

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

Estudio de haces Airy
generados con un modulador espacial de luz.

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Cinthia Huerta Alderete

asesorada por

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco
Dra. María Guadalupe Méndez Vázquez

Puebla Pue.
Febrero de 2014

Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

Estudio de haces Airy
generados con un modulador espacial de luz.

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Cinthia Huerta Alderete

asesorada por

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco
Dra. María Guadalupe Méndez Vázquez

Puebla Pue.
Febrero de 2014

Título: Estudio de haces Airy generados con un modulador espacial de luz.

Estudiante: CINTHIA HUERTA ALDERETE

COMITÉ

Dra. Marcela Maribel
Méndez Otero
Presidente

Dr. Gustavo Rodríguez
Zurita
Secretario

Dr. Marcelo David Iturbe
Castillo
Vocal

Dr. Carlos Ignacio Robledo
Sánchez
Suplente

Dra. María Guadalupe
Méndez Vázquez
Coasesor

Dr. Maximino Luis Arroyo
Carrasco
Asesor

A mi familia.

Agradecimientos

Gracias a todas las personas que han formado parte en éste logro en mi vida, pero sobre todo a mi familia, sin ellos no hubiera sido posible.

Especialmente agradezco a mis padres, *Jacinta Alderete Galán* y *Julián Huerta Vázquez*, por todo lo que me han dado y enseñado, me han hecho ser una mejor persona, a crecer y dar cada día lo mejor de mi; y a mis hermanos: *Jordan, Axell, Aldo y Diana* quienes siempre me han brindado su apoyo y su cariño.

Gracias Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco y Dra. María Guadalupe Méndez Vázquez, por su amistad y gran apoyo en la elaboración de este trabajo de tesis, también, quiero agradecer a la Dra. Marcela Maribel Méndez Otero, Dr. Gustavo Rodríguez Zurita, Dr. Marcelo David Iturbe Castillo y Dr. Carlos Ignacio Robledo Sánchez por sus observaciones y comentarios hechos en este trabajo de tesis.

Gracias a todos mis amigos, sin ellos hubiera sido bastante complicado mi andar.

CINTHIA HUERTA ALDERETE
Facultad de Ciencias Físico-Matemáticas
Benemérita Universidad Autónoma de Puebla
Puebla, Pue, 25 de febrero de 2014

Índice general

Resumen	1
Objetivos	3
Introducción	5
1. Fundamentos Teóricos	7
1.1. Paquetes de onda Airy cuánticos	7
1.2. Haces Airy ópticos	8
1.3. Holografía generada por computadora	9
1.4. Moduladores de cristal líquido y su aplicación en la generación de campos ópticos .	10
1.4.1. Configuración en modo de amplitud y método de caracterización	11
2. Generación y síntesis de haces Airy con un modulador de cristal líquido en modo de amplitud	15
2.1. Análisis numérico de las propiedades de los haces Airy	15
2.1.1. Generación de haces Airy a partir de un holograma sintético de amplitud .	17
2.1.2. Propagación de haces Airy	18
2.1.3. Aceleración de haces Airy	20
2.1.4. Autoreconstrucción de haces Airy	20
3. Generación experimental de haces Airy para el análisis de sus propiedades	25
3.1. Caracterización experimental de la curva de modulación de amplitud del modulador	25
3.2. Resultados experimentales	26
3.2.1. Generación experimental de haces Airy a partir de un CGH	28
3.2.2. Propagación experimental de haces Airy	29
3.2.3. Autoreconstrucción experimental de haces Airy	29
Conclusiones	35
A. Código del programa	37
A.1. Código que genera haces Airy	37
A.2. Código muestra la propagación de haces Airy con y sin obstrucción	39
A.3. Funciones adicionales	40

Resumen

El estudio de los fenómenos relacionados con la luz, óptica y su concepción en el enfoque cuántico y la fotónica, son áreas fundamentales en física y recientemente de mucho interés por sus implicaciones en la generación de tecnología. Dentro de éstas, la investigación de la propagación de la luz en espacio libre y en materiales lineales y no lineales se ha destacado por su importancia y riqueza de conceptos, como la generación de haces que no sufren difracción y presentan la propiedad de autoreconstrucción.

En 1979 Berry y Balazs [2], hicieron una importante observación en el contexto de la mecánica cuántica: demostraron teóricamente que la ecuación de Schrödinger que describe una partícula libre puede exhibir una solución de paquete de ondas de Airy sin dispersión, es decir, que la densidad de probabilidad se propaga en espacio libre sin distorsión y con aceleración constante. Basados en esta propuesta, Siviloglou y Christodoulides [18, 4] propusieron y demostraron la existencia de haces Airy ópticos uni- dimensionales y bi-dimensionales y su caracterización bajo propagación libre. Lo que hace posible la analogía entre estas dos disciplinas, aparentemente diferentes, es la correspondencia matemática entre la ecuación de Schrödinger de la mecánica cuántica y la ecuación paraxial de difracción. En cuanto a la realización experimental la óptica hasta el momento ha proporcionado un terreno fértil en el que las propiedades de estas ondas se pueden observar directamente en propagación y estudiar en detalle.

En este sentido, este trabajo de tesis se centra en la generación experimental de haces Airy y en el estudio de sus propiedades; mostrando su adifraccionalidad, autoreconstrucción y aceleración. De manera general, se aborda -en el contexto de la mecánica cuántica- a los paquetes de onda Airy, siendo aquí donde se describe la existencia de éste paquete de ondas como una solución a la ecuación de Schrödinger y, es la equivalencia entre la ecuación Schrödinger y la ecuación paraxial la que permitió su realización en el dominio óptico en 2007 [4]. Finalmente los haces Airy son generados experimentalmente a través de un modulador espacial del luz basado en tecnología de cristal líquido que provee modulación de amplitud; en el cual se despliega un holograma generado por computadora (CGH) que codifica haces Airy. En este trabajo se muestra, numérica y experimentalmente, que es posible generar estos haces invariantes en propagación a través un modulador espacial de luz y se estudian sus propiedades.

Objetivos

Objetivo general

Estudiar e interpretar las propiedades de los paquetes de onda no dispersivos propuestos en Mecánica Cuántica por M.V. Berry y N.L. Balazs [2]. Generar experimentalmente y estudiar las propiedades de los haces Airy ópticos y realizar su caracterización bajo propagación libre [18].

Objetivos particulares

- Estudiar la propuesta original de Berry y Balazs sobre paquetes de onda Airy.
- Entender e interpretar las implicaciones cuánticas de los paquetes Airy.
- Revisar y comprender la teoría de generación y propagación de haces paraxiales.
- Aprender a manejar el modulador espacial de luz.
- Desarrollar hologramas de amplitud para desplegarlos en el modulador espacial de luz.
- Generar un holograma de amplitud para haces Airy.
- Generar un haz Airy mediante el modulador espacial de luz.
- Caracterizar experimentalmente la propagación de los haces Airy generados.

Introducción

El estudio de los fenómenos relacionados con la luz, óptica y su concepción bajo el enfoque cuántico y la fotónica, son áreas fundamentales en física y recientemente, de interés por sus implicaciones en la generación de tecnología. Dentro de éstas, la investigación de la propagación de la luz en espacio libre y en materiales lineales y no lineales se ha destacado, entre otras cosas, por la generación de haces que no sufren difracción y presentan la propiedad de autoreconstrucción. La difracción de la luz constituye un fenómeno universal de la física y es uno de los más estudiados y mejor entendidos. Este proceso físico afecta la propagación, a través del aire, de cualquier haz luminoso produciendo un ensanchamiento de su perfil transversal y consecuentemente, una disminución de la intensidad de la luz.

Con la invención del láser en 1960 nació una nueva época en el desarrollo de aplicaciones que involucran la propagación de haces de luz. La luz láser es casi monocromática, muy direccional y puede alcanzar altos niveles de intensidad. Estas características la hacen atractiva para diversas aplicaciones como la comunicación con fibras ópticas, sensores ópticos, láseres para corte industrial y médicos, óptica integrada, holografía, entre otras. En todas estas aplicaciones, la difracción juega un papel de suma importancia en el diseño de los dispositivos; y mucho esfuerzo se ha dirigido a minimizar el ensanchamiento difractivo de la luz y mejorar la direccionalidad de los haces.

En 1987 J. Durnin [3], propuso en el marco de la teoría ondulatoria escalar, soluciones exactas no-singulares de la ecuación de onda que representan haces que no sufren difracción, es decir, cuyo patrón de intensidad transversal a la dirección de propagación se mantiene inalterado al propagarse una distancia Z en el espacio libre. Estos haces, presentan un perfil transversal de intensidad descrito por una función Bessel de primera clase de orden cero, por lo que son conocidos como haces Bessel y pueden tener perfiles de intensidad extremadamente angostos, del orden de algunas longitudes de onda, con una gran profundidad de campo del orden de metros. Más tarde, Durnin y colaboradores [12], propusieron una forma de generar experimentalmente los haces Bessel, por medio de mascarillas anulares de amplitud, sin embargo estos haces se han generado de manera aproximada a lo propuesto teóricamente con diferentes medios.

Los haces libres de difracción son por definición paquetes de ondas ópticas que permanecen invariantes durante la propagación, el ejemplo más conocido de dicha onda libre de difracción es el haz Bessel de primera clase de orden cero. Otros haces de luz, que no sufren difracción al propagarse, son: haces Bessel de orden superior [8], haces Mathieu y sus homólogos de orden superior [11], así como, ondas basadas en las funciones cilíndricas parabólicas [14], entre otros. Los haces invariantes en propagación tienen aplicaciones en diferentes áreas de la física, en particular, una de las aplicaciones de los haces Mathieu es el método de la micromanipulación [9], a través del cual se enfoca el haz en una muestra donde hay partículas de dimensiones nanométricas o micrométricas y produciendo atrapamiento -un procedimiento conocido como pinzas ópticas o trampas atómicas [10].

En 1979 Berry y Balazs [2], hicieron una importante observación en el contexto de la mecánica cuántica: demostraron teóricamente que la ecuación de Schrödinger que describe una partícula libre puede exhibir una solución de paquete de ondas de Airy sin dispersión, es decir, que la densidad de probabilidad se propaga en espacio libre sin distorsión y con aceleración constante. Basados en esta propuesta Siviloglou y Christodoulides [4, 18], propusieron y demostraron la existencia de

haces Airy ópticos en una y dos dimensiones y, su caracterización bajo propagación libre.

Los haces Airy son haces ópticos¹ que poseen varias características únicas, como la propagación en espacio libre a lo largo de una trayectoria curva, la no-difracción y la “autoreconstrucción”, es decir, recuperan su forma canónica después de pasar pequeños obstáculos. A través de los años las configuraciones de onda de no-dispersión y no-difracción han sido investigadas sistemáticamente en dimensiones más altas (2D y 3D), en particular, en las áreas de óptica y física atómica, haciendo posible la analogía entre éstas dos disciplinas, aparentemente diferentes, a través la correspondencia matemática entre la ecuación de Schrödinger y la ecuación paraxial de difracción. En cuanto a la realización experimental, la óptica hasta el momento ha proporcionado un terreno fértil donde las propiedades de estas ondas son observables directamente en propagación y pueden estudiarse a detalle. Entre algunas de las aplicaciones² de los haces Airy se encuentran, la manipulación de micropartículas, la generación de canales de plasma -en aire y agua-, la generación de balas de luz y de plasmones superficiales de Airy y aplicaciones en láseres y óptica no lineal [15, 16]. Además del interés científico que representa el comprender la generación y propagación de haces invariantes y sus posibles aplicaciones tecnológicas, el estudio de la propagación de haces Airy nos acerca al entendimiento de propiedades físicas intrínsecas de la luz como son el generar haces de luz con momento angular orbital.

En este trabajo de tesis, para la generación experimental de haces Airy (a diferencia de como se presenta en la literatura [4, 18]) se utiliza un modulador espacial de luz SLMs (Spatial Light Modulators) basado en tecnología de cristal líquido que provee modulación de amplitud, en el cual es posible desplegar un holograma generado por computadora (CGH) que codifica haces Airy. Al mismo tiempo en este trabajo, se muestra de manera numérica y experimental, que es posible generar estos haces invariantes en propagación, a través del arreglo experimental de un modulador de amplitud.

El presente trabajo de tesis se centra en la generación experimental de haces Airy y sobre el estudio de sus propiedades, para ello, en su primer capítulo, se describen de manera general los conceptos teóricos necesarios para la comprensión, generación y propagación de haces Airy. También se aborda de manera fundamental -en el contexto de la mecánica cuántica- los paquetes de onda Airy, describiendo su existencia como una solución a la ecuación de Schrödinger, resaltando que la equivalencia entre la ecuación Schrödinger y la ecuación paraxial es la que permite su realización en el dominio óptico[4]. Así mismo, en este primer capítulo, se da una breve introducción a la holografía generada por computadora, herramienta que permite generar haces Airy en un modulador espacial de luz. Posteriormente, en el capítulo 2, se presenta un análisis numérico para generar computacionalmente hologramas de amplitud, CGH (Computer Generated Holograms), que codifican haces Airy desplegables en el modulador espacial de luz y, se exhiben numéricamente las propiedades de éstos, además, se muestra la simulación numérica para la generación, propagación, aceleración y autoreconstrucción de haces Airy. Finalmente, en el capítulo 3, se desarrolla la implementación experimental de los CGHs de amplitud que codifican a los haces Airy generados en este trabajo y, junto con ésta, los resultados obtenidos experimentalmente y algunas conclusiones, además, se proporciona en un apéndice, el código empleado³ en la generación de hologramas que codifican haces Airy.

¹El perfil de estos haces esta descrito por la función de Airy.

²Aplicaciones basadas en la forma Airy del paquete de ondas de fotones [4].

³Código desarrollado en lenguaje de programación MATLAB.

Capítulo 1

Fundamentos Teóricos

Una de las propiedades más estudiadas de la luz, es la difracción. Este proceso físico afecta la propagación a través del aire de cualquier haz luminoso produciéndole un ensanchamiento de su perfil transversal y, consecuentemente, una disminución de la intensidad de la luz. Sin embargo, en 1987 [12] se descubrió que existen haces de luz que no presentan la propiedad de difracción, los llamados adifraccionales, también conocidos como haces invariantes. Estos haces adifraccionales, en contraste con un haz gaussiano, son haces cuyo perfil de intensidad no cambia cuando se propaga y que, además, son capaces de autoreconstruirse, en otras palabras, cuando un pequeño objeto opaco se coloca en el camino de un haz adifraccional, el campo de ondas aparece para reconstruir su perfil inicial después de que se propaga a lo largo de una corta distancia. El presente trabajo de tesis se centra en el estudio de haces Airy, los cuales son haces adifraccionales, que no sólo permanecen invariantes bajo propagación y son capaces autoreconstruirse, sino que, también son acelerados. En este capítulo se aborda, de manera general, en el contexto de la mecánica cuántica a los paquetes de onda Airy, siendo aquí donde se describe la existencia de éste paquete de ondas como una solución a la ecuación de Schrödinger y, es la equivalencia entre la ecuación Schrödinger y la ecuación paraxial la que permitió su realización en el dominio óptico en 2007 [4]. Además de describir a los paquetes de onda Airy y a los haces Airy ópticos (Sección 1.1 y Sección 1.2, respectivamente), se da una breve introducción a la holografía generada por computadora (Sección 1.3) y los dispositivos de despliegue (Sección 1.4), pues es esta herramienta la que permite generar haces Airy en un modulador espacial de luz.

1.1. Paquetes de onda Airy cuánticos

Berry y Balazs [2], demostraron teóricamente que la ecuación de Schrödinger que describe una partícula libre¹ de masa m en una dimensión dada por:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = 0, \quad (1.1)$$

puede exhibir una solución única de paquete de ondas sin dispersión en términos de la función Airy

$$\Psi(x, t) = Ai \left[\frac{B}{\hbar^{2/3}} \left(x - \frac{B^3 t^2}{4m^2} \right) \right] e^{i(B^3 t / 2m\hbar)[x - (B^3 t^2) / 6m^2]}, \quad (1.2)$$

¹Una partícula libre es aquella que no está sujeta a ninguna fuerza o barrera de potencial y es libre para moverse en un espacio sin límites, pero si ésta partícula se somete a un potencial entonces, éste deberá ser independiente de la posición, es decir, constante. Y un potencial constante dará lugar a una energía potencial constante que únicamente supondrá un escalado de la energía total de la partícula libre. En éste trabajo, se asumirá que para una partícula libre, se tiene $V = 0$.

donde B es una constante arbitraria, \hbar la constante de Planck reducida y Ai , denota la función “Airy”.

