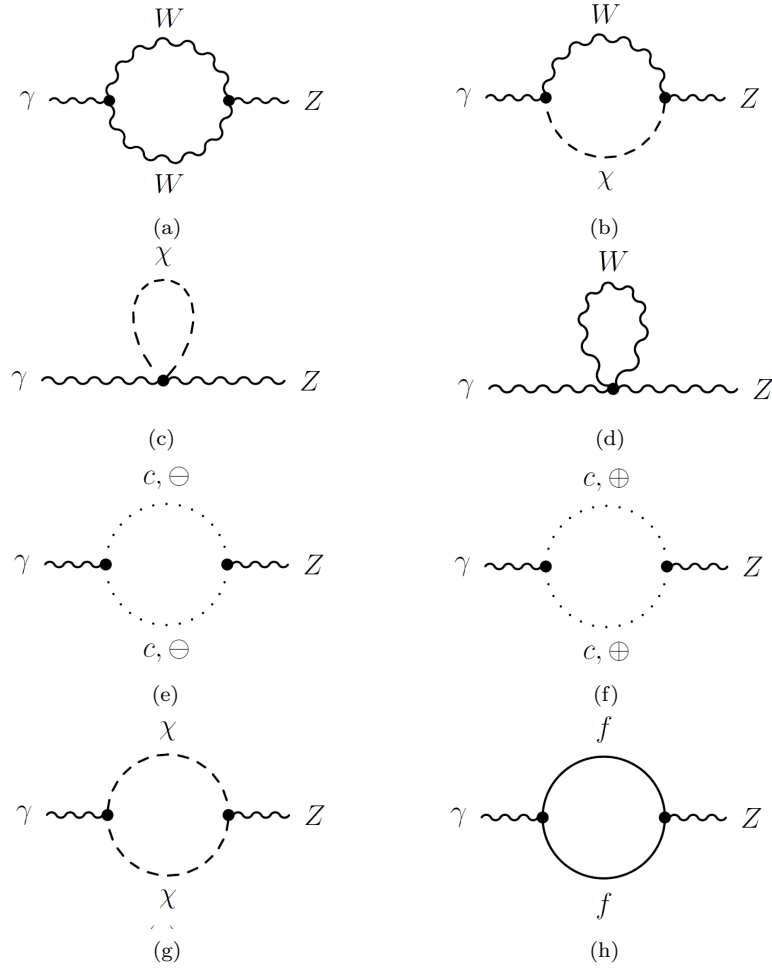


Figura 2.4: (a)-(h) Diagramas de auto-energía que contribuyen a las propiedades electromagnéticas del neutrino

masivos, no resulta evidente que su carga eléctrica deba ser cero a cualquier orden de teoría de perturbaciones. Por esta razón no se puede asegurar que la carga eléctrica deba de estar cuantizada. Los estrictos requerimientos para la cuantización de la carga pueden desaparecer en extensiones del modelo estándar de las interacciones electrodébiles si se incluyen neutrinos derechos ν_R con hipercarga $Y \neq 0$. Los experimentos realizados imponen restricciones acerca de la carga eléctrica del neutrino

$$q_\nu \leq 10^{-21}e. \tag{2.22}$$

Esta cantidad se obtiene asumiendo la conservación de carga eléctrica en el decaimiento beta 2.1.

Momento anapolar

El factor de forma anapolar es el más misterioso y ambiguo de los factores de forma del neutrino. Esta cantidad es adimensional y tiene características inusuales. Para entender el significado físico del factor de forma anapolar, es conveniente acoplar el término correspondiente de la corriente a un campo electromagnético externo, para poder obtener la ecuación de Dirac de movimiento para el campo del neutrino ψ con masa m y finalmente obtener la interacción de la energía con el campo electromagnético estático en el límite no relativista. Desde este punto de vista, se entiende de

manera directa que el factor de forma $f_Q(q^2)$ evaluado en $q^2 = 0$ es la carga eléctrica. Análogamente $\mu = f_M(0)$ y $\epsilon = if_E(0)$ son el momento dipolar magnético y eléctrico respectivamente. En la aproximación no relativista del término anapolar de la corriente electromagnética del neutrino es posible obtener la energía de la interacción

$$H_{int} \propto f_A(0)(\boldsymbol{\sigma} \cdot \nabla \times \mathbf{B} - \dot{\mathbf{E}}), \quad (2.23)$$

que corresponde a una interacción toroidal del neutrino invariante ante reversión temporal que no conserva las simetrías C y P . Esta interacción define la interacción vectorial-axial con un campo electromagnético externo.

Momentos dipolar magnético y dipolar eléctrico

Los momento dipolares magnético y eléctrico son los factores de forma más estudiados teóricamente y los mejores comprendidos. Estos factores de forma han sido también ampliamente estudiados de manera experimental a pesar de que el momento magnético del neutrino en el modelo estándar es proporcional a su masa y por lo tanto su magnitud es muchos ordenes de magnitud menor que los límites experimentales actuales. Los primeros cálculos de los momentos dipolar eléctrico y magnético en el modelo estándar se realizaron mediante la evaluación de los diagramas (a) y (d) de la figura 2.2. De la evaluación directa de estos diagramas se obtiene el momento magnético en el caso de neutrinos de Dirac:

$$\mu_{ii}^D = \frac{3eG_f m_i}{8\sqrt{2}\pi^2} \left(1 - \frac{1}{2} \sum_{l=e,\mu,\tau} a_l |U_{li}|^2 \right), \quad (2.24)$$

en donde $a_l = \frac{m_l^2}{M_W^2}$ ($l = e, \mu, \tau$). El momento magnético de un neutrino masivo de Dirac es proporcional a su masa y por lo tanto en el caso de neutrinos de Dirac no masivos el momento magnético es cero. Usando la ecuación 2.24 se puede obtener un valor numérico para el momento magnético del neutrino en unidades del magnetón de Bohr μ_B :

$$\mu_{ii}^D \approx 3.2 \times 10^{-19} \left(\frac{m_i}{1\text{eV}} \right) \mu_B. \quad (2.25)$$

2.3. Cotas experimentales

Discutiremos ahora algunos de los límites experimentales del momento magnético del neutrino [15]. En la actualidad, tenemos a nuestra disposición información acerca del momento dipolar magnético de los neutrinos izquierdos. La medición directa de la sección eficaz de la dispersión electrón-neutrino (antineutrino) a bajas energías es el método más sensible y confiable para estudiar el momento magnético del neutrino. Los experimentos de este tipo comenzaron hace 30 años en los laboratorios de Savannah River, y la primera cota al valor del momento dipolar magnético del neutrino fue $\mu_\nu \leq 2/4 \times 10^{-10} \mu_B$. Los resultados de las mediciones en los reactores Krasnoyarsk y Rovno establecieron una cota de $\mu_\nu \leq 2.4 \times 10^{-10} \mu_B$ y $\mu_\nu \leq 1.9 \times 10^{-10} \mu_B$, respectivamente. Los siguientes experimentos con mayor precisión reportaron los valores:

$$\mu_\nu \leq 9.0 \times 10^{-11} \mu_B, \quad (2.26)$$

$$\mu_\nu \leq 7.4 \times 10^{-11} \mu_B, \quad (2.27)$$

$$\mu_\nu \leq 3.2 \times 10^{-11} \mu_B. \quad (2.28)$$

Otros límites al valor del momento dipolar magnético de los neutrinos se pueden obtener mediante el estudio de neutrinos cósmicos. Por ejemplo, el experimento SuperKamiokande reportó una cota de $\mu_\nu \leq 1.1 \times 10^{-10} \mu_B$. La cota $\mu_\nu \leq 8.5 \times 10^{-11} \mu_B$ se obtuvo mediante los datos recabados en

CAPÍTULO 2. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DEL NEUTRINO

2.3. COTAS EXPERIMENTALES

experimento Borexino, en donde además se obtuvieron los valores del momento magnético para el neutrino del tau y el neutrino del muon:

$$\mu_{\nu_\mu} \leq 1.5 \times 10^{-10} \mu_B, \quad (2.29)$$

$$\mu_{\nu_\tau} \leq 1.9 \times 10^{-10} \mu_B. \quad (2.30)$$

Capítulo 3

Los modelos con un bosón de Higgs ligero

3.1. El problema de la jerarquía

El modelo estándar ha sido un gran triunfo intelectual de la humanidad. Con este modelo se logró explicar el comportamiento de las interacciones electromagnética, débil y fuerte, sin embargo no puede describir todos los fenómenos que ocurren en el universo en su totalidad, pues no incorpora la interacción gravitacional. En principio, los efectos de la fuerza gravitacional son irrelevantes en los experimentos en un acelerador de partículas. Los efectos de la interacción gravitacional deben ser tomados en consideración cuando se trabaje a energías del orden de la escala de Planck, $m_P \sim 10^{19}$ TeV, que es la energía a la que es necesario tener una descripción de la gravedad compatible con la mecánica cuántica. A esta escala el modelo estándar ya no es válido, y surgirían toda una nueva serie de fenómenos que en su conjunto se suelen denominar efectos de física más allá del modelo estándar. Supongamos que el modelo estándar es válido hasta energías del orden de magnitud de la escala de Planck, en este caso la masa del bosón de Higgs debería de ser del mismo orden ya que recibe correcciones radiativas proporcionales a esta escala. Sin embargo, si la masa del bosón de Higgs es superior a 1 TeV aparecen inconsistencias en el modelo estándar. Esto es lo que habitualmente se conoce como el problema de la jerarquía.

