

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

Masas y Mezclas de Quarks y Decaimientos del Quark Top
en el Modelo de Randall-Sundrum

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciada en Física

por

Viridiana Matlalcuatzi Zamora

asesorada por

Dr. Alfonso Díaz Furlong
M. en C. Reyna Xoxocotzi Aguilar

Puebla Pue.
Junio del 2014

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

Masas y Mezclas de Quarks y Decaimientos del Quark Top
en el Modelo de Randall-Sundrum

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciada en Física

por

Viridiana Matlalcuatzi Zamora

asesorada por

Dr. Alfonso Díaz Furlong
M. en C. Reyna Xoxocotzi Aguilar

Puebla Pue.
Junio del 2014

Título: Masas y Mezclas de Quarks y Decaimientos del Quark Top en el Modelo de Randall-Sundrum.

Estudiante: VIRIDIANA MATLALCUATZI ZAMORA

COMITÉ

Dr. J. Jesús Toscano
Chávez
Presidente

Dr. Alfonso Rosado
Sánchez
Secretario

Dr. Cupatitzio Ramírez
Romero
Vocal

Suplente

M. en C. Reyna Xoxocotzi
Aguilar
Co-asesor

Dr. Alfonso Díaz Furlong
Asesor

A mi familia.

Agradecimientos

- PROMEP

- Quiero agradecer a mis padres, *Eulogio Matlalcuatzi Pluma* y *Judith Zamora Rugerio* decirles que los quiero y los amo demasiado, que estoy orgullosa de ustedes. Gracias por enseñarme a levantarme de las cosas que parecen horribles, dolorosas e injustas. Pero entiendo que sino me hubieran enseñado esto, no hubiera superado estas cosas, no habría descubierto que soy capaz de esforzarme y tener carácter para enfrentarlas, pero sobre todo que lo importante y decisivo no es lo que pasa fuera de mí, sino lo que hago que suceda dentro de mí. Muchas gracias y espero tener...

*Suficiente determinación para hacer cada día
un mejor día que el anterior.*

Suficiente felicidad para ser dulce.

Suficiente esperanza para ser feliz.

Suficientes problemas para mantenerme fuerte.

Suficientes fracasos para mantenerme humilde.

Suficientes amigos para consolarme.

Suficiente fe para derrotar la depresión.

Suficiente entusiasmo para ver hacia adelante.

- Gracias a mis hermanos *Alba Edith* e *Ismael* quienes me han brindado su apoyo y cariño, pero sobre todo por comprenderme y tenerme paciencia, los quiero mucho y les deseo lo mejor cada día, recuerden que es bueno disfrutar la vida pero mejor aún es conocerla.

Sean entusiastas del éxito.

Realicen lo grande partiendo de algo pequeño.

Sonrían y enriquezcan a alguien.

Encuentren algo hermoso cada día.

- Quiero agradecer a *Alfonso Díaz Furlong* y *Reyna Xoxocotzi Aguilar* por su amistad y apoyo incondicional en este trabajo de tesis, ahora sé que lo que ennoblece a un ser humano es su fortaleza para educar al prójimo, brindar su apoyo al que está angustiado y alegría a todo el que se encuentra en su camino. Gracias por enseñarme que siempre puedo seguir adelante, que lo que cuenta no es lo que tienes en la vida, sino a quién tienes en la vida, que me hace mucho más feliz dar que recibir, que defender aquello en lo que creo es la mejor forma de mostrar mis convicciones, pero sobre todo gracias porque he aprendido que aun cuando pienso que ya no tengo nada que dar, encuentro la fuerza para seguir. Les deseo

*Que hagan de sus momentos largas horas de amor,
y de sus inquietudes un remanso de paz.*

*Que en todas sus palabras, sus actos, su existir
estén acompañados el uno del otro.*

*Que juntos transformen los sucesos ordinarios sus vida
en sucesos extraordinarios.*

- Gracias a mis extraordinarios amigos *Perla*, *Yairan Guadalupe*, *Nancy Cinthia*, *Alfonso*, *Reyna*, *Ricardo*. Cada uno de ustedes es especial, porque cada uno ha compartido una parte de mi vida, cada uno sabe cuánto lo quiero porque he aprendido a decírselo, porque cada nuevo amigo que he ganado en la carrera de la vida me ha enriquecido.
- A mis profesores durante la carrera, gracias por compartirnos sus conocimientos, haciendo de nosotros mejores estudiantes.

- Gracias a todas esas personas que han formado parte de mi vida.
- La naturaleza, según las condiciones de que disponga y en tanto que sea posible, siempre hace la vida más bella y mejor gracias por llegar.

*Amable y silenciosa voy por la vida.
Escucho cuanto quieran decirme, y mi sonrisa
es elogio, respuesta, objeción, comentario,
advertencia y misterio...*

Matlalcuatzi Zamora Viridiana
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Puebla, Pue, 20 de Junio del 2014

Índice general

Resumen	1
Objetivos	3
1. Introducción	5
1.1. El Modelo Estándar.	5
1.1.1. Éxitos del Modelo Estándar.	6
1.1.2. Puntos abiertos del Modelo Estándar.	6
1.2. Física más allá del Modelo Estándar.	7
1.2.1. Supersimetría (SUSY)	7
1.2.2. Dimensiones Extras.	8
2. El Modelo Estándar	11
2.1. El Lagrangiano del ME.	11
2.1.1. Corrientes Cargadas y Corrientes Neutras.	13
2.1.2. Sector de Higgs.	19
2.1.3. Rompimiento de Simetría.	21
2.1.4. Sector de Yukawa.	27
2.2. Sector del Quark Top.	33
3. Modelo de Dimensiones Extras	37
3.1. Generalidades.	37
3.2. Campos en el Bulk.	37
3.2.1. Campo Escalar.	37
3.2.2. Campo Fermiónico.	39
3.2.3. Campo de Gauge (calibre).	41
3.3. Descomposición de Kaluza-Klein (KK).	43
3.3.1. Campo Escalar.	43
3.3.2. Campo Fermiónico.	44
3.3.3. Campo de Gauge.	44
3.4. Casos Específicos.	45
3.4.1. Dimensiones Extras Universales (UED).	45
3.4.2. Randall-Sundrum (RS).	46
4. Modelo de Randall-Sundrum	47
4.1. Generalidades del Modelo de Randall-Sundrum.	47
4.2. Solución al Problema de Jerarquía.	48
4.2.1. El Problema de Jerarquía.	48
4.2.2. Cancelación de la divergencias cuadráticas en un modelo de juguete de supersimetría.	50
4.3. Solución al Problema de Jerarquía en el Modelo de Randall-Sundrum.	51

4.4.	Consecuencias Físicas del Modelo RS.	52
4.5.	Orbivariiedad $S^1/(Z_2 \times Z'_2)$	52
4.6.	Modelo de Randall-Sundrum Mínimo Custodial (RSMC).	53
4.6.1.	Generalidades de RSMC.	53
4.6.2.	Fermiones en el bulk.	53
4.6.3.	Interacciones de Fermiones.	55
4.7.	Masas y Mezclas en RSMC.	56
4.7.1.	Estructura de la Matriz de Masa.	56
5.	Física del Quark Top en el Modelo de RSMC	65
5.1.	Corrientes Neutras que Cambian Sabor (FCNC).	65
5.2.	Lagrangiano de Corrientes Neutras con Cambio de Sabor (FCNC).	66
5.3.	Correcciones a nivel árbol de los modos de KK de los bosones de gauge.	67
5.4.	Decaimiento del Quark Top $t \rightarrow c\bar{l}$	70
6.	Conclusiones	75
A.	Diagonalización de la Matriz de Masa.	77
B.	Parámetros Físicos de la Matriz de Mezcla.	79
C.	Espacio Fase para dos-cuerpos.	81
D.	Grupos de Gauge.	83
D.1.	Grupos de Gauge Extendidos	83
D.1.1.	Grupo de Simetría $SU(2) \times U(1) \times U(1)'$	83
D.2.	Modelos $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U(1)$ en 4D	84
D.2.1.	Campos del Modelo e Interacciones de Gauge	85
D.3.	Modelos $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U(1)$ en la Geometría de RS	85
D.3.1.	Modelo RSMC $SU_L(2) \times SU_R(2)$	85

Resumen

Actualmente, se tiene una teoría coherente y extraordinariamente exitosa, el Modelo Estándar (ME), [1][2]. El ME es una teoría de gauge que describe los constituyentes fundamentales de la materia (fermiones), así como tres de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza (mediados por partículas llamadas bosones de gauge), que son la fuerza fuerte, la fuerza débil y la fuerza electromagnética. El ME es muy exitoso y ha superado las confrontaciones experimentales a las cuales ha sido sometido, exceptuando la masa de los neutrinos. Sin embargo a pesar del gran éxito del ME, éste deja sin contestar un número de preguntas, dentro de las cuales dos de ellas son, el problema de jerarquía y el problema del sabor.

Para dar solución a algunos de estos problemas, se han propuesto varias teorías y modelos, uno de los más interesantes es el Modelo de Mundos Brana, el cual fué propuesto por Lisa Randall y Raman Sundrum [14], en el que se propone un espacio- tiempo cinco dimensional con una métrica no factorizable.

En el modelo de Randall-Sundrum 1 (RS1), se considera un espacio-tiempo cinco dimensional con una porción del espacio con curvatura negativa (anti de-Sitter, AdS_5) que se encuentra limitada entre dos fronteras cuatro dimensionales, la brana de Planck (UV) y la brana de TeV (IR), y en la brana de TeV se encuentra localizado el ME, este tipo de modelo da una explicación al problema de jerarquía de gauge gracias a la estructura geométrica del mismo. Por otra parte se ha probado que éste modelo, también se puede aplicar para resolver el problema del sabor.

Lo que se estudia en esta tesis es la física involucrada con el quark top y sus decaimientos raros en el contexto del modelo de RSMC. En la primera parte se revisará el ME, en particular el mecanismo de generación de masas y mezclas de quarks, además se revisan los sectores cargados y neutros del ME. Dentro de esta primera parte también se estudia la física del quark top. En la segunda parte, se estudia el modelo de RS, aquí se revisa de manera general la estructura del modelo. Finalmente se estudia la física del top en el modelo de RSMC y se analiza el decaimiento raro del top $t \rightarrow c\bar{l}$ mediado por un bosón de gauge neutro Z' el cual se obtiene directamente de la geometría del modelo.

Para poder estudiar estos decaimientos se revisa primero el mecanismo de generación de masas y mezclas en el modelo de RSMC, para lo cual se hizo uso de texturas en las matrices de masa, en particular siguiendo la matriz propuesta por Koide, et. al.

Objetivos

Objetivo general

Estudiar y entender la física del sabor del Modelo Estándar, así como su versión $5D$ en el contexto del Modelo de Randall-Sundrum. Adquirir herramientas conceptuales y computacionales necesarias para realizar cálculos de procesos que involucren cambio de sabor para el quark top.

Objetivos específicos

- Estudiar y desarrollar el lagrangiano del Modelo Estándar.
- Entender la Física del quark top en el contexto del ME, evaluando los decaimientos más importantes del top en el ME.
- Estudiar un Modelo de física más allá del ME en particular el Modelo de RS.
- Estudiar y entender la física de sabor en el Modelo de RS.
- Estudiar y analizar procesos con cambio de sabor, en particular, el decaimiento raro del top $t \rightarrow c\bar{l}$.

Capítulo 1

Introducción

1.1. El Modelo Estándar.

Historicamente, a mediados del siglo pasado Sheldon Glashow, Steven Weinberg, Abdus Salam [1][2] [3], entre otros, unificaron la Electrodinámica Cuántica (QED) y las interacciones débiles en una sola teoría, la teoría electrodébil (EW). Posteriormente, a esta teoría se agregó una teoría de gauge de las interacciones fuertes llamada Cromodinámica Cuántica (QCD), dando lugar a una de las teorías más exitosas ahora bien conocida como el Modelo Estándar (ME).

El ME es una teoría cuántica-relativista basada en el grupo de gauge $SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$. En una teoría de gauge (*calibre*), como es el caso del ME, el lagrangiano permanece invariante en forma cuando todos los campos están sujetos a transformaciones de tipo local (gauge). Un campo de calibre es interpretado como una fuerza mediadora, la cual es una manifestación del intercambio de partículas pertenecientes a estos campos, además para una transformación de gauge se tiene asociado un grupo de simetría de gauge. Esta es una razón para escoger una teoría de gauge no-abeliana con simetría local para describir partículas fundamentales.

El ME describe los constituyentes fundamentales de la materia (fermiones, divididos en leptones y quarks), así como tres de las cuatro interacciones fundamentales de la naturaleza (mediados por partículas portadoras de la fuerza, bosones de gauge). Para la interacción electromagnética, el portador es el fotón (γ); de igual forma para la interacción débil, se tienen tres bosones de gauge asociados a ella, los bosones W^\pm y el bosón neutro Z^0 ; finalmente para la interacción fuerte se cuenta con ocho gluones como partículas mediadoras.

Si el grupo de gauge permanece sin romper, todos los bosones de norma permanecen sin masa. Sin embargo, experimentalmente se sabe que los bosones W^\pm y el bosón Z^0 tienen masas diferentes de cero. Así que el grupo de gauge del ME debe estar roto. En el ME esta rotura de simetría (de manera más clara, rotura espontánea de la simetría) es inducida por la existencia de un campo escalar (el campo de Higgs), el cual desarrolla un valor de expectación en el vacío (*VEV*). Al interaccionar los campos del ME con el campo de Higgs, éstos adquieren masa (excepto el fotón y los ocho gluones), esto es lo que se conoce como el Mecanismo de Higgs. De igual forma los diferentes fermiones del ME interacciones con el campo de Higgs y adquieren su masa, éstas interacciones se conocen como interacciones de Yukawa.

Como se hace mención anteriormente los fermiones están divididos en quarks y leptones y se agrupan en tres generaciones con propiedades idénticas pero con masas diferentes tal como se muestra en figura 1.1.

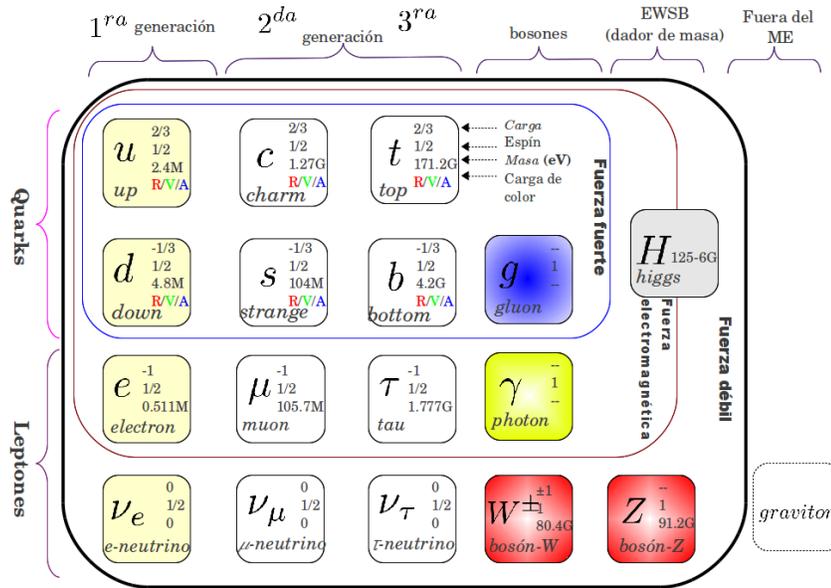


Figura 1.1: Partículas del Modelo Estándar

1.1.1. Éxitos del Modelo Estándar.

Como se ha mencionado anteriormente, el ME es muy exitoso, y ha superado todas las confrontaciones experimentales a las que ha sido sometido (exceptuando las masas de los neutrinos) por lo que es conveniente mencionar algunos de los éxitos de este modelo:

- El primer mayor éxito del ME se dio en un descubrimiento experimental en Noviembre de 1974, donde se encontró la partícula J/ψ , que fue la evidencia de la existencia del quark *charm* (c) predicho por Glashow, Iliopoulos y Maiani (GIM).¹
- La predicción más importante de la teoría electrodébil fué la existencia de los bosones de gauge masivos, es decir los cuantos del campo de Yang-Mills $SU(2)$, los cuales fueron descubiertos en 1983 en el Gran Colisionador de Electrones y Positrones (LEP) en CERN [6].
- En 1995 el descubrimiento del quark top en FNLA, con una precisión en su masa de acuerdo con correcciones radiactivas [7].
- Un éxito más del ME se da el 4 de Julio del 2012 con el descubrimiento del Bosón de Higgs [21][22].

1.1.2. Puntos abiertos del Modelo Estándar.

Sin embargo, a pesar del éxito del ME, esta teoría aún sigue siendo la teoría del casi todo, es decir no es la teoría final de la naturaleza, pues deja varias preguntas sin responder, sólo por mencionar algunas de ellas [8], se tiene:

- El problema de jerarquía de gauge, el cuál tiene relación con la gran diferencia entre la escala de Planck y la escala electrodébil ($M_{pl} \gg m_{ew}$).
- La existencia de tres familias de fermiones. ¿Podría existir una cuarta o más familias de fermiones?

¹Mediante el mecanismo de GIM, la interacción débil de corrientes neutras con cambio de sabor interfieren destructivamente, lo cual a nivel de árbol induce a una completa cancelación.

- ¿Por qué el ME no explica los valores de las masas y los ángulos de mezcla de los fermiones?
- El contenido de materia del universo que se ha estudiado al momento (materia luminosa) representa sólo el 4% de la composición del mismo, mientras que 23% es un diferente tipo de materia, que ha sido llamada Materia Oscura (DM) y un restante 73% el cual se denomina Energía Oscura (DE) y tiene relación con el problema de la constante cosmológica. Así pues el ME no explica, ¿qué es la materia oscura y la energía oscura?
- El contenido de materia y anti-materia en el universo temprano estaba en igual proporción; conforme el universo evolucionó, la materia fué dominando sobre la anti-materia. Ahora la pregunta es ¿por qué hay una asimetría entre la materia y antimateria?. La violación de CP en el ME no es suficiente para explicar esta asimetría.
- Los neutrinos en el ME se considerarán no masivos, sin embargo, evidencia reciente ha mostrado que al menos dos de ellos tendrían una masa pequeña pero diferente de cero (oscilación de neutrinos). ¿Por qué el ME no explica la existencia de neutrinos masivos?
- Las interacciones gravitacionales no están incluidas en el marco del ME. ¿Por qué?

1.2. Física más allá del Modelo Estándar.

Para dar solución a algunas de las interrogantes que el ME deja sin contestar, han surgido una gran cantidad de teorías y modelos que han intentado dar solución a uno o varios de estos problemas. Sin embargo, muchas de estas teorías han traído consigo más preguntas, las cuales en ocasiones resultan ser más complejas que las expuestas por el propio ME. Algunas de estas teorías son por ejemplo:

- Teorías de Gran Unificación (GUT's).
- Supersimetría (SUSY) y Supergravedad (SUGRA).
- Dimensiones Extras.

1.2.1. Supersimetría (SUSY)

Supersimetría se puede definir como una extensión de la simetría que posee un espacio-tiempo vacío: ésta última es conocida como simetría de Poincaré, e incluye la invariancia del espacio-tiempo bajo rotaciones y traslaciones. El ME es una teoría de partículas en donde se obedece la simetría de Poincaré. Por lo tanto, una extensión supersimétrica del ME involucra una teoría donde las partículas y sus interacciones obedezcan esta simetría más grande, que es la supersimetría. Es posible demostrar que este tipo de generalización es matemáticamente consistente. Además en el Modelo Estándar Mínimo Supersimétrico (MSSM) se encuentra una aceptable unificación de las fuerzas del ME. Una de las razones de estudiar SUSY es el poder incorporar la fuerza Gravitacional.

Una consecuencia directa de la supersimetría, es que a cada partícula es necesario asociarle una compañera supersimétrica (es decir los operadores que extienden el álgebra de Poincaré transforman fermiones en bosones y viceversa [2]), con exactamente las mismas propiedades salvo por su espín.² Es por esto que en una versión supersimétrica del ME es necesario duplicar el número de partículas elementales y el conjunto de partículas de la teoría se ve como en la figura 1.2.

²El espín es una propiedad intrínseca de las partículas elementales, como su masa o carga eléctrica, y que tiene sentido únicamente gracias a las leyes de la Mecánica Cuántica. Básicamente, el espín de una partícula nos dice como ésta se transforma bajo rotaciones y otras simetrías del grupo de Poincaré.

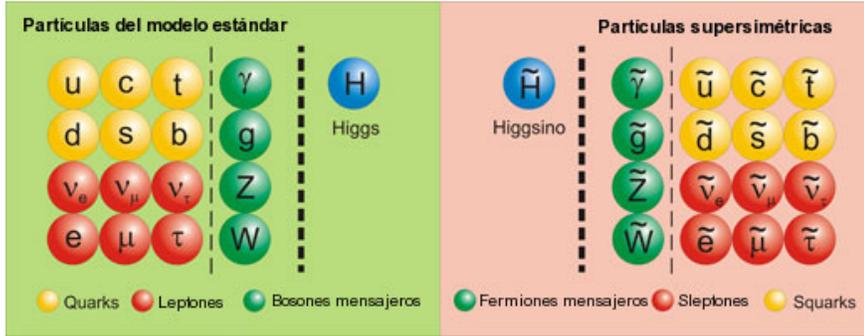


Figura 1.2: Partículas del Modelo Estándar y partículas supersimétricas

Tener que añadir todo este nuevo zoológico de partículas a las que ya conocemos puede parecer una consecuencia molesta de la supersimetría, puesto que en principio no necesitamos estas partículas para describir ninguna interacción fundamental. Sin embargo, es gracias a la existencia de estos compañeros supersimétricos que es posible resolver el problema de la jerarquía, el cual es un punto abierto del ME. A pesar de que la idea de supersimetría es una de las ideas teóricas más elegantes en la Física de Altas Energías, uno puede notar que en su estado puro no puede describir el Universo en el que vivimos. Esto es porque, si la supersimetría fuese una simetría de la Naturaleza, dos compañeros supersimétricos como el top y el stop tendrían la misma masa. Sin embargo, puesto que ya se han observado todas las partículas del ME y nunca se ha encontrado hasta ahora, un compañero supersimétrico de ninguna de ellas, nos lleva a anular la posibilidad de que el top y el stop puedan tener la misma masa.

1.2.2. Dimensiones Extras.

La idea de tener una teoría unificada en espacios de más dimensiones, se remota al trabajo de Nordström en 1914 [9] y posteriormente con Theodor Kaluza [10], en el cual se tiene una teoría que unifica las interacciones gravitacionales con las electromagnéticas por medio de la teoría de la relatividad general de Einstein en un escenario de cinco dimensiones (4+1). Posteriormente Oskar Klein [11], explicó, por medio de la compactación el porque del tamaño tan pequeño de la dimensión extra, la idea de dimensiones extras resurgió mucho tiempo después con las teorías de supergravedad y teoría de cuerdas las cuales son consistentes si existen dimensiones extras.

Dentro de estos modelos de dimensiones extras podemos encontrar los modelos de mundos brana, los cuales tienen sus orígenes con el trabajo de Arkani-Hamed, Dimopoulos y Dvali [12] (la diferencia entre estos modelos de cuerdas, es que en éstos últimos el tamaño de la dimensión extra es del orden de la longitud de Planck) las motivaciones para estudiar mundos brana son las siguientes: [13]

- Resolver el problema de jerarquía de gauge.
- Explicación de las masas y mezclas de los fermiones.
- Nuevas fuentes de violación de CP y corrientes neutras que cambian sabor (FCNC).

Otro modelo de mundos brana es el propuesto por Lisa Randall y Raman Sundrum [14] en el cual se propone un espacio tiempo cinco dimensional con una métrica no factorizable. En el modelo conocido como RS1, una porción de un espacio con curvatura negativa (anti de-Sitter, AdS_5) se encuentra encerrado entre dos 3-branas, y en una de ellas se encuentra localizado el ME, éste tipo de modelos dan una explicación al problema de jerarquía de gauge gracias a la estructura

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.2. FÍSICA MÁS ALLÁ DEL MODELO ESTÁNDAR.

geométrica del modelo. Posteriormente se observó que si los campos del ME se promueven a campos en el bulto [14] (es decir en la dimensión extra), el modelo explica la jerarquía de los acoplamientos de Yukawa, las masas y mezclas de los diferentes fermiones, esto debido a las diferentes localizaciones de los fermiones en la dimensión extra. Es justamente en este contexto del modelo de RS1 en el que se desarrolla esta tesis.

Esta tesis está organizada de la siguiente manera: en el capítulo 2 se desarrolla con más detalle el ME, enfatizando en el grupo de gauge del ME, se obtendrá el lagrangiano del mismo en donde se hará una distinción entre corrientes cargadas (CC) y corrientes neutras (CN), finalmente se analizará los sectores de Higgs, Yukawa y el sector del quark top; en el capítulo 3 se discutirá el Modelo de Dimensiones Extras donde se analiza con detalles las generalidades del modelo, los campos en el bulk, la descomposición de Kaluza-Klein y posteriormente se hace énfasis en dos casos específicos, el modelo UED y el modelo RS; el capítulo 4 se dedica exclusivamente al estudio del Modelo RS, revisando las generalidades del modelo, la solución que el modelo da al problema de jerarquía, enseguida se revisará brevemente el Modelo de Randall-Sundrum Mínimo Custodial (RSMC); en el capítulo 5 se estudia la física del quark top en el modelo de RSMC; en el capítulo 6 se dan las conclusiones de este trabajo. En los apéndice ubicados al final de esta tesis se dan las herramientas necesarias para el desarrollo de la misma.

Capítulo 2

El Modelo Estándar

El Modelo Estándar describe tres de las cuatro fuerzas fundamentales, la fuerza fuerte, la fuerza débil y la fuerza electromagnética. Para incluir la interacción fuerte tratada como una interacción de gauge basada en el grupo de color $SU_C(3)$, como los leptones son insensibles a esta fuerza, estos son representados como singletes bajo $SU_C(3)$ (también el Higgs), pero los quarks son representados mediante tripletes. Evidentemente como el generador del grupo de color conmuta con el isospín débil y la hipercarga débil, el grupo de simetría de gauge es el producto directo de los grupos [19]

$$SU_C(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$$

Sin embargo, en este capítulo solo se describirá la teoría unificada de las interacciones débiles y electromagnéticas. Esta teoría que se desarrolló es una teoría de gauge no-abeliana, la cual es invariante ante transformaciones de tipo local, además de ser renormalizable [19]. Comenzaremos por describir a detalle el modelo de una generación del ME, incluyendo la identificación del grupo de simetría de gauge del subsecuente rompimiento espontáneo y la generación de las masas de los fermiones y bosones de gauge.

Antes del rompimiento espontáneo de simetría, el grupo de simetría electrodébil es $SU_L(2) \times U_Y(1)$, después el grupo es rotó al grupo electromagnético $U_{em}(1)$. Sin embargo, la simetría del grupo $SU_C(3)$ permanece sin romper.

2.1. El Lagrangiano del ME.

En esta sección, se presentará el lagrangiano del ME de la teoría electrodébil que tiene como grupo de simetría de gauge $SU_L(2) \times U_Y(1)$. El grupo de simetría de $SU_L(2)$, es llamado el grupo de simetría de isospín débil, donde el subíndice L indica que los elementos del grupo actúan de forma no trivial sobre las componentes izquierdas quirales de los campos fermiónicos (las componentes derechas quirales de los campos fermiónicos son representadas mediante singletes, bajo las transformaciones del grupo de isospín débil)[23]. Este grupo tiene tres generadores

$$I_a \quad (a = 1, 2, 3). \quad (2.1)$$

Los generadores del grupo satisfacen las relaciones de conmutación de momento angular

$$[I_a, I_b] = i\epsilon_{abc}I_c. \quad (2.2)$$

En la representación dos-dimensional los generadores son $I_a = \frac{\sigma_a}{2}$, donde las σ_a , ($a = 1, 2, 3$) son las matrices de Pauli¹. El grupo de simetría $U_Y(1)$, es el llamado grupo de simetría de hipercarga.

¹

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

Es generado por la hipercarga Y , el cual está conectado con I_3 y el operador de carga por la relación de Gell-Mann-Nishijima²

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}. \quad (2.3)$$

Para tener invariancia local, debemos introducir tres campos de gauge bosónicos vectoriales A_a^μ , ($a = 1, 2, 3$), del grupo $SU_L(2)$ y un campo de gauge bosónico vectorial B^μ asociado con el generador Y del grupo $U_Y(1)$. Además se debe reemplazar la derivada normal ∂_μ en el lagrangiano por la derivada covariante D_μ ,

$$D_\mu = \partial_\mu + ig\mathbf{A}_\mu \cdot \mathbf{I} + ig' B_\mu \frac{Y}{2}, \quad (2.4)$$

donde,

$$\mathbf{A}^\mu \cdot \mathbf{I} \equiv \sum_{a=1}^3 A_a^\mu I_a \begin{cases} \mathbf{A}_\mu \equiv (A_1^\mu, A_2^\mu, A_3^\mu) \\ \mathbf{I} \equiv (I_1, I_2, I_3) \end{cases}.$$

Lo siguiente para la construcción de la teoría electrodébil es escoger la representación de los campos fermiónicos. Las componentes quirales izquierdas de los campos fermiónicos están agrupados en dobletes de isospín débil y las componentes derechas están representadas por singletes.

- Dobletes de isospín débil izquierdos

$$L'_{eL} = \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ e'_L \end{pmatrix}, \quad L'_{\mu L} = \begin{pmatrix} \nu'_{\mu L} \\ \mu'_L \end{pmatrix}, \quad L'_{\tau L} = \begin{pmatrix} \nu'_{\tau L} \\ \tau'_L \end{pmatrix},$$

$$Q'_{1L} = \begin{pmatrix} u'_L \\ d'_L \end{pmatrix}, \quad Q'_{2L} = \begin{pmatrix} c'_L \\ s'_L \end{pmatrix}, \quad Q'_{3L} = \begin{pmatrix} t'_L \\ b'_L \end{pmatrix},$$

- Y singletes derechos³,

$$l'_{eR} \equiv e'_R, \quad l'_{\mu R} \equiv \mu'_R, \quad l'_{\tau R} \equiv \tau'_R, \quad (2.5)$$

$$q'^U_{uR} \equiv u'_R, \quad q'^U_{cR} \equiv c'_R, \quad q'^U_{tR} \equiv t'_R, \quad (2.6)$$

$$q'^D_{dR} \equiv d'_R, \quad q'^D_{sR} \equiv s'_R, \quad q'^D_{bR} \equiv b'_R. \quad (2.7)$$

Las primas sobre los campos fermiónicos son necesarias puesto que esto significa que en general no tienen una masa bien definida, pero son combinaciones lineales de campos con masa definida.

El lagrangiano electrodébil, el lagrangiano más general renormalizable invariante bajo el grupo de simetría local $SU_L(2) \times U_Y(1)$ escrito en términos de los campos fermiónicos, los campos

²Más aún la relación de Gell-Mann-Nishijima implica la unificación de las interacciones débiles y electromagnéticas.

³En lo siguiente se usará, por ejemplo, la notación αR en fórmulas compactas donde se suma sobre los índices de sabor $\alpha = e, \mu, \tau$. Cuando los campos son necesarios explícitamente, se escribirá, por ejemplo, $eR, \mu R, \tau R$.

bosónicos de gauge y un doblete de Higgs $\Phi(x)$ [23], es

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & i \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{L}'_{\alpha L} \not{D} L'_{\alpha L} + i \sum_{\alpha=1,2,3} \bar{Q}'_{\alpha L} \not{D} Q'_{\alpha L} + i \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{l}'_{\alpha R} \not{D} l'_{\alpha R} \\
& + i \sum_{\alpha=u,c,t} \bar{q}'^U_{\alpha R} \not{D} q'^U_{\alpha R} + i \sum_{\alpha=d,s,b} \bar{q}'^D_{\alpha R} \not{D} q'^D_{\alpha R} - \frac{1}{4} \mathbf{A}_{\mu\nu} \mathbf{A}^{\mu\nu} \\
& - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + (D_\rho \Phi)^\dagger (D^\rho \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \\
& - \sum_{\alpha,\beta=e,\mu,\tau} (Y'_{\alpha\beta} \bar{L}'_{\alpha L} \Phi l'_{\beta R} + Y'^{*}_{\alpha\beta} \bar{l}'_{\beta R} \Phi^\dagger L'_{\alpha L}) \\
& - \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=u,c,t} (Y'^U_{\alpha\beta} \bar{Q}'_{\alpha L} \Phi q'^U_{\beta R} + Y'^{U*}_{\alpha\beta} \bar{q}'^U_{\beta R} \Phi^\dagger Q'_{\alpha L}) \\
& - \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=d,s,b} (Y'^D_{\alpha\beta} \bar{Q}'_{\alpha L} \Phi q'^D_{\beta R} + Y'^{D*}_{\alpha\beta} \bar{q}'^D_{\beta R} \Phi^\dagger Q'_{\alpha L}). \tag{2.8}
\end{aligned}$$

Sin embargo, por el momento sólo se discute el lagrangiano para una generación de leptones y quarks, se tiene el siguiente lagrangiano:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & i \bar{L}_L \not{D} L_L + i \bar{Q}_L \not{D} Q_L + \sum_{f=e,u,d} i \bar{f}_R \not{D} f_R \\
& - \frac{1}{4} \mathbf{A}_{\mu\nu} \mathbf{A}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} \\
& + (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - \mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^\dagger \\
& - y^e (\bar{L}_L \Phi e_R + \bar{e}_R \Phi^\dagger L_L) - y^d (\bar{Q}_L \Phi d_R + \bar{d}_R \Phi^\dagger Q_L) \\
& - y^u (\bar{Q}_L \Phi u_R + \bar{u}_R \Phi^\dagger Q_L), \tag{2.9}
\end{aligned}$$

Partiendo del lagrangiano anterior se deriva las interacciones entre los fermiones y la física de los bosones de gauge. Se comienza expandiendo las derivadas covariantes en la primera línea y omitiendo los términos cinéticos, se obtiene el lagrangiano de interacción

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{int} = & i \bar{L}_L \not{D} L_L + i \bar{Q}_L \not{D} Q_L + \sum_{f=e,u,d} i \bar{f}_R \not{D} f_R \\
= & i \bar{L}_L \left(ig \mathbf{A} \cdot \frac{\sigma}{2} + ig' \mathcal{B} \frac{Y}{2} \right) L_L + i \bar{Q}_L \left(ig \mathbf{A} \cdot \frac{\sigma}{2} + ig' \mathcal{B} \frac{Y}{2} \right) Q_L \\
& + i \bar{e}_R \left(ig' \mathcal{B} \frac{Y}{2} \right) e_R + i \bar{u}_R \left(ig' \mathcal{B} \frac{Y}{2} \right) u_R + i \bar{d}_R \left(ig' \mathcal{B} \frac{Y}{2} \right) d_R \\
= & -\frac{1}{2} \bar{L}_L (g \mathbf{A} \cdot \sigma + g' \mathcal{B}) L_L - \frac{1}{2} \bar{Q}_L \left(g \mathbf{A} \cdot \sigma + \frac{1}{3} g' \mathcal{B} \right) Q_L \\
& + g' \bar{e}_R \mathcal{B} e_R - \frac{2}{3} g' \bar{u}_R \mathcal{B} u_R + \frac{1}{3} g' \bar{d}_R \mathcal{B} d_R. \tag{2.10}
\end{aligned}$$

2.1.1. Corrientes Cargadas y Corrientes Neutras.

De la ec. (2.10) se obtendrán las corrientes cargadas (CC) y corrientes neutras (NC) para el sector de leptones y para el sector de quarks.

