



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas

---

Momento dipolar magnético de un leptón cargado en el  
modelo más simple con un bosón de Higgs ligero

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**Licenciado en Física**

por

Marxil Sánchez García

asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.  
Febrero 2014





Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

---

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

---

Momento dipolar magnético de un leptón cargado en el  
modelo más simple con un bosón de Higgs ligero

Tesis presentada al

**Colegio de Física**

como requisito parcial para la obtención del grado de

**Licenciado en Física**

por

Marxil Sánchez García

asesorado por

Dr. Gilberto Tavares Velasco

Puebla Pue.  
Febrero 2014



**Título:** Momento dipolar magnético de un leptón cargado en el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero  
**Estudiante:** MARXIL SÁNCHEZ GARCÍA

COMITÉ

---

Dr. J. Jesús Toscano  
Chávez  
Presidente

---

Dr. Javier Miguel  
Hernández López  
Secretario

---

Dr. Cupatitzio Ramírez  
Romero  
Vocal

---

Dr. Gilberto Tavares Velasco  
Asesor



# Índice general

<b>1. El Modelo Estándar</b>	<b>7</b>
1.1. Interacciones y partículas fundamentales . . . . .	7
1.2. Teoría de Campos de norma . . . . .	8
1.2.1. Electrodinámica Cuántica . . . . .	9
1.2.2. Teoría electrodébil . . . . .	10
1.2.3. Cromodinámica Cuántica . . . . .	11
1.3. Ruptura espontánea de la simetría . . . . .	12
1.3.1. Mecanismo de Nambu-Goldstone . . . . .	12
1.3.2. Mecanismo de Higgs . . . . .	14
1.4. Modelo electrodébil . . . . .	16
1.4.1. Densidad lagrangiana escalar . . . . .	16
1.4.2. Densidad lagrangiana de los bosones de norma . . . . .	18
1.4.3. Rompimiento de la simetría $SU(2)$ . . . . .	19
1.4.4. Lagrangiano fermiónico . . . . .	20
<b>2. El modelo más simple con un bosón de Higgs ligero (SLHM)</b>	<b>23</b>
2.1. Modelos con un bosón de Higgs ligero . . . . .	25
2.2. El modelo más simple con un bosón de Higgs ligero . . . . .	25
2.2.1. Estructura general . . . . .	25
2.2.2. Lagrangiano del SLHM . . . . .	26
2.2.3. Sector de norma . . . . .	27
2.2.4. Sector fermiónico . . . . .	28
2.2.5. Potencial de Coleman-Weinberg . . . . .	29
2.2.6. Fenomenología del SLHM . . . . .	30
<b>3. El momento magnético anómalo de un leptón</b>	<b>33</b>
3.1. Acoplamiento electromagnético . . . . .	34
3.2. Estructura formal de la función vértice $l\bar{l}\gamma$ . . . . .	35
3.3. Resultados experimentales para el momento magnético anómalo de los leptones . . . . .	37
3.3.1. Momento magnético anómalo del electrón . . . . .	37
3.3.2. Momento magnético anómalo del muon . . . . .	38
3.3.3. Momento magnético anómalo del leptón tau . . . . .	40
<b>4. Cálculo del momento magnético anómalo de un leptón en el modelo SLHM</b>	<b>43</b>
<b>5. Discusión y conclusiones</b>	<b>51</b>
5.1. Conclusiones y perspectivas . . . . .	54
<b>Bibliografía</b>	<b>57</b>



# Agradecimientos



# Resumen

El objetivo principal de este trabajo fue calcular el momento magnético anómalo de un leptón cargado debido a las contribuciones cuánticas a nivel de un lazo en el modelo de extensión conocido como el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero (simplest little Higgs model, SLHM). Este modelo ofrece una solución al problema de la jerarquía y además tiene predice una fenomenología muy interesante en una escala de energía de alrededor de 1 TeV. Las contribuciones de este modelo al momento magnético anómalo de un leptón cargado provienen de los lazos que contienen a los compañeros pesados de los bosones de norma del Modelo Estándar. El cálculo se realizó mediante la técnica de parametrización de Feynman y los resultados fueron expresados en términos de integrales paramétricas que pueden evaluadas numéricamente. Se presentó una discusión acerca de las predicciones teóricas del Modelo Estándar a los momentos magnéticos anómalos del electrón, el muon y el tau, así como de los valores medidos experimentalmente, con particular énfasis en la discrepancia que actualmente existe entre la predicción teórica y la medición experimental del momento magnético anómalo del muon  $a_\mu$ . Se analizó la posibilidad de que esta discrepancia pudiera ser explicada por la contribución del SLHM y se encontró que se requerirían valores del orden de entre 100 y 200 GeV para la masa del bosón cargado en un intervalo amplio de valores de la masa del neutrino pesado. Esta región permitida está en desacuerdo con otras cotas experimentales para la masa de estas partículas. Se concluye que este modelo de extensión es poco viable para explicar la discrepancia del momento magnético anómalo del muon, sin embargo este hecho no descarta por completo el modelo ya que éste es una teoría efectiva proveniente de una teoría más fundamental que puede tener nuevos ingredientes que permitan la existencia de nuevas contribuciones a  $a_\mu$ .



# Introducción

En los años veintes del siglo pasado, Erwin Schrödinger y a Paul Dirac fueron los primeros en intentar encontrar una ecuación de onda relativista que describiera el movimiento de una partícula cuántica. Apartir de ahí se empezó a desarrollar una teoría que pudiera incorporar la teoría cuántica y la relatividad especial en una sola teoría. Los esfuerzos por construir esta teoría dieron lugar a lo que hoy llamamos teoría cuántica de campos.

En Física de partículas el Modelo Estándar (ME) es una teoría cuántica de campos que explica satisfactoriamente el comportamiento de tres de las cuatro fuerzas de la naturaleza así como la interacción entre las partículas de materia debida a estas fuerzas [1]. Las predicciones hechas por el ME has sido verificadas satisfactoriamente de manera experimental, indicando una gran confiabilidad de la teoría. Sin embargo a pesar de estos logros el ME deja abiertas varias interrogantes por lo que se considera una teoría incompleta. Entre estas interrogantes nos encontramos con el llamado problema de la jerarquía, que afecta seriamente a la masa del bosón de Higgs. A este respecto, el estudio de la fenomenología del bosón de Higgs es de gran interés ya que juega un rol muy importante en el mecanismo de rompimiento espontáneo de la simetría puesto que el bosón de Higgs es el responsable de dotar de masa a las demás partículas elementales. El problema principal radica en que en el ME la masa del bosón de Higgs recibe correcciones cuánticas a nivel de uno o varios lazos, pero estas correcciones contienen divergencias cuadráticas que ocasionarían que la masa del bosón de Higgs fuera muy grande, del orden de la escala de Planck, a menos de que hubiera cancelaciones muy grandes entre diversos parámetros del modelo [2]. Este es el “problema de la jerarquía”, cuya solución puede encontrarse en lo que se conoce como ajuste fino. Pero, el ajuste fino es considerado poco atractivo y poco natural. La confirmación reciente de que existe un bosón de Higgs con una masa de alrededor de 125 GeV reafirma el llamado problema de la jerarquía.

Existen diversos modelos de extensión que ofrecen una solución al problema de la jerarquía sin recurrir al ajuste fino, tales como las teorías supersimétricas, las teorías con dimensiones extra, etc. Recientemente se han propuesto los llamados modelos con un bosón de Higgs ligero (LHM, little Higgs models, por sus siglas en ingles). Este tipo de modelos consideran que el bosón de Higgs es un pseudo-bosón de Goldstone que queda como remanente del rompimiento de una simetría global de la teoría. En esencia, se introduce un complejo mecanismo de rompimiento de simetrías locales y globales, denominado mecanismo colectivo de ruptura de la simetría, de manera que los bosones de norma del ME y el quark top tienen un compañero más pesado. Las contribuciones de estos compañeros pesados a las correcciones cuánticas a nivel de un loop a la masa del bosón de Higgs también contienen divergencias cuadráticas que cancelan exactamente las divergencias cuadráticas generadas por los diagramas de un lazo que contienen las partículas del ME. Este mecanismo permite tener un bosón de Higgs ligero con una masa del orden de unos cuantos cientos de GeV. Por lo que respecta a las divergencias cuadráticas ocasionadas por los fermiones más ligeros, éstas no son importantes ya que son proporcionales a la masa del fermión y por ende no se requiere un compañero pesado para estos fermiones.

Para determinar la viabilidad de los modelos con un bosón de Higgs ligero es necesario estudiar los nuevos efectos que predicen y confrontarlos con los datos experimentales. Esta tesis se enfocará en la versión de los modelos con un bosón de Higgs ligero que se conoce como el modelo

---

más simple con un bosón de Higgs ligero (simplest little Higgs model, SLHM). En particular se calcularán las contribuciones de este modelo a nivel de un lazo al momento magnético anómalo de un leptón cargado. Esta propiedad electromagnética, la cual se obtiene del cálculo del vértice de un par leptón anti-leptón con un fotón, ha sido objeto de un profundo escrutinio ya que en particular el momento magnético anómalo del muón se ha podido determinar de manera experimental con una precisión asombrosa. Sin embargo, la correspondiente predicción teórica obtenida en el marco del ME difiere de la medición experimental en una cantidad mayor de más de tres desviaciones estándar, lo cual implica que no hay concordancia entre teoría y experimento. Esto da lugar a que haya conjeturas que establecen que dicha desviación es una evidencia de física más allá del ME. En el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero el momento magnético anómalo de un leptón cargado recibe contribuciones adicionales del compañero pesado del bosón de norma  $W$  y de nuevos neutrinos pesados. El estudio que se realizará en esta tesis tiene como objetivo analizar si esta contribución puede ser del orden de magnitud que se requiere para que haya concordancia entre la predicción teórica y la medición experimental. Se estudiará además la posibilidad de que se pueda tener una cota sobre los parámetros del modelo, en particular una cota sobre la escala del rompimiento de la simetría global del modelo.

Esta tesis estará dividida en 4 capítulos. En el primer capítulo se dará una descripción general del ME, dando énfasis en la teoría electrodébil así como en la estructura básica del rompimiento espontáneo de la simetría. En el segundo capítulo abordaremos el problema de la jerarquía y se discutirá en forma breve qué modelos de extensión ofrecen una solución a dicho problema, dando hincapié a una descripción de las características esenciales de los modelos con un bosón de Higgs ligero (LHM) para luego centrarnos en la descripción general del modelo más simple con un bosón de Higgs ligero (SLHM), modelo en el cual se fundamenta el análisis realizado en esta tesis. Con respecto al tercer capítulo se discutirá sobre las características generales del momento magnético anómalo, además de describir brevemente cuáles son las contribuciones del ME al momento magnético anómalo. En particular se discutirán los valores teóricos de los momentos magnéticos anómalos de los leptones cargados, así como los valores que se han determinado experimentalmente, haciendo hincapié en que en el caso del muon existe una seria discrepancia entre la predicción teórica y la medición experimental. Finalmente en el capítulo 4 se presentarán detalles del cálculo realizado, describiendo las herramientas que se utilizaron y los resultados que se obtuvieron. Finalmente se presenta el análisis numérico, las conclusiones y las perspectivas en el capítulo 5.

# Capítulo 1

## El Modelo Estándar

Desde sus orígenes la física de partículas, en sus estudios, aborda preguntas tales como: ¿de qué está hecha la materia a nivel más fundamental?, ¿cómo está jerarquizada?, ¿cómo interactúan las partículas entre sí?, ¿debemos hablar de una teoría matemática para partículas elementales?

El esfuerzo, tanto teórico como experimental, para responder estas preguntas culminó con lo que llamamos Modelo Estándar (ME). Esta es una teoría cuántica de campos que conjunta diversos desarrollos teóricos para describir las interacciones fundamentales entre las partículas elementales. En el ME se afirma que la materia del universo está compuesta por fermiones elementales que interactúan a través de campos, tales campos de interacción tienen asociadas partículas llamadas bosones de norma. El ME ha sido construido con base en los principios de simetría, los cuales tienen una conexión profunda con la física. El teorema de Noether nos dice que para cada simetría continua de la naturaleza hay una correspondiente ley de conservación. Las simetrías y el rompimiento de éstas juegan un papel muy importante en el ME.

### 1.1. Interacciones y partículas fundamentales

De las cuatro fuerzas que hasta ahora se han descubierto en la naturaleza (ver Tabla 1.1), la gravedad está excluida del ME por ser una interacción cuya intensidad es insignificante a nivel de la física de partículas.

Los mediadores de la interacción electromagnética que actúan sobre fermiones eléctricamente cargados son las partículas sin masa llamadas fotones, mientras que la interacción débil es mediada por los bosones cargados  $W^+$ ,  $W^-$  y por un bosón neutral denominado bosón  $Z$ . Puesto que dichos bosones de norma poseen masa, la interacción débil es de corto alcance: aproximadamente del orden de  $10^{-3}$  fm. Por último, la interacción fuerte es mediada por los gluones, los cuales tienen masa cero. Se cree, por lo tanto, que esta interacción tiene alcance infinito. Sin embargo, a diferencia de los bosones en la interacción electromagnética los gluones están confinados [3].

En cuanto a la materia, en el ME los fermiones elementales tienen espín  $\frac{1}{2}$  y son de dos tipos: leptones y quarks (ver Tablas 1.2 y 1.3). Los leptones son sensibles a la interacción débil y si están cargados también sienten la interacción electromagnética, pero los quarks son sensibles a todas las fuerzas e interactúan con todos los campos del ME.

Campo de la interacción	Bosón de norma	Espín
Gravitacional	Gravitón $G$	2
Débil	$W^+, W^-$ y $Z$	1
Electromagnético	Fotón	1
Fuerte	Gluón	1

Tabla 1.1: Fuerzas elementales y los bosones de norma intermediarios

	Masa MeV/c <sup>2</sup>	Tiempo de vida (s)	Carga eléctrica
Electrón e <sup>-</sup>	0.5110	∞	-e
Neutrino del electrón ν <sub>e</sub>	< 3 × 10 <sup>-6</sup>		0
Muon μ <sup>-</sup>	105.658	2.197 × 10 <sup>-6</sup>	-e
Neutrino del muon ν <sub>μ</sub>			0
Tau τ <sup>-</sup>	1777	(291.0 ± 1.5) × 10 <sup>-15</sup>	-e
Neutrino del tau ν <sub>τ</sub>			0

Tabla 1.2: Familias de leptones en el ME.

Quark	Carga eléctrica (e)	Masa (×c <sup>-2</sup> )
Up (u)	2/3	1.5 to 4 MeV
Down (d)	-1/3	4 to 8 MeV
Charmed (c)	2/3	1.15 to 1.35 GeV
Strange (s)	-1/3	80 to 130 MeV
Top (t)	2/3	169 to 174 GeV
Bottom (b)	-1/3	4.1 to 4.4 GeV

Tabla 1.3: Familias de quarks en el ME.

## 1.2. Teoría de Campos de norma

Cuando un sistema físico se mantiene invariante bajo alguna transformación, ésto es, no se modifica ninguna observable física, decimos que existe una simetría  $G$ . La pregunta fundamental es si es posible determinar la forma de la interacción manteniendo invariante el lagrangiano de la teoría bajo determinada simetría. Si el conjunto  $G$  de simetrías, independientes del sistema, generan una estructura algebraica de grupo, se dice que hay un grupo de simetría. La transformación dada por  $G$  puede ser global o local. Se tiene una simetría global si se aplica una transformación idéntica en todos los puntos del espacio-tiempo, mientras que una simetría local es aquella en que se aplica una transformación distinta en cada punto del espacio-tiempo. En el ME los campos llevan alguna simetría interna abstracta conocida como invarianza de norma. Esta significa que el lagrangiano que describe dichos campos es invariante bajo la acción de un grupo de Lie que se aplica sobre las componentes del campo. Un campo de norma asociado a una teoría de norma es precisamente el mediador de la interacción física entre diferentes campos fermiónicos. De esta manera la simetría de norma permite describir las interacciones entre las partículas.

Dos grupos asociados a las transformaciones de norma son el grupo abeliano  $U(N)$  y el grupo no abeliano  $SU(N)$ . El grupo  $U(N)$  está conformado por matrices unitarias de dimensión  $N$ , las cuales satisfacen la relación:

$$UU^\dagger = U^\dagger U = 1,$$

es decir  $U^{-1} = U^\dagger$ . Por otra parte, el grupo  $SU(N)$  se compone de las matrices unitarias de dimensión  $N$  con determinante igual a 1:

$$|U| = 1,$$

Las matrices de transformación del grupo  $U(1)$  puede escribirse como

$$U = e^{ir\theta} = U_r, \quad (1.1)$$

donde  $r$  es un número real arbitrario y  $\theta$  un parametro, constante o variable, de evolución real asociado al grupo.

# CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR

## 1.2. TEORÍA DE CAMPOS DE NORMA

Grupo	Generadores	Bosón
$U(1)$	1 (sin masa)	$B_\mu$
$SU(2)$	3 (masivos)	$W^\pm, Z$
$SU(3)$	8 (sin masa)	$G_\mu^\alpha$

Tabla 1.4: Grupos de norma y los bosones de norma asociados en el ME.

Para  $SU(N)$  la matriz de transformación está dada como

$$U = e^{iT_\alpha \theta^\alpha} = U_t, \quad (1.2)$$

donde las funciones  $\theta^\alpha$  representan a parámetros de evolución (variables o constantes) del espacio-tiempo y los coeficientes  $T_\alpha$  son los generadores del grupo que satisfacen el álgebra de Lie siguiente:

$$T_\alpha = \frac{t_\alpha}{2} \quad (1.3)$$

$$[t_a, t_b] = 2iC_{abc}t_c. \quad (1.4)$$

Por cada generador del grupo se introduce un campo de norma, el cual está asociado a las interacciones, es decir por cada interacción se asocia un grupo de simetría y un conjunto de campos de norma [4]. El ME es una teoría de norma basada en el grupo de simetría  $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ , el cual describe las interacciones fuerte, débil y electromagnética, respectivamente, mediante el intercambio de los correspondientes campos de norma (Tabla 1.4):

El ME integra dos teorías de norma: una para la interacción fuerte, denominada cromodinámica cuántica, desarrollada por Murray Gell-Mann, y otra que unifica las interacciones electromagnética y débil, la cual está sustentada por el trabajo de S. Weinber, A. Salam y S. Glashow. La cromodinámica cuántica está basada en una simetría de norma no abeliana. Los mediadores de esta interacción, llamados gluones no tienen masa, aparecen confinados, y no se presentan en estado libre. El carácter de la interacción fuerte está determinado por una simetría especial entre las cargas de color de los quarks. Por otra parte, el modelo electrodébil incorpora campos de norma no abelianos, campos de Yang-Mills, que adquieren masa mediante el proceso de la ruptura espontánea de la simetría llevada a cabo por el bosón de Higgs. En el ME la dinámica de los fermiones está descrita mediante un lagrangiano de Dirac generalizado adecuadamente para que sea invariante bajo el grupo de norma. La teoría permite explicar la desintegración de quarks y leptones.

### 1.2.1. Electrodinámica Cuántica

La electrodinámica cuántica (QED acrónimo de Quantum Electrodynamics) es una teoría que describe la interacción de fermiones cargados con el campo electromagnético. El lagrangiano de esta teoría es invariante de norma ante el grupo  $U(1)$ . La ley de transformación para los campos es

$$\psi' = U_r \psi, \quad (1.5)$$

donde  $U_r = e^{iq\theta} \in U(1)$ . Haciendo variaciones infinitesimales de  $\theta$  en el espacio-tiempo obtenemos

$$\psi' = U_r \psi \approx (1 + iq\theta)\psi. \quad (1.6)$$

La densidad lagrangiana correspondiente al campo de Dirac para un fermión libre es

$$\mathcal{L}_D = i\bar{\psi}\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi, \quad (1.7)$$

la cual es invariante bajo (1.7), siempre y cuando intercambiemos la derivada ordinaria  $\partial_\mu$  por la derivada covariante  $D_\mu$ , la cual debe satisfacer la relación siguiente:

$$(D_\mu \psi)' = U D_\mu \psi, \quad (1.8)$$

---

donde

$$D_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu, \quad (1.9)$$

siendo  $A_\mu$  el campo electromagnético, que se debe transformar de la siguiente manera:

$$A_\mu \longrightarrow A'_\mu = A_\mu - \partial_\mu \theta. \quad (1.10)$$

Por otro lado el tensor de intensidad del campo electromagnético  $F^{\mu\nu}$  tiene asociada una densidad lagrangiana que define la dinámica de este campo

$$\mathcal{L}_N = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}, \quad (1.11)$$

donde

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (1.12)$$

Esta densidad lagrangiana es invariante ante transformaciones de norma. Usando (1.8) y (1.12) se obtiene la densidad lagrangiana que describe completamente la electrodinámica cuántica (QED):

$$\mathcal{L}_{QED} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - J^\mu A_\mu, \quad (1.13)$$

donde  $J^\mu = q\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$  es la densidad de corriente electromagnética.

### 1.2.2. Teoría electrodébil

Yang y Mills en los años cincuenta del siglo pasado plantearon una teoría con invarianza de norma ante el grupo no abeliano  $SU(2)$  para describir la invariancia isotópica del par neutrón-protón. Los campos de norma, también conocidos como campos de Yang-Mills, son los mediadores de la interacción débil y se deben de introducir para lograr la invariancia de la densidad lagrangiana ante el grupo de norma. En el modelo original de Yang y Mills, los campos de norma carecen de masa puesto que un término de masa viola la invarianza de norma. De acuerdo a las observaciones experimentales, los mediadores de la interacción débil deberían tener masa, por lo cual la teoría de Yang-Mills no despertó demasiado interés. Por ahora no consideraremos los términos de masa en el lagrangiano de norma, más adelante se hablará sobre este aspecto en la teoría electro-débil.

En la teoría de Yang-Mills, la derivada covariante toma la siguiente forma:

$$D_\mu = \partial_\mu + igT_\alpha W_\mu^\alpha, \quad (1.14)$$

donde  $g$  es una constante real de acoplamiento y  $W_\mu^\alpha = T_\alpha W_\mu^\alpha$  es el campo de norma que se transforma de la siguiente forma

$$(W_\mu^\alpha)' = W_\mu^\alpha - \frac{1}{g}\partial_\mu\theta^\alpha + C_{abc}\theta^b W_\mu^c. \quad (1.15)$$

El tensor de intensidad de los campos de norma se define ahora como

$$W_{\mu\nu}^\alpha = (\partial_\mu W_\nu^\alpha - \partial_\nu W_\mu^\alpha) - gC_{abc}W_\mu^b W_\nu^c. \quad (1.16)$$

En consecuencia la densidad lagrangiana para estos campos de norma, sin considerar los términos de masa, será:

$$\mathcal{L}_W = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^\alpha W_\alpha^{\mu\nu}. \quad (1.17)$$


---

## CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR

### 1.2. TEORÍA DE CAMPOS DE NORMA

Por otra parte, se tiene a partir de la invarianza de la densidad lagrangiana de Dirac, la densidad de corriente

$$\mathcal{L}_D = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - gJ_\alpha^\mu W_\mu^\alpha, \quad (1.18)$$

donde  $J_\alpha^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu T_\alpha\psi$  es una densidad de corriente que se conserva bajo la transformación de norma.