Una de las peculiaridades del mundo microscópico descrito por la mecánica cuántica es que las magnitudes físicas como la masa de una partícula elemental, tal y como se mide en el experimento, dependen del comportamiento del sistema a energías más elevadas, esto es lo que se conoce como correcciones radiativas. En el caso del bosón de Higgs, las correcciones radiativa son de particular importancia. Debido a estas correcciones radiativas la masa del bosón de Higgs sufre de divergencias cuadráticas, es decir, si asumimos que el modelo estándar es válido hasta una escala Λ , las correcciones radiativas a m_H^2 serían del orden de Λ^2 . Esto haría que la masa del bosón de Higgs fuera extremadamente grande si la escala donde aparecieran evidencias de nueva física fuera mucho mayor a la escala de Fermi. Esto se podría evitar si ocurriera una cancelación muy fuerte entre las correcciones radiativas a la masa del bosón de Higgs y la masa desnuda (el valor que aparece en el lagrangiano). Si la escala hasta donde el modelo estándar deja de ser válido es la escala de Planck, surge inmediatamente la pregunta de porqué existe una diferencia de 17 ordenes de magnitud entre m_H y m_P .

Para tener un entendimiento más profundo acerca del problema de la jerarquía, consideremos el siguiente argumento. Asumamos que el modelo estándar es válido hasta una escala de corte de $\Lambda = 10$ TeV, lo cual significaría que no sabríamos como calcular diagramas a un lazo con en la región de energías mayores a Λ . Entonces debemos de hacer un corte en la integración del orden de Λ . El problema de la jerarquía surge del hecho de que existen divergencias cuadráticas a las contribuciones a un lazo a la masa del bosón de Higgs, lo cual conduce a que ésta tenga valores inaceptables. Las divergencias más significativas provienen de tres fuentes (Fig 3.1): el top quark, los bosones de norma débiles, y por la interacción del bosón de Higgs consigo mismo. Todas los

CAPÍTULO 3. LOS MODELOS CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO
3.1. EL PROBLEMA DE LA JERARQUÍA

demás diagramas con divergencias cuadráticas proporcionan pequeñas constantes de acoplamiento y no son significantes para $\Lambda = 10$ TeV. Las contribuciones de los tres diagramas son como sigue.

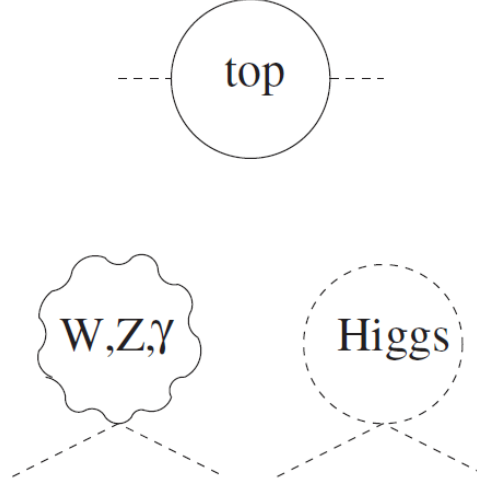


Figura 3.1: Contribuciones más significativas a las divergencias cuadráticas de la masa del bosón de Higgs en el modelo estándar

Para la contribución del top quark se tiene:

$$-\frac{3}{8\pi^2}\lambda_t^2\Lambda^2 \sim -(2 \text{ TeV})^2. \quad (3.1)$$

Para la contribución de los bosones de norma se tiene:

$$\frac{1}{16\pi^2}g^2\Lambda^2 \sim (700 \text{ GeV})^2. \quad (3.2)$$

Mientras que para el bosón de Higgs se tiene:

$$\frac{1}{16\pi^2}\lambda^2\Lambda^2 \sim (500 \text{ GeV})^2. \quad (3.3)$$

Entonces la contribución total a nivel de un lazo a la masa del bosón de Higgs es aproximadamente

$$m_H^2 = m^2 - (100 - 10 - 5)(200 \text{ GeV})^2. \quad (3.4)$$

Para que esto concuerde con el valor experimental de 125 GeV se debe de producirse un ajuste fino muy fuerte. Este ajuste fino se considera poco natural y poco atractivo, por lo que se han planteado otro tipo de soluciones para cancelar las divergencias cuadráticas y tener una masa m_H pequeña sin recurrir al ajuste fino.

Son numerosas las extensiones del modelo estándar que se han propuesto a lo largo de las últimas décadas que resuelven el problema de la jerarquía y que predicen un bosón de Higgs ligero de forma natural. Estas teorías predicen efectos de física más allá del modelo estándar. Una de las propuestas más exitosas para resolver dicho problema es la que se plantea si se introduce la supersimetría (SUSY). La supersimetría se puede definir como una extensión de la simetría que posee del espacio-tiempo (simetría de Poincare) que incluye invarianza del espacio-tiempo bajo rotaciones y traslaciones. Una consecuencia directa de SUSY, es que a cada partícula es necesario asociarle una compañera supersimétrica, con exactamente las mismas propiedades salvo por un cambio en su espín: a los fermiones se les asigna una supercompañera bosónica y a los bosones se les asigna

CAPÍTULO 3. LOS MODELOS CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO

3.2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO

una supercompañera fermiónica. En términos generales, en SUSY para todas las contribuciones mostradas en la Fig. 3.1 existe una contribución análoga de las partículas supercompañeras. Debido a la estadística de las partículas supercompañeras, sus contribuciones cancelan las divergencias cuadráticas de los diagramas del modelo estándar.

En los últimos años ha surgido otras alternativas para poder resolver el problema de la jerarquía del modelo estándar. Esta alternativa da pie a lo que se conoce como modelos con un bosón de Higgs ligero (MHL). Estos modelos incorporan un bosón de Higgs ligero compuesto por estados ligados mantenidos juntos por una nueva interacción fuerte. Este tipo de teorías surgen de la idea de estabilizar la masa del bosón de Higgs considerándolo un pseudo-bosón de Goldstone resultante del rompimiento espontáneo de una simetría global aproximada. Aunque esta idea es muy antigua, los primeros modelos satisfactorios en donde se lograban cancelar las divergencias cuadráticas a la masa del bosón de Higgs sin requerir ajuste fino fue construida por Arkani-Hamed, Cohen y Georgi. Subsecuentemente, diversos modelos de este tipo fueron construidos (vease por ejemplo el artículo de revisión [9]). Las teorías con un bosón de Higgs ligero involucran nuevas partículas que juegan el papel de compañeros del top quark, los bosones de norma y el bosón de Higgs. Las masas de estas nuevas partículas son del orden de la escala f , que es la escala a la cual la simetría global es rota espontáneamente. Desde un punto de vista simple, la cancelación de las divergencias cuadráticas en los MHL es simple. Así como ocurre en el caso de SUSY, hay diagramas con las nuevas partículas las cuales precisamente dan lugar a términos que cancelan las divergencias cuadráticas provenientes de los diagramas con partículas propias del modelo estándar.

Existen dos diferentes modelos con un bosón de Higgs ligero: los modelos en donde el grupo de norma del modelo estándar es introducido en un grupo simple más extenso y los modelos en donde el grupo de norma del modelo estándar es introducido en un producto de grupos.

- Modelos con un producto de grupos: estos modelos contienen un producto del grupo de norma del modelo estándar $SU(2) \times U(1)$ y otro grupo. Uno de los beneficios de estos modelos es que los diagramas de los fermiones pueden ser cancelados introduciendo un singlete pesado extra de $SU(2)$.
- Modelos con grupo simple: estos modelos contienen una simetría de norma $SU(N) \times U(1)$ que es rota a la simetría $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Los acoplamientos de norma de $SU(N) \times U(1)$ se mantienen fijos en términos de los acoplamientos de $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Esto permite que no haya parámetros libres después del rompimiento de la simetría. Debido a la ruptura $SU(N) \times U(1) \rightarrow SU(2)_L \times U(1)_Y$, la representación de los bosones del modelo estándar y la representación de los fermiones deben ser extendidas para transformarse como una representación de $SU(N)$. Esto da lugar a fermiones pesados adicionales por cada generación de fermiones y prohíbe la mezcla entre los bosones débiles del modelo estándar y su contraparte a la de escala de los TeV.