Para $t = 0$ el paquete de ondas esta dado como:

$$\Psi(x, 0) = Ai(Bx/\hbar^{2/3}),$$

y cuyo módulo se muestra en la Figura 1.1.

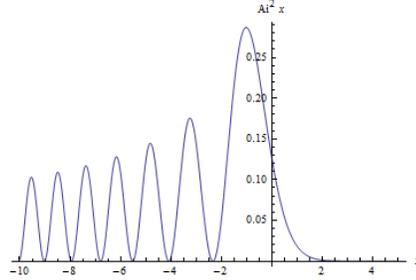


Figura 1.1: Densidad de probabilidad para el paquete de onda Airy $\Psi(x, 0)$ con $B/\hbar^{2/3} = 1$.

Berry y Balazs [2] presentaron una explicación de este inusual comportamiento, recurriendo a la representación integral [1] de la ecuación (1.2) que se compone de una superposición de ondas planas dadas como:

$$\Psi(x, t) = \frac{\hbar^{2/3}}{2\pi B} \int_{-\infty}^{+\infty} dk e^{i[kx - (\hbar k^2 t/2m) + (\hbar^2 k^3/3B^3)]}. \quad (1.3)$$

Ellos asignaron una partícula a cada onda plana y, utilizando la analogía con la teoría de rayos, argumentaron que el paquete Airy corresponde a un conjunto de un número infinito de partículas.

El “paquete Airy” corresponde clásicamente a una familia de órbitas representadas por una parábola en el espacio fase; bajo el movimiento clásico esta parábola se traslada rígidamente y el hecho de que ninguna otra curva tenga esta propiedad, muestra que el paquete Airy es único en la propagación sin cambio en su forma.

Las características del paquete Airy no contradicen el teorema de Ehrenfest, de acuerdo con el cual, el centro de la masa del paquete en el espacio libre se mueve con velocidad constante. El paquete Airy no tiene un centro de masa definido, debido a que la función Airy no es de cuadrado integrable ($\int Ai^2(x)dx \rightarrow \infty$) y por lo tanto no puede representar la densidad de probabilidad de una sola partícula, por el contrario, corresponde a un conjunto infinito de partículas, al igual que la onda plana y otras funciones de onda en la teoría de dispersión. Así, la aceleración del paquete (que no viola el Teorema de Ehrenfest) está relacionada a la curvatura de la caustica (envolvente) de la familia de curvas en el espacio-tiempo.

1.2. Haces Airy ópticos

La existencia del paquete de ondas de Airy se predijo hace 30 años en el contexto de la mecánica cuántica como una solución a la ecuación de Schrödinger y, es la equivalencia entre la ecuación Schrödinger y la ecuación paraxial la que permitió su realización en el dominio óptico[4]. La generación de este haz, cuyo perfil es descrito por una función Airy, ha despertado interés debido a sus propiedades inusuales, tal como la propagación en espacio libre a lo largo de una trayectoria curva, la no-difracción y la auto-reconstrucción, es decir, recupera su forma canónica después de pasar a través de un pequeño obstáculo.

CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS
1.3. HOLOGRAFÍA GENERADA POR COMPUTADORA

Para estudiar el comportamiento óptico del paquete de ondas Airy, es necesario recurrir a la ecuación paraxial normalizada de Helmholtz:

$$i \frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial s^2} = 0, \quad (1.4)$$

donde ϕ es la envolvente del campo eléctrico, $s = x/x_0$ representa una coordenada transversal adimensional, x_0 es una escala transversal arbitraria, $\xi = z/kx_0^2$ es una distancia de propagación normalizada (con respecto a la distancia de Rayleigh) y, $k = 2\pi n/\lambda_0$ el número de onda.

La ecuación (1.4) admite la siguiente solución Airy no dispersiva [4]:

$$\phi(\xi, s) = Ai(s - (\xi/2)^2) \exp(i(s\xi/2) - i(\xi^3/12)), \quad (1.5)$$

que en el origen $\phi(0, s) = Ai(s)$.

La ecuación (1.5), muestra que el perfil de intensidad de esta onda permanece invariante durante su propagación mientras que experimenta, aceleración constante, pues el término $s - (\xi/2)^2$ describe una trayectoria balística. Una forma posible de realizar tales haces es, introduciendo una función de apertura exponencial, es decir, $\phi(0, s) = Ai(s) \exp(as)$ [18], donde a es un parámetro positivo para asegurar la contención de la cola Airy infinita. Generalmente se tiene que $a \ll 1$, de modo que el paquete de onda resultante se asemeje mucho a la función Airy prevista. Así, la ecuación (1.5) puede escribirse como:

$$\phi(\xi, s) = Ai(s - (\xi/2)^2 + ia\xi) \exp(as - (a\xi^2/2) - i(\xi^3/12) + i(a^2\xi/2) + i(s\xi/2)). \quad (1.6)$$

Note que en el límite, $a = 0$, la ecuación (1.6) se reduce al paquete de onda no dispersivo encontrado en [2].

1.3. Holografía generada por computadora

La holografía óptica tuvo su origen en el trabajo de Dennis Gabor[5], para mejorar el microscopio electrónico en 1948. Sus resultados (hogramas) tuvieron poca aceptación ya que, la imagen reconstruida así como la imagen conjugada, aparecían en la misma dirección del orden cero, teniendo como resultado una imagen de muy baja calidad. Fue hasta 1963, con el advenimiento del láser, cuando Leith y Upatnieks idearon la holografía fuera de eje que permitió separar el término imagen del término conjugado y del orden cero.

La holografía óptica consiste fundamentalmente en la captación y reconstrucción, tanto del módulo como de la fase, de frentes de onda procedentes de un objeto iluminado con luz coherente tal como la luz láser. La captación de información compleja se lleva a cabo a través de técnicas interferométricas donde la coherencia es indispensable. Para conservar la información de la fase, se utiliza una onda de referencia que se hace interferir con la que procede del objeto dando como resultado un patrón de interferencia, el cual consiste de un conjunto de franjas claras y oscuras ubicadas espacialmente de forma alterna. Matemáticamente si consideramos que:

$$s_0(x, y) = a(x, y) \exp(i\phi(x, y))$$

es el frente de onda del objeto a reconstruir, y:

$$R(x, y) = A \exp(i\psi(x, y))$$

la onda de referencia, siendo A un escalar, tenemos que la intensidad del patrón de interferencia es [6]:

$$\begin{aligned} I(x, y) &= |s_0(x, y) + R(x, y)|^2 \\ &= |s_0(x, y)|^2 + 2|s_0(x, y)||R(x, y)| \cos(\phi(x, y) - \psi(x, y)) \\ &\quad + |R(x, y)|^2 \\ &= a^2(x, y) + A^2 + 2Aa(x, y) \cos(\phi(x, y) - \psi(x, y)). \end{aligned} \quad (1.7)$$

CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.4. MODULADORES DE CRISTAL LÍQUIDO Y SU APLICACIÓN EN LA GENERACIÓN DE CAMPOS ÓPTICOS

Si la onda de referencia corresponde a una onda plana con cierta inclinación, entonces $\psi(x, y) = 2\pi(u_0x + v_0y)$, donde u_0 y v_0 corresponden a las frecuencias espaciales de la onda de referencia, conocida como la portadora. Los dos primeros términos de la intensidad en la ecuación (1.7), sólo proporcionan información sobre la amplitud de las dos funciones pero el tercero, también, presenta información sobre la fase.

La creación de un holograma mediante técnicas ópticas implica la disposición de una amplia variedad de elementos ópticos tales como: lentes, monturas mecánicas, materiales fotosensibles para su registro, láseres y mesas holográficas. Además, cada tipo de holograma requiere un arreglo diferente en el grabado, así como condiciones ambientales adecuadas. Por ello, obtener hologramas de buena calidad, implica la inversión de tiempo y recursos financieros. Ante estas condiciones, una opción interesante es, la generación de hologramas por computadora.

Un holograma generado por computadora (CGH), se define como la representación numérica de un patrón de interferencia, producido por la superposición de una onda objeto y un haz de referencia. La generación de CGHs se bosqueja, en general, en dos pasos:

1. Modelación matemática del patrón de interferencia, producido por la superposición de la onda objeto y la de referencia.
2. Despliegue del patrón de interferencia, sobre alguna película o pantalla, de tal forma que la onda objeto original pueda ser reconstruida.

La ventaja principal de los CGHs, es que se pueden crear imágenes u objetos que no existen físicamente en el mundo real, es decir, que no es posible obtenerlos a través de la iluminación óptica, sino, que sólo se pueden tener como una entidad matemática. La principal diferencia entre éstos y un holograma convencional, es la forma en que el frente de onda complejo es grabado.

En hologramas con onda de referencia fuera de eje, como el desarrollado por Leith y Upatnieks, la amplitud de la transmitancia $t(x, y)$ del holograma grabado bajo condiciones ideales es proporcional a la ecuación (1.7), la cual es una función real no negativa. En los hologramas generados por computadora la función de transmitancia que codifica al objeto, no está limitada a esta relación. Los hologramas de interés en este trabajo, son los hologramas de amplitud, en estos, la función de transmitancia $t(x, y)$ corresponde a la del holograma óptico el cual está descrito por [20]:

$$t(x, y) = a^2(x, y) + A^2 + 2Aa(x, y) \cos(\phi(x, y) - \psi(x, y)). \quad (1.8)$$

Aquí, $t(x, y)$ corresponde a una función positiva definida, es decir, la función $t(x, y)$ corresponderá a la función de transmitancia de un holograma de pura amplitud, que codifica tanto la amplitud como la fase del objeto.

Un CGH de amplitud emplea niveles de gris para codificar al conjunto de valores de amplitud de la función $t(x, y)$, dicha equivalencia entre los niveles de gris y los valores de amplitud depende de la modulación que provee el sistema de despliegue. Una vez obtenida la codificación de la función de transmitancia del holograma digital, se requiere de dispositivos para el despliegado de hologramas en tiempo real, que permitan la reconstrucción de la información compleja codificada.

La aparición de los moduladores espaciales de luz en tiempo real revolucionó al campo de la holografía, ya que, a través de estos es posible implementar sistemas ópticos que funcionan en tiempo real. Un dispositivo que actualmente tiene gran importancia en el campo de la holografía generada por computadora es el LCD (liquid crystal display), el cual es un dispositivo electrónicamente direccionable además de reconfigurable en tiempo real.

1.4. Moduladores de cristal líquido y su aplicación en la generación de campos ópticos

Por sus propiedades ópticas el LCD se ha convertido en un elemento clave en el procesamiento óptico de información, sobre todo en el campo de la holografía generada por computadora. En el

CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.4. MODULADORES DE CRISTAL LÍQUIDO Y SU APLICACIÓN EN LA GENERACIÓN DE CAMPOS ÓPTICOS

LCD, la modulación se produce gracias a que la disposición de las moléculas del cristal líquido, en su interior, varía en función de un voltaje aplicado y, la luz, al atravesar las moléculas del cristal líquido, cambia su estado de polarización. El estado de polarización de la luz, a la salida del dispositivo, depende del estado de polarización de la luz a la entrada, y del voltaje aplicado al mismo. Si la pantalla, formada por una matriz bidimensional de celdas o píxeles, se coloca entre dos polarizadores, entonces para diferentes niveles de voltaje aplicado corresponderán diferentes valores de transmitancia (modulación) tanto en amplitud como en fase.

Una celda de cristal líquido nemático torcido es una capa delgada de cristal líquido en su fase nemática, depositada entre dos placas de vidrio pulidas en direcciones perpendiculares, donde, la orientación de las moléculas rota helicoidalmente alrededor de un eje que es perpendicular a las placas (eje de torsión). Las propiedades ópticas del material, se pueden asemejar localmente a las de un cristal uniaxial. Cuando se aplica un campo eléctrico en la dirección del eje de torsión, las moléculas se alinean en la dirección del campo. Cuando la inclinación es de 90° pierden su torsión de tal forma que el poder de rotación de la polarización es nulo. Si se remueve el campo eléctrico, las moléculas del cristal regresan a su estado torcido original.

Si se coloca una celda de cristal líquido con una torsión de 90° entre dos polarizadores perpendiculares entre sí, el sistema transmite luz en ausencia de un campo eléctrico y la bloquea parcialmente si se aplica un campo (ver Figura 1.2).

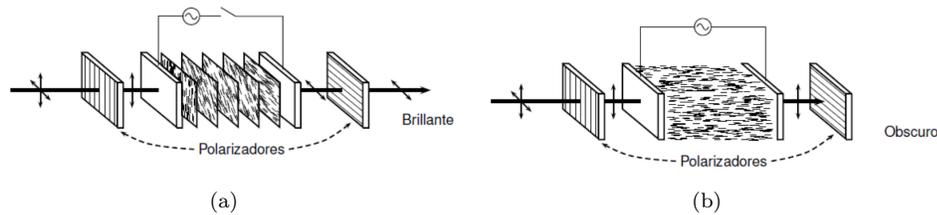


Figura 1.2: Celda de cristal tipo nemático torcido configurada en modo de amplitud. (a) cuando no hay campo eléctrico aplicado la celda de cristal líquido rota la polarización, es decir, la luz es transmitida. (b) aplicación de campo eléctrico máximo, la luz es bloqueada.

Al aplicar voltajes entre cero y el valor de saturación (3.3V), la celda se comporta como un modulador de amplitud analógico (es decir, provee valores de brillo intermedios). En el despliegue de una imagen, estos voltajes se traducen en niveles de gris, así, este modo de modulación conocido como “de amplitud” aparece acoplado con una modulación de fase en un rango que varía según la orientación de los polarizadores.

1.4.1. Configuración en modo de amplitud y método de caracterización

En óptica, la luz polarizada puede ser descrita mediante el cálculo de Jones, inventado por R. C. Jones en 1941 [21]. Cuando en el camino de un haz de luz se coloca una serie de dispositivos que afectan a su estado de polarización, es muy difícil saber, si son muchos, el estado de la luz emergente. Este análisis se simplifica si se representa el estado de polarización de la luz por un vector y cada dispositivo por una matriz, así la polarización resultante de la luz que emerge se encuentra tomando el producto de la matriz de Jones del elemento óptico y el vector de Jones de la luz incidente.

El análisis de la propagación de luz en la pantalla de cristal líquido nemático torcido (TN-LCD) se encuentra fundamentado en el análisis matricial y vectorial de Jones, modelando a la celda de cristal líquido nemático torcido como un cristal uniaxial, con eje óptico paralelo a la dirección de sus moléculas. La propagación de la luz en este tipo de cristales se modela dividiendo al material en capas delgadas perpendiculares al eje de torsión. Cada una de estas capas actúa como un

CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.4. MODULADORES DE CRISTAL LÍQUIDO Y SU APLICACIÓN EN LA GENERACIÓN DE CAMPOS ÓPTICOS

crystal uniaxial con el eje óptico rotando gradualmente en forma helicoidal. Finalmente, el efecto acumulado de esas capas delgadas sobre una onda transmitida puede ser calculado.

Se asumirá que el ángulo de torsión varía linealmente con z , esto es, $\psi(z) = \alpha z$, donde z es la distancia en la dirección de propagación y α el coeficiente de torsión, permanece constante. Además, si $\gamma = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)l$ el retraso de fase inducido por una celda de cristal líquido nemático sin torsión de grosor l , $\phi = \psi(l) = \alpha l$ el ángulo total de torsión desde la capa inicial hasta la final, se tiene que la ecuación (1.9) es la expresión exacta de la matriz de Jones de una celda de cristal líquido nemático torcido en el caso en que la torsión de las moléculas de cristal líquido es perpendicular al eje de torsión [19].

$$\mathbf{M} = \mathbf{R}(\phi) \begin{pmatrix} \cos X - i\beta \frac{\sin X}{X} & -\phi \frac{\sin X}{X} \\ \phi \frac{\sin X}{X} & \cos X + i\beta \frac{\sin X}{X} \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

donde $X = \sqrt{\phi^2 + \beta^2}$, β el parámetro de birrefringencia dado por la diferencia de índices ordinario y extraordinario (n_o y n_e , respectivamente) con eje rápido paralelo al eje x en el plano xy , $\beta = \frac{\Gamma}{2} = \frac{\pi}{\lambda}(n_e - n_o)l$ y $\mathbf{R}(\phi)$ la matriz de rotación.