Si conjuntamos las ecuaciones (1.18) y (1.19) obtenemos la lagrangiana completa de la teoría

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}W_{\mu\nu}^\alpha W_\alpha^{\mu\nu} + i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - gJ_\alpha^\mu W_\mu^\alpha. \quad (1.19)$$

### 1.2.3. Cromodinámica Cuántica

La cromodinámica cuántica es una teoría de norma bajo el grupo  $SU(3)$  que describe la fuerza fuerte, ésto es la interacción entre quarks y gluones. El carácter de esta interacción está determinada por una simetría especial entre las cargas de color de los quarks. El número de generadores del grupo de norma es ocho (las matrices de Gell-Mann  $\lambda^\alpha$ ), a los cuales se les asocian los campos de norma denominados gluones. Las transformaciones de norma para los campos se pueden escribir como:

$$\psi' = U_\lambda\psi = e^{i\Lambda_\alpha\theta^\alpha}\psi, \quad (1.20)$$

donde  $U_\lambda \in SU(3)$  y además

$$D_\mu = \partial_\mu + ig_s\Lambda_\alpha G_\mu^\alpha, \quad (1.21)$$

$$(G_\mu^\alpha)' = G_\mu^\alpha - \frac{1}{g_s}\partial_\mu\theta^\alpha + C_{abc}\theta^b G_\mu^c, \quad (1.22)$$

con  $g_s$  una constante real de acoplamiento. El tensor de intensidad de los campos de norma es:

$$G_{\mu\nu}^\alpha = (\partial_\mu G_\nu^\alpha - \partial_\nu G_\mu^\alpha) - gC_{abc}G_\mu^b G_\nu^c. \quad (1.23)$$

Entonces la densidad lagrangiana del campo de norma está dada por:

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^\alpha G_\alpha^{\mu\nu}, \quad (1.24)$$

la cual es invariante bajo las transformaciones de norma.

Por otro lado, los quarks, que pueden aparecer en tres colores, se introducen mediante tripletes de  $SU(3)$ :

$$\psi = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{pmatrix} \wedge \bar{\psi} = (\bar{q}_1 \quad \bar{q}_2 \quad \bar{q}_3), \quad (1.25)$$

donde  $q_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) son los colores rojo, verde y azul respectivamente y  $q$  representa a cada uno de los seis quarks. La regla de transformación correspondiente es

$$q'(x) = e^{-i\alpha^\beta(x)\lambda^\beta} q(x). \quad (1.26)$$

Con base en esto, la densidad lagrangiana de Dirac toma la forma

$$\mathcal{L}_q = \sum_{j=1}^3 \bar{q}_j (i\gamma^\mu D_\mu - m_q) q_j, \quad (1.27)$$

siendo  $m_q$  la masa de cada quark.

Finalmente usando (1.25) y (1.28), deducimos que la densidad lagrangiana de la cromodinámica cuántica es

$$\mathcal{L}_{QCD} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^\alpha G_\alpha^{\mu\nu} + \bar{q}_l [i\gamma^\mu\partial_\mu - m_q] q_l - g_s \bar{q}_m \gamma^\mu \left(\frac{\lambda_\alpha}{2}\right) q_n G_\mu^\alpha. \quad (1.28)$$

---

## 1.3. Ruptura espontánea de la simetría

El concepto de ruptura espontánea de la simetría lo entendemos como un proceso espontáneo por el cual un sistema en un estado simétrico termina en un estado asimétrico. Tal proceso sucede cuando el estado fundamental (clásicamente el estado de menor energía) de un sistema es menos simétrico que las ecuaciones que rigen el sistema. Podemos decir que una simetría es rota por el estado de menor energía de un sistema. La ruptura de la simetría tiene lugar por medio de un campo escalar que adquiere un valor de expectación no nulo en el vacío.

### 1.3.1. Mecanismo de Nambu-Goldstone

Recordemos que si hay simetría exacta, el lagrangiano es invariante bajo transformaciones del grupo de norma:  $\delta\mathcal{L} = 0$ . Además, el estado de vacío es invariante bajo la acción de las  $Q_i$  (cargas) del grupo, esto es  $Q_i|0\rangle = 0$ , dando lugar a que  $[Q^i, H] = 0$  y que los multipletes de partículas deben ser de masa degenerada. Hay dos mecanismos mediante los cuales la simetría puede ser rota. El primero que consideraremos es el rompimiento explícito de la simetría, donde agregamos a nuestro lagrangiano simétrico ( $\mathcal{L}_0$ ) un término ( $\mathcal{L}_1$ ) que no es invariante bajo las simetrías del grupo  $G$  (pero para algún subgrupo  $G'$  de  $G$  sí puede ser invariante). Tenemos entonces que  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + c\mathcal{L}_1$  siendo  $\delta\mathcal{L}_0 = 0$  y  $\delta\mathcal{L}_1 \neq 0$  mientras  $Q_i|0\rangle \rightarrow 0$  cuando  $c \rightarrow 0$ . Este rompimiento es usado para romper el grupo de sabor  $SU(3)$ . El segundo mecanismo es el rompimiento espontáneo de la simetría. Aquí el lagrangiano sí es invariante ante el grupo de simetría  $\delta\mathcal{L} = 0$  pero el estado del vacío no lo es  $Q_i|0\rangle \neq 0$ . Esto se debe a que el estado del vacío está degenerado y la elección de un estado físico rompe la simetría. Ésto a su vez deja multipletes de partículas en estado no degenerado. Es posible que tanto el rompimiento explícito como el rompimiento espontáneo de la simetría estén presentes, ésto es  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + c\mathcal{L}_1$  siendo a su vez  $\delta\mathcal{L} = 0$  y  $\delta\mathcal{L}_1 \neq 0$  pero  $Q^i|0\rangle \neq 0$  cuando  $c \rightarrow 0$ .

Ahora discutiremos el llamado mecanismo de Nambu-Goldstone, el cual nos dice que cuando hay rompimiento espontáneo de la simetría continua, en una teoría cuántica de campos, deben existir partículas con masa de spin cero. Este mecanismo solo es válido para teorías con simetría global [5].

Consideremos la siguiente densidad lagrangiana invariante ante el grupo de norma  $U(1)$

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - m_0^2 \phi^\dagger \phi - \frac{\lambda_0}{6} (\phi^\dagger \phi)^2 \quad (1.29)$$

donde

$$\phi = \frac{\phi_1 + i\phi_2}{\sqrt{2}} \quad (1.30)$$

Vemos que esta densidad lagrangiana es invariante bajo simetría global

$$\phi \rightarrow e^{i\theta} \phi. \quad (1.31)$$

El potencial escalar está dado por

$$V(\phi, \phi^\dagger) = m_0^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda_0}{6} (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (1.32)$$

Notamos que el origen es un punto inestable y que hay un número infinito de estados de vacío degenerados donde  $V' = 0$ , correspondientes a

$$|\phi|^2 = -\frac{3m_0^2}{\lambda_0} = |\chi|^2. \quad (1.33)$$

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
1.3. RUPTURA ESPONTÁNEA DE LA SIMETRÍA

---

Si expandemos alrededor del estado fundamental  $(\phi_1, \phi_2)$ , donde hemos escogido que la fase de  $\chi$  sea real y que los campos escalares se definen como

$$\phi_1 = \phi'_1 + \sqrt{2}\chi \quad (1.34)$$

$$\phi_2 = \phi'_2, \quad (1.35)$$

se tiene que

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi'_1 \partial^\mu \phi'_1 + 2m_0^2 \phi_1'^2) + \frac{1}{2} \partial_\mu \phi'_2 \partial^\mu \phi'_2 \\ &- \sqrt{2} \frac{\lambda_0 \chi}{6} \phi'_1 (\phi_1'^2 + \phi_2'^2) - \frac{\lambda_0}{24} (\phi_1'^2 + \phi_2'^2)^2 + \frac{3}{2} \frac{m_0^4}{\lambda_0}. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Vemos que el campo escalar  $\phi'_1$  tiene masa  $m_{\phi'_1}^2 = -2m_0^2 > 0$  pero el campo escalar  $\phi'_2$  tiene masa cero. Este es un ejemplo de un bosón de Nambu-Goldstone asociado con el rompimiento de una simetría global.

Consideremos ahora el lagrangiano más general

$$\mathcal{L}(\phi_k, \partial_\mu \phi_k) = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi_k \partial_\mu \phi_k - V(\phi_k), \quad (1.37)$$

que tiene invarianza global ( $\delta \mathcal{L} = 0$ ) bajo las transformaciones

$$\delta \phi_k = -iT_{kl}^i \theta^i \phi_l. \quad (1.38)$$

Dado que el potencial es invariante por sí solo, tenemos que  $\delta V = 0$ , pero:

$$\delta V = \frac{\partial V}{\partial \phi_k} \delta \phi_k \quad (1.39)$$

$$= -i \frac{\partial V}{\partial \phi_k} T_{kl}^i \theta^i \phi_k, \quad (1.40)$$

de donde

$$\frac{\partial V}{\partial \phi_k} T_{kl}^i \phi_l = 0. \quad (1.41)$$

Diferenciemos nuevamente y tenemos

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \phi_k \partial \phi_m} T_{kl}^i \phi_l + \frac{\partial V}{\partial \phi_k} T_{km}^i = 0. \quad (1.42)$$

Si tomamos el mínimo de  $V$  en  $\phi_k = v_k$  se tiene

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_k \partial \phi_m} \right|_{\phi_k=v_k} T_{kl}^i v_l = 0. \quad (1.43)$$

Si ahora expandemos alrededor del mínimo se tiene

$$V(\phi_k) = V(v_k) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_l \partial \phi_m} (\phi_l - v_l)(\phi_m - v_m) \quad (1.44)$$

$$+ \text{terminos de orden superior.} \quad (1.45)$$

Entonces la matriz de masa es

$$M_{mk}^2 = M_{km}^2 = \frac{\partial^2 V}{\partial \phi_k \partial \phi_m}, \quad (1.46)$$

---

por lo tanto

$$(M^2)_{mk} T_{kl}^i v_l = 0 \quad \forall i. \quad (1.47)$$

Ahora supongamos que existe un subgrupo  $G'$  de  $G$  con  $n'$  generadores que dejan invariante el estado vacío

$$T_{kl}^i v_l = 0, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n'. \quad (1.48)$$

Para los restantes  $(n - n')$  generadores de  $G$  se tiene

$$T_{kl}^i v_l \neq 0, \quad (1.49)$$

entonces los  $v_l$  son linealmente independientes y se sigue que  $M^2$  contiene  $(n - n')$  bosones de Nambu-Goldstone

La construcción de este mecanismo se basa en la prueba de que al existir el rompimiento espontáneo de la simetría deben existir estados intermedios sin masa de spín cero y que por cada  $T_{kl}^i \phi_m \neq 0$  hay un eigenvalor cero de  $\Delta_{kl}^{-1}$  y por lo tanto una partícula sin masa. En general, el número de bosones de Nambu-Goldstone es igual al número de generadores rotos.

### 1.3.2. Mecanismo de Higgs

El mecanismo mediante el cual las teorías de norma evaden el mecanismo de Nambu-Goldstone fue propuesto por Higgs. La densidad lagrangiana en el modelo de Goldstone es ( $m_0^2 < 0$ )

$$\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi) = \partial_\mu \phi^\dagger \partial^\mu \phi - m_0^2 \phi^\dagger \phi - \frac{\lambda_0}{6} (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (1.50)$$

Si promovemos la simetría global a una simetría local tenemos que:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\phi_k, D_k \phi_k) - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}, \quad (1.51)$$

donde

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi + ie A_\mu \phi, \quad (1.52)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu. \quad (1.53)$$

Este es el lagrangiano del modelo de Higgs, el cual es invariante ante las transformaciones

$$\phi' = e^{i\theta(x)} \phi, \quad (1.54)$$

$$A'_\mu = A_\mu - \frac{1}{e} \partial_\mu \theta(x). \quad (1.55)$$

El mínimo en el potencial ocurre cuando

$$|\phi|^2 = -\frac{3m_0^2}{\lambda_0} = \frac{1}{2} v^2. \quad (1.56)$$

Ahora reparametrizamos  $\phi$  de la siguiente forma

$$\phi = \exp\left(\frac{i\xi}{v}\right) \frac{v+h}{\sqrt{2}} \quad (1.57)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} (v+h + i\xi + \text{orden superior}), \quad (1.58)$$

Y sustituimos en (1.51) para obtener

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h \quad (1.59)$$

$$+ \frac{1}{2}\partial_\mu \xi \partial^\mu \xi + m_0^2 h^2 + \frac{1}{2}e^2 v^2 A_\mu A^\mu + ev A_\mu \partial_\mu \xi \quad (1.60)$$

$$+ \text{orden superior.} \quad (1.61)$$

Si elegimos la función de norma  $\theta(x) = -\frac{\xi}{v}$  podemos hacer evidente el espectro de partículas:

$$A' = A_\mu + \frac{1}{ev}\partial_\mu \xi \quad (1.62)$$

$$\phi' = \frac{v+h}{\sqrt{2}}, \quad (1.63)$$

y obtenemos finalmente

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\mu h\partial^\mu h + 2m_0^2 h^2) \quad (1.64)$$

$$+ \frac{1}{2}e^2 v^2 A'_\mu A'^\mu - \frac{1}{6}\lambda_0 v h^3 - \frac{1}{24}\lambda_0 h^4 \quad (1.65)$$

$$+ \frac{1}{2}e^2 A'^2_\mu h(2v+h) - \frac{1}{4}v^2 m_0^2. \quad (1.66)$$

En este caso no hay partículas sin masa. El campo vectorial tiene masa dada por  $m_A^2 = e^2 v^2$ , mientras que el campo escalar  $h$  tiene masa dada por  $m_h^2 = -2m_0^2 > 0$ . El campo  $\xi$ , conocido como pseudo-bosón de Nambu-Goldstone, se ha convertido en el modo longitudinal del vector masivo  $A'_\mu$  por lo que el número de grados de libertad se conserva.

El caso general donde tenemos un grupo residual con generadores fue analizado por Kibble. En este caso la densidad lagrangiana es

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \frac{1}{2}(\partial_\mu - igT^i A_\mu^i)\phi_k(\partial^\mu + igT^i A^{i\mu})\phi_k + V(\phi_k). \quad (1.67)$$

Suponiendo que  $V(\phi_k)$  tiene un mínimo en  $\phi_k = v_k$ . En el caso de invariancia de norma hacemos la siguiente reparametrización

$$\phi_k = \exp\left(\frac{i\sum_i \xi^i T^i}{v}\right)(v+h), \quad (1.68)$$

donde la suma se lleva a cabo sobre los  $(n-n')$  generadores rotos de  $T^i$  y  $h$  es un vector ortogonal a  $(n-n')$  e independiente de  $v_l$  tal que

$$T_{kl}^i v_l \neq 0 \quad \forall i. \quad (1.69)$$

Después de una transformación de norma con una función  $\theta(x) = \frac{-i\sum_i \xi^i(x)T^i}{v}$ , el término cuadrático en  $A'^i_\mu$  toma la forma

$$-\frac{1}{2}g^2(T^i v, T^j v)A'^i_\mu A'^{j\mu}. \quad (1.70)$$

Al diagonalizar, se conduce a  $(n-n')$  estados vectoriales masivos. El resto de los  $n'$  vectores permanecen sin masa.

En resumen, el número de pseudo-bosones de Nambu-Goldstone es igual al número de generadores rotos. Estos modos son absorbidos para dotar de masa a un número similar de bosones de norma, mientras que los bosones de norma restantes permanecen sin masa.

El uso de escalares de Higgs, para inducir rompimiento espontáneo de la simetría en una teoría de norma tiene el mérito que uno puede usar teoría de perturbaciones para pequeños acoplamientos, y como la teoría es renormalizable, podemos hacer cálculos de manera sistemática con una precisión arbitraria.

---

## 1.4. Modelo electrodébil

El modelo electrodébil es una teoría de campos de norma desarrollada por Glashow, Weinberg y Salam en los años sesenta del siglo anterior, la cual unifica la interacción débil y la interacción electromagnética. En esta teoría la dinámica de los fermiones es descrita mediante un lagrangiano de Dirac invariante de norma bajo el grupo  $SU(2) \times U(1)$ . Una de las características primordiales de dicho modelo es que la interacción electrodébil actúa sobre fermiones derechos e izquierdos de manera distinta, por lo que las corrientes cargadas de Yang-Mills incluyen solo fermiones izquierdos. Además, no se incluye a los neutrinos derechos dado que experimentalmente no se han observado, por este motivo los neutrinos carecen de masa. De esta forma, los campos fermiónicos izquierdos se agrupan en dobletes y los campos derechos en singletes del grupo  $SU(2)_L$ , con simetría de isospín, donde  $L$  (izquierdo) indica la asimetría existente entre fermiones de distinta helicidad. Los campos fermiónicos entonces estarán dados de la siguiente forma:

Leptones:

$$\begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L \end{pmatrix}, e_R, \mu_R, \tau_R$$

Quarks:

$$\begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}, u_R, d_R, c_R, s_R, t_R, b_R$$

En el modelo no se introducen términos con masa en el lagrangiano fermiónico a menos que se rompa explícitamente la simetría de norma.

Por otro lado las fuerzas electromagnéticas y débil no pueden ser descritas por separado ya que actúan sobre los mismos campos fermiónicos, por ello el grupo de norma que describe la interacción electrodébil es  $SU(2)_L \times U(1)_Y$ , el cual es el mínimo grupo de norma posible que permite describir lo observado en la naturaleza. La exigencia de que la lagrangiana de los campos fermiónicos sea invariante bajo transformaciones del grupo antes mencionado, introduce de forma natural cuatro campos bósónicos no masivos,  $W_\mu^k$  ( $k = 1, 2, 3$ ) y  $B_\mu(x)$  asociados a los grupos  $SU(2)_L$  y  $U(1)_Y$  respectivamente. La densidad lagrangiana electrodébil podrá escribirse como:

$$\mathcal{L}^{WS} = \mathcal{L}^{fer} + \mathcal{L}^{boson}. \quad (1.71)$$

### 1.4.1. Densidad lagrangiana escalar

La idea de construir una densidad lagrangiana que fuera invariante bajo una transformación local en  $SU(2)$  fue explorada por primera vez por Yang y Mills, como ya se describió anteriormente. Como en la naturaleza no se observan bosones de norma sin masa, exceptuando el fotón, usaremos el mecanismo de Higgs. Introduciremos un campo escalar con dos componentes (un doblete de Higgs)

$$\Phi = \begin{pmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \end{pmatrix}, \quad (1.72)$$

donde  $\Phi_A$  y  $\Phi_B$  son campos escalares complejos

$$\Phi_A = \phi_1 + i\phi_2, \quad \Phi_B = \phi_3 + i\phi_4, \quad (1.73)$$

con lo cual se tienen en total cuatro campos reales.

Requerimos que la densidad lagrangiana sea invariante bajo transformaciones del grupo  $SU(2) \times U(1)$

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta} U \Phi, \quad (1.74)$$

donde  $U$  es un elemento de  $SU(2)$ .

Una densidad lagrangiana que tiene simetría global ante  $SU(2) \times U(1)$  está dada por

$$\mathcal{L}_\Phi = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi). \quad (1.75)$$

Si  $V(\Phi^\dagger \Phi) = m^2 \Phi^\dagger \Phi$ , esta densidad lagrangiana corresponde a cuatro campos escalares libres e independientes [3]. En el ME la simetría global ante  $SU(2) \times U(1)$  es promovida a una simetría local. Entonces podemos escribir la transformación bajo  $U(1)$  como

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta} \Phi = \exp(-i\theta \tau^0) \Phi, \quad (1.76)$$

donde  $\tau^0$  es la matriz identidad. Para obtener una simetría local, debemos introducir un campo de norma  $B_\mu(x)$  con la ley de transformación

$$B_\mu(x) \rightarrow B'_\mu(x) = B_\mu(x) + \left(\frac{2}{g_1}\right) \partial_\mu \theta, \quad (1.77)$$

y hacer el siguiente remplazo de la derivada ordinaria por la derivada covariante

$$i\partial_\mu \rightarrow i\partial_\mu - \left(\frac{g_1}{2}\right) B_\mu, \quad (1.78)$$

donde  $g_1$  es el parámetro de acoplamiento adimensional del grupo  $U(1)$ .

La matriz de transformación ante la simetría global  $SU(2)$  puede ser escrita como

$$U = \exp(-i\alpha^k \tau^k), \quad (1.79)$$

donde  $\alpha^k$  son 3 números reales y  $\tau^k$  son las matrices de Pauli, las cuales son los generadores del grupo  $SU(2)$ . Para que la simetría global de este grupo se vuelva una simetría local, debemos introducir un campo de norma  $W_\mu^k(x)$  por cada generador  $\tau^k$ . La ley de transformación para estos campos, que denotaremos como

$$W_\mu(x) = W_\mu^k(x) \tau^k, \quad (1.80)$$

está dada por

$$W_\mu(x) \rightarrow W'_\mu(x) = U(x) W_\mu(x) U^\dagger(x) + \left(\frac{2i}{g_2}\right) (\partial_\mu U(x)) U^\dagger(x), \quad (1.81)$$

donde  $g_2$  es el parámetro de acoplamiento adimensional del grupo  $SU(2)$ . Vemos que  $W_\mu(x)$  tiene la forma

$$W_\mu(x) = \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix}, \quad (1.82)$$

la cual es hermítica y con traza cero.

Definamos ahora la derivada covariante de  $SU(2) \times U(1)$

$$D_\mu \Phi = \left[ \partial_\mu + \left(\frac{ig_1}{2}\right) B_\mu + \left(\frac{ig_2}{2}\right) W_\mu \right] \Phi. \quad (1.83)$$

Finalmente la correspondiente densidad lagrangiana escalar con invarianza de norma ante el grupo  $SU(2) \times U(1)$  es

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu \Phi)^\dagger D^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi). \quad (1.84)$$

---

### 1.4.2. Densidad lagrangiana de los bosones de norma

En el caso de campos de norma  $B_\mu$ , definimos el tensor de intensidad  $B_{\mu\nu}$  como

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \quad (1.85)$$

con lo cual la dinámica de los campos de norma podrá escribirse como

$$\mathcal{L}_{dyn} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu}. \quad (1.86)$$

Debido a la naturaleza no abeliana del grupo  $SU(2)$ , los campos tensoriales de intensidad  $W_\mu$  deben ser definidos como

$$W_{\mu\nu} = \left[ \partial_\mu + \left( \frac{ig_2}{2} \right) W_\mu \right] W_\nu - \left[ \partial_\nu + \left( \frac{ig_2}{2} \right) W_\nu \right] W_\mu. \quad (1.87)$$

Por lo que la dinámica de los campos de norma será descrita por el lagrangiano

$$\mathcal{L}_{dyn} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{8}Tr(W_{\mu\nu}W^{\mu\nu}), \quad (1.88)$$

el cual es invariante bajo una transformación de norma ante  $SU(2)$ .