3.2. El modelo más simple con un bosón de Higgs ligero

El modelo más simple con un bosón de Higgs ligero (SLHM) es una teoría que tiene simetría global ante el grupo $[SU(3) \times U(1)]^2$ y simetría de norma ante $SU(3) \times U(1)$. Debido a esto se deben introducir 9 bosones de norma. A la escala de los TeV se lleva acabo el rompimiento de la simetría global $[SU(3) \times U(1)]^2 \rightarrow SU(3) \times U(1)$ y, debido a que el grupo $[SU(3) \times U(1)]^2$ tiene 18 generadores y el grupo $SU(3) \times U(1)$ tiene 8 generadores, surgen 10 bosones de Goldstone de este proceso. A la misma escala de los TeV se rompe la simetría de norma $SU(3) \times U(1) \rightarrow SU(2) \times U(1)$, surgiendo 4 bosones de norma sin masa y 5 bosones de norma masivos, los cuales al adquirir masa absorben 5 bosones de Goldstone. En la segunda etapa se lleva acabo el rompimiento de la simetría electrodébil del modelo estándar en la forma usual. Para parametrizar a los bosones de Goldstone que surgen del rompimiento de la simetría global se emplea un modelo sigma no lineal. El término

CAPÍTULO 3. LOS MODELOS CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO
3.2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO

cinético de la lagrangiana invariante de norma de este modelo se puede escribir como

$$\mathcal{L} = |D_\mu \Phi_1|^2 + |D_\mu \Phi_2|^2, \quad (3.5)$$

donde los campos Φ_i son tripletes complejos con valor de expectación en el vacío del orden de $f_1 \sim f_2 \sim 1\text{TeV}$. 5 de los 10 grados de libertad en los campos Φ_i son absorbidos por el mecanismo de Higgs cuando la simetría $SU(3)$ se rompe para dar masa a un número igual de bosones de norma. Los grados de libertad restantes se parametrizan como

$$\Phi_1 = e^{i\Theta \frac{f_2}{f_1}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_1 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2 = e^{-i\Theta \frac{f_1}{f_2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_2 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

La derivada covariante del grupo $SU(3) \times U(1)$ se puede escribir como

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^a T^a - i\frac{g_x}{3}B_\mu. \quad (3.7)$$

Las constantes de acoplamiento g del grupo $SU(2)$ y g_x de $U(1)_x$ están relacionadas mediante el ángulo de mezcla como

$$g_x = \frac{gt_W}{\sqrt{1 - t_W^2/3}}. \quad (3.8)$$

En esta expresión para la derivada covariante, A_μ^a y B_μ son los campos de norma de los grupos $SU(3)$ y $U(1)$. T^a son los generadores de $SU(3)$, mientras que g, g_x son las constantes de acoplamiento respectivas. Después del rompimiento espontáneo de la simetría, emergen 5 bosones de norma masivos que están acomodados en un doblete complejo X^\pm, Y^0 y un singlete real Z' de $SU(2)$, los cuales están dados en términos de los campos de norma como

$$Y^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^4 \mp iA^5), \quad (3.9)$$

$$X^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^6 \mp iA^7), \quad (3.10)$$

$$Z' = \frac{\sqrt{3}gA^8 + g_x B^X}{\sqrt{3g^2 + g_x^2}}. \quad (3.11)$$

5 de los 10 bosones de Goldstone son absorbidos por los bosones de norma pesados, cuya masa es del orden de $f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$, mientras que los bosones de Goldstone restantes se acomodan en un singlete real η y en un doblete complejo h del grupo de norma electrodébil. Después del rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil, los bosones de norma débiles se vuelven masivos y los bosones de norma pesados adquieren términos de masa adicionales. Las masas de las partículas W^\pm y X^\pm son

$$m_W = \frac{gv}{2}, \quad (3.12)$$

$$m_X = \frac{gf}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v^2}{4f^2}\right). \quad (3.13)$$

Después del rompimiento de $SU(2) \times U(1)_Y$ el fotón permanece sin masa tal como en el modelo estándar, sin embargo la mezcla del bosón Z con el bosón pesado Z' proporciona pequeñas correcciones a m_Z que no están presentes en el modelo estándar. Las masas de los bosones de norma neutrales están dadas a orden v^2/f^2 por

$$m_Z = \frac{gv}{2c_W}, \quad (3.14)$$

$$m_Y = \frac{gf}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v^2}{4f^2}\right), \quad (3.15)$$

$$m_{Z'} = \frac{\sqrt{2}gf}{\sqrt{3 - t_W^2}}. \quad (3.16)$$

CAPÍTULO 3. LOS MODELOS CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO
3.2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO

En la tabla 3.1 se dan las masas de los bosones W y Z con mayor precisión

M_W	$\frac{gv}{2} \left[1 - \frac{v^2}{12f^2} \left(\frac{s_\beta^4}{c_\beta^2} + \frac{c_\beta^4}{s_\beta^2} \right) \right]$
M_Z	$\frac{gv}{2c_W} \left[1 - \frac{v^2}{12f^2} \left(\frac{s_\beta^2}{c_\beta^2} + \frac{c_\beta^4}{s_\beta^2} \right) + \frac{v^2}{16f^2} (1 - t_W^2)^2 \right]$

Tabla 3.1: Masas de los bosones W y Z en el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero.

3.2.1. Fermiones

En el sector fermionico, los dobletes de $SU(2)_L$ son extendidos a tripletes de $SU(3)_L$. Además es necesario introducir nuevos singletes de fermiones de $SU(3)$ para cancelar las anomalías de hipercarga y dar masa a las nuevas componentes de los tripletes de fermiones. En el sector de quarks, es necesario introducir un nuevo quark por cada generación. Existen dos alternativas para incorporar los nuevos quarks: la incrustación universal y la incrustación libre de anomalías.

La manera más directa para construir un sector de fermiones de $SU(3)$ es expandir todos los dobletes de $SU(2)$ del modelo estándar a tripletes en $SU(3)$. A esto se conoce como incrustación universal, de este modo las tres generaciones tienen números cuánticos idénticos. Los leptones y quarks de cada generación son puestos en una representación de $SU(3)$

$$L_m^T = (\nu, e, iN)_M, \quad (3.17)$$

$$Q_m^T = (u, d, iU)_m, \quad (3.18)$$

donde m es el índice de la generación. No se incluyen neutrinos derechos, incorporando neutrinos sin masa. La carga Q_x de los fermiones está dada en la tabla 3.2. Los tres nuevos quarks son $U_1 = U, U_2 = C, U_3 = T$, los cuales son compañeros de los quarks u, c y t respectivamente. La masa para cada nuevo quark U_n está dada como

$$M_{U_n} = f \sqrt{(\lambda_1^{un})^2 c_\beta^2 + (\lambda_2^{un})^2 s_\beta^2}. \quad (3.19)$$

Fermiones	$Q_{1,2}$	Q_3	u_m^c, T^c, U_m^c	d_m^c	L_m	N_m^c	e_m^c
Carga Q_x	1/3	1/3	-2/3	1/3	-1/3	0	1
Rep $SU(3)$	3	3	1	1	3	1	1

Tabla 3.2: Las representaciones de $SU(3)$ y cargas Q_x de fermiones en la incorporación universal

Alternativamente se puede construir un sector fermionico libre de anomalías a la escala f y que no contenga más grados de libertad que en la incrustación universal [14]. Esto se puede llevar a cabo poniendo las 2 primeras generaciones de quarks en una representación $\mathbf{3}$ de $SU(3)$, mientras que la tercera generación de quarks y las tres generaciones de leptones son puestos en una representación $\mathbf{3}$. A esto se le conoce como incrustación libre de anomalías:

$$Q_1^T = (d, -u, iD), \quad (3.20)$$

$$Q_2^T = (s, -c, iS). \quad (3.21)$$

en donde el signo menos de u y c es debido a que la representación $\bar{\mathbf{2}}$ de $SU(2)$ es $(d, -u)$.

3.2.2. Leptones

La masa de los leptones es generada por la lagrangiana de Yukawa siguiente

$$\mathcal{L}_Y = i\lambda_{N_m} N_m^c \Phi_2^\dagger L_m + \frac{i\lambda_e^{mn}}{\Lambda} e_m^c \epsilon_{ijk} \Phi_1^i \Phi_2^j L_n^k + \text{h.c.}, \quad (3.22)$$

donde $m, n = 1, 2, 3$ son los índices de las generaciones, $i, j, k = 1, 2, 3$ son índices de $SU_L(3)$, L_m son los tripletes de leptones dados en la ecuación (3.17) y N_m^c son los leptones neutros derechos. De esta ecuación se obtiene la masa de los compañeros pesados de los neutrinos N_m :

$$M_{N_m} = \lambda_{N_m} s_\beta f. \quad (3.23)$$

Los límites experimentales de violación de sabor leptónico imponen restricciones en los acoplamientos λ_{N_m} y en la estructura la matriz λ_c^{mn} . Después del rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil, el valor de expectación en el vacío h induce una mezcla entre N_{m0} y su correspondiente neutrino ν_{m0} del orden de v/f , donde se usa el subíndice 0 para denotar los eigenestados de $SU(3)$ y se omite este subíndice cuando se denota el eigenestado de masa. Debido a la estructura del término de masa de N_m en la ecuación (3.22), N_m se mezcla solo con los neutrinos del mismo triplete de $SU(3)$.