Sin embargo, al aplicar un campo eléctrico, las moléculas además de la torsión azimutal presentan una inclinación (tilt) hacia al eje de torsión que es referida como τ . En este caso, la matriz de Jones de la celda también se obtiene mediante la ecuación (1.9), reemplazando el índice extraordinario n_e por el índice efectivo $n_e(\tau)$, el cual esta dado por la relación [17]:

$$\frac{1}{n_e^2(\tau)} = \frac{\cos^2 \tau}{n_o^2} + \frac{\sin^2 \tau}{n_e^2}. \quad (1.10)$$

En la configuración de amplitud de la TN-LCD (ver Figura 1.3), la celda de cristal líquido tipo nemático torcido se coloca entre dos polarizadores lineales, los cuales son descritos en el análisis de Jones mediante la matriz:

$$\mathbf{M}_p = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (1.11)$$

donde θ es el ángulo que forma el eje de transmisión del polarizador con respecto del eje x . Para realizar el análisis de propagación de luz en este arreglo, se requiere la consideración de cada una de las matrices de Jones de los dispositivos que intervienen (el polarizador de entrada, la placa de cristal líquido nemático torcido y el polarizador de salida o analizador). La salida del sistema será el resultado de la acción de cada uno de estos elementos en cascada, representado por la multiplicación convencional de matrices (Figura 1.3).

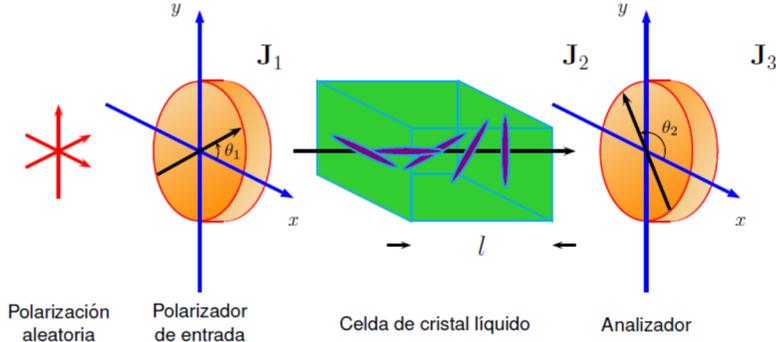


Figura 1.3: Configuración de una celda de cristal líquido como modulador de luz en su modo de amplitud, la salida corresponde al vector de Jones \mathbf{J}_3 .

CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.4. MODULADORES DE CRISTAL LÍQUIDO Y SU APLICACIÓN EN LA GENERACIÓN DE CAMPOS ÓPTICOS

Ahora, supongamos que una onda plana, monocromática y con estado de polarización aleatoria, incide en el modulador. Supongamos también que los polarizadores de entrada y de salida tienen sus ejes de transmisión a ángulos θ_1 y θ_2 respecto del eje x . La onda, al atravesar el polarizador lineal de entrada, adquiere un estado de polarización bien definido dado por el vector de Jones:

$$\mathbf{J}_1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \\ \sin \theta_1 \end{bmatrix}. \quad (1.12)$$

Si la onda con polarización \mathbf{J}_1 atraviesa una placa de cristal líquido nemático torcido, entonces se tiene a la salida un nuevo vector dado por:

$$\mathbf{J}_2 = \mathbf{M}\mathbf{J}_1, \quad (1.13)$$

donde \mathbf{M} es la matriz de Jones de la celda de cristal líquido nemático torcido dada por la ecuación (1.9). El estado de polarización total de una onda que atraviesa el sistema modulador estará dado por:

$$\mathbf{J}_3 = \mathbf{M}_p\mathbf{J}_2 = \mathbf{M}_p\mathbf{M}\mathbf{J}_1, \quad (1.14)$$

donde \mathbf{J}_3 es el vector de Jones a la salida del modulador y \mathbf{M}_p es la matriz de Jones correspondiente al polarizador lineal de salida (analizador), que hace un ángulo θ_2 con el eje x (ver ecuación (1.11)). A partir de la ecuación (1.14) es posible obtener la amplitud y fase correspondiente a la salida del arreglo. Es importante mencionar que el eje x corresponde al eje director de las moléculas del cristal líquido en el plano de entrada.

Si un estado de polarización lineal incide sobre la celda de cristal líquido, el estado de polarización a la salida además de ser rotado es transformado a un estado elíptico de polarización, que en su forma más general se puede representar por el vector de Jones:

$$\mathbf{J}_3 = \begin{bmatrix} E_{0x} \exp(i\phi_x) \\ E_{0y} \exp(i\phi_y) \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Las amplitudes E_{0x} , E_{0y} y las fases ϕ_x , ϕ_y del vector de Jones son funciones del parámetro β , dado que la matriz de Jones de la celda es función de este parámetro. Además, la inclinación del semieje mayor de este estado elíptico de polarización [7] está dado por:

$$\alpha = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \varphi}{E_{0x}^2 + E_{0y}^2} \right), \quad (1.16)$$

donde φ corresponde a la diferencia de fase entre ϕ_x y ϕ_y .

El poder de rotación de la celda de cristal líquido corresponde a la diferencia entre el ángulo que forma el estado de polarización incidente y el ángulo del semieje mayor del estado elíptico de polarización a la salida de la celda, con ambos ángulos medidos con respecto al eje director de las moléculas del cristal líquido en el plano de entrada. Por tanto, si consideramos que las moléculas de cristal en el plano de entrada forman un ángulo $\theta_1 = 0^\circ$ y variamos a β , hallamos diferentes valores de α de acuerdo a la ecuación (1.16). En la Figura 1.4 se presenta la curva numérica de α para diferentes valores de β .

Si aplicamos un voltaje a la celda de cristal, el índice efectivo se modifica de acuerdo a la ecuación (1.10) afectando directamente el valor de β y, como consecuencia el poder de rotación. Además, para diferentes niveles de voltaje aplicado, se obtienen diferentes amplitudes y fases asociadas al vector de Jones de salida, lo cual está relacionado con la transmitancia de la celda de cristal líquido. Si cada uno de estos valores es escalado a una gráfica de amplitud o fase *vs* β , obtendremos las curvas características de la transmitancia (curvas de modulación) tanto en amplitud como en fase para la configuración de la celda de cristal líquido tipo nemático torcido.

Las curvas de modulación son obtenidas numéricamente considerando la descripción numérica de sistema modulador dado en la ecuación (1.14). En las curvas de modulación, el parámetro β toma

CAPÍTULO 1. FUNDAMENTOS TEÓRICOS

1.4. MODULADORES DE CRISTAL LÍQUIDO Y SU APLICACIÓN EN LA GENERACIÓN DE CAMPOS ÓPTICOS

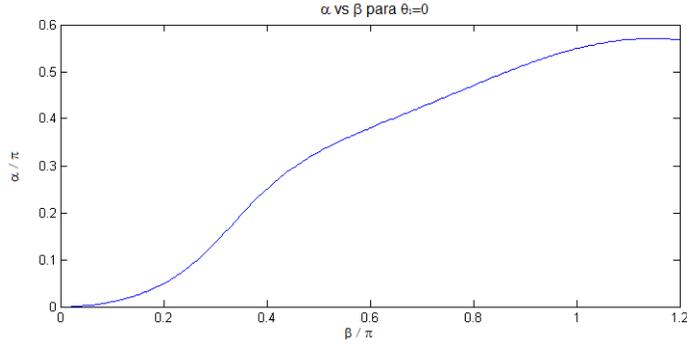


Figura 1.4: Relación entre la inclinación del semieje mayor de la elipse de polarización α y el parámetro β .

valores intermedios entre cero y el valor de β correspondiente para el máximo poder de rotación. Este valor máximo es obtenido mediante un procedimiento teórico-experimental, el consiste en la observación experimental del máximo poder de rotación de la celda de cristal líquido para luz incidente con una determinada longitud de onda y la búsqueda del valor de β correspondiente a ese valor en la curva de la Figura 1.4. Experimentalmente, para el LCD “HoloEye LC2000”, cuando longitud de onda de la luz incidente del haz láser es $\lambda = 633 \text{ nm}$, el poder de rotación máximo es $\alpha/\pi = 0.43$ y, analizando el gráfico (Figura 1.4) el valor del parámetro β corresponde a $\beta/\pi = 0.72$.

En el empleo del LCD en la implementación de los CGHs de amplitud es de interés la configuración que proporcione modulación de pura amplitud, sin embargo, esto no es posible ya que estos moduladores tiene un acoplamiento inherente entre la amplitud y la fase. Sin embargo, este acoplamiento puede reducirse si se encuentra una configuración adecuada entre el ángulo del polarizador de entrada y el ángulo del analizador (ver arreglo de la Figura 1.3). La configuración obtenida con mínima fase acoplada corresponde a los ángulos de los polarizadores $\theta_1 = 90^\circ$ y $\theta_2 = 0^\circ$.

Las curvas de modulación de amplitud con su respectiva modulación de fase mínima se muestran en la Figura 1.5, donde el rango de fase corresponde a $\phi = \pi/3$.

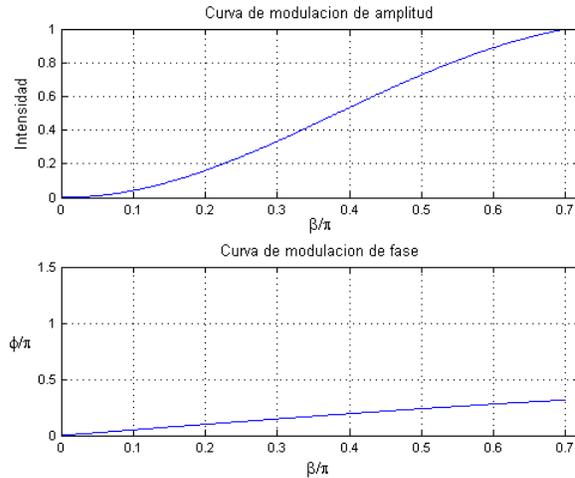


Figura 1.5: Curvas de a) amplitud y b) fase para la TN-LCD configurada en su modo de amplitud para el caso $\theta_1 = 90^\circ$ y $\theta_2 = 0^\circ$ (simulación numérica).

Capítulo 2

Generación y síntesis de haces Airy con un modulador de cristal líquido en modo de amplitud

Los hologramas generados por computadora (CGH) son de gran utilidad cuando se trata de sintetizar un campo óptico, en este sentido, se realiza un análisis numérico para generar CGHs que codifiquen haces Airy y así poder exhibir sus propiedades. En lo que sigue, se muestra la simulación numérica para la generación, propagación, aceleración y autoreconstrucción de haces Airy.

2.1. Análisis numérico de las propiedades de los haces Airy

Sea $s_0(x, y)$ el campo complejo a codificar en el CGH dado por:

$$s_0(x, y) = a(x, y) \exp(i\phi(x, y)), \quad (2.1)$$

donde la fase $\phi(x, y)$ se encuentra en el dominio $[-\pi, \pi]$ y la amplitud $a(x, y)$ es una función positiva normalizada. Además, sea la onda de referencia una onda plana unitaria monocromática descrita por:

$$R(x, y) = \exp(i2\pi(u_0x + v_0y)) \quad (2.2)$$

donde u_0 y v_0 son las frecuencias espaciales de la onda de referencia o portadora.

La función de transmitancia normalizada del holograma interferométrico producido por la intensidad de la superposición de estas dos ondas es expresada como:

$$\begin{aligned} h(x, y) &= c_0 (b(x, y) + a(x, y) \cos(\phi(x, y) - 2\pi(u_0x + v_0y))) \\ &= c_0 \left(b(x, y) + \frac{1}{2}s_0(x, y) \exp(-i2\pi\phi(u_0x + v_0y)) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2}s_0^*(x, y) \exp(i2\pi\phi(u_0x + v_0y)) \right), \end{aligned} \quad (2.3)$$

donde $c_0 \approx 1/2$ es una constante de normalización y $b(x, y)$ es la función de fondo convencional dada por:

$$b(x, y) = \frac{1 + a^2(x, y)}{2}. \quad (2.4)$$

En el dominio de Fourier (Figura 2.1), la función de transmitancia del CGH está dada por:

$$H(u, v) = c_0 \left(B(u, v) + \frac{1}{2}S(u + u_0, v + v_0) + \frac{1}{2}S^*(-u + u_0, -v + v_0) \right), \quad (2.5)$$

**CAPÍTULO 2. GENERACIÓN Y SÍNTESIS DE HACES AIRY CON UN
MODULADOR DE CRISTAL LÍQUIDO EN MODO DE AMPLITUD**
2.1. ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS PROPIEDADES DE LOS HACES AIRY

donde $B(u, v)$ corresponde al espectro de la función de fondo centrado en la frecuencia espacial con coordenadas en el origen; S y S^* denotan la transformada de Fourier de la señal codificada y su complejo conjugado centradas en las frecuencias espaciales con coordenadas $(-u_0, -v_0)$ y (u_0, v_0) , respectivamente.

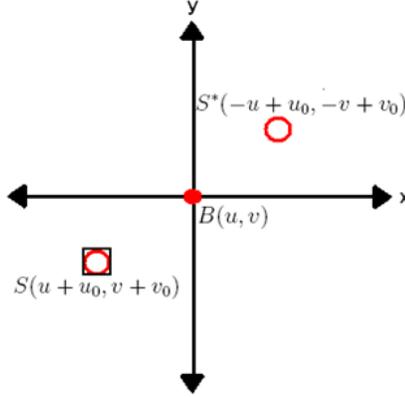


Figura 2.1: Función de transmitancia del CGH en el dominio de Fourier

A partir del espectro del CGH, es posible reconstruir la señal si se aplica un filtro colocado sobre el plano de Fourier, éste transmite únicamente la luz del espectro del término señal y, la transformada inversa de este término corresponde a la señal reconstruida.

Lo ideal, en el proceso de reconstrucción, es recuperar a la señal codificada sin distorsión alguna, sin embargo, la distorsión en la señal debida al espectro de la función de fondo $b(x, y)$ se hace presente, sobre todo si $b(x, y)$ tiene un ancho de banda amplio y alta energía. Cuando un CGH es implementado en moduladores espaciales de luz (SLMs- Spatial Light Modulators) no existe nada que impida reemplazar a la función de fondo $b(x, y)$ por cualquier otra función que nos permita mejorar la calidad en el desempeño de los hologramas [20].

Si bien $b(x, y)$ puede ser cualquier función, debe cumplir ciertas condiciones para poder sustituir a la función de fondo convencional tal como:

1. La función de fondo debe pertenecer a un conjunto de funciones que aseguren la naturaleza positiva de la transmitancia $h(x, y)$; para lo cual es necesario cumplir la condición $b(x, y) \geq a(x, y)$.
2. La función de fondo debe presentar un ancho de banda reducido, de tal forma que su espectro sea compacto con la finalidad de que no contamine al espectro de la señal.
3. La función de fondo debe ser baja en potencia (en lo posible).

Una función de fondo $b(x, y)$ apropiada que cumple razonablemente bien con las condiciones anteriores, corresponde a la envolvente suave del módulo de la señal. En este sentido, el campo complejo a codificar en el CGH dado por:

$$s_0(x, y) = Ai(s_x) \exp(as_x) \cdot Ai(s_y) \exp(bs_y) \quad (2.6)$$

donde $s_x = x/x_0$ y $s_y = y/y_0$ representan coordenadas transversales adimensionales, con x_0 , y_0 escalas transversales arbitrarias y, a y b -en la función exponencial- son un pequeño parámetro positivo asociado con la apertura efectiva del sistema. Así, la función de fondo usada en la transmitancia (ecuación (2.3)), corresponde a la envolvente suave del módulo de la señal dado por la ecuación (2.6). Los hologramas codificados se encuentran dentro de un soporte circular.

**CAPÍTULO 2. GENERACIÓN Y SÍNTESIS DE HACES AIRY CON UN
MODULADOR DE CRISTAL LÍQUIDO EN MODO DE AMPLITUD**
2.1. ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS PROPIEDADES DE LOS HACES AIRY

El lenguaje de programación MATLAB¹ permite generar y sintetizar hologramas que codifican funciones Airy (ver Apéndice A). En lo subsecuente mostramos la simulación numérica para la generación, propagación y autoreconstrucción de haces Airy.

2.1.1. Generación de haces Airy a partir de un holograma sintético de amplitud

La función de transmitancia normalizada del holograma interferométrico que se va a emplear está dado por:

$$h(x, y) = c_0 \left(b(x, y) + \frac{1}{2} s_0(x, y) \exp(-i2\pi\phi(u_0x + v_0y)) + \frac{1}{2} s_0^*(x, y) \exp(i2\pi\phi(u_0x + v_0y)) \right), \quad (2.7)$$

donde $b(x, y)$ es una función de fondo (correspondiente a la envolvente suave del módulo de la señal, la cual es obtenida de forma numérica) y, $s_0(x, y) = Ai(s_x) \exp(as_x) \cdot Ai(s_y) \exp(bs_y)$ es el término de interés.

