BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

ESTUDIO DE LA CORRELACIÓN ENTRE EL NIVEL DE RAZONAMIENTO CIENTÍFICO Y EL NIVEL DE ABSTRACCIÓN EN EL MODELO SITUACIONAL

TESIS PROFESIONAL

PARA LA OBTENER EL TÍTULO DE
LICECIADO EN FÍSICA

PRESENTA
ANA LAURA PÉREZ CASTRO

DIRECTORES DE TESIS

DRA. LIDIA AURORA HERNÁNDEZ REBOLLAR

DR. JOSIP SLISKO IGNATOV

H. Puebla de Zaragoza Noviembre 2014

Índice

Agradecimientos

Agradezco principalmente a mis dos hijas, Azul y Marjorie por ser el motivo principal para seguir adelante.

A mi esposo Diego por su amor incondicional.

A mis padres, Julia y Martin por el apoyo brindado durante toda la carrera de forma económica y moral.

A mis hermanos, Indy y Rafa por sus consejos.

A mi abuelita Matilde, mi tía Albertina y a mi padrino Carmelo, por el cuidado que tuvieron conmigo y con mi hija cuando más los necesite.

A mis asesores, Dra. Lidia y Dr. Josip por su paciencia y dedicación durante todo este tiempo.

A mis sinodales, Dra. Honorina, Dra. Lety, Dr. José Antonio y Dr. Fernando, por el tiempo dedicado en la revisión de esta tesis y por sus sugerencias.

A mis amigos por escucharme y apoyarme siempre.

A cada una de las personas que conocí durante esta etapa.

A CONACYT por su apoyo económico durante los dos últimos años de la carrera.

A cada uno de ustedes gracias…

Resumen

En este trabajo de tesis se muestran los resultados que se obtienen al aplicar dos problemas y la posible relación con su nivel de razonamiento científico. El primer problema es de física y el segundo es de matemáticas, para esto se analizan los diferentes tipos de dibujos que realizan los estudiantes como apoyo a la solución del problema y su nivel de razonamiento se mide a través de la prueba de Lawson.

Este trabajo fue presentado en una ponencia de 20 minutos en el CIMA (Congreso Internacional de Matemáticas y sus Aplicaciones), posteriormente fue presentado de forma verbal y en memorias en CIMATES (XVII Escuela de Invierno en Matemática Educativa).

Introducción

En este trabajo se hablará acerca de la importancia que tiene la modelación matemática en el momento de resolver un problema de matemáticas o de física. Varios investigadores han planteado, tanto teórica como experimentalmente, que el proceso de modelación consiste de varias fases (Blum, W. y Ferri, R. B., 2009). La primera fase es la construcción de un modelo mental de la situación a la que se refiere el problema (modelo situacional según Van Dijk y Kintsch, 1983), y es necesaria para la comprensión de un problema matemático y su posterior resolución (Borromeo Ferri, R. 2006).

Los resultados que se presentan en este trabajo tienen que ver con la construcción del modelo situacional en la resolución de problemas de matemáticas y de física, en los cuales se necesita que el estudiante tenga conocimientos básicos de matemáticas y sentido físico. En este trabajo se estudia la posible relación que existe entre el grado de abstracción del modelo situacional y el nivel de razonamiento científico (concreto, en transición o formal). El modelo situacional se estudia a través de los dibujos que realizan los estudiantes acerca de la situación que se plantea en el problema. Los dibujos se clasifican de acuerdo a su grado de abstracción (tabla 3.1) y, una vez categorizados, se estudia su relación con el puntaje que los mismos estudiantes obtienen en una prueba de razonamiento científico conocida como “Prueba de aula de razonamiento científico” o “Prueba de Lawson” (Lawson, A., 1995). La conjetura que deseamos comprobar es: *Entre mayor sea el nivel de razonamiento científico de un estudiante, mayor será el grado de abstracción del modelo situacional que construye cuando resuelve un problema*.

En el Capítulo 1 se describe la importancia que tiene la modelación matemática, que es considerada como la traducción que se hace del mundo real en términos matemáticos. Además, la modelación matemática es uno de los temas en la educación de las matemáticas que ha sido discutido y difundido más intensamente durante las últimas décadas en todo el mundo.

En el Capítulo 2 se describe el marco conceptual en el que se basa esta investigación, específicamente, se explica en qué consiste la Prueba de razonamiento científico, así como la teoría de comprensión de textos desarrollada por Kintsch y Van Dijk (1983), que es una pieza importante del Modelo Situacional.

En el Capítulo 3 se presentan las resultados obtenidos al aplicar la primera prueba que es un problema de física (sección 3.1.1), a la muestra a la que se le aplicó este problema costa de 34 alumnos de la FCFM para estudiar la relación entre el nivel de razonamiento científico y el grado de abstracción del modelo situacional. Se presentan dos análisis de las respuestas, uno cuantitativo y otro cualitativo.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados obtenidos al aplicar el segundo problema, el cual es un problema de matemáticas (sección 4.1.2), la cual se le aplicó a una muestra de 33 alumnos de la FCFM. De manera análoga al Capítulo 3, se realizan dos estudios con los datos, uno cuantitativo y otro cualitativo.

Finalmente se presentan las conclusiones de esta investigación.

CAPÍTULO 1

Modelación matemática

En este capítulo se describe, de manera general, el proceso cognitivo que se sigue cuando se resuelve un problema de matemáticas, en particular, cuando éste requiere la construcción de un modelo matemático. Este proceso, también, puede ser aplicado a problemas de física, porque, en general, estos problemas también requieren de la modelación matemática.

En la primera parte de este capítulo, se presenta el resumen extenso de la investigación realizada por Blum y Borromeo (2009) sobre el proceso de modelación y sus aplicaciones en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En este capítulo es importante notar la presencia de la construcción del modelo de la situación como uno de los pasos o etapas cuando se resuelve un problema.

1.1 La modelación matemática: ¿Puede ser enseñada y aprendida?

La modelación matemática es el proceso de traducción entre el mundo real y las matemáticas. Es uno de los temas en la educación de las matemáticas que ha sido discutido y difundido intensamente durante las últimas décadas, en las aulas, en todo el mundo. La razón principal de este espacio entre los objetivos del debate educativo y práctica diaria de la escuela es que la modelación es difícil tanto para los profesores como para los estudiantes. Aquí mostraremos ejemplos de cómo los estudiantes y los profesores tienen que lidiar con exigentes tareas de la modelación. En primer lugar, Blum y Borromeo (2009) presentan algunos ejemplos de las dificultades que existen en la modelación matemática y también la dependencia del estilo de razonamiento matemático. Ellos tratan de explicar estas dificultades por las demandas cognitivas de tareas y hacen hincapié en que la modelación matemática se tiene que aprender específicamente por los estudiantes y, además, que se puede aprender si la enseñanza obedece a ciertos criterios, en particular, al mantenimiento de un equilibrio permanente entre la orientación del profesor y la independencia de los estudiantes. En su investigación, Blum y Borromeo (2009) muestran algunos ejemplos de cómo los profesores han realizado con éxito este equilibrio y presentan diferencias interesantes entre el manejo de cada profesor de las tareas de modelación. En la parte final de su trabajo, Blum y Borromeo (2009) muestran algunas consecuencias de los resultados empíricos reportados y formulan las correspondientes implicaciones para la enseñanza de la modelación matemática.

1.2 ¿Qué es la modelación matemática y para qué sirve?

En su artículo, Blum y Borromeo (2009) muestran el siguiente ejemplo de una tarea de modelación matemática:

Ejemplo 1: "Los zapatos del gigante". En un centro deportivo en las Filipinas, Jr. Florentino Anonuevo pule un par de zapatos. Son, según el Libro de records Guinness, los más grandes del mundo, con una anchura de 2.37 m y una longitud de 5.29 m, aproximadamente. ¿Qué altura tendría el gigante de estos zapatos? Explique su solución.

Esta tarea requiere una traducción entre la realidad y las matemáticas lo que, en definitiva, pueden ser llamado un modelo matemático. De acuerdo a Blum y Borromeo (2009) dos estudiantes alemanes de 15 años de edad resuelven este problema.

A continuación los autores muestran el pensamiento y la solución de los estudiantes antes de escribir la posible solución matemática:

Pensamiento del estudiante para resolver el problema: "Bueno, para calcular la altura del gigante a partir de estos dos valores proporcionados…" Si la anchura del zapato es 2.37 m y la longitud 5.29 m, entonces, creo yo que se debe multiplicar las dos cantidades, es decir 2.37 m multiplicado por 5.29 m. Entonces el hombre tiene una altura de:

$$2{,}37\,m \cdot 5{,}29\,m = 12{,}5373\,m$$

Este ejemplo muestra que este tipo de tareas suelen ser difíciles para los estudiantes, quienes los resuelven usado las operaciones básicas entre los números reales.

¿Por qué es tan difícil la modelación para los estudiantes?

Una razón importante son las demandas cognitivas de las tareas de modelación. La modelación está inseparablemente ligada con otras competencias matemáticas como la lectura y la comunicación, el diseño y aplicación de estrategias de resolución de problemas. Para el análisis cognitivo de las tareas de modelación es muy útil el modelo del "Ciclo de modelación", que es conocido como el ciclo de los siete pasos. En la figura 1.1 se muestra el esquema del ciclo propuesto por Blum y Borromeo (2009):

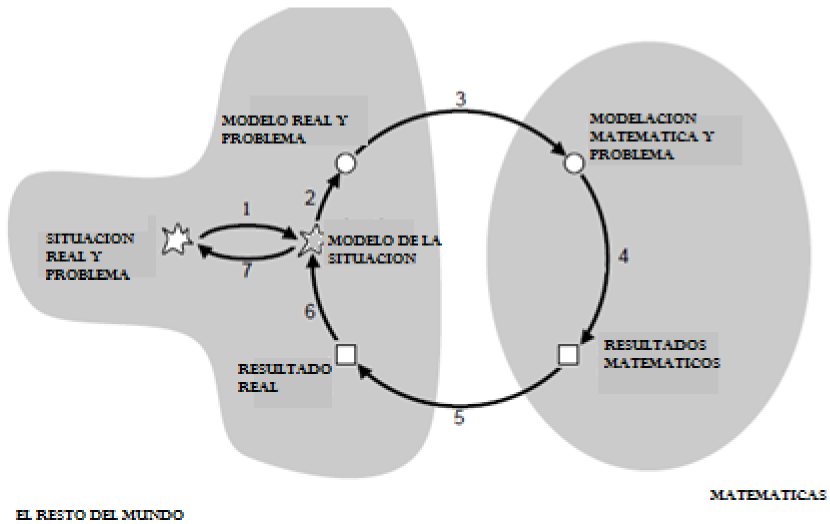


Figura 1.1: Ciclo de Modelación

Si bien los ciclos pueden concebirse de manera distinta, una descripción general del proceso de modelación puede ser la siguiente: se inicia con una situación del mundo real. Normalmente, la situación tiene que ser simplificada, estructurada y precisada por quien resuelve el problema, lo que lleva la creación de un modelo de la situación. Luego el modelo es traducido al lenguaje matemático produciendo un modelo matemático de la situación. El proceso continúa a través de elegir métodos matemáticos adecuados para el modelo, a partir de lo cual se obtienen ciertos resultados matemáticos, que tienen que ser interpretados en relación a la situación original. Si existen discrepancias entre la situación real y los resultados obtenidos, se regresa a revisar la situación y reconsiderar el modelo, con lo cual se inicia un nuevo ciclo.

Según Blum, este ciclo es el que los estudiantes siguen antes de resolver un problema, en el cual describe cada una de las etapas por las que el estudiante debe de pasar antes de resolver el problema.

Veamos otro ejemplo que cita Blum y Borromeo (2009) de un problema que requiere de la modelación.

Ejemplo 2: "Llenado"

La Señora Stone vive en Trier, a 20 km de la frontera de Luxemburgo. Para llenar su VW Golf ella conduce a Luxemburgo, donde inmediatamente detrás de la frontera hay una estación de gasolina. Ella tiene que pagar 1,10 euros por un litro de gasolina, mientras que en Trier tendría que pagar 1,35 euros. ¿Vale la pena que la Señora Stone conduzca hasta Luxemburgo? Justifica tu respuesta.

En primer lugar, la situación del problema tiene que ser entendida y se debe de construir un modelo de la situación. A continuación, la situación tiene que ser simplificada, estructurada y precisada, lo que lleva a un modelo con elementos reales de la situación. En particular, el que tiene que solucionar el problema tiene que definir aquí lo que "vale la pena". En el modelo estándar, esto significa sólo "la minimización de los costos de llenado y conducción". La matematización transforma el modelo real en un modelo matemático que consta de ciertas ecuaciones. El trabajo matemático produce resultados matemáticos, que se interpretan en el mundo real, terminando en una recomendación para la señora Stone. La validación de estos resultados puede mostrar que es necesario dar la vuelta al circuito por segunda vez, por ejemplo, con el fin de tener en cuenta más factores, como el tiempo o la contaminación del aire. Dependiendo de qué factores se hayan tenido en cuenta, las recomendaciones para la señora Stone pueden ser diferentes.

La modelación y sus aplicaciones ha sido un tema cada vez más importante en la educación matemática en las dos últimas décadas. El reciente interés en la modelación matemática ha sido estimulado por el estudio PISA (“Programa Internacional para la Evaluación de Estudiantes”) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (OCDE), donde se investiga "La alfabetización matemática" de los alumnos que es esencialmente la capacidad para hacer frente a situaciones del mundo real de una manera bien fundada (situado en "Modelación y Aplicaciones en Educación Matemática", ICMI Volumen 14).

1.3 ¿Por qué es tan importante para los estudiantes la modelación?

Los modelos matemáticos están a nuestro alrededor, a menudo se conectan con herramientas tecnológicas, para las personas en general es importante que se realicen competencias de modelación. En términos más generales, la modelación matemática pretende:

1. Ayudar a los estudiantes a comprender mejor el mundo.
2. Apoyar el aprendizaje de las matemáticas (motivación, formación de conceptos, comprensión, retención).
3. Contribuir a desarrollar varias competencias matemáticas y actitudes adecuadas.
4. Contribuir a una imagen adecuada de las matemáticas.

Como consecuencia de la modelación, las matemáticas se vuelven más significativas para los estudiantes. Detrás de todas estas justificaciones de modelación están los principales objetivos de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas secundarias.

Existe una tendencia en varios países para incluir más modelos matemáticos en el plan de estudios. En Alemania, por ejemplo, la modelación matemática es una de las seis competencias obligatorias en los nuevos "estándares educativos" nacionales de matemáticas. Sin embargo, en la enseñanza de las matemáticas, en la mayoría de los países, todavía hay muy pocos modelos. Sobre todo, cuando los "problemas verbales" son tratados, después de "desnudar" el contexto, el objetivo fundamental es el ejercicio de las matemáticas. Los problemas verbales son legítimos y útiles también para el desarrollo de competencias y de apoyo al aprendizaje.

¿Por qué se usan tan sólo unos cuantos modelos en las aulas?, ¿Por qué existe esta diferencia entre el debate educativo y los planes de estudios, por un lado, y la práctica en el aula, por el otro lado? La razón principal es que la modelación es difícil también para los profesores, los cuales necesitan conocimientos del mundo real. Además, con la modelación, la enseñanza se hace más abierta y menos previsible.

1.4 ¿Cómo resuelven los estudiantes las tareas de modelación?

En este trabajo Blum y Borromeo (2009) mencionan que de acuerdo con los resultados de PISA 2006 (OCDE, 2007), los estudiantes de todo el mundo tienen problemas con las tareas de modelación. Los análisis llevados a cabo por el Grupo de Expertos en Matemáticas (PISA) han demostrado que la dificultad de estas tareas es por las demandas de competencias de los estudiantes. Estos son algunos ejemplos seleccionados de dificultades de los estudiantes (Blum y Borromeo 2009):

Según el paso 1 del ciclo de modelación (figura 1.1), en el ejemplo de "Los zapatos del gigante". Este es un ejemplo de la estrategia de solución superficial conocida "Ignorar el contexto, sólo extraer todos los números desde el texto y calculan con estos de acuerdo a un esquema familiar", que en las aulas este método es exitoso para resolver problemas.

Según el paso 2 del ciclo de modelación (figura 1.1), aquí presentan una solución auténtica de ejemplo 2 "Llenado": "No se puede saber si vale la pena, ya que no sabe lo que consume el Golf. Es posible que no sepas lo mucho que quiere llenar." Obviamente, el estudiante ha construido un modelo de situación adecuada, pero no es capaz de hacer suposiciones.

Según el paso 3 del ciclo de modelación (figura 1.1), validar parece ser problemático, sobre todo porque los estudiantes no comprueban nada si las soluciones de las tareas son razonables y apropiadas, el profesor parece el único responsable de la exactitud de las soluciones.

Las rutas de la modelación son muy importantes para los estudiantes durante el proceso de solución de estas tareas. Una "ruta de modelación" describe un proceso individual en detalle, y hace referencia a las diversas fases del ciclo de modelación. El individuo comienza este proceso de acuerdo a sus preferencias, y luego pasa por diferentes fases, haciendo caso omiso de las demás. Para ser más precisos, se debe hablar de las rutas de modelación visibles ya que uno sólo puede hacer referencia a expresiones verbales o representaciones externas para la reconstrucción del punto de partida y el curso de una ruta de modelación. En este texto se va a ilustrar el concepto de rutas de modelación más concretamente por medio de la tarea de modelación en el problema del "faro":

Ejemplo 3: "Faro"

En la bahía de Bremen, en la costa, un faro llamado "*Roter Sand*" fue construido en 1884, que mide 30.7 metros de altura, el faro estaba destinado a advertir a los barcos que se acercan a la costa. ¿A qué distancia, aproximadamente, estaba un barco de la costa cuando los tripulantes del barco vieron el faro por primera vez? Explique su solución.

Un breve análisis del ejemplo del faro, a través del ciclo de modelación, dará una visión más clara del proceso de pensamiento de los estudiantes y hará que sus declaraciones sean más transparentes. El primer paso para la solución, sería imaginar mentalmente la situación, que consiste en el faro, el barco y la superficie de la tierra en el medio, pero esto es un paso no trivial para muchos estudiantes. El modelo de la situación resultante tiene que ser simplificado: la tierra como una esfera, la nave como un punto y una conexión visual rectilínea entre el faro y el barco. Un modelo matemático de la situación real, con H ≈ 30,7 m como la altura del faro, R ≈ 6,370 km como el radio de la tierra y S como la distancia desconocida entre el faro y la nave.

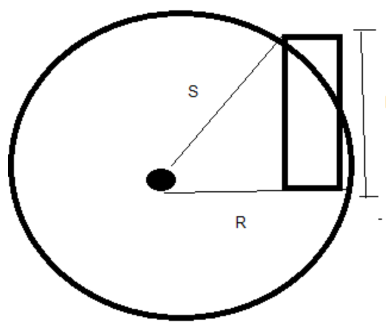


Figura 1.2: Modelo de la situación del problema del "Faro".

Consideraciones matemáticas muestran que hay un triángulo rectángulo, y el teorema de Pitágoras da $S^2 + R^2 = (R+H)^2$, por lo tanto $S = \sqrt{2RH + H^2} \approx \sqrt{2RH} \approx$ 19,81 km. La interpretación de este resultado matemático conduce a la respuesta del estudiante: "a unos 20 km". Ahora bien, este resultado real tiene que ser validado.

La imagen de la figura 1.3 muestra la ruta seguida por dos estudiantes en la solución del problema del faro. Sólo se pueden dar algunos ejemplos ilustrativos de los diversos cambios durante estos procesos. Los procesos reales son demasiado largos y demasiado complejos para dar cuenta de todas las declaraciones en detalle.

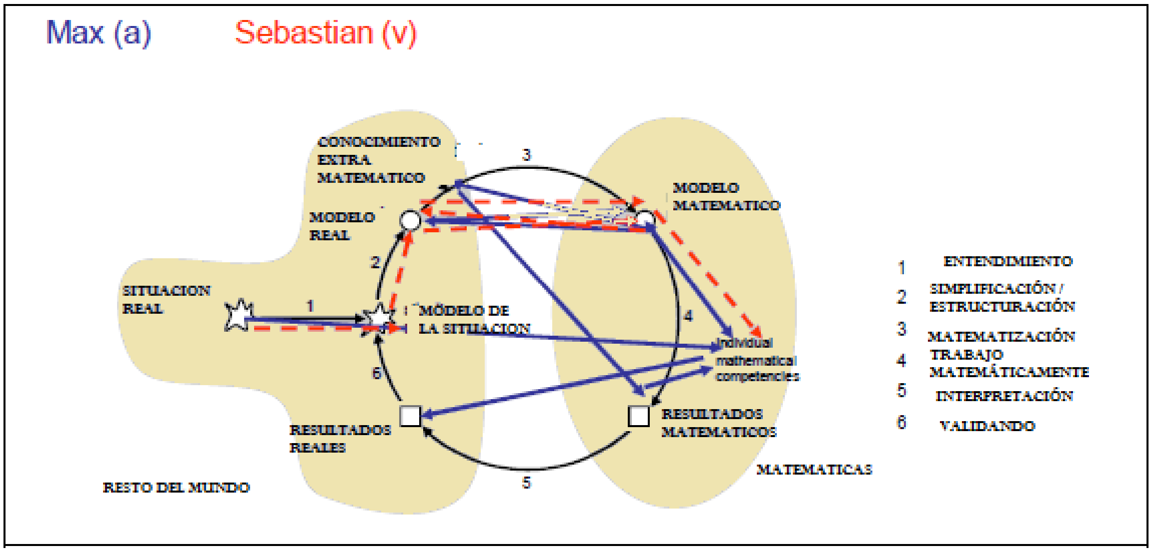


Figura 1.3: Rutas de modelación de dos estudiantes

1.4.1 Ruta de modelación de dos estudiantes, para el problema del "Faro"

En la siguiente sección Blum y Borromeo (2009) muestra dos rutas de modelación que dos estudiantes realizan para resolver el problema del "Faro":

1.4.1.1 Ruta de modelación de Max (flechas rectas):

Max leyó "el problema del faro" y expresó los siguientes pensamientos:

M: "Bueno, ¿qué vamos a hacer? yo diría que apliquemos el teorema de Pitágoras" (situación real => modelo matemático):

Max cambió inmediatamente de la situación descrita al modelo matemático, él pudo ver en su mente que podría aplicar el teorema de Pitágoras. Sin embargo, no hizo ningún progreso con el modelo matemático, porque parece no haber aclarado la situación lo suficiente. Luego, cambió al modelo real con el fin de imaginar la situación descrita. Al hacer esto, comenzó a pensar de forma detallada sobre la curvatura de la tierra, lo que demuestra que estaba literalmente "imaginando" la situación.

M: "En realidad, es la curvatura de la tierra que hace que el faro desaparezca, si se tratara de un plano, sería visible todo el tiempo" (modelo matemático => modelo real) Después de que Max había conseguido una imagen mental más precisa, cambió rápidamente al modelo matemático. Todavía recordaba el Teorema de Pitágoras e hizo un dibujo.

M: *"Tenemos que colocar esto en este cateto"* (Modelo real => modelo matemático).

Max pensaba en el modelo matemático desde hace bastante tiempo. Él comenzó a preguntarse sobre lo que es la curvatura de la tierra, se preguntó a sí mismo y a los demás sobre este conocimiento extra-matemático. A diferencia de los otros miembros del grupo, mantuvo la opinión de que la curvatura de la tierra también tendría que tomarse en cuenta para los cálculos.

M: "Sí, mira, tenemos que incluir a la curvatura de la tierra en nuestros cálculos." (Modelo matemático => conocimiento extra-matemático). Dejando la cuestión de curvatura de la tierra a un lado, Max regresó al modelo matemático y se mantuvo en esa fase durante mucho tiempo. Durante esa fase, utilizó teorema de Pitágoras, así como los conocimientos extra-matemáticos (diámetro de la Tierra) para llegar a una conclusión.

M: "Son veinte kilómetros". (Conocimientos extra-matemáticos=> resultados matemáticos)

Max interpretó el resultado sólo hasta cierto punto y no aceptó la verdadera situación.

M: "Tienes veinte kilómetros en línea recta". (Resultados matemáticos => resultados reales)

1.4.1.2 Ruta de modelación de Sebastián (flechas discontinuas):

Sebastián comenzó inmediatamente con un boceto y al principio describió la situación real. De esta manera, se le ocurrió la situación descrita mentalmente y creó un modelo situacional.

S: "Aquí está la nave, algo como esto y esto es la curvatura de la tierra." (Situación real => modelo de la situación) A partir de su imagen mental, siguió simplificando aún más la situación y creó un verdadero modelo.

S: "Vamos a hacer un triángulo aquí." (Modelo de la situación => modelo real)

En sus nuevas declaraciones, se hizo evidente una creciente matematización, y cambió el modelo matemático.