Si notamos que  $[\tau^i, \tau^j] = 2i\tau^k$ , la matriz  $W_{\mu\nu}$  puede ser escrita como

$$W_{\mu\nu} = W_{\mu\nu}^i \tau^i, \quad (1.89)$$

donde

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i - g_2 \epsilon_{ijk} W_\mu^j W_\nu^k. \quad (1.90)$$

Ahora empleamos (1.88) y observamos que  $Tr(\tau^i)^2 = 2$  y  $Tr(\tau^i \tau^j) = 0$ ,  $i \neq j$ , entonces la densidad lagrangiana adquiere la siguiente forma

$$\mathcal{L}_{dyn} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu}. \quad (1.91)$$

Los campos  $W_\mu^1$  y  $W_\mu^2$  son eléctricamente cargados por lo que conviene definirlos como

$$W_\mu^+ = (W_\mu^1 - iW_\mu^2)/\sqrt{2}, \quad W_\mu^- = (W_\mu^1 + iW_\mu^2)/\sqrt{2}, \quad (1.92)$$

Notamos que  $W_\mu^-$  es el complejo conjugado de  $W_\mu^+$  por lo que el tensor de intensidad se define

$$W_{\mu\nu}^+ = (W_{\mu\nu}^1 - iW_{\mu\nu}^2)/\sqrt{2}. \quad (1.93)$$

Finalmente escribimos

$$W_{\mu\nu}^3 = \partial_\mu W_\nu^3 - \partial_\nu W_\mu^3 - ig_2(W_\mu^- W_\nu^+ - W_\nu^- W_\mu^+), \quad (1.94)$$

y entonces se puede escribir

$$\mathcal{L}_{dyn} = -\frac{1}{4}B_{\mu\nu}B^{\mu\nu} - \frac{1}{4}W_{\mu\nu}^3 W^{3\mu\nu} - \frac{1}{2}W_{\mu\nu}^- W_{\mu\nu}^+. \quad (1.95)$$


---

### 1.4.3. Rompimiento de la simetría $SU(2)$

En la ecuación (1.84) escribimos a  $V(\Phi^\dagger\Phi)$  de la siguiente forma

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = \frac{m^2}{2\phi_0^2} [(\Phi^\dagger\Phi) - \phi_0^2]^2, \quad (1.96)$$

donde  $\phi_0$  es un parámetro fijo. Podemos observar que el estado de vacío de nuestro sistema es degenerado en el espacio 4-dimensional del campo escalar. Ahora romperemos la simetría  $SU(2)$ . Tenemos tres parámetros reales  $\alpha^k(x)$  que están asociados a cada elemento de  $SU(2)$ , por lo que usaremos esta libertad y elijeremos a nuestro estado base como

$$\Phi_{base} = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0 \end{pmatrix}, \quad (1.97)$$

mientras que el estado excitado tiene la forma

$$\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \phi_0 + h(x)/\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad (1.98)$$

donde  $h(x)$  es un campo real.

Deseamos expresar  $\mathcal{L}_\Phi$  en términos del campo  $h(x)$ , por lo que la ecuación (1.96) toma la forma

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = m^2 h^2 + \frac{m^2 h^3}{\sqrt{2}\phi_0} + \frac{m^2 h^4}{8\phi_0^2}, \quad (1.99)$$

y la derivada covariante estará dada por

$$D^\mu\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \partial^\mu h/\sqrt{2} \end{pmatrix} + \frac{ig_1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ B^\mu(\phi_0 + h/\sqrt{2}) \end{pmatrix} + \frac{ig_2}{2} \begin{pmatrix} \sqrt{2}W_\mu^+(\phi_0 + h/\sqrt{2}) \\ -W_\mu^3(\phi_0 + h/\sqrt{2}) \end{pmatrix}. \quad (1.100)$$

Ahora multiplicamos  $(D_\mu\Phi)^\dagger$  por  $D^\mu\Phi$  y obtenemos que

$$\mathcal{L}_\Phi = \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h + \frac{g_2^2}{2}W_\mu^-W^{+\mu}(\phi_0 + h/\sqrt{2})^2 \quad (1.101)$$

$$+ \frac{1}{4}(g_1^2 + g_2^2)Z_\mu Z^\mu(\phi_0 + h/\sqrt{2})^2 - V(h). \quad (1.102)$$

Finalmente efectuaremos la rotación

$$Z_\mu = W_\mu^3 \cos \theta_W - B_\mu \sin \theta_W \quad (1.103)$$

$$A_\mu = W_\mu^3 \sin \theta_W + B_\mu \cos \theta_W, \quad (1.104)$$

donde

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{(g_1^2 + g_2^2)^{1/2}}, \quad \sin \theta_W = \frac{g_1}{(g_1^2 + g_2^2)^{1/2}}, \quad (1.105)$$

con  $\theta_W$  el ángulo de Weinberg. Esto nos permite escribir

$$B_{\mu\nu} = A_{\mu\nu} \cos \theta_W - Z_{\mu\nu} \sin \theta_W, \quad (1.106)$$

$$W_{\mu\nu}^3 = A_{\mu\nu} \sin \theta_W + Z_{\mu\nu} \cos \theta_W - ig(W_\mu^-W_\nu^+ - W_\nu^-W_\mu^+), \quad (1.107)$$

en donde

$$A_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu \quad (1.108)$$

y

$$Z_{\mu\nu} = \partial_\mu Z_\nu - \partial_\nu Z_\mu. \quad (1.109)$$

Para revelar la física contenida en el modelo electrodébil, reorganizemos todos los términos de la densidad lagrangiana  $\mathcal{L} = \mathcal{L}_\Phi + \mathcal{L}_{dyn}$ . Escribamos entonces

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_1 + \mathcal{L}_2, \quad (1.110)$$

donde

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_1 = & \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h - m^2 h^2 \\ & - \frac{1}{4} Z_{\mu\nu} Z^{\mu\nu} + \frac{1}{4} \phi_0^2 (g_1^2 + g_2^2) Z_\mu Z^\mu \\ & - \frac{1}{4} A_{\mu\nu} A^{\mu\nu} \\ & - \frac{1}{2} [(D_\mu W_\nu^+)^* - (D_\nu W_\mu^+)^*] [D^\mu W^{+\nu} - D^\nu W^{+\mu}] + \frac{1}{2} g_2^2 \phi_0^2 W_\mu^- W^{+\mu}, \end{aligned} \quad (1.111)$$

y  $D_\mu W_\nu^+ = (\partial_\mu + i g_2 \sin \theta_W A_\mu) W_\nu^+$ .

Reconocemos en  $\mathcal{L}_1$  los siguientes campos: Un campo escalar masivo neutro  $h$ , un campo bosónico vectorial masivo neutro  $Z_\mu$  y un par de campos bosónicos vectoriales masivos cargados  $W_\mu^+$  y  $W_\mu^-$  los cuales interactúan con el campo electromagnético  $A_\mu(x)$ . Por otra parte  $\mathcal{L}_2$  es la suma de los términos de interacción siguientes

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2 = & \left( \frac{1}{4} h^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} h \phi_0 \right) \left( g_2^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{1}{2} (g_1^2 + g_2^2) Z_\mu Z^\mu \right) \\ & - \frac{m^2 h^3}{\sqrt{2} \phi_0} - \frac{m^2 h^4}{8 \phi_0^2} + \frac{g_2^2}{4} (W_\mu^- W_\nu^+ - W_\nu^- W_\mu^+) (W^{-\mu} W^{+\nu} - W^{-\nu} W^{+\mu}) \\ & + \frac{i g_2}{2} (A_{\mu\nu} \sin \theta_W + Z_{\mu\nu} \cos \theta_W) (W^{-\mu} W^{+\nu} - W^{-\nu} W^{+\mu}) \\ & - g_2^2 \cos^2 \theta_W (Z_\mu Z^\mu W_\nu^- W^{+\nu} - Z_\mu Z^\mu W_\nu^+ W^{+\mu}) \\ & + \frac{i g_2}{2} \cos \theta_W [(Z_\mu W_\nu^- - Z_\nu W_\mu^-) (D^\mu W^{+\nu} - D^\nu W^{+\mu}) \\ & - (Z_\mu W_\nu^+ - Z_\nu W_\mu^+) (D^\mu W^{+\nu})^* - (D^\nu W^{+\mu})^*]. \end{aligned} \quad (1.112)$$

Al romperse la simetría de norma espontáneamente, la simetría ante el grupo  $SU(2)$  se habrá perdido por completo, como observamos en la interacción descrita por  $\mathcal{L}_2$ .

#### 1.4.4. Lagrangiano fermiónico

Ahora debemos acoplar los campos leptónicos con todos los campos bosónicos de norma, además para dotar de masa a los leptones cargados debemos acoplarlos al campo de Higgs. Esto nos llevará a la teoría unificada de Weinberg-Salam para la interacción electrodébil.

El objetivo ahora es construir una densidad lagrangiana que sea invariante bajo  $SU(2) \times U(1)$ . Para su construcción se acomodarán los espinores izquierdos de el electrón  $e_L$  y el neutrino del electrón  $\nu_{eL}$  en un doblete de  $SU(2)$

$$L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_A \\ L_B \end{pmatrix}. \quad (1.113)$$

De la observación experimental se sabe que el campo derecho de los leptones no se acopla con los campos bosónicos  $W$ . Así que para que  $e_R$  y  $\nu_{eR}$  sean invariantes bajo transformaciones en  $SU(2)$  se introducen como singletes

$$e_R \rightarrow e'_R = e_R, \quad \nu_{eR} \rightarrow \nu'_{eR} = \nu_{eR}. \quad (1.114)$$

**CAPÍTULO 1. EL MODELO ESTÁNDAR**  
1.4. MODELO ELECTRODÉBIL

Como bajo transformaciones ante  $SU(2)$  las derivadas covariantes toman la forma  $\partial_\mu + i(g_2/2)W_\mu$ , donde  $g_2 \sin \theta_w = e$ , y del hecho de que en el grupo de norma  $U(1)$  no hay restricción sobre la constante de acoplamiento del campo de norma  $B_\mu$  podemos tomar

$$D_\mu L = [\partial_\mu + i(\frac{g_2}{2})W_\mu + i(\frac{g'}{2})B_\mu]L, \quad (1.115)$$

donde  $g'$  se elige de tal forma que el neutrino sea neutral y el electrón tenga carga  $-e$ , de donde se deduce que

$$g' \cos \theta_W = -g_2 \sin \theta_W = -e. \quad (1.116)$$

Por otro lado la derivada covariante de  $e_R$  será de la forma

$$D_\mu e_R = [\partial_\mu + i(g''/2)B_\mu]e_R \quad (1.117)$$

Como el electrón tienes carga  $-e$  debemos tomar  $g'' = -2e/\cos \theta_W = -2g_1$ .

Ahora podemos construir una expresión con invariancia de norma e invariancia de Lorentz para la parte dinámica de la densidad lagrangiana del electrón y el neutrino del electrón como

$$\mathcal{L}_{dyn}^e = L^\dagger \bar{\sigma}^\mu i D_\mu L + e_R^\dagger \sigma^\mu i D_\mu e_R + v_{eR}^\dagger \sigma^\mu i \partial_\mu v_{eR}. \quad (1.118)$$

Finalmente dotamos de masa a los leptones cargados. El término invariante de norma y de Lorentz que debemos agregar a la densidad lagrangiana para dotar de masa al electrón pero que dejará al neutrino sin masa está dado por

$$\mathcal{L}_{mass}^e = -c_e [(L^\dagger \Phi) e_R + e_R^\dagger (\Phi^\dagger L)] \quad (1.119)$$

$$= -c_e [(v_L^\dagger \Phi_A + e_L^\dagger \Phi_B) e_R + e_R^\dagger (\Phi_A^\dagger v_L + \Phi_B^\dagger e_L)], \quad (1.120)$$

donde  $\Phi$  es un doblete de un campo de Higgs y  $c_e$  una constante de acoplamiento adimensional.

Después del rompimiento de la simetría llegamos a que  $\mathcal{L}_{mass}^e$  se puede escribir como

$$\mathcal{L}_{mass}^e = -c_e \phi_0 (e_L^\dagger e_R + e_R^\dagger e_L) - \frac{c_e h}{\sqrt{2}} (e_L^\dagger e_R + e_R^\dagger e_L). \quad (1.121)$$

Comparando esto con la densidad lagrangiana, identificamos a  $c_e \phi_0$  con la masa del electrón  $m_e$ . La introducción de masa siguiendo el principio de simetría de norma, no deja otra opción más que introducir una interacción entre el electrón y el bosón de Higgs  $h(x)$ . La constante de acoplamiento correspondiente es

$$\frac{c_e}{\sqrt{2}} = \frac{m_e}{\sqrt{2}\phi_0} = 2.01 \times 10^{-6}. \quad (1.122)$$

La densidad lagrangiana total  $\mathcal{L}^e$  para el electrón y su neutrino está dada por

$$\mathcal{L}^e = \mathcal{L}_{dyn}^e + \mathcal{L}_{mass}^e. \quad (1.123)$$

La densidad lagrangiana  $\mathcal{L}^\mu$  y  $\mathcal{L}^\tau$  de los leptones muon y tau respectivamente difieren solo por sus parámetros de masa y sus acoplamientos al campo de Higgs, los cuales están dados como:

$$\frac{c_\mu}{\sqrt{2}} = \frac{m_\mu}{\sqrt{2}\phi_0} = 4.15 \times 10^{-4}, \quad \frac{c_\tau}{\sqrt{2}} = \frac{m_\tau}{\sqrt{2}\phi_0} = 6.98 \times 10^{-3}. \quad (1.124)$$

La constante de acoplamiento  $g_2$  del grupo  $SU(2)$  determina el acoplamiento de los leptones con los bosones de norma  $W^\pm$  y  $Z$ . Esta constante debe ser la misma para todos los leptones. Tal característica es conocida como universalidad leptónica.

La densidad lagrangiana completa  $\mathcal{L}^{WS}$  de la teoría de Weinberg-Salam es la suma de las contribuciones leptónicas y la contribución bosónica

$$\mathcal{L}^{WS} = \mathcal{L}^e + \mathcal{L}^\mu + \mathcal{L}^\tau + \mathcal{L}^{bosons}. \quad (1.125)$$



## Capítulo 2

# El modelo más simple con un bosón de Higgs ligero (SLHM)

En la física teórica, el problema de jerarquía se le denomina a lo que ocurre cuando los parámetros fundamentales (acoplamiento o masas) de alguna densidad lagrangiana difieren fuertemente de los parámetros medidos en los experimentos [6]. En particular, en la física de partículas el problema de la jerarquía se refiere al hecho de que la magnitud de la masa del bosón de Higgs, que es del orden de la escala electrodébil, es mucho menor que la escala de Planck. Para poder entender dicho problema, recordemos que las teorías tienen un intervalo de aplicabilidad que está determinadas por una escala de energía, la cual es útil porque cantidades como la longitud y la masa están expresadas en estas unidades, ya que consideramos a la constante de Planck  $\hbar = 1$  y a la velocidad de la luz en el vacío  $c = 1$ . La escala de energía característica del ME, la cual se denomina la escala electrodébil o escala de Fermi, es del orden de unos cientos de GeV. Por debajo de esta escala la interacción electromagnética y la interacción débil actúan como dos interacciones distintas mientras que a energías mayores a la escala de Fermi estas interacciones están unificadas. En principio la gravedad no está incluida en el ME, no solo por las dificultades inherentes para describir esta teoría, sino porque los efectos gravitatorios son irrelevantes en la realización de un experimento en un acelerador de partículas. Sin embargo, un cálculo revela que tales efectos no podrán ignorarse a energías del orden de la escala de Planck (alrededor de  $10^{19}$  GeV). A partir de esta energía necesitamos tener una teoría más completa que incluya a la gravedad y que sea compatible con la mecánica cuántica, ya que el ME dejaría de ser válido a estas escalas.

Analicemos brevemente el origen del problema de la jerarquía. El bosón de Higgs recientemente hallado en los experimentos realizados en el LHC tiene una masa de alrededor de 125 GeV, sin embargo esto no es lo que se esperaría teóricamente. Para calcular la masa de esta partícula se utiliza la teoría cuántica de campos y la teoría de perturbaciones mediante el método de los diagramas de Feynman. Cuando se consideran las correcciones radiativas a la masa del bosón de Higgs a nivel de un lazo, se encuentra que las contribuciones virtuales del quark top, los bosones de norma débiles y el mismo bosón de Higgs dan lugar a divergencias que dependen cuadráticamente de la escala de energía hasta la cual sería válido el ME, que es en esencia la escala de Planck. Entonces, al comparar la predicción teórica con el experimento encontramos una gran diferencia, ya que según la teoría la masa debe ser del orden de  $10^{19}$  GeV mientras que el experimento dice que la masa es de alrededor de 125 GeV. Una solución a este problema consistiría en que se lleva a cabo una cancelación muy fuerte (ajuste fino) entre las correcciones radiativas y el valor a nivel de árbol (la masa desnuda del bosón de Higgs) para lograr la consistencia con los datos experimentales, pero esto se considera poco natural y atractivo. Otra interpretación a este problema es que debe haber una teoría más completa que el ME, la cual sería válida a partir de la escala de alrededor de 1 TeV a 10 TeV ya que en este intervalo el ME falla debido al problema de la jerarquía [7]. Existen diversas teorías que proponen una solución a este problema, aquí solo mencionaremos tres de éstas.

La supersimetría es una teoría de extensión consistente con la simetría de Poincaré y por ende consistente con el ME. La extensión al grupo de Poincaré implica que podemos hacer una

---

nueva rotación sobre las partículas, tal que cambie el valor de su espín y deje invariantes sus demás propiedades. En esta teoría cada partícula tendría su compañera supersimétrica idéntica salvo por el espín: los fermiones tendrían un super compañero bosónico y los bosones tendrían un super compañero fermiónico. Esto llevaría a duplicar el número de partículas elementales que existen en el ME. Aunque estas nuevas partículas no sean necesarias para describir las interacciones fundamentales, su existencia permite resolver el problema de la jerarquía, ya que cuando calculamos las correcciones radiativas a la masa del bosón de Higgs usando supersimetría las partículas del ME y sus compañeras supersimétricas dan contribuciones con signo opuesto, de tal manera que las divergencias cuadráticas se cancelan entre sí, recuperando la consistencia con el experimento. Sin embargo, si la super simetría fuera una simetría de la naturaleza, dos partículas que son compañeras supersimétricas tendrían que tener la misma masa, pero dado que experimentalmente no se ha encontrado evidencia al respecto, se supone que la supersimetría no es una simetría exacta de la naturaleza sino una simetría rota por algún efecto aún no conocido. Aun así un modelo de física de partículas con una simetría rota puede cumplir el objetivo de compensar las correcciones radiativas a la masa del bosón de Higgs y evitar el problema de la jerarquía [8].

Otro modelo que trata de resolver el problema de la jerarquía es el modelo de Randall-Sundrum, propuesto a principios de los años noventa. Este modelo mejor conocido como RS1 se basa en la suposición de que vivimos en el borde de un espacio de 5 dimensiones. Al borde se le denomina brana y es donde las partículas e interacciones habitan, mientras que al universo de dimensiones mayores se le conoce como mundo brana. Las partículas están confinadas a una brana, razón por la cual no podemos ver la dimensión extra, pero la gravedad es la única interacción que puede salir de las branas debido a que el gravitón puede moverse libremente por todo el espacio disponible. Las branas al igual que las partículas tienen energía y por relatividad general sabemos que la energía curva el espacio-tiempo. Dado que vivimos en el borde de dicho espacio-tiempo, una de las branas debe tener energía positiva y la otra brana energía negativa, lo que causa que los gravitones permanezcan más tiempo cerca de la brana positiva que de la negativa. Técnicamente esto quiere decir que la densidad de probabilidad del gravitón está concentrada en la brana de energía positiva llamada brana gravitatoria o brana de Planck. A la brana donde vivimos se le llama brana débil o brana de los TeV. La gravedad pierde fuerza al ir de una brana a otra causando que sea mucho menos intensa en la brana débil, esto explica porque las otras interacciones tienen mucho mayor intensidad que la interacción gravitatoria. Específicamente cualquier cosa que se mueva de la brana de Planck a la brana de TeV causará que la distancia y el tiempo se expandan, mientras que la masa y la energía se contraigan. De esta forma se explica naturalmente porque la gravedad es tan débil en la brana de los TeV y porque la masa del Higg es ligera, resolviendo el problema de la jerarquía.

Otros modelos recientemente propuestos que han surgido para resolver el problema de la jerarquía son los llamados modelos con un bosón de Higgs ligero (MHL). Estos modelos se basan en la inclusión de un estado ligado (bosón de Higgs ligero) de componentes más fundamentales unidos por una nueva interacción fuerte. Para evitar el ajuste fino se introduce al bosón de Higgs compuesto como un pseudo-bosón de Goldstone que queda como remanente del rompimiento espontáneo de la simetría global del sector de la nueva interacción fuerte. Los MHL dan una solución al problema de la jerarquía porque las interacciones de norma y de Yukawa del bosón de Higgs son incorporadas de tal forma que la contribución divergente a orden de un lazo a la masa del bosón de Higgs se cancelan. Esto es consecuencia de la forma en como los acoplamientos de Yukawa y de norma rompen las simetrías global y local. Las contribuciones cuánticas a un lazo son tan pequeñas que no requieren un ajuste fino para mantener la masa del bosón de Higgs suficientemente ligera si la escala de acoplamiento fuerte es tan grande como 10 TeV. De esta forma el problema de la jerarquía se resuelve. En seguida describiremos con un poco más de detalle las características de este tipo de teorías.

## CAPÍTULO 2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO (SLHM)

### 2.1. MODELOS CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO

---

#### 2.1. Modelos con un bosón de Higgs ligero

Como mencionamos anteriormente, experimentalmente las pruebas de precisión se ajustan a las predicciones del ME incluyendo correcciones a un lazo. Esto sugiere que el ME es válido a energías en el rango de los TeV con una masa del bosón de Higgs del orden 125 GeV. Pero esto no ocurre teóricamente ya que la masa del bosón de Higgs en el ME recibe divergencias cuadráticas debido a las correcciones radiativas que desestabilizan el rompimiento de la simetría electrodébil. Las correcciones más significativas provienen de los lazos del quark top, de los bosones  $Z$  y  $W$  y del bosón de Higgs mismo, siendo la corrección del quark top la más relevante, ya que para cancelar su contribución necesitaríamos hacer un ajuste fino del orden de 10% entre esta corrección y los términos adicionales, logrando que el punto de corte sea  $\Lambda_{top} \leq 2\text{TeV}$ , lo cual sigue siendo muy grande. Esto sugiere la necesidad de un modelo con nueva física débilmente acoplada que sea consistente con las mediciones de precisión electrodébil del ME a la escala de 1 TeV.