3.2.3. Acoplamientos de leptones a los bosones de norma

Los acoplamientos de los fermiones con los bosones de norma están dados por el término cinético de los fermiones:

$$\mathcal{L} = \psi i D_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu \psi, \quad (3.24)$$

con

$$D_\mu = \partial_\mu + ig A_\mu^a T^a + ig_X Q_x B_\mu^X, \quad (3.25)$$

donde T^a son los generadores de la representación fundamental de $SU(3)$. Los acoplamientos de los bosones X^\pm, Y^0 a los leptones se obtiene de

$$\mathcal{L}_{X,Y} = -\frac{g}{\sqrt{2}} \left[i X_\mu^- \bar{e}_i \gamma^\mu (V_{im}^l N_m + \delta_\nu \nu_i) + i Y_\mu^0 \bar{\nu}_i \gamma^\mu (V_{im}^l + \delta_\nu \nu_i) + \text{h.c.} \right], \quad (3.26)$$

en donde $\delta_\nu = -\frac{v}{\sqrt{2}ft_\beta}$ es el ángulo de mezcla entre el doble de neutrinos ligeros y el singlete de neutrinos pesados, mientras que $\nu_i = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ y N_m son los eigenestados de masa de los leptones pesados neutros.

El acoplamiento de W^\pm a los pares de leptones, hasta orden de v^2/f^2 involucrando solo partículas del modelo estándar y términos del orden v/f para una o más partículas pesadas, es

$$\mathcal{L}_W = -\frac{gW_\mu^+}{\sqrt{2}} \left[\left(1 - \frac{1}{2}\delta_\nu^2 \right) \bar{\nu}_i \gamma^\mu e_i - \delta_\nu V_{mi}^\dagger \bar{N}_m \gamma^\mu e_i + \text{h.c.} \right]. \quad (3.27)$$

El acoplamiento del fotón a los fermiones está dada por la corriente electromagnética como es usual

$$\mathcal{L}_A = -A_\mu e J_Q^\mu. \quad (3.28)$$

3.3. Potencial de Coleman-Weinberg

Los dos tripletes escalares Φ_i que son responsables del rompimiento $SU(3) \times U(1) \rightarrow SU(2) \times U(1)$ contienen 10 grados de libertad. 5 de estos grados son absorbidos por los bosones de norma de $SU(3)$ cuya masa es del orden de TeV, 4 forman el doblete de Higgs h del modelo estándar y uno es un campo escalar real η . El potencial de Higgs que se requiere para el rompimiento espontáneo

Partículas	Masa	Espín
X^\pm	$\frac{gf}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v^2}{4f^2}\right)$	1
Y^0	$\frac{gf}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v^2}{4f^2}\right)$	1
Z'	$\frac{\sqrt{2}gf}{\sqrt{3-t_W^2}}$	1
N_i	$\lambda_{N_i} s_\beta f$	1/2
U_i	$f \sqrt{(\lambda_2^{un})^2 c_\beta^2 + (\lambda_2^{un})^2 s_\beta^2}$	1/2

Tabla 3.3: Espectro de las nuevas partículas del modelo más simple con un bosón de Higgs ligero.

de la simetría y dotar de masa al bosón de Higgs se genera de manera radiativa, lo que se conoce como potencial de Coleman-Weinberg. Este potencial debe tener la forma

$$V = m^2 h^\dagger h + \lambda (h^\dagger h)^2. \quad (3.29)$$

El rompimiento de la simetría electrodébil requiere que m^2 sea negativo y del orden de la escala electrodébil. A escalas mayores a f , la simetría de norma $SU(3)$ aún no es rota y el potencial se describe mejor en términos de los multipletes Φ_i de $SU(3)$. El potencial escalar más general es una función del invariante de norma $\Psi_1^\dagger \Psi_2$. A escalas de f , los compañeros fermiónicos y los bosones de norma adquieren masa, y la teoría es consistente con el modelo estándar. Debajo de la escala de f , el potencial de Higgs recibe correcciones radiativas del top quark y de los bosones de norma.

Las correcciones al potencial (3.29) se pueden calcular por el método de Coleman-Weinberg y contienen un término δm^2 y un término $\delta \lambda$:

$$\delta m^2 = -\frac{3}{8\pi^2} \left[\lambda_t^2 m_T^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{m_T^2} \right) - \frac{g^2}{8} (1+t^2) m_{Z'}^2 \log \left(\frac{\Lambda^2}{m_{Z'}^2} \right) \right], \quad (3.30)$$

$$\delta \lambda = \frac{|\delta m^2|}{3} \frac{f^2}{f_1^2 f_2^2} + \frac{3}{16\pi^2} \left[\lambda_t^4 \log \left(\frac{m_T^2}{m_t^2} \right) - \frac{g^4}{16} (1+t^2)^2 \log \left(\frac{m_{Z'}^2}{m_Z^2} \right) \right]. \quad (3.31)$$

Suponiendo que no hay contribuciones al potencial de la física a la escala del corte de energía se tiene

$$V_{total} = \left(\mu^2 \frac{f^2}{f_1 f_2} + \delta m^2 \right) h^\dagger h + \left(-\frac{1}{12} \frac{\mu^2 f^4}{f_1^3 f_2^3} + \delta \lambda \right) (h^\dagger h)^2. \quad (3.32)$$

Es de notar que las contribuciones del top quark al término de masa del bosón de Higgs son negativas mientras que las contribuciones respectivas al término cuártico son positivas. De este modo tenemos un rompimiento de la simetría electrodébil y una estabilización al potencial de Higgs.

Finalmente mostramos a manera de resumen, en la tabla 3.3, el espectro de las nuevas partículas del modelo más simple con un bosón de Higgs ligero.

3.4. Reglas de Feynman

Las reglas de Feynman necesarias para el calculo de los diagramas que contribuyen a las propiedades electromagnéticas del neutrino se encuentran en las siguientes tablas, las cuales fueron tomadas de [11].

VFF	g_L	g_R
$\gamma \bar{l}_i l_i$	1	1
$W^+ \bar{N}_m l_i$	$-\delta_\nu \frac{1}{\sqrt{2}s_W} V_l^{mi}$	0
$X^+ \bar{N}_m l_i$	$-\frac{i}{\sqrt{2}s_W} \left(1 - \frac{\delta_\nu^2}{2}\right) V_l^{mi}$	0

Tabla 3.4: Vértices $[VFF] = ie(g_L P_L + g_R P_R)$ para el sector leptónico

VVV	J
$\gamma X^+ X^-$	-1
$\gamma W^+ W^-$	-1

Tabla 3.5: Vértices $[V_\mu(p_1)V_\nu(p_2)V_\rho(p_3)] = iJ[g^{\mu\nu}(p_2 - p_1)^\rho + g^{\nu\rho}(p_3 - p_2)^\mu + g^{\mu\rho}(p_1 - p_3)^\nu]$

Capítulo 4

Propiedades electromagnéticas de un neutrino en el SLHM

4.1. Cálculo de las amplitudes

El objetivo del presente trabajo se centra en el estudio de las propiedades electromagnéticas de los neutrinos en el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero. Dichas propiedades reciben contribución de los bosones de norma cargados y los leptones mediante los diagramas de Feynman a un lazo que se muestran en la Figura 4.1, en donde V representa a los bosones de norma W o X , mientras que N_i ($i = e, \mu, \tau$) es un neutrino pesado. Cabe hacer notar que en nuestro cálculo se emplea la norma unitaria por lo que no aparecen diagramas con partículas no físicas.

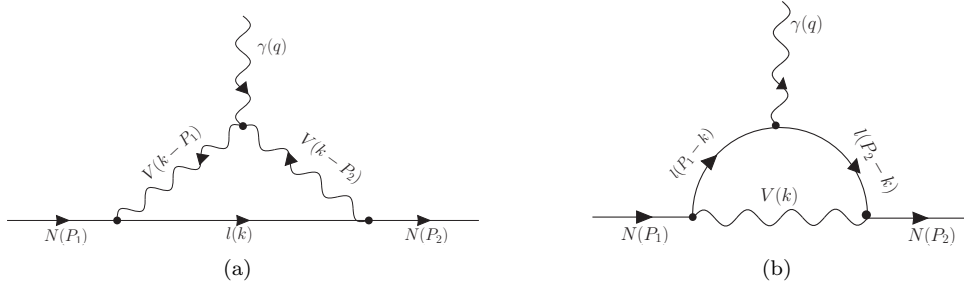


Figura 4.1: Diagramas de Feynman que contribuyen a las propiedades electromagnéticas de un neutrino en el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero. Las flechas señalan la dirección del 4-momento de las partículas.