S: "Tenemos un ángulo de este lado, con el fin de calcular la distancia. (...) Porque yo necesito este (señala el dibujo de otro estudiante), entonces puso ciento ochenta menos noventa, menos... "(modelo real => modelo matemático)

Sebastián no se guía por el modelo matemático, ya que tenía que mantener "la imagen" de la situación. Cuando el grupo comenzó a discutir si la curvatura de la tierra debe ser incluida en los cálculos, se mantuvo neutral.

S: "Lo único que nos impide obtener una visión clara de lo contrario es sobre todo nuestros ojos, si el avión era de nivel y probablemente las partículas en el aire."(Modelo matemático => modelo real)

Desde el modelo real Sebastián regresó al modelo matemático y continuó trabajando de manera matemática. Como no se le ocurrió trabajar con Pitágoras, pero si con los senos, sólo se centró en la aplicación de esta competencia matemática individual.

S: "Y si conociéramos un ángulo ahora, entonces podríamos utilizar senos." (Modelo real => modelo matemático)

Sebastián cambia a menudo entre el modelo real y el modelo matemático porque tenía que transportarse a la situación real y necesitaba siempre imaginar la situación con el fin de seguir trabajando en la tarea. A diferencia de Max, que resolvió el problema, Sebastián no llegó a una conclusión y quedó atrapado en el modelo matemático.

Las rutas de modelación de los dos estudiantes son bastante diferentes. Una razón de esto es el estilo de pensamiento matemático. De acuerdo con sus respuestas en cuestionarios y entrevistas, Max es un pensador “analítico” y Sebastián es un pensador "visual". El término "estilo de pensamiento matemático" denota la forma en que un individuo prefiere presentar, entender y pensar en matemáticas hechos y conexiones, utilizando ciertas imaginaciones internas y representaciones externalizadas.

En consecuencia, un estilo de pensamiento matemático está constituido por dos componentes:

La primera es la imaginación interna y las representaciones externadas, y la segunda es el modo de proceder, "holístico" o "disección”, en la resolución de problemas matemáticos. Los estilos de pensamiento matemático no deben ser vistos como habilidades matemáticas sino como preferencias para utilizar las habilidades matemáticas. A continuación se muestran los tipos de pensadores de acuerdo a sus características y habilidades.

Estilo de pensamiento "visual" (pictórico-holístico). Los pensadores visuales muestran preferencia por la imaginación pictórica interna y por las representaciones externalizadas pictóricas. La comprensión de hechos matemáticos y las conexiones las realizan a través de representaciones ilustrativas existentes, y su punto de vista de la situación del problema es más integral (holística). En las tareas de modelación, ellos tienden a centrarse más en la parte real del proceso.

Estilo de pensamiento "Analítico" (simbólico-disección). Los pensadores analíticos muestran preferencia por la imaginación formal interna y por las representaciones formales externas. Son capaces de comprender y expresar hechos matemáticos preferentemente a través de representaciones simbólicas o verbales y muestran preferencia por un procedimiento paso a paso en la resolución de los problemas propuestos. En las tareas de modelación, tienden a centrarse más en la parte matemática del proceso.

Estilo de pensamiento “Integrado". Estas personas son capaces de combinar las formas visuales y analíticas de pensamiento en la misma medida.

A continuación, mencionaremos algunos resultados empíricos acerca de los estudiantes cuando se enfrentan con tareas de modelación.

En la mayoría de los casos, no hay un uso consciente de estrategias en la resolución de problemas. Esto explica muchas de las dificultades observadas, ya que se sabe de varios estudios en donde las estrategias (actividades meta-cognitivas) son útiles también para la modelación. En el ámbito del Aprendizaje Situado se sabe que el aprendizaje depende siempre del contexto específico y, por lo tanto, no se debe esperar una simple transferencia de una situación a otra. Esto es válido para el aprendizaje de la modelación matemática en particular, el modelado tiene que ser aprendido específicamente. Varios estudios han demostrado que la modelación matemática se puede aprender. La variable decisiva para la enseñanza exitosa parece ser "una enseñanza de calidad".

1.5 ¿Cómo los profesores tratan la modelación en las aulas?

En el trabajo realizado por Blum y Borromeo (2009), los docentes son indispensables, hay una diferencia fundamental entre los estudiantes que trabajan con el apoyo de los maestros y los estudiantes que trabajan solos. Esto puede parecer trivial, pero no lo es en absoluto.

De acuerdo con los resultados empíricos, debe ser justo al revés, existe evidencia empírica de que los efectos de la enseñanza son la base de la "calidad de enseñanza de las matemáticas". ¿Qué podría significar la calidad de la enseñanza de las matemáticas?

Esto podría significar una estructuración exigente de la enseñanza de las matemática, puede ser dando oportunidades a los estudiantes para adquirir competencias matemáticas y establecer conexiones dentro y fuera de las matemáticas, además de un manejo efectivo en el aula y el aprendizaje orientado (por métodos diferentes flexible, utilizando el tiempo de forma eficaz, la separación de aprendizaje y evaluación, etc.)

Para la enseñanza de calidad, es fundamental que se mantenga un equilibrio permanente entre la orientación mínima del maestro y la independencia máxima de los alumnos. En este contexto, las intervenciones estratégicas a menudo son más adecuadas que las intervenciones que dan consejos a los estudiantes a un meta-nivel. En la enseñanza de las matemáticas, los criterios de calidad son a menudo violados.

De acuerdo con las observaciones de Borromeo y Blum (2009), las intervenciones espontáneas de los profesores de matemáticas en el contexto de la modelación no son para preservar la independencia, en su mayoría están relacionados con el contenido o para ayudarles a organizarse, nunca estratégicas.

Una característica común de muchas de sus observaciones es que la solución preferida del profesor de una determinada tarea se impone a menudo en los estudiantes a través de sus intervenciones, en su mayoría sin ni siquiera darse cuenta. Lo anterior se debe, generalmente, a un conocimiento insuficiente de la riqueza del "espacio de trabajo" por parte de la profesora. Sin embargo, se sabe que es importante fomentar diversas soluciones individuales, para que coincidan con los diferentes estilos de pensamiento de los estudiantes, y en particular, como base para las reflexiones retrospectivas después de las presentaciones de los estudiantes. Para ello, es necesario que el maestro tenga un conocimiento profundo de las demandas cognitivas de las tareas encomendadas.

Una pregunta interesante en este contexto es: ¿Cómo los estilos de pensamiento matemático de los profesores influyen en su forma de tratar las tareas de modelación? En el proyecto COM[2] (Análisis cognitivo-psicológico de los procesos de modelización en clases de matemáticas) (Borromeo Ferri 2006) que funciona desde el 2004 y que está dirigido por Borromeo Ferri junto con G. Kaiser (ambos de la Universidad de Hamburgo), se eligieron tres clases de 10 grados del Gymnasium (las escuelas de gramática alemana que se consideran de alta capacidad) para un análisis de la conducta del profesor en el tratamiento de las tareas de modelación. La muestra estuvo conformada por 65 alumnos y 3 profesores (un hombre y dos mujeres). Se llevaron a cabo entrevistas enfocadas con cada maestro para reconstruir su estilo de pensamiento matemático.

Aquí los autores muestran las reacciones del Sr. P (un pensador analítico) y la Sra. R (un pensador visual) después de la presentación de sus soluciones de la tarea El Faro de los estudiantes. Lo que se puede ver aquí es típico también para otras fases del proceso de modelación.

La reacción del Sr. P.: "Eso fue muy bueno. [...] Pero lo que me falta como un profesor de matemáticas es que puedas utilizar más términos, términos más abstractos y que anotes una fórmula y no sólo números. De esta manera se ajusta más a la forma que los matemáticos prefieren, utilizar y transformar los términos y obtener una fórmula después [...] "[el señor P. desarrolló con los alumnos una formula después de esta declaración.

La reacción de la señora R.: "Así que tienen diferentes soluciones. Pero lo que me di cuenta y lo que me perdí en nuestra discusión hasta ahora es el hecho de que no estás pensando en lo que está sucediendo en la realidad! Cuando quieres ilustrar el faro y la distancia a un buque, piensa, por ejemplo, en la Catedral. Puedo ver la Catedral desde mi balcón. O, lo que sea, pensar en tomar la acción con un avión en la noche y así sucesivamente. A dos kilómetros. ¿Eso es mucho? ¿Eso es menos?".

Así, por una parte, el Sr. P. como un pensador analítico, obviamente, se centró menos en la interpretación y validación. Para él, la posterior formalización de las soluciones de trabajo en forma de ecuaciones abstractas era importante. En consecuencia, la situación real se volvió menos importante.

Por otra parte, la Sra. R. como un pensador visual interpretó y, sobre todo, validó los procesos de modelación con los alumnos. Esto se hizo evidente en sus muy vívidas descripciones, basadas en la realidad que presentó a los alumnos.

1.6 ¿Cómo puede enseñarse adecuadamente la modelación?

Borromeo y Blum (2009) consideran como importantes algunas implicaciones para una enseñanza adecuada. En la siguiente sección se describirá cada una de ellas.

1.6.1 Algunas implicaciones para la enseñanza

Implicación 1: Los criterios de calidad de la enseñanza, tienen que ser considerados también para la modelación de la enseñanza. La substancia de la enseñanza de calidad está constituida por tareas de modelación apropiadas y un equilibrio entre la independencia máxima de los estudiantes y la mínima intervención del profesor.

Implicación 2: Es importante apoyar las rutas de modelación individuales y fomentar soluciones múltiples. Para este fin, los profesores tienen que estar familiarizados con la tarea.

Implicación 3: Los profesores tienen que conocer varios modos de intervención y, sobre todo, de intervenciones estratégicas.

Implicación 4: Los profesores tienen que saber cómo apoyar las estrategias de los estudiantes para resolver las tareas de modelación. Para las tareas de modelación, está disponible una herramienta estratégica específica, el ciclo de modelación. El esquema de los siete pasos, es apropiado y, a veces, incluso indispensable con fines de investigación y docencia. Para los estudiantes, el esquema de cuatro pasos siguiente parece ser más apropiado.

1.6.2 Esquema de los cuatro pasos para resolver una tarea de modelación ("Plan de solución")

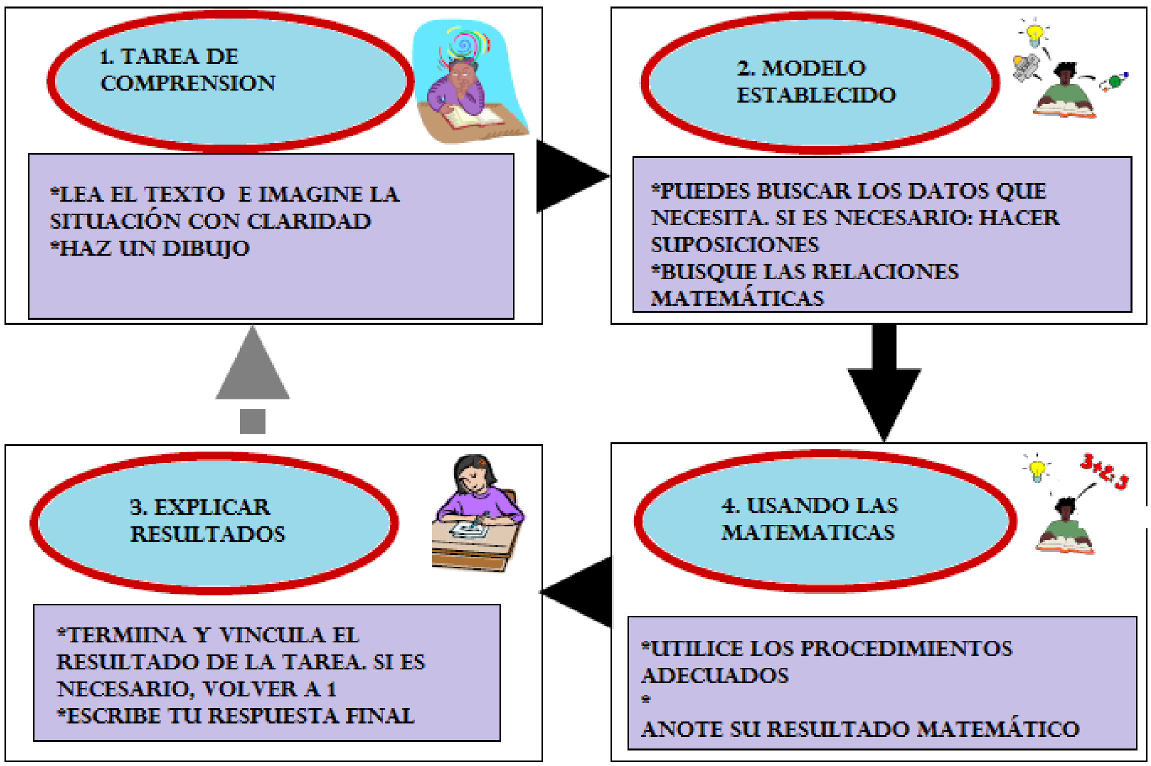


Figura 1.4: El "Plan de Solución" para las tareas de modelación

Los pasos 2 y 3 del esquema de siete pasos (fig. 1.1) se unen en un paso ("establecer"), así como los pasos 5, 6 y 7 ("explicar"). Como se puede ver, hay algunas similitudes de este "Plan de Solución" para el modelado de tareas para cambiar la resolución de problemas en general de George Polya. Este Plan de Solución no pretende ser un esquema que tiene que ser utilizado por los alumnos, sino una ayuda para las dificultades que puedan surgir en el proceso de solución. El objetivo es que los alumnos aprendan a utilizar este plan de forma independiente cuando sea apropiado. La experiencia demuestra que una introducción cuidadosa y gradual de este plan es necesaria, así como ejercicios repetidos cómo usarlo.

1.6.3 Algunos resultados empíricos

En el trabajo realizado por Blum y Borromeo (2009), cita que en el proyecto DISUM ("Didáctica de modos de intervención para la enseñanza de las matemáticas orientadas hacia la autorregulación y dirigidos por tareas"), que funciona desde 2002 y está dirigida por W. Blum (Educación Matemática), R. Messner (todos de la universidad de Kassel), y R. Pekrun (Psicología Pedagógica, Universidad de München); en el proyecto también participa D. Leiß, S. Schukajlow, y J. Krämer (todos de la universidad de Kassel). Se ha desarrollado una unidad denominada "operativo-estratégica" que es una enseñanza para la modelación. Los principios más importantes para esta unidad didáctica son:

1. La enseñanza destinada a los estudiantes soluciones activas y construcciones independientes e individuales (realización de forma permanente el equilibrio aspirado entre los estudiantes la independencia y la guía del profesor)· El cambio sistemático entre el trabajo independiente en grupos dirigido por el profesor y las actividades de toda la clase, especialmente para la comparación de diferentes soluciones y reflexiones retrospectivas del profesor basado en el ciclo de modelización y en los diagnósticos individuales. En el otoño de 2006 y en el otoño de 2007 se han comparado los efectos de esta enseñanza "operativo-estratégico" con lo que se llama la enseñanza "directiva", y con los estudiantes de trabajo totalmente solo, tanto en lo relativo logro y actitudes de los estudiantes. Los principios rectores más importantes para la enseñanza "directiva" fueron:
2. Desarrollo de modelos de soluciones comunes por parte del profesor
3. Cambio sistemático entre la enseñanza a toda la clase, orientada hacia un ficticio "alumno promedio", y el trabajo individual de los estudiantes en los ejercicios. Se han mencionado conclusiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la modelización matemática en el nivel secundario inferior. Hay, por supuesto, todavía muchas preguntas abiertas, Aquí hay dos ejemplos de las preguntas importantes que quedan para responder:
4. Sabemos que la competencia de modelado tiene que ser construido en los procesos de aprendizaje a largo plazo.
5. La modelación es una competencia importante, pero el objetivo es una educación matemática integral de los estudiantes.

Para llevar a cabo la modelación matemática debemos de tomar en cuenta el modelo de la situación como herramienta fundamental para llegar a la modelación, a continuación hablaremos del modelo de la situación.

CAPÍTULO 2

Marco Conceptual

En este capítulo se describirá la “Prueba de aula de razonamiento científico”, también conocida como prueba de Lawson. Se describirán los aspectos que esta prueba evalúa en los estudiantes para caracterizar su razonamiento científico de acuerdo con la teoría de Piaget.

En la sección 2.2 se expondrá un resumen de un artículo de ONOMÁZEIN 19 (2009/1): 111-138, que describe la teoría de Kintsch y Van Dijk acerca del proceso cognitivo involucrado en la comprensión de textos. Dentro de este proceso, el modelo de la situación juega un papel crucial, y es precisamente éste el que se estudia en esta tesis, recordemos que nuestro objetivo es investigar la relación entre el nivel de razonamiento científico y la construcción del modelo de la situación al resolver un problema.

2.1 Prueba de aula de razonamiento científico (Prueba de Lawson)

2.1.1 Razonamiento Científico

El razonamiento científico está sustentado en observaciones, en la elaboración de preguntas, búsqueda de respuestas utilizando el método y las categorías de la Ciencia, que, una vez encontradas, las somete a verificaciones y establece el ámbito o clase en la cual se cumplen. A este tipo de razonamiento le es inherente, aunque no consustancial, la disposición intelectual de modificar y hasta eliminar ideas y conceptualizaciones conforme surjan hechos cuya explicación o comprensión lo requiera.

Es pensamiento científico desarrollado sobre la base de probabilidades. Nada se establece como definitivo y absoluto, nada se acepta como verdad si no está confirmado por la práctica. Es la búsqueda constante de la verdad y la aceptación, a priori, que la afirmación tenida como verdadera puede no ser tal.
Los objetivos escolares más trascendentes del aprendizaje de la Ciencia tienen directa dependencia de la formación y desarrollo de este tipo de razonamiento, así es en el plano de la formación intelectual, de los valores que hacen posible la

convivencia armónica entre las personas, de la actitud inquisitiva y de búsqueda de respuestas.

2.1.2 Prueba de Lawson

La prueba de Lawson ha sido diseñada para evaluar la capacidad de razonamiento científico de acuerdo a las propuestas de Piaget. El razonamiento científico es una capacidad fundamental para estudiar exitosamente carreras de ciencias.

El perfil cognitivo de los estudiantes se puede obtener de acuerdo con la taxonomía de Piaget usando la "Prueba de aula para el razonamiento científico" diseñada y usada por Anton E. Lawson (1995). La Prueba consta inicialmente de 26 preguntas de respuesta de opción múltiple que requieren de diferentes tipos de razonamiento científico. Este test ha sido validado para su uso en aula (Vincent P. Coletta and Jeffrey A. Phillip, 2005; Lawson, A. E., 1995) y su utilización es muy útil pues permite una rápida y eficiente comparación con otras poblaciones. Las 26 preguntas del test se agrupan en 13 pares, ya que cada pregunta es seguida de otra pregunta que pide justificar la respuesta dada entre 3 o 4 opciones; es posible considerar finalmente 13 preguntas distintas, considerando correcta la respuesta solo si ella y su justificación son correctas, es decir la respuesta y su justificación debe ser coherente y dar solución al problema plateado.

De acuerdo al número de aciertos obtenidos por un estudiante, este se ubica en uno de los tres niveles o estadios de razonamiento que se describen en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Estadios del razonamiento científico.

ESTADIO	Nivel de razonamiento científico
Concreto	Empírico - Inductivo
Transición	Transición – Intermedio
Formal	Hipotético – Deductivo

• Empírico – Inductivo (concreto C): Estudiantes que no son capaces de testear hipótesis involucrando agentes causales observables. Pueden llevar a cabo experimentos mentales. Las operaciones que usa son concretas, se relacionan directamente con objetos y no con hipótesis verbalizadas (alrededor de los 7 años)

• Transición o intermedio (Transición T): Para desarrollar este estado debe haber desarrollado previamente el pensamiento concreto. Estudiantes inconsistentemente capaces de testear hipótesis involucrando agentes observables causales. En este estado el individuo es 3 capaz de razonar con proposiciones sin la necesidad de objetos, formular hipótesis y probarlas (entre los 11 y 15 años de edad).

• Hipotético – Deductivo (formal F): Estudiantes consistentemente capaces de testear hipótesis involucrando agentes causales observables o estudiantes capaces de testear hipótesis involucrando entidades que no está observando. Un pensador formal puede formular hipótesis y probarlas (Ates & Cataloglu, 2007).

Si consideramos la Prueba de Lawson como predictor del rendimiento estudiantil podríamos establecer una clasificación gruesa para estudiantes en riesgo (Concreto) y de probable éxito (Formal). Los estudiantes en riesgo son aquellos que tienen una alta probabilidad de tener un bajo rendimiento en el primer año de la carrera o incluso abandonarla, e inversamente sucede con los estudiantes exitosos. Los estudiantes en la zona intermedia serían también de algún riesgo. Esta clasificación nos permitiría identificar el grupo de estudiantes para los cuales sería necesario proponer acciones que les permitiera superar sus dificultades para adaptarse al trabajo académico.

La prueba de Lawson evalúa fundamentalmente seis aspectos de razonamiento.

Tabla 2.2: Aspectos de razonamientos.

TABLA DE ASPECTOS DE RAZONAMIENTO
1. Conservación de magnitudes físicas
2. Pensamiento de proporcionalidad
3. Identificación y control de variables
4. Pensamiento probabilístico
5. Pensamiento combinatorio
6. Pensamiento correlacional

Las dimensiones del razonamiento evaluadas por cada pregunta del Test de Lawson evaluadas de manera aislada se combinan en las trece preguntas de la prueba.

Tabla 2.3: Capacidad evaluada.

CAPACIDAD EVALUADA
1. Conservación de peso
2. Conservación del volumen desplazado
3. Pensamiento de proporcionalidad
4. Pensamiento avanzado de proporcionalidad
5. Identificación y control de variables
6. Identificación y control de variables
7. Identificación y control de variables, pensamiento probabilístico
8. Identificación y control de variables, pensamiento probabilístico
9. Pensamiento probabilístico y proporcional
10. Pensamiento probabilístico y proporcional
11. Pensamiento combinatorio
12. Pensamiento correlacional y probabilístico
13. Identificación y control de variables

La versión de la prueba de Lawson utilizada en esta investigación consta de un cuestionario de 12 preguntas, las cuales tienen cada una la opción de justificar la respuesta. La clasificación se los puntajes obtenidos por esta prueba es la siguiente: los alumnos que obtienen un puntaje de 0 a 4 tienen un razonamiento concreto, los que obtienen un puntaje de 5 a 8, se encuentran en la etapa de transición y por último, aquellos alumnos que su puntaje está entre 9 y 12, su razonamiento científico es formal.

2.2 El Modelo Situacional

En este capítulo se presenta un resumen de Tinajero (2009) en donde el autor presenta el modelo de la situación propuesto por Kintsch y Van Dijk, así como algunas implicaciones para llegar a él.

2.2.1 Propuesta inicial de modelo de la situación

Tinajero (2009) describe la forma en que Kintsch y Van Dijk (1978) plantean que los comprendedores representan los textos a partir de dos niveles: el primero es el código de superficie y el segundo es texto-base. Sin embargo, los autores agregan un tercer nivel: el modelo de la situación (MS) (Van Dijk y Kintsch, 1983). Así se establece que para estudiar la comprensión se necesitan tres niveles: el "código de superficie", que corresponde con el aspecto perceptual y verbal del lenguaje, e incluye la identificación de palabras y el reconocimiento de las relaciones sintácticas y semánticas entre ellas. El segundo nivel es el "texto-base" que se refiere al aspecto semántico del lenguaje y queda representado mediante proposiciones. La importancia de este nivel radica en que la representación del significado de las frases se independiza de la forma, pues el formato proposicional solo recoge las relaciones entre los predicados y argumentos sin requerir de la forma superficial del texto para ser expresadas.

Los MS especifican estos parámetros a partir de la información de un texto particular y su interacción con el conocimiento previo del comprendedor. Por ello, los MS pueden concebirse como ocurrencias específicas de un tipo de situación. Así, respecto de la situación "ir a comer a un restaurante", el MS incluirá el día en que tuvo lugar el evento, los participantes específicos, el restaurante visitado, posiblemente lo que comieron y cuánto costó, entre otros aspectos. Por esta razón, van Dijk y Kintsch (1983) consideran que los MS son esenciales para la comprensión, además de que son la base para la interpretación textual. Los autores ofrecen cuatro argumentos que sustentan su planteamiento.

Primero, los MS reducen las posibilidades de distorsionar las relaciones del microestructura del texto. Segundo, permiten recordar y organizar la información generada a partir de un texto-base desorganizado. Tercero, debido a que las palabras y expresiones que se utilizan en un texto refieren a varios elementos, desde objetos individuales y sus relaciones hasta hechos en algún mundo posible, los MS permiten que cada comprendedor genere una interpretación particular del texto la cual está sujeta a la experiencia de cada individuo. Por último, los MS, además de integrar la base-textual con el conocimiento previo del lector, constituyen el fundamento para el aprendizaje, Sin embargo, los autores no especifican qué modificaciones de los MS deben recibir el nombre de "aprendizaje", debido a que la determinación de estos aspectos son de carácter estrictamente individual.