La síntesis a partir de un holograma es posible si codificamos haces Airy en un holograma sintético de amplitud (Figura 2.2(a)) y, como se mencionó antes, dado que el espectro de la función de transmitancia del CGH de amplitud posee tres términos, uno de los cuales corresponde al espectro del término señal (Figura 2.2(b)), es posible reconstruir la señal si se aplica un filtro colocado en el plano de Fourier, éste transmite únicamente la luz del espectro del término señal y, la transformada inversa de éste corresponde a la señal reconstruida (Figura 2.2(c)).

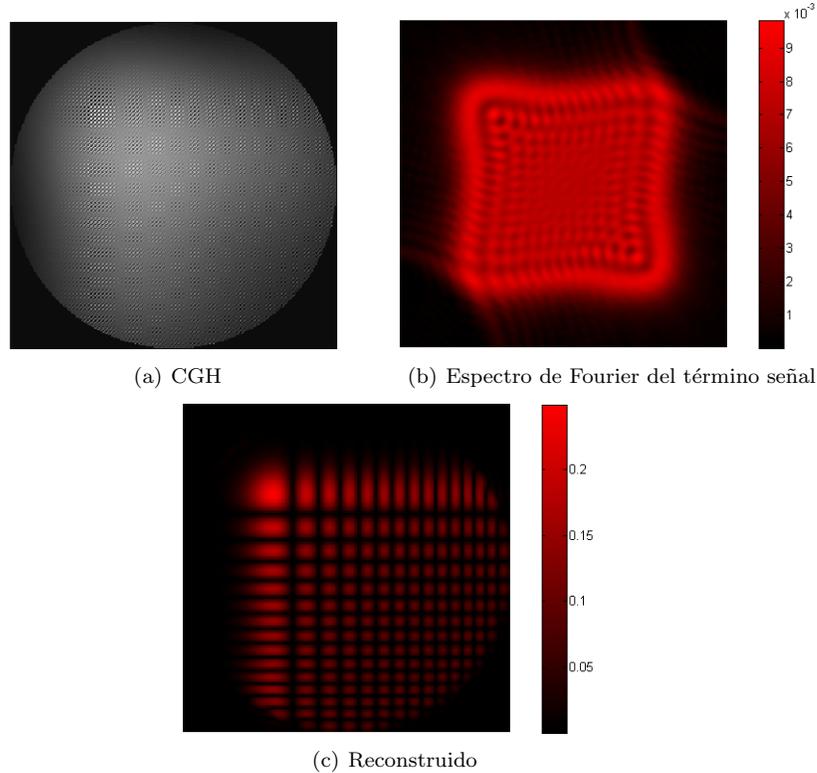


Figura 2.2: Síntesis a partir de un holograma. (a)CGH, (b) espectro de Fourier del término señal del holograma y (c) campo reconstruido después de hacer el filtraje.

¹MATLAB-MATrix LABoratory. <http://www.mathworks.com/>

**CAPÍTULO 2. GENERACIÓN Y SÍNTESIS DE HACES AIRY CON UN
MODULADOR DE CRISTAL LÍQUIDO EN MODO DE AMPLITUD**
2.1. ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS PROPIEDADES DE LOS HACES AIRY

En la Figura 2.2 sólo se muestra el espectro del término que corresponde a la señal, dado que el término que corresponde a la función de fondo tiene mucha energía y no permite visualizar los otros dos términos.

De esta forma, con ayuda del lenguaje de programación MATLAB, se pueden describir numéricamente haces con distintos parámetros de decaimiento (a y b) según nos convenga, y en este trabajo, se muestran haces Airy simétricos, es decir, haces que presentan igual número de lóbulos en los ejes “ x ” y “ y ”. La Figura 2.3 se muestra la amplitud de haces Airy con diferentes parámetros de decaimiento, que son de interés para exhibir sus propiedades.

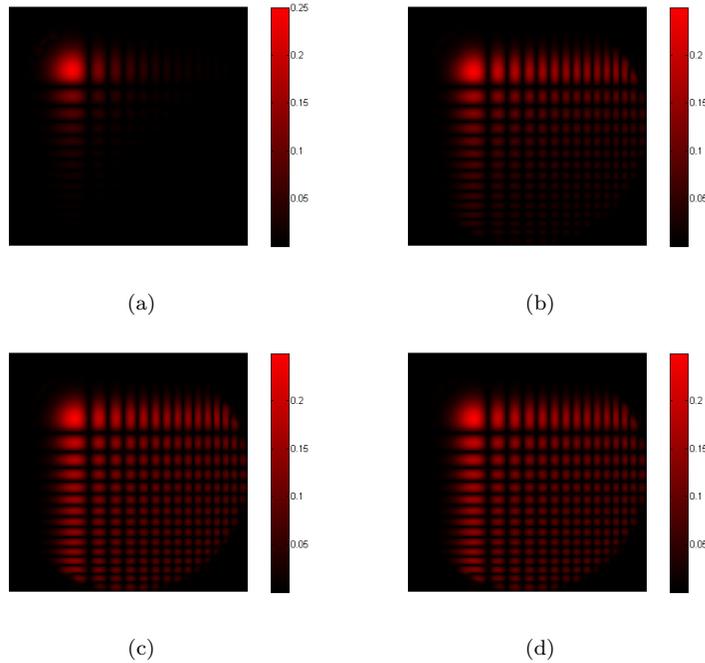


Figura 2.3: Amplitud del campo codificado ideal. En (a) $a = b = 0.2$, (b) $a = b = 1 \times 10^{-7}$, (c) con $a = 0.001$ y $b = 0.08$ y (d) $a = b = 0$.

En la Figura anterior se muestran haces Airy simétricos (con igual número de lóbulos) generados numéricamente para diferentes valores de a y b , note que en la Figura 2.3(a), 2.3(b) y 2.3(d), se tiene que $a = b$ con valores de simulación de 0.2, 0.1×10^{-7} y 0 respectivamente, mientras que para el haz de la Figura 2.3(c) los parámetros de decaimiento toman los valores de $a = 0.001$ y $b = 0.08$.

En lo subsecuente mostraremos las propiedades de haces Airy sólo para el CGH de la Figura 2.3(d) ya que, debido a las condiciones experimentales, es con el cual podemos visualizar mejor sus propiedades recalando que, sin importar los valores que se elijan tanto para a como para b , éstas características propias de los haces Airy se preservan. Cabe mencionar que, en el límite cuando $a = 0$ y $b = 0$, la ecuación (2.6) se reduce al paquete de onda no dispersivo en dos dimensiones, similar a lo descrito en *Nonspreading wave packets* por Berry y Balaz [2].

2.1.2. Propagación de haces Airy

El análisis de propagación de este campo es obtenido a partir del uso de la ecuación paraxial normalizada de difracción, el cual gobierna la propagación dinámica de la envolvente del campo

**CAPÍTULO 2. GENERACIÓN Y SÍNTESIS DE HACES AIRY CON UN
MODULADOR DE CRISTAL LÍQUIDO EN MODO DE AMPLITUD**
2.1. ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS PROPIEDADES DE LOS HACES AIRY

eléctrico ϕ asociado con haces ópticos planares:

$$i \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{1}{2k} \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0, \quad (2.8)$$

donde z es la dirección de propagación, ϕ la envolvente del campo eléctrico y $k = 2\pi/\lambda$ el número de onda. Siguiendo el enfoque dado en *Accelerating finite energy Airy beams* [18], la evolución de haces Airy acelerados con perfil en el plano $z = 0$ está dado como:

$$\phi(x, y, z = 0) = Ai(s_x) \exp(as_x) \cdot Ai(s_y) \exp(bs_y) \quad (2.9)$$

y, resolviendo directamente la ecuación (2.8) bajo la condición inicial (2.9), se obtiene:

$$\phi(x, y, z) = Ai(s_x - (\xi_x/2)^2 + ia\xi_x) \exp(as_x - (a\xi_x^2/2) - i(\xi_x^3/12) + i(a^2\xi_x/2) + i(s_x\xi_x/2)) \cdot Ai(s_y - (\xi_y/2)^2 + ib\xi_y) \exp(bs_y - (b\xi_y^2/2) - i(\xi_y^3/12) + i(b^2\xi_y/2) + i(s_y\xi_y/2)) \quad (2.10)$$

donde $s_x = x/x_0$ y $s_y = y/y_0$ representan coordenadas transversales adimensionales, con x_0 , y_0 escalas transversales arbitrarias, $\xi_x = z/kx_0^2$ y $\xi_y = z/ky_0^2$ normalizadores de la distancia de propagación z , $k = 2\pi n/\lambda_0$ el número de onda y, a y b parámetros positivos asociados con la apertura efectiva del sistema.

Después de llevar a cabo la síntesis del holograma (Figura 2.2), el plano donde el campo ha sido reconstruido es considerado el plano $z = 0$ y, a partir de este plano se observa la propagación del haz. Para diferentes valores de z se observa el perfil transversal del haz y su propagación.

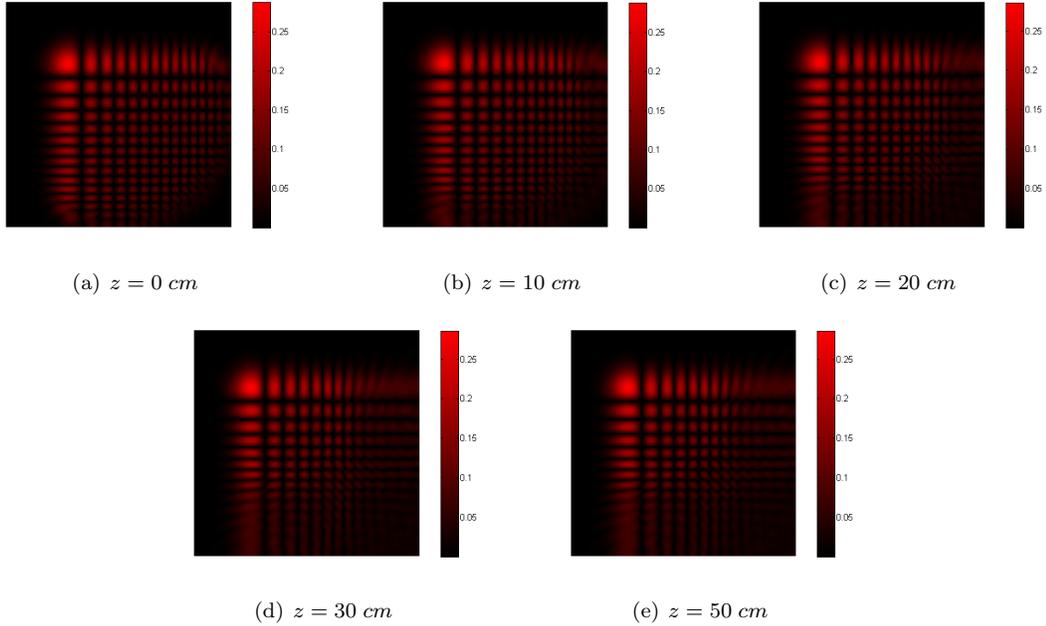


Figura 2.4: Propagación numérica de un haz Airy con $a = b = 0$ para (a) $z = 0 \text{ cm}$ (b) $z = 10 \text{ cm}$, (c) $z = 20 \text{ cm}$, (d) $z = 30 \text{ cm}$ y (e) $z = 50 \text{ cm}$.

En la figura 2.4 se muestra numéricamente la propagación de un haz Airy para diferentes distancias ((a) $z = 0 \text{ cm}$ (b) $z = 10 \text{ cm}$, (c) $z = 20 \text{ cm}$, (d) $z = 30 \text{ cm}$ y (e) $z = 50 \text{ cm}$.) con $a = b = 0$ el parámetro de decaimiento. Note que el perfil de intensidad del haz permanece invariante al propagarse.

2.1.3. Aceleración de haces Airy

A pesar de su truncamiento (necesario para su realización óptica), el paquete de ondas Airy sigue mostrando su característica más exótica, es decir, su tendencia a acelerarse libremente. Esta característica es bastante peculiar dado el hecho de que puede ocurrir en el espacio libre, por ejemplo, en la ausencia de gradientes de índice de prismas, entre otros. Éste comportamiento se refleja en el término $s_n - (\xi_n/2)^2$ con $n = x, y$ que aparece en el argumento de la función de Airy en la ecuación (2.10). Se puede determinar la trayectoria del lóbulo principal (esquina) del haz de Airy como una función de la distancia, esta curva está dada por [13]:

$$x_d = \frac{1}{4k^2 x_0^3} z^2,$$

$$y_d = \frac{1}{4k^2 y_0^3} z^2,$$

Esta aceleración dinámica puede apreciarse claramente en la Figura 2.5, donde trayectoria parabólica del haz se hace evidente. Para el ejemplo aquí descrito (Figura 2.3(d)), el haz con parámetros de decaimiento $a = b = 0$ y $x_0 = 363 \mu m$, se desplaza respecto al eje óptico $1348.76 \mu m$ a 50 cm del plano donde el campo ha sido reconstruido.

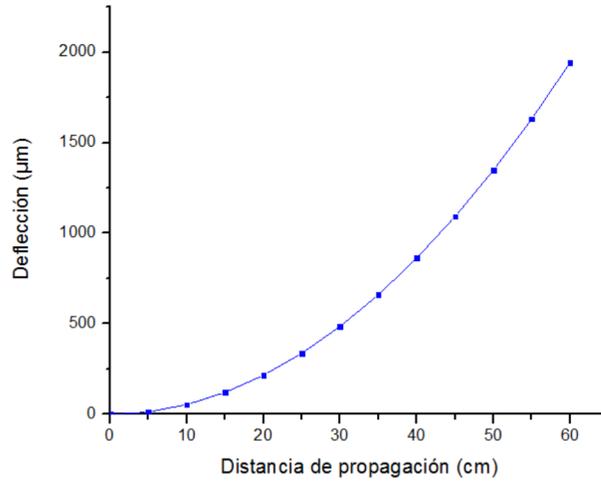


Figura 2.5: Aceleración transversal para un haz Airy como función de la distancia ($a=b=0$).

Note que la gráfica de la Figura 2.5 es la misma tanto para la deflexión sobre el eje “x” como para el eje “y” debido a la simetría del haz.

2.1.4. Autoreconstrucción de haces Airy

Tal vez una de las propiedades más notables de cualquier haz libre de difracción [12] es su propia capacidad de “autoreconstrucción” durante su propagación, esta propiedad se observa si colocamos un pequeño objeto opaco en el camino del haz.

Para mostrar la autoreconstrucción en estos haces mediante la simulación numérica, se codifica un CGH que contenga la obstrucción deseada, para ello se toman los hologramas generados como en la Figura 2.3 y se multiplica por la obstrucción dada (Figura 2.6), posteriormente observamos su propagación en diferentes planos de eje z .

A modo de comparación, se plantea generar hologramas con obstrucciones diferentes con el fin de observar de qué manera influye la forma y ubicación de la obstrucción en la autoreconstrucción

**CAPÍTULO 2. GENERACIÓN Y SÍNTESIS DE HACES AIRY CON UN
MODULADOR DE CRISTAL LÍQUIDO EN MODO DE AMPLITUD**
2.1. ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS PROPIEDADES DE LOS HACES AIRY

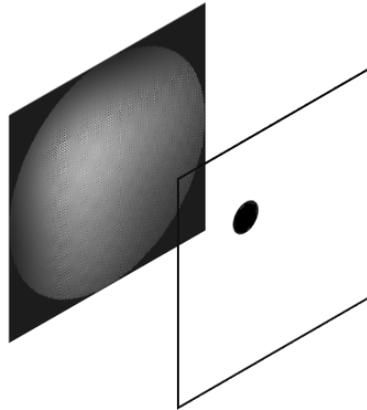


Figura 2.6: Esquema para generar los CGHs con obstrucción

del haz. Con el fin de demostrar las propiedades de autoreconstrucción de haces Airy (después de haber sido perturbado) se monitorea su autoreconstrucción durante la propagación. En este trabajo, se muestran tres casos donde se bloquea una parte de su perfil inicial de intensidad.

■ Obstrucción 1

En una primera simulación, se empleó un obstáculo cuadrado opaco para obstruir el lóbulo principal del patrón Airy. La distribución de la intensidad resultante y su propagación se muestra en la figura 2.7.