Para poder realizar los cálculos de estos diagramas, necesitamos las reglas de Feynman correspondientes. En el caso del diagrama (a) tenemos el vértice que involucra al neutrino pesado N_m , los leptones (e, μ, τ) y los bosones de norma W o X . La regla de Feynman para estos vértices tiene la misma estructura salvo por la constante de acoplamiento. También podemos observar que para realizar nuestro cálculo se requiere el vértice que involucra un fotón y los bosones de norma W o X . Estas reglas de Feynman se muestran en las Figuras 4.2 y 4.3. en el caso del diagrama (b), aparece de nuevo el vértice con un neutrino pesado N_m , un bosón de norma cargado y un leptón cargado e, μ o τ , y también se requiere el vértice en donde el fotón se acopla a un par leptón antileptón. Esta regla de Feynman se muestra en la Figura 1.2.

Consideremos ahora las reglas de Feynman para los propagadores. En ambos diagramas tenemos un leptón y un bosón de norma virtuales. La regla de Feynman para el propagador de un leptón se muestra en el capítulo 1, mientras que la regla de Feynman para el propagador de un bosón de norma se muestra en la figura 4.4.

**CAPÍTULO 4. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE UN NEUTRINO
EN EL SLHM**

4.1. CÁLCULO DE LAS AMPLITUDES

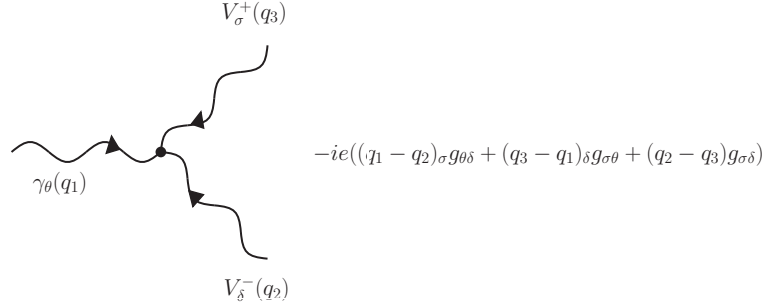


Figura 4.2: Regla de Feynman para el vértice $A_\theta(q_1)V_\delta(q_2)V_\sigma(q_3)$, en donde $V = W$ o X . Todos los 4-momentos están entrando al vértice

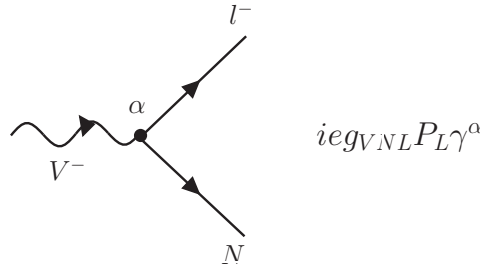


Figura 4.3: Regla de Feynman para el vértice $V^- l^- N$. Las constantes están dadas por $g_{WN_i l_i} = -\delta_\nu \frac{e}{\sqrt{2}s_W} V_l^{mi}$ y $g_{XN_i l_i} = -\frac{ie}{\sqrt{2}s_W} \left(1 - \frac{\delta_\nu^2}{2}\right) V_l^{mi}$. con $i = e, \mu, \tau$.

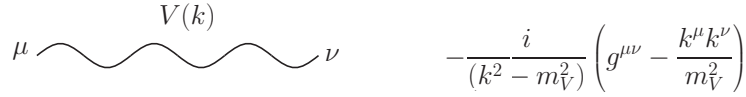


Figura 4.4: Regla de Feynman para el propagador V en la norma unitaria.

Finalmente, en cuanto a las partículas externas, se tienen los neutrinos pesados y el fotón en ambos diagramas de Feynman. Las reglas de Feynman correspondientes se presentaron en el capítulo 1.

A continuación estableceremos las condiciones cinemáticas necesarias para nuestro cálculo. Comencemos con las condiciones de capa de masa de las partículas externas

$$q^2 = 0, \quad P_1^2 = P_2^2 = m_N^2, \quad (4.1)$$

en donde q , P_1 y P_2 son los cuadri-momentos del fotón externo y de los neutrinos entrante y saliente, respectivamente. De la conservación del 4-momento vemos que $q = P_2 - P_1$, entonces

$$\begin{aligned} q^2 &= (P_2 - P_1)^2 = m_N^2 - 2P_2 \cdot P_1 + m_N^2 \\ &= 2(P_2 \cdot P_1 - m_N^2) = 0, \end{aligned} \quad (4.2)$$

de donde obtenemos la condición $P_2 \cdot P_1 = m_N^2$. Tenemos además la condición de transversalidad para el 4-momento del fotón:

$$q_\theta \epsilon^\theta(q) = (P_2 - P_1)_\theta \epsilon^\theta = 0. \quad (4.3)$$

La cual nos permitirá llevar a cabo la sustitución $P_1^\theta \rightarrow P_2^\theta$ en nuestro cálculo.

CAPÍTULO 4. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE UN NEUTRINO EN EL SLHM

4.1. CÁLCULO DE LAS AMPLITUDES

En los diagramas de Feynman a nivel de un lazo, uno de los 4-momento de las líneas internas permanece indeterminado y se debe realizar la integración para todos los valores posibles de este 4-momento. En nuestro caso denotaremos al 4-momento indeterminado mediante la letra k . Cabe mencionar que es irrelevante qué partícula virtual interna acarrea el 4-momento indeterminado ya que nuestro resultado será independiente de esta elección. Para obtener las amplitudes de los diagramas de la Figura 4.1 haremos uso de las reglas de Feynman descritas anteriormente. Para el diagrama (a) la amplitud está dada por

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= \frac{g_L^2 e}{4} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[\bar{u}(P_2)(1 - \gamma^5)\gamma^\beta \frac{\not{k} + m_l}{k^2 - m_l^2} (1 - \gamma^5)\gamma^\alpha u(P_1) \frac{1}{(k - P_1)^2 - m_V^2} \right. \\ &\quad \times \left(g_{\alpha\delta} - \frac{(k - P_1)^\alpha (k - P_1)^\delta}{m_V^2} \right) \{ g_{\theta\delta} (q - (P_1 - k))_\sigma \\ &\quad + g_{\sigma\theta} ((k - P_2) - q)_\delta + g_{\sigma\delta} ((P_1 - k) - (k - P_2))_\theta \} \\ &\quad \left. \times \frac{1}{(k - P_2)^2 - m_V^2} \left(g_{\sigma\beta} - \frac{(k - P_2)^\sigma (k - P_2)^\beta}{m_V^2} \right) \right] \epsilon^\theta(q). \end{aligned} \quad (4.4)$$

Notamos que el cálculo se efectuará mediante el método de regularización dimensional, en el cual la integración se realiza en D dimensiones y al finalizar se toma el límite $D \rightarrow 4$. Esto permite manejar las divergencias que surgen en este tipo de integrales cuando se integra en la región $|k| \rightarrow \infty$.

La amplitud anterior puede ser reescrita como

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= \frac{g_L^2 e}{4} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \left[\frac{\bar{u}(P_2)(1 - \gamma^5)\gamma^\beta (\not{k} + m_l)(1 - \gamma^5)\gamma^\alpha u(P_1)}{(k^2 - m_l^2)[(k - P_1)^2 - m_V^2][(k - P_2)^2 - m_V^2]} \right. \\ &\quad \times \left(g_{\alpha\delta} - \frac{(k - P_1)^\alpha (k - P_1)^\delta}{m_V^2} \right) \{ g_{\theta\delta} (q - (P_1 - k))_\sigma \\ &\quad + g_{\sigma\theta} ((k - P_2) - q)_\delta + g_{\sigma\delta} ((P_1 - k) - (k - P_2))_\theta \} \\ &\quad \left. \times \left(g_{\sigma\beta} - \frac{(k - P_2)^\sigma (k - P_2)^\beta}{m_V^2} \right) \right] \epsilon^\theta(q). \end{aligned} \quad (4.5)$$