El MS supone ir más allá de una representación lingüística o conceptual del texto para afirmar que la comprensión involucra la construcción de una representación mental de lo que el texto trata: personas, objetos, lugares, eventos y acciones descritas en el mismo, y no solo palabras, oraciones y párrafos (Zwaan, 1999b). Por último, el gran impacto de la propuesta de van Dijk y Kintsch (1983) se manifiesta en la vigencia que aún mantiene, sobre todo al haber sido retomada en modelos posteriores, como el modelo de indexación de eventos de Zwaan (1999) y el modelo de construcción-integración de Kintsch (1988, 1999).

2.2.2 El modelo de situación según Kintsch

Kintsch (1988, 1998) toma los tres niveles de representación propuestos por van Dijk y Kintsch (1983): código de superficie, texto base y MS. No obstante, critica fuertemente la importancia que se le da al conocimiento previo de los lectores de la información escrita. Otro aspecto que Kintsch (1988) enfatiza es la representación del conocimiento como una red asociativa. Estos dos temas serán fundamentales para entender la organización del Modelo Comprensión-Integración (MCI): La representación del conocimiento, la importancia de la información textual explícita y el modelo propiamente dicho.

2.2.3 Representación del conocimiento

Kintsch (1988) sostiene que, en lugar de suponer que el conocimiento está organizado en esquemas, marcos o redes semánticas, se debe asumir un sistema de conocimiento mínimamente organizado que no ha sido almacenado previamente sino que se genera en el momento en el que se necesita. En este sentido, Kintsch (1988, 1998) representa el conocimiento a partir de una red asociativa de nodos interconectados mediante un valor que puede ser negativo, cero o positivo en los límites de un rango que va de -1 a 1. Cabe resaltar que cuando se trabaja con redes asociativas los nodos suelen representar conceptos. En este marco, los espacios especifican el tipo de relación que se establece entre los argumentos y la cabeza de la proposición. Por ejemplo, los espacios pueden representar atributos, casos verbales, etc.

Por tanto, ya que los nodos representan proporciones y no conceptos, cada uno de ellos comprenderá una cabeza, que en la terminología de la lógica se llamara predicado; y espacios para los argumentos, denominados del mismo modo en la lógica de predicados (Lyons, 1980). Además, el número de argumentos en una proposición no será nunca menor que uno.

Ahora bien, para aclarar su propuesta, Kintsch (1988) ofrece los siguientes ejemplos a los que se refiere como nodos comunes de la red de conocimiento: (a) maría (b) torta (c) hornear [agente: maría, objeto: torta] (d) consecuencia [condición: no cuidar [agente: maría, objeto: torta] efecto: quemar [objeto: torta]]. Ahora bien, a Kintsch (1988) no le interesan (a) y (b) como nodos léxicos independientes, que presentan en sí mismos aspectos preceptúales (cada uno refiere a una entidad en el mundo, y son palabras que pueden ser pronunciadas o escritas), sino las relaciones semánticas y asociativas que pueden involucrarlos, ya que para este autor esto es lo que constituye parte de la red general de conocimiento. Por ejemplo, en (c) y (d), maría y torta ocupan dos roles: específicamente los espacios de agente y objeto respectivamente. En otras palabras, en el ejemplo (c), la cabeza de la proposición es hornear que tiene dos argumentos: maría como agente y torta como objeto. Kintsch (1988) añade que los ejemplos (a) a (d) pueden ser considerados como una porción de la red general de conocimiento o como la base proposicional de un breve discurso en el que una María hornea y quema una torta particular, lo que le permite plantear lo siguiente:

En definitiva, los elementos para construir redes de conocimiento y textos-base son los mismos; por ello, “El proceso de construcción de una representación del discurso se basa principalmente en el conocimiento" (Kintsch, 1988: 163). Es decir el único modo de construir proposiciones que representen el texto es utilizar aquellos constructos que hemos supuesto para representar el conocimiento. La diferencia radica en que los textos-base o cadenas proposicionales del texto tienen una estructura y características diferentes, porque las redes de conocimiento que se construyan para representarlas serán propias de un momento específico, y solo aquellas proposiciones de la red que sean activadas podrán afectar el significado de un concepto. En otras palabras, los significados de los conceptos estarán siempre determinados por la situación y dependerán del contexto. Se caracterizarán por ser incompletos e inestables pues siempre será posible que nodos nuevos se activen para constituir el significado momentáneo de un concepto en desmedro de un nodo previamente activado que podrá apagarse.

En suma, Kintsch (1988, 1998, 2004) adopta una postura de conexión para representar la organización del conocimiento, pues utiliza la construcción de redes asociativas pero propone que los nodos de las redes no representan conceptos sino proposiciones. Desde esta perspectiva, el conocimiento en interacción con la información textual permitirá al comprendedor generar la cadena de proposiciones del texto o texto-base que representa los significados expresados por las oraciones del texto. Esto permite a Kintsch (1988) afirmar que la información textual es muy importante.

2.2.4 Importancia de la información textual explícita

Kintsch (1988, 2004) quiere subrayar que la información textual es tan importante como el conocimiento previo del lector. En ese sentido enfatiza en la importancia del conocimiento previo de un procesamiento descendente de la información. Además, piensa que es un esquema determinado que permite realizar predicciones, el conocimiento es una red asociativa que es activada por la información textual. De este modo, el autor plantea recuperar la idea del procesamiento ascendente de la información. Para sustentar su postura, este psicólogo argumenta que los lectores suelen enfrentarse a oraciones en las que una palabra puede interpretarse en más de un sentido pero, a pesar de ello, identifican el significado requerido por el contexto. Al respecto, los psicolingüistas han propuesto una hipótesis mediante la cual se asume que todas las palabras y sus significados están listados en un lexicón mental. De esta lista, los individuos eligen el sentido correcto para el contexto dado. Siguiendo esta hipótesis, la selección puede ocurrir de dos modos (Aitchinson, 1998; Haspelmath, 2002). Para explicar estas dos posibilidades utilizaremos la oración: “Uno de los atractivos de Arequipa son sus grandes llamas” (1).

Por un lado, el lexicón podría estar organizado a partir de esquemas, como los propuestos por Schank y Abelson (1987), que actuarían como filtros. Por tanto, luego de leer (1), activaríamos el esquema que selecciona el sentido apropiado de la palabra llama de la lista de significados disponibles. Entonces, interpretaríamos, a partir de un modelo descendente, que llama se refiere al auquénido y no a aquella masa gaseosa que producen los cuerpos al arder. Por otro lado, el lexicón se basaría en el contexto que se encargaría de suprimir los significados inadecuados (Swinney, 1979). Así, ante (1), se activarían en un inicio todos los significados disponibles para la palabra, pero solo se conservaría activa la que es consistente con el contexto de la oración. Frente a ambas posturas, Kintsch (1988, 2004) concuerda con la segunda y para sustentarla se basa en un experimento realizado por Till, Mross y Kintsch (1988), en el cual se les mostró a un grupo de informantes una oración –como (1)– y se les preguntó por una palabra problemática por poseer más de un sentido –como llamas–. A esta palabra le llamaron “palabra evaluada” y se refería a la que presentaba más de un significado y que solo a partir del contexto el lector podía llegar a su sentido correcto. Luego de leer la oración, que en este caso sería (1), los informantes eran enfrentados a cuatro alternativas ante las cuales debían elegir la que consideraran pertinente. En tal caso las alternativas podrían haber sido las siguientes:

Tabla 2.4: Alternativas que serán contrastadas con la palabra evaluada “llama” según el experimento de Till et al. (1988)

(a) Sralf	No es palabra del español
(b) Auquénico	Palabra asociada contextual y correctamente con la palabra evaluada
(c) Fuego	Palabra asociada contextual e incorrectamente con la palabra evaluada
(d) Casa	Palabra de control

Según la tabla 2.4, en la columna de la izquierda se consignan las palabras que se le presentarían a los informantes y en la columna derecha los criterios utilizados por los investigadores para proponer las alternativas. Lo interesante de los resultados es que se observaron diferencias en los tiempos de respuesta. Cuando las alternativas eran presentadas inmediatamente después de leer la oración (1), el tiempo de respuesta para las palabras asociadas, (b) y (c), era significativamente más corto respecto de las no relacionadas, (d). Así, los informantes eligieron auquénido y fuego más rápido que casa. Después de leer (1) el tiempo de respuestas para auquénido fue más corta que para fuego o casa. Till et al. (1988) concluyeron que si se presentaban las palabras inmediatamente después de la lectura de la oración los informantes podían identificar las palabras asociadas con el contexto, pero si se presentaban las palabras 350 mseg. después, solo elegían la que era apropiada para el contexto. Es decir, los individuos no utilizan esquemas que sirven como filtros sino que activan todos los significados de la palabra disponibles en sus lexicones mentales. Luego, según las restricciones del contexto, desactivan aquellos significados inadecuados para conservar solo el que calza con el contexto dado. Esto llevó a Kintsch (1988, 1998, 2004) a plantear que los lectores parten del texto para resolver los problemas léxicos. Además, al tener más tiempo para procesar la información, los comprendedores logran construir la representación mental de la oración leída gracias al contexto (o información textual) y al uso de su conocimiento previo; por tanto, construyen, como afirma Kintsch (2004), un modelo de situación.

Los resultados del experimento de Till et al. (1988), inspiraron a Kintsch (1988) a formular su Modelo Construcción-Integración (MCI) en el que mantiene los tres niveles de representación textual de van Dijk y Kintsch (1983). Además, mediante el MCI demuestra que la información de los textos es igual de importante que el conocimiento previo del lector resuelve su preocupación inicial respecto del olvido en el que había caído la información textual, como veremos a continuación.

2.2.5 El modelo de Construcción-Integración (MCI)

El MCI de Kintsch (1988, 1998) considera que en la comprensión textual tanto la información del texto como el conocimiento previo del comprendedor son igual de relevantes. Para ello, el MCI presenta dos fases: la “construcción”, que implica un procesamiento ascendente pues se parte de los datos del texto; y la “integración”, que involucra un procesamiento descendente ya que compromete el conocimiento previo del lector. En primer lugar, la fase de construcción supone que el comprendedor va construyendo la representación proposicional o semántica de las oraciones a partir de la información textual. Así, va activando aquellos nodos de las redes conceptuales que requiere para representar las ideas que interpreta del texto. Es decir, a medida que el comprendedor lee un texto va activando diversos nodos de su red cognoscitiva. Recordemos que los elementos de la red de conocimiento son los mismos que se utilizarán para la construcción del texto-base. La diferencia entre ambos radica en que el texto-base implica que el lector seleccione, modifique y organice las proposiciones a partir de la activación de todos los elementos que considere necesarios de la red conceptual. Además, el texto-base no es parte de la red conceptual sino que tiene sus propias características, ya que depende del contexto. Cabe resaltar que, en esta primera fase, el comprendedor se representa todas las proposiciones sin importar que una pueda contradecir a otra y las reglas inferenciales que pueda utilizar son poco rigurosas. Por ello, el resultado es un texto-base o cadena proposicional incoherente que deberá ser visto como un rango de opciones distribuidas en paralelo que serán depuradas en la siguiente fase. Por último, debemos subrayar que esta etapa del modelo es simbólica, ya que la representación proporcional implica el uso de símbolos que reemplazan a los del lenguaje natural, visibles en el código de superficie. Pero al mismo tiempo es conexionista por el modo en que se representa el conocimiento. De ahí que el MCI sea conocido como un modelo híbrido. En segundo lugar, la fase de integración consiste en la depuración de todos aquellos significados irrelevantes para la comprensión del texto. Para ello, se realiza un “proceso de satisfacción de restricciones” mediante el cual se rechazan aquellas construcciones locales inapropiadas a favor de aquellas que calzan con el todo coherente. El conocimiento previo del lector permitirá decidir qué nodos activados previamente deben desactivarse para eliminar proposiciones redundantes o contradictorias. Esto implica que se apele a un procesamiento descendente de la información. Además, se enmarca en una perspectiva conexionista, ya que aquí solo se trabaja a partir de las proposiciones que constituyen la base textual que resultó de la etapa anterior.

Ahora bien, Kintsch (1998) subraya que el objetivo del MCI es explicar cómo se integran el texto-base y el MS, que sería el resultado último de la fase de integración. No obstante, este autor afirma que texto-base y MS son dimensiones de la misma huella que deja el texto en la memoria de los lectores. Al respecto, Kintsch (1998: 292) añade: “Se distinguen estos aspectos a los efectos del análisis científico, porque esta distinción es a menudo útil en la investigación”. Es decir, para este autor la distinción entre texto-base y MS es metodológica (ver McNamara y Kintsch, 1996). Si se quiere investigar la comprensión textual, el foco de estudio no puede ser la decodificación sino más bien las relaciones semánticas y la estructura conceptual. Siendo el texto una unidad de sentido tan compleja, resulta adecuado distinguir un nivel del texto más cercano a la comprensión literal, como lo sería el texto-base; y otro nivel más cercano a una comprensión inferencial, el MS. Así, de un lado, el texto-base es la representación mental de los significados de las oraciones del texto (cadenas proposicionales), y para su construcción es necesario poseer un conocimiento sintáctico, semántico y pragmático de la lengua del texto (Kintsch, 1998). Por otro lado, los MS son las descripciones situacionales que el comprendedor construye a partir de las especificaciones descritas en el texto (reales o imaginarias), de su experiencia y conocimiento previos. Por último, plantear una distinción metodológica entre texto-base y MS, le permite a Kintsch (1998) eliminar el problema de cómo llegar del texto-base al MS, porque en realidad no es que se pase de un nivel de representación a otro, sino que los investigadores establecen dicha separación para poder estudiar el complejo fenómeno de la comprensión textual.

En efecto, los MS son construcciones mentales individuales porque cada individuo tiene una experiencia particular pero cabe preguntarse qué entiende el autor por “una forma de inferencia”. Al respecto, Zwaan y Radvansky (1998) plantean que, antes que entender los MS como una inferencia en sí misma o como una colección de inferencias, deben concebirse como amalgamas de la información explícita del texto y las inferencias que el lector realiza a partir de su conocimiento previo.

Por tanto, en concordancia con Zwaan y Radvansky (1998), Kintsch (2004) afirma que el MS resulta de la combinación de la información textual y del conocimiento previo del lector e incluye también sus metas, intereses y creencias que juegan también un rol crucial en la comprensión de un texto. El problema es que esta información no es conocida por el observador quien no puede “meterse” en la cabeza del comprendedor para ver las representaciones que realiza. Otra dificultad se relaciona con el hecho de que los MS suelen utilizar otro tipo de formatos para representar la información, como las imágenes. Kintsch (2004: 1296) se basa en un ejemplo para fundamentar esta afirmación. Así, señala que, frente a una oración como (2): “Tres tortugas descansan sobre un tronco flotante, y un pez nadando por debajo de ellos”, los comprendedores no recuerdan si la información de que el pez pasa por debajo de las tortugas es explícita o no, pues lo importante es que realizan la interpretación de forma automática porque la escena pez-tronco-y-tortuga está codificada como una imagen. Esta imagen mental constituye una estructura de recuperación altamente efectiva al proveer un fácil acceso a todas sus partes y no solo a la expresión verbal usada en su construcción (Kintsch, 2004). Por tanto, en la memoria a largo plazo (MLP) del lector, la información de esta escena ya está codificada como una imagen fija y ello permite una interpretación automática sin que exista conciencia sobre cómo se verbalizó explícitamente la oración. La imagen sirve como representación n del MS de (2) y, en este nivel, no existiría diferencia entre la información explícita y la implícita. Solo encontraremos diferencias entre el código de superficie y el texto-base lo que finalmente no será relevante porque, antes de representarse la información textual explícita, el lector recurrirá a la imagen ya almacenada en su MLP a partir de sus experiencias previas. Cabe insistir en que el conocimiento previo no debe ser interpretado como un esquema determinado que permite realizar predicciones, sino como una red activada por la información textual. Es decir, se activa gracias al procesamiento ascendente que se hace de la información textual cuando se genera la cadena proporcional que representan los significados oracionales. Kintsch (2004) agrega que la recurrente activación de estas redes genera aprendizaje, que es otro de los supuestos del conexionismo (Cobos, 2005), lo que comentaremos más adelante en la discusión.

La reflexión previa permite a Kintsch (1998) afirmar que los MS varían ampliamente respecto de su caracterización. En el caso más simple, pueden resultar de una construcción automática que es producto de información relevante recuperada de la MLP, como en el caso (2) en el que el comprendedor recupera estructuras cognitivas ya existentes. Este tipo de MS no agregaría nuevas proposiciones a la representación del texto sino que solo habilitaría información desde la MLP. Por otro lado, los MS pueden ser el resultado de una construcción más compleja al ser generados a partir de procesos controlados que requieren de diversos recuerdos de los comprendedores. Por tanto, la construcción de un MS implica distintas fuentes de conocimiento, desde conocimiento lingüístico hasta conocimiento sobre situaciones comunicativas específicas.

En definitiva, el problema del conocimiento es tan complejo por su diversidad (perceptual, verbal, emocional, etc.) que no existe un modelo acabado que pueda representarlo ni organizarlo.

Kintsch (2000) arguye que en el campo de la comprensión debemos conformarnos con tratar de organizar el conocimiento verbal. Sin embargo, nos preguntamos qué implica ese conocimiento verbal. ¿Acaso solo conocimiento sobre las reglas sintácticas, semánticas y conocimiento pragmático? Porque si fuera así no podríamos construir MS adecuados. Tal vez, Kintsch (2000) ha sido un poco radical al plantear que debemos conformarnos únicamente con organizar el conocimiento verbal, aunque este es en parte suficiente para la representación proposicional mas no para la representación cabal del MS.

En suma, Kintsch (2004) propone que los MS no deben concebirse necesariamente como resultados inferenciales, ya que son generados a partir del conocimiento previo de los individuos que, como vimos, algunas veces solo requieren activar esquemas almacenados en la MLP. También, debemos subrayar que este psicólogo logró resolver la dificultad de pasar del texto-base al MS al explicitar que esta distinción responde a una necesidad metodológica de los investigadores al estudiar un objeto tan complejo como la comprensión textual. Además, esta distinción enfatiza la importancia de la información textual y el conocimiento previo pues el texto-base utiliza un lenguaje proposicional cuya fuente es la información textual, mientras que el MS contempla el conocimiento previo de los comprendedores, sus intereses y metas. Cabe recordar que la construcción de estos dos niveles de representación no son consecutivas sino simultáneas, puesto que constituyen la misma huella que deja el texto en la mente de los comprendedores (Kintsch, 1998).

2.2.6 La relación entre los MS y la educación

Desde la postura adoptada por Kintsch (1998, 2004), la comprensión no puede equiparse con la decodificación, ya que nos limita al primer nivel de presentación: el código de superficie (van Dijk y Kintsch, 1983). La decodificación se corresponde, pues, con la forma explícita de los términos, lo que permite construir una representación perceptual carente de contenido semántico (Parodi, 1998, 2003). En otras palabras, el sujeto puede leer con fluidez pero ello no garantiza la comprensión. En este marco, la didáctica de la comprensión textual debe buscar que los lectores logren reunir la información explícita del texto y las inferencias que realicen a partir de su conocimiento previo, lo que, desde la perspectiva del MCI, implicaría haber comprendido el texto. Para ello, es fundamental que los profesores se den cuenta de que este es el gran aporte del MCI de Kintsch (1988, 1998), para este modelo es igual de importante la información textual como del conocimiento que trae el lector al proceso comprensivo. Y en este proceso se distinguen dos niveles de representación textual de lo que, en realidad, es la misma huella que deja el texto en la mente del comprendedor: el texto-base y el MS (van Dijk y Kintsch, 1983). Añade Kintsch (2004) que dicha distinción no solo responde a fines metodológicos o investigativos, sino también pedagógicos. Siguiendo este supuesto, los profesores deberían guiar a sus alumnos para que en su lectura alcancen estos dos niveles de representación. En última instancia, la novedad del MCI es que la comprensión cabal del texto será el producto de la amalgama entre la información explícita del texto y el conocimiento previo del lector, que incluye sus creencias, metas, deseos, etc., sobre todo porque no se presume que el lector aborda el texto con una red de conocimiento previamente construida sino que las redes conceptuales de conocimiento que va construyendo se irán tejiendo a medida que se vaya procesando la información explícita del texto. Es decir, el conocimiento se construye contextualmente, tal como se constituirá el MS.

Resulta adecuado, entonces, que psicólogos y educadores diferencian estos dos niveles de presentación. Esto resultará útil no solo para la enseñanza de la comprensión sino también para su evaluación.

CAPÍTULO 3

Estudio de la Correlación del nivel de razonamiento científico con un Problema de Física

En este capítulo se presentará el estudio de la correlación entre el nivel de razonamiento científico y el nivel de abstracción del modelo situacional que se construye al resolver un problema de física. Se presentará un análisis cuantitativo y otro cualitativo de los datos obtenidos al aplicar la prueba de Lawson y un instrumento de investigación en el cual se incluye un problema de física y la solicitud de un dibujo sobre el mismo. Dicho instrumento y la metodología de este estudio se describen en las secciones que siguen, así como la forma en la que se clasifican los dibujos que realizaron los estudiantes y que se considera que representan su modelo de la situación.

En el estudio cuantitativo se presentan dos modalidades de análisis. La primera consiste en el análisis de los datos a través de sus gráficas, para después presentar un análisis estadístico con una prueba conocida como prueba de chi cuadrada o prueba de independencia. Dicha prueba se realiza en el programa estadístico SPSS. Después del análisis cuantitativo se presentará un análisis cualitativo de algunos de los dibujos que realizaron los estudiantes.

3.1 Estudio Cuantitativo

En esta sección se presenta el estudio cuantitativo de los resultados obtenidos al aplicar el problema de física y la prueba de Lawson. Primero se presentará el instrumento de investigación, después la solución del problema que se incluyó en el instrumento. También se describe la muestra a la que se le aplicó el problema y la clasificación de los dibujos según su nivel de abstracción. En la sección 3.1.5 se analizan las variables tipo de dibujo y nivel de razonamiento científico a través de sus gráficas y en la 3.1.6 se describe la prueba Chi-cuadrada y los resultados de la correlación entre las mismas variables.

3.1.1 Instrumento de investigación

El problema aplicado en esta prueba es un problema de mecánica *(*De Lucas 2008) que se estudia en el primer semestre de la Licenciatura en Física. El instrumento de investigación consta del problema y de dos incisos con preguntas relacionadas con el problema y que se pueden resolver con la ayuda de las ecuaciones de tiro parabólico y algunos conocimientos básicos de trigonometría. A continuación se presenta el problema y las preguntas que respondieron los estudiantes.

> *Un chico golpea una pelota contra la portería con una velocidad inicial de 13 m/s y con un ángulo de 45° respecto del campo; la portería se encuentra a 13 m.*
>
> *Determinar:*
> *a) ¿Qué tiempo transcurre desde que dispara hasta que la pelota llega a la portería?*
> *b) ¿Entra la pelota a la portería?, ¿por qué?*
>
> *Antes de resolver el problema, realiza un dibujo que te ayude a resolverlo.*

3.1.2 Resolución del problema

La forma correcta de resolver el problema de física es la siguiente:
a) El tiempo se calcula a partir de la ecuación para la distancia recorrida en la dirección horizontal (a lo largo de eje X):

$$x = v_{0x} \cdot t = v_0 cos45^0 \cdot t$$

Despejando *t* de la ecuación, entonces tenemos que:

$$t = \frac{x}{v_0 cos45^0}$$

Sustituyendo los valores en la ecuación anterior:

$$t = \frac{13\ m}{(13\ {}^{m}/_{s})(cos\ 45^0)} = \frac{13\ m}{9.192\ {}^{m}/_{s}} = 1.414\ segundos.$$

b) Sea *y* la altura de vuelo del balón, se tiene entonces:

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

Sustituyendo los valores de la velocidad inicial, el tiempo de vuelo y la aceleración de la caída libre, se obtiene:

$$y = (13\, {}^{m}/_{s})(sen\; 45^{0})(1.4s) - \frac{1}{2}\left(9.8\, {}^{m}/_{s^2}\right)(1.4s)^2,$$

$$y = 12.86\; m–9.60\; m,$$

$$y = 3.25\; m.$$

Ese resultado indica que la pelota pasa por arriba de la portería. Dicho de otro modo, la pelota no entra por que no existen porterías tan altas.

3.1.3 Muestra

La muestra constó de 34 estudiantes del 2do. Semestre de las carreras de física y matemáticas de la Facultad de Ciencias Físico Matemáticas de la BUAP. Los estudiantes resolvieron el problema mencionado y la prueba de Lawson dentro del horario de clases cuando cursaban la materia de Mecánica 2, en el semestre de primavera 2013.

La clasificación de los dibujos según su nivel de abstracción para el primer problema es la siguiente.