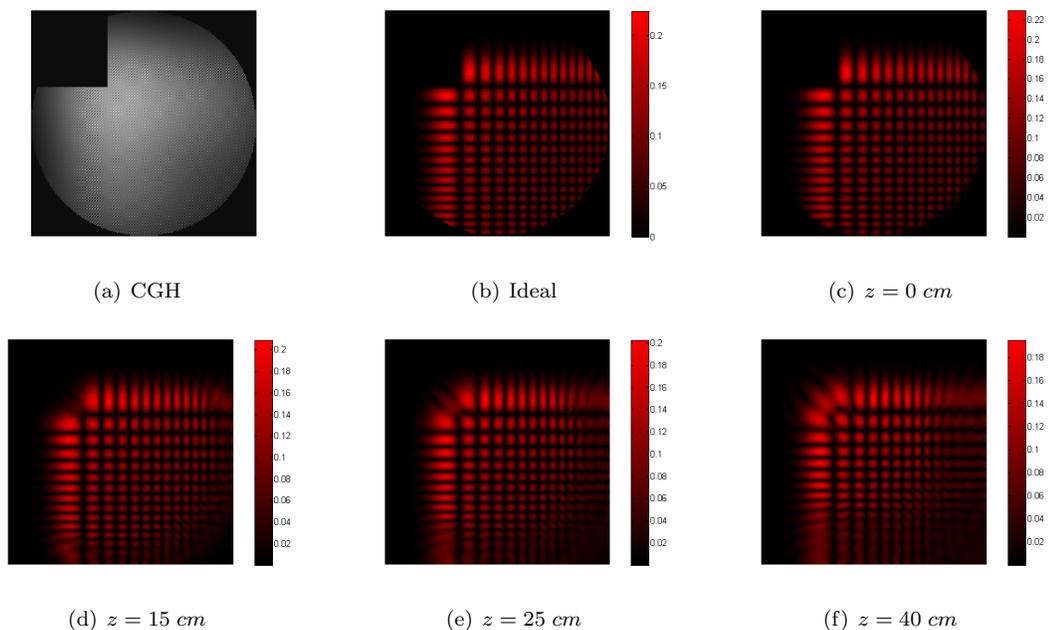


Figura 2.7: Autoreconstrucción (numérica) para un haz Airy con una obstrucción cuadrada en el lóbulo principal; (a) corresponde al CGH, (b) campo ideal a la salida y, su autoreconstrucción para (c) $z = 0 \text{ cm}$, (d) $z = 15$, (e) $z = 25 \text{ cm}$ y (f) $z = 40 \text{ cm}$.

**CAPÍTULO 2. GENERACIÓN Y SÍNTESIS DE HACES AIRY CON UN
MODULADOR DE CRISTAL LÍQUIDO EN MODO DE AMPLITUD**
2.1. ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS PROPIEDADES DE LOS HACES AIRY

La Figura 2.7 muestra la propagación de un haz Airy (Figura 2.3(d)) cuando es obstruido su lóbulo principal, observando la autoreconstrucción de este haz Airy después de una distancia de (c) $z = 0 \text{ cm}$, (d) $z = 15$, (e) $z = 25 \text{ cm}$ y (f) $z = 40 \text{ cm}$, la cual es evidente ya que el lóbulo principal vuelve a aparecer en la esquina y persiste sin distorsión hasta una distancia de 40 cm (Figura 2.7(f)).

■ Obstrucción 2

En una segunda simulación, se empleó un obstáculo circular opaco para obstruir la región central del patrón Airy. La distribución de la intensidad resultante y su propagación se muestra en la Figura 2.8.

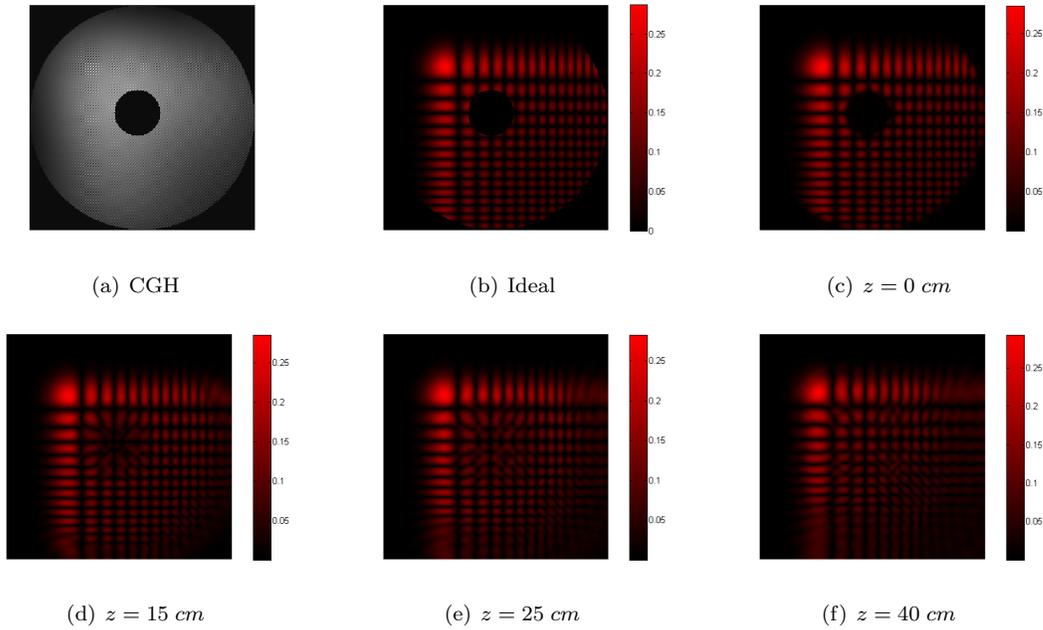


Figura 2.8: Autoreconstrucción (numérica) para un haz Airy con una obstrucción circular en la región central del CGH; (a) corresponde al CGH, (b) campo ideal a la salida y, su autoreconstrucción para (c) $z = 0 \text{ cm}$, (d) $z = 15$, (e) $z = 25 \text{ cm}$ y (f) $z = 40 \text{ cm}$.

La Figura 2.8 muestra la propagación de un haz Airy (Figura 2.3(d)) cuando es utilizado un obstáculo circular opaco para obstruir la región central del patrón Airy, observando la autoreconstrucción de este haz Airy después de una distancia (c) $z = 0 \text{ cm}$, (d) $z = 15$, (e) $z = 25 \text{ cm}$ y (f) $z = 40 \text{ cm}$. La autoreconstrucción en este caso también es evidente, pues la zona obstruida vuelve a aparecer en la región central del haz a los 25 cm y persiste sin distorsión hasta una distancia de 40 cm (Figura 2.8(f)).

■ Obstrucción 3

Finalmente, se empleó un obstáculo cuadrado opaco para obstruir la región central del patrón Airy. La distribución de la intensidad resultante y su propagación se muestra en la Figura 2.9.

**CAPÍTULO 2. GENERACIÓN Y SÍNTESIS DE HACES AIRY CON UN
MODULADOR DE CRISTAL LÍQUIDO EN MODO DE AMPLITUD**
2.1. ANÁLISIS NUMÉRICO DE LAS PROPIEDADES DE LOS HACES AIRY

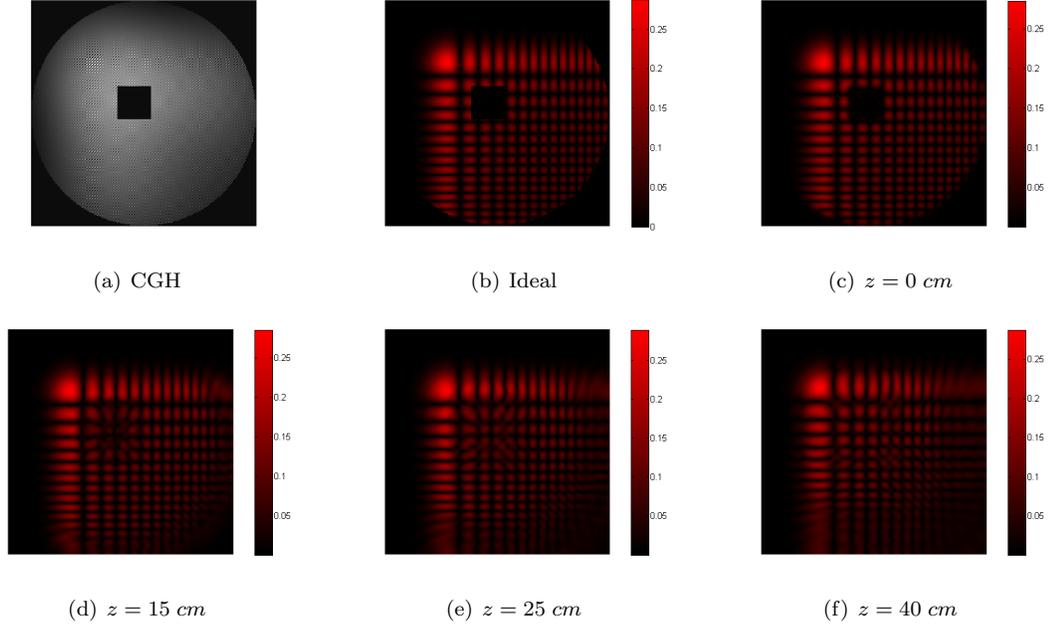


Figura 2.9: Autoreconstrucción (numérica) para un haz Airy con una obstrucción cuadrada en la región central del CGH; (a) corresponde al CGH, (b) campo ideal a la salida y, su autoreconstrucción para (c) $z = 0 \text{ cm}$, (d) $z = 15$, (e) $z = 25 \text{ cm}$ y (f) $z = 40 \text{ cm}$.

La Figura 2.9 muestra la propagación de un haz Airy (Figura 2.3(d)) cuando es utilizado un obstáculo cuadrado opaco para obstruir la región central del patrón Airy, observando la autoreconstrucción de este haz Airy después de una distancia (c) $z = 0 \text{ cm}$, (d) $z = 15$, (e) $z = 25 \text{ cm}$ y (f) $z = 40 \text{ cm}$. La autoreconstrucción en este caso también es evidente, ya que, nuevamente se recupera el perfil de intensidad del del haz a los 25 cm y persiste sin distorsión hasta una distancia de 40 cm (Figura 2.9(f)).

Note que en todos los casos presentados, se observan los perfiles de intensidad a la misma distancia, esto con la intención de observar de qué manera influye la forma y ubicación de la obstrucción en la autoreconstrucción del haz.

Capítulo 3

Generación experimental de haces Airy para el análisis de sus propiedades

En este capítulo se presenta la implementación experimental de los CGHs de amplitud que codifican a los haces Airy descritos en el capítulo 2 (Secciones 2.1.1, 2.1.2, 2.1.3 y 2.1.4), además de los resultados obtenidos con el arreglo del modulador espacial de luz basado en tecnología de cristal líquido. Así mismo, se presenta la caracterización experimental de la curva de modulación de amplitud del modulador necesaria para un buen funcionamiento del mismo.

3.1. Caracterización experimental de la curva de modulación de amplitud del modulador de cristal líquido en su modo amplitud en la configuración de mínima fase acoplada

La transmitancia del modulador espacial de luz basado en tecnología de cristal líquido nemático torcido depende del voltaje aplicado, este voltaje es equivalente a los niveles de gris en el despliegue de una imagen. Dicha relación es posible gracias a una interfaz (digital-analógica) que asigna un nivel de voltaje a cada pixel del modulador para cada nivel de gris.

El sistema experimental para la caracterización de la transmitancia se presenta en la Figura 3.1, donde un láser He-Ne con longitud de onda de 633 nm estabilizado en intensidad, es utilizado para iluminar el modulador de cristal líquido. El haz proveniente del láser es filtrado y colimado, posteriormente, una lente es introducida en el sistema con el fin de observar el patrón de difracción de Fraunhofer que equivale a la transformada óptica de Fourier. Si el modulador de cristal líquido es colocado a la distancia focal anterior de la lente, el patrón de difracción se localizará exactamente en la distancia focal posterior de la misma. En cuanto a la detección, se coloca un filtro pasa bajas exactamente a la distancia focal de la lente en el plano focal posterior (plano de Fourier) para seleccionar únicamente el orden cero y realizar las mediciones correspondientes a través de un detector de potencia.

Para obtener la modulación de amplitud de la transmitancia se despliegan en el modulador de cristal líquido, patrones uniformes correspondientes a diferentes niveles de gris (o niveles de modulación) de 0 a 255. Los diferentes niveles de modulación serán enviados a través del puerto paralelo de una computadora y, dado que la amplitud de la transmitancia es proporcional a la raíz cuadrada de la intensidad, entonces cada valor de intensidad medido nos arrojará un valor

CAPÍTULO 3. GENERACIÓN EXPERIMENTAL DE HACES AIRY PARA EL ANÁLISIS DE SUS PROPIEDADES
3.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES

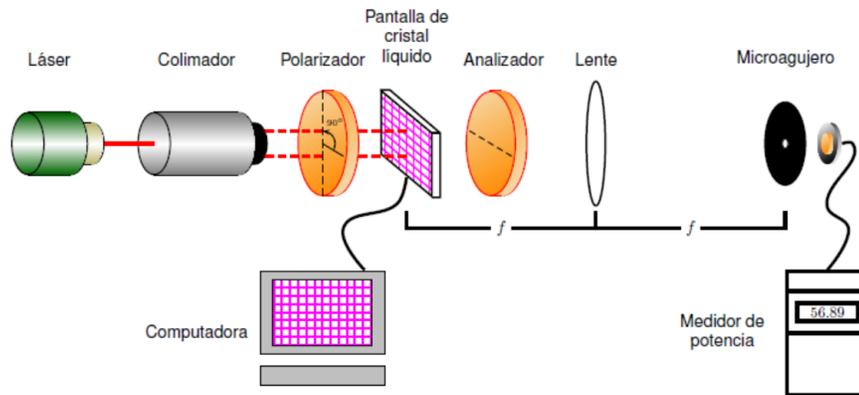


Figura 3.1: Montaje experimental para la caracterización de la transmitancia del modulador de cristal líquido.

característico de la amplitud de la transmitancia para cada nivel de gris (Tabla 3.1). La curva de amplitud normalizada *vs* niveles de gris se muestra en la Figura 3.2.

Nivel de gris	Amplitud
0	0
15	0.00467
30	0.01928
45	0.04335
60	0.07898
75	0.16287
90	0.2755
105	0.41122
120	0.5596
135	0.70521
150	0.82095
165	0.90376
180	0.96655
195	0.99071
210	0.99679
225	0.99893
240	0.99929
255	1

Tabla 3.1: Datos experimentales normalizados para obtener la curva de modulación.

3.2. Resultados experimentales

Para generar los campos experimentalmente, se empleó un LCD HoloEye LC2000 en su configuración de amplitud, es decir, empleando dos polarizadores lineales externos (polarizador y analizador), cuyos ejes de transmisión tienen una orientación 90° y 0° respectivamente, que permite una modulación de amplitud adecuada (proporciona valores de modulación de amplitud entre 0 y 1) y presenta un rango de modulación de fase acoplada mínima.

Para la síntesis experimental de los campos complejos codificados en los CGHs de amplitud se

CAPÍTULO 3. GENERACIÓN EXPERIMENTAL DE HACES AIRY PARA EL ANÁLISIS DE SUS PROPIEDADES
3.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES

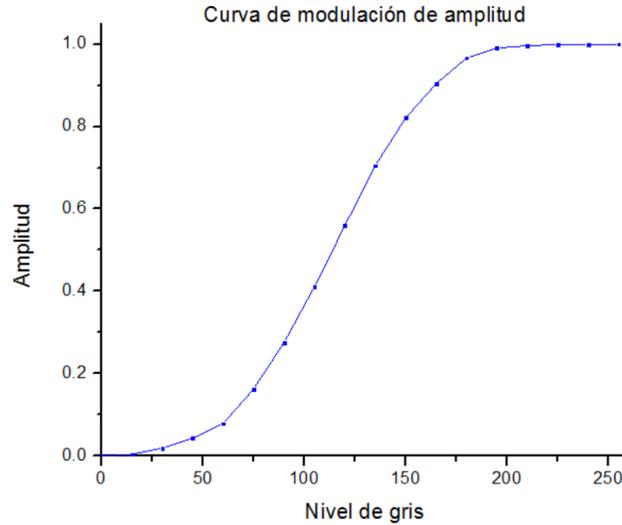


Figura 3.2: Curva de modulación de amplitud normalizada *vs* nivel de gris, obtenida experimentalmente para configuración de polarizadores: $\theta_1 = 90^\circ$, $\theta_2 = 0$.

emplea el montaje experimental mostrado en la Figura 3.3, donde se tiene la pantalla de cristal líquido configurada en modo de amplitud (entre dos polarizadores lineales), en la cual se despliega el CGH diseñado. Un haz láser He-Ne con longitud de onda $\lambda = 633 \text{ nm}$ es colimado con una lente de 20cm de distancia focal para lograr un haz uniforme con frentes de onda planos que iluminan al sistema modulador, además, un sistema $4f$ que permite la síntesis del campo codificado a partir del holograma de amplitud cuya función de transmitancia corresponde a la del holograma interferométrico (ecuación (2.3)), el cual en el plano de Fourier presenta 3 términos (ecuación (2.5)), uno de los cuales corresponde a la transformada de Fourier del haz Airy que estamos codificando (término señal). El filtraje espacial es posible a través de una pupila circular colocada en el plano de Fourier, esta pupila transmite únicamente la luz del espectro del término señal y, la transformada inversa de este término corresponde a la señal reconstruida que es observada a través de una cámara CCD marca pixeLINK y, almacenada computacionalmente.