Para resolver las integrales usaremos el método de parametrización de Feynman, para lo cual procedemos a expresar el denominador de (4.5) de la siguiente manera

$$\frac{1}{D_1 D_2 D_3} = 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{(xD_3 + yD_2 + (1-x-y)D_1)^3}, \quad (4.6)$$

en donde

$$D_1 = (k - P_2)^2 - m_V^2 = k^2 - 2k \cdot P_2 + m_N^2 - m_V^2, \quad (4.7)$$

$$D_2 = (k - P_1)^2 - m_V^2 = k^2 - 2k \cdot P_1 + m_N^2 - m_V^2, \quad (4.8)$$

$$D_3 = k^2 - m_l^2. \quad (4.9)$$

De tal modo que al aplicar la parametrización de Feynman obtenemos

$$\begin{aligned} D &= xD_3 + yD_2 + (1-x-y)D_1 \\ &= x(k^2 - m_l^2) + y(k^2 - 2k \cdot P_1 + m_N^2 - m_V^2) + (1-x-y)(k^2 - 2k \cdot P_2 + m_N^2 - m_V^2) \\ &= k^2 + 2k((x+y-1)P_2 - yP_1) + (x-1)m_V^2 + m_N^2(1-x) - xm_l^2 \\ &= (k+l)^2 - M_1^2, \end{aligned} \quad (4.10)$$

en donde hemos hecho

$$l = (x+y-1)P_2 - yP_1, \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} M_1^2 &= l^2 + xm_l^2 - (x-1)(m_V^2 - m_N^2) \\ &= (m_l^2 + m_N^2(x-1))x - m_V^2(x-1). \end{aligned} \quad (4.12)$$

**CAPÍTULO 4. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE UN NEUTRINO
EN EL SLHM**

4.1. CÁLCULO DE LAS AMPLITUDES

Entonces podemos escribir la amplitud (4.5) como

$$\mathcal{M}_1 = \frac{eg_L^2}{2} \frac{\epsilon^\theta(q)}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy I^\theta(P_1, P_2), \quad (4.13)$$

con

$$\begin{aligned} I^\theta(P_1, P_2) &= \int d^D k \left[\frac{\bar{u}(P_2)(1-\gamma^5)\gamma^\beta(\not{k} + m_l)(1-\gamma^5)\gamma^\alpha u(P_1)}{[(k+l)^2 - M_1^2]^3} \right. \\ &\quad \times \left(g_{\alpha\delta} - \frac{(k-P_1)^\alpha(k-P_1)^\delta}{m_V^2} \right) \{g_{\theta\delta}(q - (P_1 - k))_\sigma \\ &\quad + g_{\sigma\theta}((k-P_2) - q)_\delta + g_{\sigma\delta}((P_1 - k) - (k-P_2))_\theta\} \\ &\quad \left. \times \left(g_{\sigma\beta} - \frac{(k-P_2)^\sigma(k-P_2)^\beta}{m_V^2} \right) \right]. \end{aligned} \quad (4.14)$$

Una propiedad importante de este tipo de integrales es que son invariantes ante desplazamientos de la variable de integración k , por lo tanto podemos hacer la sustitución $k \rightarrow k - l$ con $l = (x+y-1)P_2 - yP_1$ para poder simplificar el denominador de I^θ , obteniendo

$$\begin{aligned} I^\theta(P_1, P_2) &= \int \frac{d^D k}{[k^2 - M_1^2]^3} [\bar{u}(P_2)(1-\gamma^5)\gamma^\beta(\not{k} - l + m_l)(1-\gamma^5)\gamma^\alpha u(P_1) \\ &\quad \times \left(g_{\alpha\delta} - \frac{(k-l-P_1)^\alpha(k-l-P_1)^\delta}{m_V^2} \right) \{g_{\theta\delta}(q - (P_1 - k + l))_\sigma \\ &\quad + g_{\sigma\theta}((k-l-P_2) - q)_\delta + g_{\sigma\delta}((P_1 - k + l) - (k-l-P_2))_\theta\} \\ &\quad \times \left(g_{\sigma\beta} - \frac{(k-l-P_2)^\sigma(k-l-P_2)^\beta}{m_V^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.15)$$

$$= \int \frac{d^D k}{[k^2 - M_1^2]^3} [R^\theta(k, P_1, P_2)]. \quad (4.16)$$

Ahora, podemos observar que necesitamos calcular integrales de la forma

$$\{J_3, J_3^\mu, J_3^{\mu\nu}\} = \int d^D k \frac{\{1, k^\mu, k^\mu k^\nu\}}{(k^2 - M^2)^3}. \quad (4.17)$$

Por invarianza de Lorentz la integral J_3 debe ser igual a un escalar, la integral J_3^μ debe ser igual a un 4-vector y la integral $J_3^{\mu\nu}$ debe ser igual a un tensor de segundo orden. El integrando no contiene ningún 4-vector constante, solo el escalar M^2 y el 4-vector k , entonces se puede concluir que $J_3^\mu = 0$ pues no es posible construir un 4-vector a partir del integrando. En general las integrales con potencia en k impar serán cero, lo cual nos permitirá simplificar la amplitud. Ahora, el único tensor constante de segundo orden es el tensor métrico $g_{\mu\nu}$, por lo que

$$J_3^{\mu\nu} = \int d^D k \frac{k_\mu k_\nu}{(k^2 - M^2)^3} = C g_{\mu\nu}, \quad \text{con } C = cte. \quad (4.18)$$

Esta última expresión nos permite llevar acabo el reemplazo

$$k_\mu k_\nu \rightarrow \frac{k^2}{D} g_{\mu\nu}. \quad (4.19)$$

Debido a que el integrando de las integrales restantes no depende de los ángulos, se pueden resolver haciendo uso de coordenadas esféricas en D dimensiones y obtener el resultado tomando el límite cuando $D \rightarrow 4$. En este límite tenemos

$$\int \frac{d^D k}{(k^2 - M^2)^3} = -\frac{i\pi^2}{2M^2}, \quad (4.20)$$

$$\int \frac{d^D k}{(k^2 - M^2)^2} = i\pi^2(\Delta - \log M^2). \quad (4.21)$$

**CAPÍTULO 4. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE UN NEUTRINO
EN EL SLHM**

4.1. CÁLCULO DE LAS AMPLITUDES

en donde el término Δ contiene la divergencia ultravioleta que ha surgido al tomar el límite y está dada por

$$\Delta = -\frac{1}{\epsilon} + \gamma + \log(\pi), \quad (4.22)$$

con $\epsilon = \frac{D-4}{2}$.

Debido a que estamos interesados en las propiedades electromagnéticas del neutrino, podemos eliminar aquellos términos que sean proporcionales a γ_5 , , por lo tanto podemos escribir el factor $R^\theta(k, P_1, P_2)$ como una combinación solo de γ^θ y P_1^θ :

$$R^\theta(k, P_1, P_2) = \bar{u}(P_2)(A\gamma^\theta + BP_1^\theta)u(P_1), \quad (4.23)$$

Ahora, usando la identidad de Gordon junto con la condición de transversalidad, podemos hacer la sustitución $P_1^\theta = m_N\gamma^\theta - i\sigma^{\theta\nu}q_\nu/2$, dando como resultado

$$\begin{aligned} I^\theta &= \int \frac{d^D k}{[k^2 - M_1^2]^3} \bar{u}(P_2) \left((A + Bm_N)\gamma^\theta - \frac{iB}{2}\sigma^{\theta\nu}q_\nu \right) u(P_1) \\ &= \bar{u}(P_2)(a_1\gamma^\theta + ib_1\sigma^{\theta\nu}q_\nu)u(P_1), \end{aligned} \quad (4.24)$$

en donde a_1 está asociado al factor de forma eléctrico y b_1 al momento magnético. Para poder llevar a cabo los cálculos que se involucran en la amplitud haremos uso de la paquetería FeynCalc de Mathematica, con la cual después de utilizar la ecuación de Dirac, llevar a cabo la simplificación de los productos de las matrices de Dirac y contraer los índices de Lorentz y los 4-vectores, obtenemos como resultado

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{m_V^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left(-M_1^2 + m_N^2(x-2)x - 9M_1^2 + 6m_V^2 - 3m_N^2(x-2)x(\Delta - \log M_1^2) \right. \\ &\quad \left. - 2 \left[M_1^4 + (m_N^2(x-2)x - 4m_V^2)M_1^2 - 6m_N^2m_V^2(x-1)x \right] \frac{-1}{2M_1^2} \right), \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} b_1 &= -\frac{2m_N}{m_V^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left(x^2 + (2x-1)(\Delta - \log M_1^2)x - x \right. \\ &\quad \left. + (x-1) \left[(3x+1)M_1^2 + m_N^2(x-1)x^2 + m_V^2(2x-3) \right] \frac{-1}{2M_1^2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (4.26)$$

En donde se puede observar que ya se ha integrado sobre la variable k . Sabemos que el término Δ tiene una divergencia ultravioleta, por lo que, para que nuestro resultado esté libre de divergencias, este término debe desaparecer al integrar sobre las variables x y y . En efecto. si nos fijamos en el coeficiente de Δ en la ecuación (4.26) vemos que