3.1.4 Clasificación de los dibujos según el nivel de abstracción

En esta sección se presentará una tabla que indica la forma en que se clasificaron los dibujos según su nivel de abstracción, donde 0 es el nivel más realista y 3 es el nivel más abstracto.

Tabla 3.1: Clasificación de los dibujos del problema de física

Tipo de dibujo	Descripción
0	Contiene solo elementos realistas de la situación como, cancha, balón, niño y portería. Además, estos pueden estar detallados.
1	Es un dibujo mezclado en el que aparecen más elementos realistas que matemáticos.
2	Es un dibujo mezclado en el que aparecen más elementos matemáticos que realistas.
3	Es un dibujo abstracto de la situación en el que no aparece ningún elemento realista. Éste puede ser un triángulo con los datos del problema o un esquema con el ángulo, la trayectoria del balón y la distancia.

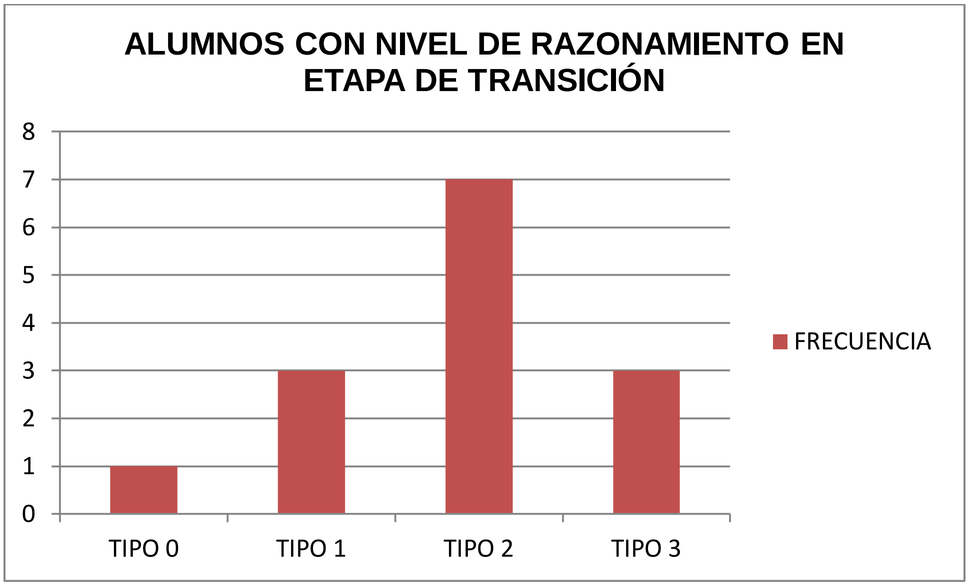
3.1.5 Gráficas de los datos

En esta sección se presentarán los resultados del estudio cuantitativo de la relación entre las dos variables, tipo de dibujo y nivel de razonamiento científico del problema aplicado, a través de las gráficas de estos dos parámetros. Se presentan tres gráficas que muestran los tipos de dibujos que realizaron los estudiantes en cada nivel de razonamiento científico, los cuales son, como se explicó antes, concreto, transición y formal.

Después se presentarán dos gráficas más de los mismos alumnos pero reclasificados en dos grupos. El primer grupo incluye a los alumnos con nivel de razonamiento científico concreto y en transición baja, y el segundo grupo incluye a los alumnos con nivel de razonamiento científico formal y en etapa de transición alta. Esta reclasificación se hizo con la finalidad de obtener dos subgrupos con un mayor número de sujetos que nos permitiera hacer una prueba estadística confiable más adelante.

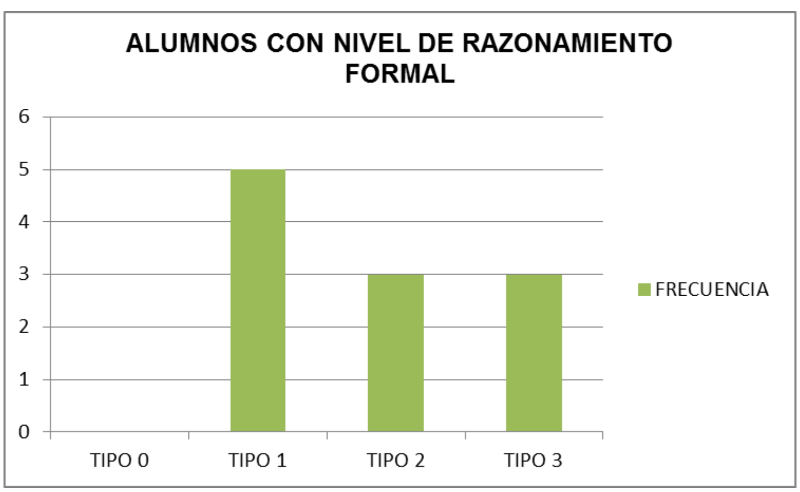
Gráfica 3.1. Tipos de dibujo que realizan los alumnos que en Lawson tienen un puntaje de 0 a 4.

En la Gráfica 3.1 podemos observar que 9 alumnos se encuentran en el nivel de razonamiento científico concreto, y que de éstos, 4 realizan un dibujo Tipo 3, 4 hacen un dibujo Tipo 2 y un alumno realiza un dibujo Tipo 1. Ningún alumno realiza un dibujo Tipo 0. Como es posible notar, la mayoría (88%) de los alumnos que en la prueba de Lawson tienen un puntaje bajo realizan un dibujo Tipo 2 o 3, es decir, realizan dibujos que tienen más elementos matemáticos que elementos realistas. En este grupo de alumnos el 44% alcanzó un grado de abstracción alto en el modelo situacional de este problema.



Gráfica 3.2: Tipos de dibujo que realizan los estudiantes que en Lawson tienen un puntaje de 5 a 8.

En la Gráfica 3.2 podemos observar que 14 alumnos se encuentran en la etapa de transición, y que de éstos, 3 realizan un dibujo Tipo 3, 7 realizan un dibujo Tipo 2, 3 realizan un dibujo Tipo 1, y uno realiza un dibujo Tipo 0. Esto significa que la mayoría de los alumnos que se encuentran en etapa de transición (71%) realizan dibujos Tipo 2 o 3, los cuales son dibujos que tienen más elementos matemáticos que realistas. En este grupo solo el 21% de los alumnos logró construir un modelo situacional con un grado de abstracción alto (dibujo tipo 3).



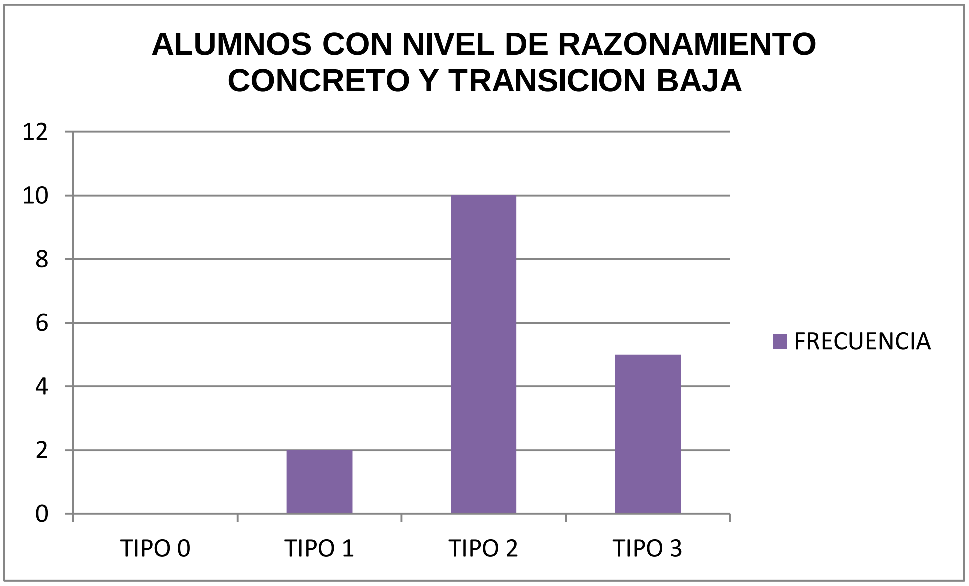
Gráfica 3.3: Tipos de dibujos que realizan los estudiantes que en Lawson tienen un puntaje de 9 a 12.

Como podemos observar en la Gráfica 3.3, 11 alumnos tienen un nivel de razonamiento formal, y de éstos, 3 realizan dibujos Tipo 3, 3 realizan dibujos Tipo 2 y 5 realizan dibujos Tipo 1. Ningún estudiante realiza un dibujo Tipo 0. Lo anterior significa que los alumnos que en la prueba de Lawson tienen un puntaje alto realizan, casi en la misma cantidad, dibujos Tipo 2 o 3 (54%), y dibujos Tipo 1, (45%). Sin embargo, a diferencia de los concretos sólo el 27% de este grupo construyó un modelo situacional abstracto.

Observando los 3 grupos de alumnos, los que presentan un nivel de razonamiento concreto son los que realizaron el mayor número de dibujos con más elementos abstractos que realistas, lo cual es contrario a lo que se esperaba. Mientras que en este grupo, el 89% hace un dibujo con grado de abstracción alto, se tiene que, en el grupo de los estudiantes con nivel de razonamiento formal, apenas un 54% hace este tipo de dibujo (Tipo 2 o 3). De tal manera, la hipótesis de que los estudiantes con un nivel de razonamiento formal harían más dibujos abstractos que los de nivel concreto no se cumple para este grupo de los estudiantes. Los datos muestran que los estudiantes con pensamiento concreto utilizaron más elementos matemáticos que realistas en sus dibujos y por tanto, un grado de abstracción mayor.

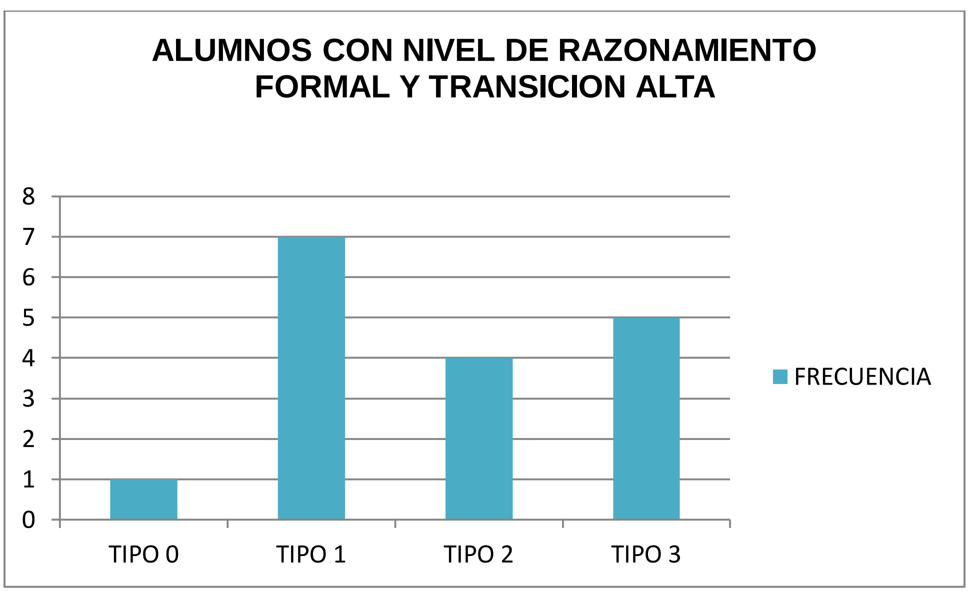
Considerando ahora al total de los alumnos, encontramos que el tipo de dibujo que prevalece es el Tipo 2, pues el 41% de los alumnos hicieron este tipo de dibujo, mientras que solo el 26% hizo un dibujo Tipo 1 y el 29% un dibujo Tipo 3. Lo anterior significa que la gran mayoría de los alumnos (67%) hizo dibujos mezclados pero con más elementos matemáticos que realistas. Los que lograron abstraer la situación y plasmarla en un dibujo abstracto no alcanzan la tercera parte de los encuestados.

Ahora observaremos cómo se comportan los datos anteriores pero considerando solamente dos niveles en la prueba de Lawson. El nivel de razonamiento en transición será dividido en Transición Baja y en Transición Alta y uniremos los grupos Concretos con Transición Baja para formar el primer grupo y después, uniremos a los de Transición Alta con los Formales para formar el segundo grupo. El primer grupo incluye los puntajes de 0 a 6 y el segundo grupo a los puntajes de 7 a 12 de la Prueba de Lawson. A continuación se muestran las gráficas de los tipos de dibujos que realizaron estos dos grupos.



Gráfica 3.4: Tipos de dibujo que realizan los estudiantes que en Lawson tienen un puntaje de 0 a 6.

En la Gráfica 3.4 se puede observar que siguiendo la reagrupación, la mayor parte de los estudiantes que tienen nivel de razonamiento científico concreto y transición baja realizan dibujos Tipo 2. El 59% de los estudiantes hacen dibujos de tipo 2, el 29% de los estudiantes realizan dibujo de tipo 3, el 12% estudiantes realizan dibujos de tipo 1 y 0% de los estudiantes realizan dibujos de tipo 0. En conclusión, se observa que la mayoría de los estudiantes, es decir el 88% de los estudiantes realizan dibujos de tipo 2 o 3.



Gráfica 3.5: Tipos de dibujo que realizan los estudiantes que en Lawson tienen un puntaje de 7 a12.

En la Gráfica 3.5 se puede observar que en esta nueva clasificación, la mayor parte de los estudiantes que tienen un nivel de razonamiento científico formal y transición alta realizan dibujos Tipo 1. El 6% de los estudiantes realizan dibujos tipo 0, el 41% de los estudiantes realiza dibujos Tipo 1, el 24% de los estudiantes realizan dibujos Tipo 2 y el 29% de los estudiantes realizan dibujos de tipo 3.

Observando estos 2 grupos de alumnos, los que presentan un nivel de razonamiento concreto y transición baja son los que realizan el mayor número de dibujos con más elementos abstractos que realistas, lo cual es contrario a lo que se esperaba. Mientras que en este grupo, el 88% hace un dibujo con grado de abstracción alto, se tiene que, en el grupo de los estudiantes con nivel de razonamiento formal y transición alta, apenas un 53% hace este tipo de dibujo (Tipo 2 o 3).

Para un análisis cuantitativo formal se aplicó la prueba Chi Cuadrada a las variables nivel de razonamiento científico y tipo de dibujo, y se uso el Software SPSS para verificar lo descrito en las gráficas anteriores.

3.1.6 Prueba Chi-Cuadrada

La prueba de independencia Chi-cuadrada, nos permite determinar si existe una relación entre dos variables categóricas. Es necesario resaltar que esta prueba nos indica si existe o no una relación entre las variables, pero no indica el grado o el tipo de relación; es decir, no indica el porcentaje de influencia de una variable sobre la otra o la variable que causa la influencia.

La prueba de independencia del Chi-cuadrada, parte de la hipótesis que las variables son independientes; es decir, que no existe ninguna relación entre ellas y por lo tanto ninguna ejerce influencia sobre la otra. El objetivo de esta prueba es comprobar la hipótesis mediante el nivel de significación, por lo que sí el valor de la significación es mayor o igual que el p-valor (0.05), se acepta la hipótesis, pero si es menor se rechaza.

Para calcular el valor de significación, el Chi-cuadrada mide la diferencia global entre los recuentos de casilla observados y los recuentos esperados. Entre mayor sea el valor del Chi-cuadrada, mayor será la diferencia entre los recuentos observados y esperados, lo que nos indica que mayor es la relación entre las variables.

Esta prueba puede utilizarse incluso con datos medibles en una escala nominal. La hipótesis nula de la prueba Chi-cuadrada postula una distribución de probabilidad totalmente especificada como el modelo matemático de la población que ha generado la muestra.

Para realizar este contraste se disponen los datos en una tabla de frecuencias. Para cada valor o intervalo de valores se indica la frecuencia absoluta observada o empírica O_i. A continuación, y suponiendo que la hipótesis nula es cierta, se calculan para cada valor o intervalo de valores la frecuencia absoluta que cabría esperar o frecuencia esperada ($E_i = n \cdot p_i$, donde n es el tamaño de la muestra y pi la probabilidad del i-ésimo valor o intervalo de valores según la hipótesis nula) y k es el número total de elementos analizados. El estadístico de prueba se basa en las diferencias entre la O_i y E_i y se define como:

$$x^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Este estadístico tiene una distribución Chi-cuadrada con k-1 grados de libertad si n es suficientemente grande, es decir, si todas las frecuencias esperadas son mayores que 5. En la práctica se tolera un máximo de un 20 a un 25 % de frecuencias inferiores a 5.

Si existe concordancia perfecta entre las frecuencias observadas y las esperadas el estadístico tomará un valor igual a 0; por el contrario, si existe una gran discrepancia entre estas frecuencias el estadístico tomará un valor grande y, en consecuencia, se rechazará la hipótesis nula. Así pues, la región crítica estará situada en el extremo superior de la distribución Chi-cuadrada con k-1 grados de libertad.

En la siguiente sección se describirá la manera en que se realiza la prueba estadística en SPSS paso a paso.

3.1.6.1 SPSS

Desde su introducción en 1968, SPSS ha sido un popular paquete de software estadístico para los investigadores universitarios, agencias gubernamentales, y empresas consultoras. Este software potente y de fácil uso es compatible con los sistemas operativos Windows, Macintosh y Linux. Una vez cargados los datos, SPSS puede llevar a cabo una amplia gama de análisis estadísticos con una serie de menús desplegables. Sin embargo, tiene un beneficio adicional de permitir a los usuarios guardar los procedimientos de uso frecuente como los programas que pueden ser modificados y utilizados de forma repetida.

Identificación

El programa SPSS es un conjunto de instrucciones de sintaxis, o "lenguaje SPSS", para la ejecución de un determinado procedimiento, transformación de datos o una fórmula estadística.

Función

Al igual que muchos paquetes de software, el SPSS es guiado por menús. Esto significa que los usuarios pueden ejecutar análisis estadísticos, simples o complejos, haciendo clic en una serie de menús desplegables y seleccionando los comandos deseados pre-programados. Sin embargo, muchos investigadores y analistas pueden utilizar ciertos procedimientos estadísticos que no son pre-programados en el programa SPSS. Como resultado, permite a los usuarios crear programas personalizados, o para unir múltiples operaciones de pre-programados para ser aplicados en secuencia.

Beneficios

El programa SPSS permite a un usuario llevar a cabo el mismo procedimiento en repetidas ocasiones, sin tener que recordar los menús desplegables o los comandos que debe hacer clic y elegir con el fin de establecer la serie de los procedimientos necesarios. Esto ahorra tiempo al organizar y analizar los datos. Estos programas también pueden ser modificados para funcionar con diferentes modelos estadísticos, analizar diferentes variables o acceder a archivos de datos diferentes. Para ejecutar un programa, simplemente haz clic en la sintaxis y arrastra para resaltarlo. Después de esto, haz clic en el comando "execute" (ejecutar), una clave en forma de flecha en el menú de archivo de sintaxis.

Conceptos erróneos

Aunque el programa SPSS parece complejo, uno no tiene que ser un programador maestro o dominante de la sintaxis de SPSS para utilizar un programa. No es necesario escribir la sintaxis aunque un experto en dicha sintaxis podría escribir un programa. Para guardar un procedimiento como el programa SPSS para su uso futuro, todo lo que tienes que hacer después de seleccionar los comandos apropiados es hacer clic en el comando "Paste" (Pegar) en el programa SPSS en lugar del comando "OK" (Aceptar). El comando "Paste" (Pegar) salva a la sintaxis en un archivo separado, que se puede guardar y modificar para su uso futuro.

Tipos

Los usuarios pueden crear una amplia variedad de programas SPSS para satisfacer sus necesidades de gestión de datos y análisis de necesidades. Se pueden guardar programas de la sintaxis de SPSS para la exportación de datos de otra fuente, como una hoja de cálculo Excel. Otros programas que se pueden guardar como sintaxis incluyen procedimientos para las variables de la recodificación, fusión de archivos de datos o el cálculo de valores. Por último, los usuarios pueden guardar los programas SPSS para los procedimientos estadísticos de los cuales es capaz SPSS. Estos son desde simples estadísticas descriptivas hasta regresiones multivariantes.

SPSS, es uno de los programas estadísticos más conocidos teniendo en cuenta su capacidad para trabajar con grandes bases de datos y un sencillo interface para la mayoría de los análisis. En la versión 12 de SPSS se podían realizar análisis con 2 millones de registros y 250.000 variables. El programa consiste en un módulo base y módulos anexos que se han ido actualizando constantemente con nuevos procedimientos estadísticos. Cada uno de estos módulos se compra por separado.

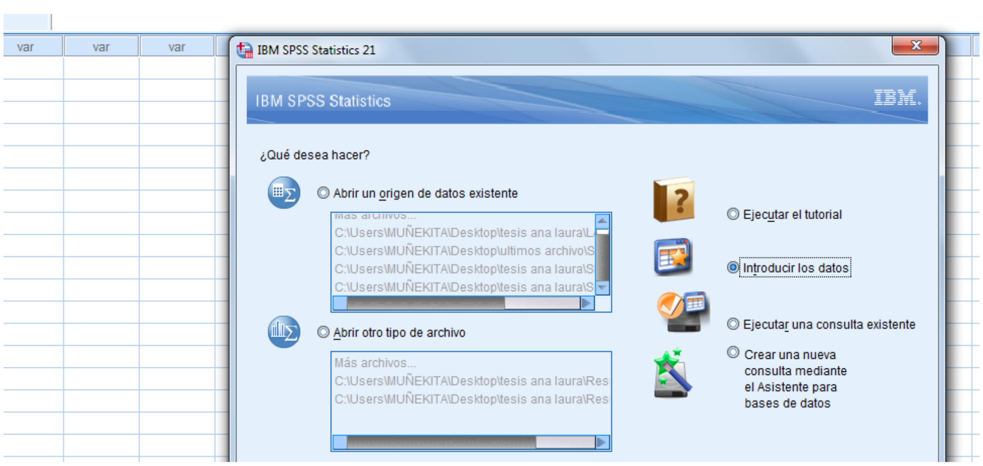
Un ejemplo de una tarea que realiza el programa es el estadístico de chi-cuadrada, descrito a continuación.

3.1.6.2 Pasos para realizar la prueba Chi- cuadrada

En esta sección se describen los pasos detalladamente para aplicar la prueba de chi-cuadrada en el programa SPSS.

Primero se abre el programa SPSS, elegir introducir los datos, como se muestra en la figura 1:

Figura 1. Primer paso para introducir datos al programa.



En la figura 2, se muestra la manera de introducir los datos que se analizarán:

Figura 2. Segundo paso, introducir datos

	prueba_de_lawson	aciertos	tipo_de_dibujo
1	1	0	1
2	1	0	3
3	1	0	3
4	1	2	3
5	1	1	1
6	1	1	1
7	1	0	3
8	1	2	3
9	1	0	3
10	3	1	1
11	3	2	1
12	3	0	1
13	3	0	1
14	3	0	1
15	3	2	1
16	3	2	1
17	3	1	1

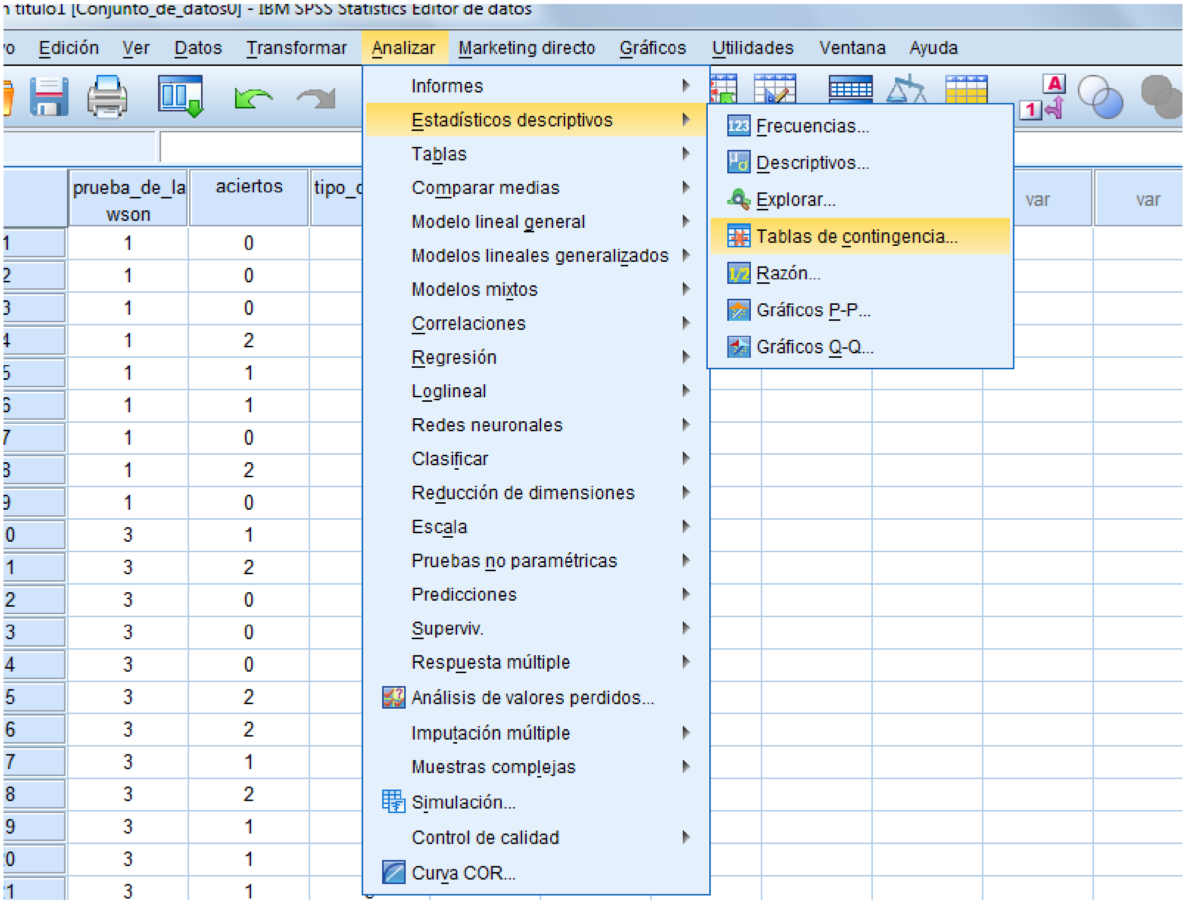
En la figura 3 se muestra la forma en que se declaran las características de las variables:

Figura 3. Tercer paso, declaración de variables.