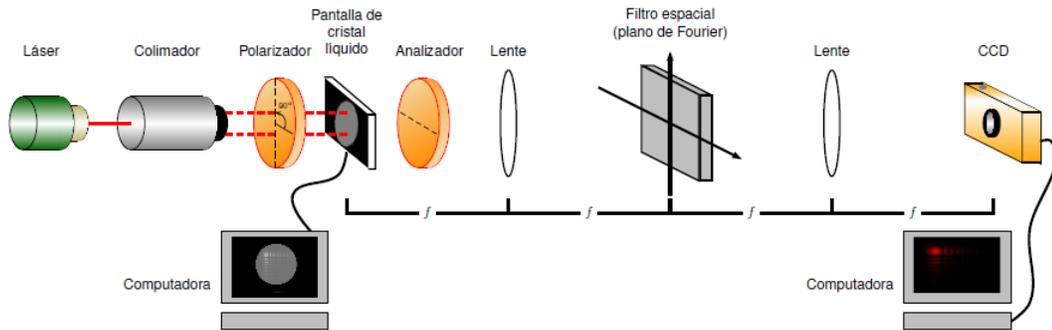


Figura 3.3: Arreglo experimental para la síntesis de los campos codificados en CGHs de amplitud

3.2.1. Generación experimental de haces Airy a partir de un CGH

En esta sección, se muestran los resultados experimentales obtenidos a partir de la síntesis de los CGHs descritos en el capítulo 2 (Sección 2.1.1), que fueron desplegados en el sistema modulador, es decir, se muestran experimentalmente haces Airy simétricos -que presentan igual número de lóbulos en los ejes “ x ” y “ y ”.

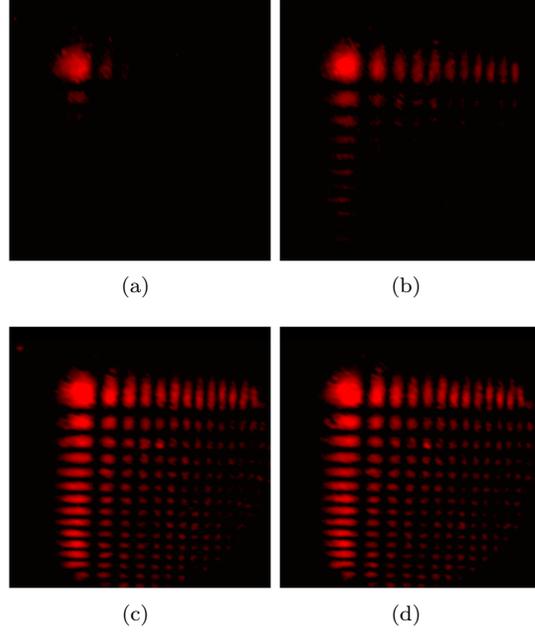


Figura 3.4: Distribución de intensidad resultante: (a) $a = b = 0.2$, (b) $a = b = 1 \times 10^{-7}$, (c) los parámetros de decaimiento toman valores de $a = 0.001$ y $b = 0.08$ y (d) $a=b=0$.

La Figura 3.4 muestra los resultados experimentales obtenidos al desplegar en el sistema modulador CGHs que codifican haces Airy. Las Figuras 3.4(a), 3.4(b) y 3.4(d) muestran la distribución de intensidad de haces Airy con parámetros $a = b$ de 0.2, 1×10^{-7} y 0 respectivamente, mientras que para el haz de la Figura 3.4(c) los parámetros de decaimiento toman los valores de $a = 0.001$ y $b = 0.08$. Note que los resultados experimentales concuerdan con la simulación realizada en el capítulo 2 (Sección 2.1.1). Es importante enfatizar los resultados obtenidos en la Figura 2.3(d), ya son los empleados para exhibir las propiedades de los haces Airy.

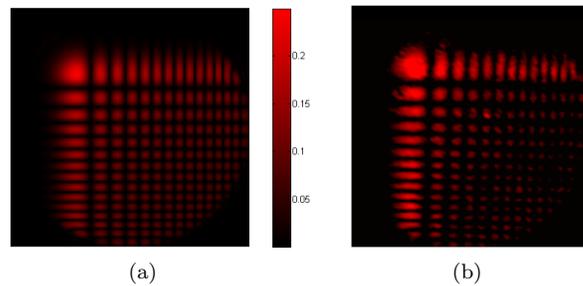


Figura 3.5: Amplitud del campo codificado ideal, (b) Haz Airy experimental con $a = b = 0$.

3.2.2. Propagación experimental de haces Airy

La Figura 3.6 muestra la propagación de un haz Airy hasta una distancia de 50 *cm* cuando el parámetro de decaimiento es $a = b = 0$, así como, las correspondientes secciones transversales de los perfiles de intensidad para diferentes distancias.

Para esta propagación, la intensidad del haz Airy en 2D permanece esencialmente invariante hasta 50 *cm*, ésto, debido al carácter adifraccional del paquete de ondas Airy.

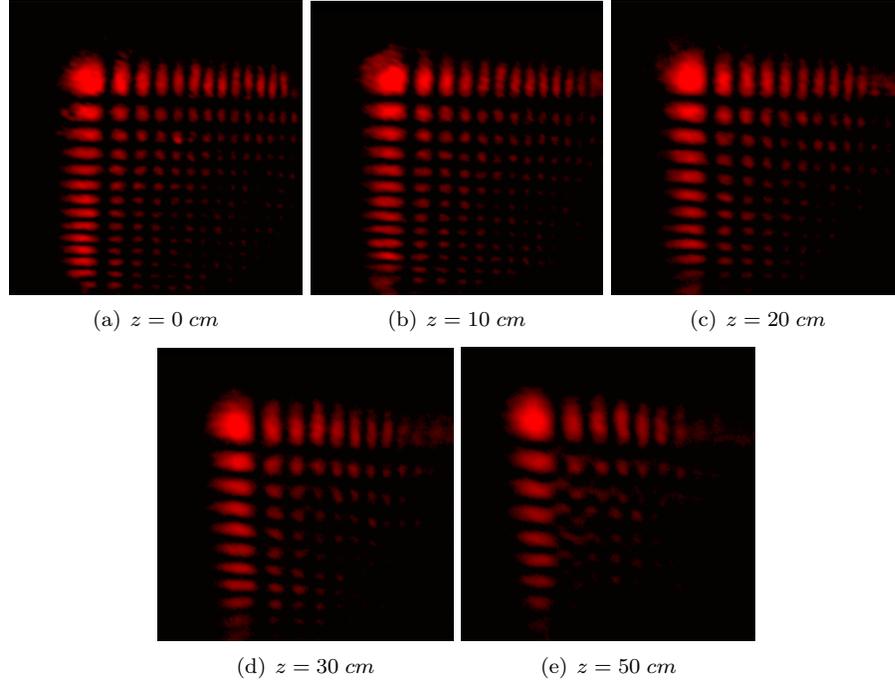


Figura 3.6: Propagación experimental de un haz Airy para diferentes distancias.

Para la propagación experimental mostrada en la Figura 3.4(d), con parámetros de decaimiento $a = b = 0$ y $x_0 = 167 \mu\text{m}$, la intensidad de este haz permanece esencialmente invariante hasta 50 *cm*, debido a su carácter adifraccional.

Los perfiles experimentales que se muestran en la Figura 3.7, se obtienen de las imágenes de los patrones de difracción por medio de un programa computacional realizado en MATLAB el cual, en términos generales, de la imagen toma los datos de una línea horizontal que pasa por el lóbulo central de la figura para entregarnos una gráfica de intensidad (normalizada) contra distancia.

Tomando en cuenta que para un haz gaussiano de esta misma anchura, su distancia de Rayleigh habría sido 10.2 *cm* usando una longitud de onda de $0.633 \mu\text{m}$, para esta distancia el lóbulo principal del haz se habría expandido en al menos cinco veces más, ésto es, si se tienen dos haces, uno con perfil de intensidad gaussiano y el otro con un perfil de intensidad correspondiente al haz Airy, cuyo lóbulo central, coincide en tamaño con la cintura del haz gaussiano; estos se propagan simultáneamente hasta una distancia igual a 50 *cm*, observaremos es que mientras el lóbulo central del haz Airy ha permanecido invariante, el tamaño del spot del haz gaussiano ha crecido casi cinco veces.

3.2.3. Autoreconstrucción experimental de haces Airy

Con el fin de mostrar las propiedades de autoreconstrucción de haces Airy (una vez que a sido perturbado), se monitoreo su autoreconstrucción durante la propagación. A modo de comparación,

**CAPÍTULO 3. GENERACIÓN EXPERIMENTAL DE HACES AIRY PARA EL
ANÁLISIS DE SUS PROPIEDADES**
3.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES

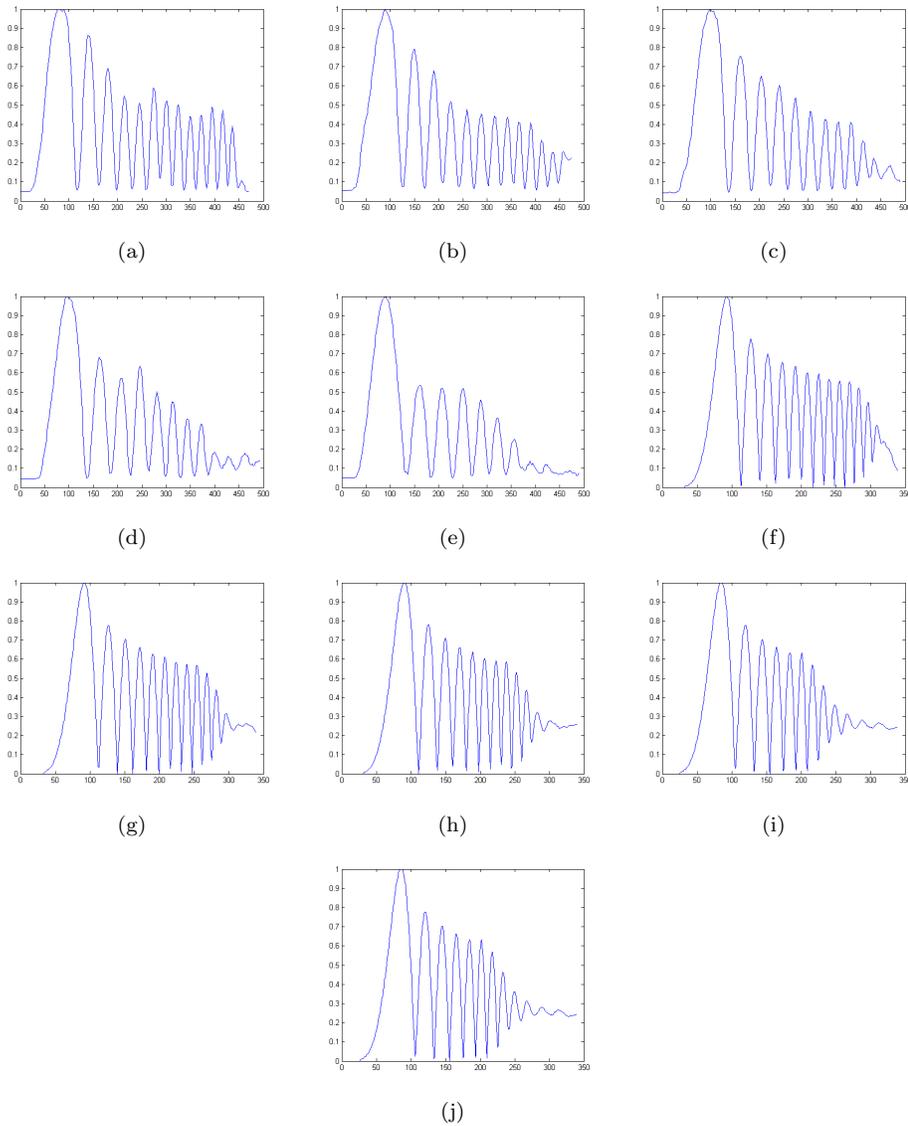


Figura 3.7: Secciones transversales de intensidad de un haz Airy a una distancia: (a) $z = 0$ cm, (b) $z = 10$ cm, (c) $z = 20$ cm, (d) $z = 30$ cm y (e) $z = 50$ cm. Las figuras (f) a (j) son las correspondientes graficas teóricas, de las secciones transversales de un haz Airy, para las mismas distancias de propagación, respectivamente.

**CAPÍTULO 3. GENERACIÓN EXPERIMENTAL DE HACES AIRY PARA EL
ANÁLISIS DE SUS PROPIEDADES**
3.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES

se presentan haces con tres haces con obstrucciones diferentes en su perfil de intensidad de modo que se pueda observar de qué manera influye la forma y la ubicación de dicha obstrucción.

■ Obstrucción 1

La intensidad característica más prominente de un haz de Airy es su lóbulo principal (ver Figura 3.4), que contiene un gran porcentaje de la potencia total del haz. Es por esto que en un primer experimento, se empleó un obstáculo cuadrado opaco para obstruir el lóbulo principal del patrón Airy. La distribución de la intensidad resultante y su propagación se muestra en la Figura 3.8.

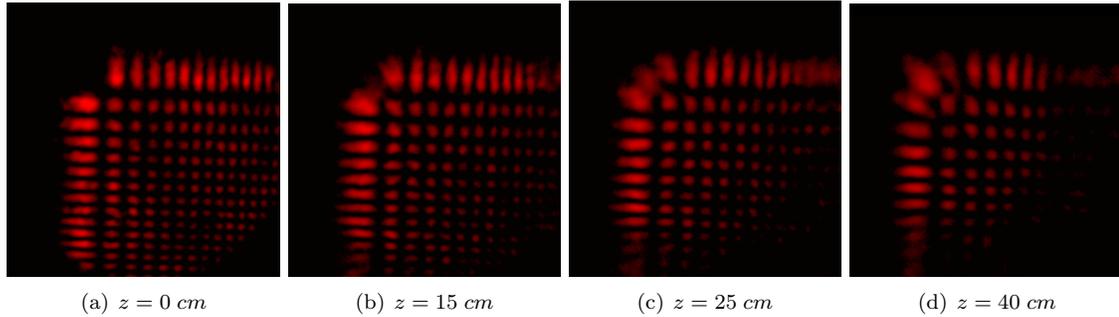


Figura 3.8: Distribución de la intensidad resultante en la autoreconstrucción de haces Airy con una obstrucción cuadrada en el lóbulo principal para: (a) $z = 0 \text{ cm}$, (b) $z = 15 \text{ cm}$, (c) $z = 25 \text{ cm}$ y (d) $z = 40 \text{ cm}$ con $a = b = 0$.

En la Figura 3.8 se puede observar la propagación experimental del haz Airy (Figura 2.3(d)) cuando es obstruido el lóbulo principal y es posible observar la autoreconstrucción de este haz Airy después de una distancia de (a) $z = 0 \text{ cm}$, (b) $z = 15 \text{ cm}$, (c) $z = 25 \text{ cm}$ y (d) $z = 40 \text{ cm}$ (Figura). La autoreconstrucción de este haz es evidente. El lóbulo principal vuelve a aparecer en la esquina y persiste sin distorsión hasta una distancia de 40 cm (Figura 3.9)

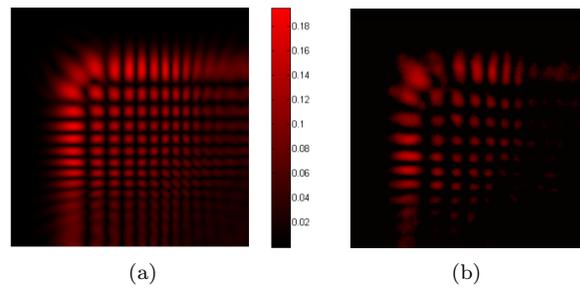


Figura 3.9: Perfil de intensidad de un haz a $z = 40 \text{ cm}$ cuando se obstruye su lóbulo principal. (a) Numérico, (b) Experimental.