- Leptones.

$$\mathcal{L}_{int}^{lep} = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} \bar{\nu}_{eL} & \bar{e}_L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} g \mathcal{A}_3 - g' \mathcal{B} & g (\mathcal{A}_1 - i \mathcal{A}_2) \\ g (\mathcal{A}_1 + i \mathcal{A}_2) & -g \mathcal{A}_3 - g' \mathcal{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L \end{pmatrix} + g' \bar{e}_R \mathcal{B} e_R, \tag{2.11}$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

Al separar este lagrangiano, obtenemos

$$\mathcal{L}_{int,l}^{CC} = -\frac{g}{2} \{ \bar{\nu}_{eL} (\mathcal{A}_1 - i\mathcal{A}_2) e_L + \bar{e}_L (\mathcal{A}_1 + i\mathcal{A}_2) \nu_{eL} \}, \quad (2.12)$$

$$\mathcal{L}_{int,l}^{NC} = -\frac{1}{2} \{ \bar{\nu}_{eL} (g\mathcal{A}_3 - g'\mathcal{B}) \nu_{eL} - \bar{e}_L (g\mathcal{A}_3 + g'\mathcal{B}) e_L - 2g'\bar{e}_R\mathcal{B}e_R \}, \quad (2.13)$$

Definiendo el campo W^μ que aniquila W^+ y W^- como

$$W^\mu \equiv \frac{A_1^\mu - iA_2^\mu}{\sqrt{2}} \quad (2.14)$$

se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int,l}^{CC} &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} \{ \bar{\nu}_{eL} W e_L + \bar{e}_L W^\dagger \nu_{eL} \} \\ &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} \bar{\nu}_e \gamma^\nu (1 - \gamma^5) e W_\nu + H.c. \\ &= -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_{W,L}^\mu W_\mu + H.c., \end{aligned} \quad (2.15)$$

donde $j_{W,L}^\mu$ es la corriente cargada leptónica

$$\begin{aligned} j_{W,L}^\mu &= \bar{\nu}_e \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e \\ &= 2\bar{\nu}_e \gamma^\mu e_L. \end{aligned} \quad (2.16)$$

El lagrangiano (2.15) genera los acoplamientos trilineales representados por los diagramas:

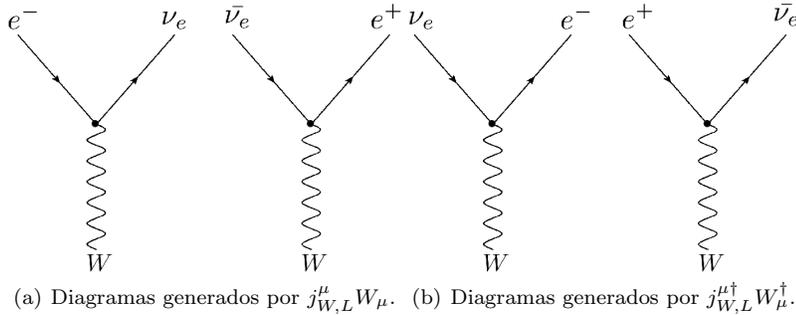


Figura 2.1: Diagramas de interacción de leptones con el bosón W .

Ahora considerando el lagrangiano de corrientes neutras ec. (2.13). La teoría debe incluir interacciones electromagnéticas descritas por la electrodinámica cuántica (QED)

$$\mathcal{L}_{int,l}^\gamma = -e j_{\gamma,L}^\mu A_\mu, \quad (2.17)$$

donde e es la carga eléctrica elemental, A^μ es el campo electromagnético y $j_{\gamma,L}^\mu$ es la corriente electromagnética leptónica.

$$j_{\gamma,L}^\mu = -\bar{e} \gamma^\mu e \quad (2.18)$$

El lagrangiano de QED puede ser obtenido como parte del lagrangiano de corrientes neutras en la ec. (2.13) expresando el campo electromagnético A^μ como una combinación lineal apropiada de A_3^μ y B^μ .

$$A^\mu = \sin \theta_w A_3^\mu + \cos \theta_w B^\mu, \quad (2.19)$$

$$Z^\mu = \cos \theta_w A_3^\mu - \sin \theta_w B^\mu. \quad (2.20)$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

Donde θ_w es el ángulo débil o de Weinberg (Propuesto por Glashow en 1961). Insertando las ecs. (2.19) y (2.20) en el lagrangiano de corrientes neutras, se obtiene

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int,l}^{NC} &= -\frac{1}{2} \{ \bar{\nu}_{eL} [(g \cos \theta_w + g' \sin \theta_w) \not{Z} + (g \sin \theta_w - g' \cos \theta_w) \not{A}] \nu_{eL} \} \\ &+ \frac{1}{2} \{ \bar{e}_L [(g \cos \theta_w - g' \sin \theta_w) \not{Z} + (g \sin \theta_w + g' \cos \theta_w) \not{A}] e_L \} \\ &+ \frac{1}{2} g' \bar{e}_R [-\sin \theta_w \not{Z} + \cos \theta_w] e_R.\end{aligned}\quad (2.21)$$

Los neutrinos no tienen carga, así que no se acoplan al fotón, es decir no se acoplan al campo electromagnético. Poniendo los respectivos coeficientes a cero, se obtiene

$$g \sin \theta_w = g' \cos \theta_w \quad \Rightarrow \quad \tan \theta_w = \frac{g'}{g}, \quad (2.22)$$

esta es una relación importante puesto que conecta las dos constantes de acoplamiento g y g' del ME con el ángulo débil de mezcla θ_w . Sustituyendo (2.22) en (2.21), se obtiene

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{int,l}^{NC} &= -\frac{g}{2 \cos \theta_w} \{ \bar{\nu}_{eL} \not{Z} \nu_{eL} - (1 - 2 \sin^2 \theta_w) \bar{e}_L \not{Z} e_L + 2 \sin^2 \theta_w \bar{e}_R \not{Z} e_R \} \\ &+ g \sin \theta_w \bar{e} \not{A} e.\end{aligned}\quad (2.23)$$

Como el último término del acoplamiento del campo del electrón con el campo electromagnético, debe coincidir con el lagrangiano de QED, entonces

$$g \sin \theta_w = e \quad (2.24)$$

$$g' \cos \theta_w = e \quad (2.25)$$

$$g^2 + g'^2 = e^2 \quad (2.26)$$

Tal que el lagrangiano de NC puede ser escrito como

$$\mathcal{L}_{int,l}^{NC} = \mathcal{L}_{int,l}^Z + \mathcal{L}_{int,l}^\gamma, \quad (2.27)$$

donde $\mathcal{L}_{int,l}^Z$ es el lagrangiano de NC débil dado por

$$\mathcal{L}_{int,l}^Z = -\frac{g}{2 \cos \theta_w} j_{Z,l}^\mu Z_\mu, \quad (2.28)$$

donde

$$j_{Z,l}^\mu = 2g_L^\nu \bar{\nu}_{eL} \gamma^\mu \nu_{eL} + 2g_L^l \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + 2g_R^l \bar{e}_R \gamma^\mu e_R. \quad (2.29)$$

Aquí, se ha introducido los coeficientes g_L^ν , g_L^l y g_R^l cuyos valores son obtenidos de la ec. (2.23), están dados en la tabla siguiente. En general, los valores de los coeficientes g_L^f y g_R^f

<i>Fermiones</i>	g_L	g_R	g_V	g_A
ν_e, ν_μ, ν_τ	$g_L^\nu = \frac{1}{2}$	$g_R^\nu = 0$	$g_V^\nu = \frac{1}{2}$	$g_A^\nu = \frac{1}{2}$
e, μ, τ	$g_L^l = -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_w$	$g_R^l = \sin^2 \theta_w$	$g_V^l = -\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_w$	$g_A^l = -\frac{1}{2}$
u, c, t	$g_L^U = \frac{1}{2} - \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$g_R^U = -\frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$g_V^U = \frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_w$	$g_A^U = \frac{1}{2}$
d, s, b	$g_L^D = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \sin^2 \theta_w$	$g_R^D = \frac{1}{3} \sin^2 \theta_w$	$g_V^D = -\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_w$	$g_A^D = -\frac{1}{2}$

Tabla 2.1: Valores de g_L, g_R, g_V y g_A , para los campos fermiónicos. Los superíndices ν, l, U, D , indican, respectivamente, un neutrino, un leptón cargado, quark tipo-U, quark tipo-D.

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

para un campo fermiónico f está dado por

$$g_L^f = I_3^f - q_f \sin^2 \theta_w, \quad (2.30)$$

$$g_R^f = -q_f \sin^2 \theta_w, \quad (2.31)$$

donde I_3^f es el valor de la tercer componente del isospín débil y q_f es la carga eléctrica del fermión en unidades de la carga e . Debido a la mezcla de A_3^μ y B^μ uno puede ver que las interacciones débiles de corrientes neutras no sólo involucran su componente izquierda, sino también su parte derecha.

La corriente leptónica puede ser escrita como

$$j_{Z,L}^\mu = \bar{\nu}_e \gamma^\mu (g_V^\nu - g_A^\nu \gamma^5) \nu_e + \bar{e} \gamma^\mu (g_V^l - g_A^l \gamma^5) e, \quad (2.32)$$

donde, se ha introducido el usado generalmente acoplamiento vector-Axial $g_V^{\nu,L}$ y $g_V^{l,L}$ para neutrinos y leptones cargados. En general, los valores de los coeficientes g_L^f y g_R^f para un campo fermiónico f esta dado por

$$g_L^f = g_L^f + g_R^f = I_3^f - q_f \sin^2 \theta_w, \quad (2.33)$$

$$g_R^f = g_L^f - g_R^f = I_3^f. \quad (2.34)$$

El lagrangiano de interacción de corrientes neutras débiles leptónicas describe los acoplamientos trilineales descritos por los diagramas

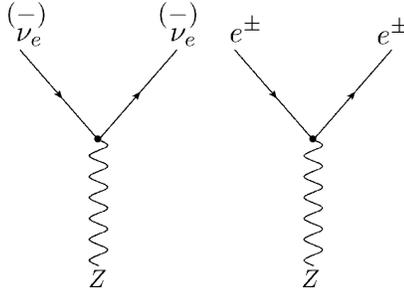


Figura 2.2: Diagramas de interacción de leptones con el bosón Z .

Y el lagrangiano de interacción electromagnético leptónico describe los acoplamientos trilineales representados por el diagrama

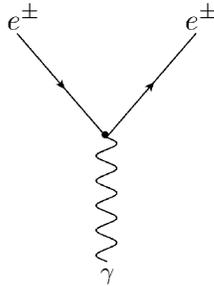


Figura 2.3: Diagramas de interacción de leptones con el fotón γ .

■ Quarks.

Para el sector de quarks se tiene el lagrangiano de interacción, obtenido de la ec. (2.10)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{int}^Q &= -\frac{1}{2} (\bar{u}_L \quad \bar{d}_L) \begin{pmatrix} gA_3 + \frac{1}{3}g'\not{B} & g(A_1 - iA_2) \\ g(A_1 + iA_2) & -gA_3 + \frac{1}{3}g'\not{B} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix} \\ &- \frac{2}{3}g'\bar{u}_R\not{B}u_R + \frac{1}{3}g'\bar{d}_R\not{B}d_R. \end{aligned} \quad (2.35)$$

Siguiendo el mismo procedimiento que en el caso de los leptones, se encuentra el lagrangiano de corrientes cargadas

$$\mathcal{L}_{int,Q}^{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}}j_{W,Q}^\mu W_\mu + H.c., \quad (2.36)$$

donde

$$j_{W,Q}^\mu = \bar{u}\gamma^\mu(1-\gamma^5)d = 2\bar{u}_L\gamma^\mu d_L. \quad (2.37)$$

Este lagrangiano de interacción genera los acoplamientos trilineales representados por los diagramas

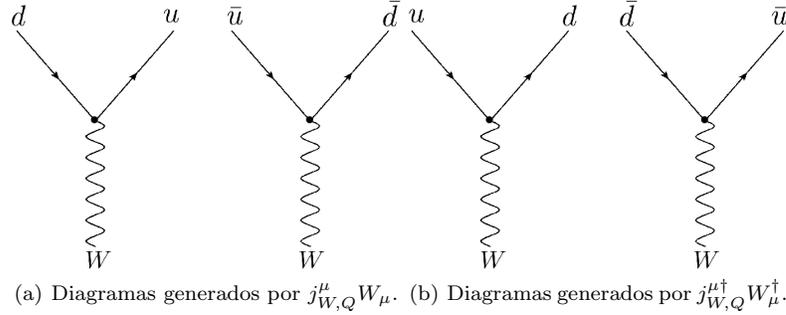


Figura 2.4: Diagramas de interacción de quarks con el bosón W .

El lagrangiano de interacción de corrientes neutras puede ser separado en su parte débil y su parte electromagnética como en el caso de los leptones

$$\mathcal{L}_{int,Q}^{NC} = \mathcal{L}_{int,Q}^Z + \mathcal{L}_{int,Q}^\gamma, \quad (2.38)$$

$$\mathcal{L}_{int,Q}^\gamma = -ej_{\gamma,Q}^\mu A_\mu, \quad (2.39)$$

$$\mathcal{L}_{int,Q}^Z = -\frac{g}{2\cos\theta_w}j_{Z,Q}^\mu Z_\mu. \quad (2.40)$$

La corriente electromagnética de quarks es

$$j_{\gamma,Q}^\mu = \frac{2}{3}\bar{u}\gamma^\mu u - \frac{1}{3}\bar{d}\gamma^\mu d, \quad (2.41)$$

y la corriente neutra débil para los quarks está dada por

$$\begin{aligned} j_{Z,Q}^\mu &= 2g_L^U\bar{u}_L\gamma^\mu U_L + 2g_R^U\bar{u}_R\gamma^\mu u_R + 2g_L^D\bar{d}_L\gamma^\mu d_L + 2g_R^D\bar{d}_R\gamma^\mu d_R \\ &= \bar{u}\gamma^\mu(g_V^U - g_A^U\gamma^5)u + \bar{d}\gamma^\mu(g_V^D - g_A^D\gamma^5)d. \end{aligned} \quad (2.42)$$

El lagrangiano de interacción de corrientes neutras débiles de quarks describen los siguientes acoplamientos trilineales, representados por los diagramas (2.5)

Y el lagrangiano de interacción electromagnético de quarks describe los acoplamientos trilineales dados por (2.6)

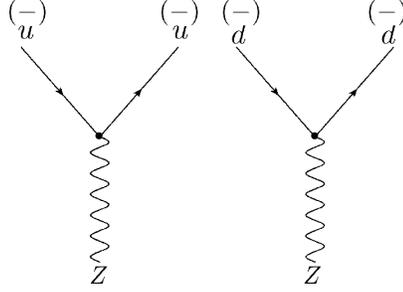


Figura 2.5: Diagramas de interacción de quarks con el bosón Z .

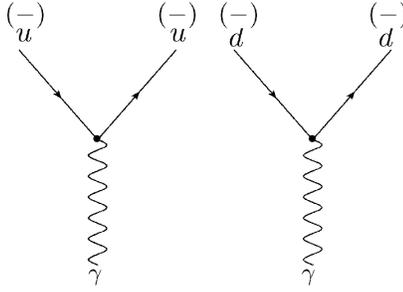


Figura 2.6: Diagramas de interacción de quarks con el bosón γ .

Tres generaciones

Generalizando los resultados anteriores para el caso de tres generaciones, se obtiene que el lagrangiano de interacción luce como

$$\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_{int}^{CC} + \mathcal{L}_{int}^{(\gamma)} + \mathcal{L}_{int}^{(Z)}. \quad (2.43)$$

El lagrangiano de interacción EM es

$$\mathcal{L}_{int}^{(\gamma)} = -e j_{\gamma}^{\rho} A_{\rho}. \quad (2.44)$$

donde

$$j_{\gamma}^{\rho} = j_{\gamma,L}^{\rho} + j_{\gamma,Q}^{\rho}, \quad (2.45)$$

$$j_{\gamma,L}^{\rho} = - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{l}_{\alpha} \gamma^{\rho} l'_{\alpha}, \quad (2.46)$$

$$j_{\gamma,Q}^{\rho} = \frac{2}{3} \sum_{\alpha=u,c,t} \bar{q}'_{\alpha} \gamma^{\rho} q'_{\alpha} - \frac{1}{3} \sum_{\alpha=d,s,b} \bar{q}'_{\alpha} \gamma^{\rho} q'_{\alpha}. \quad (2.47)$$

El lagrangiano de corriente cargada débil es

$$\mathcal{L}_{int}^{CC} = -\frac{g}{2\sqrt{2}} j_W^{\rho} W_{\rho} + H.c. \quad (2.48)$$

donde

$$j_W^{\rho} = j_{W,L}^{\rho} + j_{W,Q}^{\rho}, \quad (2.49)$$

$$j_{W,L}^\rho = 2 \left(\bar{\nu}'_{eL} \gamma^\rho e'_L + \bar{\nu}'_{\mu L} \gamma^\rho \mu'_L + \bar{\nu}'_{\tau L} \gamma^\rho \tau'_L \right), \quad (2.50)$$

$$j_{W,Q}^\rho = 2 \left(\bar{u}'_L \gamma^\rho d'_L + \bar{e}'_L \gamma^\rho s'_L + \bar{t}'_L \gamma^\rho b'_L \right). \quad (2.51)$$

El lagrangiano de corrientes neutras es

$$\mathcal{L}_{int}^{(Z)} = -\frac{g}{2C_w} j_Z^\rho Z_\rho. \quad (2.52)$$

donde

$$j_Z^\rho = j_{Z,L}^\rho + j_{Z,Q}^\rho, \quad (2.53)$$

$$j_{Z,L}^\rho = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \left(g_L^l \bar{l}'_{\alpha L} \gamma^\rho l'_{\alpha L} + g_R^l \bar{l}'_{\alpha R} \gamma^\rho l'_{\alpha R} \right) + 2g_L^{\nu} \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{\nu}'_{\alpha L} \gamma^\rho \nu'_{\alpha L}, \quad (2.54)$$

$$\begin{aligned} j_{Z,Q}^\rho &= 2 \sum_{\alpha=u,c,t} \left(g_L^U \bar{q}'_{\alpha L} \gamma^\rho q'_{\alpha L} + g_R^U \bar{q}'_{\alpha R} \gamma^\rho q'_{\alpha R} \right) \\ &+ 2 \sum_{\alpha=d,s,b} \left(g_L^D \bar{q}'_{\alpha L} \gamma^\rho q'_{\alpha L} + g_R^D \bar{q}'_{\alpha R} \gamma^\rho q'_{\alpha R} \right). \end{aligned} \quad (2.55)$$

Con

$$q'_{u,L}{}^U = u'_L \quad q'_{c,L}{}^U = c'_L \quad q'_{t,L}{}^U = t'_L, \quad (2.56)$$

$$q'_{d,L}{}^D = d'_L \quad q'_{s,L}{}^D = s'_L \quad q'_{b,L}{}^D = b'_L. \quad (2.57)$$

2.1.2. Sector de Higgs.

En el ME, las masas de los bosones de gauge W y Z , también como las masas de los fermiones, son generadas mediante el Mecanismo de Higgs. Implementado por un doblete de Higgs

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \varphi^\dagger(x) \\ \varphi^0(x) \end{pmatrix}, \quad (2.58)$$

donde, $\varphi^\dagger(x)$ es un campo escalar complejo cargado y $\varphi^0(x)$ es un campo escalar complejo sin carga. Los números cuánticos de gauge del campo de Higgs se lista enseguida

	I	I_3	Y	Q
$\varphi^\dagger(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	+1	1
$\varphi^0(x)$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	+1	0

Tabla 2.2: Eigenvalores del isospín I , de su tercer generador I_3 , de la hipercarga y de la carga del doblete de Higgs.

El lagrangiano del sector de Higgs es

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2, \quad (2.59)$$

donde el $\lambda > 0$ y tomando que $\mu^2 < 0$, para realizar el rompimiento espontáneo de simetría del grupo electrodébil al grupo electromagnético mediante un VEV.

En la norma unitaria⁴, el doblete de Higgs que se tiene,

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + H(x) \end{pmatrix}, \quad (2.60)$$

⁴En la norma unitaria no hay bosones de Goldstone.

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

y

$$D_\mu(x)\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\begin{array}{c} i\frac{g}{\sqrt{2}}W_\mu(x)[v+H(x)] \\ \partial_\mu H(x) - i\frac{g}{2\cos\theta_w}Z_\mu(x)[v+H(x)] \end{array} \right). \quad (2.61)$$

Por tanto en la norma unitaria, el lagrangiano de Higgs es

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Higgs} &= \frac{1}{2}(\partial H(x))^2 + \frac{g^2}{4}(v+H(x))^2 W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2}{8\cos^2\theta_w}(v+H(x))^2 Z_\mu Z^\mu \\ &- \frac{\lambda}{4}(H^2(x) + 2vH(x))^2. \end{aligned} \quad (2.62)$$

Expandiendo, se obtiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{Higgs} &= \frac{1}{2}(\partial H(x))^2 - \lambda v^2 H^2(x) - \lambda v H^3(x) - \frac{\lambda}{4} H^4(x) + \frac{g^2 v^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu + \frac{g^2 v^2}{8\cos^2\theta_w} Z_\mu Z^\mu \\ &+ \frac{g^2 v}{2} W_\mu^\dagger W^\mu H(x) + \frac{g^2 v}{4\cos^2\theta_w} Z_\mu Z^\mu H(x) + \frac{g^2}{4} W_\mu^\dagger W^\mu H^2(x) \\ &+ \frac{g^2}{8\cos^2\theta_w} Z_\mu Z^\mu H^2(x). \end{aligned} \quad (2.63)$$

El primer término, es el término cinético del bosón de Higgs. El segundo término, es el término de masa del bosón de Higgs

$$m_H = \sqrt{2\lambda v^2} = \sqrt{-2\mu^2} \quad (2.64)$$

donde $\mu^2 < 0$.

El tercer y cuarto término, respectivamente generan los acoplamientos trilineales y cuadrilineales del campo de Higgs con él mismo, como se muestra en los diagramas

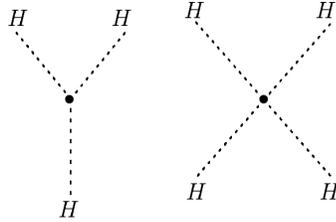


Figura 2.7: Diagramas de interacción del bosón de Higgs con el mismo.

El quinto y sexto término son de fundamental importancia puesto que son términos de masa del bosón W y Z , respectivamente. Y los términos siguientes generan acoplamientos trilineales y cuadrilineales del campo de Higgs con los bosones de gauge W y Z , representados por

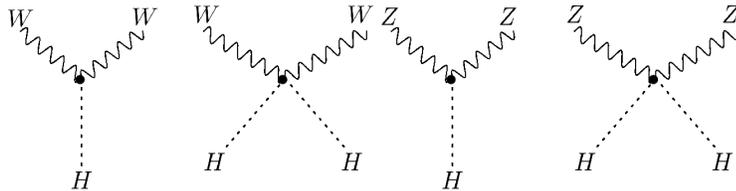


Figura 2.8: Diagramas de interacción del bosón de Higgs con los bosones W y Z , respectivamente.

2.1.3. Rompimiento de Simetría.

Una simetría es una transformación o una serie de ellas que actúa sobre las partes de un conjunto, el cual permanece invariante bajo el efecto de ella.

Transformaciones globales

Las transformaciones globales no dependen del espacio-tiempo. Se considera el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \varphi)^\dagger (\partial^\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi + \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2, \quad (2.65)$$

donde φ (campo escalar) es un escalar de Lorentz complejo, $\lambda > 0$ y adimensional, y μ tiene unidades de masa. Además \mathcal{L} es invariante ante transformaciones globales de $U(1)$: $\varphi \rightarrow e^{i\lambda} \varphi$. Aplicando la transformación global ante $U(1)$ a el lagrangiano (2.65)

$$\varphi'(x) = e^{-i\alpha} \varphi(x), \quad (2.66)$$

$$\varphi'^\dagger(x) = e^{i\alpha} \varphi^\dagger(x), \quad (2.67)$$

donde $\alpha = cte$. Entoces el lagrangiano que se tiene es

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \varphi')^\dagger (\partial^\mu \varphi') - \mu^2 \varphi'^\dagger \varphi' - \lambda (\varphi'^\dagger \varphi')^2 \quad (2.68)$$

Verificando la invariancia del lagrangiano

$$\begin{aligned} V(x) &= -\mu^2 \varphi'^\dagger \varphi' - \lambda (\varphi'^\dagger \varphi')^2 \\ &= -\mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} K &= (\partial_\mu \varphi')^\dagger (\partial^\mu \varphi') \\ &= (\partial_\mu \varphi)^\dagger (\partial^\mu \varphi). \end{aligned}$$

Provando que efectivamente el lagrangiano (2.65) permanece invariante ante transformaciones de tipo global bajo $U(1)$

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \varphi)^\dagger (\partial^\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi + \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2. \quad (2.69)$$

Transformaciones locales.

Las transformaciones locales o de gauge son aquellas que dependen del espacio-tiempo (surgen campos de gauge). Consideremos nuevamente el lagrangiano 2.65 y notemos que al aplicarle una transformación de tipo local de $U(1)$: $\varphi \rightarrow e^{i\lambda(x)} \varphi$, el \mathcal{L} no permanece invariante.

Transformación local

$$\varphi'(x) = e^{-i\alpha(x)} \varphi(x), \quad (2.70)$$

$$\varphi'^\dagger(x) = e^{i\alpha(x)} \varphi^\dagger(x), \quad (2.71)$$

donde $\alpha \neq cte$. Entoces el lagrangiano que se tiene es

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \varphi')^\dagger (\partial^\mu \varphi') - \mu^2 \varphi'^\dagger \varphi' - \lambda (\varphi'^\dagger \varphi')^2, \quad (2.72)$$

El término del potencial permanece invariante

$$\begin{aligned} V(x) &= -\mu^2 \varphi'^\dagger \varphi' - \lambda (\varphi'^\dagger \varphi')^2 \\ &= -\mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2, \end{aligned}$$

Sin embargo, el término cinético no se preserva, como se muestra

$$\begin{aligned} k &= (\partial_\mu \varphi')^\dagger (\partial^\mu \varphi') \\ &= (\partial_\mu \varphi)^\dagger (\partial^\mu \varphi) + e^{i\alpha(x)} (\partial_\mu \varphi)^\dagger \partial^\mu (e^{-i\alpha(x)}) (x) + \dots, \end{aligned}$$

Por lo tanto \mathcal{L} no es invariante ante transformaciones locales bajo $U(1)$. Aunque si al cambiar la derivada ordinaria por la derivada covariante se recupera la invariancia, es decir

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$$

Reescribiendo el lagrangiano (2.65), se obtiene

$$\mathcal{L} = (D_\mu \varphi)^\dagger (D^\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi + \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2. \quad (2.73)$$

tal que efectivamente, este lagrangiano es invariante ante la transformación de tipo local bajo $U(1)$.

El Mecanismo de Higgs

Se estudiara del lagrangiano⁵ siguiente:

$$\mathcal{L} = (D_\mu \varphi)^\dagger (D^\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi + \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2. \quad (2.74)$$

Además

$$\varphi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_1 + i\varphi_2), \quad \varphi^\dagger = \frac{1}{\sqrt{2}} (\varphi_1 - i\varphi_2), \quad (2.75)$$

Sustituyendo en el potencial, se obtiene

$$\begin{aligned} V(\varphi, \varphi^\dagger) &= -\mu^2 \varphi^\dagger \varphi + \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2 \\ &= \frac{1}{2} \mu^2 (\varphi_1^2 + \varphi_2^2) + \frac{\lambda}{4} (\varphi_1^2 + \varphi_2^2)^2, \end{aligned} \quad (2.76)$$

Derivando (2.76) con respecto a φ_1 y φ_2 , se obtiene

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi_1} = \mu^2 \varphi_1 + \lambda (\varphi_1^2 + \varphi_2^2) \varphi_1 = 0 \quad (2.77)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \varphi_2} = \mu^2 \varphi_2 + \lambda (\varphi_1^2 + \varphi_2^2) \varphi_2 = 0 \quad (2.78)$$

Ahora analizando donde se tiene un mínimo, tal que se tienen los siguientes casos:

- Si $\mu^2 > 0 \Rightarrow \varphi_1 = \varphi_2 = 0$, el valor mínimo de la energía es cero. Es decir, no hay degeneración $\langle 0 | \varphi(x) | 0 \rangle = 0$, donde $|0\rangle$ es el vacío cuántico.
- Si $\mu^2 < 0 \Rightarrow V(\varphi, \varphi^\dagger)$, tiene un mínimo en $\varphi_1^2 + \varphi_2^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda}$.
Además

$$[\mu^2 + \lambda (\varphi_1^2 + \varphi_2^2)] + \varphi_1 (2\lambda \varphi_1) > 0$$

Por lo que tenemos un máximo local en $\varphi = 0$ y un mínimo en $|\varphi|^2 = -\frac{\mu^2}{2\lambda} = \frac{v^2}{2}$, es decir,

$|\varphi| = \frac{v}{\sqrt{2}}$. A nivel cuántico $|\langle 0 | \varphi | 0 \rangle|^2 = \frac{v^2}{2}$. Geométricamente tenemos

⁵Este lagrangiano tiene invariancia de norma ante el grupo $U(1)$, donde la transformación es $\phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha(x)} \phi$, con $\alpha(x) = \alpha(\vec{r}, t)$.

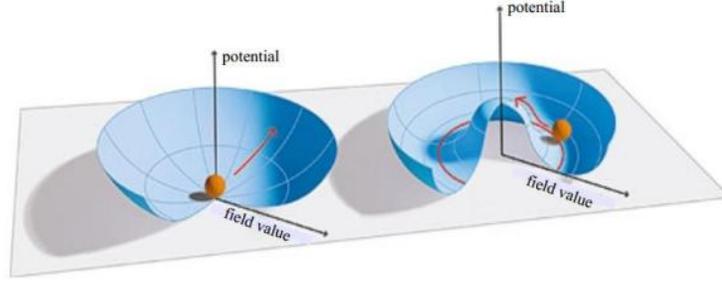


Figura 2.9: Potencial izquierdo para el caso donde $\mu^2 > 0$, el potencial derecho es para el caso donde $\mu^2 < 0$.

El estado fundamental está, por consiguiente, degenerado y no es invariante bajo cualquier transformación de grupo de simetría original $SU_L(2) \times U_Y(1)$, sin embargo, el estado fundamental sí será invariante bajo un grupo de simetría menor $U_{em}(1)$. Escogiendo el estado de vacío como

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix}. \quad (2.79)$$

Haciendo el corrimiento en φ , se tiene

$$\begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{v + h(x) + i\varphi_2(x)}{\sqrt{2}}, \\ \varphi(x)^\dagger &= \frac{v + h(x) - i\varphi_2(x)}{\sqrt{2}}, \\ \varphi(x)^\dagger \varphi(x) &= \frac{1}{2} [v^2 + 2vh(x) + h^2(x) + \varphi_2^2]. \end{aligned}$$

Sustituyendo las expresiones anteriores en el siguiente lagrangiano

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \varphi)^\dagger (\partial^\mu \varphi) - \mu^2 \varphi^\dagger \varphi - \lambda (\varphi^\dagger \varphi)^2, \quad (2.80)$$

se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \frac{1}{2} \partial_\mu h(x) \partial^\mu h(x) + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi_2 \partial^\mu \varphi_2 \\ &- \left[-\frac{\lambda v^2}{2} (v^2 + 2vh(x) + h^2(x) + \varphi_2^2) + \lambda \left(\frac{1}{2} (v^2 + 2vh(x) + h^2 + \varphi_2^2) \right)^2 \right] \\ &= \frac{1}{2} \partial_\mu h(x) \partial^\mu h(x) + \frac{1}{2} \partial_\mu \varphi_2 \partial^\mu \varphi_2 - \lambda v^2 h^2 - \frac{\lambda}{4} (h^2(x) + \varphi_2^2)^2 \\ &- \lambda v h(x) (h^2(x) + \varphi_2^2) - \frac{\lambda v^4}{4}. \end{aligned} \quad (2.81)$$

Recordando que términos cuadráticos en el lagrangiano son términos de masa, entonces se encuentra que

$$\begin{aligned} m_h^2 &= 2\lambda v^2, \\ m_{\varphi_2}^2 &= 0, \end{aligned}$$

donde m_h es la masa del bosón de Higgs y m_{φ_2} es un bosón de Goldstone.⁶

⁶El resultado del rompimiento espontáneo de una simetría global, implica la existencia de partículas sin masa, una por cada generador roto del grupo de simetría. Esto se conoce como el Teorema de Goldstone. Sin embargo cuando se rompe una simetría local por cada generador roto, se genera un bosón de Goldstone, pero este es absorbido por un bosón de norma, que de esta manera adquiere masa.

Rompimiento Espontáneo de la Simetría del Grupo Electrodébil.