Una nueva clase de modelos que estabilizan la masa del bosón de Higgs, sin recurrir al ajuste fino, son los llamados modelos con un bosón de Higgs ligero, los que producen un bosón de Higgs ligero con física débilmente acoplada hasta los 10 TeV. Este tipo de modelos se basan en la idea de que el bosón de Higgs es un pseudo-bosón de Nambu-Goldstone que permanece sin masa a nivel de árbol y que surge del rompimiento espontáneo a una escala del orden de unos cuantos TeV de una simetría global aproximada asociada a un sector de interacción fuerte. Para evitar que los acoplamientos de norma y de Yukawa del bosón de Goldstone violen la simetría global (generando términos de masa radiativos para este bosón y por lo tanto evitando la existencia de un bosón de Higgs ligero) se invoca al mecanismo colectivo de ruptura de la simetría. La idea básica del mecanismo colectivo de ruptura de la simetría consiste en la parametrización del bosón de Nambu-Goldstone por un modelo sigma no lineal, que además de tener simetría global bajo un grupo  $G_1$  tiene una simetría local bajo el subgrupo  $G_2 \subset G_1$ . De esta forma los acoplamientos de norma y de Yukawa del bosón de Nambu-Goldstone se introducen sin producir divergencias cuadráticas a la masa del bosón de Higgs a nivel de un lazo e incluso a nivel de dos lazos. Después de que el mecanismo colectivo de ruptura de la simetría se lleva a cabo, surgen un conjunto de nuevas partículas que se pueden ver como las compañeras de los bosones de norma del ME y del quark top. Los acoplamientos de estas nuevas partículas son tales que las divergencias que éstas inducen en la masa del bosón de Higgs  $m_H$  se cancelan exactamente con las inducidas por sus compañeras del ME, produciendo así un bosón de Higgs ligero.

Existen varios modelos en la literatura que siguen la idea antes citada, tales como el modelo con el bosón de Higgs más ligero, el modelo con el bosón de Higgs más ligero con paridad T, que es una extensión del primero, y el modelo más simple con un bosón de Higgs ligero (SLHM por las siglas en inglés de simplest little Higgs model) [9], entre otros.

#### 2.2. El modelo más simple con un bosón de Higgs ligero

El SLHM tiene una simetría global ante el grupo es  $[SU(3) \times U(1)]^2$  y una simetría de norma ante el subgrupo  $SU(3) \times U(1)$ . Se encuentra que este modelo tiene regiones en el espacio de parámetros, a la escala de 1 TeV en donde las nuevas partículas interactúan muy débilmente con los campos del ME a nivel de árbol. Esto les permite pasar desapercibidas en las mediciones de precisión electrodébil sin dejar de cancelar las divergencias cuadráticas en la masa del bosón de Higgs. Las masas de los nuevos fermiones y bosones de norma podrían ser tan bajas como 1 TeV, lo cual es consistente con los datos [10].

##### 2.2.1. Estructura general

No discutiremos con profundidad el marco teórico de este modelo porque ello está fuera del alcance de este trabajo. Nos contentaremos con presentar una breve descripción de la estructura del modelo centrándonos en los aspectos de interés para el estudio de su fenomenología y en particular

---

para nuestro cálculo. El lagrangiano del SLHM tiene una simetría global ante el grupo  $[SU(3) \times U(1)]^2$  y al mismo tiempo tiene una simetría de norma ante el subgrupo diagonal  $SU(3) \times U(1)$ , lo que requiere de introducir 9 bosones de norma (uno por cada generador del grupo de norma). A la escala de los TeV, se rompe la simetría global al subgrupo  $[SU(2) \times U(1)]^2$  por los valores de expectación del vacío (VEV) de dos tripletes complejos de  $SU(3)$ . En este proceso se rompen 10 generadores del grupo  $[SU(3) \times U(1)]^2$ , por lo que, por el teorema de Goldstone, generarán 10 bosones de Goldstone (uno por cada generador roto). La dinámica de dichos bosones Goldstone se parametriza mediante un modelo sigma no lineal. A la misma escala de energía en que se rompe la simetría global también se rompe la simetría de norma al grupo del ME  $SU(2) \times U(1)$ , lo cual implica que se van a generar 5 bosones de norma que adquieren masa a esta escala y que por ello absorben 5 de los 10 bosones de Goldstone. Los restantes bosones de Goldstone se acomodan en un doblete complejo de  $SU(2) \times U(1)$  y el restante en un singlete. El rompimiento espontaneo del grupo electrodébil se lleva a cabo como es usual a la escala de Fermi por el VEV del doblete, el cual se genera de manera radiativa mediante un potencial de tipo Coleman-Weinberg, el cual también dotará de masa al singlete escalar. Después de todo este proceso se tiene el espectro de partículas del ME más un conjunto de nuevas partículas pesadas: un nuevo bosón de norma neutro  $Z'$ , un par de nuevos bosones de norma cargados  $X^\pm$  y un bosón de norma neutro  $Y^0$ . En el sector escalar sólo se genera un pseudoescalar neutro que adquiere masa a la escala de Fermi y por lo tanto podría ser muy ligero. Adicionalmente, dado que el grupo de norma es  $SU(3) \times U(1)$ , se requiere promover los dobletes de fermiones a tripletes del grupo de norma. Para completar los tripletes de leptones se introducen 3 nuevos neutrinos pesados, mientras que para completar los tripletes de quarks se introducen 3 nuevos quarks. Uno de los nuevos quarks es el compañero pesado del quark top, mientras que los bosones de norma  $Z'$  y  $X^\pm$  son los compañeros pesados de los bosones débiles  $Z$  y  $W^\pm$ . Dado el mecanismo de rompimiento de las simetrías local y global, el cual se denomina rompimiento colectivo de las simetrías, los acoplamientos de los compañeros pesados con el bosón de Higgs son tales que su contribución a las divergencias cuadráticas a las correcciones radiativas a la masa de esta partícula a nivel de un lazo cancela exactamente la contribución proveniente de las partículas del ME.

### 2.2.2. Lagrangiano del SLHM

De manera más concreta, para llevar a cabo el rompimiento de la simetría  $SU(3) \times U(1)$  al grupo  $SU(2) \times U(1)$  se introducen dos tripletes escalares  $\Phi_1$  y  $\Phi_2$ . La dinámica de estos campos se parametriza mediante un modelo sigma no lineal. Estos campos pueden ser obtenidos de tripletes normales complejos, con VEV's  $f_1$  y  $f_2$ , mediante la integración de los modos radiales. Cinco de los diez grados de libertad de los  $\Phi_1$  son absorbidos por el mecanismo de Higgs cuando  $SU(3) \times U(1)$  es roto a  $SU(2) \times U(1)$ . Parametrizamos los restantes grados de libertad como sigue:

$$\Phi_1 = e^{i\Theta \frac{f_2}{f_1}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_1 \end{pmatrix}, \quad \Phi_2 = e^{-i\Theta \frac{f_1}{f_2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ f_2 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

donde

$$\Theta = \frac{1}{f} \left[ \frac{\eta}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & h \\ 0 & 0 & h \\ h^\dagger & 0 & 0 \end{pmatrix} \right]. \quad (2.2)$$

siendo  $\Theta$  la matriz piónica y  $f^2 = f_1^2 + f_2^2$ . Aquí el campo  $h$  es un doblete de  $SU(2)$  el cual identificamos como el doblete de Higgs del ME y  $\eta$  es una campo escalar real. Su normalización se escoge para producir términos cinéticos canónicos. La densidad lagrangiana cinética del modelo sigma puede escribirse como

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1,2} |D_\mu \Phi_i|^2, \quad (2.3)$$

## CAPÍTULO 2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO (SLHM)

### 2.2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO

---

donde la derivada covariante de  $SU(3) \times U(1)$  se escribe como

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu^a T^a - i\frac{g_X}{3}B_\mu. \quad (2.4)$$

donde  $A_\mu^a$  ( $i = 1, \dots, 8$ ) y  $B_\mu$  son los campos de norma de los grupos  $SU(3)$  y  $U(1)$  respectivamente,  $T^a$  es el generador de  $SU(3)$ , mientras  $g$  y  $g_X$  son las constantes de acoplamiento. Se debe tener que  $g_X = \sqrt{3}gt_W/\sqrt{3-t_W^2}$  para tener compatibilidad con la constante de acoplamiento de la hipercarga del ME. De este lagrangiano se generan los términos de masa para los bosones de norma pesados y las interacciones entre éstos y el bosón de Higgs.

#### 2.2.3. Sector de norma

Además de los bosones de norma del ME, nuestro modelo contiene 5 nuevos bosones de norma con masas del orden de la escala  $f$ . Estos nuevos bosones aparecen, después de la primera etapa de rompimiento de la simetría, como multipletes del grupo  $SU(2) \times U(1)$ : un doblete ( $X^\pm, Y^0$ ) de hipercarga  $\frac{1}{2}$  y un singlete neutral  $Z'$ , los cuales estan dados en terminos de los campos de norma como

$$Y^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^4 \mp iA^5), \quad (2.5)$$

$$X^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A^6 \mp iA^7). \quad (2.6)$$

Para determinar las masas de los bosones de norma utilizamos los términos cinéticos de los tripletes  $\Phi_i$ :

$$|(\partial_\mu + igA_\mu^a T^a - \frac{i}{3}g_X A_\mu^x)\Phi_i|^2 \rightarrow \text{Tr}[(gA_\mu^a - \frac{1}{3}g_X A_\mu^x)^2 \Phi_i \Phi_i], \quad (2.7)$$

y calculamos las masas usando la matriz

$$\langle \Phi_1 \Phi_1^\dagger + \Phi_2 \Phi_2^\dagger \rangle = \begin{pmatrix} \langle hh^\dagger \rangle & 0 \\ 0 & f^2 \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

Para ello expandemos a primer orden alrededor de  $h/f$  y encontramos que las masas al cuadrado para los bosones cargados  $W_\pm$  y para los bosones pesados  $X^\pm, Y^0$  del doblete  $SU(2)$  son

$$m_{W^\pm}^2 = \frac{g^2 v^2}{4} \quad (2.9)$$

$$m_{X^\pm}^2 = \frac{g^2 f^2}{2} \left(1 - \frac{v^2}{4f^2}\right)^2 \quad (2.10)$$

$$m_{Y^0}^2 = \frac{g^2 f^2}{2}. \quad (2.11)$$

La obtención de la matriz de masa del bosón de norma neutral  $Z'$  es un poco más complicada. Después del rompimiento  $SU(3) \times U(1)$ , el bosón neutro de norma correspondiente al generador  $T^8 = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{diag}(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1)$  de la diagonal de  $SU(3)$  se mezcla con el generador  $T^X$  de  $U(1)$ . Antes de que ocurra el rompimiento del grupo de norma del ME, los eigenestados de masa están dadas por

$$W_\mu^3 = A_\mu^3 \quad (2.12)$$

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(A_\mu^1 \pm iA_\mu^2) \quad (2.13)$$

$$B_\mu = \frac{-g_X A_\mu^8 + \sqrt{3}g B_\mu^x}{\sqrt{3g^2 + g_x^2}} \quad (2.14)$$

$$Z'_\mu = \frac{\sqrt{3}g A_\mu^8 + g_X B_\mu^x}{\sqrt{3g^2 + g_x^2}} \quad (2.15)$$

---

con el acoplamiento de hipercarga dado por

$$g' = \frac{g_X}{\sqrt{1 + \frac{g_X^2}{3g^2}}}. \quad (2.16)$$

Los acoplamientos de Yukawa y de norma inducen radiativamente un VEV para el doblete escalar mediante el potencial de Coleman-Weinberg, lo que genera el rompimiento del grupo  $SU(2) \times U(1)$  a  $U(1)$ . Después de esto el fotón permanecerá sin masa, como se requiere, mientras que las masas al cuadrado de los bosones de norma  $Z$  y  $Z'$  estarán dadas como

$$m_Z^2 = \frac{g^2}{4} v^2 (1 + t_W^2) \quad (2.17)$$

$$m_{Z'}^2 = g^2 f^2 \frac{2}{3 - t_W^2} \left( 1 - \frac{3 - t_W^2}{c_W^2} \frac{v^2}{16f^2} \right)^2 \quad (2.18)$$

donde  $t_W = g'/g = \tan \theta_W$ .

#### 2.2.4. Sector fermiónico

En este sector es preciso promover los dobletes de  $SU(2)_L$  a tripletes de  $SU(3)_L$ , para lo cual necesitamos nuevos fermiones junto con nuevos singletes derechos que doten de masa a estas nuevas partículas. Como se mencionó antes en este modelo es necesario incluir un compañero del quark top para cancelar las divergencias cuadráticas de la masa del bosón de Higgs, aunque en esencia no sería necesario incluir compañeros adicionales para los fermiones ligeros ya que su contribución a un lazo es despreciable [10]. Las familias leptónicas incluyen un nuevo lepton neutro  $N_i$  por cada generación

$$l_{iL} = \begin{pmatrix} v_i \\ e_i \\ iN_i \end{pmatrix} \sim (3, -1/3), \quad ie_i^c \sim (1, 0), \quad iN_i^c \sim (1, -1), \quad (2.19)$$

donde  $i = 1, 2, 3$  representa el índice familiar y los números cuánticos de norma están entre paréntesis.

El lagrangiano de Yukawa para los leptones está dado por

$$\mathcal{L}_Y = i\lambda_{N_m} N_m^c \Phi_2^\dagger L_m + \frac{i\lambda_e^{mn}}{\Lambda} e_m^c \epsilon_{ijk} \Phi_1^i \Phi_2^j L_n^k + \text{H.c.}, \quad (2.20)$$

donde  $m$  y  $n$  son los índices de las generaciones e  $i$  y  $j$  son los índices del grupo  $SU(3)$ . Los tripletes leptónicos están dados por  $L_m = (\nu, e, iN)_m^T$ , mientras que los  $N_m^c$  son los neutrinos derechos pesados que se requieren para dar masa a los neutrinos pesados, la cual está dada por

$$m_{N_i}^2 = \lambda_{N_i}^2 s_\beta^2 f^2, \quad (2.21)$$

donde  $s_\beta = \sin \beta$  y  $\beta$  se define mediante  $\tan \beta = f_1/f_2$ .

Para nuestro trabajo será de interés tener los acoplamientos de los leptones cargados con los bosones de norma  $W^\mp$  y  $X^\mp$ . Estos se generan del lagrangiano de Dirac de los leptones, de donde se puede obtener

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{W,X} &= -\frac{gW_\mu^+}{\sqrt{2}} \left( \left( 1 - \frac{1}{2}\delta_\nu^2 \right) \bar{\nu}_i \gamma^\mu e_i - \delta_\nu V_{mi}^{\ell\dagger} \bar{N}_m \gamma^\mu e_i \right) \\ &\quad - \frac{g}{\sqrt{2}} iX_\mu^- (\bar{e}_i \gamma^\mu (V_{im}^\ell N_m + \delta_\nu \nu_i)) + \text{H.c.}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

## CAPÍTULO 2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO (SLHM)

### 2.2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO

---

en donde sólo se conservaron términos de orden  $(v/f)^2$  para las interacciones del ME y de orden  $v/f$  para las interacciones que incluyen partículas pesadas. Aquí  $\delta_\nu$  es el ángulo de la mezcla entre los leptones cargados del ME y los neutrinos pesados dado por

$$\delta_\nu = \frac{v}{\sqrt{2}ft_\beta}, \quad (2.23)$$

mientras que  $V_{im}^\ell$  es un elemento de la matriz de la mezcla.

En el sector de los quarks se requiere agregar un nuevo quark por familia. Hay dos formas para incluir este nuevo quark: la inclusión universal y la inclusión libre de anomalías. En la inclusión universal las tres generaciones de quarks llevan números cuánticos ante el grupo  $SU(3)_L$  idénticos. Los tres tripletes de quarks están dados por

$$Q_{iL} = \begin{pmatrix} u_i \\ d_i \\ iU_i \end{pmatrix} \sim (3, 1/2), \quad iu_i^c \sim (1, -2/3), \quad id_i^c \sim (1, 1/3), \quad iU_i^c \sim (1, -2/3) \quad (2.24)$$

para  $i = 1, 2, 3$ . Los nuevos quarks son  $U_1 = U$ ,  $U_2 = C$  y  $U_3 = T$ , que son los compañeros de  $u$ ,  $c$  y  $t$ , respectivamente. Esto conduce a anomalías en el grupo  $SU(3)_L \times U(1)_X$  aunque el grupo  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  permanece libre de anomalías. Ya que el SLHM es una teoría válida hasta la escala de corte  $\Lambda_S$ , las anomalías serían canceladas por nuevos fermiones incluidos en la teoría fundamental.

Por otra parte, en la inclusión libre de anomalía se escoge una representación particular para los tripletes de quarks tal que las anomalías se cancelan. En este caso cada generación de quarks tienen diferentes números cuánticos. En particular, las primeras dos familias se transforman idénticamente ante el grupo de norma

$$Q_{1,2L} = \begin{pmatrix} d_{1,2} \\ -u_{1,2} \\ iD_{1,2} \end{pmatrix} \sim (\bar{3}, 0), \quad id_{1,2}^c \sim (1, 1/3), \quad iu_{1,2}^c \sim (1, -2/3), \quad iD_{1,2}^c \sim (1, 1/3), \quad (2.25)$$

mientras que la tercera familia se transforma de manera diferente

$$Q_{3L} = \begin{pmatrix} b \\ t \\ T_L \end{pmatrix} \sim (3, 1/3), \quad b^c \sim (1, 1/3), \quad it^c \sim (1, -2/3), \quad T^c \sim (1, -2/3). \quad (2.26)$$

De modo que los tres nuevos quarks son  $D_1 = D$ ,  $D_2 = S$  y  $T$ , que son los compañeros de los quarks  $d$ ,  $s$ ,  $t$ , respectivamente.

No discutiremos con detalle el mecanismo para obtener la masa de los quarks pues este sector no es de interés para este trabajo. Solo mencionaremos que las masas del quark top y su compañero pesado están dadas por la expresión

$$m_t = \lambda_t v, \quad (2.27)$$

$$m_T^2 = \lambda_1^2 f_1^2 + \lambda_2^2 f_2^2. \quad (2.28)$$

Si se fija la masa del quark top se tienen dos parámetros libres, los cuales pueden ser  $f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2}$  y  $x_\lambda = \lambda_1/\lambda_2$ . En cuanto a la masa del resto de los quarks, está dada como

$$m_{Q_i}^2 = \lambda_{Q_i}^2 s_\beta^2 f^2. \quad (2.29)$$

#### 2.2.5. Potencial de Coleman-Weinberg

Después de la primera etapa de rompimiento de las simetrías global y de norma, quedan como remanentes 5 bosones de Goldstone que se acomodan en un doblete complejo de  $SU(2)$ , que puede

ser identificado como el doblete de Higgs del ME, y un singlete escalar de  $SU(2)$ . Para llevar a cabo el rompimiento de la simetría de norma ante el grupo electrodébil, se debe introducir un potencial radiativo de Coleman-Weinberg que va a generar un VEV para el doblete y a dotar de masa al singlete. Este VEV permite el rompimiento de la simetría electrodébil como es usual. El potencial de Coleman-Weinberg debe tomar en cuenta las contribuciones a nivel de un lazo de los bosones de norma pesados y los bosones de norma del ME, pero también existen contribuciones del quark top y su compañero pesado. Se ha demostrado que el potencial de Coleman-Weinberg puede escribirse como

$$V_{CW} = -m^2 h^\dagger h + \lambda (h^\dagger h)^2 + \lambda' h^\dagger h \eta^2, \quad (2.30)$$

donde

$$m^2 = \frac{3}{8\pi^2} \left( \lambda_t^2 m_T^2 \log \left( \frac{\Lambda^2}{m_T^2} \right) - \frac{g^2}{4} m_X^2 \log \left( \frac{\Lambda}{m_X^2} \right) - \frac{g^2}{8} (1 + t_W^2) m_{Z'}^2 \log \left( \frac{\Lambda^2}{m_{Z'}^2} \right) \right), \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{1}{3s_\beta^2 c_\beta^2} \frac{m^2}{f^2} + \frac{3}{16\pi^2} \left( \lambda_t^4 \log \left( \frac{m_T^2}{m_t^2} \right) - \frac{g^4}{8} \log \left( \frac{m_X^2}{m_W^2} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{g^4}{16} (1 + t_W^2)^2 \log \left( \frac{m_{Z'}^2}{m_Z^2} \right) \right), \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\lambda' = \frac{3}{32s_\beta^2 c_\beta^2} \frac{m^2}{f^2}. \quad (2.33)$$

Aquí  $\Lambda$  es un corte en la integración de los lazos. El VEV del doblete de Higgs es  $v^2 = m^2/\lambda = (246 \text{ GeV})^2$  y después del rompimiento espontáneo de la simetría electrodébil, emergen dos bosones de Higgs físicos con masas

$$m_H^2 = 2m^2 = 2\lambda v^2, \quad (2.34)$$

$$m_\eta^2 = \frac{m_H^2 v^2}{f^2}. \quad (2.35)$$

La posibilidad de que la masa del bosón de Higgs resulte muy pequeña dado que  $\lambda$  podría ser muy pequeña se discute en [9] y también se presenta una posible solución.

## 2.2.6. Fenomenología del SLHM

El espectro de partículas nuevas que surgen en el SLHM se muestra, junto con su respectiva masa al cuadrado, en la Tabla 2.1.

En resumen, además de las partículas del ME, se cuenta con un nuevo conjunto de partículas:

- Dos bosones de norma cargados  $X^\mp$ , un bosón de norma neutro extra  $Z'$  y un bosón de norma neutro  $Y^0$ .
- Tres neutrinos pesados  $N_m$  y tres nuevos quarks  $S$ ,  $D$  y  $T$  (modelo con incrustación libre de anomalías) o  $U_i$  (modelo con incrustación universal).
- Un nuevo pseudo-escalar  $\eta$ .

Uno de los parámetros del modelo es la escala de rompimiento de la simetría global, la cual ha sido acotada a partir de las correcciones del modelo a las observables de alta precisión y se ha encontrado que puede ser del orden de 1 TeV. Por este motivo, el modelo es de interés pues sería posible tener evidencias experimentales a la escala de unos cuantos cientos de GeV.

Para nuestro cálculo serán de interés los acoplamientos entre los leptones cargados, los bosones de norma y los neutrinos. En el siguiente capítulo se presentan las reglas de Feynman necesarias para nuestro cálculo.