Este experimento se lleva a cabo para propósitos de comparación, obteniendo que las observaciones experimentales corresponden a los resultados numéricos presentados en las Figuras 2.7(c)-(f) para las mismas distancias de propagación. Esto pone de manifiesto la naturaleza de la no difracción de haces Airy.

Hasta ahora se ha mostrado experimentalmente que un haz Airy puede reconstruirse a sí mismo cuando su lóbulo principal ha sido bloqueado. En una segunda fase experimental, se ha bloqueado la estructura interna (lóbulos) del patrón Airy (Figuras 3.10 y 3.14). Observando de manera sorprendente, que a una distancia mayor a 15 cm de la propagación del haz se autoreconstruye con

CAPÍTULO 3. GENERACIÓN EXPERIMENTAL DE HACES AIRY PARA EL ANÁLISIS DE SUS PROPIEDADES
3.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES

detalle su estructura (Figuras 3.11 y 3.13). Además, se muestran los correspondientes perfiles de intensidad calculados para estas mismas distancias.

■ **Obstrucción 2**

En un segundo experimento, se empleó un obstáculo circular opaco para obstruir la región central del patrón Airy. La distribución de la intensidad resultante y su propagación se muestran en la Figura 3.10.

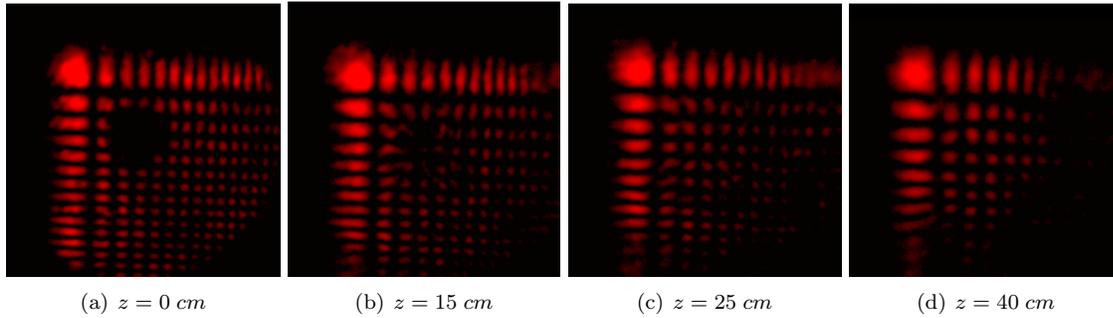


Figura 3.10: Distribución de la intensidad resultante en la autoreconstrucción de haces Airy con una obstrucción circular en el la región central del CGH para: (a) $z = 0 \text{ cm}$, (b) $z = 15 \text{ cm}$, (c) $z = 25 \text{ cm}$ y (d) $z = 40 \text{ cm}$ con $a = b = 0$.

En la Figura 3.10 se muestra la propagación experimental del haz Airy (Figura 2.3(d)) cuando es utilizado un obstáculo circular opaco para obstruir la región central del patrón Airy. Es posible observar, nuevamente, la autoreconstrucción del haz Airy después de una distancia de (a) $z = 0 \text{ cm}$, (b) $z = 15 \text{ cm}$, (c) $z = 25 \text{ cm}$ y (d) $z = 40 \text{ cm}$. La autoreconstrucción de este haz, nuevamente, resulta evidente ya que la zona obstruida vuelve a aparecer en la región central del haz a los 25 cm y persiste sin distorsión hasta una distancia de 40 cm (Figura 2.8(f)). cabe mencionar, que las observaciones experimentales corresponden a los resultados numéricos presentados en las Figuras 2.8(c)-(f) para las mismas distancias de propagación.

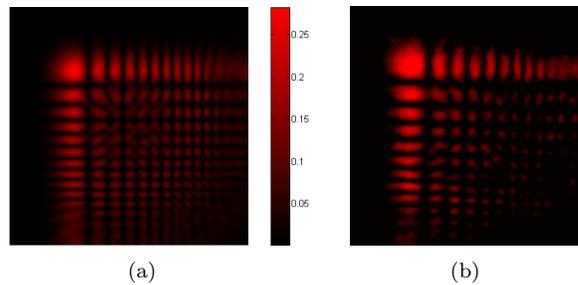


Figura 3.11: Perfil de intensidad de un haz Airy a una distancia de $z = 25 \text{ cm}$ empleando una obstrucción circular. (a) Numérico, (b) Experimental.

■ **Obstrucción 3**

Finalmente se empleó una obstrucción cuadrada opaca sobre la región central del patrón Airy. La distribución de la intensidad resultante y su propagación se muestra en la Figura 3.14, en esta se

CAPÍTULO 3. GENERACIÓN EXPERIMENTAL DE HACES AIRY PARA EL ANÁLISIS DE SUS PROPIEDADES
3.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES

muestra la propagación experimental del haz Airy (Figura 2.3(d)) cuando se emplea una obstrucción cuadrada opaca sobre la región central del patrón Airy. Nuevamente, la autoreconstrucción de este haz Airy se da a una distancia de (a) $z = 0 \text{ cm}$, (b) $z = 15 \text{ cm}$, (c) $z = 25 \text{ cm}$ y (d) $z = 40 \text{ cm}$.

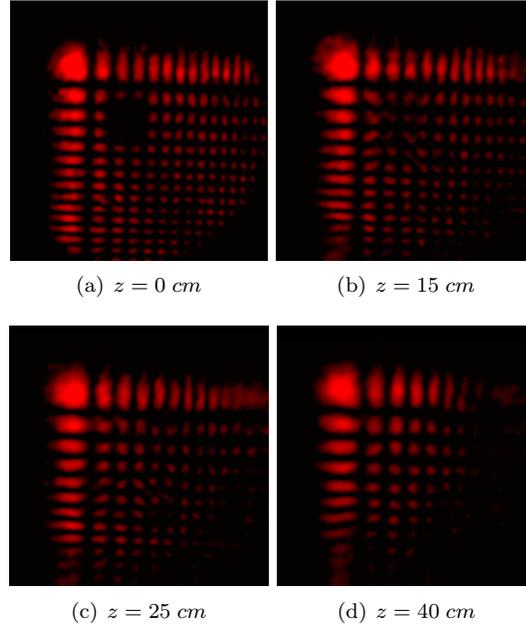


Figura 3.12: Distribución de la intensidad resultante en la autoreconstrucción de haces Airy con una obstrucción cuadrada en el la región central del CGH para: (a) $z = 0 \text{ cm}$, (b) $z = 15 \text{ cm}$, (c) $z = 25 \text{ cm}$ y (d) $z = 40 \text{ cm}$ con $a = b = 0$.

La autoreconstrucción de este haz vuelve a observarse, ya que la zona obstruida vuelve a aparecer en la región central del haz a los 15 cm y persiste sin distorsión hasta una distancia de 40 cm (Figura 2.8(f)) y, nuevamente, las observaciones experimentales corresponden a los resultados numéricos presentados (Figuras 2.8(c)-(f)) para las mismas distancias de propagación.

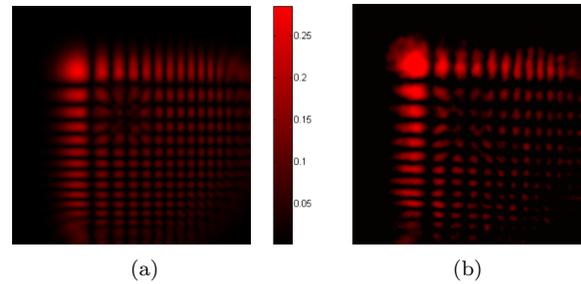


Figura 3.13: Perfil de intensidad de un haz Airy a una distancia de $z = 15 \text{ cm}$. (a) Numérico, (b) Experimental

Cabe señalar que se observaron los perfiles de intensidad con diferentes obstrucciones a iguales distancias u aún cuando en todos los casos se logra la autoreconstrucción del perfil de intensidad del haz, ésta se lleva a cabo más rápido cuando es obstruida una región central del haz a diferencia de cuando se obstruye el lóbulo principal del mismo.

CAPÍTULO 3. GENERACIÓN EXPERIMENTAL DE HACES AIRY PARA EL ANÁLISIS DE SUS PROPIEDADES
3.2. RESULTADOS EXPERIMENTALES

También de be destacarse que el perfil transversal obtenido a 40 *cm* cuando se obstruye una zona en la parte central del haz (ya sea circular o cuadrada), es el mismo para ambas obstrucciones, esto debido a que la información codificada antes de la obstrucción es la misma en ambos casos.

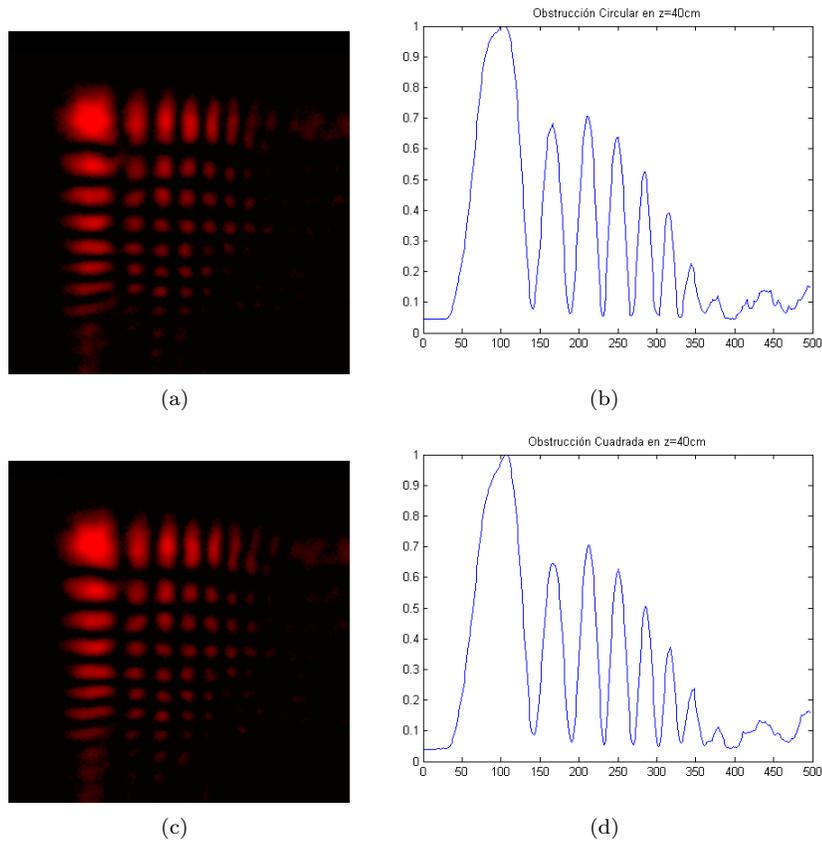


Figura 3.14: Representación experimental y gráfica para la autoreconstrucción de haces Airy a 40; *cm*, respectivamente. (a)-(b) Obstrucción Circular, (c)-(d) Obstrucción Cuadrada

Conclusiones

La generación experimental de haces Airy ópticos y su caracterización bajo propagación libre, ha permitido abordar el estudio de estos haces para comprender algunas de sus propiedades tal como, su propagación sin difracción, su tendencia a acelerarse en propagación libre y su autoreconstrucción y, es en este sentido, que se han generado y observado haces Airy en 2D mediante un modulador espacial de luz por transmisión.

Y, con ayuda, del lenguaje de programación MATLAB, ha sido posible generar y sintetizar hologramas que codifican funciones Airy, así como, simular numéricamente su generación, propagación y autoreconstrucción de los mismos, además, permitió visualizar que el sistema empleado se desempeña de manera adecuada al corresponder la información obtenida con la simulación realizada.

Consideramos que en este trabajo se ha logrado presentar:

- Un CGH que codifica haces Airy.
- Generar haces Airy, usando como función de fondo a la envolvente del término señal con la intención de no contaminar al espectro de la señal, ya que por tratarse de la envolvente presenta un ancho de banda reducido, además, por la forma en que se codifican dichos haces, es posible elegir ciertas características del mismo, tal como: el número de lóbulos y parámetros de decaimiento.
- Se generaron haces Airy usando un modulador espacial de luz en el cual se despliegan los CGHs diseñados.
- Mostrar la propagación invariante de haces Airy hasta 50 *cm* después del plano de salida.
- Es de relevancia que, debido a la aceleración, para un haz Airy con $a = b = 0$ y $x_0 = 363\mu m$, el haz se desplazará 1348.76 μm a 50 *cm*.
- Mostrar la autoreconstrucción de estos haces con diferentes obstrucciones hasta 50 *cm* después del plano de salida.
 - Obstrucción del lóbulo principal del haz
 - Obstrucción circular en la región central del haz
 - Obstrucción cuadrada en la región central del haz
- Verificar que los resultados experimentales corresponden de manera adecuada con la información obtenida a través de la simulación numérica realizada.

Las propiedades exhibidas en este trabajo para haces Airy en el caso en que $a = b = 0$, matemáticamente, es equivalente al caso estudiado por Berry y Balazs[2] en el contexto de la mecánica cuántica, a diferencia de que en este estudio realizó en 2 dimensiones. En consecuencia, la analogía que se presenta entre la mecánica cuántica y la óptica a través de la correspondencia matemática entre la ecuación de Schrödinger de la mecánica cuántica y la ecuación paraxial de difracción, se hace visible con ayuda de la óptica, a través de la generación experimental de éste

peculiar haz y, a diferencia de como se presenta en la literatura, la herramienta empleada para generar haces Airy, es con ayuda de un modulador espacial de luz que provee modulación de amplitud.

Apéndice A

Código del programa

En esta sección se incluyen los códigos hechos en el lenguaje de programación MATLAB empleados para exhibir las propiedades de los haces Airy. Básicamente se presenta dos programas. El primero genera los CGHs que se despliegan en tiempo real en el modulador espacial de luz (el cual provee modulación de amplitud) y, en el segundo, muestra la propagación del haz. Dentro de éstos programas, esta incluida la instrucción para imponer la obstrucción requerida.

Parámetros variables:

Nx (Ny) Número de lóbulos del haz,

a0 (b0) Parámetro de decaimiento (< 1)

z Posición del perfil transversal del haz.¹,

Npx (Npy) Número de pixeles,

pix Tamaño del pixel,

lam Longitud de onda,

A.1. Código que genera haces Airy

```
%Programa que genera el holograma que codifica una función Airy con y sin
%obstrucción
%Para incluir la obstrucción deseada en el holograma, sólo se debe quitar
%el comentario en las lineas 52-56 para obstruir el lóbulo principal, 59-64
%para una obstrucción circular o 67-72 para una obstrucción cuadrada

clc
close all
clear all

Nx = 15; %Nx y Ny número de lobulos
Ny = 15;
a0 = 0; % a0 y b0 parámetros de decaimiento
b0 = 0;
z = [0.5 1.5 2]; %Posición del perfil transversal de intensidad

Npx = 256;
Npy = 256;
```

¹El número de entradas de este vector corresponde al número de imágenes que se despliegan en la simulación, por ejemplo, si queremos tomar medidas en intervalos de 10 cm en una distancia de 0 – 50 cm el vector z que debemos escribir es $z = [0 \ 0.1 \ 0.2 \ 0.3 \ 0.4 \ 0.5]$.