Para realizar el SSB del grupo $SU_L(2) \times U_Y(1) \longrightarrow U_{em}(1)$, se requiere un sector escalar dado en alguna representación no-trivial del grupo. Se propone un doblete:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \varphi^\dagger(x) \\ \varphi^0(x) \end{pmatrix}, \quad (2.82)$$

donde el doblete complejo Φ tiene en total cuatro campos e hipercarga $Y = +1$. Suponemos que hay SSB, entonces tomando el vacío φ_0 , puesto que este es invariante después del SSB. Tomando la derivada covariante⁷ como

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{2}W_\mu^i\sigma^i - i\frac{g'}{2}YB_\mu, \quad (2.83)$$

Entonces el término cinético tiene la forma

$$\begin{aligned} D_\mu\varphi_0 &= -\left(i\frac{g}{2}W_\mu^i\sigma^i + i\frac{g'}{2}YB_\mu\right)\varphi_0 \\ &= -i\frac{g}{2}(W_\mu^1\sigma^1 + W_\mu^2\sigma^2)\varphi_0 - i\left(gW_\mu^3\sigma^3 + g'\frac{Y}{2}B_\mu\right)\varphi_0, \end{aligned} \quad (2.84)$$

tal que que el generador resultante del término $(gW_\mu^3\sigma^3 + g'\frac{Y}{2}B_\mu)$ aniquile el vacío. La invariancia de gauge electromagnética, $U_{em}(1)$, permanece sin romperse por el vacío. W_μ^1 y W_μ^2 deben de corresponder a los dos grados de libertad asociados con los distintos estados de partículas y antipartículas requeridos por una partícula cargada electricamente. Es conveniente tratar con campos que diagonalicen el generador de la carga eléctrica. Esto corresponde, a escribir W_μ^1 y W_μ^2 como las partes real e imaginaria de un campo cargado complejo

$$W_\mu^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 - iW_\mu^2) \quad W_\mu^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 + iW_\mu^2)$$

obteniendo

$$W_\mu^1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ + W_\mu^-) \quad W_\mu^2 = \frac{i}{\sqrt{2}}(W_\mu^+ - W_\mu^-)$$

⁷La derivada covariante se construye dependiendo del grupo que se tiene

- Ante el grupo $U_{em}(1)$ se tiene que la derivada covariante es

$$D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu,$$

donde e es la carga del electrón.

- Ante el grupo electrodébil $SU_L(2) \times U_Y(1)$

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{2}W_\mu^i\sigma^i - i\frac{g'}{2}YB_\mu,$$

donde el $\frac{1}{2}$ es un término de normalización, g y g' son constantes de acoplamiento para el grupo $SU_L(2)$ y $U_Y(1)$ respectivamente, las σ^i , ($i = 1, 2, 3$) son las matrices de Pauli, Y la hipercarga y W_μ^i , B_μ son los bosones de gauge.

- Ante el grupo $SU_c(3) \times SU_L(2) \times U_Y(1)$

$$D_\mu = \partial_\mu - i\frac{g}{2}W_\mu^i\sigma^i - i\frac{g'}{2}YB_\mu - i\frac{g_s}{2}G_\mu^\alpha\lambda_\alpha,$$

donde observamos que solo se agregó un término que es el respectivo al grupo $SU_c(3)$, en el cual g_s es una constante de acoplamiento y G_μ^α , ($\alpha = 1, 2, \dots, 8$) que son los bosones gauge (gluones).

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

donde W_μ^+ y W_μ^- representan estados físicos y W_μ^1, W_μ^2 son estados no físicos.
Aplicando las relaciones anteriores se encuentra que los términos de masa

$$\begin{aligned}
 D_\mu &= -i\frac{g}{2}(W_\mu^1\sigma^1 + W_\mu^2\sigma^2) - i\left(gW_\mu^3\sigma^3 + g'\frac{Y}{2}B_\mu\right) + \partial_\mu \\
 &= \partial_\mu - i\frac{g}{2\sqrt{2}}(W_\mu^+(\sigma^1 + i\sigma^2) + W_\mu^-(\sigma^1 - i\sigma^2)) - \frac{i}{2}(gW_\mu^3\sigma^3 + g'YB_\mu) \\
 &= \partial_\mu - i\frac{g}{2\sqrt{2}}(W_\mu^+\sigma^+ + W_\mu^-\sigma^-) - \frac{i}{2}(gW_\mu^3\sigma^3 + g'YB_\mu). \tag{2.85}
 \end{aligned}$$

Luego, se sabe que

$$\sigma^+ = \sigma^1 + i\sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma^- = \sigma^1 - i\sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \varphi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix},$$

y entonces

$$\begin{aligned}
 D_\mu\varphi_0 &= -i\frac{g}{2\sqrt{2}}(W_\mu^+\sigma^+ + W_\mu^-\sigma^-)\varphi_0 - \frac{i}{2}(gW_\mu^3\sigma^3 + g'YB_\mu)\varphi_0 \\
 &= -i\frac{g}{2}W_\mu^+v\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{iv}{2\sqrt{2}}\left[gW_\mu^3\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} + g'B_\mu\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right]. \tag{2.86}
 \end{aligned}$$

y

$$(D_\mu\varphi_0)^\dagger = i\frac{gv}{2}W_\mu^+(1 \ 0) + \frac{iv}{2\sqrt{2}}[gW_\mu^3(0 \ -1) + g'B_\mu(0 \ 1)]. \tag{2.87}$$

Entonces

$$\begin{aligned}
 (D_\mu\varphi_0)^\dagger(D_\mu\varphi_0) &= \left\{i\frac{gv}{2}W_\mu^+(1 \ 0) + \frac{iv}{2\sqrt{2}}[gW_\mu^3(0 \ -1) + g'B_\mu(0 \ 1)]\right\} \\
 &\cdot \left\{-i\frac{g}{2}W_\mu^+v\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{iv}{2\sqrt{2}}\left[gW_\mu^3\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} + g'B_\mu\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}\right]\right\} \\
 &= \frac{g^2v^2}{4}W_\mu^-W^{+\mu} + \frac{v^2}{8}\{g^2W_\mu^3W^{3\mu} - 2gg'W_\mu^3B^\mu + g'^2B_\mu B^\mu\} \tag{2.88}
 \end{aligned}$$

Lo que lleva a

$$(D_\mu\varphi_0)^\dagger(D_\mu\varphi_0) = M_W^2W_\mu^-W^{+\mu} + \frac{M_W^2}{2}(W_\mu^3, B_\mu)\begin{pmatrix} 1 & -\frac{g'}{g} \\ -\frac{g'}{g} & -\frac{g'^2}{g^2} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix}, \tag{2.89}$$

donde $M_W^2 = \frac{g^2v^2}{4}$ es el término de masa asociado al bosón W y la matriz $\begin{pmatrix} 1 & -\frac{g'}{g} \\ -\frac{g'}{g} & -\frac{g'^2}{g^2} \end{pmatrix}$ es la

matriz de masa que se debe diagonalizar.

Para diagonalizar la matriz es necesario:

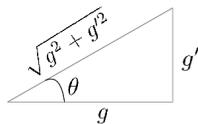


Figura 2.10: constantes de acoplamiento.

de donde, se obtiene

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

$$\tan \theta_w = \frac{g'}{g} = \begin{cases} \sin \theta_w = \frac{g'}{\sqrt{g^2+g'^2}} \\ \cos \theta_w = \frac{g}{\sqrt{g^2+g'^2}} \end{cases}$$

Además la matriz $S = \begin{pmatrix} \cos \theta_w & \sin \theta_w \\ -\sin \theta_w & \cos \theta_w \end{pmatrix}$, diagonaliza la matriz de masa, donde la matriz de masa reescrita en términos de $\sin \theta_w$ y $\cos \theta_w$ es

$$M_{W^3B} = M_W^2 \begin{pmatrix} 1 & -\frac{\sin \theta_w}{\cos \theta_w} \\ -\frac{\sin \theta_w}{\cos \theta_w} & -\frac{\sin^2 \theta_w}{\cos^2 \theta_w} \end{pmatrix}, \quad (2.90)$$

al diagonalizar se obtiene

$$S^\dagger M_{W^3B} S = \frac{M_W^2}{\cos^2 \theta_w} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.91)$$

Regresando a la ec. (2.89), se tiene la combinación $g' B_\mu - g W_\mu^3$ se pueden normalizar (para no alterar la forma de los términos cinéticos), así que se definen los eigenestados de masa⁸

$$\begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \quad (2.92)$$

Con esto se obtiene

$$\begin{aligned} W_\mu^3 &= \cos \theta_w Z_\mu + \sin \theta_w A_\mu \\ B_\mu &= -\sin \theta_w Z_\mu + \cos \theta_w A_\mu \end{aligned}$$

Por tanto la ec. (2.89) también se puede escribir como

$$\begin{aligned} (D_\mu \varphi_0)^\dagger (D_\mu \varphi_0) &= M_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{1}{2} (Z_\mu \ A_\mu) S^\dagger M_{W^3B} S \begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} \\ &= M_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{M_W^2}{2 \cos^2 \theta_w} Z_\mu Z^\mu \\ &= M_W^2 W_\mu^- W^{+\mu} + \frac{1}{2} M_Z^2 Z_\mu Z^\mu. \end{aligned} \quad (2.93)$$

Obteniendo así las masas de los campos W^\pm , Z^0 .

$$\begin{aligned} M_W &= \frac{gv}{2}, \\ M_Z &= \frac{M_W}{\cos \theta_w}, \\ M_A &= 0. \end{aligned}$$

Los valores de M_W y M_Z se obtienen si se determina experimentalmente el valor de $\sin \theta_w$. De hecho el valor de $\sin^2 \theta_w$ se obtiene experimentalmente y es alrededor de 0,23, lo cual conduce a unas masas de $M_W \cong 80$ GeV y $M_Z \cong 90$ GeV.

Sin embargo, se debe verificar que efectivamente al tener SSB del grupo electrodébil se

⁸ A_μ y Z_μ son los eigenestados de masa y W_μ^3 , B_μ son eigenestados de gauge.

llega al grupo electromagnético. Para ello se retoma la derivada covariante

$$\begin{aligned}
D_\mu &= \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ + W_\mu^- \sigma^-) - \frac{ig}{2} \sigma^3 (\cos \theta_w Z_\mu + \sin \theta_w A_\mu) \\
&\quad - \frac{ig'}{2} Y (-\sin \theta_w Z_\mu + \cos \theta_w A_\mu) \\
&= \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ + W_\mu^- \sigma^-) - ig \left(\frac{\sigma^3}{2} \cos \theta_w - \frac{\sin^2 \theta_w Y}{\cos \theta_w} \right) Z_\mu \\
&\quad - ig \left(\frac{\sigma^3}{2} \sin \theta_w + \sin \theta_w \frac{Y}{2} \right) A_\mu
\end{aligned} \tag{2.94}$$

Obteniendo finalmente

$$\begin{aligned}
D_\mu &= \partial_\mu - \frac{ig}{\sqrt{2}} (W_\mu^+ \sigma^+ + W_\mu^- \sigma^-) - \frac{ig}{2 \cos \theta_w} (\cos^2 \theta_w \sigma^3 - \sin^2 \theta_w Y) Z_\mu \\
&\quad - ieQA_\mu,
\end{aligned} \tag{2.95}$$

donde $e = g \sin \theta_w$ y $Q = \left(\frac{\sigma^3}{2} + \frac{Y}{2} \right)$.

2.1.4. Sector de Yukawa.

En el ME, la masa de los fermiones es un resultado del Mecanismo de Higgs mediante la presencia de los acoplamientos de Yukawa de los campos fermiónicos con el doblete de Higgs [23]. Un término de masas de fermiones debe involucrar un acoplamiento de campos izquierdos y derechos. Así, se ve claro que los neutrinos son no masivos, puesto que estos campos no tienen componente derecha. Se empieza analizando el caso de los leptones y posteriormente el caso de los quarks.

Leptones

Se consideran a los leptones cargados, el producto $\bar{L}'_{\alpha L} l'_{\beta R}$, con $\alpha = \beta = e, \mu, \tau$, son dobletes de isospín con hipercarga $Y = -1$. Como el doblete de Higgs tiene hipercarga $Y = +1$, el lagrangiano de Yukawa de Higgs-Leptones es:

$$\mathcal{L}_{H,l} = - \sum_{\alpha=\beta=e,\mu,\tau} Y'_{\alpha\beta} \bar{L}'_{\alpha L} \Phi l'_{\beta R} + H.c. \tag{2.96}$$

es invariante ante transformaciones del grupo electrodébil. La matriz Y'^l de los acoplamientos de Yukawa es, en general, una matriz compleja 3×3 . Tomando el doblete de Higgs en la norma unitaria, entonces

$$\mathcal{L}_{H,l} = - \left(\frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \right) \sum_{\alpha=\beta=e,\mu,\tau} Y'_{\alpha\beta} \bar{l}'_{\alpha L} l'_{\beta R} + H.c. \tag{2.97}$$

El término proporcional al VEV, v , del doblete de Higgs es un término de masa para el fermión cargado, mientras que el término proporcional al campo bosónico de Higgs, $H(x)$, nos da los acoplamientos trilineales entre los leptones cargados y el bosón de Higgs. Sin embargo ya que la matriz Y'^l es en general no-diagonal, los campos e', μ', τ' no tienen masa bien definida. Para poder encontrar leptones cargados con masa bien definida es necesario diagonalizar la matriz Y'^l .

Se definen los siguientes arreglos para los campos de leptones cargados

$$l'_L \equiv \begin{pmatrix} e'_L \\ \mu'_L \\ \tau'_L \end{pmatrix}, \quad l'_R \equiv \begin{pmatrix} e'_R \\ \mu'_R \\ \tau'_R \end{pmatrix}, \tag{2.98}$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

Usando esto, el lagrangiano de Yukawa puede ser escrito en forma matricial

$$\mathcal{L}_{H,l} = - \left(\frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \right) \bar{l}'_L Y'^l l'_R + H.c. \quad (2.99)$$

La matriz Y'^l puede ser diagonalizada usando una transformación biunitaria

$$V_L^{l\dagger} Y'^l V_R^l = Y^l, \quad \text{con} \quad Y_{\alpha\beta}^l = y_{\alpha\beta}^l \delta_{\alpha\beta}, \quad (\alpha = \beta = e, \mu, \tau). \quad (2.100)$$

Aquí V_L^l y V_R^l son matrices unitarias 3×3 ($V_L^{l\dagger} = (V_L^l)^{-1}$ y $V_R^{l\dagger} = (V_R^l)^{-1}$).

La diagonalización lleva a

$$\mathcal{L}_{H,l} = - \left(\frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \right) \bar{l}_L Y^l l_R + H.c. \quad (2.101)$$

donde

$$l_L = V_L^{l\dagger} l'_L \equiv \begin{pmatrix} e_L \\ \mu_L \\ \tau_L \end{pmatrix}, \quad l_R = V_R^{l\dagger} l'_R \equiv \begin{pmatrix} e_R \\ \mu_R \\ \tau_R \end{pmatrix}, \quad (2.102)$$

Estos arreglos contienen las componentes izquierdas y derechas de los campos de los leptones cargados con masas bien definidas. Finalmente el lagrangiano puede ser escrito como

$$\mathcal{L}_{H,l} = - \sum_{\alpha=\beta=e,\mu,\tau} \frac{y_{\alpha}^l v}{\sqrt{2}} \bar{l}_{\alpha} l_{\alpha} - \sum_{\alpha=\beta=e,\mu,\tau} \frac{y_{\alpha}^l}{\sqrt{2}} \bar{l}_{\alpha} l_{\alpha} H(x), \quad (2.103)$$

donde

$$l_{\alpha} \equiv l_{\alpha L} + l_{\alpha R} \quad (\alpha = e, \mu, \tau)$$

son los campos de los leptones cargados con masas definidas

$$l_e \equiv e, \quad l_{\mu} \equiv \mu, \quad l_{\tau} \equiv \tau.$$

El primer término de la ec. (2.103) es el término de masa para los leptones cargados, las masas están dadas por

$$m_{\alpha} = \frac{y_{\alpha}^l v}{\sqrt{2}} \quad (\alpha = e, \mu, \tau). \quad (2.104)$$

donde los parámetros y_e^l , y_{μ}^l y y_{τ}^l , son parámetros desconocidos del ME, las masas de los leptones cargados no pueden ser predichas, deben ser obtenidas de mediciones experimentales.

Un resultado interesante es que los acoplamientos trilineales entre los leptones cargados y el bosón de Higgs son proporcionales a la masa de los leptones cargados y puede ser escrito como

$$- \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \frac{m_{\alpha}}{v} \bar{l}_{\alpha} l_{\alpha} H(x). \quad (2.105)$$

Por otra parte, los neutrinos en el ME al ser no masivos no se acoplan al bosón de Higgs. Los acoplamientos trilineales de los leptones cargados l_{α} con el bosón de Higgs son representados por el diagrama (2.11)

Se observa que sucede con las corrientes leptonicas débiles cargadas y neutras. Definiendo el arreglo

$$\nu'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu'_{eL} \\ \nu'_{\mu L} \\ \nu'_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad (2.106)$$

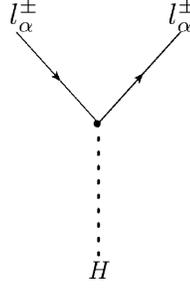


Figura 2.11: Diagramas de interacción de leptones con el bosón de Higgs.

así la corriente cargada-débil puede ser escrita como

$$j_{w,L}^\rho = 2\bar{\nu}'_L \gamma^\rho l'_L = 2\bar{\nu}'_L \gamma^\rho V_L^l l_L. \quad (2.107)$$

como los campos de los neutrinos se pueden transformar libremente, entonces

$$\nu_L = V_L^{l\dagger} \nu'_L \equiv \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ \nu_{\mu L} \\ \nu_{\tau L} \end{pmatrix}, \quad (2.108)$$

entonces la corriente leptónica es

$$j_{w,L}^\rho = 2\bar{\nu}_L \gamma^\rho l_L = 2 \sum_{\alpha=e,\mu,\nu} \bar{\nu}_{\alpha L} \gamma^\rho l_{\alpha L}, \quad (2.109)$$

los campos ν_e , ν_μ , ν_τ se llaman campos de neutrinos de sabor⁹, ya que se acoplan sólo con su leptón cargado correspondiente.

Los acoplamientos trilineales de los leptones con el bosón de gauge W son

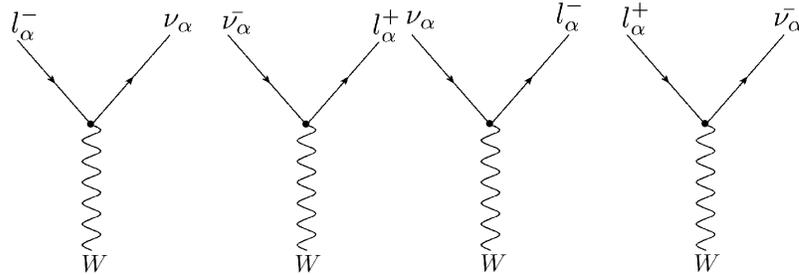


Figura 2.12: Diagramas de interacción de leptones con el bosón W .

Considerando ahora las corrientes neutras de los campos leptónicos se tiene

$$\begin{aligned} j_{Z,L}^\rho &= 2g_L^\nu \bar{\nu}'_L \gamma^\rho \nu'_L + 2g_L^l \bar{l}'_L \gamma^\rho l'_L + 2g_R^l \bar{l}'_R \gamma^\rho l'_R \\ &= 2g_L^\nu \bar{\nu}_L V_L^{l\dagger} \gamma^\rho V_L^l \nu_L + 2g_L^l \bar{l}_L V_L^{l\dagger} \gamma^\rho V_L^l l_L + 2g_R^l \bar{l}_R V_R^{l\dagger} \gamma^\rho V_R^l l_R \\ &= 2g_L^\nu \bar{\nu}_L \gamma^\rho \nu_L + 2g_L^l \bar{l}_L \gamma^\rho l_L + 2g_R^l \bar{l}_R \gamma^\rho l_R. \end{aligned} \quad (2.110)$$

⁹En el ME, los neutrinos de sabor son también eigenestados de masa. En teorías más allá del ME, donde los neutrinos son masivos, los neutrinos de sabor, en general no son eigenestados de masa, un fenómeno que se conoce como *mezcla de neutrinos*

Se puede ver que la expresión para corrientes neutras, es la misma para el caso primado que para el no primado, a este fenómeno se le llama Mecanismo de GIM. El Mecanismo de GIM también funciona en el caso de corriente electromagnéticas de leptones, la cual es

$$j_{\gamma,L}^{\rho} = - \sum_{\alpha=e,\mu,\tau} \bar{l}_{\alpha} \gamma^{\rho} l_{\alpha}. \quad (2.111)$$

Entonces los acoplamientos trilineales de los leptones con el bosón de gauge Z , son representados por los diagramas

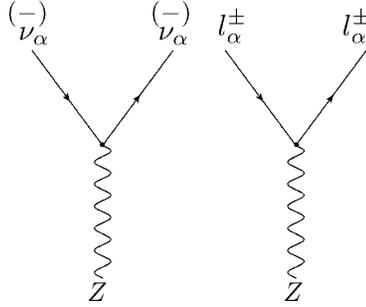


Figura 2.13: Diagramas de interacción de leptones con el bosón Z .

y los acoplamientos trilineales del leptón cargado l_{α} con el fotón es representado por

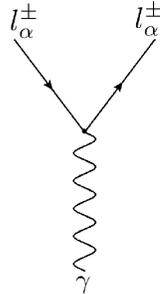


Figura 2.14: Diagramas de interacción de leptones con γ (fotón).

Quarks.

Antes de presentar el lagrangiano de Yukawa para quarks, se tiene

$$\begin{aligned} \bar{Q}'_{\alpha L} q'_{\beta R}{}^U & \quad (\alpha = 1, 2, 3) \quad (\beta = u, c, t), \\ \bar{Q}'_{\alpha L} q'_{\beta R}{}^D & \quad (\alpha = 1, 2, 3) \quad (\beta = u, c, t). \end{aligned} \quad (2.112)$$

Para el producto de quarks tipo d , los dobletes de isospín tienen hipercarga $Y = -1$, se acoplan a un doblete de Higgs con hipercarga $Y = +1$, para poder tener un término de Yukawa invariante bajo el grupo electrodébil, se tiene

$$- \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=d,s,b} Y'_{\alpha\beta}{}^D \bar{Q}'_{\alpha L} \Phi q'_{\beta R}{}^D, \quad (2.113)$$

donde $Y'_{\alpha\beta}{}^D$ es una matriz de 3×3 . Al igual que en el caso de los leptones, se tomará el doblete de Higgs en la norma unitaria, tal que

$$- \left(\frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \right) \sum_{\alpha=\beta=d,s,b} Y'_{\alpha\beta}{}^D \bar{q}'_{\alpha L} q'_{\beta R}{}^D. \quad (2.114)$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

Sin embargo, para el producto de los quarks tipo u son dobletes de isospín con hipercarga $Y = +1$ y para poder formar un término invariante del grupo electrodébil, se necesita que estos se acoplen a un doblete de Higgs con hipercarga $Y = -1$. Tal Higgs puede ser obtenido apartir del doblete bajo la transformación

$$\tilde{\Phi} = i\sigma_2 \Phi^*. \quad (2.115)$$

Esto permite escribir un término invariante de gauge de Yukawa

$$- \sum_{\alpha=1,2,3} \sum_{\beta=u,c,t} Y'_{\alpha\beta}{}^U \bar{Q}'_{\alpha L} \tilde{\Phi} q'_{\beta R}{}^U, \quad (2.116)$$

Tal que en la norma unitaria

$$\tilde{\Phi} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + H(x) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.117)$$

entonces

$$- \left(\frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \right) \sum_{\alpha=\beta=u,c,t} Y'_{\alpha\beta}{}^U \bar{q}'_{\alpha L}{}^U q'_{\beta R}{}^U. \quad (2.118)$$

Así el lagrangiano de Yukawa de quarks es

$$\mathcal{L}_{H,Q} = - \sum_{\alpha=1,2,3} \left[\sum_{\beta=d,s,b} Y'_{\alpha\beta}{}^D \bar{Q}'_{\alpha L} \Phi q'_{\beta R}{}^D + \sum_{\beta=u,c,t} Y'_{\alpha\beta}{}^U \bar{Q}'_{\alpha L} \tilde{\Phi} q'_{\beta R}{}^U \right] + H.c. \quad (2.119)$$

En la norma unitaria

$$\mathcal{L}_{H,Q} = - \left(\frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \right) \left[\sum_{\alpha\beta=d,s,b} Y'_{\alpha\beta}{}^D \bar{q}'_{\alpha L}{}^D q'_{\beta R}{}^D + \sum_{\alpha\beta=u,c,t} Y'_{\alpha\beta}{}^U \bar{q}'_{\alpha L}{}^U q'_{\beta R}{}^U \right] + H.c. \quad (2.120)$$

definiendo los siguientes arreglos

$$q_L^U = \begin{pmatrix} u'_L \\ c'_L \\ t'_L \end{pmatrix}, \quad q_R^U = \begin{pmatrix} u'_R \\ c'_R \\ t'_R \end{pmatrix}, \quad q_L^D = \begin{pmatrix} d'_L \\ s'_L \\ b'_L \end{pmatrix}, \quad q_R^D = \begin{pmatrix} d'_R \\ s'_R \\ b'_R \end{pmatrix}, \quad (2.121)$$

Tal que el lagrangiano expresado en forma matricial resulta ser

$$\mathcal{L}_{H,Q} = - \left(\frac{v + H(x)}{\sqrt{2}} \right) \left[\bar{q}'_L{}^D Y'^D q'_R{}^D + \bar{q}'_L{}^U Y'^U q'_R{}^U \right] + H.c. \quad (2.122)$$

Las matrices Y'^D y Y'^U pueden ser diagonalizadas mediante una transformación biunitaria (mayores detalles en el apéndice A)

$$\begin{aligned} V_L^{D\dagger} Y'^D V_R^D &= Y^D, & \text{con } Y_{\alpha\beta}^D &= y_{\alpha\beta}^D \delta_{\alpha\beta} \quad (\alpha = \beta = d, s, b), \\ V_L^{U\dagger} Y'^U V_R^U &= Y^U, & \text{con } Y_{\alpha\beta}^U &= y_{\alpha\beta}^U \delta_{\alpha\beta} \quad (\alpha = \beta = u, c, t), \end{aligned} \quad (2.123)$$

Donde V_L^D , V_R^D , V_L^U y V_R^U son matrices unitarias 3×3 . Definiendo

$$\begin{aligned} q_L^U &= V_L^{U\dagger} q'_L{}^U = \begin{pmatrix} u_L \\ c_L \\ t_L \end{pmatrix}, & q_R^U &= V_R^{U\dagger} q'_R{}^U = \begin{pmatrix} u_R \\ c_R \\ t_R \end{pmatrix}, \\ q_L^D &= V_L^{D\dagger} q'_L{}^D = \begin{pmatrix} d_L \\ s_L \\ b_L \end{pmatrix}, & q_R^D &= V_R^{D\dagger} q'_R{}^D = \begin{pmatrix} d_R \\ s_R \\ b_R \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2.124)$$

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.1. EL LAGRANGIANO DEL ME.

Entonces, se obtiene

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{H-Q} &= -\left(\frac{v+H}{\sqrt{2}}\right) [\bar{q}_L^U Y^U q_R^U + \bar{q}_L^D Y^D q_R^D] + h.c. \\ &= -\sum_{\alpha=d,s,b} \frac{y_\alpha^D v}{\sqrt{2}} \bar{q}_\alpha^D q_\alpha^D - \sum_{\alpha=u,c,t} \frac{y_\alpha^U v}{\sqrt{2}} \bar{q}_\alpha^U q_\alpha^U\end{aligned}\quad (2.125)$$

$$- \sum_{\alpha=d,s,b} \frac{y_\alpha^D}{\sqrt{2}} \bar{q}_\alpha^D q_\alpha^D H - \sum_{\alpha=u,c,t} \frac{y_\alpha^U}{\sqrt{2}} \bar{q}_\alpha^U q_\alpha^U H.\quad (2.126)$$

donde

$$q_\alpha^D \equiv q_{\alpha L}^D + q_{\alpha R}^D, \quad q_\alpha^U \equiv q_{\alpha R}^U + q_{\alpha L}^U,\quad (2.127)$$

son los campos de los quarks con masas bien definidas. Cuyas masas son

$$\begin{aligned}m_\alpha &= \frac{y_\alpha^D v}{\sqrt{2}}, \quad (\alpha = d, s, b), \\ m_\alpha &= \frac{y_\alpha^U v}{\sqrt{2}}, \quad (\alpha = u, c, t).\end{aligned}\quad (2.128)$$

Usando los arreglos enunciados anteriormente para los quarks, se puede escribir la corriente cargada como

$$j_{W,Q}^\rho = 2\bar{q}_L^U \gamma^\rho q_L^D = 2\bar{q}_L^U V_L^{U\dagger} \gamma^\rho V_L^D q_L^D = 2\bar{q}_L^U \gamma^\rho V_L^{U\dagger} V_L^D q_L^D\quad (2.129)$$

De donde se ve que la corriente cargada de quarks no depende de manera separada de las matrices V_L^U y V_L^D , sino sólo del producto

$$V = V_L^{U\dagger} V_L^D = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix},$$

donde V , es la matriz de mezcla de los quarks (que encierra los efectos físicos de la mezcla de quarks), también conocida como la matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) (ver apéndice B).

La matriz de mezcla de quarks, determina las interacciones de corrientes cargadas de los quarks a través de la corriente:

$$j_{W,Q}^\rho = 2\bar{q}_L^U \gamma^\rho V q_L^D,\quad (2.130)$$

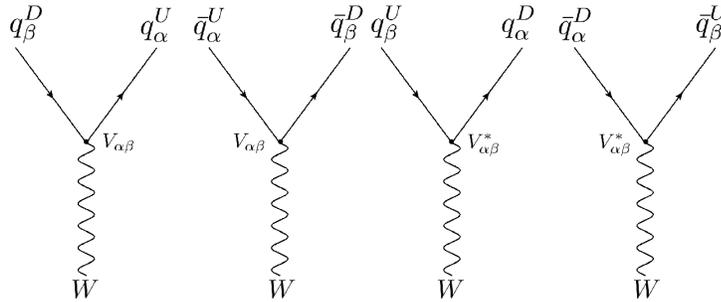


Figura 2.15: Diagramas de interacción de quarks con el bosón W .

No hay conservación de números de sabor. Sin embargo, la ec. (2.130), conserva el número

bariónico, que es $\frac{1}{3}$ para cada quark y $-\frac{1}{3}$ para cada antiquark.

Considerando las corrientes neutras, se tiene

$$j_{Z,Q}^\rho = 2g_L^U \bar{q}_L^U \gamma^\rho q_L^U + 2g_R^U \bar{q}_R^U \gamma^\rho q_R^U + 2g_L^D \bar{q}_L^D \gamma^\rho q_L^D + 2g_R^D \bar{q}_R^D \gamma^\rho q_R^D \quad (2.131)$$

$$= 2g_L^U \bar{q}_L^U \gamma^\rho q_L^U + 2g_R^U \bar{q}_R^U \gamma^\rho q_R^U + 2g_L^D \bar{q}_L^D \gamma^\rho q_L^D + 2g_R^D \bar{q}_R^D \gamma^\rho q_R^D. \quad (2.132)$$

Este es el Mecanismo de GIM, que es invariante bajo la mezcla de los campos de quarks. El mecanismo de GIM opera también en las interacciones electromagnéticas para los quarks, la cual escribimos como

$$j_{\gamma,Q}^\rho = \frac{2}{3} \sum_{\alpha=u,c,t} \bar{q}_\alpha^U \gamma^\rho q_\alpha^U - \frac{1}{3} \sum_{\alpha=d,s,b} \bar{q}_\alpha^D \gamma^\rho q_\alpha^D \quad (2.133)$$

Por lo tanto en el ME no hay corrientes neutras con cambio de sabor. Los acoplamientos trilineales de los quarks con el bosón de gauge Z son

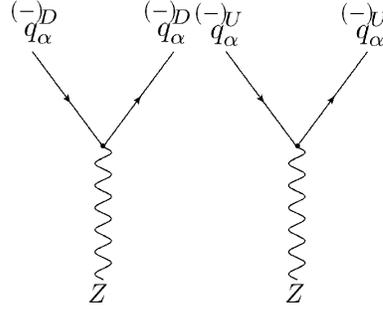


Figura 2.16: Diagramas de interacción de quarks con el bosón Z .

y los acoplamientos de los quarks con el fotón son

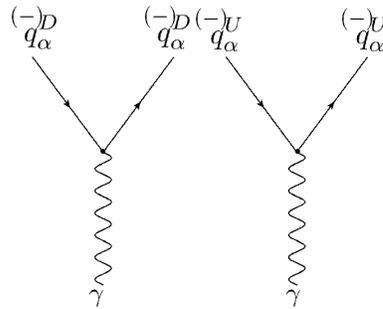


Figura 2.17: Diagramas de interacción de quarks con el γ (fotón).

2.2. Sector del Quark Top.

En 1995, en el Tevatron en Fermilab, los experimentos de colisión de protón-antiprotón mostraron la existencia del quark top, puesto que un quark top aparece sólo en una de varios millones de colisiones, fué necesario realizar trillones de colisiones para producirlo. Proximamente el LHC será una fabrica de quarks top. En donde se producirán anualmente 80 millones de pares ($t\bar{t}$) de quarks top y 34 millones de quarks top solos, por lo que se podrá estudiar con mayor

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.2. SECTOR DEL QUARK TOP.

precisión las propiedades de esta partícula [25]. El quark top es la partícula elemental más masiva en el ME con una masa cerca de la escala electrodébil. Otras propiedades importantes del quark top son

<i>Quark</i>	<i>Masa(GeV)</i>	<i>Spin</i>	<i>Q</i>	<i>B</i>	<i>S</i>	<i>C</i>	B	<i>T</i>
<i>t</i>	$172,7 \pm 2,8$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0	0	0	1

Tabla 2.3: Propiedades del quark t (*top*).

Debido a que este quark es una partícula muy masiva, es muy inestable y decae muy rápidamente por lo que no forma hadrones con otros quarks. Aunque el quark top decae muy rápidamente como para ser observado, deja tras de sí, partículas que dan un indicio de su existencia.