**CAPÍTULO 2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS  
LIGERO (SLHM)**  
2.2. EL MODELO MÁS SIMPLE CON UN BOSÓN DE HIGGS LIGERO

---

Partículas	Espín	Masa al cuadrado
$\eta$	0	$\frac{\mu^2}{s_\beta c_\beta} \cos\left(\frac{v}{\sqrt{2}f s_\beta c_\beta}\right)$
$N_i$	1/2	$\lambda_{N_i}^2 s_\beta^2 f^2$
$X^\pm$	1	$\frac{g^2 f^2}{2} \left(1 - \frac{v^2}{4f^2}\right)$
$Y^0$	1	$\frac{g^2 f^2}{2}$
$Z'$	1	$\frac{2g^2 f^2}{(3-t_W^2)} \left(1 - \frac{3-t_W^2}{c_W^2} \frac{v^2}{16f^2}\right)$
Quarks (modelo con incrustación de anomalía libre)		
T	1/2	$f^2 \left[ (\lambda_1^t)^2 c_\beta^2 + (\lambda_2^t)^2 s_\beta^2 \right]$
D	1/2	$f^2 \left[ (\lambda_1^{d1})^2 c_\beta^2 + (\lambda_2^{d1})^2 s_\beta^2 \right]$
S	1/2	$f^2 \left[ (\lambda_1^{d2})^2 c_\beta^2 + (\lambda_2^{d2})^2 s_\beta^2 \right]$
Quarks (modelo con incrustación global)		
$U_n$	1/2	$f^2 \left[ (\lambda_1^{un})^2 c_\beta^2 + (\lambda_2^{un})^2 s_\beta^2 \right]$

Tabla 2.1: Nuevas partículas del SLHM.



## Capítulo 3

# El momento magnético anómalo de un leptón

El momento magnético  $\vec{\mu}$  es la cantidad que determina la fuerza y la torsión que el campo magnético ejerce sobre las corrientes eléctricas. Matemáticamente hablando, el momento magnético está dado por  $|\vec{\mu}| = JS$ , donde  $J = qf$  es la corriente de una carga  $q$  con frecuencia  $f$  y  $S$  es el área encerrada por la espira donde circula la carga  $q$ . La orientación de  $\vec{\mu}$  es a lo largo de la normal a  $S$ . La razón giromagnética de una partícula masiva eléctricamente cargada es la constante de proporcionalidad entre su momento angular y su momento magnético y se define como

$$\gamma \equiv \frac{|\vec{\mu}|}{|\vec{L}|} = \frac{q}{2m}. \quad (3.1)$$

Clásicamente, el Hamiltoniano de una partícula de carga  $-q$  moviéndose en un campo magnético  $\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$  se expresa de la siguiente forma

$$H = \frac{1}{2m} \left( p^2 + 2\frac{q}{c} \vec{p} \cdot \vec{A} + \frac{q^2}{c^2} A^2 \right), \quad (3.2)$$

donde  $p = |\vec{p}|$  es el momento lineal de la partícula. Si se desprecia  $|\vec{A}|^2$  y se toma  $\vec{A} = \frac{1}{2}(\vec{B} \times \vec{r})$  el Hamiltoniano toma la forma

$$H = \frac{p^2}{2m} + \vec{\mu} \cdot \vec{B} = H_0 + H_I, \quad (3.3)$$

con  $\vec{\mu} = (q/2mc)\vec{L}$  y  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ . Podemos definir entonces a la energía de la interacción magnética como el producto punto del momento magnético y el campo magnético.

En el caso cuántico, el momento lineal es remplazado por su respectivo operador,  $\hat{p} \rightarrow -i\hbar\nabla$ , mientras que el momento angular orbital y el momento magnético son remplazados por operadores tales que:  $\vec{B} = B\hat{k}$ ,  $H = \mu_B B L_z$  y  $L_z\phi = m\phi$ , siendo  $\mu_B$  el magnetón de Bohr. De esta forma la ecuación de eigenvalores para la energía de interacción magnética es

$$\begin{aligned} \hat{H}_I \Psi &= \mu_B B_z m \Psi = E \Psi, \\ E &= \mu_B B_z m. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Este resultado se hace presente en las mediciones del efecto Zeeman, desdoblado los niveles de energía atómicos de los sistemas inmersos en un campo magnético. La interpretación correcta de este desdoblamiento surgió de la idea de tener un cuarto número atómico relacionado con un momento angular intrínseco con valor semi-entero. A este momento angular intrínseco se le llama espín  $\hat{S}$ .

---

### 3.1. Acoplamiento electromagnético

El momento magnético anómalo de una partícula se entiende como una contribución al momento magnético de esa partícula debida a los efectos cuánticos. Esta contribución está expresada a través de los diagramas de Feynman a nivel de uno o varios lazos. El descubrimiento del espín intrínseco del electrón ayudó a que las predicciones del momento magnético anómalo se realizaran exhaustivamente, gracias a la derivación de la energía de interacción para una partícula de Dirac en un campo magnético externo. Ilustrando un poco ésto último, partamos de la ecuación explícita de Dirac.

$$\left( i \frac{\partial}{\partial t} + i \vec{\alpha} \cdot \vec{\nabla} - e \vec{\alpha} \cdot \vec{A} - m \beta \right) \begin{pmatrix} \tilde{\varphi}(x, t) \\ \tilde{\chi}(x, t) \end{pmatrix} = 0, \quad (3.5)$$

donde  $\vec{\alpha}$  y  $\beta$  corresponden a las matrices de Dirac. Si hacemos un poco de álgebra llegamos a

$$i \frac{\partial}{\partial t} \varphi - \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \chi - e \vec{\sigma} \cdot \vec{A} \chi + m \varphi = 0 \quad (3.6)$$

$$i \frac{\partial}{\partial t} \chi - \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla} \varphi - e \vec{\sigma} \cdot \vec{A} \varphi + m \chi = 0 \quad (3.7)$$

Tomemos el límite no relativista y suponemos que  $i \frac{\partial \chi}{\partial t} \rightarrow 0$ , tras lo cual se combinan las ecuaciones anteriores para obtener

$$i \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\vec{\sigma} \cdot (-i \vec{\nabla} - e \vec{A}) \vec{\sigma} \cdot (-i \vec{\nabla} - e \vec{A})}{2m} \varphi, \quad (3.8)$$

la cual es la ecuación de Schrödinger que incluye el espín de la partícula y que puede escribirse como

$$2mi \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \left( -i \vec{\nabla} - e \vec{A} \right) \left( -i \vec{\nabla} - e \vec{A} \right) \varphi + i \epsilon_{ijk} \left( -i \vec{\nabla} - e A_i \right) \left( -i \vec{\nabla} - e A_j \right) \sigma_k \varphi. \quad (3.9)$$

Ahora reemplacemos  $-i \vec{\nabla} \rightarrow \vec{p}$  y tomemos  $\vec{A} \cdot \vec{A} \rightarrow 0$  para campos débiles. El primer término de (3.9) queda expresado como

$$p^2 \varphi - e \vec{B} \cdot \vec{L} \varphi, \quad (3.10)$$

donde se supuso la existencia de un campo externo  $\vec{\nabla} \times \vec{A} = \vec{B}$ . La ecuación (3.10) se entiende como la interacción del momento angular orbital del electrón con un campo magnético externo. Del segundo término de (3.9) se tiene

$$i 2e \vec{B} \cdot \vec{S} \varphi. \quad (3.11)$$

Al sumar (3.10) con (3.11) y combinar con (3.9) se obtiene

$$i \frac{\partial}{\partial t} \varphi = \frac{p^2}{2m} \varphi - \frac{e}{2m} (\vec{L} + 2\vec{S}) \cdot \vec{B} \varphi. \quad (3.12)$$

Hay una diferencia en el acoplamiento de  $\vec{L}$  y  $\vec{S}$  con  $\vec{B}$ , dada por el factor de Landé  $g = 2$ , que corresponde a la razón giromagnética de la partícula. Si no hubiera correcciones radiativas,  $g$  sería exactamente 2. Por lo tanto, el valor  $g = 2$  es consecuencia de la interacción de una partícula de Dirac con el campo electromagnético clásico.

---

### 3.2. Estructura formal de la función vértice $\ell\bar{\ell}\gamma$

Para el estudio y cálculo de las correcciones radiativas es necesario el uso de diagramas de Feynman, ya no solo a nivel de árbol sino a órdenes superiores, ésto es, a nivel de uno o más lazos. Para poder entender el resultado obtenido por el calculo de los diagramas de Feynman, es necesario interpretar el significado de cada término [15].

A la suma de las posibles correcciones radiativas al vértice  $\ell\bar{\ell}\gamma$ , es decir a la suma de todos los posibles diagramas de vértice (nivel de árbol y ordenes superiores de uno y varios lazos), le llamaremos  $\Gamma^\mu(p', p)$ . Entonces, en general, nuestra amplitud tendrá términos de la forma

$$M = (\bar{u}(p')\Gamma^\mu(p', p)u(p)). \quad (3.13)$$

Añadimos a la hamiltoniana de QED la interacción

$$\Delta H_{int} = \int d^3x e A_\mu^{cl} j^\mu, \quad (3.14)$$

con  $j_\mu(x) = \bar{\psi}(x)\gamma^\mu\psi(x)$  la corriente electromagnética y  $A_\mu^{cl}$  un potencial clásico. Tomando en cuenta ésto último, la corrección al vértice se expresa ahora como

$$M(2\pi)\delta(p'^0 - p^0) = \bar{u}(p')\Gamma^\mu(p', p)u(p) \cdot \tilde{A}_\mu^{cl}(p' - p). \quad (3.15)$$

Investiguemos ahora que forma puede tener  $\Gamma^\mu(p', p)$ . Observamos que en el más bajo orden  $\Gamma^\mu = \gamma^\mu$ , entonces en general podemos decir que  $\Gamma^\mu$  es alguna expresión que involucra términos como  $p$ ,  $p'$ ,  $\gamma^\mu$  y constantes tales como  $m$ ,  $e$  y cualquier número. Esto se deduce del hecho de que ningún otro objeto aparece en las reglas de Feynman que contribuyan a  $\Gamma^\mu$ . Ahora, podemos deducir la posible forma de  $\Gamma^\mu$  usando invariancia de Lorentz. Ya que  $\Gamma^\mu$  se transforma como un cuadri-vector, debe ser una combinación lineal de los cuadri-vectores antes citados:  $\gamma^\mu$ ,  $p^\mu$  y  $p'^\mu$ . Por conveniencia se usa la combinación  $p' + p$  y  $p' - p$ , con lo cual escribiremos

$$\Gamma^\mu = \gamma^\mu A + (p'^\mu + p^\mu)B + (p'^\mu - p^\mu)C, \quad (3.16)$$

donde  $A$ ,  $B$ ,  $C$  deben ser función solo de  $q^2$  y de las constantes tales como  $m$ . La lista de los términos permitidos puede ser reducida por la aplicación de la identidad de Ward  $q_\mu\Gamma^\mu = 0$ . Sustituyendo  $q_\mu$  en (3.16) y teniendo en cuenta que  $\not{p}u(p) = m \cdot u(p)$  y  $\bar{u}(p')\not{p}' = \bar{u}(p') \cdot m$ , se encuentra que los términos asociados a  $A$  y  $B$  se desvanecen al multiplicar  $\bar{u}(p')$  y  $u(p)$  por la izquierda y derecha de la ecuación, respectivamente, mientras que el término asociado a  $C$  no se desvanece. De ésto se deduce que  $C = 0$  o de otra manera no se cumpliría la identidad de Ward.

En principio no podemos hacer más simplificaciones a nuestro resultado, pero por convención es útil usar la identidad de Gordon:

$$\bar{u}(p')\gamma^\mu u(p) = \bar{u}(p') \left[ \frac{p'^\mu + p^\mu}{2m} + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} \right] u(p). \quad (3.17)$$

Esta identidad nos permite intercambiar los términos  $p' + p$  por uno que involucre a  $\sigma^{\mu\nu}q_\nu$ . Al sustituir (3.17) en (3.16) y hacer un poco de álgebra nos queda

$$\Gamma^\mu(p', p) = \gamma^\mu F_1(q^2) + \frac{i\sigma^{\mu\nu}q_\nu}{2m} F_2(q^2), \quad (3.18)$$

donde  $F_1$  y  $F_2$  son funciones desconocidas de  $q^2$ , las cuales son conocidas como factores de forma. Ya que  $F_1$  y  $F_2$  contienen información completa acerca de la influencia de un campo electromagnético sobre los leptones, deben en particular contener información sobre los acoplamientos eléctricos y magnéticos de los leptones.

Si hacemos un análisis del caso donde un leptón está inmerso en una región donde hay un potencial estático vectorial, podemos derivar una conexión entre los factores de forma y el momento

magnético de los leptones. Sea  $A_\mu^{cl}(x) = (0, A^{cl}(x))$ , entonces la amplitud de vértice  $\ell\bar{\ell}\gamma$  tendrá la siguiente forma

$$\mathcal{M} = \left[ \bar{u}(p') \left( \gamma^i F_1 + \frac{i\sigma^{i\nu} q_\nu}{2m} F_2 \right) u(p) \right] \tilde{A}_{cl}^i(q). \quad (3.19)$$

La expresión entre paréntesis se anula si  $\vec{q} = 0$ , por lo que debemos extraer de ella una contribución lineal en  $q^i$ . Para esto usamos la expansión no-relativista de los espinores  $u(p)$ , manteniendo los términos de primer orden en los cuadri-momentos:

$$u(p) = \begin{pmatrix} \sqrt{p \cdot \sigma} \xi \\ \sqrt{p \cdot \bar{\sigma}} \xi \end{pmatrix} \approx \sqrt{m} \begin{pmatrix} (1 - p \cdot \sigma / 2m) \xi \\ (1 + p \cdot \sigma / 2m) \xi \end{pmatrix}. \quad (3.20)$$

Entonces el término  $F_1$  puede ser simplificado como

$$\bar{u}(p') \gamma^i u(p) = 2m \xi'^{\dagger} \left( \frac{p' \cdot \sigma}{2m} \sigma^i + \sigma^i \frac{p \cdot \sigma}{2m} \right) \xi. \quad (3.21)$$

Ahora aplicamos algunas identidades y encontramos dos términos, uno proporcional a  $(p' + p)$  y otro que depende del espín y es proporcional a  $(p' - p)$ . El primero de estos términos es la contribución del operador  $[p \cdot A + A \cdot p]$  al término estándar de la energía cinética de la mecánica cuántica no-relativista. El segundo término es la interacción con el momento magnético que estamos buscando. Si consideramos sólo el último término, tenemos

$$\bar{u}(p') \gamma^i u(p) = 2m \xi'^{\dagger} \left( \frac{-i}{2m} \epsilon^{ijk} q^j \sigma^k \right) \xi. \quad (3.22)$$

Ahora usamos el término de primer orden de la ecuación anterior y podemos evaluar el término explícito de  $q$  en  $F_2$ , ésto es

$$\bar{u}(p') \left( \frac{i}{2m} \sigma^{i\nu} q_\nu \right) u(p) = 2m \xi'^{\dagger} \left( \frac{-i}{2m} \epsilon^{ijk} q^j \sigma^k \right) \xi. \quad (3.23)$$

Por lo tanto el término lineal en  $q^j$  en la función vértice es

$$\bar{u}(p') \left( \gamma^i F_1 + \frac{i\sigma^{i\nu} q_\nu}{2m} F_2 \right) u(p) \approx 2m \xi'^{\dagger} \left( \frac{-i}{2m} \epsilon^{ijk} q^j \sigma^k [F_1(0) + F_2(0)] \right) \xi. \quad (3.24)$$

Después de insertar este último resultado en (3.19) se encuentra que

$$\mathcal{M} = (2m) \cdot \xi'^{\dagger} \left( \frac{-1}{2m} \sigma^k [F_1(0) + F_2(0)] \right) \xi \tilde{B}^k(q), \quad (3.25)$$

donde

$$\tilde{B}^k(q) = -i \epsilon^{ijk} q^i \tilde{A}_{cl}^j(q), \quad (3.26)$$

es la transformada de Fourier del campo magnético inducido por  $A^{cl}$ . En el caso del electrón, por ejemplo, se puede utilizar la aproximación de Born de un pozo de potencial:

$$V(x) = -\langle \mu \rangle \cdot B(x), \quad (3.27)$$

donde

$$\langle \mu \rangle = \frac{e}{m} [F_1(0) + F_2(0)] \xi'^{\dagger} \frac{\sigma}{2} \xi. \quad (3.28)$$

Esta expresión puede ser escrita en forma estándar como

$$\mu = g \left( \frac{e}{2m} \right) S, \quad (3.29)$$

**CAPÍTULO 3. EL MOMENTO MAGNÉTICO ANÓMALO DE UN LEPTÓN**  
**3.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA EL MOMENTO MAGNÉTICO ANÓMALO**  
**DE LOS LEPTONES**

---

donde  $S$  es el espín del electrón y  $g$  es el factor de Landé, el cual está dado por

$$g = 2[F_1(0) + F_2(0)] = 2 + 2F_2(0). \quad (3.30)$$

A primer orden en teoría de perturbaciones el término  $F_2$  es cero, pero a órdenes superiores es diferente de cero, por lo que existe una pequeña diferencia entre el momento magnético del electrón y el valor predicho por la ecuación de Dirac. Esta estructura es también válida para cualquier leptón con interacción electromagnética.

### 3.3. Resultados experimentales para el momento magnético anómalo de los leptones

En los últimos años ha sido de gran interés el estudio del momento magnético anómalo de los leptones. Experimentalmente hablando, las mediciones de  $a_e \equiv (g_e - 2)/2$  realizadas en la Universidad de Washington dieron una mejor determinación a la constante de estructura fina  $\alpha$ :

$$\alpha^{-1} = 137.035\,999\,59(38)(13). \quad (3.31)$$

Para aprovechar los progresos experimentales se requiere calcular con alta precisión las contribuciones a  $a_e$  y  $a_\mu$  en el marco del ME. Para esto se analizaron y refinaron a fondo los cálculos en QED a nivel de uno o varios lazos, así como las contribuciones debidas ala interacción electrodébil y a cromodinámica cuántica.

#### 3.3.1. Momento magnético anómalo del electrón

En el caso de la contribución al momento magnético anómalo  $a_e = (g_e - 2)/2$  es necesario incluir la siguiente contribución de QED para obtener coincidencia con la predicción experimental

$$a_e^{QED} = \sum_{n=1}^4 A_n \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^n + [B_2(e, \mu) + B_2(e, \tau)] \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + B_3(e, \mu) \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3, \quad (3.32)$$

donde  $B_n(l, l')$  describe las contribuciones a  $a_l$  de los lazos que contienen leptones  $l'$ , mientras  $A_n$  contiene contribuciones puras de QED:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{1}{2}, \\ A_2 &\approx -0.3284789656, \\ A_3 &\approx 1.1812415, \\ A_4 &= -1.5098(384) \end{aligned} \quad (3.33)$$

y

$$\begin{aligned} B_2(e, \mu) &= 5.197 \times 10^{-7}, \\ B_2(e, \tau) &= 1.838 \times 10^{-9}, \\ B_3(e, \mu) &\simeq -7.3739 \times 10^{-6}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

donde  $B_2(e, l)$  proviene de lazos con el leptón  $l$  insertado en el diagrama de Schwinger, mientras que  $B_3(e, \mu)$  se calculó con la suma de tres grupos de diagramas

$$B_3(e, \mu) = A^{(4,2)}(m_\mu/m_e) + B^{(2,4)}(m_\mu/m_e) + B_3^{\gamma\gamma}(e, \mu). \quad (3.35)$$

---

Estos valores describen, respectivamente, diagramas ya sea con dos lazos de muon o con inserción de fotones dentro de un sólo lazo con un muon. Finalmente,  $B_3^{\gamma\gamma}(e, \mu)$  es una contribución de la dispersión de luz por luz insertada en un lazo con un muon [16]. Sus valores numéricos son

$$A^{(4,2)}(m_\mu/m_e) + B^{(2,4)}(m_\mu/m_e) \approx -0.000021768, \quad (3.36)$$

y

$$B_3^{\gamma\gamma}(e, \mu) \approx 0.0000143945. \quad (3.37)$$

La contribución hadrónica se origina de la inserción de la polarización del vacío en los diagramas de Schwinger, en los diagramas de QED a dos lazos, y de la dispersión de luz por luz hadrónica. El valor numérico es

$$a_e^{Had} = 1.63(3) \times 10^{-12}. \quad (3.38)$$

Finalmente, la contribución electrodébil hasta dos lazos es

$$a_e^{EW} = 0.030 \times 10^{-12}. \quad (3.39)$$

En resumen, la predicción total del ME para  $a_e$  está dada por

$$a_e = 0.5 \frac{\alpha}{\pi} - 0.328478444 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 1.181234 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 - 1.5098 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + 1.66 \times 10^{-12}, \quad (3.40)$$

donde el último término se debe a la contribución electrodébil y hadrónica. Podemos usar el promedio de los resultados experimentales para  $a_e$ ,

$$\begin{aligned} a_{e^-}^{exp} &= 1159652188.4(4.3) \times 10^{-12}, \\ a_{e^+}^{exp} &= 1159652187.9(4.3) \times 10^{-12}, \end{aligned} \quad (3.41)$$

para encontrar un valor de  $\alpha$ :

$$\alpha^{-1} = 137.035\ 999\ 59(38)(13), \quad (3.42)$$

donde el primer error se origina de la incertidumbre experimental y el segundo error proviene de la incertidumbre teórica de  $A_4$ .

Otra forma de determinar con mayor precisión  $\alpha$  consiste en usar el efecto de Hall cuántico, de donde se encuentra que

$$\alpha^{-1}(qH) = 137.036\ 003\ 70(270). \quad (3.43)$$

Aunque existe una pequeña discrepancia entre  $\alpha^{-1}(a_e)$  y  $\alpha^{-1}(qH)$ , en general el grado de la concordancia es impresionante.

### 3.3.2. Momento magnético anómalo del muon

En el experimento E821 en el Brookhaven National Laboratory (BNL) se determinaron con muy alta precisión los momentos magnéticos anómalos de  $\mu^+$  y  $\mu^-$  [17]. Se encontró que

$$\begin{aligned} a_{\mu^+}^{exp} &= 11659204(6)(5) \times 10^{-10}, \\ a_{\mu^-}^{exp} &= 11659215(8)(3) \times 10^{-10}, \end{aligned} \quad (3.44)$$

donde los primeros errores son estadísticos y los segundos sistemáticos. Suponiendo invariancia ante  $CPT$  y tomando en cuenta las correlaciones entre las incertidumbres sistemáticas, se encuentra que su promedio es

$$a_\mu^{exp} = 11\ 659\ 209.1(5.4)(3.3) \times 10^{-10}. \quad (3.45)$$


---

**CAPÍTULO 3. EL MOMENTO MAGNÉTICO ANÓMALO DE UN LEPTÓN**  
**3.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA EL MOMENTO MAGNÉTICO ANÓMALO**  
**DE LOS LEPTONES**

---

Por otro lado, la predicción del ME para  $a_\mu^{ME}$  se divide en tres partes,

$$a_\mu^{ME} = a_\mu^{QED} + a_\mu^{EW} + a_\mu^{Had}. \quad (3.46)$$

La contribución de QED de menor orden es la contribución clásica de Schwinger ( $\alpha/2\pi$ ). A ordenes más altos se deben incluir todos los lazos fotónicos y leptónicos ( $e, \mu, \tau$ ). Esta contribución se ha calculado hasta 5 lazos

$$\begin{aligned} a_\mu^{QED} &= \frac{\alpha}{2\pi} + 0.765\,857\,425(17)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + 24.050\,509\,96(32)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 \\ &+ 130.879\,6(63)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + 753.3(1.0)\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5 + \dots \end{aligned} \quad (3.47)$$

Si se usa  $\alpha^{-1} = 137.035\,999\,049(90)$ , obtenida de mediciones de alta precisión, se obtiene

$$a_\mu^{QED} = 116\,584\,718.95(0.08) \times 10^{-11}, \quad (3.48)$$

donde el pequeño error proviene de la incertidumbre en las mediciones de  $\alpha$ .