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left(-\frac{2m_N x(2x-1)}{m_V^2} \right) = 0. \quad (4.27)$$

Debido a que el neutrino carece de carga eléctrica, el factor de forma eléctrico debe de cancelarse también. Este hecho debe ocurrir al incluir la contribución del segundo diagrama de Feynman. Finalmente, para el primer diagrama obtenemos la expresión

$$\mathcal{M}_1 = \frac{ie g_L^2 \epsilon^\theta(q)}{2(16\pi^2)} \bar{u}(P_1)(a_1\gamma^\theta + ib_1\sigma^{\theta\nu}q_\nu)u(P_2), \quad (4.28)$$

con a_1 dada por la ecuación (4.25) y b_1 dada por

$$\begin{aligned} b_1 &= -\frac{2m_N}{m_V^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left(x^2 + (2x-1)(-\log M_1^2)x - x \right. \\ &\quad \left. + (x-1) \left[(3x+1)M_1^2 + m_N^2(x-1)x^2 + m_V^2(2x-3) \right] \frac{-1}{2M_1^2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (4.29)$$

**CAPÍTULO 4. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE UN NEUTRINO
EN EL SLHM**

4.2. MOMENTO DIPOLAR MAGNÉTICO DE UN NEUTRINO

Al aplicar las reglas de Feynman para el diagrama de Feynman (b), obtenemos la amplitud

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_2 &= -\frac{g_L^2 e}{4} \int d^D k \left[\bar{u}(P_2)(1 - \gamma^5)\gamma^\nu \left(\frac{\not{P}_2 - \not{k} + m_l}{(P_2 - k)^2 - m_l^2} \right) \gamma^\theta \right. \\ &\quad \times \left(\frac{(\not{P}_1 - \not{k}) + m_l}{(P_1 - k)^2 - m_l^2} \right) (1 - \gamma^5)\gamma^\mu u(P_1) \\ &\quad \left. \times \frac{1}{k^2 - m_V^2} \left(g_{\nu\mu} - \frac{k^\nu k^\mu}{m_V^2} \right) \epsilon^\theta(q) \right]. \end{aligned} \quad (4.30)$$

Aplicando nuevamente parametrización de Feynman obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_2 &= -\frac{g_L^2 e}{2} \frac{\epsilon^\theta(q)}{(2\pi)^D} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int d^D k \left[\frac{\bar{u}(P_2)(1 - \gamma^5)\gamma^\nu (\not{P}_2 - \not{k} - \not{l} + m_l)\gamma^\theta}{[k^2 - M_2^2]^3} \right. \\ &\quad \left. \times ((\not{P}_1 - \not{k} - \not{l}) + m_l)(1 - \gamma^5)\gamma^\mu u(P_1) \left(g_{\nu\mu} - \frac{(k-l)^\nu (k-l)^\mu}{m_V^2} \right) \right], \end{aligned}$$

en donde $M_2^2 = ((x-1)m_N^2 + m_V^2)x - m_l^2(x-1)$. Al realizar un procedimiento similar al caso anterior obtenemos

$$\mathcal{M}_2 = -\frac{ie g_L^2 \epsilon^\theta(q)}{2(16\pi^2)} \bar{u}(P_1)(a_2 \gamma^\theta + ib_2 \sigma^{\theta\nu} q_\nu) u(P_2), \quad (4.31)$$

en donde

$$\begin{aligned} a_2 &= -\frac{1}{m_V^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left(m_l^2 + 2M_2^2 + 4m_V^2 + m_N^2(2(x-1)x + 1) \right. \\ &\quad \left. - (m_l^2 - 6M_2^2 + 2m_V^2 + m_N^2(1 - 6(x-1)x))(\Delta - \log M_2^2) \right) \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$2 \left[M_2^4 + 4m_N^2(x-1)xM_2^2 + (2m_V^2 + m_N^2(x-1)^2)(m_l^2 + m_N^2x^2) \right] \frac{-1}{M_2^2}, \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{m_N}{m_V^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left(-x + (1-3x)(\Delta - \log M_2^2) \right. \\ &\quad \left. + 2 \left[m_l^2(x-1)^2 - x(2M_2^2 + m_N^2(x-1)^2 - 2m_V^2(x+1)) \right] \frac{-1}{2M_2^2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (4.34)$$

Nuevamente podemos observar que la divergencia ultravioleta se cancela ya que

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{m_N(1-3x)}{m_V^2} = 0. \quad (4.35)$$

entonces

$$\begin{aligned} b_2 &= \frac{m_N}{m_V^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \left(-x + (1-3x)(-\log M_2^2) \right. \\ &\quad \left. + 2 \left[m_l^2(x-1)^2 - x(2M_2^2 + m_N^2(x-1)^2 - 2m_V^2(x+1)) \right] \frac{-1}{2M_2^2} - 1 \right). \end{aligned} \quad (4.36)$$

4.2. Momento dipolar magnético de un neutrino

Después de realizar las integrales con la ayuda del programa Mathematica se puede comprobar que $a_1 + a_2 = 0$, lo que comprueba la consistencia del cálculo ya que como se había mencionado antes, este término debe ser idénticamente cero pues corresponde a la carga eléctrica. Ahora, observemos las expresiones de M_1^2 y M_2^2 y notemos que si hacemos el cambio de variable $x \rightarrow 1-x$ en M_2^2 , obtenemos $M_1^2 \rightarrow M_2^2$, además de que los límites de integración de la función b_2 no cambian,

por lo que podemos sumar las contribuciones de ambos diagramas. Entonces, el momento dipolar magnético del neutrino se puede expresar en términos del magnetón de Bohr como sigue:

$$\mu_\nu = \frac{m_N m_e}{8\pi^2} \sum_{V=W,X} \sum_{l=\mu,\tau,e} \frac{g_{l,V}^2}{m_V^2} \int_0^1 dx f(x) \mu_B, \quad (4.37)$$

con

$$f(x) = \frac{1}{M^2} \left((1 - (x-1)^2 x) M^2 - x(x(4x-9) + 4) \log(M^2) M^2 + m_V^2 (x-3)(x-1) + x^2 (m_N^2 (x-1)((x-3)x+1) - m_l^2 x) \right). \quad (4.38)$$

Recordemos que este resultado se ha obtenido para el caso de neutrinos pesados, sin embargo, también es válido para el caso de neutrinos del modelo estándar si consideramos que estos tienen masa y que el modelo no se modifica considerablemente al introducir dichos términos de masa. El resultado correspondiente se obtiene al hacer la sustitución $m_N \rightarrow m_\nu$ en la expresión anterior.

4.3. Resultados numéricos

Después de realizar los cálculos pertinentes, llegamos a la expresión (4.37), que es proporcional a la masa del neutrino pesado m_N . En esta sección evaluaremos de manera numérica las integrales involucradas, para lo cual haremos uso del programa Mathematica. Con este fin consideremos los valores para $g_{l,V}$ de la Tabla 3.4, recordando que debemos multiplicar este valor por e , que puede escribirse en términos de la constante de la constante de estructura fina $\alpha = 1/137$ como $e = \sqrt{4\pi\alpha}$:

$$g_{WNl} = -\delta_\nu \frac{e}{\sqrt{2}s_W} V_l^{mi}, \quad (4.39)$$

$$g_{XNl} = -\frac{ie}{\sqrt{2}s_W} \left(1 - \frac{\delta_\nu^2}{2} \right) V_l^{mi}. \quad (4.40)$$

Observamos que el momento magnético del neutrino N_m depende de varios parámetros. Aparte de la dependencia en los parámetros del modelo estándar ya conocidos, como son la constante g , el seno del ángulo de Weinberg, la masa del bosón W y la masa de los leptones cargados, se tiene dependencia en varios de los parámetros propios del modelo, como son δ_ν , s_β , V_l^{mi} , λ_{N_m} y f . En cuanto a los parámetros del modelo estándar, consideraremos los siguiente valores: para el ángulo de Weinberg θ_W se toma el valor $\sin^2 \theta_W = 0.23120$, el cual se reporta en la literatura, la masa del bosón W es $m_W = 80.401$ GeV, y la masa de los leptones cargados se muestra en la Tabla ???. Por lo que respecta a los parámetros del modelo, para el parámetro δ_ν , que es el ángulo de mezcla entre el doblete de neutrinos ligeros y el singlete de neutrino pesados, se toma el valor $\delta_\nu = 0.05$, que es consistente con cotas experimentales. La constante V_l^{mi} es un elemento de la matriz de mezcla entre los neutrinos pesados y los leptones cargados. Debido a que la obtención de cotas para este parámetro está fuera del alcance del trabajo, solo se consideraremos la contribución de una sola familia de leptones, por lo que haremos la aproximación $V_l^{mi} \approx 1$ tomando en cuenta que esto dará algunas limitantes a nuestro resultado. Las masas del neutrino pesado y del bosón X están dadas en términos de la escala f de rompimiento de la simetría global:

$$m_{N_m} = \lambda_{N_m} s_\beta f, \quad (4.41)$$

$$m_X = \frac{gf}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{v^2}{4f^2} \right), \quad (4.42)$$

con $v = 246$ GeV el valor de expectación del vacío y $g = e/s_W$. Observamos que en la masa del neutrino pesado aparecen dos parámetros adicionales: s_β y λ_{N_m} . Por lo que respecta al parámetro

s_β , que es el seno del ángulo de mezcla β , consideraremos varios valores ilustrativos dados en términos de la tangente de β (t_β). En cuanto a λ_{N_m} , tomaremos un valor de 0.05, lo cual nos permitirá que m_{N_m} sea del orden de 50 GeV para los valores que consideraremos de t_β y la escala f , la cual está acotada a tener valores por encima de 1 TeV.