Es importante mencionar que el quark top, juega un papel especial dentro del ME y que promete la revelación de nuevos secretos dentro de la física más allá del ME [25]. Algunas motivaciones del por qué se estudia al quark top son

- El acoplamiento de Yukawa $y_t \sim 1$ entre los fermiones del ME el del quark top es el más grande. Con la masa en la escala electrodébil $m_t \sim \frac{v}{\sqrt{2}}$ (el VEV del campo de Higgs), el quark top está naturalmente relacionado al rompimiento de simetría electrodébil (EWSB), y quizás revelé nueva dinámica fuerte [31].
- La mayor contibución a la divergencia cuadrática de la masa del Higgs en el ME, viene del quark-top a un lazo, lo cual implica la inmediata necesidad de nueva física a la escala de TeV's [32].
- Debido a que el decaimiento del quark top es muy rápido y más pequeño que la escala de QCD, ofrece la oportunidad de explorar las propiedades de un *quark-desnudo*, tales como su espín, masa y acoplamientos.

Lagrangiano del Quark Top

En el ME, el quark top y sus interacciones son descritas por

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_{SM} = & m_t \bar{t}t + \frac{m_t}{v} H \bar{t}t + g_s \bar{t} \gamma_\mu T^a G_\mu^a + e Q_t \bar{t} \gamma_\mu t A_\mu \\
 & + \frac{g}{C_w} \gamma_\mu (g_V + g_A \gamma^5) t Z_\mu + \frac{g}{\sqrt{2}} \sum_q^{d,s,b} V_{tq} \bar{t} \gamma_\mu P_L q W_\mu^- + h.c. \quad (2.134)
 \end{aligned}$$

donde los acoplamientos de gauge en la escala electrodébil entre otros parámetros del quark top se encuentran en la siguiente tabla.

<i>Quark</i>	$ V_{tb} $	$ V_{ts} $	$ V_{td} $	g_V^t	g_A^t	Q_t
<i>t</i>	$> 0,78$	$(40,6 \pm 2,6) \times 10^{-3}$	$(7,4 \pm 0,8) \times 10^{-3}$	$\frac{T_3}{2} - Q_t \sin^2 \theta_w$	$-\frac{T_3}{2}$	$+\frac{2}{3}$

Tabla 2.4: Valores experimentales de parámetros del quark t (*top*). [24]

Decaimientos del quark top.

El top puede decaer de varios modos, dentro del ME, los decaimientos más predominantes del quark top son

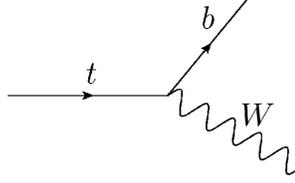


Figura 2.18: Decaimiento del quark top.

Modo hadrónico $\sim 46\%$

$$t \rightarrow W^+ + b \quad \begin{array}{l} \searrow \\ (q + \bar{q}') \end{array} \quad (2.135)$$

$$t \rightarrow W^- + \bar{b} \quad \begin{array}{l} \searrow \\ (q'' + \bar{q}''') \end{array} \quad (2.136)$$

Modo mezclado $\sim 44\%$

$$t \rightarrow W^+ + b \quad \begin{array}{l} \searrow \\ (q + \bar{q}') \end{array} \quad (2.137)$$

$$t \rightarrow W^- + \bar{b} \quad \begin{array}{l} \searrow \\ (l^+ + \nu) \end{array} \quad (2.138)$$

donde l^+ es un leptón cargado y puede ser un electrón, un muón o un tau.

Modo dileptónico $\sim 10\%$

$$t \rightarrow W^+ + b \quad \begin{array}{l} \searrow \\ (l^+ + \nu) \end{array} \quad (2.139)$$

$$t \rightarrow W^- + \bar{b} \quad \begin{array}{l} \searrow \\ (l^- + \nu) \end{array} \quad (2.140)$$

donde l^+ es un leptón cargado y puede ser un electrón, un muón o un tau y l^- sus antipartículas correspondientes.

Debido a la ausencia de corrientes neutras con cambio de sabor a nivel de árbol en el ME, los decaimientos dominantes del quark top provienen de corrientes cargadas débiles, con el ancho de decaimiento dado por

$$\Gamma(t \rightarrow W^+ q) = \frac{|V_{tq}|^2 m_t^3}{16\pi v^2} (1 - r_w)^2 (1 + 2r_w) \left[1 - \frac{2\alpha_s}{3\pi} \left(\frac{2\pi^2}{3} - \frac{5}{2} \right) \right], \quad (2.141)$$

donde $\frac{M_W^2}{m_t^2}$. Se pueden resaltar dos características importantes:

CAPÍTULO 2. EL MODELO ESTÁNDAR
2.2. SECTOR DEL QUARK TOP.

- Cuando $|V_{tb}| \gg |V_{td}|, |V_{ts}|$, un quark top predominantemente decae a quarks b . Mientras que V_{ts}, V_{td} prácticamente no pueden ser medidos a través de los procesos vía decaimiento del top, en los experimentos en Tevatron han servido para poner un límite en la razón.

$$\frac{B(t \rightarrow Wb)}{B(t \rightarrow Wq)} = \frac{|V_{tb}|^2}{|V_{td}|^2 + |V_{ts}|^2 + |V_{tb}|^2}. \quad (2.142)$$

- El aspecto más significativo de la ec. (2.141) es la siguiente expresión numérica (el resultado fué verificado usando ([18]))

$$\Gamma(t \rightarrow W^+q) \approx 1,5 GeV \approx \frac{1}{0,5 \times 10^{-24}s} > \Lambda_{QCD} \sim 200 MeV. \quad (2.143)$$

Esto implica que los decaimientos más prominentes serán vía interacción débil.

Es interesante mencionar, que en el sistema en reposo del quark top, la polarización longitudinal del bosón W es el modo dominante. La relación entre los dos modos permitidos es

$$\frac{\Gamma(t \rightarrow b_L W_{\lambda=0})}{\Gamma(t \rightarrow b_L W_{\lambda=-1})} = \frac{m_t^2}{2M_W^2}. \quad (2.144)$$

El quark top será producido abundantemente en el LHC. La producción y decaimientos del quark top son bien entendidos en el marco del ME. Por lo tanto, estudios detallados sobre la física del quark top serán muy valiosos tanto para probar el ME como para la búsqueda de nueva física [25].

Capítulo 3

Modelo de Dimensiones Extras

3.1. Generalidades.

En este capítulo se obtendrán resultados generales, considerando que nuestro universo pueda tener mas de 3+1 dimensiones. Esto nos permitirá posteriormente discutir modelos específicos con dimensiones extras [29]. Es importante mencionar que la compactificación de la dimensión extra debe ser acompañada por ciertas *singularidades* o *defectos*. Esto es esencial para obtener que son quirales a energías bajas. Una útil construcción es una "*Field Theory Orbifold*". Sin embargo, en 5D, la prescripción es más sencilla y un tanto más general es la compactificación en un intervalo, por ejemplo:

$$\begin{aligned} ds^2 &= g_{MN} dx^M dx^N \\ &= e^{-2A(y)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - dy^2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

donde $y \in [0, L]$, y $A(y)$ es arbitraria. Además, se asume que la dimensión extra está simplemente conectada a un espacio compacto. La coordenada y se escoge como la distancia propia a lo largo de la dimensión extra. Si $A(y) = cte$ entonces el espacio-tiempo 5D es plano, sin embargo si $A(y) \neq cte$ entonces se tiene un espacio que está deformado.

3.2. Campos en el Bulk.

Un punto importante es que cuando el espacio tiempo tiene una frontera a una distancia infinita, la teoría no está completamente definida hasta que se especifiquen las condiciones de frontera. En el espacio-tiempo infinito, las condiciones de frontera dadas están con frecuencia implícitas porque hay una elección natural: los campos deben desaparecer en el infinito *suficientemente rápido*. Esto corresponde a la noción física que se relaciona con la física *local* y la misma idea se usará para las dimensiones 4 no-compactas en nuestro caso. Sin embargo, se podrán tener varias condiciones de frontera en $y = 0$ y $y = L$ que son físicamente aceptables.

En éstas siguientes subsecciones se estudia la posibilidad de tener campos escalares, vectoriales y fermiónicos en el bulk¹.

3.2.1. Campo Escalar.

La acción para un campo escalar libre en 5D está dada por:

$$S_\Phi = \int d^5x \sqrt{g} \left\{ \frac{1}{2} g^{MN} \partial_M \Phi \partial_N \Phi \right\}, \quad (3.2)$$

¹Al espacio entre las dos branas se le conoce como el bulto (bulk).

CAPÍTULO 3. MODELO DE DIMENSIONES EXTRAS
3.2. CAMPOS EN EL BULK.

El campo escalar tiene dimensiones de masa $[\frac{3}{2}]$ en 5D. Haciendo la variación de la acción con respecto a Φ ,

$$\begin{aligned}\delta S_\Phi &= \delta \left\{ \int d^5x \sqrt{g} \left\{ \frac{1}{2} g^{MN} \partial_M \Phi \partial_N \Phi \right\} \right\} \\ &= \delta S_V + \delta S_S,\end{aligned}$$

Se obtiene:

$$\delta S_V = - \int d^5x \sqrt{g} \left\{ \frac{1}{\sqrt{g}} \partial_M (\sqrt{g} g^{MN} \partial_N \Phi) \delta \Phi \right\},$$

y

$$\delta S_S = \int d^4x \sqrt{g} g^{5N} \partial_N \Phi \cdot \delta \Phi \Big|_{y=0}^{y=L},$$

aquí $\Phi \rightarrow 0$ cuando $x^\mu \rightarrow \infty$.

Ahora para conocer cuales son las ecuaciones de movimiento (EOM) se analiza que sucede cuando $\delta S_V = 0$ y $\delta S_S = 0$.

($\delta S_V = 0$)

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{g}} \partial_M (\sqrt{g} g^{MN} \partial_N \Phi) \delta \Phi &= 0, \\ \frac{1}{\sqrt{g}} \{ \partial_\mu (\sqrt{g} g^{\mu N} \partial_N \Phi) + \partial_5 (\sqrt{g} g^{5N} \partial_N \Phi) \} &= 0,\end{aligned}$$

Pero sabemos que $\sqrt{g} = e^{-4A(y)}$ y $g^{\mu\nu} = e^{-2A(y)} \eta_{\mu\nu}$, tal que

$$\begin{aligned}e^{-2A(y)} \eta^{\mu\nu} \partial_\mu \partial_\nu \Phi - e^{4A(y)} \partial_5 \left(e^{-4A(y)} \partial_5 \Phi \right) &= 0, \\ e^{2A(y)} \square \Phi - e^{4A(y)} \partial_5 \left(e^{-4A(y)} \partial_5 \Phi \right) &= 0.\end{aligned}$$

($\delta S_S = 0$)

$$-\partial_5 \Phi \delta \Phi \Big|_{y=L} + \partial_5 \Phi \delta \Phi \Big|_{y=0} = 0,$$

Una manera de satisfacer estas condiciones es imponer periodicidad:

$$\begin{aligned}\Phi(L) &= \Phi(0) \\ \Phi'(L) &= \Phi'(0).\end{aligned}$$

Otra posibilidad es imponer condiciones de frontera tipo Neumann, Dirichlet.

$$\partial_5 \Phi \Big|_{y=0}^L = 0 \quad \text{Neumann (+)} \tag{3.3}$$

$$\Phi \Big|_{y=0}^L = 0 \quad \text{Dirichlet (-)}. \tag{3.4}$$

Finalmente, se encuentra que la EOM para un campo escalar libre es:

$$e^{2A(y)} \square \Phi - e^{4A(y)} \partial_5 \left(e^{-4A(y)} \partial_5 \Phi \right) = 0. \tag{3.5}$$

3.2.2. Campo Fermiónico.

La descripción de los fermiones en 5D es la siguiente:
Primero, se necesitan cinco matrices que anticonmuten, matrices de Dirac Γ , tal que:

$$\Gamma^A = (\gamma^\mu, -i\gamma_5), \quad \alpha = 0, 1, 2, 3$$

donde, en la representación de Weyl,

$$\gamma^\mu = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^\mu \\ \bar{\sigma}^\mu & 0 \end{pmatrix},$$

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} -\mathbb{I}_{2 \times 2} & 0 \\ 0 & \mathbb{I}_{2 \times 2} \end{pmatrix},$$

$$\sigma^\mu = (\mathbb{I}_{2 \times 2}, \vec{\sigma}), \quad \bar{\sigma}^\mu = (\mathbb{I}_{2 \times 2}, -\vec{\sigma}),$$

Que obedecen $\{\Gamma^A, \Gamma^B\} = 2\eta^{AB}$. Aquí las $\vec{\sigma}$ representan las tres matrices de Pauli, mientras que γ_5 es el operador quiralidad 4D. También es útil definir los proyectores de quiralidad en 4D, $P_{L,R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)$.

También es necesario definir el "fünfbein", e_M^A , definido por

$$g_{MN} = e_M^A e_N^B \eta_{AB},$$

Y el "fünfbein" inverso e_A^M obedece $e_A^M e_M^B = \delta_A^B$. En el fondo²

$$e_\alpha^\mu = e^{A(y)} \delta_\alpha^\mu, \quad e_5^y = 1,$$

las demás componentes son cero.

En fondos generales se necesita una conexión de espín para definir la derivada covariante con respecto a transformaciones generales de coordenadas y locales de Lorentz. En nuestro caso la derivada covariante

$$D_M = \partial_\mu + \frac{1}{8} \omega_{MAB} [\Gamma^A, \Gamma^B],$$

la cual toma la forma³

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{i}{2} e^{-A(y)} A'(y) \gamma_\mu \gamma_5, \quad D_5 = \partial_5.$$

La acción para un campo fermiónico en 5D se lee como:

$$S_\Psi = \int d^5x \sqrt{g} \left\{ \frac{i}{2} \bar{\Psi} e_A^M \Gamma^A D_M \Psi - \frac{i}{2} (D_M \Psi)^\dagger \Gamma^0 e_A^M \Gamma^A \Psi - M \bar{\Psi} \Psi \right\}. \quad (3.6)$$

²El fondo esta dado por la métrica $ds^2 = g_{MN} dx^M dx^N$

³Por completez, recordar que

$$\omega_M^{AB} = e_N^A (\partial_M e^{NB} + e^{SB} \Gamma_{SM}^N)$$

donde los símbolos de Christoffel son

$$\Gamma_{MN}^K = \frac{1}{2} g^{KL} (\partial_N g_{LM} + \partial_M g_{LN} - \partial_L g_{MN})$$

Además las únicas componentes que no se anulan son:

$$\omega_\mu^{a5} = -\omega_\mu^{5a} = \partial_5 (e^{-A(y)}) \delta_\mu^a$$

CAPÍTULO 3. MODELO DE DIMENSIONES EXTRAS
3.2. CAMPOS EN EL BULK.

Al igual que en el caso escalar, se deben determinar las condiciones de frontera. En este caso el procedimiento más directo es remplazar primero la métrica de fondo, notando que la conexión de espín se cancela en la acción y se puede remplazar $D_M \rightarrow \partial_M$, tal que se obtiene:

$$S_\Psi = \int d^5 x e^{-3A(y)} \left\{ i\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\Psi + \frac{1}{2}e^{-A(y)} [\bar{\Psi}\gamma_5\partial_5\Psi - (\partial_5\bar{\Psi})\gamma_5\Psi] - e^{-A(y)}M\bar{\Psi}\Psi \right\}, \quad (3.7)$$

donde se ha integrado por partes a lo largo de x^μ y dejando atrás los términos correspondientes, asumiendo que los campos se anulan en el infinito.

A continuación procedemos con la variación de la acción con respecto a Ψ bajo $\delta\bar{\Psi}$

$$\begin{aligned} \delta S_\Psi^V &= \int d^5 x e^{-3A(y)} \left\{ i\delta\bar{\Psi}\gamma^\mu\partial_\mu\Psi + \frac{1}{2}e^{-A(y)}\delta\bar{\Psi}\gamma_5\partial_5\Psi - \frac{1}{2}e^{-A(y)}(\partial_5\delta\bar{\Psi})\gamma_5\Psi - e^{-A(y)}M\bar{\Psi}\Psi \right\} \\ &= \int d^5 x e^{-3A(y)}\delta\bar{\Psi} \left\{ i\gamma^\mu\partial_\mu\Psi + e^{-A(y)}\gamma_5\partial_5\Psi - \frac{1}{2}A'(y)e^{-A(y)}\gamma_5\Psi - e^{-A(y)}M\Psi \right\}. \end{aligned}$$

Mientras que de la integración por partes a lo largo de $x^5 = y$ se genera el término de superficie:

$$\delta S_\Psi^S = - \int d^4 x e^{-4A(y)} \delta\bar{\Psi}\gamma_5\Psi \Big|_{y=0}^{y=L},$$

Pero se debe satisfacer que $\delta S_\Psi^V = \delta S_\Psi^S = 0$ bajo cualquier $\delta\bar{\Psi} \neq 0$, esto lleva a obtener las EOM.

$$(\delta S_\Psi^V = 0)$$

$$\left\{ i e^{A(y)}\gamma^\mu\partial_\mu + \left(\partial_5 - \frac{1}{2}A'(y) \right) \gamma_5 - M \right\} \Psi = 0,$$

Por requerimiento de que

$$(\delta S_\Psi^S = 0)$$

$$-\delta\bar{\Psi}\gamma_5\Psi \Big|_{y=L} + \delta\bar{\Psi}\gamma_5\Psi \Big|_{y=0} = 0.$$

Es útil expresar esto en términos de $\Psi_{L,R} \equiv P_{L,R}\Psi$:

$$\delta\bar{\Psi}_L\Psi_R - \delta\bar{\Psi}_R\Psi_L \Big|_{y=0}^L = 0.$$

Siendo más explícitos acerca de la relación entre quiralidad y compactificación:

- Si se imponen condiciones de frontera periódicas (compactificación en un círculo)

$$\Psi_L \Big|_{y=L} = \Psi_L \Big|_{y=0} \quad y \quad \Psi_R \Big|_{y=L} = \Psi_R \Big|_{y=0}, \quad (3.8)$$

no habría manera de distinguir entre las dos quiralidades L y R .

- Si, por otro lado, tratamos las dos fronteras en la condición general (3.7) de manera separada (compactificación en un intervalo), entonces

$$\Psi_L \Big|_{y=L} = 0 \quad o \quad \Psi_R \Big|_{y=L} = 0.$$

Cualquiera de estas dos condiciones ⁴ es suficiente para asegurar que $\delta S_\Psi^S = 0$

⁴Vemos que si $\Psi_L \Big|_{y=L} = 0$, entonces:

Reescribiendo las EOM de manera separada en L y R :

$$ie^{A(y)}\bar{\sigma}^\mu\partial_\mu\Psi_L + \left[\left(\partial_5 - \frac{1}{2}A'(y)\right) - M\right]\Psi_R = 0. \quad (3.9)$$

$$ie^{A(y)}\sigma^\mu\partial_\mu\Psi_R + \left[-\left(\partial_5 - \frac{1}{2}A'(y)\right) - M\right]\Psi_L = 0. \quad (3.10)$$

3.2.3. Campo de Gauge (calibre).

En este caso se necesita un ingrediente adicional en la acción⁵, la fijación de la gauge:

$$S_A = \int d^5x\sqrt{g} \left\{ -\frac{1}{4}g^{MN}g^{KL}F_{MK}F_{NL} \right\} + S_{GF}, \quad (3.11)$$

Para motivar la elección del término S_{GF} , se procede a expandir el término cinético de gauge en términos del fondo ($ds^2 = e^{-2A(y)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - dy^2$).

$$\begin{aligned} S_A &= \int d^5x \left\{ -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}e^{-2A(y)}\partial_\mu A_5\partial^\mu A_5 - \partial_5 \left[e^{-2A(y)}A_5 \right] \partial_\mu A^\mu \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}e^{-2A(y)}\partial_5 A_\mu\partial_5 A^\mu \right\}, \end{aligned} \quad (3.12)$$

Al integrar por partes en x^μ , y y despreciando los términos al infinito, también se obtiene y debe tomarse en cuenta el término de superficie generado en la dirección y .

$$S_s = \int d^4x e^{-2A(y)} A_5 \partial_\mu A^\mu \Big|_{y=0}^{y=L}. \quad (3.13)$$

Ahora, como se puede ver de la ec. (3.12) hay un término que mezcla A_μ con A_5 , el cual resulta en una mezcla también en las EOM. Así que para arreglar y tener ecuaciones de movimiento desacopladas, el término de la fijación de la gauge se tomará de tal forma que cancele el término que mezcla los campos [30]. Específicamente se propone la siguiente acción de fijación de la gauge

$$S_{GF} = \int d^5x \left\{ -\frac{1}{2\xi} \left[\partial_\mu A^\mu - \xi \partial_5 \left(e^{-2A(y)} A_5 \right) \right] \right\}^2, \quad (3.14)$$

donde ξ es el parámetro de fijación de la gauge arbitrario. Obteniendo que la acción total sea:

$$\begin{aligned} S_A &= \int d^5x \left\{ -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} - \frac{1}{2\xi} (\partial_\mu A^\mu)^2 + \frac{1}{2}e^{-2A(y)}\partial_5 A_\mu\partial_5 A^\mu + \frac{1}{2}\partial_\mu A_5\partial_\mu A_5 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2}\xi \left(\partial_5 \left[e^{-2A(y)} A_5 \right] \right)^2 \right\}, \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\partial_5 \Psi_R \Big| = \left(\frac{1}{2}A'(y) + M \right) \Psi_R \Big|$$

Si también se impone $\Psi_R \Big| = 0$ se tendrá de manera automática $\partial_5 \Psi_R \Big| = 0$ y entonces de la segunda ecuación se tiene $\partial_5 \Psi_L \Big| = 0$, tal que la única solución permitida es $\Psi \equiv 0$.

Así se obtienen dos posibilidades interesantes

$$\begin{aligned} (-) \quad \Psi_L \Big| = 0 &\Rightarrow \partial_5 \Psi_R \Big| = \left(\frac{1}{2}A'(y) + M \right) \Psi_R \Big| \\ (+) \quad \Psi_R \Big| = 0 &\Rightarrow \partial_5 \Psi_L \Big| = \left(\frac{1}{2}A'(y) - M \right) \Psi_L \Big| \end{aligned}$$

⁵La compactificación en un intervalo necesariamente lleva a condiciones de frontera que distinguen quiralidades” Además se puede generalizar estas condiciones de frontera incluyendo términos localizados en la acción (vía una función delta δ) que contribuyen directamente a δS_{Ψ}^S

⁵Nos interesa la parte cuadrática de la acción, así que no hay distinción entre los casos abelianos y no-abeliano, y se puede tomar $F_{MN} = \partial_M A_N - \partial_N A_M$.

CAPÍTULO 3. MODELO DE DIMENSIONES EXTRAS
3.2. CAMPOS EN EL BULK.

Enseguida se procede a hacer la acción de la variación con respecto a los campos A^μ y A_5 .
 Variación bajo δA_μ

$$\delta S_A^V = \int d^5x \delta A_\mu \left\{ \left[\eta^{\mu\nu} \square - \left(1 - \frac{1}{\xi} \right) \partial^\mu \partial^\nu \right] - \eta^{\mu\nu} \partial_5 e^{-2A(y)} \partial_5 \right\} A_\nu,$$

$$\delta S_A^S = \int d^4x e^{-2A(y)} \delta A_\mu \left\{ \partial_5 A^\mu - \partial^\mu A_5 \right\} \Big|_{y=0}^{y=L},$$

obteniendo para A^μ

$$\left(\eta^{\mu\nu} \square - \left(1 - \frac{1}{\xi} \right) \partial^\mu \partial^\nu \right) A_\nu - \partial_5 \left(e^{-2A(y)} \partial_5 A^\mu \right) = 0,$$

$$\left\{ \partial_5 A^\mu - \partial^\mu A_5 \right\} \Big|_{y=0}^{y=L} = 0.$$

Variación bajo δA_5

$$\delta S_A^V = \int d^5x e^{-2A(y)} \delta A_5 \left\{ -\square + \xi \partial_5^2 e^{-2A(y)} \right\} A_5,$$

$$\delta S_A^S = - \int d^4x e^{-2A(y)} \delta A_5 \left\{ \xi \partial_5 \left[e^{-2A(y)} A_5 \right] + \partial_\mu A^\mu \right\} \Big|_{y=0}^{y=L},$$

obteniendo para A_5

$$\square A_5 - \xi \partial_5^2 \left[e^{-2A(y)} A_5 \right] = 0,$$

$$\left\{ \xi \partial_5 \left[e^{-2A(y)} A_5 \right] + \partial_\mu A^\mu \right\} \Big|_{y=0}^{y=L} = 0.$$

Por lo tanto las EOM son:

$$\left(\eta^{\mu\nu} \square - \left(1 - \frac{1}{\xi} \right) \partial^\mu \partial^\nu \right) A_\nu - \partial_5 \left(e^{-2A(y)} \partial_5 A^\mu \right) = 0. \quad (3.16)$$

$$\square A_5 - \xi \partial_5^2 \left[e^{-2A(y)} A_5 \right] = 0. \quad (3.17)$$

Enfocandose en las condiciones de frontera ⁶ en un intervalo, se identifican dos posibilidades interesantes:

$$(+) \equiv A_5 \Big|_{y=0}^{y=L} = 0, \quad \Rightarrow \quad \partial_5 A^\mu \Big|_{y=0}^{y=L} = 0,$$

$$(-) \equiv A_\mu \Big|_{y=0}^{y=L} = 0, \quad \Rightarrow \quad \partial_5 \left[e^{-2A(y)} A_5 \right] \Big|_{y=0}^{y=L} = 0.$$

⁶

- Los campos del ME surgen de las condiciones de frontera (+,+).
- Modelos que consideran al Higgs como una polarización extra-dimensional de campos de gauge de dimensión mayor usan condiciones de frontera (-,-).
- Las condiciones de frontera (+,-) y (-,+) se usan en modelos con simétrías custodiales, entre algunas otras posibilidades.

3.3. Descomposición de Kaluza-Klein (KK).

Un concepto central en física de dimensiones extras es una teoría donde un campo se propaga en una dimensión extra compacta, que puede ser reescrita como una teoría 4D que involucra un número infinito de campos 4D [29].

3.3.1. Campo Escalar.

La acción en 5D de un campo escalar, como se obtuvo anteriormente es:

$$\begin{aligned} S_\Phi &= \int d^5x \sqrt{g} \left\{ \frac{1}{2} \partial_M \Phi \partial^M \Phi - \frac{1}{2} M^2 \Phi^2 \right\} \\ &= \Sigma_n \int d^4x \frac{1}{2} \{ \partial_\mu \phi_n \partial^\mu \phi_n - m_n^2 \phi_n^2 \}, \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde los $\phi_n(x^\mu)$ son los llamados modos de KK.

Se descomponen los campos escalares 5D mediante la siguiente descomposición de Fourier

$$\Phi(x^\mu, y) = \frac{e^{A(y)}}{\sqrt{L}} \sum_n \phi_n(x^\mu) f_n(y), \quad (3.19)$$

donde las $\{f_n\}$ son funciones de onda de KK. También se puede observar que en la expansión se extrae un término $e^{A(y)}$, el cual les da a las funciones de KK un significado físico en términos de *propiedades de localización de los modos de KK a lo largo de la dimensión extra* (funciones de onda físicas). Además el factor $\frac{1}{\sqrt{L}}$ permite expresar de manera transparente las dimensiones de los campos involucrados: Φ tiene dimensiones $[\frac{3}{2}]$, mientras que ϕ_n tienen dimensión [1] apropiada a su interpretación en 4D. La convención siempre será que las $\{f_n\}$ son adimensionales.

Recordando que la EOM de un campo escalar es:

$$e^{2A(y)} \partial_\mu \partial^\mu \Phi - e^{4A(y)} \partial_y \left[e^{-4A(y)} \partial_y \Phi \right] + M^2 \Phi = 0. \quad (3.20)$$

la interpretación de ϕ_n como un campo escalar 4D libre de masa m_n , significa que

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi_n + m_n^2 \phi_n = 0. \quad (3.21)$$

Tomando la descomposición de Fourier (3.19) y reemplazando en (3.20) y usando (3.21), se obtiene

$$-e^{2A(y)} m_n^2 f_n(y) - e^{3A(y)} \partial_y \left[e^{-4A(y)} \partial_y \left(e^{A(y)} f_n(y) \right) \right] + M^2 f_n(y) = 0, \quad (3.22)$$

o de manera más explícita

$$f_n''(y) - 2A'(y) f_n'(y) + \left[e^{2A(y)} m_n^2 - M^2 - 3 \left(A'(y) \right)^2 + A''(y) \right] f_n(y) = 0. \quad (3.23)$$

Si multiplicamos por $e^{-2A(y)} f_m(y)$ y restamos la misma expresión con $m \leftrightarrow n$, se encuentra

$$\partial_y \left\{ e^{-2A(y)} \left(f_m(y) f_n'(y) - f_n(y) f_m'(y) \right) \right\} + (m_n^2 - m_m^2) f_m(y) f_n(y) = 0. \quad (3.24)$$

Si se integra $\int_0^L dy$ el primer término da un término de superficie de la misma forma que el obtenido por el método variacional, y por el requerimiento de que éste sea cero, se encuentra

$$(m_n^2 - m_m^2) \int_0^L dy f_m(y) f_n(y) = 0, \quad (3.25)$$

CAPÍTULO 3. MODELO DE DIMENSIONES EXTRAS
3.3. DESCOMPOSICIÓN DE KALUZA-KLEIN (KK).

es decir se ha derivado una condición de ortogonalidad para $m_n^2 \neq m_m^2$.
 Escogiendo la normalización

$$\frac{1}{L} \int_0^L dy f_m(y) f_n(y) = \delta_{mn}, \quad (3.26)$$

y reemplazando la expansión de KK en la acción del campo escalar libre en el bulk, se obtiene el resultado de la ec. (3.18). La acción 4D sólo contiene las EOM para los modos de KK. Las masas de KK, m_n^2 se encuentran resolviendo las ecuaciones diferenciales ordinarias para las funciones de onda de KK (f_n), y se requiere que estas satisfagan las condiciones de frontera deseadas.

3.3.2. Campo Fermiónico.

Como en el caso de campos escalares, las funciones de onda KK se toman de tal forma que obedezcan las EOM clásicas libres que junto con las condiciones de frontera permitidas garanticen que se forme un conjunto completo ortogonal. Tomando la siguiente descomposición de Fourier⁷

$$\Psi_{L,R}(x^\mu, y) = \frac{e^{\frac{3}{2}A(y)}}{\sqrt{L}} \sum_n \psi_{L,R}^n(x^\mu) f_{L,R}^n(y), \quad (3.27)$$

tal que al sustituir la descomposición de Fourier en las EOM para un campo fermiónico, se obtiene

$$\left(\partial_y + M - \frac{1}{2} A'(y) \right) f_L^n(y) = m_n e^{A(y)} f_R^n(y), \quad (3.28)$$

$$\left(\partial_y - M - \frac{1}{2} A'(y) \right) f_R^n(y) = -m_n e^{A(y)} f_L^n(y). \quad (3.29)$$

Al igual que en el caso de campos escalares, en este caso se obtiene una condición de normalización

$$\frac{1}{L} \int_0^L dy f_{L,R}^m(y) f_{L,R}^n(y) = \delta_{mn}, \quad (3.30)$$

las condiciones de frontera son

$$\begin{aligned} (-) \quad & \partial_y f_R^n(y) - \left(M + \frac{1}{2} A'(y) \right) f_R^n(y) \Big|_0 = 0, \quad \wedge \quad f_L^n(y) \Big|_0 = 0, \\ (+) \quad & \partial_y f_L^n(y) + \left(M - \frac{1}{2} A'(y) \right) f_L^n(y) \Big|_L = 0, \quad \wedge \quad f_R^n(y) \Big|_L = 0, \end{aligned}$$

Finalmente, se toma la condición de ortogonalidad al igual que la expansión de KK y sustituyendo en la acción para un campo fermiónico en 5D, entonces se obtendrá que los campos fermiónicos en la teoría de KK se leen como

$$S_\Psi = \sum_n \int d^4x \bar{\psi}^n (i\gamma^\mu \partial_\mu - m_n) \psi^n. \quad (3.31)$$

3.3.3. Campo de Gauge.

La acción en 5D de un campo de gauge está dada como

$$S_A = \int d^5x \sqrt{g} \left\{ -\frac{1}{4} g^{MN} g^{KL} F_{MK} F_{NL} \right\}.$$

⁷El factor $e^{3A(y)}$ que aparece en esta descomposición que define las $f_{L,R}^n(y)$ como funciones de onda físicas.

Para los campos de gauge, la descomposición se escribe como (aquí $A_M(x^\mu, y)$ tiene dimensiones de masa $[\frac{3}{2}]$)

$$A_{\mu,5}(x^\mu, y) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_n^\infty A_{\mu,5}^n(x^\mu) f_{A,5}^n(y). \quad (3.32)$$

Recordando que las EOM para campos de gauge son:

$$\left(\eta^{\mu\nu} \square - \left(1 - \frac{1}{\xi} \right) \partial^\mu \partial^\nu \right) A_\nu - \partial_5 \left(e^{-2A(y)} \partial_5 A^\mu \right) = 0. \quad (3.33)$$

$$\square A_5 - \xi \partial_5^2 \left[e^{-2A(y)} A_5 \right] = 0. \quad (3.34)$$

Si se toma la descomposición de KK y la se remplacea en las EOM, se obtiene

$$\partial_y \left[e^{-2A(y)} \partial_y f_A^n(y) \right] + m_n^2 f_A^n(y) = 0, \quad (3.35)$$

mientras que la ecuación apropiada para $f_5^n(y)$ es

$$\partial_y^2 \left[e^{-2A(y)} f_5^n(y) \right] + m_n^2 f_5^n(y) = 0. \quad (3.36)$$

Se nota que una solución a la ec. (3.35) con $m_n^2 \neq 0$, inmediatamente da una solución a la ec. (3.36) como $f_5^n(y) = \frac{1}{m_n} \partial_y f_A^n(y)$.

Para el caso de los campos de gauge, las funciones de KK están normalizadas como

$$\frac{1}{L} \int_0^L dy f_{A,5}^m(y) f_{A,5}^n(y) = \delta_{mn}. \quad (3.37)$$

Las condiciones de frontera son:

$$\begin{aligned} (-) \quad & \left. \partial_y^2 \left(e^{-2A(y)} f_5^n(y) \right) \right| = 0, \quad \wedge \quad \left. f_5^n(y) \right| = 0, \\ (+) \quad & \left. \partial_y \left(e^{-2A(y)} \partial_y f_A^n(y) \right) \right| = 0, \quad \wedge \quad \left. f_A^n(y) \right| = 0. \end{aligned}$$

3.4. Casos Específicos.

Recopilando las descomposiciones de KK, para los casos: Dimensiones Extras Universales y Randall-Sundrum [29].