Las contribuciones de lazos que involucran a los bosones de norma  $W^\pm$  y  $Z$  o al bosón de Higgs son etiquetadas colectivamente como  $a_\mu^{EW}$ . A orden de un lazo se encuentra que

$$\begin{aligned} a_\mu^{EW} &= \frac{G_\mu m_\mu^2}{8\sqrt{2}\pi^2} \left[ \frac{5}{3} + \frac{1}{3}(1 - 4\sin^2\theta_W)^2 + \mathcal{O}\left(\frac{m_\mu^2}{m_W^2}\right) + \mathcal{O}\left(\frac{m_\mu^2}{m_H^2}\right) \right] \\ &= 194.8 \times 10^{-11}, \end{aligned} \quad (3.49)$$

para  $\sin^2\theta_w \equiv 1 - m_W^2/m_Z^2 \simeq 0.223$ , y donde  $G_\mu \simeq 1.166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$  es la constante de acoplamiento de Fermi. Las correcciones a nivel de dos lazos son relativamente grandes y para un bosón de Higgs con una masa de 126 GeV se tiene

$$a_\mu^{EW} = -41.2(1.0) \times 10^{-11}, \quad (3.50)$$

donde la incertidumbre proviene de lazos triangulares de quarks. A nivel de tres lazos las correcciones son despreciables. Por lo tanto la  $a_\mu^{EW}$  total es

$$a_\mu^{EW} = 153.6(1.0) \times 10^{-11}. \quad (3.51)$$

Finalmente, la contribución hadrónica (de lazos de quarks y gluones) da lugar a las principales incertidumbres teóricas. Este tipo de contribuciones no son calculables a partir de primeros principios. Actualmente los datos de la dispersión  $e^+e^- \rightarrow \text{hadrones}$  dan, a primer orden, una contribución a la polarización hadrónica del vacío

$$a_\mu^{Had} = 6\,923(42)(3) \times 10^{-11}, \quad (3.52)$$

donde el primer error es experimental (dominado por incertidumbres sistemáticas), y el segundo error es debido a teoría de perturbaciones en cromodinámica cuántica.

A mayores órdenes,  $\mathcal{O}(\alpha^3)$ , las contribuciones hadrónicas son obtenidas de relaciones de dispersión usando de nuevo los datos del proceso  $e^+e^- \rightarrow \text{hadrones}$ , dándonos  $a_\mu^{Had,Disp} = (-98.4 \pm 0.6) \times 10^{-11}$ , junto con las estimaciones dependientes de modelo de la dispersión de luz por luz hadrónica  $a_\mu^{Had,LBL}$ . Se encuentra que la suma de estos dos términos es

$$a_\mu^{Had} = 7(26) \times 10^{-11}, \quad (3.53)$$

donde el error es dominado por las incertidumbre de la contribución de dispersión de luz por luz.

Después de sumar todas estas contribuciones, obtenemos que la predicción del ME, basada en los datos de la dispersión  $e^+e^-$ , está dada por

$$a_\mu^{ME} = 116\,591\,803(1)(42)(26) \times 10^{-11}, \quad (3.54)$$

donde los errores son debidos a las contribuciones electrodébiles y hadrónicas (de menor y mayor orden) respectivamente.

La diferencia entre el experimento y la teoría es

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{exp} - a_\mu^{ME} = 288(63)(49) \times 10^{-11}. \quad (3.55)$$

Esta diferencia es mayor que 3 desviaciones estándar y por lo tanto se considera que hay una discrepancia entre teoría y experimento. Aunque se ha afirmado que dicha discrepancia señala a la aparición de efectos de nueva física y sería explicada por contribuciones provenientes de modelos de extensión como las teorías supersimétricas, es posible que una vez que se mejoren las técnicas para obtener la contribución hadrónica pueda haber una mejor concordancia entre la predicción del ME y la medición experimental.

### 3.3.3. Momento magnético anómalo del leptón tau

La contribución de QED al momento magnético anómalo del leptón  $\tau$  surge de un conjunto de diagramas que contienen solo leptones y fotones. En forma general  $a_\tau^{QED}$  puede ser escrito como

$$a_\tau^{QED} = A_1 + A_2\left(\frac{m_\tau}{m_e}\right) + A_2\left(\frac{m_\tau}{m_\mu}\right) + A_2\left(\frac{m_\tau}{m_e}, \frac{m_\tau}{m_\mu}\right), \quad (3.56)$$

donde  $m_e$ ,  $m_\mu$  y  $m_\tau$  son las masas del electrón, muon y tau respectivamente. El término  $A_1$  surge de diagramas que contienen sólo fotones y leptones tau, mientras que los términos  $A_2$  y  $A_3$  son funciones que dependen de la relación de masas correspondiente. Las funciones  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) se expanden en serie de potencias alrededor de  $\frac{\alpha}{\pi}$  y son calculadas orden por orden, esto es a nivel de uno, dos y tres lazos:

$$A_i = A_i^{(2)}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right) + A_i^{(4)}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + A_i^{(6)}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + A_i^{(8)}\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 + \dots \quad (3.57)$$

A diferencia del electrón y el muon, las contribuciones de QED de orden mayor de tres lazos no son conocidas. Si sumamos todas las contribuciones posibles (a uno, dos y tres lazos) y usamos  $\alpha^{-1} = 137.035\,999\,709(96)$  y los valores más recientes para la razón entre las masas de los leptones se obtiene la siguiente contribución total de QED a  $a_\tau$

$$a_\tau^{QED} = 117324(2) \times 10^{-8}, \quad (3.58)$$

donde el error es debido a la incertidumbre generada por contribuciones no calculables a nivel de cuatro lazos.

Las correcciones electrodébiles al momento magnético anómalo del leptón  $\tau$  son del mismo orden de magnitud de las de QED, esto es a nivel de tres lazos [18]. La expresión para la contribución electrodébil a un lazo es

$$\begin{aligned} a_\tau^{EW} &= \frac{5G_\mu m_\tau^2}{24\sqrt{2}\pi^2} \left[ 1 + \frac{1}{5}(1 - 4\sin^2\theta_W)^2 + \mathcal{O}\left(\frac{m_\tau^2}{M_{Z,W,H}^2}\right) \right] \\ &= 55.1(1) \times 10^{-18}. \end{aligned} \quad (3.59)$$

La suma de las contribuciones fermiónica y bosónica a nivel de dos lazos da  $a_\tau^{EW} = -7.74 \times 10^{-18}$ , que es un 14 % menor que el resultado a nivel de un lazo. A nivel de tres lazo, las contribuciones electrodébiles se han calculado mediante ecuaciones del grupo de renormalización y se ha determinado que son extremadamente pequeñas. Se ha asignado al resultado de la contribución a dos lazos a  $a_\tau$  una incertidumbre adicional de  $\mathcal{O}\left[a_\tau^{EW}(\alpha/\pi)\ln(m_Z^2/m_\tau^2)\right] \sim \mathcal{O}(10^{-9})$  para tener en cuenta los efectos de nivel de tres lazos. Sumando las contribuciones a nivel de uno y dos lazos, se obtiene la siguiente corrección electrodébil total (para  $m_H = 150$  GeV)

$$a_\tau^{EW} = 47.4(5) \times 10^{-8}. \quad (3.60)$$

**CAPÍTULO 3. EL MOMENTO MAGNÉTICO ANÓMALO DE UN LEPTÓN**  
**3.3. RESULTADOS EXPERIMENTALES PARA EL MOMENTO MAGNÉTICO ANÓMALO**  
**DE LOS LEPTONES**

---

Este cálculo fue realizado para valores de  $m_H$  en el intervalo de 114 GeV a 300 GeV. La incertidumbre se origina de los efectos de los lazos hadrónicos, las contribuciones bosónicas a dos lazos y la contribución no calculada a nivel de tres lazos.

La contribución hadrónica al momento magnético anómalo del tau  $a_\tau^{Had}$  surge de diagramas de QED que involucran hadrones. Al menor orden, la contribución hadrónica está dada por la integral de dispersión:

$$a_\tau^{HLO} = \frac{m_\tau^2}{12\pi^3} \int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{\sigma^{(0)}(e^+e^- \rightarrow hadrones)K_r(s)}{s}, \quad (3.61)$$

El resultado que se encuentra usando los datos más recientes para la dispersión  $e^+e^- \rightarrow hadrones$  está dado por

$$a_\tau^{HLO} = 337.5(3.7) \times 10^{-8}. \quad (3.62)$$

La contribución hadrónica de mayor orden ( $\alpha^3$ )  $a_\tau^{HHO}$  se divide en dos partes:  $a_\tau^{HHO} = a_\tau^{HHO}(vp) + a_\tau^{HHO}(lbl)$ . La primera es la contribución a orden  $\mathcal{O}(\alpha^3)$  de diagramas que contienen inserciones de auto-energías hadrónicas en los propagadores de fotón. Su valor es

$$a_\tau^{HHO}(vp) = 7.6(2) \times 10^{-18}. \quad (3.63)$$

El segundo término, también a orden  $\mathcal{O}(\alpha^3)$ , es la contribución hadrónica de la dispersión de luz por luz, la cual está dada por

$$a_\tau^{HHO}(lbl) = 5(3) \times 10^{-8}. \quad (3.64)$$

La contribución total hadrónica al momento magnético anómalo del tau es entonces

$$a_\tau^{HAD} = a_\tau^{HLO} + a_\tau^{HHO}(vp) + a_\tau^{HHO}(lbl) = 350.1(4.8) \times 10^{-8}. \quad (3.65)$$

Sumando todas las contribuciones discutidas anteriormente, se obtiene la predicción del ME para  $a_\tau$ :

$$\begin{aligned} a_\tau^{ME} &= a_\tau^{QED} + a_\tau^{EW} + a_\tau^{HAD} \\ &= 117\,721(5) \times 10^{-8} \end{aligned} \quad (3.66)$$

Los límites experimentales sobre el momento magnético anómalo del tau, presentados por el Particle Data Group (PDG), fueron obtenidos en 2004 por la colaboración DELPHI en el LEP2. Para este fin se emplearon las mediciones de la sección eficaz del proceso  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\tau^+\tau^-$  a una energía del centro de masa  $\sqrt{s}$  de entre 183 GeV y 208 GeV. Los resultados son:

$$-0.052 < a_\tau^{EXP} < 0.013 \quad (3.67)$$

con un 95 % de nivel de confiabilidad y un valor central de

$$a_\tau^{Exp} = -0.018(17). \quad (3.68)$$

donde el número entre paréntesis representa el error. Comparando la predicción teórica y el límite experimental, es claro que la sensibilidad de las mediciones experimentales aún están lejos de lo esperado.



## Capítulo 4

# Cálculo del momento magnético anómalo de un leptón en el modelo SLHM

El objetivo principal de esta tesis es calcular el momento magnético anómalo (MMA) de un leptón cargado ( $e, \mu, \tau$ ) en el modelo SLHM a nivel de un lazo y compararlo con los datos experimentales. Únicamente nos ocuparemos de la contribución de los bosones de norma cargados y quedará como una perspectiva del trabajo el obtener las contribuciones del bosón de norma extra  $Z'$  y del pseudo-escalar  $\eta$ . La contribución de los bosones de norma cargados al MMA de un leptón cargado se genera a partir del diagrama de la Figura 4.1, donde  $V^-$  es el bosón vectorial  $W^-$  del ME o su compañero pesado del SLHM  $X^-$ , mientras que  $\nu$  es un neutrino del ME  $\nu_i$  ( $i = e, \mu, \tau$ ) o un neutrino masivo  $N_m$  ( $m = e, \mu, \tau$ ) del SLHM.

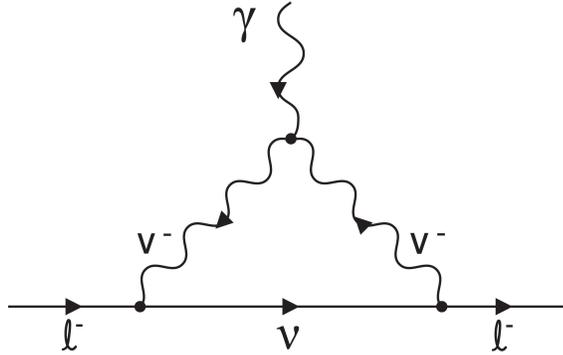


Figura 4.1: Corrección cuántica a un lazo al MMA de un leptón cargado en el SLHM.

Para la realización de este cálculo necesitamos las reglas de Feynman que están involucradas en nuestro diagrama de Feynman. Además de las usuales reglas de Feynman del ME, es necesario incluir las que corresponden al SLHM [14]. Como se observa en el diagrama de Feynman, éste contiene dos tipos diferentes de vértices. La regla de Feynman para el primer vértice, el cual incluye un leptón  $\ell^-$ , un bosón  $V^-$  y un neutrino  $\nu$ , se presenta en la Figura 4.2. Hay cuatro vértices de este tipo, pero la regla de Feynman tiene la misma forma para todos ellos, aunque evidentemente hay variación en la constante de acoplamiento, tal como se muestra en la Tabla 4.1. Notamos que todos los vértices son de tipo quiral ya que está ausente la parte derecha del acoplamiento.

La correspondiente regla de Feynman para el segundo vértice, que contiene un fotón  $\gamma$ , un bosón  $V^+$  y un bosón  $V^-$ , se observa en la Figura 4.3. En este caso se tienen dos vértices que tienen una regla de feynman idéntica pues el vértice emerge de QED.

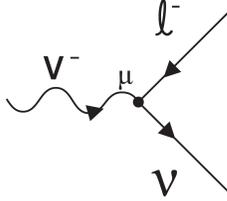


Figura 4.2: La regla de Feynman para el vértice  $V^-\bar{\ell}\nu$  está dada por  $ieg_{V\nu\ell L}P_L\gamma^\mu$ . La constante  $g_L$  se muestra en la Tabla 4.1.

VFF	$g_{V\nu L}$
$W^-\bar{\nu}_i\ell_i$ ( $i = e, \mu, \tau$ )	$\frac{1}{\sqrt{2}s_W}\left(1 - \frac{\delta_V^2}{2}\right)$
$W^-\bar{N}_m\ell_i$ ( $m, i = e, \mu, \tau$ )	$-\delta_\nu\frac{1}{\sqrt{2}s_W}V_\ell^{mi}$
$X^-\bar{\nu}_i\ell_i$ ( $i = e, \mu, \tau$ )	$-\delta_\nu\frac{i}{\sqrt{2}s_W}$
$X^+\bar{N}_m\ell_i$ ( $m, i = e, \mu, \tau$ )	$-\frac{i}{\sqrt{2}s_W}\left(1 - \frac{\delta_V^2}{2}V_\ell^{mi}\right)$

Tabla 4.1: Constantes de acoplamiento para los vértices  $V^-\nu\ell$ .

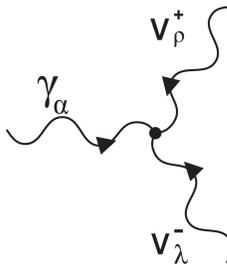


Figura 4.3: La regla de Feynman para el vértice  $A_\alpha(p_1)V_\lambda(p_2)V_\rho(p_3)$ , con  $V = W, X$ , está dada por  $-ie[g^{\alpha\lambda}(p_2 - p_1)^\rho + g^{\lambda\rho}(p_3 - p_2)^\alpha + g^{\alpha\rho}(p_1 - p_3)^\lambda]$ . Todos los cuadri-momentos están entrando al vértice.

## CAPÍTULO 4. CÁLCULO DEL MOMENTO MAGNÉTICO ANÓMALO DE UN LEPTÓN EN EL MODELO SLHM

---

Con respecto a los propagadores de las partículas virtuales que aparecen en nuestro diagrama de Feynman, tenemos dos tipos: el correspondiente al neutrino  $\nu$  y el correspondiente al bosón vectorial  $V^-$ . Sus respectivas reglas de Feynman se presentan en la Figura 4.4, donde  $R$  y  $k$  representan el cuadri-momento que lleva cada propagador respectivamente y la masa para el neutrino  $m_N$ , es solo cuando usemos neutrinos del SLHM, ya que como sabemos los neutrinos del ME no tienen masa.

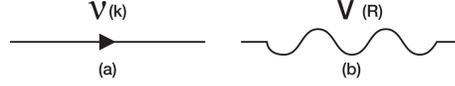


Figura 4.4: Propagadores para las partículas que aparecen en el diagrama de la Figura 4.1. (a) neutrino:  $\frac{i(k+m_N)}{k^2-m_N^2}$ , (b) bosón vectorial:  $-\frac{i}{(R^2-m_V^2)}\left(g^{\mu\rho}-\frac{R^\mu R^\rho}{m_V^2}\right)$ . Aquí  $R$  es el cuadri-momento que circula por la partícula. Se ha empleado la norma unitaria.

En cuanto a las partículas externas se tiene un leptón entrante y un leptón saliente, cuyas reglas de Feynman se muestran en la Figura 4.5. También tenemos un fotón externo con cuadri-momento  $q$ , como se puede observar en la Figura 4.6, en donde se presenta la regla de Feynman correspondiente.

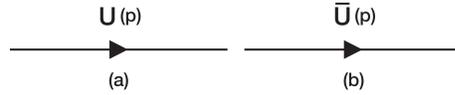


Figura 4.5: Reglas de Feynman para las partículas externas: (a) leptón entrante, (b) leptón saliente.

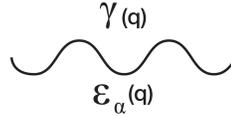


Figura 4.6: Fotón externo.

Finalmente, ya que tenemos un diagrama a nivel de un lazo, debemos integrar sobre el cuadri-momento arbitrario  $k$  a lo largo de todo el espacio cuadri-dimensional. Para manejar las divergencias ultravioletas, que surgen al integrar en la región de muy altas energías, emplearemos el método de regularización dimensional. Este método consiste en realizar la integración en  $D$  dimensiones y al final tomar el límite de  $D \rightarrow 0$ . De esta manera las divergencias ultravioletas quedarán expresadas en términos de polos en  $D - 4$ . Entonces la regla de Feynman correspondiente para el lazo consiste en realizar la integración siguiente  $\int \frac{d^D k}{(2\pi)^D}$ .

Con estos ingredientes podemos comenzar a realizar el cálculo. Primero debemos determinar el cuadri-momento que circula en las partículas virtuales del lazo, lo cual se logra por conservación del momento en cada vértice después de elegir que la línea fermiónica del neutrino acarrea un cuadri-momento  $k$ , tal como se observa en la Figura 4.7.

Ahora establezcamos las condiciones cinemáticas necesarias para el cálculo. Emplearemos la condición de capa de masa para las partículas reales externas y la conservación del cuadri-momento, lo cual nos permite establecer lo siguiente:

- Para el fotón exterior se cumple  $q^2 = 0$  y para los leptones exteriores se tiene  $p_1^2 = p_2^2 = m^2$ , donde  $m$  es la masa del leptón.
- Por conservación del cuadri-momento  $q = p_2 - p_1$ , por lo que  $q^2 = (p_2 - p_1)^2 = 2(m^2 - p_2 \cdot p_1) = 0$ , es decir  $p_2 \cdot p_1 = m^2$ .

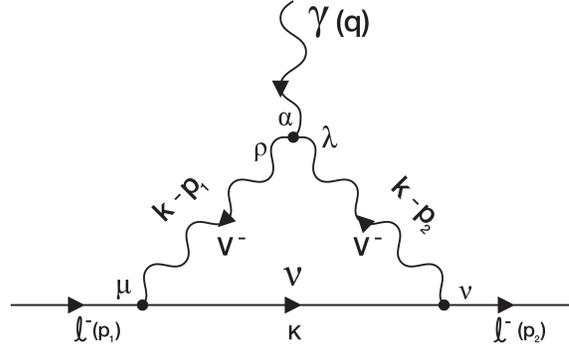


Figura 4.7: cuadri-momento que circula por las partículas virtuales del diagrama que induce el MMA de un leptón cargado.

- Se tiene la condición de transversalidad para el cuadri-momento del fotón,  $q_\alpha \epsilon^\alpha(q) = (p_2 - p_1)_\alpha \epsilon^\alpha(q) = 0$ , hecho que nos conduce a la sustitución  $p_2^\alpha \rightarrow p_1^\alpha$  en la amplitud de nuestro vértice.