	Nombre	Tipo	Anchura	Decimales	Etiqueta	Valores	Perdidos	Columnas	Alineación	Medida	Rol
1	prueba_de_l...	Numérico	8	0		Ninguna	Ninguna	8	Centrado	Desconocido	Entrada
2	aciertos	Numérico	8	0		Ninguna	Ninguna	8	Centrado	Desconocido	Entrada
3	tipo_de_dibujo	Numérico	8	0		Ninguna	Ninguna	8	Centrado	Desconocido	Entrada
4											
5											
6											

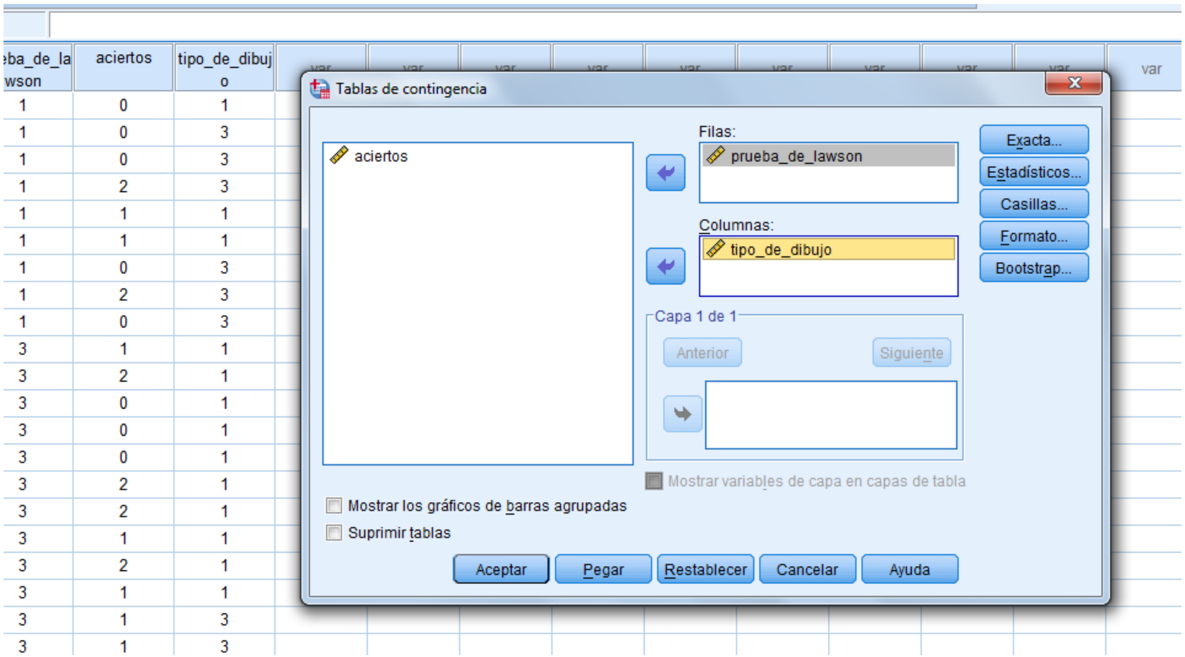
En la figura 4 se elige *analizar, estadísticos descriptivos, tablas de contingencia*:

Figura 4. Cuarto paso, realizar tablas de contingencia.



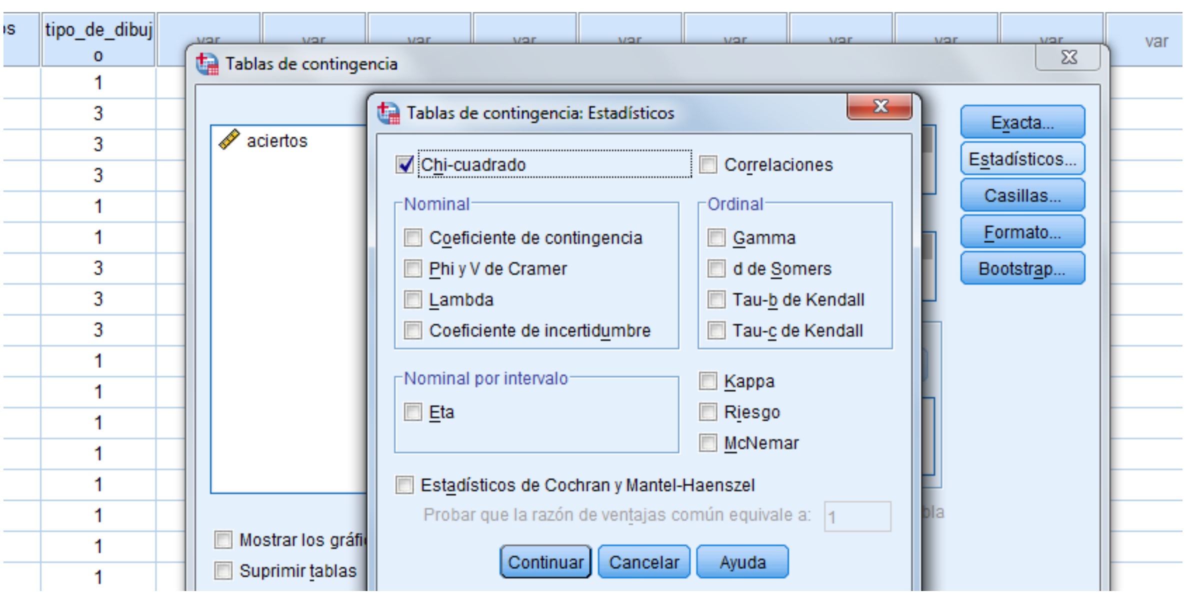
En la figura 5, se seleccionan las variables que se encuentran en el recuadro del lado izquierdo posteriormente estas variables se colocan en el recuadro que dice *filas y columnas:*

Figura 5. Quinto paso, elección de variables a relacionar.



En la figura 6, se muestra las opciones de elige *estadísticos, Chi-cuadrada, continuar, aceptar*:

Figura 6. Sexto paso, se elige la prueba estadística.



En la figura 7 se muestran las tablas que arroja el programa estadístico:

Figura 7. Séptimo paso, se muestran las tablas de contingencia.

Resumen del procesamiento de los casos

	Casos					
	Válidos		Perdidos		Total	
	N	Porcentaje	N	Porcentaje	N	Porcentaje
prueba_de_lawson * tipo_de_dibujo	34	100.0%	0	0.0%	34	100.0%

Tabla de contingencia prueba_de_lawson * tipo_de_dibujo

Recuento

		tipo_de_dibujo		Total
		1	3	
prueba_de_lawson	1	3	6	9
	2	10	2	12
	3	10	3	13
Total		23	11	34

Pruebas de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. asintótica (bilateral)
Chi-cuadrado de Pearson	6.702[a]	2	.035
Razón de verosimilitudes	6.490	2	.039
Asociación lineal por lineal	3.798	1	.051
N de casos válidos	34		

a. 3 casillas (50.0%) tienen una frecuencia esperada inferior a 5. La frecuencia mínima esperada es 2.91.

3.1.6.3 Aplicación de la prueba chi-cuadrada

Las variables estudiadas en nuestra investigación son numéricas y categóricas, así que la prueba adecuada para el estudio de la relación entre ellas es la prueba chi-cuadrada y en esta sección se presentarán los resultados arrojados por el programa estadístico SPSS, así como la interpretación de los valores obtenidos.

La prueba de chi-cuadrada parte del supuesto de que las dos variables no están relacionadas (hay independencia), luego entonces, se toman las siguientes hipótesis, H_0 es la hipótesis del investigador o hipótesis nula y la H_1 es la hipótesis alterna.

H_0= INDEPENDENCIA DE LAS VARIABLES

H_1= VARIABLES RELACIONADAS

Para realizar esta prueba se utiliza un error del 0.05 y, además, se acepta un número mínimo de frecuencias en la tabla de contingencia, en cada una de las casillas de la tabla debe de existir un mínimo de 5 datos para que esta prueba se pueda aplicar, si existieran casillas con una frecuencia menor a 5 éstas no deben de rebasar el 25%.

Para poder realizar un análisis estadístico adecuado, es importante reordenar los datos, ya que por el tamaño de la muestra los grupos a estudiar quedarían muy pequeños. Los datos de la prueba de Lawson se reordenaron en dos grupos, de la manera siguiente. En el primer grupo se incluyeron a los alumnos que obtuvieron un puntaje entre 0 y 6 en la prueba de Lawson, es decir, en este grupo se consideraron a los alumnos que tiene un nivel de razonamiento concreto, más los alumnos que se encuentran en la etapa de transición baja. En el segundo grupo se incluyeron a los alumnos que en la prueba de Lawson obtuvieron un puntaje entre 7 y 12, es decir, en este grupo se consideraron a los alumnos con un nivel de razonamiento formal, más los que se encuentran en transición alta.

También los dibujos se re-clasificaron en dos grupos, los de Tipo 1 y los de Tipo 2. Los dibujos Tipo 1 son aquellos que tienen más elementos realistas que matemáticos y los dibujos Tipo 2 son aquellos que tienen más elementos matemáticos que realistas. Comparando esta nueva clasificación con la clasificación anterior, (Tabla 3.1), tenemos que, en los dibujos Tipo 1 están incluidos los dibujos que se consideraron de Tipo 0 y 1 y en los dibujos Tipo 2 están incluidos los dibujos de Tipo 2 y 3.

Tabla 3.1: Tabla de contingencia
Prueba de Lawson y tipo de dibujo

			TIPO DE DIBUJO		Total
			1	2	
PRUEBA DE LAWSON	1	Recuento	2	15	17
		Frecuencia esperada	5.0	12.0	17.0
	2	Recuento	8	9	17
		Frecuencia esperada	5.0	12.0	17.0
Total		Recuento	10	24	34
		Frecuencia esperada	10.0	24.0	34.0

Podemos observar que ninguna de las 4 casillas mostradas tiene una frecuencia esperada menor a 5, entonces podemos decir que la prueba aplicada es correcta. El p-valor es de 0.024, el cual es menor a 0.05, entonces podemos concluir que hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula (H_0), por lo tanto, en este estudio se concluye que las variables nivel de razonamiento científico (prueba de Lawson) y tipo de dibujo no son independientes, luego entonces existe relación entre ellas. Pero dicha relación es inversa debido a que se observa en la tabla de contingencia que el grupo de alumnos con nivel de razonamiento científico concreto y transición baja hicieron un mayor número de dibujos con un grado de abstracción mayor que los dibujos de los alumnos con nivel de razonamiento científico formal y transición alta. Este resultado confirma lo que se observó en las gráficas 3.4 y 3.5.

Ahora se presenta el resultado de la aplicación de esta prueba estadística a las variables: nivel de razonamiento científico y número de aciertos en el problema.

Tabla 3.2: Tabla de contingencia
Prueba de Lawson y aciertos

			ACIERTOS		Total
			1	2	
PRUEBA DE LAWSON	1	Recuento	11	6	17
		Frecuencia esperada	11.0	6.0	17.0
	2	Recuento	11	6	17
		Frecuencia esperada	11.0	6.0	17.0
Total		Recuento	22	12	34
		Frecuencia esperada	22.0	12.0	34.0

Podemos observar que en ninguna de las 4 casillas mostradas se tiene una frecuencia menor a 5, entonces podemos decir que la prueba aplicada es correcta. El p-valor es de 1, y es mayor que 0.05, entonces podemos concluir que no hay evidencia estadística para rechazar la hipótesis nula (H_0), por lo tanto, en este estudio se concluye que las variables nivel de razonamiento científico (prueba de Lawson) y aciertos son independientes, luego entonces no existe relación entre ellas.

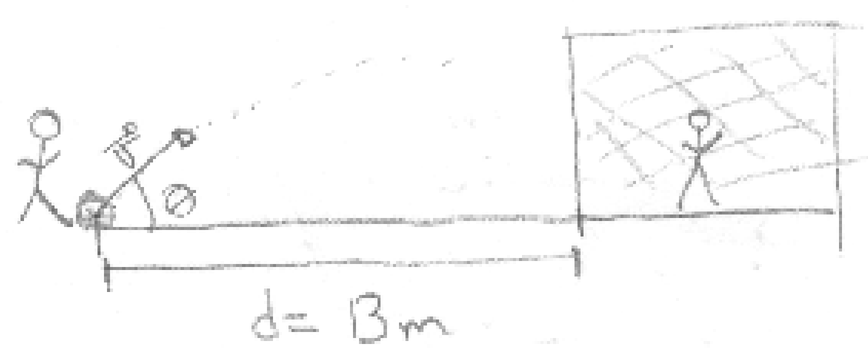
3.2 Estudio Cualitativo

Para llevar a cabo el estudio cualitativo de la relación entre las variables nivel de razonamiento científico y grado de abstracción en el modelo situacional, se observarán los dibujos realizados por los estudiantes en cada uno de los niveles de razonamiento científico. Por cada nivel de razonamiento científico se mostrarán 4 o 5 dibujos.

Como se ha visto ya en los resultados del estudio cuantitativo, la relación que existe entre estas dos variables es una relación inversa, es decir nuestras hipótesis planteadas se cumplen pero de manera invertida. Los alumnos con nivel de razonamiento científico formal y transición alta realizan dibujos en su mayoría mezclados (tipo 1) y se esperaba que estos dibujos fueran abstractos (tipo 2 o 3). Para el caso de los estudiantes con nivel de razonamiento científico concreto y transición baja se esperaba que realizaran dibujos realistas (tipo 0 y 1), pero esto no sucede, sucede lo contrario, se puede observar que realizan dibujos más abstractos (tipo 2 o 3).

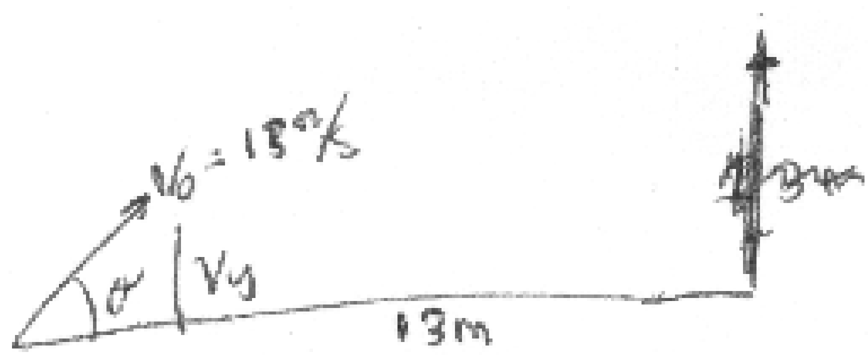
3.2.1 Dibujos de alumnos con razonamiento concreto

Alumno 6:



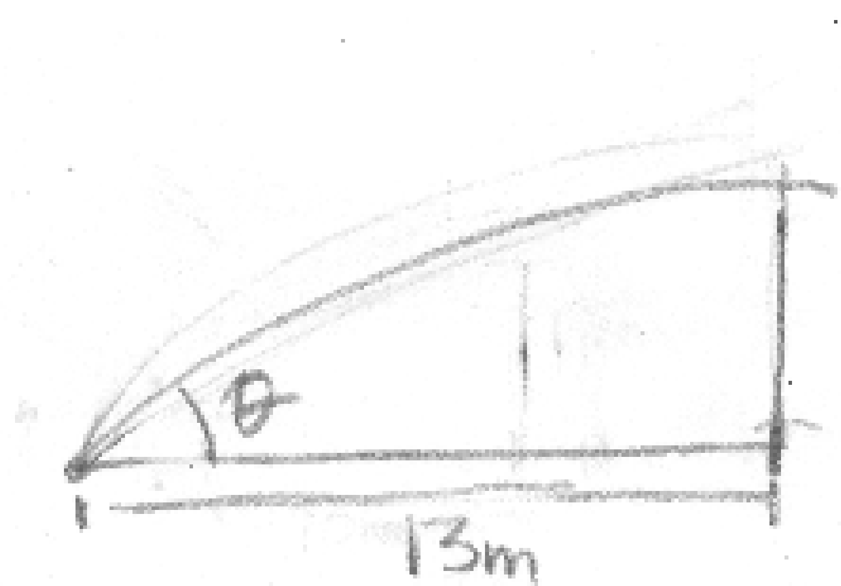
En este ejemplo el dibujo es de tipo 1. Como se puede observar, tiene tanto elementos realistas como matemáticos, pero destacan los realistas y el hecho de que dibuja dos niños. Por otro lado, observamos que falta el dato numérico del ángulo. En la prueba de Lawson tiene un puntaje de 3, además solo contesta correctamente una pregunta del problema. Para el estudiante número 6 se esperaba que, por tener un nivel de razonamiento concreto, realizara un dibujo totalmente realista.

Alumno 4:



En este ejemplo se puede observar que el alumno realiza un dibujo abstracto, en el que solo existen elementos matemáticos, por lo cual se considera de tipo 3. En la prueba de Lawson obtuvo un puntaje de 3 y además tiene 2 respuestas correctas. Se esperaba que este alumno, por el nivel de razonamiento científico concreto que tiene, realizara un dibujo tipo 1 o 0.

Alumno 3:



En este ejemplo el alumno realiza un dibujo abstracto, por eso es que se considera de tipo 3, tiene elementos matemáticos y no tiene ningún elemento realista. Este estudiante no tiene aciertos en el problema aplicado y en la prueba de Lawson tiene un puntaje de 2. Se esperaba que por tener un nivel de razonamiento bajo el alumno realizara un dibujo realista.

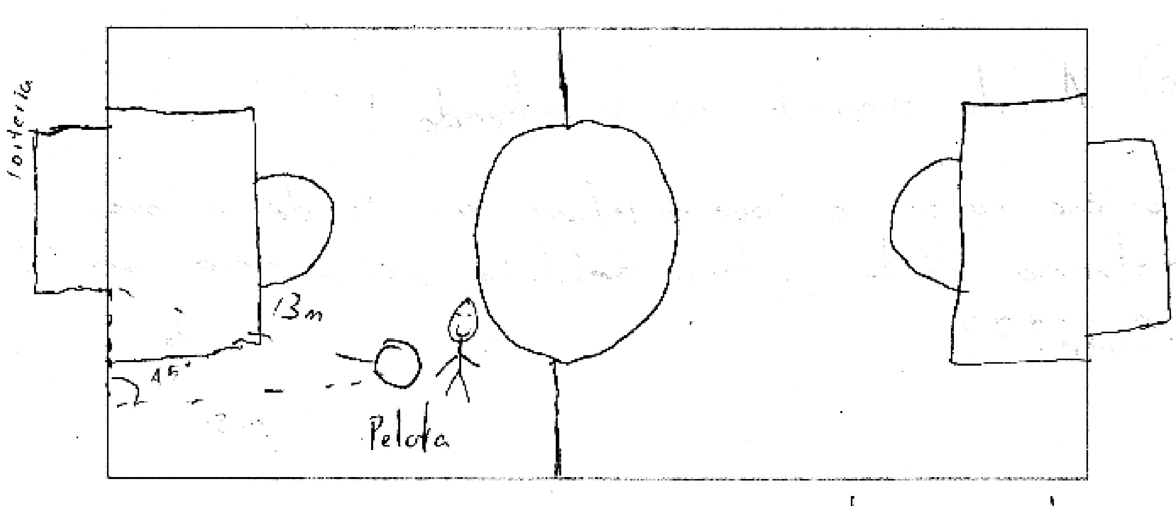
Alumno 1:

En este ejemplo el alumno realiza un dibujo abstracto, carece de elementos reales y por eso se considera de tipo 3, contesta correctamente las 2 preguntas y en la prueba de Lawson tiene un puntaje de 1. En este ejemplo se esperaba que el alumno realizara un dibujo con más elementos reales, debido a que es el alumno con menos puntaje en la prueba de nivel de razonamiento científico.

Los cuatro ejemplos anteriores son de alumnos con razonamiento científico concreto y se puede observar que de los cuatro alumnos solo uno realiza un dibujo que se considera de tipo 1 (alumno 6), los otros tres alumnos realizan un dibujo abstracto, es decir de tipo 3, los cuales se esperaban más en el grupo de estudiantes con nivel de razonamiento formal. Con respecto al número de aciertos en las preguntas del problema, observamos que tampoco ocurrió lo que se esperaba, pues hay estudiantes en este grupo que contestaron correctamente las dos preguntas.

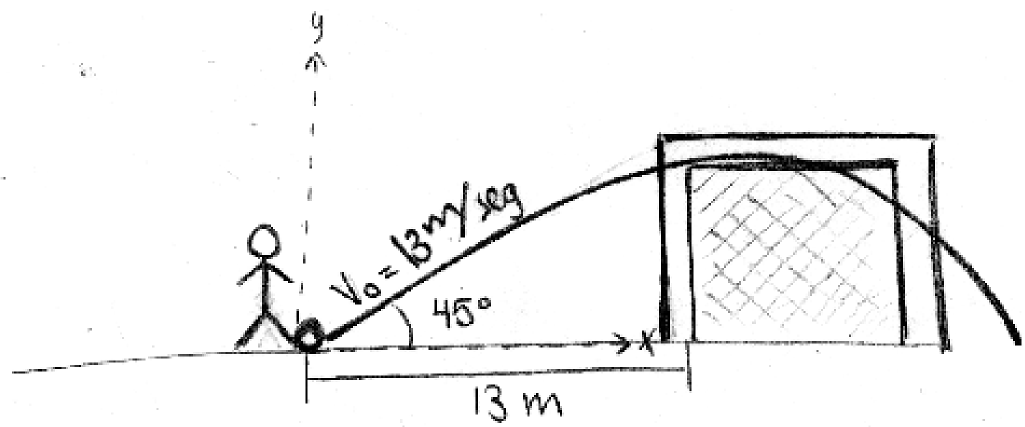
3.2.2 Dibujos de alumnos con razonamiento en etapa de transición

Alumno 19:



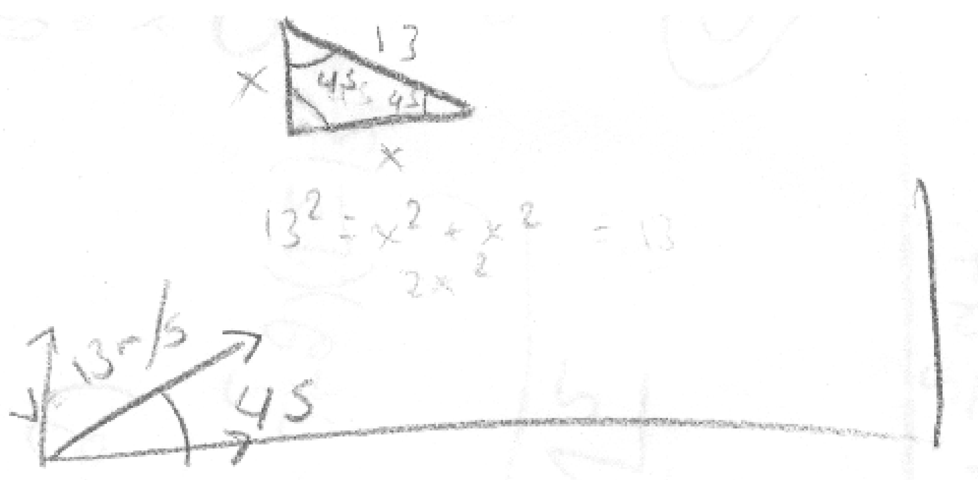
En este ejemplo se puede observar que el alumno realiza un dibujo realista, por lo cual se considera de tipo 0, en la prueba de Lawson este alumno obtiene un puntaje de 8, así que es un alumno que tiene un razonamiento científico en etapa de transición alta por lo que se esperaba que su dibujo fuera de tipo 2 o 3 pero sucedió lo contrario, además, no contesta correctamente ninguna pregunta.