3.4.1. Dimensiones Extras Universales (UED).

Si se considera $A(y) = 0$, se tiene un espacio plano. Este es un caso particularmente simple, ya que todas las ecuaciones de KK se reducen a un oscilador armónico.

$$f_n''(y) + (m_n^2 - M^2) f_n(y) = 0, \quad (3.38)$$

la cual lleva a que las $f_n(y)$ s sean senos y cosenos. Lo más estudiado son modelos UED donde todos los campos obedecen (++) o (--). Además, las masas de Dirac en 5D se consideran nulas. En tal caso:

$$f_n^{(++)}(y) = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ \sqrt{2} \cos m_n(y) & \text{si } n \neq 0 \end{cases}$$

$$f_n^{(--)}(y) = \sqrt{2} \sin m_n(y),$$

donde $m_n = \frac{\pi n}{L} = \frac{n}{R}$ para fermiones o campos de gauge, mientras que $m_n = M^2 + \left(\frac{n}{R}\right)^2$ para el campo de Higgs.

3.4.2. Randall-Sundrum (RS).

Si se considera $A(y) = ky$, se tiene que las funciones de onda se reducen a ecuaciones de Bessel. Para el caso de campos escalares, escribiendo la masa del bulk como $M^2 = (\alpha^2 - 4)k^2$, se encuentra

$$f_n(y) = N_n e^{ky} \left\{ J_\alpha \left(\frac{m_n}{k} e^{ky} \right) + b_n Y_\alpha \left(\frac{m_n}{k} e^{ky} \right) \right\}, \quad (3.39)$$

Para el caso de los campos fermiónicos, escribiendo la masa de estos campos en el bulk como $M = \pm ck$, donde el signo $+$ aplica para $(++)$, mientras que el signo $-$ aplica a $(--)$, se encuentra

$$f_{L,R}^n(y) = N_n e^{ky} \left\{ J_{c \pm \frac{1}{2}} \left(\frac{m_n}{k} e^{ky} \right) + b_n Y_{c \pm \frac{1}{2}} \left(\frac{m_n}{k} e^{ky} \right) \right\}, \quad (3.40)$$

debido a la convención de signo de la masa de Dirac en términos de c , estas expresiones aplican para ambos tipos de condiciones de frontera (a nivel masivo de KK), las constantes N_n y b_n son las mismas para ambas quiralidades.

Para el caso no-roto de campos de gauge, se encuentra

$$f_A^n(y) = N_n e^{ky} \left\{ J_1 \left(\frac{m_n}{k} e^{ky} \right) + b_n Y_1 \left(\frac{m_n}{k} e^{ky} \right) \right\}, \quad (3.41)$$

Sin embargo, es importante mencionar que las soluciones a las ecs. (3.40) y (3.41) difieren en el índice de Bessel, así como el espectro de masa.

Capítulo 4

Modelo de Randall-Sundrum

4.1. Generalidades del Modelo de Randall-Sundrum.

Motivados por resolver el problema de jerarquía, Lisa Randall y Raman Sundrum propusieron un modelo basado en una métrica no-factorizable [26], donde el espacio (la métrica) 4D se encuentra multiplicado por un factor de curvatura o deformación. Esta métrica tiene la forma:

$$ds^2 = e^{-2\sigma(\phi)} \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu - r_c^2 d\phi^2, \quad (4.1)$$

donde x^μ representa las coordenadas 4D usuales. La dimensión extra ϕ está compactada en una orbivariiedad S^1/Z_2 , como se muestra en la figura (4.1)

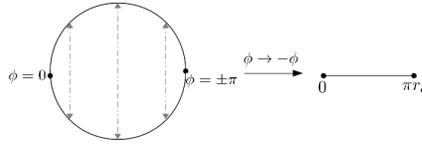


Figura 4.1: Orbivariiedad S^1/Z_2 .

con r_c el radio de la dimensión extra, con la siguiente identificación de puntos

$$(x^\mu, \phi) \rightarrow (x^\mu, -\phi), \quad (4.2)$$

donde $\phi \in [-\pi, \pi]$. Además se define una operación de paridad, conocida como paridad- Z_2 , bajo la cual

$$F(x^\mu, -\phi) = ZF(x^\mu, \phi) = \pm F(x^\mu, \phi). \quad (4.3)$$

Tomando los puntos fijos de la orbivariiedad en $\phi = 0, \pi$, se pueden localizar dos 3-branas, una en el punto $\phi = 0$, llamada la brana de Planck y otra localizada en el punto $\phi = \pi$, llamada la brana de TeVs. Al espacio entre las dos branas se le conoce como el bulto. En el modelo original de RS, la gravedad era la única capaz de propagarse en la dimensión extra. La acción clásica del modelo es

$$S = S_{bulto} + S_{Pl} + S_{TeV}, \quad (4.4)$$

donde

$$\begin{aligned} S_{bulto} &= \int d^4x \int_0^\pi d\phi \sqrt{G} \{-\Lambda_5 - 2M_5^3 R\}, \\ S_{Pl} &= \int \sqrt{-g^{Pl}} \{L_{Pl} - V_{Pl}\}, \\ S_{TeV} &= \int \sqrt{-g^{TeV}} \{L_{TeV} - V_{TeV}\}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM
4.2. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE JERARQUÍA.

con M_5 que es la escala fundamental de la teoría, Λ_5 es la constante cosmológica en 5D y \sqrt{G} es la determinante de la métrica. Además

$$\begin{aligned} g_{\mu\nu}^{Pl} &\equiv G_{\mu\nu}(x^\mu, \phi = 0), \\ g_{\mu\nu}^{TeV} &\equiv G_{\mu\nu}(x^\mu, \phi = \pi). \end{aligned} \quad (4.6)$$

Tomando el modelo en el vacío, se resuelven las ecuaciones de Einstein, y se llega a la solución para el factor de deformación. Entonces

$$\sigma'(\phi) = \pm \sqrt{\frac{-\Lambda_5}{24M_5^3}} r, \quad (4.7)$$

por tanto

$$\sigma(\phi) = \sqrt{\frac{-\Lambda_5}{24M_5^3}} r |\phi|. \quad (4.8)$$

Aquí se puede definir

$$k \equiv \sqrt{\frac{-\Lambda_5}{24M_5^3}}, \quad (4.9)$$

y para las tensiones de las branas se tiene

$$\begin{aligned} \Lambda_5 &= -24M_5^3 k^2, \\ V_{Pl} &= -V_{TeV} = -\frac{\Lambda_5}{k} = 24M_5^3 k. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Para tener una solución consistente, la constante cosmológica Λ_5 debe ser negativa. Este tipo de espacios se les conoce como espacio Anti de-Sitter (AdS). Estos tipos de dimensiones curvas se les conoce como dimensiones extras deformes (del inglés warped). Adicionalmente la escala de Planck, M_{Pl} , efectiva 4D se tiene

$$M_{Pl}^2 = \frac{M_5^3}{k} [1 - e^{-2kr_c\pi}]. \quad (4.11)$$

Para $kr_c > 1$, la escala de Planck 4D, depende débilmente del radio de compactación r_c , para $k \sim M_5$; esto fija las escalas M_5 y k ,

$$k \leq M_5 \leq M_{Pl}, \quad (4.12)$$

de tal forma que no existen jerarquías no-naturales. La debilidad de la gravedad se explica por medio de la localización del modo cero del gravitón, el cual está en (o cerca de) la brana de Planck.

4.2. Solución al Problema de Jerarquía.

Como ya se mencionó, la motivación inicial para estudiar este tipo de modelos (RS), es el resolver el problema de jerarquía [27][44]. Antes de mostrar la solución que Randall y Sundrum dieron, se revisarán las ideas involucradas con el problema de jerarquía.

4.2.1. El Problema de Jerarquía.

Considerando el problema de las divergencias cuadráticas en el sector de Higgs, y recordando que en la norma unitaria el doblete de Higgs tiene la forma

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \varphi(x) \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}. \quad (4.13)$$

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM
4.2. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE JERARQUÍA.

Las interacciones de Yukawa tienen la forma

$$\mathcal{L} = -Y_f \varphi(x) \bar{f}_L f_R + h.c.,$$

con $f_{L,R}$ las proyecciones del fermión f . Después del rompimiento de simetría se tiene

$$\mathcal{L} = -\frac{Y_f}{\sqrt{2}} h \bar{f}_L f_R - \frac{Y_f}{\sqrt{2}} v \bar{f}_L f_R + h.c.. \quad (4.14)$$

La masa de los fermiones es dada por: $m_f = Y_f v / \sqrt{2}$. La función de dos puntos con el Higgs (denotado H o h) con dos líneas externas y con fermiones dentro del loop tiene como diagrama el mostrado en la figura (4.2.1-a) y su lectura es

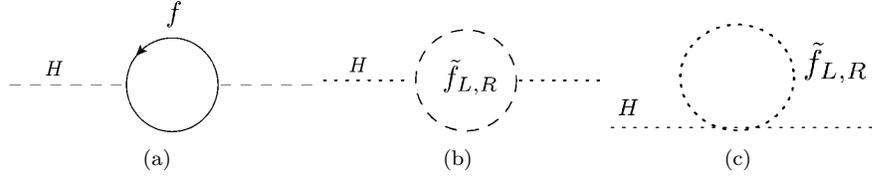


Figura 4.2: Correcciones a un loop a la masa del Higgs, a) debido a un fermión de Dirac f , b) y c) debido a escalares $\tilde{f}_{L,R}$.

$$\begin{aligned} i\Pi_{hh}^f(0) &= (-) \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \text{Tr} \left[\left(-i \frac{Y_f}{\sqrt{2}} \right) \left(\frac{i}{\not{k} - m_f} \right) \left(-i \frac{Y_f}{\sqrt{2}} \right) \frac{i}{\not{k} - m_f} \right] \\ &= -2Y_f^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{1}{k^2 - m_f^2} + \frac{2m_f^2}{(k^2 - m_f^2)^2} \right]. \end{aligned} \quad (4.15)$$

La corrección a Δm_h^2 es proporcional a $\Pi_{hh}^f(0)$. El primer término de la derecha de la ecuación (4.15) es cuadráticamente divergente. Así la corrección cuadrática a m_h^2 toma la forma

$$\Delta m_h^2(f) = \frac{\Lambda^2}{16\pi^2} (-2Y_f^2). \quad (4.16)$$

Otra fuente de divergencia proviene del vértice cuártico del Higgs. La líneas del loop también son h . En este caso la contribución divergente a m_h^2 es

$$\Delta m_h^2(h) = \frac{\Lambda^2}{16\pi^2} (\lambda). \quad (4.17)$$

Por simplicidad, aquí no se consideran las divergencias cuadráticas provenientes de las contribuciones de los bosones de norma. Combinando las ecuaciones (4.16) y (4.17) se tiene

$$\Delta m_h^2 = \frac{\Lambda^2}{16\pi^2} (-2Y_f^2 + \lambda). \quad (4.18)$$

Es conveniente dar los siguientes comentarios:

- Los acoplamientos de Yukawa Y_f y el acoplamiento cuártico del escalar, λ , no guardan ninguna relación. Si se supone a $\lambda = 2Y_f^2$; en primer lugar esto llevaría a un ajuste fino (fine tuning); en segundo lugar, a ordenes mayores de loops, esta relación no prevendría la aparición de divergencias. También se debe notar que si se fija $\lambda = Y_f^2$, se necesitan dos campos escalares para cancelar las divergencias cuadráticas causadas por un fermión.

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM
4.2. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE JERARQUÍA.

- Se podría hacer una redefinición de la masa desnuda de tal manera que se absorba la divergencia cuadrática. Sin embargo, hay una parte residual finita en la ecuación (4.15), dada por $\sim \frac{Y_f^2 m_f^2}{8\pi^2}$. Si el ME fuera válido hasta una escala de GUT con una escala $\sim 10^{16}$ GeV. En este caso, incluso después de remover las dependencias del corte cuadrático, la contribución principal a Δm_h^2 sería del orden $M_{GUT}^2/(8\pi^2)$. Uno tendría que realizar un ajuste fino no natural ($1 - 10^{26}$) entre la masa desnuda $m_{h_0}^2$ y el término de corrección Δm_h^2 para poder mantener la masa renormalizada ($m_h^2 = m_{h_0}^2 + \Delta m_h^2$) alrededor de 100 GeV. Esto es lo que técnicamente se conoce como *problema de jerarquía de norma*.
- El problema principal consiste en que la corrección es independiente de m_h . Si se toma $m_h = 0$ no se incrementa la simetría de la teoría. En QED, en el límite donde la masa del electrón se anula, se tiene una simetría exacta: *simetría quiral* y ya que la masa del fotón es cero, se tiene una *simetría de norma* exacta. No hay tal simetría que proteja a la masa del Higgs.

Aún cuando se dice que es la masa de Higgs la que es inestable, lo más correcto es decir que el VEV electrodébil, v , no es estable.

4.2.2. Cancelación de la divergencias cuadráticas en un modelo de juguete de supersimetría.

Como ya se mencionó la supersimetría, es una teoría con una simetría bosón \leftrightarrow fermón. Se considera un modelo de juguete que contiene $\varphi(x) = (v + h(x))/\sqrt{2}$ y además dos campos escalares complejos $\tilde{f}_{L,R}(x)$. Las interacciones están codificadas en el siguiente Lagrangiano efectivo:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{\tilde{f}\tilde{f}\varphi} &= -\tilde{\lambda}_f |\varphi|^2 \left(|\tilde{f}_L|^2 + |\tilde{f}_R|^2 \right) + \left(Y_f A_f \varphi \tilde{f}_L \tilde{f}_R^* + h.c. \right) \\
 &= -\frac{1}{2} \tilde{\lambda}_f h^2 \left(|\tilde{f}_L|^2 + |\tilde{f}_R|^2 \right) - \tilde{\lambda}_f h v \left(|\tilde{f}_L|^2 + |\tilde{f}_R|^2 \right) \\
 &\quad + \frac{Y_f}{\sqrt{2}} A_f \left(h \tilde{f}_L \tilde{f}_R^* + h.c. \right) + \dots
 \end{aligned} \tag{4.19}$$

Aquí A_f tiene dimensiones de masa y mide la magnitud del vértice escalar triple. Los nuevos loops que involucran escalares se muestran en las figuras (4.2.1-b,c).

$$\begin{aligned}
 i\Pi_{hh}^{\tilde{f}}(0) &= \underbrace{\tilde{\lambda} \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{1}{k^2 - m_{\tilde{f}_L}^2} + \frac{1}{k^2 - m_{\tilde{f}_R}^2} \right]}_{\text{figura 4.2.1-c}} \\
 &+ \underbrace{(\tilde{\lambda}_f v)^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{1}{(k^2 - m_{\tilde{f}_L}^2)^2} + \frac{1}{(k^2 - m_{\tilde{f}_R}^2)^2} \right]}_{\text{figura 4.2.1-b}} \\
 &+ \underbrace{|Y_f A_f|^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \left[\frac{1}{k^2 - m_{\tilde{f}_L}^2} \frac{1}{k^2 - m_{\tilde{f}_R}^2} \right]}_{\text{figura 4.2.1-b}}.
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Combinando las ecuaciones (4.15) y (4.20) se observa lo siguiente:

- Las contribuciones del loop de fermiones (figura 4.2.1-a) y el loop escalar (figura 4.2.1-c) da divergencias cuadráticas. Sin embargo, si se calcula la contribución total ($\Pi_{hh}^f(0) + \Pi_{hh}^{\tilde{f}}(0)$), las divergencias cuadráticas se cancelan de manera exacta si uno fija $\tilde{\lambda}_f = Y_f^2$. La cancelación ocurre independientemente de la magnitud de $m_{\tilde{f}_{L,R}}$ y/o A_f .

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM
4.3. SOLUCIÓN AL PROBLEMA DE JERARQUÍA EN EL MODELO DE RANDALL-SUNDRUM.

- Permanece una susceptibilidad logarítmica a la escala de corte. Si se asume que $m_{\tilde{f}_L} = m_{\tilde{f}_R} = m_{\tilde{f}}$, por tanto

$$\begin{aligned} \Pi_{hh}^f(0) + \Pi_{hh}^{\tilde{f}}(0) &= \frac{Y_f^2}{16\pi^2} [-2m_f^2 \left\{ 1 - \ln \left(\frac{m_f^2}{\mu^2} \right) \right\} \\ &+ 4m_f^2 \ln \left(\frac{m_f^2}{\mu^2} \right) + 2m_{\tilde{f}}^2 \left\{ 1 - \ln \left(\frac{m_{\tilde{f}}^2}{\mu^2} \right) \right\} \\ &- 4m_f^2 \ln \left(\frac{m_f^2}{\mu^2} \right) - |A_f|^2 \ln \left(\frac{m_{\tilde{f}}^2}{\mu^2} \right)]. \end{aligned} \quad (4.21)$$

- Si además se supone que a) $m_f = m_{\tilde{f}}$ y b) $A_f = 0$, entonces se tiene que $\Pi_{hh}^f(0) + \Pi_{hh}^{\tilde{f}}(0) = 0$, es decir, incluso las contribuciones finitas se cancelan.

Las divergencias cuadráticas se cancelan debido a la igualdad de los dos tipos de acoplamientos adimensionales. Si la supersimetría está rota, es decir, $m_f \sim m_{\tilde{f}}$, dando lugar al surgimiento a los términos "suaves" del Lagrangiano, las divergencias cuadráticas se siguen cancelando.

4.3. Solución al Problema de Jerarquía en el Modelo de Randall-Sundrum.

Regresando el modelo de RS, se estudia como se comporta un campo escalar (Higgs), que se encuentra localizado en la brana de TeVs ($\phi = \pi$). Entonces se tiene

$$\mathcal{S}_{TeV} \supset \int d^4x \sqrt{-g^{TeV}} \left\{ g_{TeV}^{\mu\nu} D_\mu H^\dagger D_\nu H - \lambda (|H|^2 - v_0^2)^2 \right\}, \quad (4.22)$$

donde v_0 es el VEV fundamental del Higgs¹. Entonces se tiene que:

$$\mathcal{S}_{TeV} \supset \int d^4x \sqrt{-\bar{g}} e^{-4kr_c\pi} \left\{ \bar{g}_{\mu\nu} e^{2kr_c\pi} D_\mu H^\dagger D_\nu H - \lambda (|H|^2 - v_0^2)^2 \right\}. \quad (4.23)$$

Reescalando la función de onda del Higgs: $H \rightarrow e^{kr_c\pi} \tilde{H}$, se obtiene

$$\mathcal{S}_{TeV} \supset \int d^4x \sqrt{-\bar{g}} \left\{ \bar{g}_{\mu\nu} D_\mu \tilde{H}^\dagger D_\nu \tilde{H} - \lambda (|\tilde{H}|^2 - e^{-2kr_c\pi} v_0^2)^2 \right\}. \quad (4.24)$$

El VEV fundamental se encuentra exponencialmente suprimido en la teoría efectiva, es decir,

$$v = e^{-kr_c\pi} v_0, \quad (4.25)$$

así cualquier parámetro de masa con m_0 en la brana de TeV en la teoría fundamental de mayor dimensionalidad, le corresponde una masa física:

$$m = e^{-kr_c\pi} m_0. \quad (4.26)$$

De esta manera se tiene un VEV fundamental con un valor natural $v_0 \sim M_5 \sim 10^{18} \text{ GeV}$ y un VEV efectivo del orden $v \sim M_{EW} \sim 1 \text{ TeV}$, imponiendo que $kr_c \approx 11,7$. Lo mismo ocurre para la masa del Higgs

$$m_h \sim M_{EW}. \quad (4.27)$$

De tal manera que se tiene algo radiativamente estable, ya que no existe una escala mayor a la cual existan correcciones.

¹En la brana de Planck $g_{\mu\nu}^{Pl} = \bar{g}_{\mu\nu}$ y para la brana de TeV $g_{\mu\nu}^{TeV} = e^{-2kr_c\pi} \bar{g}_{\mu\nu}$

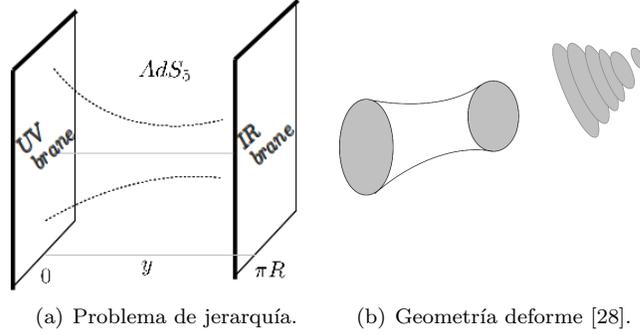


Figura 4.3: Geometría de RS.

4.4. Consecuencias Físicas del Modelo RS.

Las consecuencias fenomenológicas del modelo de RS, comparado con el modelo ADD son:

- La escala fundamental en el modelo de RS, es M_{Pl} , mientras que en el modelo de ADD es $\mathcal{O}(M_{EW})$.
- En el modelo de RS sólo se requiere una dimensión extra, mientras que en ADD se necesitan 2 o más dimensiones[12]. Con UED [33] se puede tener sólo una dimensión extra.
- En el modelo de RS se pueden considerar a los campos en el bulto [34][35][36](el campo de Higgs debe de estar localizado en (o cerca de) la brana de TeV, a menos de que se considere alguna extensión supersimétrica), a diferencia de ADD, donde todos los campos, excepto la gravedad, se encuentran constreñidos a la brana.

Por otro lado, en el modelo de RS, en la brana de TeV, pueden aparecer operadores de dimensión mayor a cuatro: decaimiento del protón, corrientes neutras que cambian sabor (FCNC), masas de neutrinos, los cuales estarán suprimidos por la escala de curvatura:

$$\begin{aligned} \frac{1}{M_5^2} \bar{\Psi}_i \Psi_j \bar{\Psi}_k \Psi_l &\rightarrow \frac{1}{M_5^2 e^{-2kr_c \pi}} \bar{\Psi}_i \Psi_j \bar{\Psi}_k \Psi_l \\ \frac{1}{M_5} \nu \nu H H &\rightarrow \frac{1}{M_5 e^{-kr_c \pi}} \nu \nu H H, \end{aligned} \quad (4.28)$$

donde Ψ_i es un fermión del ME y ν es un neutrino. Esto lleva a problemas con el decaimiento del protón y efectos de FCNC, además las masas de neutrinos dejan de ser consistentes con los experimentos. Así que mientras se resuelve el problema de jerarquía en el sector de Higgs, surgen problemas con los operadores arriba mencionados, los cuales se encuentran suficientemente suprimidos en el Modelo Estándar. Estos problemas surgen de tener a las partículas del ME confinadas en la brana de TeV en el modelo original de RS. Para resolver el problema de jerarquía sólo se requiere que el campo de Higgs se encuentre en (o cerca de) la brana de TeV. Los demás campos del ME (fermiones y bosones de norma) no tienen problema de jerarquía y por tanto pueden deslocalizarse de la brana y poder ocupar alguna localización en el bulto. De esta manera la brana de Planck puede ser usada para promover alguna escala lo suficientemente grande para suprimir los operadores de dimensionalidad mayor y además resolver el problema de jerarquía.

4.5. Orbivariiedad $S^1/(Z_2 \times Z'_2)$.

Se supone que el espacio-tiempo se encuentra factorizado en el producto de un espacio-tiempo 4D, M^4 , y la orbivariiedad $S^1/(Z_2 \times Z'_2)$, cuyas coordenadas son $x^\mu (\mu = 0, 1, 2, 3)$ y $y (= x^5)$

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM
4.6. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM MÍNIMO CUSTODIAL (RSMC).

respectivamente. Se construye la orbivariiedad S^1/Z_2 dividiendo un círculo S^1 de radio r_c con una transformación Z_2 que actúa sobre S^1 de acuerdo con $y \rightarrow -y$. Este espacio compacto se considera como el intervalo $[-\pi r_c, 0]$ con longitud πr_c . La orbivariiedad $S^1/(Z_2 \times Z'_2)$, se obtiene dividiendo S^1/Z_2 con otra transformación Z_2 , denotada por Z'_2 , que actúa sobre S^1/Z_2 de acuerdo a $y' \rightarrow -y'$, con $y' \equiv y + \pi r_c/2$. Este espacio compacto se considera como el intervalo $[0, \pi r_c/2]$, que tiene longitud $\pi r_c/2$. Se tienen dos 3-branas situadas en los puntos fijos de la orbivariiedad $S^1/(Z_2 \times Z'_2)$ (en $y' = 0$ y $y' = \pi r_c/2$). La paridad intrínseca de $(Z_2 \times Z'_2)$ del campo del bulto 5D, $\phi(x^\mu, y)$ es definida por la transformación

$$\begin{aligned}\phi(x^\mu, y) &\rightarrow \phi(x^\mu, -y) = P\phi(x^\mu, y), \\ \phi(x^\mu, y') &\rightarrow \phi(x^\mu, -y') = P'\phi(x^\mu, y').\end{aligned}\tag{4.29}$$

Por definición P y P' tienen eigenvalores 1 y -1 .

4.6. Modelo de Randall-Sundrum Mínimo Custodial (RSMC).

En este capítulo se revisará brevemente el Modelo de Randall-Sundrum Mínimo Custodial (RSMC) (mayores detalles en el apéndice D), se mencionarán resultados relevantes acerca de la reducción y la interacción de campos fermiónicos en el bulk, igualmente se establecerá la notación a usar.

4.6.1. Generalidades de RSMC.

El Modelo RSMC es formulado en un espacio-tiempo 5D, está basado en una geometría AdS_5 , donde el espacio es del tamaño πr_c , donde r_c denota el radio de la quinta dimensión compactificada [17]. Dos 3-branas son localizadas cada una en los puntos fijos del orbifold $(0, \pi)$. En el punto $\phi = 0$ se coloca una brana llamada la brana de *Planck* o brana UV , mientras que en el punto $\phi = \pi$ se tiene la brana de TeV o brana IR . La métrica es dada por

$$ds^2 = G_{AB}dx^A dx^B = e^{-2\sigma(\phi)}\eta_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu - r_c^2 d\phi^2,\tag{4.30}$$

donde $\sigma(\phi) = kr_c|\phi|$, $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$, k es la curvatura del espacio AdS_5 , y $-\pi \leq \phi \leq \pi$. El Modelo de RSMC tiene como grupo de simetría de gauge en el bulk a $SU_L(2)XSU_R(2)XU_x(1)$. Los fermiones se encuentran en el bulk, mientras que el Higgs del ME, el cual es un bidoblete, es localizado en la brana IR . La acción 5D del Modelo de RSMC es dada por

$$S = \int d^4x \int_0^\pi d\phi \sqrt{G} [\mathcal{L}_g + \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_{UV}\delta(\phi) + \mathcal{L}_{IR}\delta(\phi - \pi)],\tag{4.31}$$

donde \mathcal{L}_g y \mathcal{L}_f son los lagrangianos en el bulk para los campos de gauge y los campos fermiónicos, respectivamente, y \mathcal{L}_{IR} contiene las interacciones de Yukawa y el Higgs.

4.6.2. Fermiones en el bulk.

La acción para fermiones libres 5D en el bulk puede ser escrita como [35][36]

$$S_f = \int d^4x \int_0^\pi d\phi \sqrt{G} \left\{ E_a^M \left[\frac{i}{2} \bar{\Psi} \gamma^a (\vec{\partial}_M - \vec{\partial}_M) \Psi \right] + m \text{sgn}(\phi) \bar{\Psi} \Psi \right\},\tag{4.32}$$

donde $\gamma^a = (\gamma^\mu, i\gamma^5)$ son las matrices gamma de Dirac en el espacio plano 5D, G es la métrica, E_a^M es el inverso del *vielbein*, y $m = ck$ es el parámetro de masa de Dirac en el bulk, aquí no hay

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM
4.6. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM MÍNIMO CUSTODIAL (RSMC).

contribución de la conexión espín porque la métrica es diagonal[35]. La forma de los términos de masa es dictada por el requerimiento de la simetría del orbifold \mathbb{Z}_2 .

La expansión de KK de los campos fermiónicos tomá la forma

$$\Psi_{L,R}(x, \phi) = \frac{e^{\frac{3\sigma}{2}}}{\sqrt{r_c \pi}} \sum_{n=0}^{\infty} \psi_{L,R}^{(n)}(x) f_{L,R}^n(\phi), \quad (4.33)$$

donde los subíndices L y R etiquetan la quiralidad de los campos, $f_{L,R}^n$ forman dos grupos completos de funciones ortogonales, los cuales se encuentran para satisfacer las ecuaciones

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{r_c} \partial_\phi - \left(\frac{1}{2} + c \right) k \right] f_R^n &= m_n e^\sigma f_L^n, \\ \left[-\frac{1}{r_c} \partial_\phi + \left(\frac{1}{2} - c \right) k \right] f_L^n &= m_n e^\sigma f_R^n, \end{aligned} \quad (4.34)$$

con la condición de ortonormalidad dada por

$$\frac{1}{\pi} \int_0^\pi d\phi f_{L,R}^{n*}(\phi) f_{L,R}^m(\phi) = \delta_{mn}. \quad (4.35)$$

De particular interés son los modos cero, los cuales son identificados con los fermiones del ME:

$$f_{L,R}^0(\phi, c_{L,R}) = \sqrt{\frac{kr_c \pi (1 \mp 2c_{L,R})}{e^{kr_c \pi (1 \mp 2c_{L,R})} - 1}} e^{(\frac{1}{2} \mp c_{L,R}) kr_c \phi}, \quad (4.36)$$

donde el signo superior (inferior) aplica para etiquetar LH (RH). Dependiendo de la paridad del fermión sobre el orbifold \mathbb{Z}_2 una de las quiralidades es proyectada fuera. Observamos que los modos cero LH son localizados a través de la brana UV (IR) si $c_L > \frac{1}{2}$ ($c_L < \frac{1}{2}$) como se muestra en la gráfica (4.4),

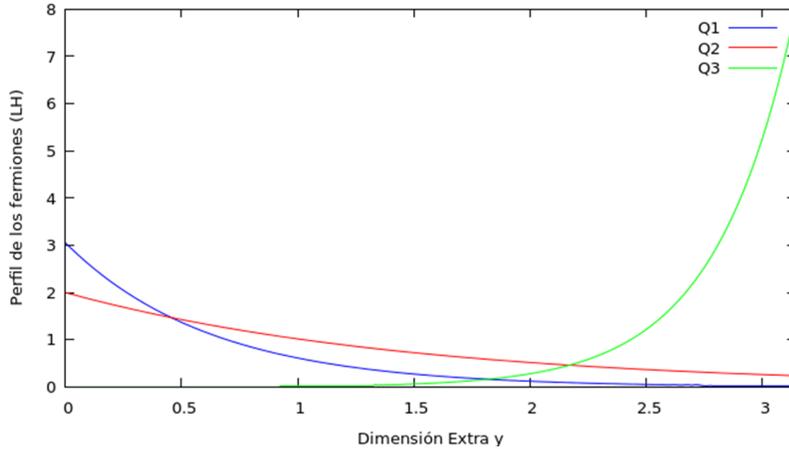


Figura 4.4: Funciones de onda de perfiles para fermiones (LH).

donde para $Q_1 = 0,634$, $Q_2 = 0,556$ y $Q_3 = 0,256$ [17]. Mientras que los modos cero RH son

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM
4.6. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM MÍNIMO CUSTODIAL (RSMC).

localizados a través de la brana UV (IR) cuando $c_R < -\frac{1}{2}$ ($c_R > -\frac{1}{2}$) mostrados en la gráfica (4.5)

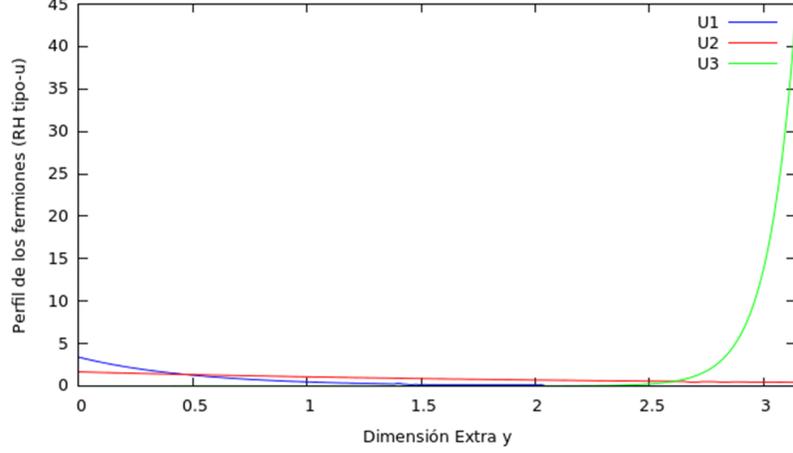


Figura 4.5: Funciones de onda de perfiles para fermiones (RH tipo-u).

donde $U_1 = -0,664$, $U_2 = -0,536$ y $U_3 = 0,185$ [17].

4.6.3. Interacciones de Fermiones.

En $5D$ la interacción entre fermiones y bosones de gauge en el bulk es dado por

$$S_{f\bar{f}A} = g_5 \int d^4x d\phi \sqrt{G} E_a^M \bar{\Psi} \gamma^a A_M \Psi + H.c., \quad (4.37)$$

donde g_5 es la constante de acoplamiento de gauge en $5D$. Después de la reducción de KK, acoplamos modos de KK en la teoría efectiva $4D$ obteniendo el traslape de las funciones de onda en el bulk. En particular los acoplamientos de fermiones del m -ésimo y n -ésimo modos de KK a el q -ésimo modo KK de gauge es dado por

$$g_{f\bar{f}A}^{mnq} = \frac{g_4}{\pi} \int_0^\pi d\phi f_{L,R}^m f_{L,R}^n \chi_q, \quad g_4 = \frac{g_5}{\sqrt{r_c \pi}}, \quad (4.38)$$

donde $g_4 \equiv g_{ME}$ es la constante de acoplamiento de gauge del ME en $4D$. Nótese que los modos cero de gauge tienen un perfil plano, por la condición de ortonormalidad de las funciones de onda de los fermiones, sólo los fermiones de KK del mismo nivel se acoplan a los modos cero de bosones de gauge, y el acoplamiento $4D$ es simplificado por $g_{f\bar{f}A}^{mn0} = g_4$.