Procedamos a obtener la amplitud, para ello debemos recorrer las líneas de la Figura 4.7 en sentido opuesto al flujo fermionico e insertar por cada línea y vértice las reglas de Feynman descritas anteriormente. El resultado es:

$$\mathcal{M} = \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \mathcal{T}, \quad (4.1)$$

con

$$\begin{aligned} \mathcal{T} &= \bar{u}(p_2) (i g_L P_L \gamma^\nu) \left( \frac{i(\not{k} + m_N)}{k^2 - m_N^2} \right) (i g_L P_L \gamma^\mu) u(p_1) \\ &\times \left[ \frac{-i}{(k-p_1)^2 - m_V^2} \left( g_{\mu\rho} - \frac{(k-p_1)_\mu (k-p_1)_\rho}{m_V^2} \right) \right] \\ &\times -ie \left[ g^{\rho\lambda} ((k-p_2) - (p_1-k))^\alpha + g^{\alpha\rho} ((p_1-k) - q)^\lambda + g^{\alpha\lambda} (q - (k-p_2))^\rho \right] \\ &\times \left[ \frac{-i}{(k-p_2)^2 - m_V^2} \left( g_{\lambda\nu} - \frac{(k-p_2)_\lambda (k-p_2)_\nu}{m_V^2} \right) \right] \epsilon^\alpha(q) \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde  $P_L = (1 - \gamma^5)/2$  es el proyector de quiralidad izquierda y por simplicidad de la notación denotamos  $g_{V\nu L} \equiv g_L$ . Si extraemos las constantes y recordamos que  $q = p_2 - p_1$ , el integrando de la amplitud puede escribirse como

$$\begin{aligned} \mathcal{T} &= \frac{e g_L^2}{4} \frac{\bar{u}(p_2) (1 - \gamma^5) \gamma^\nu (\not{k} + m_N) (1 - \gamma^5) \gamma^\mu u(p_1)}{(k^2 - m_N^2) ((k-p_1)^2 - m_V^2) ((k-p_2)^2 - m_V^2)} \\ &\times \left[ g^{\rho\lambda} (2k - p_1 - p_2)^\alpha + g^{\alpha\rho} (2p_1 - k - p_2)^\lambda + g^{\alpha\lambda} (2p_2 - k - p_1)^\rho \right] \\ &\times \left( g_{\mu\rho} - \frac{(k-p_1)_\mu (k-p_1)_\rho}{m_V^2} \right) \left( g_{\lambda\nu} - \frac{(k-p_2)_\lambda (k-p_2)_\nu}{m_V^2} \right) \epsilon^\alpha(q). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Finalmente se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{M} &= \frac{e g_L^2}{4} \int \frac{d^D k}{(2\pi)^D} \frac{\bar{u}(p_2) (1 - \gamma^5) \gamma^\nu (\not{k} + m_N) (1 - \gamma^5) \gamma^\mu u(p_1)}{(k^2 - m_N^2) ((k-p_1)^2 - m_V^2) ((k-p_2)^2 - m_V^2)} \\ &\times \left[ g^{\rho\lambda} (2k - p_1 - p_2)^\alpha + g^{\alpha\rho} (2p_1 - k - p_2)^\lambda + g^{\alpha\lambda} (2p_2 - k - p_1)^\rho \right] \\ &\times \left( g_{\mu\rho} - \frac{(k-p_1)_\mu (k-p_1)_\rho}{m_V^2} \right) \left( g_{\lambda\nu} - \frac{(k-p_2)_\lambda (k-p_2)_\nu}{m_V^2} \right) \epsilon^\alpha(q). \end{aligned} \quad (4.4)$$

## CAPÍTULO 4. CÁLCULO DEL MOMENTO MAGNÉTICO ANÓMALO DE UN LEPTÓN EN EL MODELO SLHM

---

Para poder realizar esta integral es necesario expresarla de una forma mas manejable, esto se logra utilizando el metodo de parametrización de Feynman [18]. Este metodo consiste en expresar el denominador de la siguiente forma

$$\frac{1}{D_1 D_2 D_3} = 2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} \frac{dy}{(xD_1 + yD_2 + (1-x-y)D_3)^3}. \quad (4.5)$$

En el caso específico de nuestro denominador, se define

$$D_1 = (k - p_1)^2 - m_V^2 = k^2 - 2k \cdot p_1 + m^2 - m_V^2, \quad (4.6)$$

$$D_2 = (k - p_2)^2 - m_V^2 = k^2 - 2k \cdot p_2 + m^2 - m_V^2, \quad (4.7)$$

$$D_3 = k^2 - m_N^2, \quad (4.8)$$

donde se utilizo la condición  $p_1^2 = p_2^2 = m^2$ . Después de utilizar las condiciones cinemáticas y hacer un poco de álgebra el denominador se escribe como

$$\begin{aligned} Den &= xD_1 + yD_2 + (1-x-y)D_3 \\ &= x(k^2 - 2k \cdot p_1 + m^2 - m_V^2) + y(k^2 - 2k \cdot p_2 + m^2 - m_V^2) + (1-x-y)(k^2 - m_N^2) \\ &= (k^2 - \ell)^2 - M^2, \end{aligned} \quad (4.9)$$

donde

$$\ell = xp_1 + yp_2, \quad (4.10)$$

y

$$\begin{aligned} M^2 &= \ell^2 - (x+y)(m^2 - m_V^2) + (1-x-y)m_V^2 \\ &= (1-x-y)m_N^2 - (x+y)[(1-x-y)m^2 - m_V^2]. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Entonces,  $\mathcal{M}$  se puede escribir de la forma

$$\mathcal{M} = \frac{eg_L^2}{2(2\pi)^D} \epsilon^\alpha(q) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy I^\alpha(p_1, p_2), \quad (4.12)$$

con

$$\begin{aligned} I^\alpha(p_1, p_2) &= \int \frac{d^D k \left( \bar{u}(p_2)(1-\gamma^5)\gamma^\nu (\not{k} + m_N)(1-\gamma^5)\gamma^\mu u(p_1) \right)}{\left( (k-\ell)^2 - M^2 \right)^3} \\ &\times \left[ g^{\rho\lambda}(2k - p_1 - p_2)^\alpha + g^{\alpha\rho}(2p_1 - k - p_2)^\lambda + g^{\alpha\lambda}(2p_2 - k - p_1)^\rho \right] \\ &\times \left( g_{\mu\rho} - \frac{(k-p_1)_\mu (k-p_1)_\rho}{m_V^2} \right) \left( g_{\lambda\nu} - \frac{(k-p_2)_\lambda (k-p_2)_\nu}{m_V^2} \right). \end{aligned} \quad (4.13)$$

Una propiedad importante de este tipo de integrales es que son invariantes ante desplazamientos de la variable de integración  $k$ , es decir  $k \rightarrow k + \ell$  porque  $\ell$  es constante y entonces  $d^D k \rightarrow d^D k + d^D \ell = d^D k$ . Apliquemos entonces el desplazamiento  $k \rightarrow k + \ell$  a nuestra integral para obtener

$$\begin{aligned} I^\alpha(p_1, p_2) &= \int \frac{d^D k \left( \bar{u}(p_2)(1-\gamma^5)\gamma^\nu ((\not{k} + \not{\ell}) + m_N)(1-\gamma^5)\gamma^\mu u(p_1) \right)}{(k^2 - M^2)^3} \\ &\times \left[ g^{\rho\lambda}(2(k+\ell) - p_1 - p_2)^\alpha + g^{\alpha\rho}(2p_1 - k - \ell - p_2)^\lambda + g^{\alpha\lambda}(2p_2 - k - \ell - p_1)^\rho \right] \\ &\times \left( g_{\mu\rho} - \frac{(k+\ell-p_1)_\mu (k+\ell-p_1)_\rho}{m_V^2} \right) \left( g_{\lambda\nu} - \frac{(k+\ell-p_2)_\lambda (k+\ell-p_2)_\nu}{m_V^2} \right). \end{aligned} \quad (4.14)$$

Escribamos a  $I^\alpha(p_1, p_2)$  como

$$I^\alpha(p_1, p_2) = \int \frac{d^D k R^\alpha(k, p_1, p_2)}{(k^2 - M^2)}, \quad (4.15)$$

con

$$\begin{aligned} R^\alpha(k, p_1, p_2) &= \bar{u}(p_2)(1 - \gamma^5)\gamma^\nu((k + \ell) + m_N)(1 - \gamma^5)\gamma^\mu u(p_1) \\ &\times [g^{\rho\lambda}(2(k + \ell) - p_1 - p_2)^\alpha + g^{\alpha\rho}(2p_1 - k - \ell - p_2)^\lambda + g^{\alpha\lambda}(2p_2 - k - \ell - p_1)^\rho] \\ &\times \left( g_{\mu\rho} - \frac{(k + \ell - p_1)_\mu(k + \ell - p_1)_\rho}{m_V^2} \right) \left( g_{\lambda\nu} - \frac{(k + \ell - p_2)_\lambda(k + \ell - p_2)_\nu}{m_V^2} \right), \end{aligned} \quad (4.16)$$

donde  $\ell = xp_1 + yp_2$ .

Si examinamos con un poco de atención la ecuación (4.16), podremos notar que todo el trabajo se reducirá a calcular integrales de la forma

$$\{J_3, J_3^\alpha, J_3^{\alpha\beta}, \dots\} = \int d^D k \frac{\{1, k^\alpha, k^\alpha k^\beta, \dots\}}{(k^2 - M^2)^3}. \quad (4.17)$$

Por invariancia de Lorentz se requiere que la integral  $J_3$  sea igual a un escalar, la integral  $J_3^\alpha$  sea igual a un cuadri-vector, la integral  $J_3^{\alpha\beta}$  sea igual a un tensor de segundo orden, etc. Dado que nuestro integrando no contiene ningun cuadri-vector constante se concluye que

$$J_3^\alpha = \int d^D k \frac{k^\alpha}{(k^2 - M^2)^3} = 0, \quad (4.18)$$

ya que no es posible construir un cuadri-vector apartir del integrando. Por un analisis similar se concluye que todas las integrales con potencias impares de  $k$  serán cero. Ahora, la invariancia de Lorentz nos exige que  $J_3^\alpha$  sea igual a un tensor de segundo orden, pero el unico tensor constante de segundo orden disponible es  $g^{\alpha\beta}$ , por lo que  $J_3^{\alpha\beta}$  debe ser proporcional a ese tensor:

$$J_3^{\alpha\beta} = \int d^D k \frac{k^\alpha k^\beta}{(k^2 - M^2)^3} = \int d^D k \frac{\frac{k^2}{D} g^{\alpha\beta}}{(k^2 - M^2)^3}. \quad (4.19)$$

En general las demás integrales pares tendrán resultados similares, pero en particular lo que respecta a nuestro cálculo, no serán necesarias más que la ecuacion anterior, como se verá mas adelante.

El objetivo principal de esta tesis es calcular el MAM de un leptón cargado, por lo que solo algunos términos que aparecen en  $I^\alpha$  no serán de nuestro interés. En general  $R^\alpha(k, p_1, p_2)$  se puede escribir como una combinación de  $\gamma^\alpha$ ,  $p_1^\alpha$ ,  $\gamma^\alpha \gamma^5$  y  $p_1^\alpha \gamma^5$ , ésto es,

$$R^\alpha(k, p_1, p_2) = \bar{u}(p_2) [\gamma^\alpha A + p_1^\alpha B + \gamma^\alpha \gamma^5 \cdot C + p_1^\alpha \gamma^5 D] u(p_1). \quad (4.20)$$

Identifiquemos el término del momento MAM utilizando la identidad de Gordon:

$$2m\bar{u}(p_2)\gamma^\alpha u(p) = \bar{u}(p_2) [(p_1^\alpha + p_2^\alpha) + i\sigma^{\alpha\beta} q_\beta] u(p_1), \quad (4.21)$$

y aplicando el hecho de que  $p_2^\alpha \rightarrow p_1^\alpha$  (dada por la condición de transversalidad) entonces podemos escribir

$$R^\alpha(k, p_1, p_2) = \bar{u}(p_2) [\gamma^\mu F_1 + i\sigma^{\alpha\beta} q_\beta F_2 + \gamma^\alpha \gamma^5 F_3 + i\sigma^{\alpha\beta} q_\beta \gamma^5 F_4] u(p_1) \quad (4.22)$$

donde  $F_1 = (A + 2mB)$  y  $F_2 = (-B)$  son funciones de  $q^2$  llamadas factores de forma que corresponden a la carga eléctrica y al MAM respectivamente, mientras que  $F_4$  corresponde al momento dipolar eléctrico. El término  $\gamma^\alpha \gamma^5$  viola invariancia de norma, por lo que debe cancelarse.

## CAPÍTULO 4. CÁLCULO DEL MOMENTO MAGNÉTICO ANÓMALO DE UN LEPTÓN EN EL MODELO SLHM

Como se vio en el capítulo anterior  $F_2$  contiene toda la información sobre el MAM del leptón, por lo tanto los términos que nos interesan son aquellos proporcionales a  $p_1^\alpha$ . Ya que identificamos los términos que nos interesa obtener podemos continuar con nuestro cálculo. Dado que el manejo de términos que aparecen en este cálculo es muy engorroso se utilizó la paquetería de FeynCalc para agilizar la manipulación algebraica. Primero se realizó la correspondiente contracción de índices en la ecuación (4.16), y posteriormente se utilizaron las relaciones de anticonmutación de las matrices de Dirac (por ejemplo,  $\not{p}_1 \gamma^\mu = 2p_1^\mu - \gamma^\mu \not{p}_1$ ) y la ecuación de Dirac ( $\not{p}_1 u(p_1) = mu(p_1)$  y  $\bar{u}(p_2) \not{p}_2 = \bar{u}(p_2)m$ ). Finalmente al usar la relación de transversalidad ( $p_2^\alpha \rightarrow p_1^\alpha$ ), y extraer los términos proporcionales a  $p_1^\alpha$  se demuestra que la ecuación (4.14) se puede reducir a

$$I^\alpha = \bar{u}(p_2) (F' \sigma^{\alpha\beta} q_\beta) u(p_1), \quad (4.23)$$

donde

$$\begin{aligned} F' = & \frac{i4m\pi^2}{m_V^2} \left[ (x^2 + 2yx - x + y^2 - y + (2x^2 + (4y - 3)x + 2y^2 - 3y + 1)J_2(M^2) \right. \\ & + (x + y)((3x + 3y - 4)M^2 + m^2(x + y - 1)^2(x + y) + m_V^2(2x + 2y + 1))J_3(M^2) \\ & \left. - 1 \right], \end{aligned} \quad (4.24)$$

donde hemos definido

$$J_n(M^2) = \frac{1}{i\pi^2} \int \frac{d^D k}{(k^2 - M^2)^n}. \quad (4.25)$$

Para realizar la integral  $J_n(M^2)$  es necesario pasar de un espacio pseudoeuclidiano ( $k^2 < 0$ ) a un espacio euclidiano ( $k^2 > 0$ ). Esto se logra haciendo una rotación de Wick mediante la transformación  $k_0 \rightarrow ip_0$  y  $\vec{k} \rightarrow \vec{p}$ , tras lo cual se obtiene

$$J_n(M^2) = \frac{(-1)^n}{\pi^2} \int \frac{d^D p}{(p^2 + M^2)^n} \quad (4.26)$$

Esta integral se puede resolver en coordenadas esféricas de  $D$  dimensiones integrando sobre una esfera de radio infinito, con lo cual se tiene

$$J_n(M^2) = \frac{(-1)^n \pi^{\frac{D}{2}}}{\pi^2 \Gamma(\frac{D}{2})} \left( \frac{1}{M^2} \right)^{n - \frac{D}{2}} \frac{\Gamma(\frac{D}{2}) \Gamma(n - \frac{D}{2})}{\Gamma(n)} \quad (4.27)$$

donde  $\Gamma(n)$  es la función Gamma:

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1} dt, \quad (4.28)$$

con  $n$  un número entero.  $\Gamma(n)$  divergirá si  $n$  es un entero menor o igual a cero.

Notamos en la ecuación (4.28) que si  $D = 4$  la integral diverge para  $n$  un entero menor o igual que dos. Para manejar este inconveniente tomamos  $D = 2(2 + \epsilon)$  entonces se tiene

$$J_n(M^2) = \frac{(-1)^n \pi^\epsilon}{\Gamma(n)} \left( \frac{1}{M^2} \right)^{n-2-\epsilon} \Gamma(n-2-\epsilon). \quad (4.29)$$

Con base en esto último podemos obtener  $J_2(M^2)$  y  $J_3(M^2)$ . Usemos las identidades  $\Gamma(1) = 1$ ,  $\Gamma(n) = (n-1)\Gamma(n-1)$  y expandamos alrededor de  $n = 0$ , es decir  $\Gamma(n) = \frac{1}{n} - \gamma + O(n)$ , donde  $\gamma$  es la constante de Euler-Mascheroni. Entonces se tiene:

$$J_2(M^2) = \frac{\pi^\epsilon}{\Gamma(2)} \left( \frac{1}{M^2} \right)^{-\epsilon} \Gamma(-\epsilon) = \pi^\epsilon (M^2)^\epsilon \Gamma(-\epsilon) = -\log(M^2) + \Delta, \quad (4.30)$$

$$J_3(M^2) = \frac{(-1)^3 \pi^\epsilon}{\Gamma(3)} \left( \frac{1}{M^2} \right)^{1-\epsilon} = -\frac{1}{2M^2}, \quad (4.31)$$

donde  $\Delta = -\frac{1}{\epsilon} + \gamma - \log(\pi)$  representa la divergencia ultravioleta. En el caso de  $J_3(M^2)$  se tomo el límite  $\epsilon \rightarrow 0$  pues esta integral no tiene divergencias ultravioletas.

Sustituyendo estas últimas ecuaciones en (4.25) se obtiene

$$\begin{aligned}
F' &= \frac{i4m\pi^2}{m_V^2} \left[ \left( x^2 + 2yx - x + y^2 - y + (2x^2 + (4y - 3)x + 2y^2 - 3y + 1)(-\log(M^2) + \Delta) \right. \right. \\
&\quad + (x + y)((3x + 3y - 4)M^2 + m^2(x + y - 1)^2(x + y) + m_V^2(2x + 2y + 1)) \left( -\frac{1}{2M^2} \right) \\
&\quad \left. \left. - 1 \right) \right]. \tag{4.32}
\end{aligned}$$

Ya que se tienen divergencias ultravioletas, debidas al termino  $\Delta$ , nos fijamos unicamente en los términos que multiplican dicha divergencia e integramos sobre  $x$  y  $y$ :

$$\int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (2x^2 + (4y - 3)x + 2y^2 - 3y + 1) \Delta = 0 \tag{4.33}$$

por lo que ya no habrá divergencias en las integrales finales. Es decir, las divergencias se cancelan.

Escribimos ahora la amplitud de la ecuación (4.11) dando énfasis a los términos que seran de nuestro interés, esto es

$$\mathcal{M} = \frac{ie g_L^2 m^2}{4m_V^2 \pi^2} \epsilon^\alpha(q) \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (f_1(x, y) + f_2(x, y)) \bar{u}(p_2) \left( \frac{i\sigma^{\alpha\beta} q_\beta}{2m} \right) u(p_1). \tag{4.34}$$

donde hemos tomado el límite  $D \rightarrow 4$ , ya que la amplitud es libre de divergencias. Las funciones  $f_1(x, y)$  y  $f_2(x, y)$  están dadas por

$$f_1(x, y) = -\left( x^2 + 2yx - x + y^2 - y + (2x^2 + (4y - 3)x + 2y^2 - 3y + 1) \right) \log(M^2), \tag{4.35}$$

$$\begin{aligned}
f_2(x, y) &= -\left( ((x + y)(3x + 3y - 4)M^2 + m^2(x + y - 1)^2(x + y) + m_V^2(2x + 2y + 1)) \frac{1}{2M^2} \right. \\
&\quad \left. - 1 \right), \tag{4.36}
\end{aligned}$$

donde  $M^2 = (1 - x - y)m_N^2 - (x + y)[(1 - x - y)m_\ell^2 - m_V^2]$ .

Finalmente escribimos la contribución de un bosón de norma cargado y un neutrino  $\nu$  al MAM de un leptón cargado,  $a_\ell$ , como

$$a_\ell^{V\nu} = \frac{g_{V\nu L}^2 m_\ell^2}{4m_V^2 \pi^2} \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (f_1(x, y) + f_2(x, y)), \tag{4.37}$$

donde  $\ell = e, \mu, \tau$  y  $g_{V\nu L}$  es la constante de acoplamiento que aparece en la Tabla 4.1.

La contribucion total del sector de bosones cargados a  $a_\ell$  se obtiene sumando las contribuciones de los bosones de norma cargados  $V = X$  y  $W$  y los neutrinos  $\nu_{ME}$  y  $N$ , ésto es

$$a_\ell^{SLHM} = a_\ell^W N_m + a_\ell^X \nu_{ME} + a_\ell^X N_m, \tag{4.38}$$

donde no consideramos la contribución del bosón  $W$  y un neutrino no masivo ya que esta corresponde al ME. En el siguiente capítulo evaluaremos las integrales de manera numérica para obtener la contribución del SLHM al MAM del muon, el cual es el más interesante debido a la discrepancia existente entre teoría y experimento.

# Capítulo 5

## Discusión y conclusiones

Como se discutió en el capítulo 3, el momento magnético anómalo ha sido estudiado desde hace muchos años, pero hasta hace pocas décadas, gracias a los avances tecnológicos, las predicciones teóricas han podido ser comparadas de manera exhaustiva con los datos experimentales. En el caso del momento magnético anómalo del electrón, que ha sido medido experimentalmente con muy alta precisión, se ha observado una muy fuerte concordancia entre la predicción teórica del ME y las mediciones experimentales. Sin embargo, en el caso del momento magnético anómalo del muon, se tiene una discrepancia significativa entre el resultado teórico predicho por el ME y el resultado experimental, dando lugar a muchas conjeturas que señalan que dicha discrepancia se debe a efectos de nueva física. Finalmente, por lo que respecta al momento magnético anómalo del leptón tau, aún no se cuenta con datos experimentales que permitan una comparación adecuada entre la teoría y el experimento.

Ya que el momento magnético anómalo del muon ha dado mucho de que hablar en los últimos años, el análisis que se realizará en este trabajo estará enfocado en la posibilidad de que el SLHM ofrezca una contribución adicional a  $a_\mu$  que permita reducir la discrepancia entre la predicción teórica y la medición experimental, la cual, como se mencionó en el capítulo 3, está dada por

$$\Delta a_\mu = a_\mu^{exp} - a_\mu^{ME} = 288(63)(49) \times 10^{-11}, \quad (5.1)$$

donde  $a_\mu^{ME}$  es la predicción teórica del ME y  $a_\mu^{exp}$  es la medición experimental.

En el SLHM, la contribución de los bosones cargados de norma  $X^-$  y  $W^-$  a  $a_\ell$  se puede escribir como

$$a_\mu^{SLHM} = a_\mu^{WN_m} + a_\mu^{X\nu} + a_\mu^{XN_m}. \quad (5.2)$$

Los detalles de esta expresión están dados por las ecuaciones (4.35)-(4.38). Nuestro objetivo será buscar la región de valores (si la hay) que deben tener las masas del bosón de norma  $X$  y el neutrino pesado  $N$  para que las contribuciones a  $a_\mu^{SLHM}$  permitan reducir la discrepancia  $\Delta a_\mu$ .

Con base en la Tabla 4.1, las constantes de acoplamiento que deben ser consideradas en el cálculo de  $a_\mu^{WN_m}$ ,  $a_\mu^{X\nu}$  y  $a_\mu^{XN_m}$ , están dadas por

$$g_{WN_m L} = -\frac{e}{s_W} \frac{\delta_\nu}{\sqrt{2}} V_\ell^{mi}, \quad (5.3)$$

$$g_{X\nu L} = -\frac{e}{s_W} \frac{i\delta_\nu}{\sqrt{2}}, \quad (5.4)$$

$$g_{XN_m L} = -\frac{e}{s_W} \frac{i}{\sqrt{2}} \left(1 - \frac{\delta_\nu^2}{2}\right) V_\ell^{mi}, \quad (5.5)$$

donde la constante  $V_\ell^{mi}$  es un elemento de la matriz de mezcla de los leptones cargados y los neutrinos pesados. Ya que esta constante es un parámetro libre de la teoría, calcularemos la contribución

de una sólo familia leptónica y consideraremos un valor de  $V_\ell^{mi} \approx 1$ . Esta aproximación implica que nuestro resultado tiene de antemano ciertas limitaciones, ya que no incluimos la contribución debida a las todas las familias leptónicas. Cabe la posibilidad de que la contribución total tenga fuertes cancelaciones y que la contribución del SLHM a  $a_\mu$  sea insignificante.