Alumno 14:



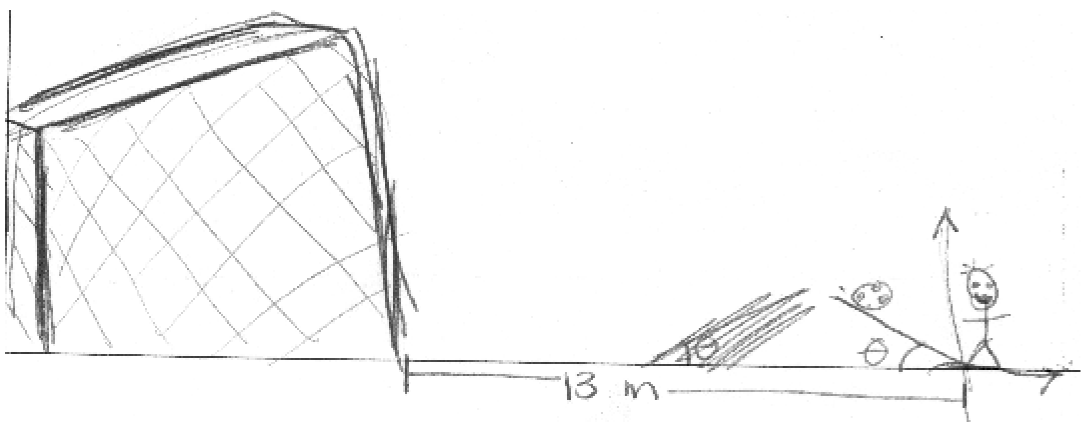
En este ejemplo el alumno realiza un dibujo mezclado. A pesar de que su dibujo tiene detalles realistas, marca correctamente los elementos matemáticos involucrados en el problema, por lo que el dibujo es considerado de tipo 2. El estudiante tiene un puntaje de 6 en la prueba de Lawson, es decir, tiene un nivel de razonamiento científico en etapa de transición baja y contesta correctamente dos incisos del problema. Lo que se esperaba en este ejemplo es que el alumno realizara un dibujo con más elementos reales que matemáticos.

Alumno 18:



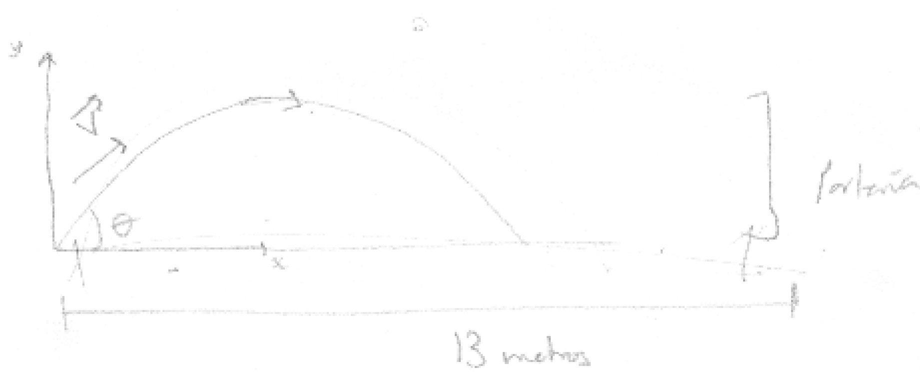
En este ejemplo se puede observar que el estudiante realiza dos dibujos, pero los dos dibujos son abstractos y sin elementos realistas, su dibujo es considerado de tipo 3. El estudiante, en la prueba de Lawson, obtiene un puntaje de 7, así que tiene un nivel de razonamiento científico en etapa de transición alta y contesta correctamente las dos preguntas. En este caso se esperaba que el alumno realizara un dibujo mezclado, en donde el mayor número de elementos deberían de ser matemáticos.

Alumno 17:



En este ejemplo el estudiante realiza un dibujo mezclado pero tiene elementos realistas que sobresalen de los elementos matemáticos (niño, portería y balón detallados), así que se considera de tipo 1, en la prueba de Lawson tiene un puntaje de 6 y contesta correctamente solo una pregunta.

Alumno 13:

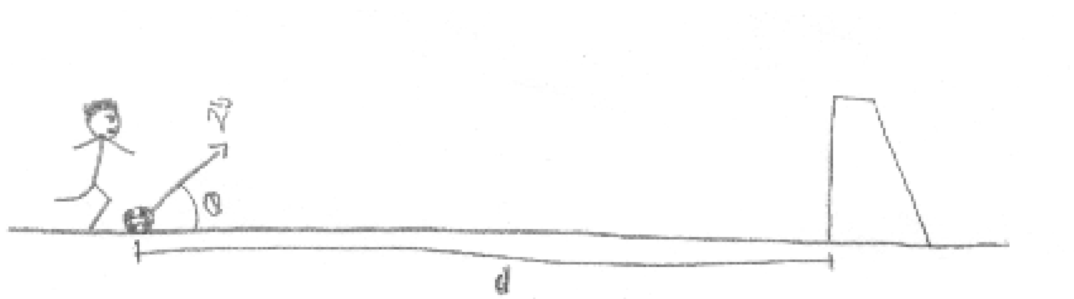


En este ejemplo podemos observar que el estudiante realiza un dibujo abstracto que es considerado de tipo 3. El estudiante tiene un puntaje de 5 en la prueba de Lawson, que se considera de razonamiento científico en etapa de transición baja. Además, contesta correctamente las 2 preguntas. En este caso se esperaba, que el estudiante realizara un dibujo con más elementos reales que matemáticos y además que contestara menos preguntas.

Los alumnos que se encuentran con un nivel de razonamiento científico en etapa de transición realizan dibujos con un nivel de abstracción variado, es decir, estos alumnos realizan dibujos de tipo 2 y 3, y en el caso de los estudiantes en etapa de transición alta realizan dibujos del tipo 0 y 1.

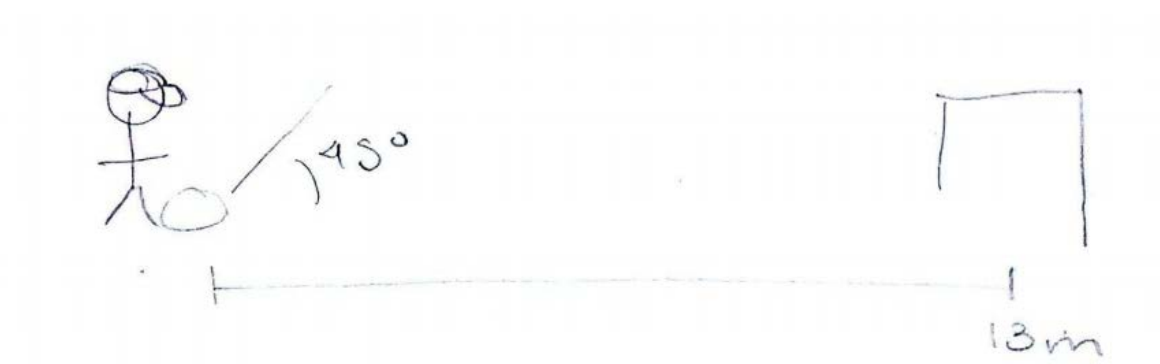
3.2.3 Dibujos de alumnos con razonamiento formal

Alumno 33:



En este ejemplo el alumno realiza un dibujo mezclado, además tiene elementos realistas a detalle, y le faltan los datos numéricos, por lo que el dibujo se considera de tipo 1. En la prueba de Lawson tiene un puntaje de 10. El alumno contesta solo una pregunta correctamente. En el caso de este estudiante se esperaba que realizara un dibujo abstracto o con más elementos matemáticos que reales.

Alumno 31:

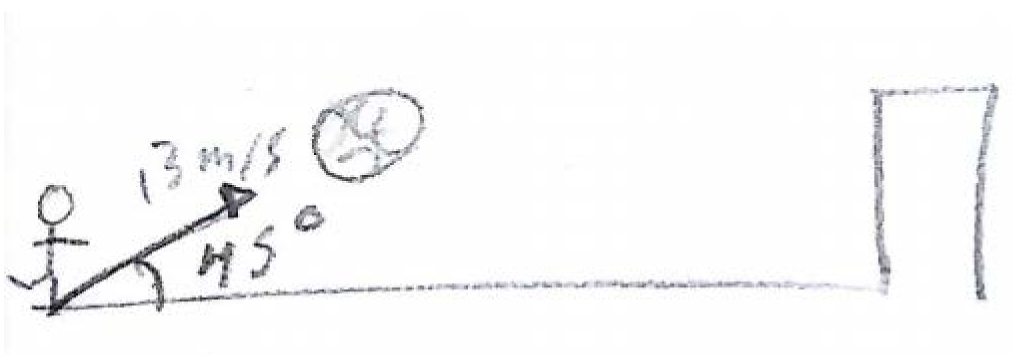


En este ejemplo de puede observar que el alumno realiza un dibujo mezclado pero con un elemento realista que es la gorra en el niño y solo dos elementos matemáticos, por lo que es considerado de tipo 1. Este alumno obtuvo un puntaje de 10 y no contesta correctamente las preguntas, es decir tiene 0 aciertos en el problema.

Alumno 32:

Este ejemplo es de un alumno que realiza dos dibujos, en uno aparece un elemento real pero predominan los elementos matemáticos y en el segundo realiza la abstracción de la situación, por lo que se considera de tipo 3. Este alumno obtiene un puntaje de 10 en la prueba de Lawson y, por otro lado, solo contesta correctamente una pregunta. En este ejemplo se esperaba que el alumno contestara todas las preguntas sin ningún problema debido al puntaje alto en la prueba de Lawson.

Alumno 26:



Este alumno realiza un dibujo mezclado, es decir tiene tanto elementos matemáticos como elementos realistas, su dibujo se clasifica de tipo 1 debido a que uno de los elementos realistas (la pelota) está detallado, responde correctamente 2 incisos del problema y su puntaje en la prueba de Lawson es de 9, así que tiene razonamiento científico formal.

En los ejemplos de los alumnos de los tres niveles de razonamiento científico se encuentran dibujos con diferentes grados de abstracción, sin embargo podemos observar que la mayoría tiene los elementos matemáticos mezclados con los elementos realistas. Algo que llama la atención es que algunos de estos alumnos realizaron dos dibujos, uno mezclado y otro con mayor grado de abstracción, lo cual refleja el proceso de construcción del modelo de la situación y el paso al modelo matemático.

Finalmente, lo que consideramos que es importante notar es que la mayoría de los dibujos hechos por estos estudiantes son mezclados, tal y como se puede apreciar en los libros de texto de física y matemáticas. Como ilustración de esta cultura, poco deseable desde el punto de vista de la modelación matemática, vienen unos ejemplos. Ohanian y Markert (2007) en el plano plano abstracto de posición y tiempo dibujan a una ardilla (Figura 2.24, p. 60) o en el plano rapidez y tiempo introducen un coche deportivo Triumph (Figura 2.24). Miller et al. (2004) el plano precio y tiempo grafican los cambios de los precios de las computadoras personales entre 1993 y 1999, pero agregan como parte central el dibujo de una computadora personal (p. 39).

CAPÍTULO 4

Estudio de la correlación entre el nivel de razonamiento científico y el desempeño de los estudiantes en un Problema de Matemáticas

En este capítulo se reporta el análisis de las respuestas, que estudiantes de la FCFM, dan a un problema de matemáticas de nivel básico. El problema que se aplicó se buscó que no requiriera de conocimientos previos de un nivel avanzado para eliminar este factor en el estudio de la relación entre el nivel de razonamiento científico y la construcción del modelo de la situación a través de los dibujos. Además, una diferencia con el estudio anterior es que en éste no se les solicita un dibujo, sino que se les indica que hagan uno, solo si lo consideran necesario. Se realiza también un análisis cuantitativo y otro cualitativo de los datos, los cuales son ahora, los puntajes en la prueba de Lawson y el grado de abstracción en el modelo de la situación. La diferencia con el estudio anterior es que ahora se toma en cuenta la necesidad o no de hacer un dibujo como una medida del grado de abstracción alcanzado en la construcción del modelo de la situación.

Comenzaremos por el análisis cuantitativo, presentando algunas gráficas de las variables mencionadas. Posteriormente, se realiza un análisis cualitativo de las respuestas y los dibujos, y se considera también el nivel de razonamiento científico para observar la relación existente entre estas variables.

4.1 Metodología

Esta es una investigación de tipo mixto. En primer lugar, se presenta un estudio cuantitavo a través de las gráficas de las variables: necesidad o no de hacer un dibujo y en su caso tipo de dibujo, resolución del problema y nivel de razonamiento científico. En segundo lugar, se presenta un estudio cualitativo para explorar la posible relación entre las mismas variables. El objetivo es descubrir si existe una relación entre el grado de abstracción en la construcción del modelo de la situación, el nivel de razonamiento científico y el desempeño en la resolución del problema que se describe en la sección 4.1.2.

4.1.1 Muestra

Para aplicar el problema se tomó una muestra de 33 alumnos de la materia de Matemáticas Básicas, pertenecientes al primer semestre de la Licenciatura en Matemáticas Aplicadas de la FCFM, BUAP. Estos alumnos fueron incentivados para resolver correctamente el problema propuesto en un cuestionario con un punto extra en la calificación parcial de dicha materia. Para el análisis cuantitativo, dividimos a los estudiantes en tres grupos, de acuerdo al nivel de razonamiento científico, en primer lugar tenemos a los alumnos que tienen un razonamiento concreto, es decir en la prueba de Lawson tienen un puntaje de 0 a 4, en segundo lugar tenemos a los alumnos de 5 a 8 que pertenecen a la etapa de transición y en tercer lugar tenemos a los alumnos que se consideran formales por su puntaje en la prueba de Lawson de 9 a 12. Para el estudio cualitativo solo tomaremos algunos casos partículares que sean representativos para este análisis.

A continuación se presentará el instumento de investigación que fue aplicado a la muestra mencionada anteriormente.

4.1.2 Cuestionario o instrumento de investigación

El problema de las mesas

El problema aplicado es un problema de matemáticas (Bednarz, Kieren y Lee 1996) de busqueda y generalización del patrón de cambio, en el cual se pide que los estudiantes realicen un dibujo que les pueda ayudar a contestar correctamente las preguntas, pero solamente si lo consideran necesario. El instrumento se describe a continuación. Contiene el problema y las preguntas que se le plantearon a los estudiantes acerca del mismo problema. Se incluyen aquí las respuestas correctas.

Para una fiesta se tienen disponibles mesas rectangulares. Alrededor de una mesa pueden sentarse 6 personas. Al juntar dos mesas pueden sentarse 10 personas.

Si lo crees necesario realiza un dibujo que te ayude a responder las preguntas siguientes:

1. *Al juntar 4 mesas, ¿cuántas personas podrán sentarse?*

Respuesta correcta: 18 personas

2. *Al juntar 10 mesas, ¿cuántas personas podrán sentarse?*

Respuesta correcta: 42 personas

3. *Al juntar 100 mesas, ¿cuántas personas podrán sentarse?*

Respuesta correcta: 402 personas

4. *Al juntar N mesas, ¿cuántas personas podrán sentarse?*

Respuesta correcta: $(4N+2)$*= Número de personas*

En forma algebraica, el número de personas (P) está relacionado con la cantidad de mesas que se juntan (N) mediante la formula P = 4N+2.

4.2 Análisis de las respuestas

En esta sección se presentan los dos análisis que se aplicaron a los datos, el analisis cuantitativo y el analisis cualitativo de las variables a investigar. Entre las variables estudiadas se encuentran el puntaje en la prueba de Lawson y el número o cantidad de dibujos realizados al resolver el problema de matemáticas titulado “El problema de las mesas”. Comenzaremos con los resultados del análisis cuantitativo y posteriomente se mostrarán los resultados del análisis cualitativo. El análisis cuantitativo se lleva a cabo a través de gráficas que muestran los porcentajes de los puntajes en la prueba de Lawson, cantidad de dibujos realizados y, después, los porcentajes de alguna categoría dentro de otra para observar la relación de una con la otra, así como también, la relación de éstas con las respuestas correctas. En el análisis cualitativo se comparan las variables cantidad de dibujos con número de respuestas correctas y se analiza también la forma verbal en la que los estudiantes justifican su respuesta al llegar a la expresión general, así como el tipo de dibujo que realizan.

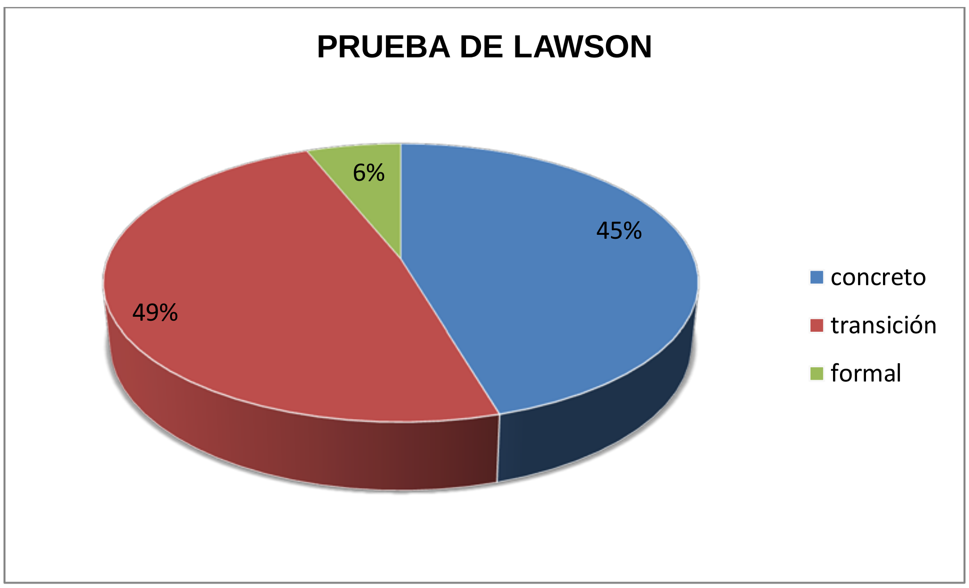
En el análisis cuantitativo se decidió ya no usar la estadística debido al tamaño de la muestra. Además, en este estudio, se considera el número de dibujos realizados como un representante del grado de abstracción del modelo situacional, lo anterior se debe a que, se considera que, quien no hizo un dibujo pasó del modelo situacional al modelo matemático con mayor facilidad que quien necesitó hacer uno o más dibujos para obtener el modelo matemático y resolver el problema.

En la sección 4.4 se muestran con detalle las respuestas al problema, los dibujos que realizan los estudiantes como apoyo a la solución del problema, el puntaje de la prueba de Lawson y el número de dibujos de algunos alumnos, los cuales se consideraron representativos de la variedad de respuestas encontradas. De este análisis cualitativo se obtienen algunas conclusiones.

4.3 Análisis cuantitativo

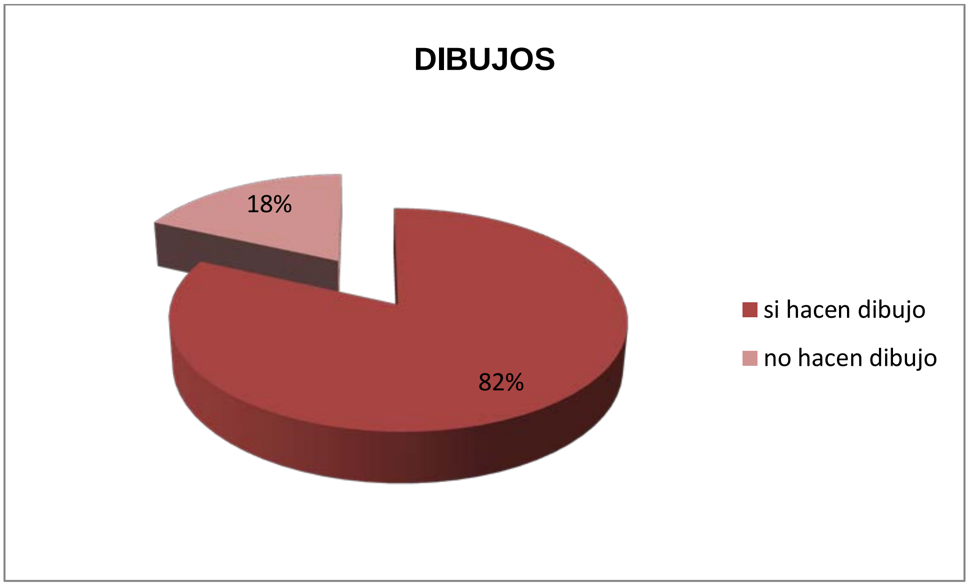
A continuación se presentan las diferentes gráficas realizadas para hacer un análisis cuantitativo de los datos, de manera específica y detallada.

4.3.1 Relación entre nivel de razonamiento científico y cantidad de dibujos



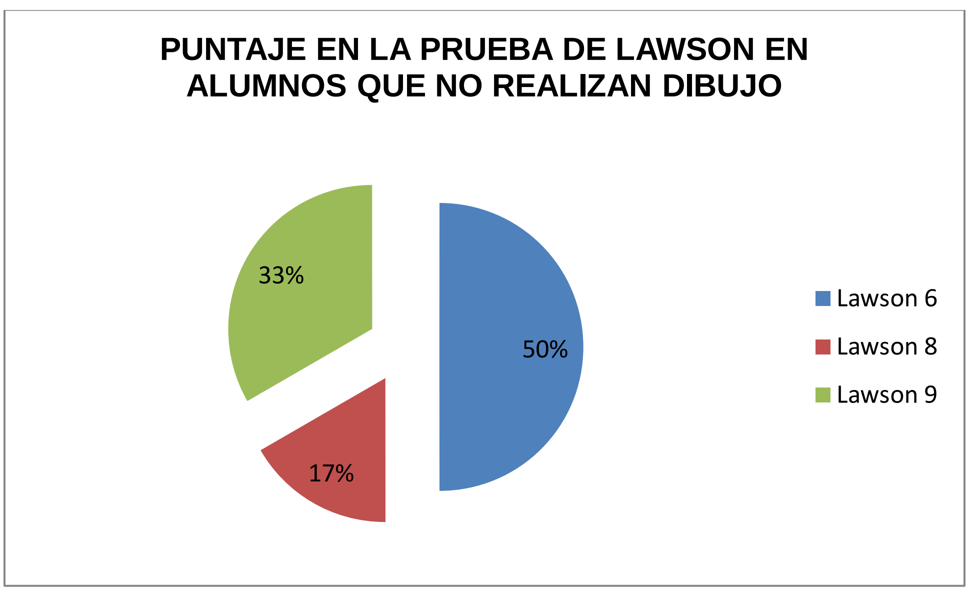
Gráfica 4.1: Porcentaje del puntaje en la prueba de Lawson de los alumnos

La mayor parte de los alumnos se encuentran en la etapa de transición, como se muestra en la gráfica 4.1, además, solo el 6% de de los alumnos tienen un razonamiento cientifico formal, y el 45% tiene un razonamiento concreto.



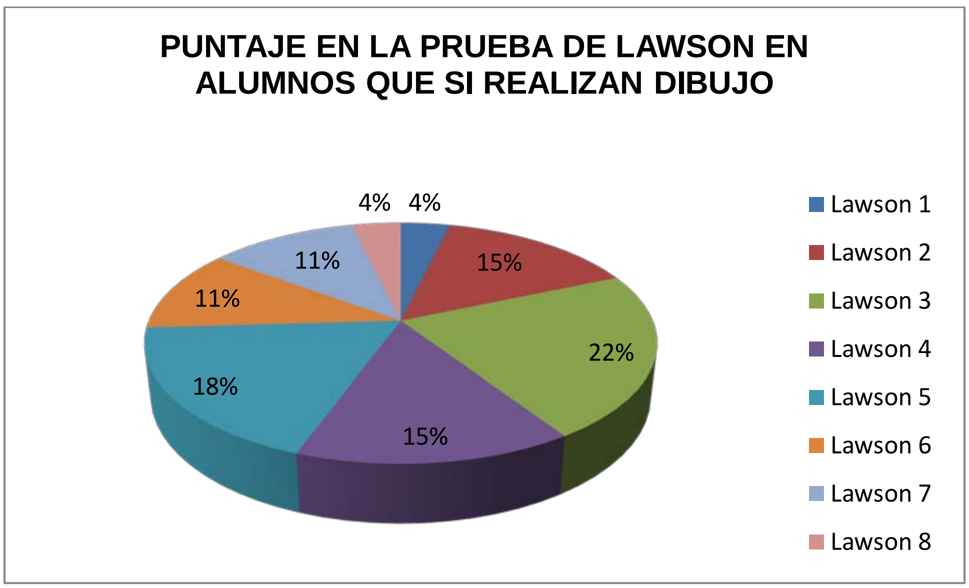
Gráfica 4.2: Porcentaje de alumnos que realizan o no realizan dibujo como apoyo a la solución del problema

En la gráfica 4.2 se puede observar que el 83% de los alumnos realizan al menos un dibujo como apoyo a la solución del problema, y solo el 18 % de los alumnos no realizan dibujo. En conclusión, la mayoría de los alumnos tuvieron la necesidad de hacer un dibujo antes de resolver el problema matemáticamente.