Con el campo de Higgs localizado en la brana IR , las interacciones de Yukawa están totalmente contenidas en el \mathcal{L}_{IR} de la acción $5D$. La acción relevante sobre la brana IR es dada por

$$S_{Yuk} = \int d^4x d\phi \sqrt{G} \delta(\phi - \pi) X \frac{\lambda_{5,ij}}{kr_c} \bar{\Psi}_i(x, \phi) \Psi_j(x, \phi) \Phi(x) + H.c., \quad (4.39)$$

donde $\lambda_{5,ij}$ son los acoplamientos adimensionales de Yukawa en $5D$, e i, j son la familia de índices. Reescalando el campo de Higgs a $H(x) = e^{-kr_c \pi} \Phi(x)$, es decir, está normalizado canónicamente,

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM

4.7. MASAS Y MEZCLAS EN RSMC.

la interacción efectiva de Yukawa 4D obtenida después del rompimiento espontáneo de simetría está dado por

$$S_{Yuk} = \int d^4x v_w \frac{\lambda_{5,ij}^f}{kr_c \pi} \sum_{m,n} \bar{\Psi}_{iL}^{(m)}(x) \Psi_{jR}^{(n)}(x) f_L^m(\pi, c_i^L) f_R^n(\pi, c_j^R) + H.c., \quad (4.40)$$

donde $\langle H \rangle = v_w = 174$ GeV es el VEV adquirido por el campo de Higgs. Los modos cero dados para los términos de masa, y la matriz de masa resultante se lee

$$\begin{aligned} (M_f^{RS})_{ij} &= v_w \frac{\lambda_{5,ij}^f}{kr_c \pi} f_L^0(\pi, c_{f_i}^L) f_R^0(\pi, c_{f_j}^R) \\ &= v_w \frac{\lambda_{5,ij}^f}{kr_c \pi} F_L(c_{f_i}^L) F_R(c_{f_j}^R), \end{aligned} \quad (4.41)$$

donde f denota quarks tipo-u y tipo-d ($f = u, d$). Nótese que los acoplamientos de Yukawa en general son complejos, y toman la forma $\lambda_{5,ij}^f \equiv \rho_{ij}^f e^{i\phi_{ij}}$, con ρ_{ij}^f , ϕ_{ij} la magnitud y la fase, respectivamente.

4.7. Masas y Mezclas en RSMC.

En esta sección, se analizará la posible estructura del sabor de quarks en el sistema de RSMC. Un requerimiento inmediato sobre las estructuras es que experimentalmente han sido observados y reproducidos el espectro de masas y la estructura de mezclas de los quarks. Otro será que los acoplamientos de Yukawa sean todos del mismo orden, de acuerdo con la filosofía en el Modelo de RS que no hay jerarquía intrínseca. También se requiere que las pruebas de precisión electrodébil (EWPT) se satisfagan.

Para llegar a una posible estructura, se comenzará con un ansatz conocido sobre las matrices de masa para los quarks en el ME, el cual reproduzca el espectro de masas y la estructura de mezclas de los quarks. La forma del ansatz es entonces comparada con la matriz de masas RS, para verificar que los requerimientos se satisfagan.

Para resolver el problema de jerarquía, se tomará $kr_c = 11,7$ y para la escala inferior deformada se tiene $\tilde{k} = ke^{-kr_c \pi} = 1,65$ TeV. Posteriormente la física surgirá a la escala de TeV en el marco del Modelo de RS. Se asumirá que la matriz CKM evoluciona lentamente entre $\mu = M_Z$ y $\mu = 1$ TeV, tal que los valores del PDG puedan ser tomados.

4.7.1. Estructura de la Matriz de Masa.

Intentando entender la estructura de mezclas de sabor de los quarks, se han propuesto varios ansatz para las matrices de masa en el ME. Hay dos tipos de ansatz comunes de matrices de masa que son consistentes con los actuales datos de CKM. Un tipo de ansatz es el Hermitiano el cual fué propuesto por Fritzsch, el otro tipo es el simétrico propuesto por Koide et al. [20], usando el ansatz propuesto por Koide se encuentra, que sólo este admite jerarquía-libre en los acoplamientos de Yukawa 5D.

Fenomenológicamente, las matrices de masa M_u y M_d (matrices de masa de quarks tipo-u (u, c, t) y quarks tipo-d (d, s, b), respectivamente) están dadas como sigue:

$$M_f = P_f^\dagger \hat{M}_f P_f^\dagger, \quad f = u, d \quad (4.42)$$

donde M_f es una matriz simétrica y diagonalizable por una matriz unitaria.

$$P_f = \text{diag} \left\{ e^{i\delta_1^f}, e^{i\delta_2^f}, e^{i\delta_3^f} \right\}, \quad (4.43)$$

donde P_f es una matriz diagonal de puras fases. Y

$$\hat{M}_f = \begin{pmatrix} \xi_f & C_f & C_f \\ C_f & A_f & B_f \\ C_f & B_f & A_f \end{pmatrix}, \quad (4.44)$$

con todas las entradas reales y ξ_f^2 mucho menor que las otras entradas. La matriz simétrica real \hat{M}_f es diagonalizada por una matriz ortogonal

$$O_f^T \hat{M}_f O_f = \begin{pmatrix} \lambda_1^f & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^f & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^f \end{pmatrix}, \quad (4.45)$$

$$O_f = \begin{pmatrix} c_f & 0 & s_f \\ -\frac{s_f}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{c_f}{\sqrt{2}} \\ -\frac{s_f}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{c_f}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}, \quad (4.46)$$

donde $c_f = \cos_f$ y $s_f = \sin_f$. Los eigenvalores están dados por

$$\begin{aligned} \lambda_1^f &= \frac{1}{2} \left[A_f + B_f + \xi_f - \sqrt{8C_f^2 + (A_f + B_f - \xi_f)^2} \right], \\ \lambda_2^f &= A_f - B_f, \\ \lambda_3^f &= \frac{1}{2} \left[A_f + B_f + \xi_f + \sqrt{8C_f^2 + (A_f + B_f - \xi_f)^2} \right], \end{aligned} \quad (4.47)$$

y los ángulos de mezcla son

$$c_f = \sqrt{\frac{\lambda_3^f - \xi_f}{\lambda_3^f - \lambda_1^f}}, \quad s_f = \sqrt{\frac{\xi_f - \lambda_1^f}{\lambda_3^f - \lambda_1^f}}, \quad (4.48)$$

Se puede observar que las componentes de la matriz \hat{M}_f se pueden obtener de las ec. (4.47). Comenzando por despejar A_f de λ_2^f , se tiene

$$A_f = \lambda_2^f + B_f, \quad (4.49)$$

sustituyendo (4.49) en λ_1^f , se tiene

$$\lambda_1^f = \frac{1}{2} \left[\lambda_2^f + 2B_f + \xi_f - \sqrt{8C_f^2 + (A_f + B_f - \xi_f)^2} \right], \quad (4.50)$$

de donde

$$\frac{1}{2} \left[8C_f^2 + (A_f + B_f - \xi_f)^2 \right]^2 = \frac{1}{2} \left[\lambda_2^f + 2B_f + \xi_f \right] - \lambda_1^f, \quad (4.51)$$

Sustituyendo en λ_3^f , se obtiene

$$\lambda_3^f = \lambda_2^f + 2B_f + \xi_f - \lambda_1^f, \quad (4.52)$$

²Cuando $\xi_f = 0$, se recupera Koide.

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM

4.7. MASAS Y MEZCLAS EN RSMC.

de la ec. (4.52) se obtiene B_f , sustituyendo este resultado en (4.49) se tiene A_f y finalmente sustituyendo A_f y B_f en (4.51) se obtendrá C_f , tal que se obtienen las componentes de textura de \hat{M}_f expresadas en términos de los eigenvalores λ_i^f , $i = 1, 2, 3$ como

$$\begin{aligned} A_f &= \frac{1}{2} \left[\lambda_3^f + \lambda_2^f + \lambda_1^f - \xi_f \right], \\ B_f &= \frac{1}{2} \left[\lambda_3^f - \lambda_2^f + \lambda_1^f - \xi_f \right], \\ C_f &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\lambda_3^f - \xi_f)(\xi_f - \lambda_1^f)}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Para reproducir el espectro de masas observado: $m_1^f < m_2^f < m_3^f$, los eigenvalores λ_i^f , $i = 1, 2, 3$ son las masas apropiadas de los quarks, donde se tienen las siguientes asignaciones

$$\begin{aligned} \lambda_1^u &= -m_1^u, & \lambda_2^u &= m_2^u, & \lambda_3^u &= m_3^u, \\ \lambda_1^d &= -m_1^d, & \lambda_2^d &= m_3^d, & \lambda_3^d &= m_2^d. \end{aligned} \quad (4.54)$$

Puesto que $O_d^T \hat{M}_d O_d = \text{diag} \{-m_1^d, m_3^d, m_2^d\}$ para poder obtener los eigenvalores dentro del orden jerárquico, la matriz de diagonalización será $O'_d = O_d T_{23}$, donde

$$T_{23} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.55)$$

Entonces la matriz de mezcla de quarks (la matriz de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (CKM)) V_{mix} esta dada por

$$V_{mix} = O_u^T P_u P_d^\dagger O'_d$$

Al introducir las matrices necesarias se obtiene que

$$V_{mix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} s_u s_d \left(e^{i(\delta_3^u - \delta_3^d)} + e^{i(\delta_2^u - \delta_2^d)} \right) & -\frac{1}{2} s_u c_d \left(e^{i(\delta_3^u - \delta_3^d)} + e^{i(\delta_2^u - \delta_2^d)} \right) & \frac{1}{2} s_u \left(e^{i(\delta_2^u - \delta_2^d)} - e^{i(\delta_3^u - \delta_3^d)} \right) \\ +c_u c_d e^{i(\delta_1^u - \delta_1^d)} & +c_u s_d e^{i(\delta_1^u - \delta_1^d)} & \\ \frac{1}{2} s_d \left(e^{i(\delta_2^u - \delta_2^d)} - e^{i(\delta_3^u - \delta_3^d)} \right) & \frac{1}{2} c_d \left(e^{i(\delta_3^u - \delta_3^d)} - e^{i(\delta_2^u - \delta_2^d)} \right) & \frac{1}{2} \left(e^{i(\delta_3^u - \delta_3^d)} + e^{i(\delta_2^u - \delta_2^d)} \right) \\ -\frac{1}{2} s_d c_u \left(e^{i(\delta_3^u - \delta_3^d)} + e^{i(\delta_2^u - \delta_2^d)} \right) & \frac{1}{2} c_u c_d \left(e^{i(\delta_3^u - \delta_3^d)} + e^{i(\delta_2^u - \delta_2^d)} \right) & \frac{1}{2} c_u \left(e^{i(\delta_3^u - \delta_3^d)} - e^{i(\delta_2^u - \delta_2^d)} \right) \\ +c_d s_u e^{i(\delta_1^u - \delta_1^d)} & +s_u s_d e^{i(\delta_1^u - \delta_1^d)} & \end{pmatrix}$$

Definiendo lo siguiente

$$\begin{aligned} \kappa &= \frac{1}{2} \left(e^{i\delta_3} + e^{i\delta_2} \right) = \cos \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} e^{i\left(\frac{\delta_3 + \delta_2}{2}\right)}, & \sigma &= \frac{1}{2} \left(e^{i\delta_3} - e^{i\delta_2} \right) = \sin \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} e^{i\left(\frac{\delta_3 + \delta_2}{2} + \frac{\pi}{2}\right)}, \\ \delta_i &= \delta_i^u - \delta_i^d, & i &= 1, 2, 3. \end{aligned} \quad (4.56)$$

Sin prescindir de generalidad, δ_1 se tomará como cero. Mencionado lo anterior, la matriz V_{mix} se puede escribir como

$$V_{mix} = \begin{pmatrix} c_u c_d + \kappa s_u s_d & c_u s_d - \kappa s_u c_d & -\sigma s_u \\ -\sigma s_d & \sigma c_d & \kappa \\ s_u c_d - \kappa c_u s_d & s_u s_d + \kappa c_u c_d & \sigma c_u \end{pmatrix}, \quad (4.57)$$

la matriz V_{mix} depende de cuatro parámetros libres, $\delta_{2,3}$ y $\xi_{u,d}$. Reacomodando las entradas de la matriz V_{mix} tal que se recupere Koide, se tiene

$$V_{mix} = \begin{pmatrix} c_u c_d + \kappa s_u s_d & c_u s_d - \kappa s_u c_d & -\sigma s_u \\ s_u c_d - \kappa c_u s_d & s_u s_d + \kappa c_u c_d & \sigma c_u \\ -\sigma s_d & \sigma c_d & \kappa \end{pmatrix} \quad (4.58)$$

Partiendo de la matriz (4.58) se obtiene la matriz

$$|V_{mix}| = \begin{pmatrix} |V_{ud}| & |V_{us}| & |V_{ub}| \\ |V_{cd}| & |V_{cs}| & |V_{cb}| \\ |V_{td}| & |V_{ts}| & |V_{tb}| \end{pmatrix}. \quad (4.59)$$

La determinación de las magnitudes explícitas de las entradas de la matriz V_{mix} se obtendrán usando los ángulos de mezcla dados en (4.48), las definiciones de κ y σ dadas en (4.56), obteniendo así el módulo³ de las entradas:

$$|V_{ud}| = \sqrt{\frac{\lambda_3^u - \xi_u}{\lambda_3^u - \lambda_1^u}} \sqrt{\frac{\lambda_3^d - \xi_d}{\lambda_3^d - \lambda_1^d}} \cdot \left\{ 1 + 2 \cos \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} \cos \frac{\delta_3 + \delta_2}{2} \sqrt{\frac{(\xi_u - \lambda_1^u)(\xi_d - \lambda_1^d)}{(\lambda_3^u - \xi_u)(\lambda_3^d - \xi_d)}} \right. \\ \left. + \cos^2 \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} \frac{(\xi_u - \lambda_1^u)(\xi_d - \lambda_1^d)}{(\lambda_3^u - \xi_u)(\lambda_3^d - \xi_d)} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (4.62)$$

$$|V_{us}| = \sqrt{\frac{\lambda_3^u - \xi_u}{\lambda_3^u - \lambda_1^u}} \sqrt{\frac{\xi_d - \lambda_1^d}{\lambda_3^d - \lambda_1^d}} \cdot \left\{ 1 - 2 \cos \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} \cos \frac{\delta_3 + \delta_2}{2} \sqrt{\frac{(\xi_u - \lambda_1^u)(\lambda_3^d - \xi_d)}{(\lambda_3^u - \xi_u)(\xi_d - \lambda_1^d)}} \right. \\ \left. + \cos^2 \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} \frac{(\xi_u - \lambda_1^u)(\lambda_3^d - \xi_d)}{(\lambda_3^u - \xi_u)(\xi_d - \lambda_1^d)} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (4.63)$$

$$|V_{ub}| = \sqrt{\frac{\xi_u - \lambda_1^u}{\lambda_3^u - \lambda_1^u}} \sin \frac{\delta_3 - \delta_2}{2}, \quad (4.64)$$

$$|V_{cd}| = \sqrt{\frac{\lambda_3^u - \xi_u}{\lambda_3^u - \lambda_1^u}} \sqrt{\frac{\xi_d - \lambda_1^d}{\lambda_3^d - \lambda_1^d}} \cdot \left\{ \frac{(\xi_u - \lambda_1^u)(\lambda_3^d - \xi_d)}{(\lambda_3^u - \xi_u)(\xi_d - \lambda_1^d)} \right. \\ \left. - 2 \cos \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} \cos \frac{\delta_3 + \delta_2}{2} \sqrt{\frac{(\xi_u - \lambda_1^u)(\lambda_3^d - \xi_d)}{(\lambda_3^u - \xi_u)(\xi_d - \lambda_1^d)}} + \cos^2 \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (4.65)$$

$$|V_{cs}| = \sqrt{\frac{\lambda_3^u - \xi_u}{\lambda_3^u - \lambda_1^u}} \sqrt{\frac{\lambda_3^d - \xi_d}{\lambda_3^d - \lambda_1^d}} \cdot \left\{ \frac{(\xi_u - \lambda_1^u)(\xi_d - \lambda_1^d)}{(\lambda_3^u - \xi_u)(\lambda_3^d - \xi_d)} \right. \\ \left. + 2 \cos \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} \cos \frac{\delta_3 + \delta_2}{2} \sqrt{\frac{(\xi_u - \lambda_1^u)(\xi_d - \lambda_1^d)}{(\lambda_3^u - \xi_u)(\lambda_3^d - \xi_d)}} + \cos^2 \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} \right\}^{\frac{1}{2}}, \quad (4.66)$$

3

- El módulo de una variable compleja $z = x + iy$ está dado por

$$|z|^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow |z| = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (4.60)$$

- El módulo de un número complejo $r = a + ib$ es dado por

$$|r|^2 = r\bar{r} = (a + ib)(a - ib) \Rightarrow |r| = \sqrt{r\bar{r}}. \quad (4.61)$$

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM
4.7. MASAS Y MEZCLAS EN RSMC.

$$|V_{cb}| = \sqrt{\frac{\lambda_3^u - \xi_u}{\lambda_3^u - \lambda_1^u}} \sin \frac{\delta_3 - \delta_2}{2}, \quad (4.67)$$

$$|V_{td}| = \sqrt{\frac{\xi_d - \lambda_1^d}{\lambda_3^d - \lambda_1^d}} \sin \frac{\delta_3 - \delta_2}{2}, \quad (4.68)$$

$$|V_{ts}| = \sqrt{\frac{\lambda_3^d - \xi_d}{\lambda_3^d - \lambda_1^d}} \sin \frac{\delta_3 - \delta_2}{2}, \quad (4.69)$$

$$|V_{tb}| = \cos \frac{\delta_3 - \delta_2}{2}. \quad (4.70)$$

Para determinar las entradas numéricas de la matriz $|V_{mix}|$, se usaron los eigenvalores dados en la ec. (4.47), sabiendo que

$$\begin{aligned} A_u &= 77,3222, & A_d &= 1,2626, \\ B_u &= 76,7752, & B_d &= -1,2173, \\ C_u &= 0,4373, & C_d &= 0,0079 \end{aligned} \quad (4.71)$$

y

$$\xi_u = 1,3622 \times 10^{-3}, \quad \xi_d = 6,5057 \times 10^{-5}, \quad (4.72)$$

se obtiene los valores de los eigenvalores

$$\begin{aligned} \lambda_1^u &= -0,0011, & \lambda_2^u &= 0,5470, & \lambda_3^u &= 154,100, \\ \lambda_1^d &= -0,0025, & \lambda_2^d &= 2,480, & \lambda_3^d &= 0,0479. \end{aligned} \quad (4.73)$$

Sin embargo, el modelo tiene dos parámetros ajustables δ_3 y δ_2 para reproducir los parámetros de la matriz CKM, se tomó el valor experimental de $|V_{cb}|_{exp} = 40,9 \times 10^{-3}$ y a primer orden se determinó el valor de $\delta_3 - \delta_2$, usando la relación (4.67), se obtiene

$$\sin \frac{\delta_3 - \delta_2}{2} = |V_{cb}|_{exp} \sqrt{\frac{\lambda_3^u - \lambda_1^u}{\lambda_3^u - \xi_u}} = 0,0409, \quad (4.74)$$

$$\delta_3 - \delta_2 = 4,69^\circ. \quad (4.75)$$

Entonces, usando el valor dado en (4.75), la expresión (4.63) y el valor experimental de $|V_{us}|_{exp} = 0,2252$, se obtuvo el parámetro $(\delta_3 + \delta_2)$:

$$\delta_3 + \delta_2 = 117,44^\circ, \quad (4.76)$$

lo cual a su vez lleva a calcular el invariante de Jarlskog J , el parámetro J está dado por

$$J = \frac{|V_{ub}| |V_{td}| |V_{ts}| |V_{tb}|}{|V_{cb}|} \sin \frac{\delta_3 + \delta_2}{2}, \quad (4.77)$$

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM
4.7. MASAS Y MEZCLAS EN RSMC.

entonces, se obtiene

$$J = 1,2679 \times 10^{-6}. \quad (4.78)$$

Una vez que se obtuvieron los valores para $(\delta_3 - \delta_2)$ y $(\delta_3 + \delta_2)$, se obtienen el resto de la entradas numéricas de la matriz $|V_{mix}|$, tal que la matriz (4.59) se puede escribir como

$$|V_{mix}| = \begin{pmatrix} 0,9724 & 0,2252 & 0,00016 \\ 0,2250 & 0,9716 & 0,0409 \\ 0,0093 & 0,0398 & 0,9991 \end{pmatrix}. \quad (4.79)$$

Ahora los parámetros de la matriz RS pueden ser encontrados comparando las entradas de la matriz (4.41) con las entradas de la matriz (4.42). Escribiendo de manera explícita las matrices las matrices anteriores, se tiene

La matriz RS

$$M_f^{RS} = \frac{v_w}{kr_c\pi} \begin{pmatrix} \rho_{11}^f e^{i\phi_{11}} F_L(C_{Q_1}) F_R(C_{U_1}) & \rho_{12}^f e^{i\phi_{12}} F_L(C_{Q_1}) F_R(C_{U_2}) & \rho_{13}^f e^{i\phi_{13}} F_L(C_{Q_1}) F_R(C_{U_3}) \\ \rho_{21}^f e^{i\phi_{21}} F_L(C_{Q_2}) F_R(C_{U_1}) & \rho_{22}^f e^{i\phi_{22}} F_L(C_{Q_2}) F_R(C_{U_2}) & \rho_{23}^f e^{i\phi_{23}} F_L(C_{Q_2}) F_R(C_{U_3}) \\ \rho_{31}^f e^{i\phi_{31}} F_L(C_{Q_3}) F_R(C_{U_1}) & \rho_{32}^f e^{i\phi_{32}} F_L(C_{Q_3}) F_R(C_{U_2}) & \rho_{33}^f e^{i\phi_{33}} F_L(C_{Q_3}) F_R(C_{U_3}) \end{pmatrix} \quad (4.80)$$

La matriz M_f es

$$M_f = \begin{pmatrix} \xi_f e^{-2i\delta_1^f} & C_f e^{-i(\delta_2^f + \delta_1^f)} & C_f e^{-i(\delta_3^f + \delta_1^f)} \\ C_f e^{-i(\delta_2^f + \delta_1^f)} & A_f e^{-2i\delta_2^f} & B_f e^{-i(\delta_3^f + \delta_2^f)} \\ C_f e^{-i(\delta_3^f + \delta_1^f)} & B_f e^{-i(\delta_3^f + \delta_2^f)} & A_f e^{-2i\delta_3^f} \end{pmatrix}, \quad (4.81)$$

donde $f = u, d$. Comenzamos la comparación de la entradas y asumiendo que $kL = kr_c\pi$, se obtiene

$$\begin{aligned} \frac{v_w}{kL} \rho_{11}^f e^{i\phi_{11}} F_L(C_{Q_1}) F_R(C_{U_1}) &= \xi_f e^{-2i\delta_1^f}, \\ \frac{v_w}{kL} \rho_{12}^f e^{i\phi_{12}} F_L(C_{Q_1}) F_R(C_{U_2}) &= C_f e^{-i(\delta_2^f + \delta_1^f)}, \\ \frac{v_w}{kL} \rho_{13}^f e^{i\phi_{13}} F_L(C_{Q_1}) F_R(C_{U_3}) &= C_f e^{-i(\delta_3^f + \delta_1^f)}, \\ \frac{v_w}{kL} \rho_{21}^f e^{i\phi_{21}} F_L(C_{Q_2}) F_R(C_{U_1}) &= C_f e^{-i(\delta_2^f + \delta_1^f)}, \\ \frac{v_w}{kL} \rho_{22}^f e^{i\phi_{22}} F_L(C_{Q_2}) F_R(C_{U_2}) &= A_f e^{-2i\delta_2^f}, \\ \frac{v_w}{kL} \rho_{23}^f e^{i\phi_{23}} F_L(C_{Q_2}) F_R(C_{U_3}) &= B_f e^{-i(\delta_3^f + \delta_2^f)}, \\ \frac{v_w}{kL} \rho_{31}^f e^{i\phi_{31}} F_L(C_{Q_3}) F_R(C_{U_1}) &= C_f e^{-i(\delta_3^f + \delta_1^f)}, \\ \frac{v_w}{kL} \rho_{32}^f e^{i\phi_{32}} F_L(C_{Q_3}) F_R(C_{U_2}) &= B_f e^{-i(\delta_3^f + \delta_2^f)}, \\ \frac{v_w}{kL} \rho_{33}^f e^{i\phi_{33}} F_L(C_{Q_3}) F_R(C_{U_3}) &= A_f e^{-2i\delta_3^f}. \end{aligned}$$

Para $f = u$, la matriz M_u^{RS} , tiene 24 parámetros a ser determinados: seis valores de funciones de onda para los fermiones, $F_L(C_{Q_i})$ y $F_R(C_{U_i})$, nueve magnitudes de Yukawa, ρ_{ij} , y nueve fases de Yukawa, ϕ_{ij} , donde $i, j = 1, 2, 3$. Haciendo la comparación de M_u^{RS} con M_u resultan nueve condiciones para ambas magnitudes y fases. Entonces todas las fases de Yukawa son determinadas

CAPÍTULO 4. MODELO DE RANDALL-SUNDRUM

4.7. MASAS Y MEZCLAS EN RSMC.

por las tres fases δ_i^u , mientras que seis magnitudes se dejan como parámetros libres independientes. Entonces se elige a $F_L(C_{Q_3})$ y $F_R(C_{U_3})$ que estén limitadas por EWPT, y $\rho_{11}^u, \rho_{21}^u, \rho_{31}^u, \rho_{32}^u$. Por lo tanto, los parámetros determinados son las cinco magnitudes de Yukawa:

$$\begin{aligned}
 \rho_{13}^u &= \frac{kL}{F_L(C_{Q_3}) F_R(C_{U_3})} \frac{C_u^2}{v_w \xi_u} \frac{\rho_{11}^u}{\rho_{31}^u}, \\
 \rho_{23}^u &= \frac{kL}{F_L(C_{Q_3}) F_R(C_{U_3})} \frac{B_u}{v_w} \frac{\rho_{21}^u}{\rho_{31}^u}, \\
 \rho_{33}^u &= \frac{kL}{F_L(C_{Q_3}) F_R(C_{U_3})} \frac{A_u}{v_w}, \\
 \rho_{12}^u &= \frac{C_u^2}{B_u \xi_u} \frac{\rho_{11}^u \rho_{32}^u}{\rho_{31}^u}, \\
 \rho_{22}^u &= \frac{A_u}{B_u \xi_u} \frac{\rho_{21}^u \rho_{32}^u}{\rho_{31}^u},
 \end{aligned} \tag{4.82}$$

las nueve fases de Yukawa:

$$(\phi_{ij}^u) = \begin{cases} -2\delta_i^u, & i = j \\ -(\delta_i^u + \delta_j^u), & i \neq j, \end{cases} \tag{4.83}$$

y finalmente los valores de las cuatro funciones de onda son:

$$\begin{aligned}
 F_L(C_{Q_1}) &= F_L(C_{Q_3}) \frac{\xi_u}{C_u} \frac{\rho_{31}^u}{\rho_{11}^u}, \\
 F_L(C_{Q_2}) &= F_L(C_{Q_3}) \frac{\rho_{31}^u}{\rho_{21}^u}, \\
 F_R(C_{U_1}) &= \frac{kL}{F_L(C_{Q_3})} \frac{C_u}{v_w} \frac{1}{\rho_{31}^u}, \\
 F_R(C_{U_2}) &= \frac{kL}{F_L(C_{Q_3})} \frac{B_u}{v_w} \frac{1}{\rho_{32}^u}
 \end{aligned} \tag{4.84}$$

Similarmente para $f = d$, haciendo la comparación de M_d^{RS} con M_d . Puesto que ya han sido determinadas las $F_L(C_{Q_i})$, en este caso sólo se tienen 21 parámetros en M_d^{RS} : $F_R(C_{D_i})$, ρ_{ij}^d , y ϕ_{ij}^d . Igualmente todas las fases de Yukawa del tipo-d son determinadas por las tres fases, δ_i^d , teniendo tres magnitudes libres las cuales se eligen como: ρ_{31}^d, ρ_{32}^d y ρ_{33}^d . Por lo tanto, los parámetros determinados son las seis magnitudes de Yukawa:

$$\begin{aligned}
 \rho_{11}^d &= \frac{F_L(C_{Q_3})}{F_L(C_{Q_1})} \frac{\xi_d}{C_d} \rho_{31}^d, \\
 \rho_{21}^d &= \frac{F_L(C_{Q_3})}{F_L(C_{Q_2})} \rho_{31}^d, \\
 \rho_{12}^d &= \frac{F_L(C_{Q_3})}{F_L(C_{Q_1})} \frac{C_d}{|B_d|} \rho_{32}^d, \\
 \rho_{22}^d &= \frac{F_L(C_{Q_3})}{F_L(C_{Q_2})} \frac{A_d}{|B_d|} \rho_{32}^d, \\
 \rho_{13}^d &= \frac{F_L(C_{Q_3})}{F_L(C_{Q_1})} \frac{C_d}{A_d} \rho_{33}^d, \\
 \rho_{23}^d &= \frac{F_L(C_{Q_3})}{F_L(C_{Q_2})} \frac{|B_d|}{A_d} \rho_{33}^d,
 \end{aligned} \tag{4.85}$$

las nueve fases de Yukawa son:

$$(\phi_{ij}^d) = \begin{cases} -2\delta_i^d, & i = j \\ -(\delta_i^d + \delta_j^d) + \pi(\delta_{2i}\delta_{3j} + \delta_{2j}\delta_{3i}), & i \neq j, \end{cases} \quad (4.86)$$

y finalmente los valores de las tres funciones de onda están dadas por:

$$\begin{aligned} F_R(C_{D_1}) &= \frac{C_d}{v_w} \frac{kL}{F_L(C_{Q_3})} \frac{1}{\rho_{31}^d}, \\ F_R(C_{D_2}) &= \frac{|B_d|}{v_w} \frac{kL}{F_L(C_{Q_3})} \frac{1}{\rho_{32}^d}, \\ F_R(C_{D_3}) &= \frac{A_d}{v_w} \frac{kL}{F_L(C_{Q_3})} \frac{1}{\rho_{33}^d}. \end{aligned} \quad (4.87)$$

Para ver que del ansatz (4.42) no induce una jerarquía en los acoplamientos de Yukawa, se observa que de (4.53), se tiene

$$|A_f| \sim B_f \sim \frac{m_3^f}{2}, \quad C_u \sim \sqrt{\frac{m_3^u m_1^u}{2}}, \quad C_d \sim \sqrt{\frac{m_2^d m_1^d}{2}}. \quad (4.88)$$

Dado esto, las ecs. (4.75), (4.76), (4.72) y tomando las ecs. desde (4.82) hasta (4.85), se tiene

$$\rho_{31}^d \sim \rho_{32}^d \sim \rho_{33}^d \sim \rho_{11}^u \sim \rho_{21}^u \sim \rho_{31}^u \sim \rho_{32}^u \sim \rho_{33}^u, \quad (4.89)$$

que todos los acoplamientos de Yukawa deben ser del mismo orden en magnitud. De la relación (4.82) hasta (4.87) para las matrices de masa dadas por el ansatz (4.42), todos los parámetros pueden ser determinados sólo de la tercera generación de los dobletes, c_{Q_3} de $SU_L(2)$ y las magnitudes de los acoplamientos de Yukawa dados en (4.89).

La localización de los parámetros aumenta monótonamente como aumenta c_{Q_3} . Excepto para $c_{U_{23}}$, la variación de la localización de los parámetros es mínima. A continuación se da el rango de variación para c_{Q_3} el cual es 0,3 a 0,4, para los demás se obtiene

$$\begin{aligned} 0,65 < c_{Q_1} < 0,66, & \quad 0,50 < c_{Q_2} < 0,52, \\ -0,62 < c_{U_1} < -0,61, & \quad -0,26 < c_{U_2} < -0,01 \\ -0,16 < c_{U_3} < 0,18, & \quad -0,75 < c_{D_1} < -0,74 \\ -0,60 < c_{D_2} < -0,59 & \quad -0,60 < c_{D_3} < -0,59 \end{aligned} \quad (4.90)$$

Capítulo 5

Física del Quark Top en el Modelo de RSMC

5.1. Corrientes Neutras que Cambian Sabor (FCNC).

Las Corrientes Neutras que Cambian Sabor (FCNC) tienen similitud con violación CP y con momentos dipolares eléctricos, en el sentido de que están altamente suprimidos en el ME, pero pueden verse aumentados en extensiones del ME. Los acoplamientos con el bosón Z en el ME son diagonales en sabor a nivel árbol debido al mecanismo de GIM, como ya se ha mencionado. Esto se debe a que todos los fermiones tienen la misma carga eléctrica, de color y quiralidad y están asignados a la misma representación bajo el grupo $SU(2) \times U(1)$. Los acoplamientos fuera de la diagonal $Z - f$ se inducen a nivel de loops, principalmente en diagramas de pingüinos (figura 5.1), pero son pequeños.

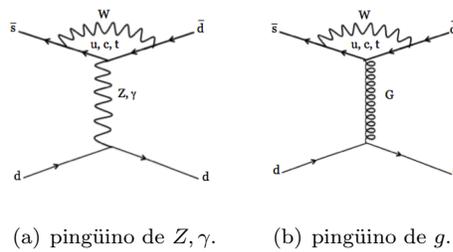


Figura 5.1: Diagramas de pingüino.

El mecanismo de GIM también suprime contribuciones de caja (figura 5.2).

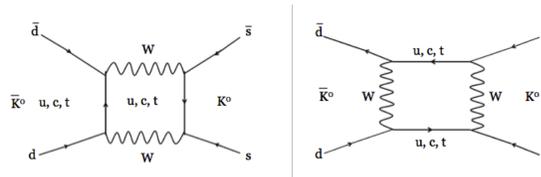


Figura 5.2: Diagramas de segundo orden de la mezcla $K^0 - \bar{K}^0$ en el ME.

Muchos Modelos de nueva física llevan a FCNC, y en ocasiones incluyen nuevas fuentes de violación

CAPÍTULO 5. FÍSICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO DE RSMC
5.2. LAGRANGIANO DE CORRIENTES NEUTRAS CON CAMBIO DE SABOR (FCNC).