Observamos que las masas del neutrino pesado y del bosón X dependen de la escala de energía f de rompimiento de la simetría global del modelo, por lo que resulta interesante conocer la dependencia del momento dipolar magnético μ_ν con respecto a f . Una vez realizadas las rutinas en Mathematica y de que se introducen los valores de los parámetros antes mencionados, se puede obtener dicha dependencia, la cual se muestra en la Figura 4.5, en donde se ha graficado el comportamiento del momento dipolar magnético en función de la escala f . Observamos en esta figura

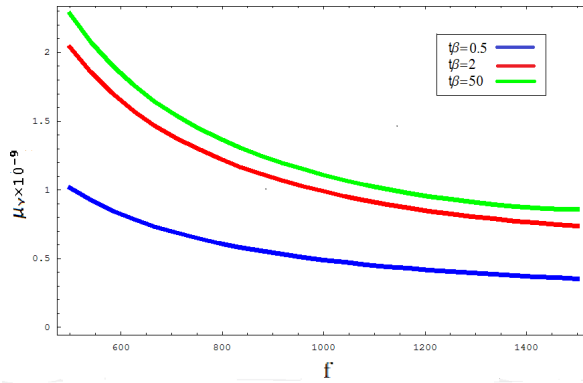


Figura 4.5: Contribución del momento dipolar magnético de un neutrino en el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero. Se muestran 3 curvas para distintos valores la tangente del ángulo de mezcla β : $t_\beta = 0.5, 2$ y 50 .

que el momento dipolar magnético tiene una dependencia decreciente conforme aumenta el valor para la escala f , esto se debe a que como sabemos, la masa del neutrino pesado y la masa del bosón X son proporcionales a la escala f y para los valores tomados en la gráfica tenemos $m_N < m_X$, esto hace que al aumentar el valor f el momento dipolar magnético vaya disminuyendo su valor. Además, la masa del neutrino es proporcional al parámetro t_β , y siendo m_N la única cantidad afectada por este parámetro, es de esperarse que un aumento en t_β implique un aumento en el momento dipolar magnético. En la figura se muestran las curvas de tres valores distintos de t_β , en donde se observa que para valores grandes de t_β las gráficas tienen valores mas cercanos pues para $t_\beta \gg 1$ se tiene $s_\beta \sim 1$. Aunque el valor de μ_ν obtenido es varios ordenes de magnitud que las cotas experimentales, este incremento era de esperarse puesto que estamos estudiando el caso de un neutrino con una masa mucho más grande que los neutrinos del modelo estándar.

4.4. Conclusiones

El modelo más simple con un bosón de Higgs ligero ha surgido como una extensión al modelo estándar para poder dar solución al problema de la jerarquía. En este trabajo se ha hecho mención de como este predice nuevas partículas que juegan el papel de compañeros de las partículas del modelo estándar, cuyas contribuciones a las correcciones radiativas a la masa del bosón de Higgs cancelan las divergencias cuadráticas provenientes del modelo estándar, lo cual ayuda a dar solución al problema de la jerarquía. Entre estas nuevas partículas, encontramos el compañero pesado del neutrino y el bosón de norma pesado X . El objetivo del trabajo se centró en el estudio de las propiedades electromagnéticas del neutrino, cuya información se concentra en 4 factores de forma: la carga eléctrica, el momento dipolar magnético, el momento dipolar eléctrico y el momento anapolar. Este tipo de propiedades pueden arrojar información de gran importancia para conocer

CAPÍTULO 4. PROPIEDADES ELECTROMAGNÉTICAS DE UN NEUTRINO EN EL SLHM

4.4. CONCLUSIONES

si los neutrinos son de Dirac o de Majorana. Los factores de forma electromagnéticos describen la interacción del neutrino con el fotón. Mediante la evaluación de los diagramas de Feynman que contribuyen a las propiedades electromagnéticas del neutrino, las cuales se obtuvieron haciendo uso del método de parametrización de Feynman, se ha podido encontrar una expresión analítica para el momento dipolar magnético de un neutrino. Otro resultado importante de este trabajo fue demostrar que el factor de forma eléctrico es cero a nivel de un lazo, lo cual equivale a que la carga eléctrica del neutrino no recibe correcciones radiativas, como era de esperarse.

El momento dipolar magnético del neutrino ha captado la atención de diversos estudios experimentales debido a que esta propiedad es proporcional a la masa del neutrino en el caso de los neutrinos de Dirac. Se ha encontrado que los valores teóricos para μ_ν predichos por diversas teorías son varios ordenes de magnitud menor que los límites experimentales actuales. Para ilustrar este hecho consideremos el caso del modelo estándar con la inclusión de neutrinos derechos, en donde el momento magnético del neutrino inducido por correcciones radiativas es $\mu_\nu \sim 3 \times 10^{-19} (m_\nu/1eV)$, mientras que los resultados de las mediciones en los reactores Krasnoyarsk y Rovno establecieron una cota del orden de $\mathcal{O}(10^{-10})$, en unidades del magnetón de Bohr. En la expresión que se obtuvo para el momento magnético de un neutrino pesado en el marco del modelo más simple con un bosón de Higgs ligero se observa que esta propiedad está dada en términos de las masas del neutrino pesado, el bosón de norma X , la masa del bosón W y las masas de los leptones cargados. Debido a que solo se tomó en cuenta una familia de leptones, en la evaluación numérico se consideró solo la contribución del leptón tau. Al ser la escala de energía f un parámetro libre de la teoría, resulto conveniente realizar una gráfica de μ_ν contra f . Con esta información se obtuvo un momento dipolar magnético del orden de $\mathcal{O}(10^{-9} \mu_B)$ para f mayor de 1 TeV. En esta gráfica también se observa que el valor del momento magnético del neutrino va decreciendo conforme f aumenta, lo que se debe a que la masa del bosón X aumenta de manera más rápida que la masa del neutrino pesado.

Bibliografía

- [1] F.Mandl; G.Shaw; *Quantum Field Theory*; The Manchester University; 1986.
- [2] F. Halzen; A. D. Martin; *Quarks and Leptons: An introductory Course in Modern Particle Physics*; University of Wisconsin; 1984.
- [3] Q. Ho-Kim; X. Pham; *Elementary Particles and Their Interactions: Concepts and Phenomena*; Physics Department University Laval; 1998.
- [4] G. Kane; *Modern Elementary Particle Physics: The Fundamental Particles and Forces*; University of Michigan; 1993.
- [5] W.N. Cottingham; D.A Greenwood; *An introduction to the Standard Model of Particle Physics*; Cambridge University Press; Second edition;2007.
- [6] N. Solomey; *The Elusive Neutrino: A Subatomic Detective Story*; New York : Scientific american library;1997.
- [7] C. Giunti, A. Studenikin, arXiv:0812.3646v5 [hep-ph] 2010.
- [8] J. A. Schecker; D. Kestenbaum; *Celebrating the Neutrino*; Los Alamos National Laboratory; 1997
- [9] M. Schmaltz; *Physics Beyond the Standard Model (Theory): Introducing the Little Higgs*; Boston University; USA 2003.
- [10] I. Cortés, A. fernández y G. Tavares, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 39 015003, 2012. arXiv:1109.4390v2[hep-ph] 9 Oct 2011.
- [11] F. del Aguila, J. I. Llana, M. D. Jenkis, JHEP 1103:080,2011, arXiv:1101.2936v2 [hep-ph] 4 Mar 2011.
- [12] M. Perelstein, Progress in Particle and Nuclear Physics 58 (2007) 247-291.
- [13] A. Abada, G. Bhattacharyya, M. Losada, arXiv:0511275v2 [hep-ph] 2006.
- [14] T. Han, H. E. Logfan, L. Wang. arXiv:0506313v2 [hep-ph] 2006.
- [15] O.M. Boyarkin, G.G. Boyarkin, Physics of Atomic Nuclei, 2013, Vol. 76 No,4