Dado que las integrales involucradas en la evaluación de  $a_\mu$  no pueden ser resueltas de manera analítica, hemos empleado las rutinas del software Mathematica para llevar a cabo la evaluación de dichas integrales de manera numérica. Para llevar a cabo dicha evaluación, consideramos el siguiente conjunto de valores de los parámetros:  $m_W = 80.401$  GeV,  $m_\mu = 0.105$  GeV,  $s_W^2 = 0.22$ ,  $e = \sqrt{4\pi\alpha}$ , con  $\alpha = 1/137$ , y  $\delta_\nu = 0.03$ . Este último valor se ha obtenido de las cotas existentes en la literatura. Ya que estamos buscando posibles valores de las masas  $m_X$  y  $m_N$  que permitan obtener un valor de  $a_\mu^{SLHM}$  que se encuentre dentro del intervalo permitido por las mediciones experimentales, nos conviene analizar la dependencia de  $a_\mu^{SLHM}$  con respecto a la masa del bosón de norma  $m_X$  para algunos valores representativos de la masa del neutrino pesado  $m_N$ . Para lograr esto, de nuevo con la ayuda de Mathematica, graficamos nuestro resultado para los valores de  $m_N = 50, 100, 200, 500$  GeV dando un intervalo para  $m_X$  de 100 GeV a 1000 GeV, tal como se puede apreciar en las gráficas de las Figura 5.1. En estas gráficas mostramos una franja sombreada que indica la región permitida por la discrepancia entre la predicción teórica del ME y la medición experimental con un 95 % de nivel de confiabilidad, es decir, consideramos una región cuyos límites superior e inferior se encuentran 2.6 desviaciones estándar por encima y por debajo del valor central. Dicha región está dada explícitamente por el intervalo  $130 \times 10^{-11} - 443 \times 10^{-11}$ . En otras palabras, si la contribución de nueva física (en este caso la contribución del SLHM) cae dentro de la región sombreada habría concordancia entre la teoría y el experimento.

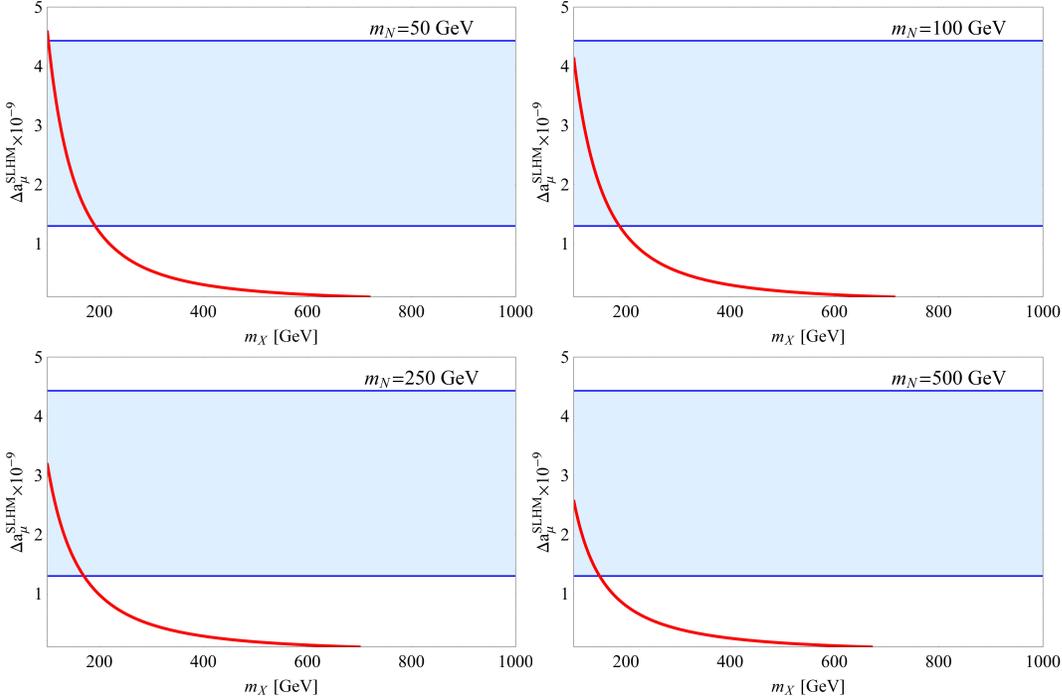


Figura 5.1: Nueva contribución del SLHM al momento magnético anómalo del muon como función de  $m_X$  para cuatro valores representativos de la masa del neutrino pesado  $m_N$ , como se indica en cada gráfica. La franja sombreada corresponde al intervalo permitido por la discrepancia entre la predicción del ME y las mediciones experimentales con un 95 % de nivel de confiabilidad.

En la Figura 5.1 podemos observar los valores permitidos que puede tener la masa del bosón de

## CAPÍTULO 5. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

---

norma cargado  $m_X$  para que haya coincidencia entre teoría y experimento. Notamos que cuando tenemos un valor de  $m_N = 50$  GeV, el valor mínimo de  $m_X$  está alrededor de 100 GeV mientras que el valor máximo permitido está alrededor de 200 GeV. Ésto quiere decir que si nuestro neutrino pesado tuviera una masa más o menos ligera, la masa del bosón de norma  $X$  tendría que estar entre 100 y 200 GeV para que la contribución al momento magnético anómalo del muon fuera consistente con los datos experimentales. También se puede notar que conforme la masa del bosón de norma  $X$  aumenta, la contribución al momento magnético anómalo disminuye rápidamente. Al fijar ahora la masa del neutrino pesado en  $m_N = 100$  GeV, no se observa un cambio significativo con respecto al caso en que  $m_N = 50$  GeV. Lo único que se puede decir es que el intervalo de la masa del bosón de norma  $m_X$  se desplaza ya que el límite inferior es ligeramente menor que 100 GeV y el límite superior es ligeramente menor que 200 GeV. De igual manera que en caso anterior, conforme se consideran valores más grandes para la masa del neutrino, la contribución a  $a_\mu^{SLHM}$  se volverá despreciable y de poco interés para explicar la discrepancia  $\Delta a_\mu$  ya que se requerirá que el bosón de norma  $X$  tenga una masa muy pequeña, lo cual está fuera de las cotas experimentales para la masa de un bosón de norma cargado. Si observamos con detalle las gráficas para los escenarios en que la masa del neutrino pesado es de 250 GeV y 500 GeV notamos que conforme la masa del neutrino aumenta, el intervalo de valores permitidos para la masa del bosón de norma  $X$  se desplaza hacia la izquierda y se tiene que  $m_X$  debe ser cada vez más pequeña. Por ejemplo en el caso en que  $m_N = 500$  GeV se puede ver como la curva de  $a_\mu^{SLHM}$  se ha desplazado hacia abajo y el límite mínimo permitido para  $m_X$  cambia drásticamente (ahora se permiten valores cada vez mucho más bajos que 100 GeV) mientras que el límite superior no cambia drásticamente (se mantiene cercano a 200 GeV).

Otra medio para analizar el intervalo de valores permitidos para  $m_X$  y  $m_N$  es graficando la dependencia de  $a_\mu^{SLHM}$  con respecto a la masa del neutrino pesado  $m_N$  para 4 valores distintos de la masa del bosón de norma, a saber,  $m_X = 100, 200, 250$  y  $500$  GeV. Los resultados se muestran en las gráficas de las Figura 5.2. En este caso tomaremos un intervalo para la masa del neutrino pesado  $m_N$  de 50 GeV a 500 GeV. Podemos preguntarnos porqué no tomamos valores más pequeños para  $m_N$ , pero la razón es muy simple: para evadir la cota que se genera del estudio del decaimiento invisible de un bosón de norma  $Z$ , la cual establece que solo hay tres especies de neutrinos que pueden producirse a partir del decaimiento del bosón  $Z$ , es decir, si existe una nueva especie de neutrinos que se acoplan al bosón  $Z$ , su masa debe ser mayor que  $m_Z/2$ , de manera que el decaimiento  $Z \rightarrow \bar{N}N$  estará cinemáticamente prohibido. Con respecto a la Figura 5.2, si observamos la gráfica correspondiente a  $m_X = 100$  GeV, siendo este valor el mínimo que se obtuvo para el caso donde teníamos una masa fija del neutrino pesado  $m_N = 50$  GeV, podemos notar que practicamente todo el intervalo mostrado para la masa de  $m_N$  estaría permitido por la discrepancia entre teoría y experimento. Sin embargo, a medida que  $m_X$  aumenta, la contribución de nuestro modelo a  $a_\mu$  es tan pequeña que ya no sería posible explicar dicha discrepancia. A medida que  $m_X$  aumenta, por ejemplo para  $m_X = 500$  GeV, se tiene que  $a_\mu^{SLHM}$  decrece notoriamente y llega a tener una magnitud hasta es del orden de  $10^{-10}$ , lo cual ya está lejos del valor requerido para encontrar consistencia entre teoría y experimento. Con base en esto podemos afirmar que de realizarse en la naturaleza el SLHM, el neutrino pesado  $N$  y el bosón de norma  $X$  deberían ser relativamente ligeros para que este modelo pueda explicar la discrepancia entre la teoría y el experimento. Nuestros resultados entonces parecieran favorecer muy poco a nuestro modelo porque en la práctica se debe tener que la masa del bosón de norma debe ser muy pesada, del orden de 1 TeV, lo cual se deduce de las cotas a la escala  $f$  obtenidas de la comparación de las predicciones teóricas a las correcciones a los parámetros de alta precisión (la masa de los bosones  $Z$  y  $W$ , el ángulo de Weinberg, etc.) Sin embargo, el que la contribución del bosón de norma  $X$  y un neutrino pesado no pueda explicar la discrepancia  $\Delta a_\mu$  no implica que el SLHM esté descartado totalmente. En realidad este modelo es una teoría efectiva y por lo tanto ofrece una descripción incompleta de una teoría más fundamental, por lo que serían necesarias nuevas contribuciones al momento magnético anómalo del muon provenientes de otros sectores de dicha teoría que aún no conocemos adecuadamente.

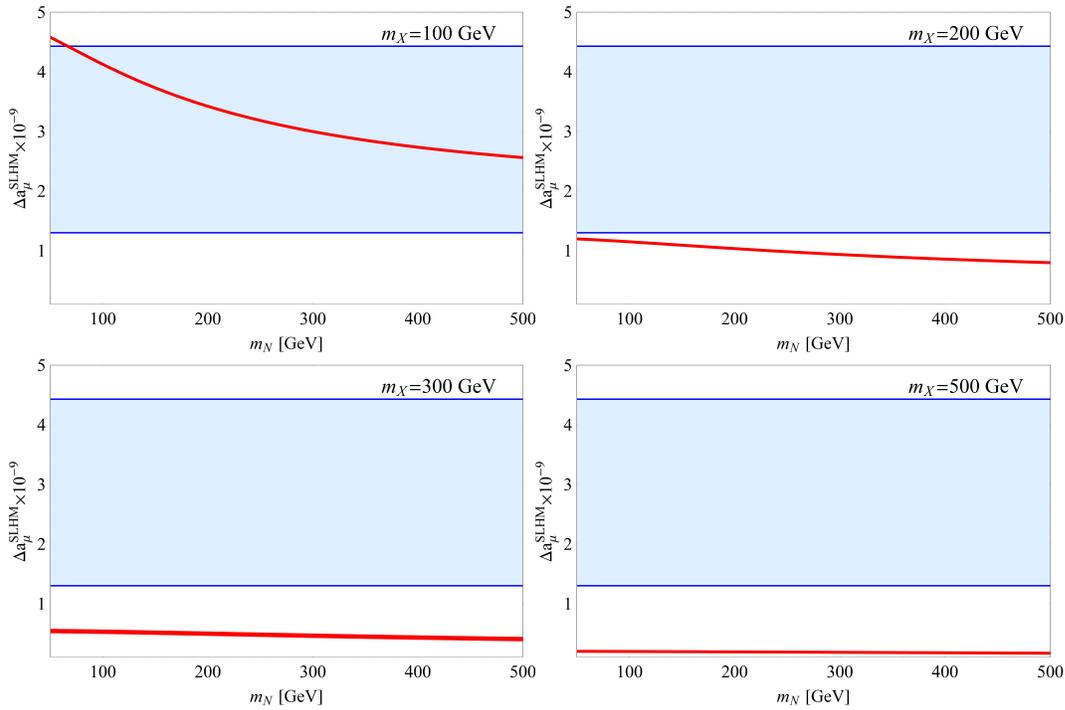


Figura 5.2: Nueva contribución del SLHM al momento magnético anómalo del muon como función de  $m_N$  para cuatro valores representativos de la masa del bosón de norma pesado  $m_X$ , como se indica en cada gráfica. La franja sombreada corresponde al intervalo permitido por la discrepancia entre la predicción del ME y las mediciones experimentales con un 95 % de nivel de confiabilidad.

Finalmente, todas las observaciones realizadas anteriormente pueden visualizarse mejor si graficamos la región en el plano  $m_N$  vs  $m_X$  que estaría permitida si exigimos que la contribución al momento magnético anómalo del muon predicha por la teoría sea consistente con las mediciones experimentales. Como ya hemos explicado arriba, solo un intervalo muy reducido de valores de  $m_X$  está permitido. Este intervalo tiene su valor máximo alrededor de 200 GeV para neutrinos pesados con una masa de alrededor de 50 GeV, pero dicho valor máximo disminuye hasta alrededor de 150 GeV cuando  $m_N$  es alrededor de 500 GeV. Esta área permitida no es consistente con las cotas existentes para la masa  $m_X$  y, como ya mencionamos anteriormente, esto implica que se requieren contribuciones adicionales para lograr la concordancia entre teoría y experimento. Otra perspectiva es que es posible que en el futuro se tenga un ajuste en el cálculo de la predicción del ME, en particular de la contribución hadrónica, que como ya se explicó en el capítulo anterior depende de valores experimentales y tiene gran incertidumbre debido a la dificultad inherente de un cálculo dentro del marco de la cromodinámica cuántica. En ese caso podría haber un cambio significativo en la discrepancia  $\Delta a_\mu$ .

## 5.1. Conclusiones y perspectivas

Este trabajo presentó una visión general de lo que es el ME, dándole cierto énfasis a los mecanismos de ruptura de la simetría, tanto global como local, y al sector electrodébil. Además, se presentó una discusión breve acerca del problema de la jerarquía, así como las posibles soluciones a este problema a través de diversos modelos de extensión. Esto nos permitió establecer la motivación para el estudio de los modelos con un bosón de Higgs ligero, en especial en el llamado modelo

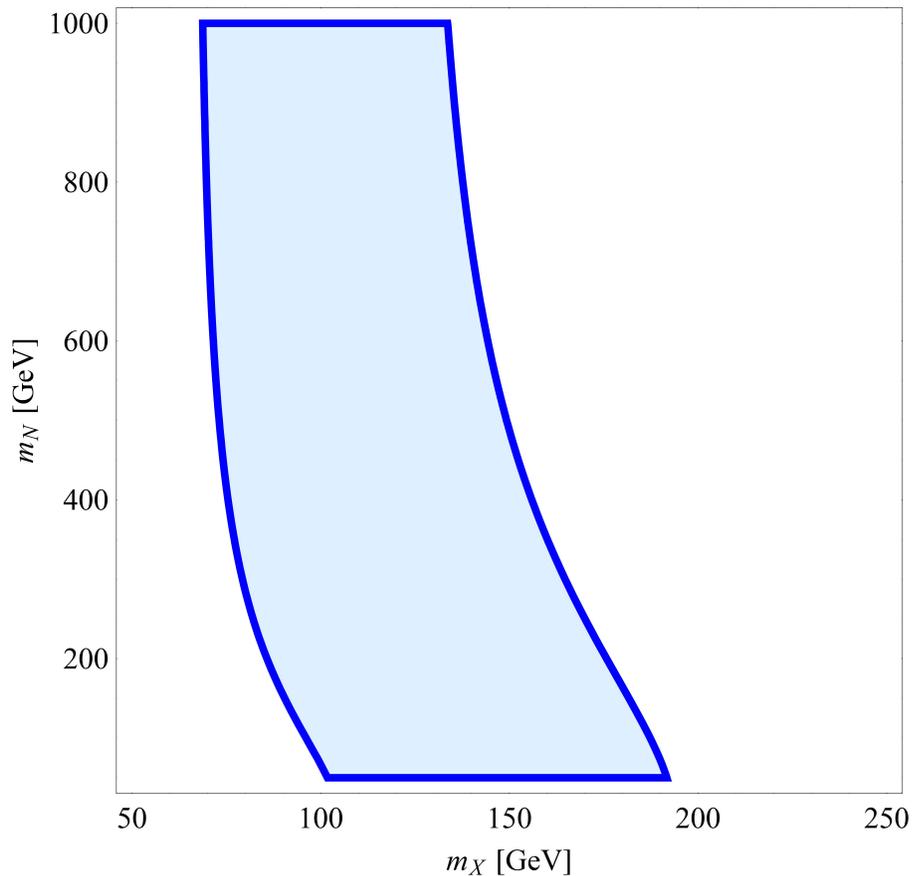


Figura 5.3: Área permitida en el plano  $m_N$  vs  $m_X$  consistente con la discrepancia entre la predicción del ME al momento magnético anómalo del muon y las mediciones experimentales con un 95 % de nivel de confiabilidad.

más simple con un bosón de Higgs ligero SLHM. Posteriormente se presentó una perspectiva del SLHM, centrando nuestra atención en las nuevas partículas que surgen en este modelo, así como los acoplamientos entre estas partículas y las partículas propias del ME, incluyendo las reglas de Feynman relevantes para nuestro cálculo. Como preámbulo al tema central de la tesis, se presentó una discusión breve sobre los aspectos más interesantes concernientes al momento magnético anómalo de un leptón, recalcando su importancia en la teoría y el porqué de su estudio. En particular, se presentó una discusión sobre las predicciones teóricas, dentro del marco del ME, y las mediciones experimentales de los momentos magnéticos anómalos del electrón, del muon y del tau. En este sentido, se hizo notar la discrepancia que hay entre la predicción teórica y la medición experimental del momento magnético anómalo del muon. Dicha discrepancia es mayor que tres desviaciones estándar, lo que implica que en el presente no hay consistencia entre la teoría y el experimento (por supuesto refiriendonos exclusivamente al caso de  $a_\mu$ ).

El tema central del trabajo fue presentar el cálculo del momento magnético anómalo del muon debido a las contribuciones a nivel de un lazo del bosón de norma  $X$  y del neutrino pesado  $N$ , dos nuevas partículas predichas por el SLHM. Nuestro cálculo requirió de la aplicación del método de parametrización de Feynman para el cálculo de integrales de un lazo. Al exponer los resultados y analizarlos obtuvimos que para que las nuevas contribuciones del SLHM estén dentro del intervalo requerido para eliminar la discrepancia entre teoría y experimento es necesario que dichas partículas tengan una masa aproximada entre 60 GeV y 1000 GeV para el neutrino pesado y entre 135 GeV

---

y 190 GeV para el bosón de norma  $X$ . Estos parámetros que encontramos son un tanto intuitivos porque, como se mencionó anteriormente, solo consideramos la contribución de una sola familia leptónica ya que desconocemos el valor de las constantes de  $V_\ell^{mi}$ . Si se hace un estudio más completo en el futuro, es poco probable que el intervalo permitido para  $m_X$  se amplíe. Por el contrario, es mucho más probable que haya cancelaciones entre las contribuciones y por ende la contribución a  $a_\mu$  sea irrelevante para poder explicar la discrepancia entre teoría y experimento. Otro aspecto un tanto desconcertante de nuestros resultados es que mientras el bosón de norma  $X$  sea muy ligero, no hay restricción en cuanto al posible valor de la masa de neutrino pesado, la cual puede ser extremadamente grande y aún así estar en el intervalo permitido.

Por otra parte, nuestro resultado no descarta por completo nuestro modelo ya que éste es una teoría efectiva que sería la aproximación de una teoría fundamental que puede contener nuevos ingredientes que darían lugar a nuevas contribuciones al momento magnético anómalo del muon, ajustando así la predicción teórica con la medición experimental. Tampoco podemos descartar que en el futuro se logre una mejora en el cálculo de la predicción del ME y que la discrepancia con el experimento se reduzca o elimine por completo. En ese caso nuestro modelo aún sería consistente con el experimento puesto que daría contribuciones despreciables al momento magnético anómalo del muon.

# Bibliografía

- [1] D. Griffiths; *Introduction to elementary particles*; Alemania; John Wiley and sons; 1987.
- [2] F. Halzen; A. D. Martin; *Quarks and leptons:an introductory course in modern particle physics*; USA; John Wiley and sons; 1984.
- [3] W. N. Cottingham; D. A. Greenwood; *An introduction to the standar model of particle physics*; USA; Cambridge;Segundd ediciõn; 2007.
- [4] R. Huamani; F. Villegas; Revista de investigación de física 14; *Simetrías gauge local aplicadas a la física*; 111401756(2011).
- [5] P. H. Frampton; *Gauge field theories*; Alemania; Wiley-vch; Third edition; 2008.
- [6] W. Kilian; *Electroweak Symmetry breaking*; Estados Unidos; Springer; 2003.
- [7] T. Teubner; *The Standar Model* ; Oxford ; Lecturas presentadas en la escuela para jovenes en física de altas energías; 2008.
- [8] M. Schmaltz, JHEP 0408:056, arXiv:hep-ph/0407143v2 27 Aug 2004.
- [9] I. Cortés, A. Fernández y G. Tavares, J. Phys. G: Nucl. Part. Phys. 39 015003, 2012, arXiv:1109.4390v2 [hep-ph] 9 Oct 2011.
- [10] T. Plehn, *Little Higgs at Colliders*, SUPA, School of Physics, University of Edinburgh, Scotland.
- [11] D.E. Kaplan , M. Schmaltz,JHEP 0310 (2003) 039, arXiv:hep-ph/0302049v2 18 Feb 2003,
- [12] L. Wang, X. Han,High Energy Physics-Phenomenology, arXiv:1101.0412v1 [hep-ph] 2 Jan 2011.
- [13] F. del Aguila, J. I. Llana, M. D. Jenkins, JHEP 1103:080,2011, arXiv:1101.2936v2 [hep-ph] 4 Mar 2011.
- [14] M. E. Peskin; D. V. Schroeder; *An Introduction to Quantum Field Theory*; USA; Westview Press; 1995.
- [15] A. Czarnecki, W. J. Marciano, Nucl.Phys.Proc.Suppl. 76 (1999) 245-252, arXiv:hep-ph/9810512 [hep-ph] 28 Oct 1998.
- [16] A. Hoecker,W.J. Marciano,(Particle Data Group), 2013 partial update for the 2014 edition, August 2013.
- [17] S. Eidelman, M. Passera, Mod.Phys.Lett.A22:159-179,2007, arXiv:hep-ph/0701260 [hep-ph] 30 Jan 2007.
- [18] V. A. Smirnov; *Feynman Integral Calculus*; Holanda; Springer; 2006.