CP. En varios casos los efectos nuevos surgen a nivel árbol, y además compiten con los efectos de loops del ME. En otros casos, entran como efectos de loops, pero aumentados con respecto a los efectos de loops del ME. Esto debido a acoplamientos más intensos o a cancelaciones distintas. Además en algunos casos la nueva física incluye procesos que están prohibidos (o casi prohibidos) en el ME. Un caso particular en el ME es una simetría de sabor leptónico. Procesos tales como $\mu \rightarrow e\gamma$ están esencialmente prohibidos en el ME, pero permitidos en algunas extensiones del ME. Un tipo diferente de nueva física, que lleva a FCNC, son efectos que involucran bosones de norma pesados, Z' , con acoplamientos no-universales con violación de GIM. De manera cercana se tienen teorías de Kaluza-Klein, donde las excitaciones de KK de bosones de norma neutros en la cual las familias de fermiones se localizan en diferentes posiciones en dimensiones extras largas ($\mathcal{O}(\text{TeV}^{-1})$) o deformes; que por tanto tienen acoplamientos no-universales de familia. La mezcla de fermiones ordinarios con fermiones pesados con números cuánticos del ME exóticos pueden también llevar a acoplamientos fuera de la diagonal con el bosón Z . Existen algunas constricciones sobre las nuevas fuentes de FCNC y violación de CP a partir de mezclas $K^0 - \bar{K}^0$, $D^0 - \bar{D}^0$ y $B^0 - \bar{B}^0$. También se ha investigado en decaimientos raros de K . Ya que muchos modelos de nueva física no tienen no tienen supresiones tan fuertes, existe una tensión entre resolver el problema de jerarquía y las constricciones de FCNC y CP. Esto ha llevado a una discusión de la llamada violación mínima de sabor (MFV), la cual supone que toda violación de sabor, incluso la asociada con nueva física, es proporcional a las matrices de Yukawa del ME, llevando a una supresión significativa de efectos de cambio de sabor, similar al ME. Aún es incierto si la naturaleza emplea MFV, o si las FCNC se encuentran suprimidas por algún otro mecanismo. Sin embargo, lo que es claro es que las FCNC, la violación de CP y los decaimientos raros tiene un gran efecto en la búsqueda de nueva física. Los efectos que involucran al quark t y otros miembros de la tercera generación son de especial interés, ya que son mucho más pesadas que las otras dos generaciones y pueden jugar un papel fundamental en la nueva física. Los decaimientos del quark t serán extensivamente estudiados en el LHC.

5.2. Lagrangiano de Corrientes Neutras con Cambio de Sabor (FCNC).

A nivel de árbol las FCNC son genericas de los Modelos Extradimensionales, tanto en geometrías planas como en geometrías deformadas. Debido a las interacciones de KK, los acoplamientos del bosón Z para los fermiones son desplazados de sus valores del ME. Estos corrimientos en general no son universales, y la violación de sabor necesariamente resulta cuando los fermiones están rotados a partir de los eigenestados de la base débil a los eigenestados de masas [17].

Más concretamente, considerando el acoplamiento en la eigenbase débil:

$$\mathcal{L}_{NC} \supset g_Z Z_\mu \left\{ Q_Z(f_L) \sum_{i,j} (\delta_{ij} + \kappa_{ij}^L) \bar{f}_{iL} \gamma^\mu f_{jL} + Q_Z(f_R) \sum_{i,j} (\delta_{ij} + \kappa_{ij}^R) \bar{f}_{iR} \gamma^\mu f_{jR} \right\}, \quad (5.1)$$

donde i, j son la familia de índices, $\kappa_{ij} = \text{diag}(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$, y

$$Q_Z(f) = T_L^3(f) - s^2 Q_f, \quad (5.2)$$

$$Q_f = T_L^3(f) + T_R^3(f) + Q_X(f) = T_L^3(f) + \frac{Y_f}{2},$$

donde Q_f es la carga eléctrica del fermión, $\frac{Y_f}{2}$ la hipercarga, $T_{L,R}(f)$ el isospín bajo $SU_{L,R}(2)$, y $Q_X(f)$ la carga bajo $U_X(1)$. Se define $\kappa_{ij} \equiv \frac{\delta g_{i,j}^{L,R}}{g_Z}$ como el desplazamiento del acoplamiento Z en la eigenbase débil para fermiones relacionados con su valor en el ME dados por $g_Z \equiv \frac{e}{s_c}$, y

CAPÍTULO 5. FÍSICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO DE RSMC
5.3. CORRECCIONES A NIVEL ÁRBOL DE LOS MODOS DE KK DE LOS BOSONES DE GAUGE.

definiendo

$$\begin{aligned} e &= \frac{g_L g'}{\sqrt{g_L^2 + g'^2}}, & g' &= \frac{g_R g_X}{g_R^2 + g_X^2}, \\ s &= \frac{e}{g_L}, & c &= \sqrt{1 - s^2}, \end{aligned} \quad (5.3)$$

donde $g_L = \frac{g_{5L}}{\sqrt{r_c \pi}}$ es la constante de acoplamiento de gauge $4D$ de $SU_L(2)$. Rotando a la eigenbase de masa de quark del ME definida por $f' = Uf$, donde la matriz unitaria U diagonaliza la matriz de masas de quarks del ME, aparecen términos de sabor fuera de la diagonal:

$$\mathcal{L}_{FCNC} \supset g_Z Z_\mu \left\{ Q_Z(f_L) \sum_{a,b} \hat{\kappa}_{ab}^L \bar{f}'_{aL} \gamma^\mu f'_{bL} + Q_Z(f_R) \sum_{a,b} \hat{\kappa}_{ab}^R \bar{f}'_{aR} \gamma^\mu f'_{bR} \right\}, \quad (5.4)$$

donde los acoplamientos fuera de la diagonal están dados por

$$\hat{\kappa}_{ab}^{L,R} = \sum_{i,j} \left(U_{L,R}^\dagger \right)_{ai} \kappa_{ij}^{L,R} (U_{L,R})_{jb}. \quad (5.5)$$

Notando que los términos fuera de la diagonal desaparecen sólo si κ es proporcional a la matriz identidad.

Para determinar las $\hat{\kappa}_{ab}^{L,R}$, se necesitan conocer las matrices de rotación para U_L y U_R . En el caso donde la eigenbase débil de las matrices de masa están dadas por el ansatz simétrico (4.42), la forma analítica de la rotación de matrices es conocida. Rearreglando las fases de los campos de quarks, tal que $\delta_i^u = 0$ y todas las fases de Yukawa se dan en el sector down (d). La matriz de rotación para los quarks tipo-u proviene de la matriz de diagonalización dada por (4.46). Sustituyendo (4.73), (4.72) en (4.48), se obtiene

$$c_f = 0,9999, \quad s_f = 0,0039, \quad (5.6)$$

tal que al sustituir estos valores en (4.46), se obtiene

$$U^u = O_u = \begin{pmatrix} 0,9999 & 0 & 0,0039 \\ -0,0027 & -0,7070 & 0,7071 \\ -0,0027 & 0,7070 & 0,7071 \end{pmatrix}. \quad (5.7)$$

Puesto que se tiene interés en la violación de sabor del decaimiento del quark top, se tomó los elementos fuera de la diagonal en la eigenbase de masa. Estas correcciones son las debidas al diagrama (5.3) ($(\hat{\kappa}_{3r})_{L,R} = (\hat{\kappa}_{3r}^g)_{L,R}$, con $r = 1, 2$). Ya que $(\kappa_{ij}^g)_{L,R} = (\kappa_{q_i}^g)_{L,R} \delta_{ij}$, las contribuciones de los gauge KK es simplemente $(\hat{\kappa}_{3r}^g)_{L,R} = \sum_i (\kappa_{q_i}^g)_{L,R} (U^u)_{3i}^\dagger U_{ir}^u$, con

$$\begin{aligned} (\hat{\kappa}_{tu}^g)_{L,R} &= 0,0019 (2(\kappa_d^g)_{L,R} - (\kappa_c^g)_{L,R} - (\kappa_t^g)_{L,R}), \\ (\hat{\kappa}_{tc}^g)_{L,R} &= 0,4999 ((\kappa_t^g)_{L,R} - (\kappa_c^g)_{L,R}). \end{aligned} \quad (5.8)$$

Obteniendo de la ec. (5.4) el caso especial para el quark top

$$\mathcal{L}_{FCNC}^t \supset g_Z Z_\mu \left\{ Q_Z(t_L) \hat{\kappa}_{tq}^L \bar{f}'_{tL} \gamma^\mu f'_{qL} + Q_Z(t_R) \hat{\kappa}_{tq}^R \bar{f}'_{tR} \gamma^\mu f'_{qR} \right\}. \quad (5.9)$$

5.3. Correcciones a nivel árbol de los modos de KK de los bosones de gauge.

Una de las correcciones a las interacciones neutras se origina en el intercambio de bosones de gauge pesados neutros de KK [17][37][38][39][40], como se muestra en la figura (5.3).

CAPÍTULO 5. FÍSICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO DE RSMC
5.3. CORRECCIONES A NIVEL ÁRBOL DE LOS MODOS DE KK DE LOS BOSONES DE GAUGE.

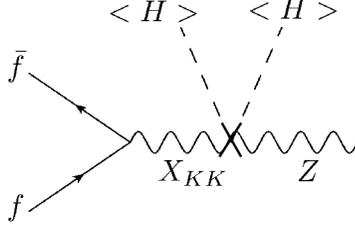


Figura 5.3: Corrección al acoplamiento $Zf\bar{f}$ de vida al intercambio de modos de gauge de KK.

El efecto producido por el intercambio de bosones de gauge de KK da lugar a términos diagonales en κ . Estas correcciones pueden ser expresadas en términos de los propagadores con momento cero de los bosones de gauge para los modos masivos de KK que obedecen condiciones de frontera $(+, +)$. Así, términos de los coeficientes de $P_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} - p_\mu p_\nu / p^2$, con la parte del modo cero sustraída

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{p=0}^{(+,+)}(\phi, \phi') &= \frac{1}{4k(kr_c\pi)} \left\{ \frac{1 - e^{2kr_c\pi}}{kr_c\pi} + e^{2kr_c\phi_{<}}(1 - 2kr_c\phi_{<}) \right. \\ &\quad \left. + e^{2kr_c\phi_{>}}[1 + 2kr_c(\pi - \phi_{>})] \right\}, \end{aligned} \quad (5.10)$$

y aquellas que obedecen las condiciones de frontera $(-, +)$ son

$$\tilde{G}_{p=0}^{(-,+)}(\phi, \phi') = -\frac{1}{2k} (e^{2kr_c\phi_{<}} - 1), \quad (5.11)$$

aquí $\phi_{<}(\phi_{>})$ es el mínimo (máximo) de ϕ y ϕ' . Entonces las correcciones a los acoplamientos de las corrientes fermiónicas y los bosones de gauge del ME dependen de los perfiles de modo cero de los fermiones. De esta manera los acoplamientos para el bosón Z están dados como (siguiendo la ecuación (5.9))

$$\begin{aligned} \rightarrow & \frac{e}{sc} Z_\mu \sum_\psi \left\{ \bar{\psi}^{(0),r} \gamma_\mu (T_L^3 - s^2 Q) \psi^{(0),r'} \left[\delta^{rr'} + \frac{e^2}{s^2 c^2} G_{(++)}^{rr'} \right] \right. \\ & \left. - \frac{e}{sc} \bar{\psi}^{(0),r} \gamma_\mu \left(\frac{g_R^2}{g_L^2} c^2 T_R^3 + s^2 T_L^3 - s^2 Q \right) \psi^{(0),r'} G_{(-+)}^{rr'} \right\}, \end{aligned} \quad (5.12)$$

donde la suma corre sobre los todos los fermiones quirales. Además

$$\begin{aligned} G_{(++)}^{rr'} &= \frac{v_w^2}{2} r_c \int_0^\pi d\phi [f_{\psi_r}^0(\phi)]^* f_{\psi_r}^0(\phi) \tilde{G}_{p=0}^{(+,+)}(\phi, \pi), \\ G_{(-+)}^{rr'} &= \frac{v_w^2}{2} r_c \int_0^\pi d\phi [f_{\psi_r}^0(\phi)]^* f_{\psi_r}^0(\phi) \tilde{G}_{p=0}^{(-,+)}(\phi, \pi). \end{aligned} \quad (5.13)$$

En resumen, en términos de los perfiles quirales, las contribuciones principales pueden ser calculadas a partir de la integral

$$G_f^{L,R}(c_{L,R}) = \frac{v_w^2}{2} r_c \int_0^\pi d\phi |f_{L,R}^0(\phi, c_{L,R})|^2 \tilde{G}_{p=0}(\phi, \pi). \quad (5.14)$$

Entonces las correcciones de los bosones de gauge de KK al acoplamiento del Z son dadas por

CAPÍTULO 5. FÍSICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO DE RSMC
5.3. CORRECCIONES A NIVEL ÁRBOL DE LOS MODOS DE KK DE LOS BOSONES DE GAUGE.

$\kappa_{ij}^g = \kappa_{q_i}^g \delta_{ij}$, con $\kappa_{q_i}^g$ sustraída de la ecuación (5.12), Entonces

$$(\kappa_{q_i}^g)_{L,R} = \frac{e^2}{s^2 c^2} \left\{ G_{++}^{q_{L,R}^i} - \frac{G_{-+}^{q_{L,R}^i}}{Q_Z(q_{L,R}^i)} \times \left[\frac{g_R^2}{g_L^2} c^2 T_R^3(q_{L,R}^i) - s^2 \frac{Y_{q_{L,R}^i}}{2} \right] \right\}. \quad (5.15)$$

De manera similar, para las corrientes cargadas se tiene la siguiente corrección

$$\begin{aligned} \rightarrow & \frac{e}{\sqrt{2}s} W_\mu^+ \sum_\psi \left\{ \bar{\psi}^{(0),r} \gamma_\mu T_L^+ \psi^{(0),r'} \left[\delta^{rr'} + \frac{e^2}{s^2} G_{(++)}^{rr'} \right] \right. \\ & \left. + \frac{g_R^2 e^2}{g_L^2 s^2} \bar{\psi}^{(0),r} \gamma_\mu T_R^+ \psi^{(0),r'} G_{(-+)}^{rr'} \right\} + h.c., \end{aligned} \quad (5.16)$$

con $T_{L,R}^+ = T_{L,R}^1 + iT_{L,R}^2$, y con la suma sobre todos los fermiones quirales.

En las gráficas (5.4), (5.5), (5.6) y (5.7) se muestran las $\hat{\kappa}_{3,r}^g$ como función de c_{Q_3} y c_{U_3} .

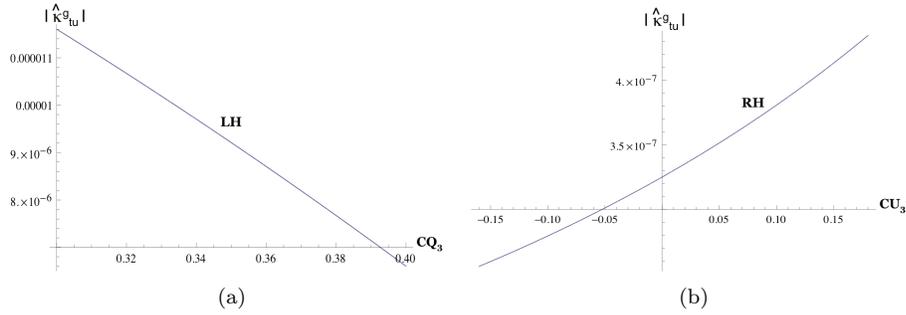


Figura 5.4: Contribuciones de gauge de KK para a) $\hat{\kappa}_{tu}$ LH, b) $\hat{\kappa}_{tu}$ RH. En el caso donde $T_R^3 = T_L^3 = 0$.

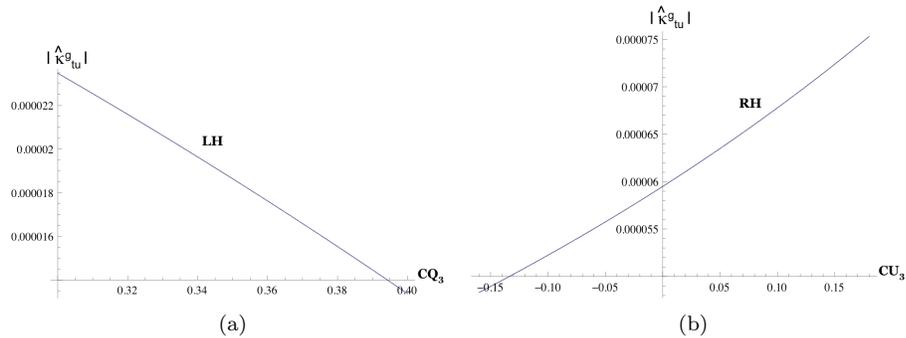


Figura 5.5: Contribuciones de gauge de KK para a) $\hat{\kappa}_{tu}$ LH, b) $\hat{\kappa}_{tu}$ RH. En el caso donde $T_R^3 = T_L^3$.

CAPÍTULO 5. FÍSICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO DE RSMC
5.4. DECAIMIENTO DEL QUARK TOP $T \rightarrow CL\bar{L}$.

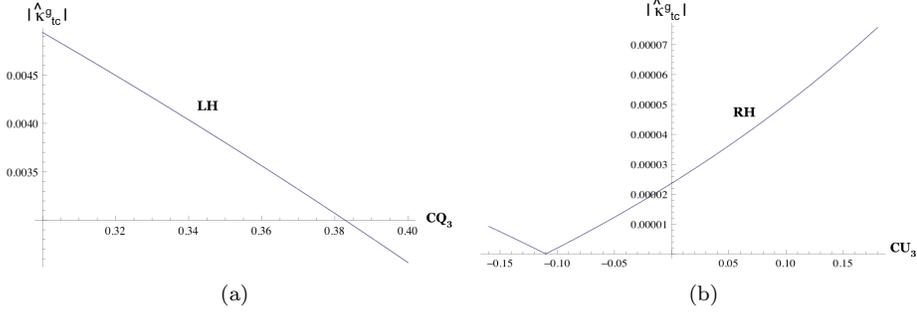


Figura 5.6: Contribuciones de gauge de KK para a) $\hat{\kappa}_{tc}$ LH, b) $\hat{\kappa}_{tc}$ RH. En el caso donde $T_R^3 = T_L^3 = 0$.

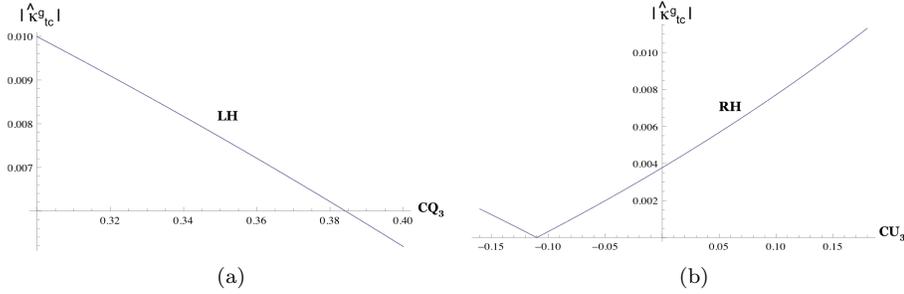


Figura 5.7: Contribuciones de gauge de KK para a) $\hat{\kappa}_{tc}$ LH, b) $\hat{\kappa}_{tc}$ RH. En el caso donde $T_R^3 = T_L^3$.

5.4. Decaimiento del Quark Top $t \rightarrow c\bar{l}$.

Otros autores han estudiado el proceso $t \rightarrow c\bar{l}$ en el contexto de simetría *left-right* [16], (y las citas ahí mencionadas), y en un modelo custodial de RS con un bosón Z' [8].

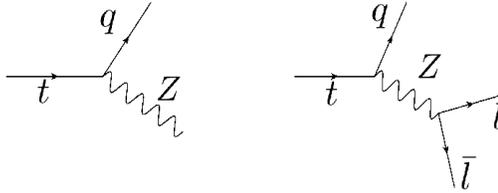


Figura 5.8: Decaimientos del quark top a dos cuerpos (izquierda) y tres cuerpos (derecha).

A continuación se hará el cálculo explícito del decaimiento del quark top a dos cuerpos ($t \rightarrow qW$) donde $q = u, c$. Las reglas de Feynman consisten de prescripciones para insertar en la amplitud términos matemáticos asociados a cada elemento del diagrama. En este caso:

La amplitud del diagrama es

$$|\mathcal{M}|^2 = \mathcal{M}^\dagger \mathcal{M}. \quad (5.17)$$

Entonces

$$\begin{aligned} i\mathcal{M} &= \bar{u}(p_1) \left(-ig_Z [Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L \gamma^\mu P_L + Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R \gamma^\mu P_R] \right) \cdot u(p) \epsilon_\mu(p_2) \\ &= -ig_Z [Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L \bar{u}(p_1) \gamma^\mu P_L u(p) + Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R \bar{u}(p_1) \gamma^\mu P_R u(p)] \cdot \epsilon_\mu(p_2), \end{aligned} \quad (5.18)$$

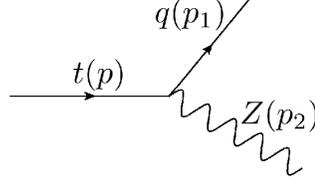


Figura 5.9: Decaimiento del quark top a dos cuerpos ($t \rightarrow qZ$).

y

$$-i\mathcal{M}^\dagger = ig_Z [Q_Z^*(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^{*L}\bar{u}(p)P_R\gamma^\mu u(p_1) + Q_Z^*(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^{*R}\bar{u}(p)P_L\gamma^\mu u(p_1)] \cdot \epsilon_\mu^*(p_2), \quad (5.19)$$

tal que

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^\dagger\mathcal{M} &= g_Z^2 \{ |Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L|^2 [\bar{u}(p)P_R\gamma^\mu u(p_1)\bar{u}(p_1)\gamma^\rho P_L u(p)] \\ &+ Q_Z^*(t_L)Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^{*L}\hat{\kappa}_{tq}^R [\bar{u}(p)P_R\gamma^\mu u(p_1)\bar{u}(p_1)\gamma^\rho P_R u(p)] \\ &+ Q_Z^*(t_R)Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^{*R}\hat{\kappa}_{tq}^L [\bar{u}(p)P_L\gamma^\mu u(p_1)\bar{u}(p_1)\gamma^\rho P_L u(p)] \\ &+ |Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R|^2 [\bar{u}(p)P_L\gamma^\mu u(p_1)\bar{u}(p_1)\gamma^\rho P_R u(p)] \} \cdot \epsilon_\mu^*(p_2)\epsilon_\rho(p_2), \end{aligned} \quad (5.20)$$

La expresión $|\mathcal{M}|^2$ se simplifica al considerar:

- suma sobre espines

$$\sum_s u^s(p)\bar{u}^s(p) = \not{p} + m, \quad (5.21)$$

- suma sobre polarizaciones

$$\sum_{pol} \epsilon_\mu^*(p)\epsilon_\rho(p) = -g_{\mu\rho} + \frac{p_\mu p_\rho}{m^2}, \quad (5.22)$$

finalmente la expresión para $|\mathcal{M}|^2$ es

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_Z^2}{2} \left\{ |Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L|^2 Tr \left[(\not{p} + m_t) P_R \gamma^\mu (\not{p}_1 + m_q) \gamma^\rho P_L \right] \right. \\ &+ |Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R|^2 Tr \left[(\not{p} + m_t) P_L \gamma^\mu (\not{p}_1 + m_q) \gamma^\rho P_R \right] \left. \right\} \\ &\cdot \left(-g_{\mu\rho} + \frac{p_{2\mu} p_{2\rho}}{m_Z^2} \right), \end{aligned} \quad (5.23)$$

Antes de calcular las trazas se tomará el límite cuando $m_q \rightarrow 0$, con la finalidad de reducir el cálculo y sabiendo que $m_q \ll m_t$, obteniendo

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_Z^2}{2} \left\{ |Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L|^2 Tr \left[(\not{p} + m_t) P_R \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\rho P_L \right] \right. \\ &+ |Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R|^2 Tr \left[(\not{p} + m_t) P_L \gamma^\mu \not{p}_1 \gamma^\rho P_R \right] \left. \right\} \\ &\cdot \left(-g_{\mu\rho} + \frac{p_{2\mu} p_{2\rho}}{m_Z^2} \right), \end{aligned} \quad (5.24)$$

CAPÍTULO 5. FÍSICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO DE RSMC
5.4. DECAIMIENTO DEL QUARK TOP $T \rightarrow CL\bar{L}$.

La amplitud al cuadrado, una vez calculadas las trazas es

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_Z^2}{2} \left\{ |Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L|^2 \frac{(4m_Z^2 - 2p_2^2) p \cdot p_1 + 4p \cdot p_2 p_1 \cdot p_2}{m_Z^2} \right. \\ &\quad \left. + |Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R|^2 \frac{(4m_Z^2 - 2p_2^2) p \cdot p_1 + 4p \cdot p_2 p_1 \cdot p_2}{m_Z^2} \right\}, \end{aligned} \quad (5.25)$$

reduciendo términos

$$\frac{1}{2} \sum |\mathcal{M}|^2 = g_Z^2 \{ |Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L|^2 + |Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R|^2 \} \left(p \cdot p_1 + \frac{2p \cdot p_2 p_1 \cdot p_2}{m_Z^2} \right). \quad (5.26)$$

Los productos punto pueden ser expresados en términos de las masas, usando la siguiente cinemática:

$$\begin{aligned} p = p_1 + p_2 &\rightarrow p^2 = p_1^2 + 2p_1 \cdot p_2 + p_2^2 &\rightarrow p_1 \cdot p_2 = \frac{1}{2} (p^2 - p_1^2 - p_2^2) \\ p_1 \cdot p = p_1^2 + p_1 \cdot p_2 &\rightarrow p_1 \cdot p = p_1^2 + \frac{1}{2} (p^2 - p_1^2 - p_2^2) &\rightarrow p \cdot p_1 = \frac{1}{2} (p^2 + p_1^2 - p_2^2) \\ p_2 \cdot p_1 = p_2^2 + p_1 \cdot p_2 &\rightarrow p_2 \cdot p_1 = p_2^2 + \frac{1}{2} (p^2 - p_1^2 - p_2^2) &\rightarrow p_1 \cdot p_2 = \frac{1}{2} (p^2 - p_1^2 - p_2^2) \end{aligned}$$

Tal que

$$\begin{aligned} p \cdot p_1 &= \frac{1}{2} (p^2 + p_1^2 - p_2^2), \\ p_1 \cdot p_2 &= \frac{1}{2} (p^2 - p_1^2 - p_2^2), \\ p \cdot p_2 &= \frac{1}{2} (p^2 - p_1^2 + p_2^2), \end{aligned} \quad (5.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum |\mathcal{M}|^2 &= g_Z^2 \{ |Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L|^2 + |Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R|^2 \} \\ &\quad \cdot \left(\frac{1}{2} [p^2 + p_1^2 - p_2^2] + \frac{2}{m_Z^2} \left[\frac{1}{2} (p^2 - p_1^2 + p_2^2) \frac{1}{2} (p^2 - p_1^2 - p_2^2) \right] \right), \end{aligned} \quad (5.28)$$

reduciendo términos

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum |\mathcal{M}|^2 &= g_Z^2 \{ |Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L|^2 + |Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R|^2 \} \\ &\quad \cdot \left(\frac{1}{2} [p^2 + p_1^2 - p_2^2] + \frac{1}{2m_Z^2} [(p^2 - p_1^2)^2 - p_2^4] \right). \end{aligned} \quad (5.29)$$

Además en mecánica relativista el 4-momento al cuadrado siempre es igual al cuadrado de la masa de la partícula asociada a este 4-momento. De modo que $p_i^2 = m_i^2$. En este caso $p_2^2 = m_Z^2$, obteniendo

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_Z^2}{2m_Z^2} \{ |Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L|^2 + |Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R|^2 \} \\ &\quad \cdot \left(p_2^2 (p^2 + p_1^2) + (p^2 - p_1^2)^2 - 2p_2^4 \right), \end{aligned} \quad (5.30)$$

factorizando un p^4 y reescribiendo $\frac{1}{2}|\mathcal{M}|^2$ en términos de las masas

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \sum |\mathcal{M}|^2 &= \frac{g_Z^2 m_t^4}{2m_Z^2} \{ |Q_Z(t_L)\hat{\kappa}_{tq}^L|^2 + |Q_Z(t_R)\hat{\kappa}_{tq}^R|^2 \} \\ &\quad \cdot \left[\frac{m_Z^2}{m_t^2} \left(1 + \frac{m_q^2}{m_t^2} \right) + \left(1 - \frac{m_q^2}{m_t^2} \right)^2 - 2 \frac{m_Z^4}{m_t^4} \right]. \end{aligned} \quad (5.31)$$

CAPÍTULO 5. FÍSICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO DE RSMC
5.4. DECAIMIENTO DEL QUARK TOP $T \rightarrow CL\bar{L}$.

Para este caso el ancho de decaimiento (ver apéndice C) en el sistema en reposo de t es

$$\Gamma = \frac{g_Z^2 m_t^3}{2m_Z^2(16\pi)} \{ |Q_Z(t_L) \hat{\kappa}_{tq}^L|^2 + |Q_Z(t_R) \hat{\kappa}_{tq}^R|^2 \} \cdot \lambda^{\frac{1}{2}} \left(1, \frac{m_q^2}{m_t^2}, \frac{m_Z^2}{m_t^2} \right) \left[\frac{m_Z^2}{m_t^2} \left(1 + \frac{m_q^2}{m_t^2} \right) + \left(1 - \frac{m_q^2}{m_t^2} \right)^2 - 2 \frac{m_Z^4}{m_t^4} \right], \quad (5.32)$$

donde $\lambda(a, b, c) = a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc$. En este caso $\frac{m_q^2}{m_t^2} \ll 1$, tal que

$$\Gamma = \frac{g_Z^2 m_t^3}{2m_Z^2(16\pi)} \{ |Q_Z(t_L) \hat{\kappa}_{tq}^L|^2 + |Q_Z(t_R) \hat{\kappa}_{tq}^R|^2 \} \left(1 - \frac{m_Z^2}{m_t^2} \right)^2 \left(1 + 2 \frac{m_Z^2}{m_t^2} \right). \quad (5.33)$$

Para estudiar el ancho de decaimiento se consideran dos casos que han sido estudiados en la literatura [42][43], con el fin de proteger el acoplamiento del bosón Z con los quarks tipo down, además de la protección al parámetro T (ver apéndice D). Estos dos casos son

- $T_L = T_R, T_L^3 = T_R^3$ (P_{LR}): En este caso el ancho de decaimiento se muestra en las gráficas (5.10)

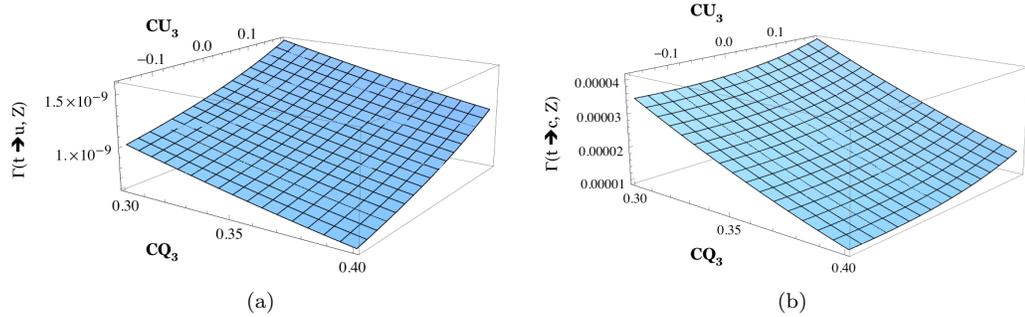


Figura 5.10: Anchos de decaimiento (medido en GeV's) para a) $\Gamma(t \rightarrow uZ)$, b) $\Gamma(t \rightarrow cZ)$. En el caso donde $T_R^3 = T_L^3$.

y para la razón de ramificación se considera

$$BR(t \rightarrow qZ) \approx \frac{\Gamma(t \rightarrow qZ)}{\Gamma(t \rightarrow bW)}, \quad (5.34)$$

donde $q = u, c$. Entonces la razón de ramificación para este caso se muestra en las gráficas (5.11)

- $T_L^3 = T_R^3 = 0$ (P_C): En este caso el ancho de decaimiento se muestra en las gráficas (5.12) y para la razón de ramificación se considera

$$BR(t \rightarrow qZ) \approx \frac{\Gamma(t \rightarrow qZ)}{\Gamma(t \rightarrow bW)}, \quad (5.35)$$

donde $q = u, c$. Entonces la razón de ramificación para este caso se muestra en las gráficas (5.13).

- Finalmente se considera la aproximación $BR(t \rightarrow c\bar{l}) \sim BR(t \rightarrow cZ)BR(Z \rightarrow \bar{l}l)$. En este caso se obtiene una razón de ramificación del orden de $\mathcal{O}(10^{-8} - 10^{-10})$.

CAPÍTULO 5. FÍSICA DEL QUARK TOP EN EL MODELO DE RSMC
5.4. DECAIMIENTO DEL QUARK TOP $T \rightarrow CL\bar{L}$.

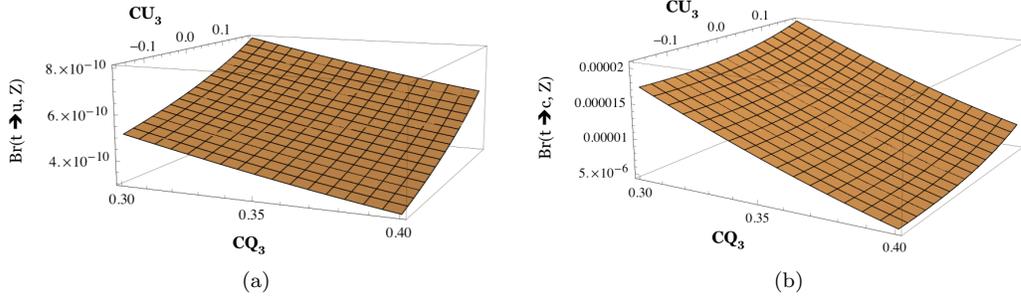


Figura 5.11: Razones de ramificación para a) $BR(t \rightarrow uZ)$, b) $BR(t \rightarrow cZ)$. En el caso donde $T_R^3 = T_L^3$.