Gráfica 4.3: Porcentaje de puntajes en la prueba de Lawson de alumnos que no realizan dibujo

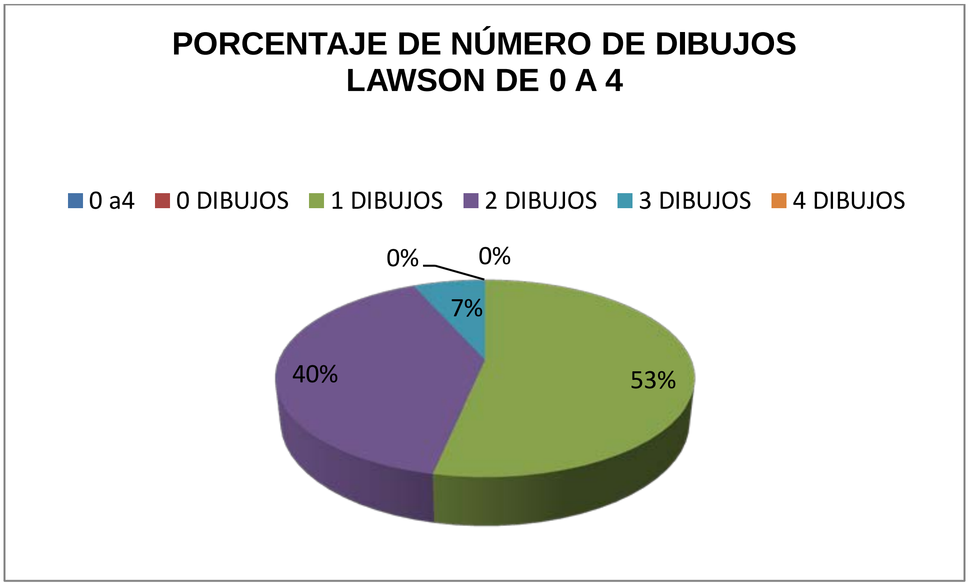
En la gráfica 4.3 se muestra que los alumnos que no realizan dibujo como apoyo en la solución del problema tienen un nivel de razonamiento científico entre 6 y 9, estos alumnos son de razonamiento científico formal y transición. Lo interesante de este resultado es que en este grupo solo hay dos alumnos que tienen un razonamiento formal y estos dos no realizan dibujo, y, además, contestan correctamente las preguntas. El 17% de alumnos que tampoco realizan dibujo tienen un puntaje mayor a 7 en la prueba de Lawson. Es interesante notar que ninguno de los alumnos que no realizan dibujo tiene razonamiento concreto.



Gráfica 4.4: Porcentaje de puntajes en la prueba de Lawson de alumnos que si realizan dibujo.

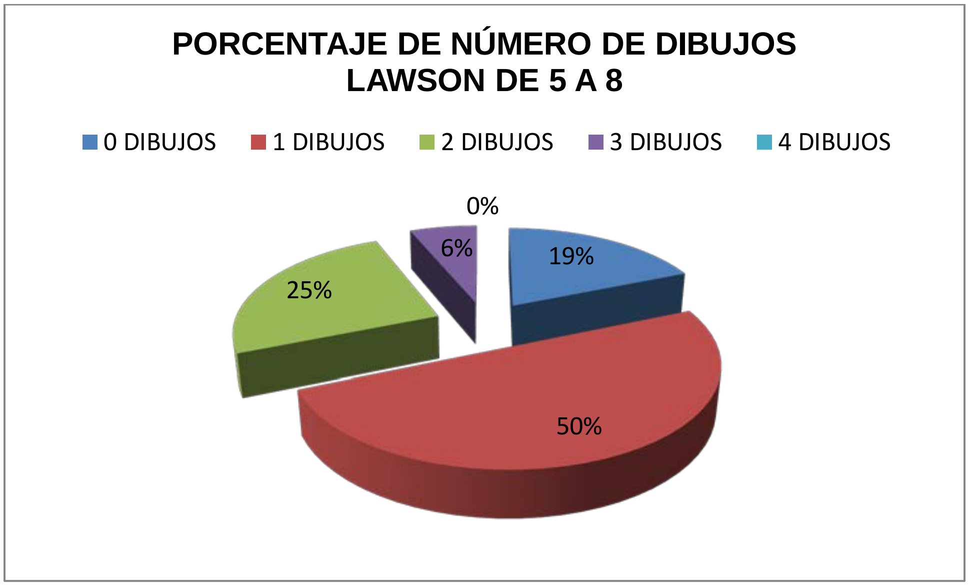
En la gráfica 4.4 se muestra que el 74% de los estudiantes que sí realizan un dibujo, se encuentran por debajo de la mitad del puntaje de la prueba de Lawson, es decir, estos alumnos que realizan al menos un dibujo como apoyo a la solución del problema tienen un puntaje menor o igual a 5. El 26% de los alumnos que realizan un dibujo como apoyo a la solución del problema tienen un puntaje mayor o igual a 6. La mayor parte de los alumnos que si realizan dibujo como apoyo a la solución del problema tienen un nivel de razonamiento científico concreto o en transición baja.

4.3.2 Relación entre nivel de razonamiento científico y cantidad de dibujos



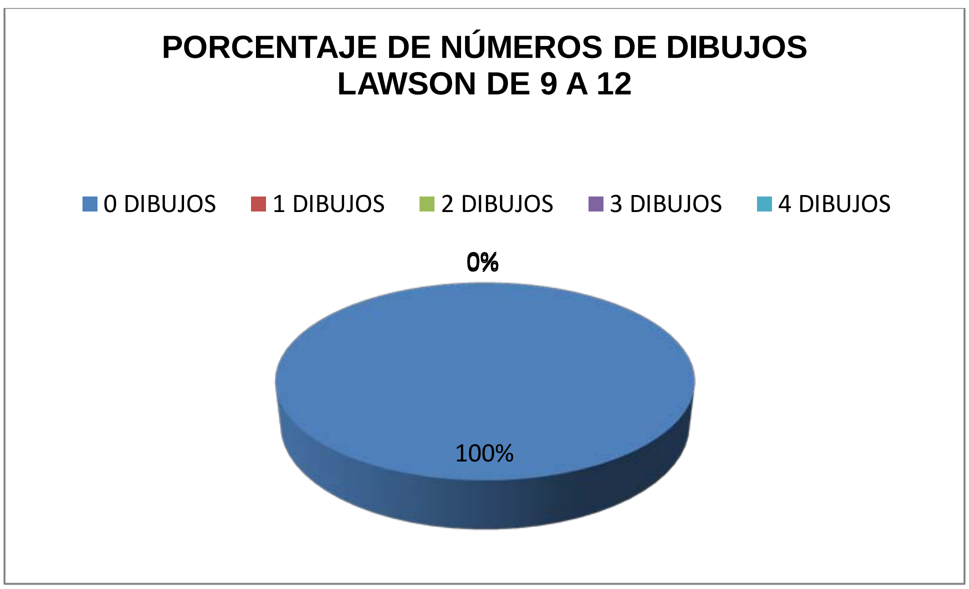
Gráfica 4.5*:* Dibujos de alumnos con razonamiento científico concreto.

En la gráfica 4.5 se puede observar que todos los alumnos con nivel de razonamiento concreto realizan al menos un dibujo como apoyo a la solución del problema. Como se esperaba, estos alumnos que en la prueba de Lawson tienen un puntaje bajo realizan al menos un dibujo. El 53% de los estudiantes hace un dibujo, el 40% hace 2 dibujos, el 7% realiza 3 dibujos y el 0% no realiza dibujo.



Gráfica 4.6*:* Dibujos de alumnos con razonamiento científico en etapa de transición.

En la gráfica 4.6 se observa que el 81% de los alumnos que se encuentran en la etapa de transición realizan al menos un dibujo como apoyo a la solución del problema. El 50% de los estudiantes realiza un dibujo, el 25% realiza dos dibujos, el 6% realiza 3 dibujos y el 19% no realiza ni un dibujo.

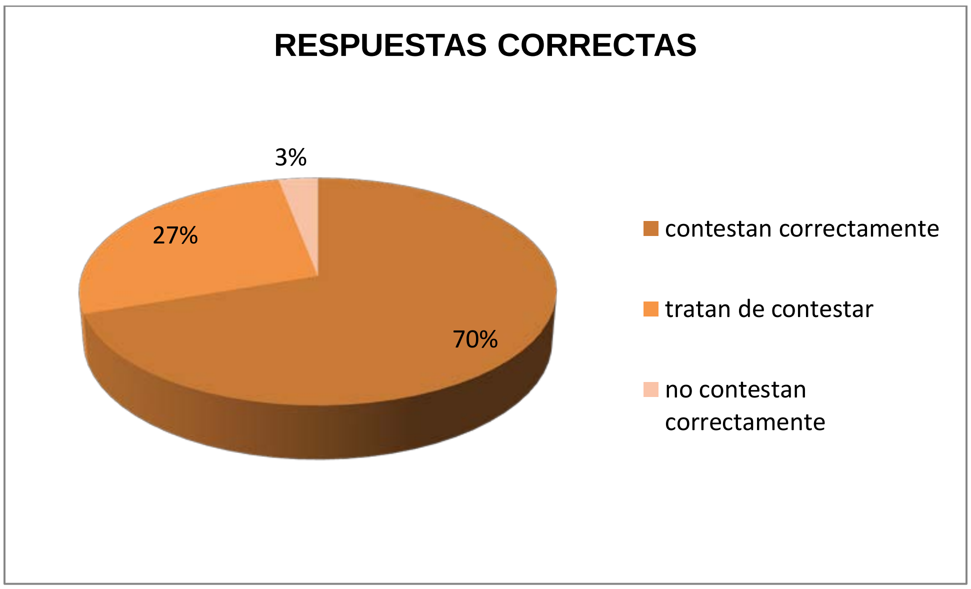


Gráfica 4.7*: Dibujos de* alumnos con razonamiento científico formal.

La gráfica 4.7 muestra que el 100% de los estudiantes en la etapa formal no realizan dibujo.

En las gráficas anteriores se puede observar que se cumple nuestra hipótesis inicial, que entre mayor sea el puntaje en la prueba de Lawson menor será el número de dibujos que realizan los alumnos para resolver el problema.

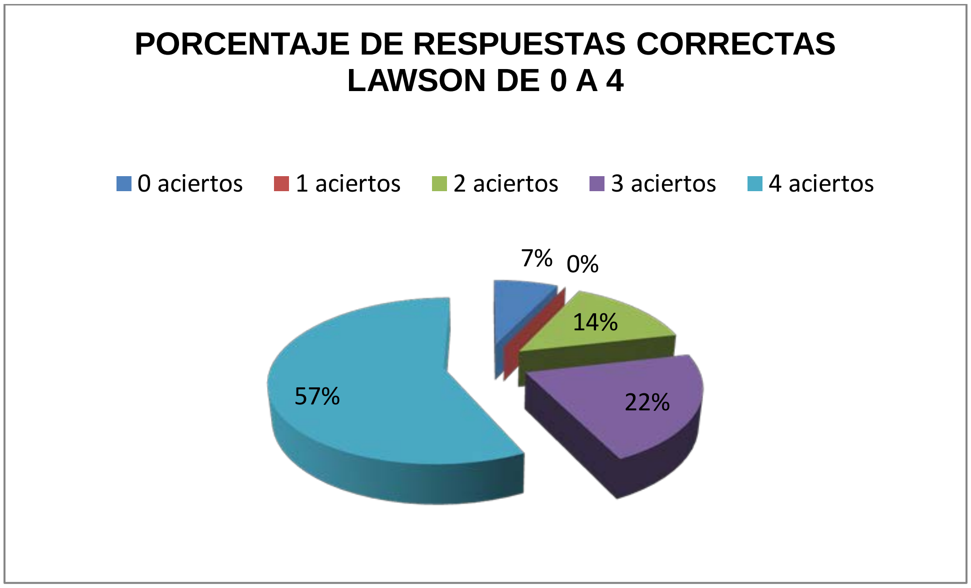
4.3.3 Relación entre nivel de razonamiento científico y respuestas correctas



Gráfica 4.8: porcentaje de alumnos que contestan el problema de las mesas, lo intentan o no dan repuesta al problema

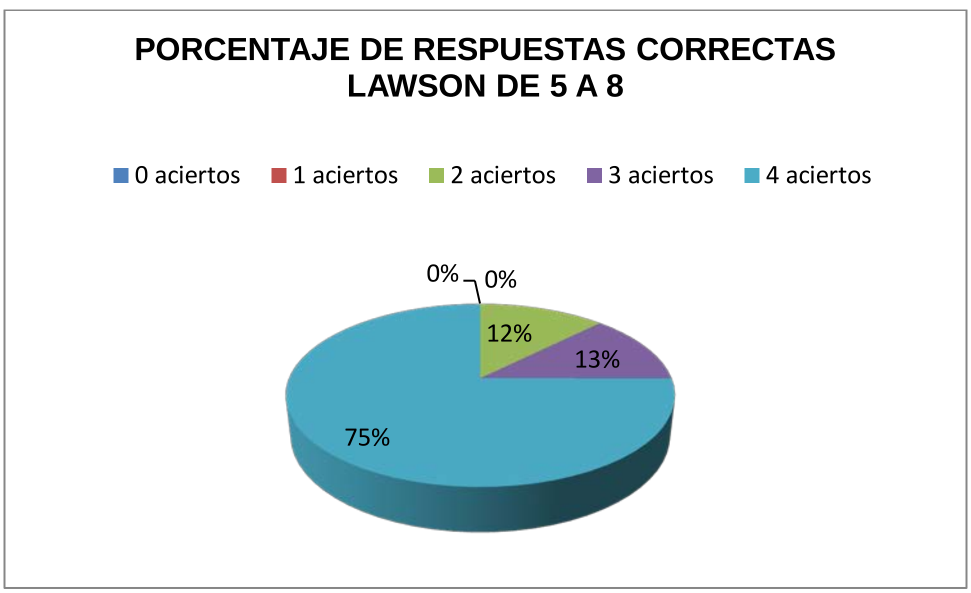
El 70% de los alumnos contestan correctamente el problema, el 27% de los alumnos tratan de contestar y solo el 3% de alumnos no contesta correctamente, lo anterior indica que a pesar de que la mayor parte de los alumnos son razonadores en etapa de transición y, además, la mayoría realizan un dibujo como apoyo a la solución del problema, son capaces de resolver el problema correctamente.

A continuación se reportan los porcentajes de respuestas correctas de los alumnos de acuerdo a su nivel de razonamiento científico (puntaje en la prueba de Lawson).



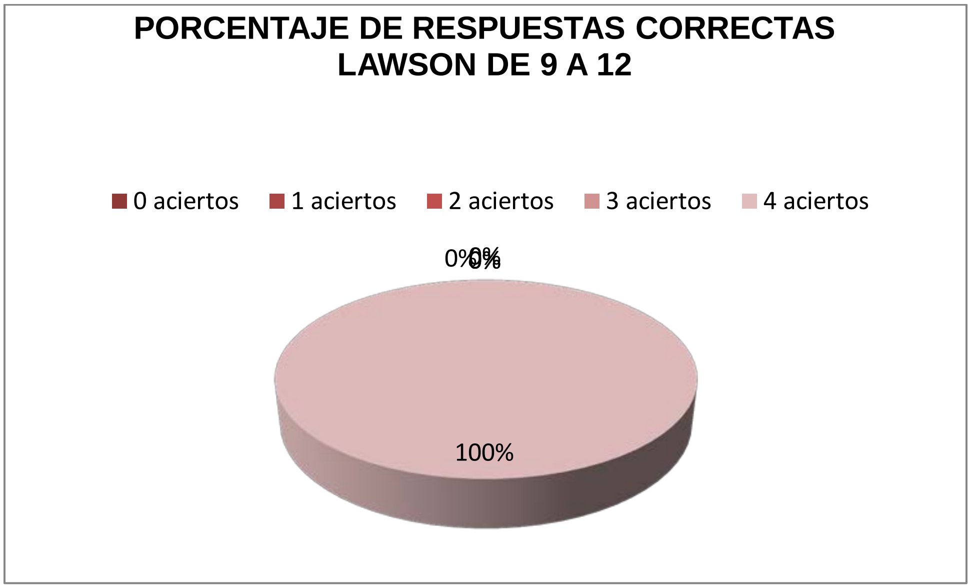
Gráfica 4.9: Respuestas correcta del problema de las mesas de los alumnos que tienen un nivel de razonamiento científico concreto.

En la gráfica 4.9 observamos que la mayor parte de los estudiantes contestan las 4 preguntas. El 57% de ellos contesta correctamente las cuatro preguntas, el 22% contesta solo tres preguntas, el 14% responde dos preguntas, el 0% contesta solo una y el 7% no aciertan ninguna pregunta. Como se trata de los estudiantes de la universidad y el problema es muy sencillo. Parece que una causa importante de ese desempeño es el bajo nivel del razonamiento científico.



Gráfica 4.10: Respuestas correctas en el problema de las mesas de alumnos con razonamiento científico en etapa de transición.

En la gráfica 4.10 se puede observar que la mayoría de los alumnos en etapa de transición contestan correctamente todas las preguntas. El 75% contesta las 4 preguntas, el 13% contesta tres preguntas, el 12% contesta dos preguntas. Ninguno de esos alumnos falla totalmente o es capaz de responder correctamente solamente una pregunta.



Gráfica 4.11: Respuestas correctas del problema de las mesas de alumnos con nivel de razonamiento científico formal.

En la gráfica 4.11 se puede observar que, como se esperaba, los alumnos con pensamiento formal son capaces de resolver las cuatro preguntas correctamente y sin ayuda de dibujos. El 100% de esos estudiantes contestan correctamente las cuatro preguntas.

En resumen, observamos que conforme aumenta el nivel de razonamiento científico también aumenta el porcentaje de alumnos que responden las cuatro preguntas correctamente.

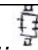
Después de haber descrito la forma en que se realizó el análisis cuantitativo daremos paso al análisis cualitativo con la finalidad de comprobar los resultados obtenidos en las gráficas anteriores.

4.4 Análisis cualitativo

En esta sección se presentará la tabla 4.1 con el análisis de las respuestas de 11 alumnos que fueron seleccionados debido a que con ellos se representan todas las respuestas diferentes que se lograron identificar. En la tabla se escribe el número de estudiante, el número de dibujos que realiza y una breve descripción del mismo, el número de respuestas correctas, la expresión matemática general y la justificación del alumno.

Tabla 4.1: Tabla con las respuestas y los comentarios de los alumnos

Identidad numérica del estudiante	**Número de dibujos/ Descripción de dibujos**	**Nivel de razonamiento científico (Lawson)**	**Número de respuestas correctas**	**Expresión correcta/Pasos algebraicos**	**Justificación del alumno**
33	No hace dibujo	9 formal	Contesta correctamente las 4.	Si, $6N - (2(N-2)+2) = AL\ NUMERO\ DE\ LUGARES$	*"…Porque a 6 por el número de mesas le tenemos que restar los asientos que se le pierden y se pierden N-2 es el número de mesas que no son orilla se multiplican por dos porque de cada mesa se pierden 2 y se les suma dos porque se pierden en a la orilla".*
23	1 dibujo El dibujo es sencillo y solo tiene indicadas las mesas con sus patas y las sillas.	6 transición	Contesta correctamente las 4 preguntas.	*Si,* *número de personas* $= 6n - (n-1)2$	*"… Dado que si en una mesa caben 6 personas al juntar 2 mesas serian 12 personas menos 2 por los que se pierden al juntar las mesas en general si tenemos 4 mesas juntas tendremos 24 lugares menos 6 lugares perdidos".*
7	1 dibujo Es sencillo y solo indica los elementos de las mesas con líneas y puntos.	3 concreto	Contesta correctamente 3 preguntas. 1,2 y 3	No , $6 + 4(N)$	*"…Al juntar 4 mesas se pueden sentar 18 personas, ya que conforme se aumentan las mesas se pueden ir sentando 4 más que en principio".*

21	No hace dibujo	6 transición	Contesta correctamente las 4 preguntas.	Si, El máximo de personas serian: $4\mathrm{N}+2$	*“…Porque para cada mesa se pueden sentar 4 personas, juntando los 2 lados más largos y al final solo sumar 2 personas, para los lados cortos al juntar mesas se eliminan, pero al final se le suman 2 personas de los extremos”.*
30	No hace dibujo	8 transición	2,3,4. En la primera se equivoca al sumar.	Si, $4\mathrm{N}+2 = \text{número de de personas}$	*“…*  *Como se muestra en el dibujo, al costado de la mesa hay cuatro personas sentadas, eso siempre se cumplía, también que al juntar muchas mesas, quedaron libres en cada extremo 2 personas sentadas, así se desprende* $4n+2 = número\ de\ personas\ sentada$ *”.*
1	Realiza 3 dibujos. Los dibujos que realiza son sencillo, solo utiliza líneas y al primer dibujo a las mesas les realiza las patas. Este estudiante intenta realizar las cien mesas.	1 concreto	1,2 y 3. Para la cuarta pregunta no iguala la expresión al número de personas sentadas.	Si, $4n+2$	*“…La regla es:* $4n+2$*. La respuesta para saber más rápido el número de personas que pueden”.*
5	Realiza 2 dibujos. Los dibujos son sencillos solo tienes líneas y cuadros.	2 concreto	1,2 y 3. Para la pregunta cuatro no iguala la expresión al número de personas sentadas en N mesas.	No, $2XN = 2N = 2N+2$	*“…Aquí puse esto porque la N es el número de mesas y 2 el número de personas por frente y por atrás de la mesas y sumando 2 que son mis extremos”.*
28	Realiza 2 dibujos. El dibujo es sencillo tiene cuadros y	7 transición	1 y 2. Para la pregunta 3 realiza un error al multiplicar, y	No, $2n+2$	*“…A cada mesa le corresponde 6 pero al juntar 2 tenemos 10, entonces solo tomamos las 4 de los contados y le*

	puntos.		en la pregunta 4 no iguala la expresión al número de personas sentadas.		*sumamos los 2 (1 de cada lado) por lo que la fórmula es* $4x+2$*".*
6	Realiza 2 dibujos. Los dibujos son sencillos, además este estudiante intenta acomodar las mesas de diferente manera.	3 concreto	2 y 3. Para la pregunta 1, al acomodar las mesas de diferente manera el número de personas es mayor.	Si, $2(2n)+2$	*"…Como son rectángulos siempre se sentaron en el lado mayor 2 personas y en el menor 1 persona ya que sería poco lógico que fuese al revés no descartando que puede ser así y como son dos lados grandes siempre habrá que multiplicar por dos de ahí en el 2(2n) y +2 porque siempre al juntar mesas más grandes 2 extremos con 1 lugar disponible cada 1".*
31	Realiza 2 dibujos y acomoda las mesas de diferente manera. Los dibujos los construye con rectángulos y puntos.	8 transición	2 y 3. Para la pregunta 1, al acomodar las mesas de diferente manera el número de personas es mayor.	Si, $4n+2$	*"…Viendo que en línea recta caben más y caben 4 personas por cada mesa más dos de los extremos".*
20	Realiza 2 dibujos. Los realiza con rectángulos y cuadros para indicar las sillas.	5 concreto	1,2 y 3. En la cuarta pregunta no iguala la expresión al número de sillas.	No, $2(n-1)+(n-2)n$	*"…A la primera solo se le va una silla y a las demás se les van dos sillas entonces multiplicando los números de n sillas por las que se les van dos sillas y sumar n sillas menos 1 de los extremos".*

Como podemos observar, la mayoría de los alumnos que se encuentran en la tabla contestan las tres primeras preguntas correctamente, y en la cuarta, aunque obtienen el resultado correcto, no igualan la expresión matemática general al número de personas que se pueden sentar, lo cual quizá se debe a la forma en que se hizo la pregunta. Los estudiantes escriben la expresión general para el número de personas que se pueden sentar en n-mesas de dos formas, una corta (simplificada) y otra larga. En las justificaciones verbales se puede detectar el proceso de construcción del modelo de la situación, ya que ellos describen lo que se imaginan al leer el problema y escriben cómo es que ellos llegan a la expresión matemática general.

En estas justificaciones existen dos formas que aparecieron con mayor frecuencia, éstas son:

1. "…Viendo que en línea recta caben más y caben 4 personas por cada mesa, más dos de los extremos".