APÉNDICE A. CÓDIGO DEL PROGRAMA

A.1. CÓDIGO QUE GENERA HACES AIRY

```
pix = 33e-6;
lam = 633e-9;

xx = linspace(-1,1,Npx);
yy = linspace(-1,1,Npy);
[XX,YY] = meshgrid(xx,yy);
supp = XX.^2 + YY.^2 < 1;

[u,X,Y] = airy_beamH(Nx,Ny,a0,b0,Npx,Npy);
u = u/max(max(abs(u)));
FTu = FT2D(u.*supp,[-1 1],[-1 1],[-10 10],[-10 10],1024,1024);
figure
imagesc(abs(FTu)),colorbar
U = FT2D(abs(u).*supp,[-1 1],[-1 1],[-2 2],[-2 2],1024,1024);
env = IFT2D(U.*circ(1024,1024,512,512,220),[-1 1],[-1 1],[-2 2],[-2 2],Npx,Npy);
env = abs(env)/max(max(abs(env)));
%figure
%mesh(abs(env))
CGH = env/2+0.018 + 1/2*abs(u).*cos(angle(u) + 2*pi*(X*Npx/4 + Y*Npy/4));
CGH = CGH.*supp;
FTCGH = FT2D(CGH,[-1 1],[-1 1],[31.5 51.5],[31.5 51.5],1024,1024);
% campo reconstruido CGHr
CGHr = IFT2D(FTCGH,[-1 1],[-1 1],[31.5 51.5],[31.5 51.5],Npx,Npy);
figure
imagesc(abs(FTCGH))
axis off,colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]),colorbar,axis equal,

%Holograma sin obstrucción
figure
imagesc(rot90(abs(CGHr),2))
axis off,colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]),colorbar,axis equal,

%Holograma con obstrucción en el lóbulo principal
%figure
%CGHr(170:256,170:256) = 0;
%imagesc(rot90(abs(CGHr),90)),
%axis off,colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]), colorbar,axis equal
%CGH(170:256,170:256) = 0;

%Holograma con obstrucción circular
%figure
%obst = 1 - circ(256,256,134,134,26);
%CGHr=CGHr.*obst;
%imagesc(rot90(abs(CGHr),90)),
%axis off,colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]), colorbar,axis equal
%CGH=CGH.*obst;

%Holograma con obstrucción cuadrada
%figure
%obst = [ones(121,256);ones(38,120),zeros(38,38),ones(38,98);ones(97,256)];
%CGHr=CGHr.*obst;
%imagesc(rot90(abs(CGHr),90)),
%axis off,colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]), colorbar,axis equal
%CGH=CGH.*obst;

% Holograma CGH
figure
imagesc(rot90(CGH,2))
axis equal, axis off,colormap('gray')

QuasiAmplibuapmia

a=THR;
Bo=min(a); Co=1-Bo;
CGH=Bo+Co*CGH;
```

APÉNDICE A. CÓDIGO DEL PROGRAMA
A.2. CÓDIGO MUESTRA LA PROPAGACIÓN DE HACES AIRY CON Y SIN
OBSTRUCCIÓN

```
for n=1:size(CGH,1);%
n;
    for m=1:size(CGH,2)
        ah=CGH(n,m);
        dif=abs(a-ah);
        ind=find(dif==min(dif));
        ind=ind(1);
        gh(n,m)=ind-1;
    end
end
fondo=zeros(600,800);
fondo(172:427,272:527)=gh;
imwrite(fondo,gray(256),'Holograma.bmp','bmp') %genera archivo .bmp a desplegar en el SLM
disp('bmp generado')
```

A.2. Código muestra la propagación de haces Airy con y sin obstrucción

```
%Programa que muestra numericamente la propagación de un haz Airy con y sin
%obstrucción
%Para incluir la obstrucción deseada, sólo se debe quitar el comentario en
%las líneas 32 para obstruir el lóbulo principal, 35-36 para una obstrucción
%circular o 39-40 para una obstrucción cuadrada
```

```
clc
close all
clear all
```

```
Nx = 15; %Nx y Ny número de lóbulos
Ny = 15;
a0 = 0; % a0 y b0 parámetros de decaimiento
b0 = 0;
z = [0 0.1 0.2 0.3 0.5]; %Posición del perfil transversal de intensidad
Npx = 256;
Npy = 256;
pix = 33e-6;
lam = 633e-9;
```

```
xx = linspace(-1,1,Npx);
yy = linspace(-1,1,Npy);
[XX,YY] = meshgrid(xx,yy);
supp = XX.^2 + YY.^2 < 1;
```

```
N = max(Nx,Ny);
aiz = abs(airyZeros(N));
```

```
[g,x0,y0] = airy_beam(Nx,Ny,a0,b0,Npx,Npy,pix);
```

```
%Obstrucción 1 (lóbulo principal)
%g(170:256,170:256) = 0;
```

```
%Obstrucción 2 (Circular)
%obst = 1 - circ(256,256,134,134,26);
%g = g.*obst;
```

```
%Obstrucción 3 (Cuadrada)
obst = [ones(121,256);ones(38,120),zeros(38,38),ones(38,98);ones(97,256)];
g = g.*obst;
```

```
g = g.*supp;
figure
imagesc(rot90(rot90(abs(g))))
axis off,colorbar([:(0:63)'/64 zeros(64,2)]),colorbar,axis equal,
axis equal, axis off
```

APÉNDICE A. CÓDIGO DEL PROGRAMA

A.3. FUNCIONES ADICIONALES

```
G = FT2D(g, [-1 1], [-1 1], [-10 10], [-10 10], 1024, 1024);

%perfiles de intensidad para cada valor de z
g1 = BeamPropa(g, [-1 1], [-1 1], [-10 10], [-10 10], ...
    [-1 1], [-1 1], z(1), lam, Npx, Npy, pix);
figure
imagesc(rot90(rot90(abs(g1))))
axis off, colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]), colorbar, axis equal,
axis equal, axis off

g2 = BeamPropa(g, [-1 1], [-1 1], [-10 10], [-10 10], ...
    [-1 1], [-1 1], z(2), lam, Npx, Npy, pix);
figure
imagesc(rot90(rot90(abs(g2))))
axis off, colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]), colorbar, axis equal,
axis equal, axis off

g3 = BeamPropa(g, [-1 1], [-1 1], [-10 10], [-10 10], ...
    [-1 1], [-1 1], z(3), lam, Npx, Npy, pix);
figure
imagesc(rot90(rot90(abs(g3))))
axis off, colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]), colorbar, axis equal,
axis equal, axis off

g4 = BeamPropa(g, [-1 1], [-1 1], [-10 10], [-10 10], ...
    [-1 1], [-1 1], z(4), lam, Npx, Npy, pix);
figure
imagesc(rot90(rot90(abs(g4))))
axis off, colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]), colorbar, axis equal,
axis equal, axis off

g5 = BeamPropa(g, [-1 1], [-1 1], [-10 10], [-10 10], ...
    [-1 1], [-1 1], z(4), lam, Npx, Npy, pix);
figure
imagesc(rot90(rot90(abs(g5))))
axis off, colormap([(0:63)'/64 zeros(64,2)]), colorbar, axis equal,
axis equal, axis off
```

A.3. Funciones adicionales

Estas funciones son necesarias para el correcto funcionamiento de los programas que codifican haces Airy.

- “airy_beam.m”

```
function [u0,x0,y0,uz,xm,ym] = airy_beam(Nx,Ny,a0,b0,Npx,Npy,pix,lam,z)
% airy_beam calcula haces airy en z = 0 y en z
%
% Nx = Nx-th raiz de la funcion Airy (a lo largo del eje x)
% Ny = Ny-th raiz de la funcion Airy (a lo largo del eje y)
% a0 = parametro a0 (a0 < 1) en la direccion x
% b0 = parametro b0 (b0 < 1) en la direccion y
% Npx = Numero pixeles en la direccion x
% Npy = Numero de pixeles en la direccion y
% pix = distancia entre pixel
% lam = longitud de onda
% z = vector de distancias z
%
N = max(Nx,Ny);
aiz = abs(airyZeros(N));
x0 = 1/aiz(Nx);
y0 = 1/aiz(Ny);

x = linspace(-1,5*x0,Npx);
```

APÉNDICE A. CÓDIGO DEL PROGRAMA

A.3. FUNCIONES ADICIONALES

```
y = linspace(-1,5*y0,Npy);
[X,Y] = meshgrid(x,y);
X0 = X/x0;
Y0 = Y/y0;
% X0 in [-aiz(Nx) 5] using Npx pixels and
% Y0 in [-aiz(Ny) 5] using Npy pixels
u0 = airy(X0).*exp(a0*X0).*airy(Y0).*exp(b0*Y0);
x0 = x0*pix*Npx;
y0 = y0*pix*Npy;
if nargin > 7
    k = 2*pi/lam;
    xm = z.^2/(4*k^2*x0^3);
    ym = z.^2/(4*k^2*y0^3);
    uz = zeros(size(X,1),size(X,2),length(z));
    for n = 1:length(z)
        uz(:, :,n) = airy(X0 - xm(n)/x0 + 1i*a0*z(n)/(k*x0^2)).*...
            exp(a0*(X0 - xm(n)/x0) - 1i*z(n)^3/(12*k^3*x0^6) + ...
            1i*a0^2*z(n)/(2*k*x0^2) + 1i*z(n)*X0/(2*k*x0^2)).*...
            airy(Y0 - ym(n)/y0 + 1i*b0*z(n)/(k*y0^2)).*...
            exp(b0*(Y0 - ym(n)/y0) - 1i*z(n)^3/(12*k^3*y0^6) + ...
            1i*b0^2*z(n)/(2*k*y0^2) + 1i*z(n)*Y0/(2*k*y0^2));
    end
end
```

■ “airy_beamH.m”

```
function [u,X,Y] = airy_beamH(Nx,Ny,a0,b0,Npx,Npy)
% airy_beam calcula haces airy en z = 0
%
% Nx = Nx-th raiz de la funcion Airy (a lo largo del eje x)
% Ny = Ny-th raiz de la funcion Airy (support along y-axis)
% a0 = parametro a0 (a0 < 1) en la direccion x
% b0 = parametro b0 (b0 < 1) en la direccion y
% Npx = Numero pixeles en la direccion x
% Npy = Numero de pixeles en la direccion y
% pix = distancia entre pixel
% lam = longitud de onda
% z = vector de distancias z
%
```

```
N = max(Nx,Ny);
aiz = abs(airyZeros(N));
x0 = 1/aiz(Nx);
y0 = 1/aiz(Ny);
```

```
x = linspace(-1,5*x0,Npx);
y = linspace(-1,5*y0,Npy);
[X,Y] = meshgrid(x,y);
X0 = X/x0;
Y0 = Y/y0;
% X0 in [-aiz(Nx) 5] using Npx pixels and
% Y0 in [-aiz(Ny) 5] using Npy pixels
u = airy(X0).*exp(a0*X0).*airy(Y0).*exp(b0*Y0);
```

■ “airyZeros.m”

```
function a = airyZeros(N)
%AIRYZEROS Calcula los primeros N ceros de la funcion Airy
%
% Example
% >> airyZeros(3)
% ans =
% -2.3381 -4.0880 -5.5206
%
a = zeros(1,N);
```

APÉNDICE A. CÓDIGO DEL PROGRAMA

A.3. FUNCIONES ADICIONALES

```
for n = 1:N
    switch n
        case 1
            x = -2.3381;
        case 2
            x = -4.08795;
        case 3
            x = -5.52056;
        case 4
            x = -6.7867144;
        case 5
            x = -7.94413;
        case 6
            x = -9.02265;
        otherwise
            x = -(3*pi/2 * (n-0.25))^(2/3);
    end

    a(n) = real(fsolve(@airy, x, optimset('display','none')));

end

end

■ "BeamPropa.m"

function g1 = BeamPropa(g,x,y,u,v,x1,y1,z,lam,Npx,Npy,pix)

uu = linspace(u(1),u(2),1024);
vv = linspace(v(1),v(2),1024);
[u1,v1] = meshgrid(uu,vv);
G1 = FT2D(g,x,y,u,v,1024,1024).*...
    exp(-16i*pi*lam*z*(u1.^2/Npx^2 + v1.^2/Npy^2)/pix^2)*exp(1i*2*pi*z/lam);

g1 = IFT2D(G1,x1,y1,u,v,512,512);

■ "FT2D.m"

function F = FT2D(f,x01,y01,u01,v01,Res_u,Res_v)
% FT2D calcula la transformada de Fourier de f(x,y)
% para x01(1) <= x < x01(2) y y01(1) <= y < y01(2)
%
% u01 es un vector de tamaño 2, donde el primer y segundo valor indican
% punto de partida y el punto final de la frecuencia v, respectivamente
%
% v01 es un vector de tamaño 2, donde el primer y segundo valor indican
% punto de partida y el punto final de la frecuencia v, respectivamente
%
% Res_u resolucion en u
%
% Res_v resolucion en v
%
%
u = (0:Res_u-1)*diff(u01)/Res_u + u01(1);
v = (0:Res_v-1)*diff(v01)/Res_v + v01(1);

tamf = size(f);
dx = diff(x01)/tamf(1);
dy = diff(y01)/tamf(2);

x = (0:tamf(1)-1)*dx + x01(1);
y = (0:tamf(2)-1)*dy + y01(1);

F = exp(-2i*pi*u'*x)*f*exp(-2i*pi*y'*v)*dx*dy;
```

APÉNDICE A. CÓDIGO DEL PROGRAMA

A.3. FUNCIONES ADICIONALES

- “circ.m”

```
function c = circ(Lx,Ly,cx,cy,R)

x = 1:Lx;
y = 1:Ly;

c = sqrt((x*ones(1,Ly) - cx).^2 + (ones(Lx,1)*y - cy).^2) <= R;
```

- “IFT2D.m”

```
function f = IFT2D(F,x01,y01,u01,v01,Res_x,Res_y)
% IFT2D calcula la transformada de Fourier de F(u,v)
% para u01(1) <= u < u01(2) y v01(1) <= v < v01(2)
%
% x01 es un vector de tamaño 2, donde el primer y segundo valor indican
% punto de partida y el punto final de la frecuencia v, respectivamente
%
% y01 es un vector de tamaño 2, donde el primer y segundo valor indican
% punto de partida y el punto final de la frecuencia v, respectivamente
%
% Res_u resolucion en u
%
% Res_v resolucion en v
%
%
%

x = (0:Res_x-1)*diff(x01)/Res_x + x01(1);
y = (0:Res_y-1)*diff(y01)/Res_y + y01(1);

tamF = size(F);
du = diff(u01)/tamF(1);
dv = diff(v01)/tamF(2);

u = (0:tamF(1)-1)*du + u01(1);
v = (0:tamF(2)-1)*dv + v01(1);

f = exp(2i*pi*x'*u)*F*exp(2i*pi*v'*y)*du*dv;
```


Bibliografía

- [1] M. Abramowitz and I. A. Stegun. *Handbook of mathematical functions*. Dover, 1972.
- [2] M. V. Berry and N. L. Balazs. Nonspreading wave packets. *Am. J. Phys.*, 47:264–267, 1979.
- [3] J. Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams. i. the scalar theory. *J. Opt. Soc. Am. A*, 4:651–654, 1987.
- [4] A. Dogariu G. A. Siviloglou, J. Broky and D. N. Christodoulides. Observation of accelerating airy beams. *Phys. Rev. Lett.*, 99:213901, 2007.
- [5] Dennis Gabor. A new microscopic principle. *Nature*, 18:777–778, 1948.
- [6] J. W. Goodman. *Introduction to Fourier Optics*. Roberts & Company, Publishers, third edition, 2005.
- [7] Eugene HETCH. *Óptica*. Addison Wesley, 2000.
- [8] K Dholakia J Arlt. Generation of high-order bessel beams by use of an axicon. *Elsevier*.
- [9] M. Mazilu J. Baumgartl and K. Dholakia. *Nat. Photon.*, 2:675, 2008.
- [10] M. Mazilu J. Baumgartl and K. Dholakia. Optically mediated particle clearing using airy wavepackets. *Nature Photonics*, 2:675–678, 2008.
- [11] M. D. Iturbe-Castillo J. C. Gutiérrez-Vega and S. Chávez-Cerda. Alternative formulation for invariant optical fields: Mathieu beams. *Otp. Lett*, 25:1493, 2000.
- [12] J.H. Eberly J. Durnin, J.J. Miceli Jr. Diffraction-free beams. *Phys. Rev. Lett.*, 58 (15):1499–1501, 1987.
- [13] Aristide Dogariu John Broky, Georgios A. Siviloglou and Demetrios N. Christodoulides. Self-healing properties of optical airy beams. *OPTICS EXPRESS*, 16:12880, 2008.
- [14] J. C Gutiérrez-Vega M. A. Banders and S. Chávez-Cerda. Parabolic nondiffracting optical wave fields. *Opt Lett.*, 29:44, 2004.
- [15] Dolev I. Porat, G., O. Barlev, and A. Arie. Airy beam laser. *Opt. Lett.*, 36:4119–4121, 2011.
- [16] A. Salandrino and D. N. Christodoulides. Airy plasmon: a nondiffracting surface wave. *Opt. Lett.*, 35:2082–2084, 2010.
- [17] B.E.A. Saleh and M.C. Teich. *Fundamentals of Photonics*. John Wiley and Sons, 1991.
- [18] G. A. Siviloglou and D. N. Christodoulides. Accelerating finite energy airy beams. *Opt. Lett.*, 32:979, 2007.
- [19] M. G. Mendéz Vázquez. Implementación de transmitancias complejas con un modulador de amplitud electro-óptico. Master’s thesis, INAOE, 2007.

- [20] Guadalupe Méndez Victor Arrizón and David Sánchez de La-Llave. Accurate encoding of arbitrary complex fields with amplitude-only liquid crystal spatial light modulators. *Opt. Express*, 13:7913–7927, 2005.
- [21] Yariv and Yeh. *Optical Waves in Crystals*. Wiley Classics Library, 2003.