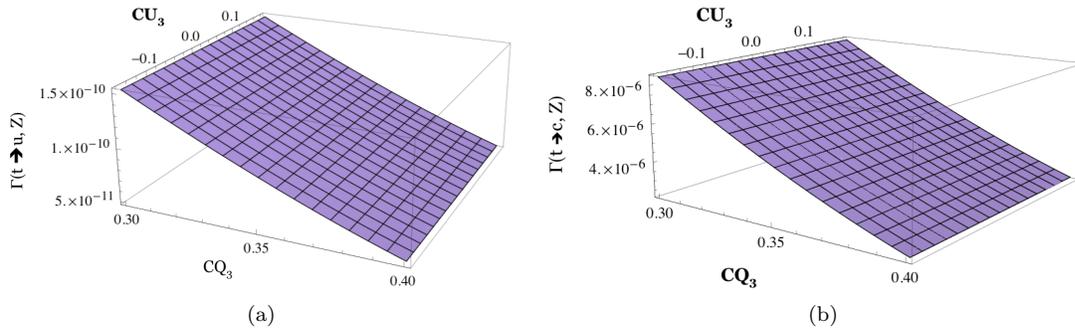


Figura 5.12: Anchos de decaimiento (medidos en GeV's) para a) $\Gamma(t \rightarrow uZ)$, b) $\Gamma(t \rightarrow cZ)$. En el caso donde $T_R^3 = T_L^3 = 0$.

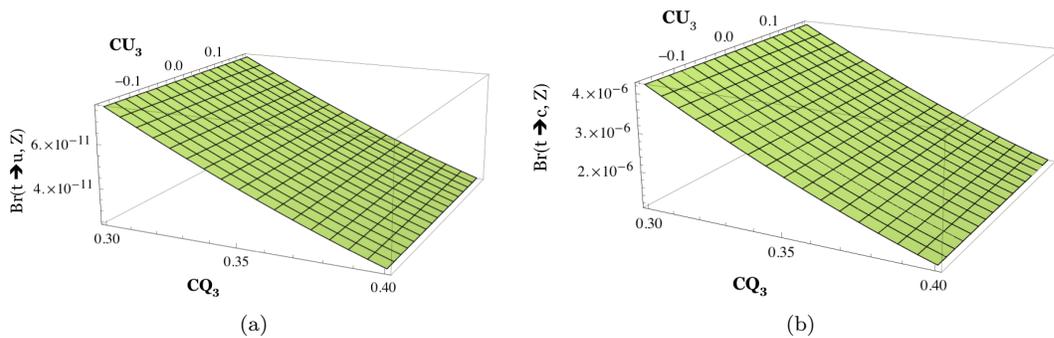


Figura 5.13: Razones de ramificación para a) $BR(t \rightarrow uZ)$, b) $BR(t \rightarrow cZ)$. En el caso donde $T_R^3 = T_L^3 = 0$.

Capítulo 6

Conclusiones

En esta tesis se estudió la física y la estructura del Modelo Estándar, en una primera parte se revisaron sus éxitos y sus puntos abiertos. Además se hizo una revisión exhaustiva del sector de corrientes del ME. Notando la ausencia de corrientes neutras que cambian sabor (FCNC). También se estudió el sector del quark top en el ME.

En una segunda parte de esta tesis se revisaron los conceptos relacionados con la construcción de Modelos con Dimesiones Extras. Esto con el objetivo de estudiar Modelos con Dimensiones Extras Deformes (en particular el Modelo de Randall-Sundrum Mínimo Custodial). En estos Modelos se estudió la generación de masas y mezclas de quarks haciendo uso de texturas inspiradas en los trabajos de Koide, et. al.[20], siendo esta textura la única que permite entradas anárquicas, además se analizó el sector del quark top. Obteniendo las siguientes conclusiones:

1. Se reprodujeron las masas de los quarks usando texturas, obteniendo un resultado consistente con [17], donde se usa una escala para la masas de los quarks $\mu = 1$ TeV.
2. Se reprodujo la matriz de mezcla V_{mix} , obteniendo de manera analítica y numérica las diferentes entradas de la matriz $|V_{mix}|$. Cabe mencionar que en [17] las expresiones analíticas obtenidas no coinciden con los datos numéricos que se presentan, en esta tesis se presentan las relaciones correctas.
3. Se estudió el sector de corrientes neutras en el Modelo RSMC observando que las correcciones a las interacciones neutras del ME vienen caracterizadas por $\hat{\kappa}_{ab}^{L,R}$, las cuales se graficaron para diferentes valores de c_{Q_3} y c_{U_3} .
4. Se analizó el proceso con cambio de sabor del top $t \rightarrow qZ$ con ($q = u, c$), obteniendo los siguientes resultados

$$\begin{aligned} BR(t \rightarrow uZ) &\sim \mathcal{O}(10^{-10} - 10^{-11}), \\ BR(t \rightarrow cZ) &\sim \mathcal{O}(10^{-5} - 10^{-6}), \end{aligned}$$

en ambos resultados se estudiaron dos casos a) $T_L^3 = T_R^3$ y b) $T_L^3 = T_R^3 = 0$. También se presentaron los resultados para los anchos de decaimiento.

5. Finalmente considerando una aproximación se llegó a la conclusión de que la razón de ramificación del proceso a tres cuerpos $t \rightarrow c\bar{l}$ es del orden de $\mathcal{O}(10^{-8} - 10^{-10})$.

Apéndice A

Diagonalización de la Matriz de Masa.

Sea una matriz compleja M' , $N \times N$ puede ser diagonalizada por una transformación biunitaria:

$$V_L^\dagger M' V_R = M, \quad M_{\alpha\beta} = m_\alpha \delta_{\alpha\beta}, \quad (\text{A.1})$$

donde V_L y V_R son dos matrices unitarias $N \times N$ ($V_L^\dagger = V_L^{-1}$ y $V_R^\dagger = V_R^{-1}$) y m_α son reales y positivos.

- Para diagonalizar una matriz, primero se debe contar el número de parámetros independientes.
- Una matriz arbitraria $N \times N$ compleja, M' , tiene $2N^2$ elementos independientes. Como cada una de las matrices unitarias V_L y V_R tienen N^2 elementos independientes y M tiene N elementos independientes.
- Para la prueba de (A.1), consideremos el producto $M' M'^\dagger$, que es una matriz hermitiana, que puede ser diagonalizada a través de la transformación unitaria ($V_L^\dagger = V_L^{-1}$)

$$V_L^\dagger M' M'^\dagger V_L = M^2, \quad M_{\alpha\beta}^2 = m_\alpha^2 \delta_{\alpha\beta}, \quad (\text{A.2})$$

con eigenvalores reales y positivos

$$\begin{aligned} m_\alpha^2 &= \sum_\beta (V_L^\dagger M')_{\alpha\beta} (M'^\dagger V_L)_{\beta\alpha} = \sum_\beta (V_L^\dagger M')_{\alpha\beta} (V_L^\dagger M')_{\beta\alpha}^\dagger \\ &= \sum_\beta (V_L^\dagger M')_{\alpha\beta} (V_L^\dagger M')_{\alpha\beta}^* = \sum_\beta |(V_L^\dagger M')_{\alpha\beta}|^2. \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Ahora escribiendo la matriz M' como

$$M' = V_L M V_R^\dagger, \quad M_{\alpha\beta} = \sqrt{m_\alpha^2} \delta_{\alpha\beta}, \quad (\text{A.4})$$

donde la matriz V_R está dada como

$$V_R = (M')^{-1} V_L M. \quad (\text{A.5})$$

APÉNDICE A. DIAGONALIZACIÓN DE LA MATRIZ DE MASA.

De las ecs. (A.2) y (A.5), uno encuentra que $M^\dagger = M$, la matriz V_R es unitaria:

$$\begin{aligned} V_R^\dagger V_R &= M V_L^\dagger (M'^\dagger)^{-1} (M')^{-1} V_L M \\ &= M V_L^\dagger (M' M'^\dagger)^{-1} V_L M = M M^{-2} M = \mathbb{I}, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{aligned} V_R V_R^\dagger &= (M')^{-1} V_L M^2 V_L^\dagger (M'^\dagger)^{-1} \\ &= (M')^{-1} M' M'^\dagger (M'^\dagger)^{-1} = \mathbb{I}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

- Usando que V_R y V_L son unitarias, la diagonalización biunitaria en la ec. (A.1) puede realizarse por la ec. (A.4), con $m_\alpha = \sqrt{m_\alpha^2}$.

Apéndice B

Parámetros Físicos de la Matriz de Mezcla.

En general una matriz unitaria $N \times N$ depende de N^2 parámetros reales independientes. Estos parámetros pueden ser divididos en

$$\text{Ángulos de mezcla} \quad \frac{N(N-1)}{2}, \quad (\text{B.1})$$

y

$$\text{Fases} \quad \frac{N(N+1)}{2}. \quad (\text{B.2})$$

Con, $N = 3$, la matriz de mezcla de quarks puede ser escrita en términos de 3 ángulos de mezcla y seis fases. Sin embargo, no todas las fases son observables físicas, porque el efecto físico de la matriz de mezcla de quarks sólo ocurre a través de su presencia en en las corrientes cargadas débiles de quarks

$$j_{W,Q}^\mu = 2\bar{q}_L^U \gamma^\mu V q_L^D, \quad (\text{B.3})$$

además de las corrientes cargadas el lagrangiano es invariante bajo transformaciones de fase globales de los quarks del tipo

$$q_\alpha^U \longrightarrow e^{i\psi_\alpha^U} q_\alpha^U, \quad q_\kappa^D \longrightarrow e^{i\psi_\kappa^D} q_\kappa^D, \quad (\text{B.4})$$

con $\alpha = u, c, t$ y $\kappa = d, s, b$. Aplicando esta transformación, la corriente cargada de quarks, se escribe como

$$j_{W,Q}^\mu = 2 \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\kappa=d,s,b} \bar{q}_{\alpha L}^U \gamma^\mu e^{-i\psi_\alpha^U} V_{\alpha\beta} e^{i\psi_\kappa^D} q_{\kappa L}^D, \quad (\text{B.5})$$

de donde se ve

$$j_{W,Q}^\mu = 2 \overbrace{e^{-i(\psi_c^U - \psi_s^D)}}^1 \sum_{\alpha=u,c,t} \sum_{\kappa=d,s,b} \bar{q}_{\alpha L}^U \gamma^\mu \underbrace{e^{-i(\psi_\alpha^U - \psi_c^U)}}_{N-1=2} V_{\alpha\kappa} \underbrace{e^{i(\psi_\kappa^D - \psi_s^D)}}_{N-1=2} q_{\kappa L}^D,$$

donde se ha factorizado una fase arbitraria $e^{-i(\psi_c^U - \psi_s^D)}$ y se identifica el número de fases independientes en cada término. Para esta expresión, se obtiene

$$1 + (N-1) + (N-1) = 2N - 1 = 5 \quad (\text{B.6})$$

APÉNDICE B. PARÁMETROS FÍSICOS DE LA MATRIZ DE MEZCLA.

fases arbitrarias de los campos de quarks que pueden ser elegidas para eliminar cinco de las seis fases de la matriz de mezcla de quarks.

Así, la matriz de mezcla de quarks contiene

$$\text{Fase física} \quad \frac{N(N+1)}{2} - (2N-1) = \frac{(N-1)(N-21)}{2} = 1, \quad (\text{B.7})$$

y el número total de parámetros físicos (ángulos de mezcla y fases) en la matriz de mezcla de quarks es

$$\frac{N(N-1)}{2} + \frac{(N-1)(N-21)}{2} = (N-1)^2 = 4. \quad (\text{B.8})$$

Resumiendo, para la matriz de mezcla de quarks se tiene

$$N=3 \Rightarrow \begin{cases} \frac{N(N-1)}{2} = 3 & \text{Ángulos de mezcla} \\ \frac{(N-1)^2(N-2)}{2} = 1 & \text{Fase física} \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

Si se ignora una generación, se obtiene

$$N=2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{N(N-1)}{2} = 1 & \text{Ángulo de mezcla} \\ \frac{(N-1)^2(N-2)}{2} = 0 & \text{Fase física} \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

En el caso de dos generaciones la matriz de mezcla depende sólo de un parámetro físico, un ángulo de mezcla, el *ángulo de Cabibbo*.

Apéndice C

Espacio Fase para dos-cuerpos.

Considerando un sistema X de dos partículas a y b , con 4-momento a_α y b_α . Ya que $a^2 = a^\alpha a_\alpha = m_a^2$, igualmente se pueden usar los símbolos a y b para denotar las respectivas masas. Similarmente, $X_\alpha = a_\alpha + b_\alpha$ y X denota el momento y masa invariante del par. Las energías a_0 y b_0 de las partículas individuales en su sistema de $c.m.$ son

$$a_0 = \frac{X^2 + a^2 - b^2}{2X}, \quad b_0 = \frac{X^2 + b^2 - a^2}{2X}. \quad (\text{C.1})$$

El 3-momento \vec{a} y \vec{b} en el sistema de masa son dirigidos opuestamente en el sistema de $c.m.$ pero tienen la misma magnitud p

$$p = \frac{1}{2} X \lambda^{\frac{1}{2}} \left(1, \frac{a^2}{X^2}, \frac{b^2}{X^2} \right), \quad (\text{C.2})$$

donde

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz - 2xz. \quad (\text{C.3})$$

Para las partículas a y b en el estado inicial antes de la colisión, el factor de flujo el cual aparece en el denominador de la fórmula de la sección eficaz puede ser expresado como una cantidad invariante

$$2a_0 2b_0 |\vec{v}_a - \vec{v}_b| = 2X^2 \lambda^{\frac{1}{2}} \left(1, \frac{a^2}{X^2}, \frac{b^2}{X^2} \right). \quad (\text{C.4})$$

Para partículas a y b en algún estado final, se define la diferencial invariante del espacio fase $d_2(PS)$ como

$$d_2(PS) = \delta^4(X_\alpha - a_\alpha - b_\alpha) \left(\frac{d^3 \vec{a}}{2a_0} \right) \left(\frac{d^3 \vec{b}}{2b_0} \right). \quad (\text{C.5})$$

Esto se reduce para un ángulo sólido dos-dimensional en el sistema de $c.m.$

$$d_2(PS) = \pi \frac{p}{X} \frac{d\Omega}{4\pi} = \frac{1}{2} \pi \lambda^{\frac{1}{2}} \left(1, \frac{a^2}{X^2}, \frac{b^2}{X^2} \right) \frac{d\Omega}{4\pi}. \quad (\text{C.6})$$

Para un decaimiento $X \rightarrow ab$, el ancho de decaimiento en el sistema en reposo involucra un espacio de integración de la probabilidad de transición $|\mathcal{M}|^2$,

$$d\Gamma(X \rightarrow ab) = \left(\frac{1}{2X} \right) \left(\frac{1}{4\pi^2} \right) |\mathcal{M}|^2 d_2(PS). \quad (\text{C.7})$$

APÉNDICE C. ESPACIO FASE PARA DOS-CUERPOS.

Tal que el ancho de decaimiento sea:

$$\Gamma(X \rightarrow ab) = \frac{n_\alpha n_\beta T^{\alpha\beta}}{8\pi^2 X}, \quad (\text{C.8})$$

donde

$$n_\alpha n_\beta T^{\alpha\beta} = \int n_\alpha n_\beta I^{\alpha\beta} d_2(PS), \quad (\text{C.9})$$

y $n_\alpha n_\beta I^{\alpha\beta}$ es la traza sin índices contraidos.

Apéndice D

Grupos de Gauge.

D.1. Grupos de Gauge Extendidos

Una clase de extensiones involucra extender la simetría de gauge electrodébil $SU(2) \times U(1)$. En algunas ocasiones estas extensiones se encuentran motivadas por consideraciones tipo 'abajo-arriba', por ejemplo, para restaurar la invariancia de P y C en modelos $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U(1)$. Otra motivación es una consideración tipo 'arriba-abajo': tales simetrías de gauge extras aparecen como remanentes accidentales del patrón de rompimiento de una teoría subyacente, tal como en teorías en las cuales una escala de nueva física a orden de TeVs es la responsable de la rotura de $SU(2) \times U(1)$. Otro tipo de extensiones puede involucrar simetrías horizontales, las cuales relacionan o distinguen entre diferentes generaciones de fermiones[41](véase referencias ahí mencionadas).

D.1.1. Grupo de Simetría $SU(2) \times U(1) \times U(1)'$

Varias extensiones del ME involucran un $U(1)'$ adicional el cual esta estrechamente ligado con la existencia de bosones de gauge nuevos Z' . Dentro de estos modelos se pueden encontrar aquellos que involucran escalas de nueva física de orden de TeVs, tal como modelos con rotura dinámica de la simetría o modelos de Higgs pequeño. Estos bosones de gauge extras pueden ser extremadamente pesados, o sin masa o muy ligeros. Además en algunos modelos que involucran dimensiones extras permiten que los campos del ME, en particular a los bosones de gauge, se propaguen en el bulto, y esto lleva como consecuencia que las excitaciones de KK tengan masas del orden de $\sim r_c^{-1} \geq 2 \text{ TeV} \times (10^{-17} \text{ cm}/r_c)$. Estas excitaciones pueden ser identificadas con bosones de gauge de nuevas simetrías de gauge.

Interacciones de Gauge

Si se toma el caso de un grupo adicional $U(1)'$ con acoplamientos de familia universales y sin mezcla cinética. Los acoplamientos de los tres bosones de gauge neutros tienen la forma

$$-\mathcal{L}_{CN} = gJ_3^\mu W_\mu^3 + g'J_Y^\mu + g_2J_2^\mu Z_{2\mu}^0 = eJ_Q^\mu A_\mu + g_1J_1^\mu Z_{1\mu}^0 + g_2J_2^\mu Z_{2\mu}^0, \quad (\text{D.1})$$

con $Z_{2\mu}^0$ el nuevo bosón de gauge, J_2^μ es la corriente asociada a $U(1)'$ y g_2 es su acoplamiento de gauge. Las corrientes J_α^μ , con $\alpha = 1, 2$ tienen la forma

$$J_\alpha^\mu = \sum_r \bar{\psi}_r \gamma^\mu [\epsilon_L^\alpha(r) P_L + \epsilon_R^\alpha(r) P_R] \psi_r = \frac{1}{2} \sum_r \bar{\psi}_r \gamma^\mu [g_V^\alpha(r) - g_A^\alpha(r) \gamma^5] \psi_r, \quad (\text{D.2})$$

APÉNDICE D. GRUPOS DE GAUGE.
D.2. MODELOS $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U(1)$ EN 4D

donde $\epsilon_{L,R}^1$ son acoplamiento del ME y $\epsilon_{L,R}^2$ es dependiente del modelo, en este caso de $U(1)'$. Cuando se trabaja con fermiones quirales, se vuelve conveniente definir las cargas

$$\begin{aligned} Q_{\alpha f} &\equiv \epsilon_L^\alpha(f), \\ Q_{\alpha f^c} &\equiv -\epsilon_R^\alpha(f), \end{aligned} \quad (D.3)$$

para f_L y su conjugado de carga f_L^c . De manera análoga se definen las cargas de $U(1)$ para un campo escalar complejo ϕ_i , con $Q_{1i} = t_{3i} - \sin^2 \theta_W q_i$. La parte de corrientes neutras de su derivada covariante es dada por

$$D_\mu \phi_i = \left(\partial_\mu + ieq_i A_\mu + i \sum_{\alpha=1}^2 g_\alpha Q_{\alpha i} Z_{\alpha\mu}^0 \right) \phi_i. \quad (D.4)$$

Comentarios sobre los modelos $U(1)'$

Existen varios tipos de modelos $U(1)'$, que se diferencian entre ellos por la masa del Z' , los acoplamiento quirales con los quarks y leptones y si ellos son universales en familias, etc. A continuación se mencionan solo algunos de estos tipos de modelos:

- El bosón Z_{ME} secuencial se define con los mismos acoplamiento del bosón Z del ME¹.
- La carga eléctrica Q y al hipercarga $Y = Q - T_L^3$ pueden ser escritas como

$$Q = T_L^3 + Y = T_L^3 + T_R^3 + T_{BL}, \quad (D.5)$$

donde $T_{BL} = (B-L)/2$, con $B(L)$ el número bariónico (leptónico). En modelos tipo izquierda-derecha (LR), que pueden surgir de $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U(1)$, se tiene una corriente neutra dada por

$$-\mathcal{L}_{CN} = gJ_{3L}^\mu W_{L\mu}^3 + g_R J_{3R}^\mu W_{R\mu}^3 + g_{BL} J_{BL}^\mu W_{BL\mu}. \quad (D.6)$$

Aquí es conveniente reescribir (D.6) rotando W_R^3 y W_{BL} a una nueva base B y Z_2^0 como se hizo en el ME. Esto deja invariante los términos cinéticos. Uno puede considerar $B = \cos \gamma W_{3R} + \sin \gamma W_{BL}$ y tomar a γ de tal forma que B se acople a $g'Y$. Uno puede observar que

$$\frac{1}{e^2} = \frac{1}{g^2} + \frac{1}{g'^2} = \frac{1}{g^2} + \frac{1}{g_R^2} + \frac{1}{g_{BL}^2}. \quad (D.7)$$

$Z_2^0 = \sin \gamma W_{3R} - \cos \gamma W_{BL}$ está asociado a la carga

$$Q^{LR} = \sqrt{\frac{3}{5}} \left[\alpha T_{3R} - \frac{1}{\alpha} T_{BL} \right], \quad (D.8)$$

con $\alpha = \tan \gamma = g_R/g_{BL} = \sqrt{\kappa^2 \cot^2 \theta_W - 1}$ con $\kappa \equiv \frac{g_R}{g}$.

D.2. Modelos $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U(1)$ en 4D

Una extensión muy simple del ME es el modelo $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U(1)$. En este modelo los bosones adicionales se acoplan a los diferentes fermiones quirales. En estos modelos usualmente se impone una simetría izquierda-derecha de intercambio. Este modelo ha sido revisado en el contexto de dimensiones extras deformes (como se verá en la siguiente sección), en donde se busca dar una simetría custodial para proteger el parámetro ρ_0 .

¹Este tipo de modelos puede ocurrir en teorías de Kaluza-Klein

D.2.1. Campos del Modelo e Interacciones de Gauge

Se consideran los campos fermiónicos de la siguiente forma:

$$q_{mL}^0 = \begin{pmatrix} u_m^0 \\ d_m^0 \end{pmatrix}_L, \quad q_{mR}^0 = \begin{pmatrix} u_m^0 \\ d_m^0 \end{pmatrix}_R, \quad l_{mL}^0 = \begin{pmatrix} \nu_m^0 \\ e_m^{-0} \end{pmatrix}_L, \quad l_{mR}^0 = \begin{pmatrix} \nu_m^0 \\ e_m^{-0} \end{pmatrix}_R, \quad (D.9)$$

que trasforman bajo el grupo $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U_{BL}(1)$ como

$$(t_L, t_R, t_{BL}) = \left(2, 1, \frac{1}{6}\right), \left(1, 2, \frac{1}{6}\right), \left(2, 1, -\frac{1}{2}\right), \left(1, 2, -\frac{1}{2}\right). \quad (D.10)$$

Los bosones de gauge $W_{L,R}^{i\mu}$, con $i = 1, 2, 3$, se acoplan a corrientes tipo $V - A$ y $V + A$ respectivamente. Los bosones de gauge de $U_{BL}(1)$, W_{BL}^μ se acoplan a la carga $T_{BL} = (B - L)/2$. Los acoplamientos de gauge $g_L = g$, g_R y g_{BL} están relacionadas a g' del ME y a e , como se muestra en la ecuación (D.7). Los términos cinéticos en este modelo son

$$\mathcal{L}_f = \bar{q}_L^0 i \not{D} q_L^0 + \bar{q}_R^0 i \not{D} q_R^0 + \bar{l}_L^0 i \not{D} l_L^0 + \bar{l}_R^0 i \not{D} l_R^0. \quad (D.11)$$

El lagrangiano (D.11) incluye a las interacciones de gauge con los fermiones

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{f_{int}} = & -\bar{q}_L^0 \gamma_\mu \left[g_L \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{W}_L^\mu}{2} + \frac{g_{BL}}{6} W_{BL}^\mu \right] q_L^0 - \bar{q}_R^0 \gamma_\mu \left[g_R \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{W}_R^\mu}{2} + \frac{g_{BL}}{6} W_{BL}^\mu \right] q_R^0 \\ & - \bar{l}_L^0 \gamma_\mu \left[g_L \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{W}_L^\mu}{2} - \frac{g_{BL}}{6} W_{BL}^\mu \right] l_L^0 - \bar{l}_R^0 \gamma_\mu \left[g_R \frac{\vec{\tau} \cdot \vec{W}_R^\mu}{2} - \frac{g_{BL}}{6} W_{BL}^\mu \right] l_R^0. \end{aligned} \quad (D.12)$$

Además se necesita introducir un multiplete de Higgs que transforme como $(2, 2^*, 0)$ para poder generar las masas de los fermiones y eventualmente promover la rotura de la simetría electrodébil. Entonces

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi_1^0 & \phi_1^+ \\ \phi_2^- & \phi_2^0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{\Phi} = \begin{pmatrix} \phi_2^{0*} & -\phi_2^+ \\ -\phi_1^- & \phi_1^{0*} \end{pmatrix}. \quad (D.13)$$

D.3. Modelos $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U(1)$ en la Geometría de RS

Como ya se ha mencionado a lo largo de la tesis, el modelo de RS fue propuesto para dar una solución al problema de jerarquía de gauge. Sin embargo, los datos de precisión electrodébiles resultan ser muy importantes para restringir las masas de los modos de KK, del tal manera que el hecho de que pudieran ser detectados en LHC es un reto muy desafiante. El hecho de que los campos del ME (exceptuando el Higgs) puedan localizarse en el bulto, aligera las constricciones, sin embargo, aun existen contribuciones importantes al parámetro T . En la literatura (CITA) se ha estudiado la posibilidad de tener un grupo de gauge extendido en el bulto, con una simetría custodial, $SU_L(2) \times SU_R(2)$. Este tipo de modelos reduce las contribuciones al parámetro T y permite tener una escala de masa para los modos de KK del orden de $M_{KK} \sim 3$ TeV. Además también se ha estudiado la idea de agregar una simetría discreta $P_{L,R}$, con el objetivo de proteger el acoplamiento de quark b con el bosón Z .

D.3.1. Modelo RSMC $SU_L(2) \times SU_R(2)$

Siguiendo el análisis hecho en secciones anteriores de este apéndice, considerese ahora un modelo $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U_X(1)$, en espacio anti de-Sitter, AdS_5 (las generalidades del modelo se estudiaron en el capítulo 4). El grupo de simetría se rompe de la siguiente forma:

APÉNDICE D. GRUPOS DE GAUGE.

D.3. MODELOS $SU_L(2) \times SU_R(2) \times U(1)$ EN LA GEOMETRÍA DE RS

- $SU_R(2) \rightarrow U_R(1)$: aquí se utilizan las siguientes condiciones de frontera

$$W_{L\mu}^a \sim (+, +), W_{R\mu}^b \sim (-, +), B_\mu \sim (+, +), Z'_\mu \sim (-, +), \quad (D.14)$$

donde $+(-)$ representa las condiciones de frontera tipo Neumann (Dirichlet) y $a = 1, 2, 3$, $b = 1, 2$.

- $U_R(1) \times U_X(1) \rightarrow U_Y(1)$: esto ocurre en la brana de Planck dando como resultado al grupo del ME ($SU_L(2) \times U_Y(1)$).

Los campos B_μ y Z'_μ son combinaciones de los bosones de gauge neutros (siguiendo una discusión similar a la del ME). Entonces

$$B_\mu = \frac{g_{5X}W_{R\mu}^3 + g_{5R}X_\mu}{\sqrt{g_{5R}^2 + g_{5X}^2}}, Z'_\mu = \frac{g_{5X}W_{R\mu}^3 - g_{5R}X_\mu}{\sqrt{g_{5R}^2 + g_{5X}^2}}, \quad (D.15)$$

donde g_{5R} , g_{5X} son los acoplamientos 5D de los grupos $SU_R(2)$ y $U_X(1)$ respectivamente. En este caso la derivada covariante tiene la forma

$$D_\mu = \partial_\mu - i \left[g_{5L}W_{L\mu}^a T_L^a + g'_5 \frac{Y}{2} B_\mu + g_{5R}W_{R\mu}^b T_L^b + g_{5Z'} Q'_Z Z'_\mu \right], \quad (D.16)$$

con

$$g'_5 = \frac{g_{5R}g_{5X}}{\sqrt{g_{5R}^2 + g_{5X}^2}}, g_{5Z'} = \sqrt{g_{5R}^2 + g_{5X}^2}, \quad (D.17)$$

mientras que las cargas están dadas por

$$\frac{Y}{2} = T_R^3 + Q_X, Q'_Z = \frac{g_{5R}^2 T_R^3 - g_{5X}^2 Q_X}{g_{5R}^2 + g_{5X}^2}. \quad (D.18)$$

Finalmente la carga eléctrica se lee como

$$Q = T_L^3 + T_R^3 + Q_X. \quad (D.19)$$

Bibliografía

- [1] S. L. Glashow, Nucl. Phys. 22, 579 (1961).
- [2] S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 19, 1264, (1967).
- [3] A. Salam, In Elementary Particle Theory, ed. N. Svartholm, Almquist and Wiksells, Stockholm (1969), 367-377.
- [4] T. Han, Int. J. Mod. Phys. A, 23, 4107 (2008).
- [5] S. L. Glashow, J. Iliopolus y L. Maiani, Phys. Rev. D2, 1285, (1970).
- [6] The LEP electroweak working group, lepewwg.web.cern.ch/LEPEWWG.
- [7] CDF Top Quark Physics Public Results, http://www-cdf.fnal.gov/physics/new/top/public_mass.html.
- [8] A. Díaz-Furlong, Physics Beyond the Standard Model in the Randall-Sundrum Geometry, PhD dissertation, Noviembre 2012.
- [9] G. Nordström, Physikalische Zeitschrift 15: 504-506 (1914).
- [10] T. Kaluza, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlín. (Math. Phys.)1921, 966-972 (1921).
- [11] O. Klein, Zeitschrift für Physik, 37 (12) 895-906 (1926).
- [12] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, Phys. Lett.B436, (1998), 263-272.
- [13] T. G. Rizzo, Proceedings of 32nd SLAC Summer Institute on Particle Physics (SSI 2004).
- [14] L. Randall y R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83, 3370-3373. L. Randall y R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. 83, 4690-4693. T. Gherghetta, Les Houches 2005, Particle Physics Beyond the Standard Model, 263-311, (2005).
- [15] R. K. Ellis, W. J. Stirling, B. R. Webber, QCD and Collider Physics, Cambridge Monographs on Particle Physics, Nuclear Physics and Cosmology, Cambridge University Press, 2003.
- [16] J. L. Díaz-Cruz, A. Díaz-Furlong, R. Gaitan-Lozano y J. H. Montes de Oca Y., Eur. Phys.J. C72 (2012) 2119. R. Gaitan-Lozano, R. Martinez, J.H. Montes de Oca Y., Eur.Phys.J.Plus 127 (2012) 158.
- [17] We-Fu Chang, J.N. Ng y J.M.S. Wu, Phys. Rev. D78 (2008) 096003.
- [18] CalcHep, theory.sinp.msu.ru/~pukhov/calchep.html; LanHEP, theory.sinp.msu.ru/~semenov/lanhep.html
- [19] Ho-Kim Q., Pham Xuan Y., *Elementary Particles and their interactions*, Springer-Verlag Berlin, Heidelberg 1998. Pag. 267-270.

- [20] Y. Koide, H. Nishiura, K. Matsuda, T. Kikuchi, y T. Fukuyama, Phys. Rev. D66, 093006 (2002).
- [21] G. Aad, et. al. [ATLAS Collaboration], “Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC ”, Phys. Lett. B716, (2012), 1-29.
- [22] S. Chatrchyan, et. al., [CMS Collaboration], “Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC ”, Phys. Lett. B716, 2012, 30-61.
- [23] Giunti Carlo, Kim Chung W. *Fundamentals of Neutrino Physics and Astrophysics*, Great Britain, Oxford University Press 2007. Pag. 67-118.
- [24] Particle Data Group, W.-M. Yao et. al., J. Phys. (2012).
- [25] Tao Han*, *The “Top Priority” at the LHC*, [arXiv:0804.3178 [hep-ph]] (2008).
- [26] L. Randall y R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**,3370-3373, (1999).
- [27] P. Langacker, TASI 08; The Dawn of the LHC Era, Boulder, Colorado, (2008).
- [28] L. Randall, *Warped Passages: Unraveling the Misteries of the Universe’s Hidden Dimensions*, Harper Perennial; Eighth Printing etidion (september 19, 2006).
- [29] E. Pontón, TASI 2011: Four Lectures on TeV Scale Extra Dimensions, [arXiv:1207.3827v1 [hep-hp]] (2012).
- [30] L. Randall and M. D. Schwartz, “Quantum field theory and unification in AdS5 ”, JHEP0111, 003 (2001) [hep-th/0108114].
- [31] For a review on new strong dynamics related to the top quark, see e.g., C. T. Hill and E. H. Simmons, *Stong dynamics and electroweak symmetry breaking*, Phys. Rept. **381**, 235 (2003).
- [32] For a general discussion on the ”naturalness”, see e.g., G. F. Giudice, *Naturally Speaking: The Naturalness Criterion and Physics at the LHC*, [arXiv:0801.2562 [hep-hp]].
- [33] T. Appelquist, H. Cheng, B. A. Dobrescu, Phys. Rev. **D64**, 035002, (2001), T. Appelquist y H. Yee, Phys. Rev. **D67** 055002, (2003), C. D. Carone Phys. Rev. D61, 015008 (2000).
- [34] A. Pomarol, Phys, Lett. **B486**, 153, (2000).
- [35] Y. Grossman y M. Neubert, Phys. Lett. **B474**, 361-371, (2000).
- [36] T. Gherghetta y A. Pomarol, Nucl. Phys., **B586**, 141-162, (2000).
- [37] K. Agashe, A. Delgado, M. J. May y R. Sundrum, High Energy Phys. 08 (2003) 050.
- [38] K. Agashe, G. Perez y A. Soni, Phys. Rev. **D71**, 016002 (2005).
- [39] M. S. Carena, A. Delgado, E. Ponton, T. M. P. Tait y C. E. M. Wagner, Phys. Rev. **D68**, 035010 (2003).
- [40] M. S. Carena, E. Ponton, J. Santiago y C. E. M. Wagner, Nucl. Phys. **B759**, 202 (2006).
- [41] Langacker P. *The Standard Model and Beyond*, CRC Press, EUA 2009.
- [42] A. J. Buras, B. Duling y S. Gori, JHEP 0909 (2009) 076.
- [43] K. Agashe, R. Contino, L. Da Rold y A. Pomarol, Phys. Lett. **B641**, (2006) 62-66.
- [44] G.Bhattacharyya, Rep. Prog. Phys., 74 (2011), 026201.