Lo anterior lo mencionan los alumnos que escriben una expresión corta de la forma: $N = 4n + 2$. Para ellos es fácil imaginar solo los lados largos de las mesas y posteriormente imaginar los que están en los extremos para así concluir con el número de personas que se pueden sentar.

La otra justificación que sobresale y se repite es:

2. "…A la primera solo se le va una silla y a las demás se les van dos sillas entonces multiplicando los números de n sillas por las que se les van dos sillas y sumar n sillas menos 1 de los extremos".

Lo anterior lo mencionan alumnos que escriben una expresión larga de la forma: $N = 2(n-1) + (n-2)n$. Estos alumnos no llegan al resultado correcto debido a que, a las mesas de los extremos les restan una silla, y después, a las mesas de en medio les restan 2 y, por último, multiplican las mesas de en medio por n, pero confunden el número de mesas con el número de sillas y esto hace que su resultado sea incorrecto.

Otro ejemplo importante por su frecuencia es el siguiente:

"…Como son rectángulos siempre se sentaron en el lado mayor 2 personas y en el menor 1 persona ya que sería poco lógico que fuese al revés no descartando que puede ser así y como son dos lados grandes siempre habrá que multiplicar por dos de ahí en el 2(2n) y +2 porque siempre al juntar mesas más grandes 2 extremos con 1 lugar disponible cada 1."

Este alumno escribe su expresión de la siguiente manera: $2(2n) + 2$. Esta expresión es correcta. Sin embargo, el alumno no escribe que esto es igual a N que es el número de personas que se pueden sentar.

Finalmente, se presenta una justificación más:

"…Porque a 6 por el número de mesas le tenemos que restar los asientos que se le pierden y se pierden N-2 es el número de mesas que no son orilla se multiplican

por dos porque de cada mesa se pierden 2 y se les suma dos porque se pierden en a la orilla", y su expresión matemática es correcta, $6N-(2(N-2)+2)= AL\ NUMERO\ DE\ LUGARES$.

Este alumno, a pesar de no reducir la expresión, la tiene correcta pero de forma extensa. Se imagina el modelo de la situación de forma más particular, es decir, el alumno va imaginando qué pasa en general en todas las mesas, por qué se le restan dos sillas a las mesas de en medio y por qué se le suman 2 a las de los extremos.

En estos ejemplos podemos observar que, a pesar de que ellos imaginan el mismo modelo de la situación, sus justificaciones son diferentes porque la construcción de dicho modelo es diferente y, por tanto, los resultados también lo son. Algunos logran la expresión general correcta y otros no debido a que cometen un error en el proceso de construcción, que es el de confundir el número de mesas con el número de sillas.

4.4.1 Análisis de los dibujos del problema de matemáticas

A continuación se muestra la descripción de los dibujos realizados por los estudiantes, así como también se muestra una clasificación de éstos según la cantidad de elementos realistas o abstractos que aparecen. Esta clasificación se divide en dos tipos de dibujos, como se muestra a continuación.

Tipo cero

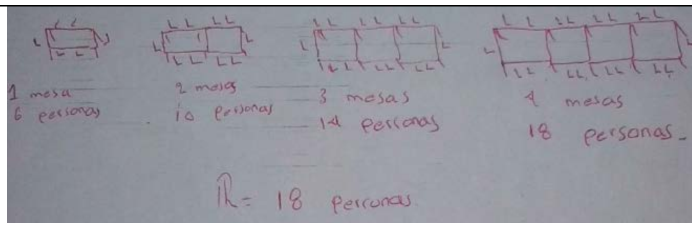
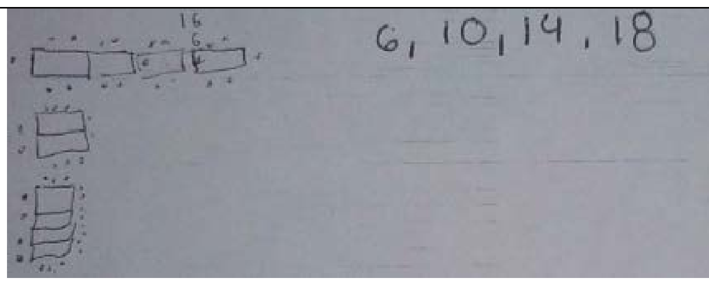
Son aquellos dibujos que tienen algún detalle realista para las patas de las mesas o para las sillas.

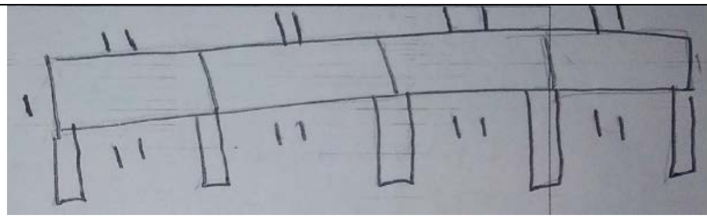
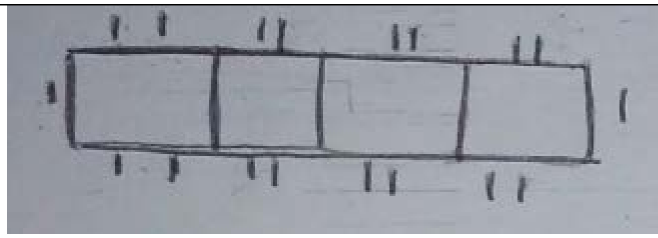
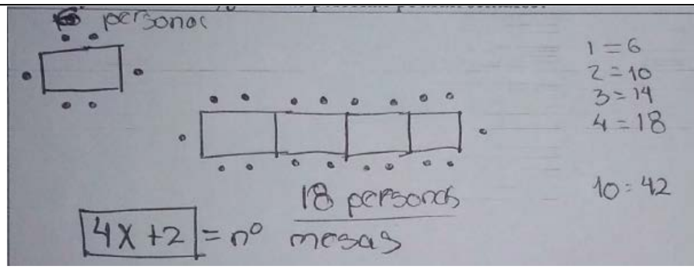
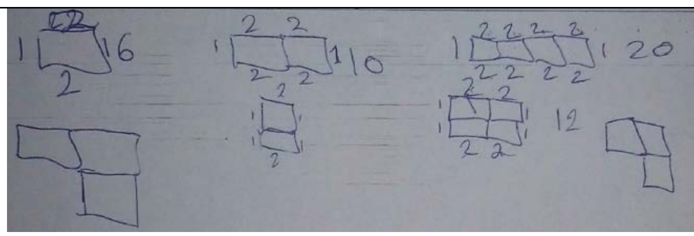
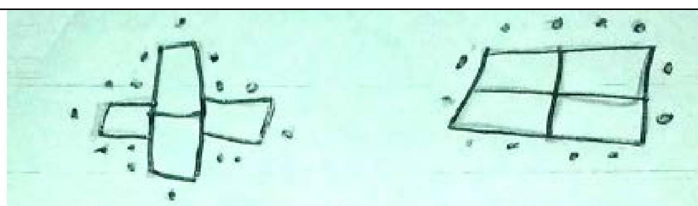
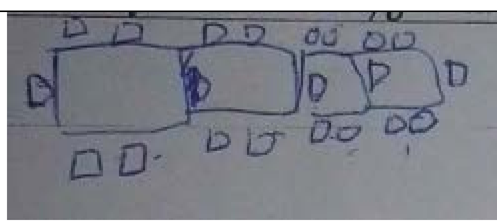
Tipo uno

Es un dibujo que solo está realizado por líneas, puntos o números para representar las mesas o las sillas.

Una vez realizada la descripción de los tipos de dibujos, mostraremos los dibujos que realizan los mismos estudiantes que se seleccionaron en la sección anterior (ver la tabla 4.2.).

Tabla 4.2: Tabla de dibujos realizados por los alumnos

Identidad numérica del estudiante	Dibujo que realiza el estudiante como apoyo a la solución del problema	Tipo de dibujo	Prueba de Lawson
33	No realiza dibujo		9
23		Tipo cero	6
7		Tipo uno	3
21	No realiza dibujo		6
30	No realiza dibujo		8

1		Tipo cero	1
5		Tipo uno	2
28		Tipo uno	7
6		Tipo uno	3
31		Tipo uno	8
20		Tipo uno	5

Como podemos observar en la tabla 4.2, la mayor parte de los dibujos son sencillos, es decir, solo están compuestos de cuadros, puntos, líneas o números. Se puede observar que los alumnos realizaron el dibujo como un apoyo, es decir, el modelo de la situación que imaginaron los alumnos solo fue para poder contar cuántas personas se podían sentar, sin detallar las imágenes de la situación que se estaba planteando.

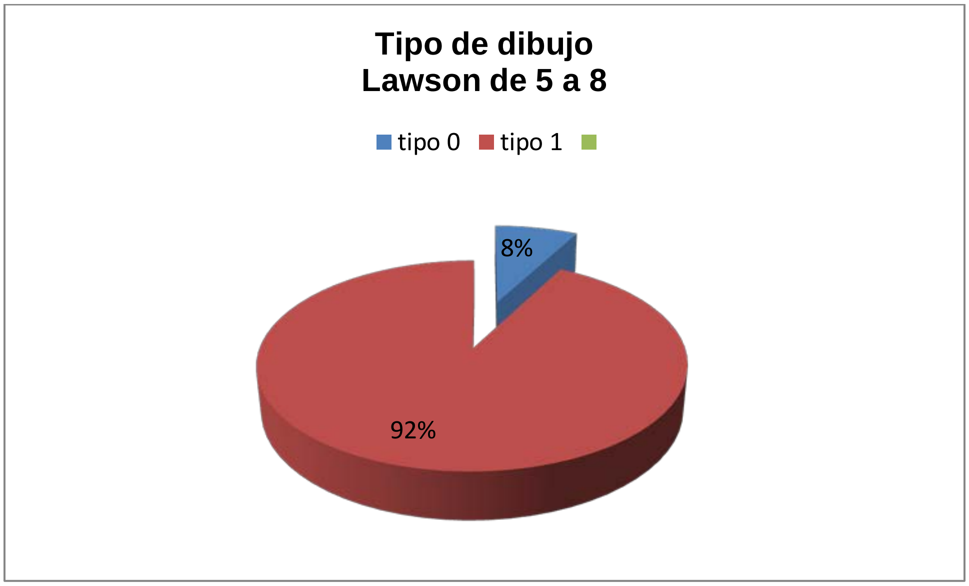
En la siguiente sección se presentará de manera escrita y de manera gráfica la relación que tienen los tipos de dibujos que realizan los estudiantes con el puntaje obtenido en la prueba de Lawson.

4.4.2 Relación entre el tipo de dibujos y el puntaje en la Prueba de Lawson

Como podemos observar en la sección anterior, cuando se mostraron los dibujos, la mayoría de los estudiantes realizan dibujos sencillos de tipo uno, porque tienen como característica principal que están realizados de cuadros, puntos y números. En esta sección se muestran las gráficas de la relación entre estas dos variables, tipo de dibujo y prueba de Lawson.

Gráfica 4.12: Relación entre el tipo de dibujo y la prueba de Lawson de 0 a 4.

Como se puede observar en la gráfica 4.12, el 92% de los estudiantes que en la prueba de Lawson tiene un nivel de razonamiento científico concreto (0 a 4), realizan dibujos de tipo uno. El 8% de los estudiantes de este mismo nivel de razonamiento realizan un dibujo tipo cero.



Gráfica 4.13: Relación entre el tipo de dibujo y la prueba de Lawson de 5 a 8.

Como se puede observar en la gráfica 4.13, el 92% de los estudiantes que en la prueba de Lawson tiene un nivel de razonamiento científico en etapa de transición (5 a 8), realizan dibujos de tipo uno, y solo el 8% de los estudiantes realizan un dibujo tipo cero.

Para el caso de los estudiantes con razonamiento científico formal (9 a 12), los estudiantes que se encuentran en esta etapa no realizan dibujo como apoyo a la solución del problema, ellos construyen el modelo de la situación y pasan al modelo matemático sin la necesidad de dibujar. Además, obtuvieron el resultado correcto al problema.

En conclusión, los estudiantes con razonamiento científico concreto y en transición, en su gran mayoría, realizan dibujos abstractos de tipo 1, mientras que los formales no necesitaron hacer un dibujo. Entre los de razonamiento concreto y en transición no se encuentra diferencia entre los tipos de dibujos que hacen por lo que no podemos afirmar que exista una relación entre el tipo de dibujo y el puntaje en la prueba de Lawson.

4.5 Conclusiones del problema de matemáticas

Como se planteaba en la hipótesis inicial de la segunda parte de este trabajo, los estudiantes con mayor puntaje en la prueba de Lawson se esperaba que no realizaran dibujo al resolver la prueba aplicada (problema de las mesas) y todos aquellos alumnos con puntaje bajo necesitarían al menos un dibujo o más para resolverla.

Nuestra hipótesis se cumplió, pues existen alumnos en este grupo que obtienen 9 puntos en la prueba de Lawson, ellos contestan correctamente el problema y no realizan dibujos. En contraposición, los alumnos que alcanzaron menos de 4 puntos requirieron al menos un dibujo como apoyo a la solución. Es interesante resaltar que aquellos casos en los que los alumnos consideraban acomodar de diferente manera las mesas para que el número de personas sentadas fuera mayor, a pesar de esto, se dieron cuenta que la mejor manera de acomodar las mesas era en forma lineal, esto es, que la construcción mental del problema seguía el mismo patrón en la mayoría de los alumnos.

Observando las gráficas 4.9, 4.10 y 4.11, entre mayor es el puntaje de la prueba de nivel de razonamiento científico, mayor es el porcentaje de los alumnos que contestan correctamente las preguntas del problema de las mesas. En el grupo de los estudiantes que en la prueba de Lawson tiene un puntaje de 0 a 4 el 7 % de los alumnos que tienen el puntaje hasta 4 puntos se encuentran aquellos contestan cero preguntas, mientras que para los estudiantes que tienen en la prueba de 5 a 12 puntos, no hay estudiantes que se encuentran en la misma situación. Esto muestra que entre mayor es el puntaje en Lawson mayor será el número de respuestas correctas.

Conclusiones

El objetivo principal de este trabajo fue estudiar la relación que pudiera existir entre el grado de abstracción del modelo situacional y el nivel de razonamiento científico. Para alcanzar el objetivo se aplicaron dos problemas, el primero de física y el segundo de matemáticas.

En el Capítulo 3 de este trabajo, que es el referido al problema de física, se realizaron dos análisis a los datos uno cuantitativo y el otro es cualitativo. En el caso del primero se muestran las gráficas para observar cuantos estudiantes elaboran dibujos abstractos (tipo 2 y 3) y dibujos realistas (0 y 1). Ahí pudimos observar que, los alumnos que tienen un nivel de razonamiento científico concreto, realizaron dibujos tipo 2 y 3, es decir, dibujos mezclados pero con más elementos matemáticos que realistas y dibujos abstractos. Los alumnos en etapa de transición realizaron dibujos de tipo 2, es decir dibujos mezclados pero con más elementos matemáticos que realistas. Los alumnos con nivel de razonamiento formal realizaron dibujos de tipo 1, es decir dibujos con más elementos realistas que matemáticos.

Dentro de este análisis también se utilizó un programa estadístico llamado SPSS para determinar la relación entre las variables tipo de dibujo y nivel de razonamiento científico, con una prueba de independencia conocida como prueba de CHI-CUADRADA y con la cual se puede observar si las variables son independientes. Tanto con las gráficas como con la prueba estadística el resultado fue que, en esta muestra, las variables sí están relacionadas pero de manera inversa. Inesperadamente, los estudiantes con un nivel de razonamiento científico bajo hicieron dibujos con un grado de abstracción mayor.

En el análisis cualitativo se presentan los dibujos realizados por los estudiantes y se observa lo obtenido en el análisis cuantitativo. Para el problema de Física también se buscó la relación entre el nivel de razonamiento científico y las respuestas correctas. Aquí también se utilizó el programa estadístico SPSS y se obtuvo que el p-valor es 1, por lo tanto, se concluye que no hay relación entre las variables nivel de razonamiento científico y número de aciertos. Se trata de otro resultado inesperado.

En el futuro se deben realizar los estudios más detallados para tratar de detectar las causas y los mecanismos cognitivos de estos fenómenos sorprendentes. Una hipótesis inicial sería que las experiencias previas con la resolución de los problemas similares de física podrían influir en el desempeño inesperado de los estudiantes.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados para el segundo problema que es un problema de Matemáticas, denominado, “problema de las mesas”. La hipótesis principal para esta muestra fue que entre mayor sea su nivel de razonamiento científico, mejor será la forma de resolver el problema y sin necesidad de realizar un dibujo como apoyo a la solución de dicho problema.

En la primera parte de este análisis es reportan las gráficas de frecuencia para observar la cantidad de alumnos que realizan dibujos para resolver el problema, de la misma manera que para el problema de física, los alumnos se dividieron en los tres niveles de acuerdo al puntaje en la prueba de Lawson. Los alumnos con razonamiento concreto, el 100 % realizaron al menos un dibujo, los que se encuentran en etapa de transición, el 81 % realizaron al menos un dibujo y por último el 0% de los estudiantes que se encuentran en nivel de razonamiento científico formal realizaron un dibujo. Es decir, los alumnos que se encuentran en esta etapa son capaces de resolver el problema sin necesidad de realizar un dibujo que es lo que se esperaba en la hipótesis inicial.

Para analizar la cantidad de respuestas correctas que tienen los estudiantes, se realizaron gráficas de frecuencia de cada nivel de razonamiento, esperando que entre mayor sea su nivel de razonamiento mayor seria el número de alumnos que contestaran las 4 preguntas correctamente. A pesar de que la mayor parte de los estudiantes contesta todas las preguntas correctamente (lo que no es sorprendente si se toman en cuenta el carácter del problema y el nivel educativo de los estudiantes), si se puede observar que los que se encuentran en nivel concreto el porcentaje que contesta las 4 preguntas correctas es el 57%, los que se encuentran en etapa de transición es el 75 % y por último los alumnos que se encuentran en nivel formal, estos contestan correctamente las preguntas, es decir el 100% de los alumnos. Después de buscar si existía relación entre las variables, se muestran ejemplos de los dibujos que realizan los estudiantes para observar con mayor detalle lo que reportan las gráficas.

Es importante mencionar que los estudiantes que pertenecen a esta muestra estudiada, son estudiantes que realizan dibujos sencillos, es decir solo utilizan puntos, cuadros o líneas para representar las mesas y las personas que se pueden sentar. En las gráficas 4.12 y 4.13, que son los alumnos que realizan dibujos como apoyo a la solución del problema, se observa que la mayor parte de los estudiantes realizan dibujos abstractos, tipo 1.

La conclusión general para el segundo problema aplicado es que se cumple la hipótesis inicial, entre mayor es el nivel de razonamiento científico de los estudiantes menor cantidad de dibujos hacen para solucionar el problema aplicado.

En futuros estudios, en niveles de primaria, secundaria y bachillerato, sería posible detectar en que momento la mayoría de los estudiantes inician dejar fuera los detalles realistas, haciendo los dibujos esquemáticos similares a los encontrados en esta investigación.

Referencias

Ates, S., & Cataloglu, E. (2007). The effects of students' reasoning abilities on conceptual understandings and problem-solving skills in introductory mechanics. *European Journal of Physics*, *28*(6), 1161.

Aitchison, J. S. (1998). Discrete spatial optical solitons in waveguide arrays. *Physical Review Letters*, *81*(16), 3383.

Baulch, D. L., Bowman, C. T., Cobos, C. J., Cox, R. A., Just, T., Kerr, J. A., ... & Warnatz, J. (2005). Evaluated kinetic data for combustion modeling: supplement II. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, *34*(3), 757-1397.

Bednarz, N., Kieren, C. y Lee, L. (1996). *Approaches to algebra*. London: Kluwer academic publishers.

Blum, W., and Borromeo, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? Journal of mathematical modelling and application, 1(1), 45-58.

Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, vol. 38 (2).

Coletta, V. P., & Phillips, J. A. (2005). Interpreting FCI scores: Normalized gain, pre-instruction scores, and scientific reasoning ability. *American Journal of Physics*, *73*(12), 1172-1182.

De Lucas, J. (2008). Física: Cuestiones y Problemas. Recuperado el 19 de Marzo de 2013, de http://fisicajavier.blogspot.mx/

Eisenberg, H. S., Silberberg, Y., Morandotti, R., Boyd, A. R., & Aitchison, J. S. (1998). Discrete spatial optical solitons in waveguide arrays. *Physical Review Letters*, *81*(16), 3383.

Foltz, P. W., Kintsch, W., & Landauer, T. K. (1998). The measurement of textual coherence with latent semantic analysis. *Discourse processes*, *25*(2-3), 285-307.

Galbraith, P. and Stillman, G. (2006). A framework for identifying student blockages during transitions in the modelling process. ZDM, 38(2), 143-162.

Hegarty, M. and Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual–spatial representations and mathematical problem solving. Journal of Educational Psychology, 91 (4).

Kintsch, W. (2000). Metaphor comprehension: A computational theory.*Psychonomic Bulletin & Review*, *7*(2), 257-266.

Kintsch, W. (2004). The construction-integration model of text comprehension and its implications for instruction. *Theoretical models and processes of reading*, *5*, 1270-1328.

Kintsch, W. (1988). The role of knowledge in discourse comprehension: a construction-integration model. *Psychological review*, *95*(2), 163.

Kintsch, W., Patel, V. L., & Ericsson, K. A. (1999). The role of long-term working memory in text comprehension. *Psychologia*, *42*(4), 186-198.

Kintsch, W., & Van Dijk, T. A. (1978). Toward a model of text comprehension and production. *Psychological review*, *85*(5), 363.

Lawson, A. E. (1995). Science teaching and the development of thinking (pp. 6-19). Belmont, CA: Wadsworth.

Lyons, J., & Massó, R. C. (1980). *Semántica*. Editorial Teide, SA.

McNamara, D. S., & Kintsch, W. (1996). Learning from texts: Effects of prior knowledge and text coherence. *Discourse processes*, *22*(3), 247-288.

Miller, C. D., Heeren, V. E., Hornsby, J., Morrow, M. L. y Van Newenhizen, J. (2004). *Mathematical Ideas*. Tenth Edition. Boston: Pearson/Adddison Wesley.

Myers, J. L., Shinjo, M., & Duffy, S. A. (1987). Degree of causal relatedness and memory. *Journal of Memory and Language*, *26*(4), 453-465.

OECD (2007). *PISA 2006 - Science Competencies for Tomorrow's World, Vol. 1&2*. Paris: OECD.

Ohanian, H. C. & Markert, J. T. (2007) *Physics for Engineers and Scientists*. Third Edition. New York: W.W. Norton & Company.

Rivas, J. (2012). Variable dependiente e independiente. Recuperado el 27 de agosto de 2013 , de http://elaboratumonografiapasoapaso.com/blog/variable-dependiente-e-independiente/

Rodríguez, J.M. (2001). ¿Qué es un programa SPSS?. Recuperado el 27 de Noviembre de 2011, de http://www.ehowenespanol.com/programa-spss-sobre_48697/

Ruiz, D. (2004). Cap. III Distribuciones bidimensional. En *Manual de Estadística* (pp. 18-19). Sevilla, España: eumed.ned.

Saldaño, O.H. (2009). Variables: Conceptos. Rercuperado el 27 de Noviembre de 2013, de http://www.mailxmail.com/curso-tesis-investigacion/variables-concepto

Schank, R. C., & Abelson, R. P. (1987). *Guiones, planes, metas y entendimiento: un estudio de las estructuras del conocimiento humano*.

Swinney, D. A. (1979). Lexical access during sentence comprehension:(Re) consideration of context effects. *Journal of verbal learning and verbal behavior*,*18*(6), 645-659.

Tijero, T. (2009). Representaciones mentales: discusión crítica del modelo de situación de Kintsch . ONOMÁZEIN, 19, pp. 111-138.

Till, Robert, Ernest Mross y Walter Kintsch, 1988: "Time course of priming for associate and inference words in a discourse context", Memory and Cognition, 16(4), 283–298

Tobin, K. G., & Capie, W. (1981). The development and validation of a group test of logical thinking. *Educational and Psychological Measurement*, *41*(2), 413-423.

Van der Zwaan, G. J., Duijnstee, I. A. P., Den Dulk, M., Ernst, S. R., Jannink, N. T., & Kouwenhoven, T. J. (1999). Benthic foraminifers: proxies or problems?: a review of paleocological concepts. *Earth-Science Reviews*, *46*(1), 213-236.

Van Dijk, T. A., Kintsch, W., & Van Dijk, T. A. (1983). *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.

Zwaan, Rolf, 1999: “Situation models: the mental leap into imagined worlds”, Current Directions in Psychological Science, 8(1), 15-18.

-, 1999a: “Five dimensions of narrative comprehension: the event-indexing model” en Goldman, Susan, Arthur Graesser y Paul van den Broek, Narrative comprehension, causality and coherence. Essays in honor of Tom Trabasso. NJ: Erlbaum.