



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

Generación de vórtices ópticos por medio del modulador
espacial de luz de cristal líquido PLUTO-VIS y su aplicación
en pinzas ópticas.

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Joaquín García García

asesorado por

Dr. Andrey S. Ostrovsky

Puebla Pue.
Enero de 2014



Benemérita Universidad Autónoma de Puebla

Facultad de Ciencias Fisico-Matemáticas

Generación de vórtices ópticos por medio del modulador espacial de luz de cristal líquido PLUTO-VIS y su aplicación en pinzas ópticas.

Tesis presentada al

Colegio de Física

como requisito parcial para la obtención del grado de

Licenciado en Física

por

Joaquín García García

asesorado por

Dr. Andrey S. Ostrovsky

Puebla Pue.
Enero de 2014

Título: Generación de vórtices ópticos por medio del modulador espacial de luz de cristal líquido PLUTO-VIS y su aplicación en pinzas ópticas.

Estudiante: JOAQUÍN GARCÍA GARCÍA

COMITÉ

Dr. Maximino Luis Arroyo Carrasco
Presidente

Dr. Rosario Pastrana Sánchez
Secretario

Dr. Carlos Robledo Sánchez
Vocal

Dr. Andrey S. Ostrovsky
Asesor

Índice general

Resumen	III
Introducción	v
1. Fenomenología de pinzas ópticas	1
1.1. Historia y desarrollo del atrapamiento óptico	1
1.2. Momento y presión de radiación	2
1.3. Modelo físico-matemático del atrapamiento óptico	4
1.4. Configuración de las pinzas ópticas	7
1.5. Conclusiones	9
2. Moduladores espaciales de luz de cristal líquido (MEL-CL)	11
2.1. Cristales líquidos	11
2.2. Modelo físico-matemático del MEL-CL	12
2.3. Casos particulares del MEL-CL	15
2.4. Metodología de caracterización del MEL-CL	17
2.5. Experimentos y resultados	22
2.6. Conclusiones	27
3. Generación de vórtices ópticos	29
3.1. Descripción	29
3.2. Métodos de generación de vórtices	31
3.3. Generación del vórtice perfecto por medio del MEL-CL PLUTO VIS	34
3.4. Señal de control	38
3.5. Experimentos y resultados	40
3.6. Conclusiones	46
4. Conclusiones generales	49
A. Participaciones en congresos	51

Resumen

En esta tesis se plantea la obtención de vórtices ópticos y su aplicación como pinzas ópticas por medio de la técnica del vórtice perfecto empleando al modulador espacial de luz de cristal líquido (MEL-CL) modelo PLUTO-VIS.

Introducción

Un vórtice óptico es un haz de luz con un frente de onda helicoidal, caracterizado por una distribución de intensidad en forma de anillos con una singularidad de fase y por tanto, cero amplitud de campo en el centro [1]. En un vórtice óptico la fase está cambiando de acuerdo con la expresión $\exp(i\theta\nu)$, donde θ es el ángulo azimutal en coordenadas polares y ν es un número entero conocido como carga topológica [2, 3], de tal forma que su frente de onda describe una hélice. Los vórtices ópticos tienen una propiedad principal que ha dado lugar a interesantes aplicaciones: poseen momento angular orbital. El momento angular orbital es consecuencia del flujo espiral de la energía electromagnética y es proporcional a la carga topológica; cuando un vórtice interactúa con una partícula dieléctrica provoca que esta gire alrededor de su anillo central [3]. Debido a esta característica, los vórtices ópticos han cobrado gran importancia como pinzas ópticas en la manipulación de objetos en el rango de nanómetros hasta micrómetros con múltiples aplicaciones en la física, la biología y la química [4-6].

Por estas razones, muchos esfuerzos han sido dirigidos a la generación eficiente de esta clase de haces [5-13]. Guo et al. [5, 6] proponen la utilización de máscaras anulares con tamaño óptimo para lograr la eliminación de anillos parásitos; Arrizón et al. [10] desarrollan un método capaz de concentrar la energía máxima del vórtice en un anillo determinado; por su parte, Chen et al [12] utilizan la superposición de haces Bessel para lograr vórtices con gradiente de intensidad plano. Desafortunadamente, en todas estas técnicas se presenta un fuerte acoplamiento entre el radio central del vórtice y su carga topológica, impidiendo la presencia simultánea de precisión y alto poder de captura. Recientemente, Ostrovsky y Rickenstorff [14] reportaron la generación de una nueva clase de vórtice óptico llamado vórtice perfecto caracterizado por una zona central oscura cuyo radio no depende de la carga topológica y que tiene el máximo gradiente del campo en su anillo central. A pesar de todo, todavía está pendiente la optimización de los resultados y su aplicación en un experimento de pinzas ópticas. Por ello, en esta tesis se pretende utilizar y mejorar el método de generación del vórtice perfecto empleando el MEL-CL comercial PLUTO VIS y la realización de experimentos de pinzas ópticas con los vórtices obtenidos.

Capítulo 1

Fenomenología de pinzas ópticas

El presente capítulo inicia con una revisión histórica del desarrollo de las ideas de presión radiativa y atrapamiento óptico, estudiándose a continuación el concepto de momento de la luz por el cual los fotones interactúan con la materia. Posteriormente se explica el modelo físico matemático del atrapamiento óptico y el funcionamiento de las pinzas ópticas.

1.1. Historia y desarrollo del atrapamiento óptico

En el siglo XVII el astrónomo Johannes Kepler sugirió que la cola de los cometas era barrida por la luz del sol por que siempre apuntaba en dirección contraria a él. Aunque esta suposición resultó errónea por que se descubrió que este fenómeno se debe al viento solar que son partículas aceleradas, sienta el primer referente de que la luz puede ejercer una fuerza en la materia.

A finales del siglo XIX James Clerk Maxwell sintetizó todo el conocimiento acumulado sobre electricidad y magnetismo y lo presentó en un elegante conjunto de ecuaciones en las cuales estableció la existencia de ondas electromagnéticas [15]. En su trabajo, Maxwell llegó a la conclusión de que las ondas electromagnéticas ejercían una fuerza o presión de radiación en la dirección normal a la onda y numéricamente igual a la energía contenida por unidad de volumen. Adolfo Bartoli en 1876 llega a las mismas conclusiones a partir de consideraciones térmicas.

Antes de la invención de los láseres se obtuvo mediante experimentos muy elaborados la evidencia de la existencia de la presión radiativa. El físico ruso Piotr Lébedev en 1901 tuvo éxito en su experimento obteniendo un valor que se desvió un 20 % de las predicciones hechas por Maxwell. Este resultado es similar al obtenido por Nichols and Hull en 1903 empleando el llamado radiómetro de Nichols.

Con la llegada del siglo XX la naturaleza corpuscular de la luz fue evidenciada por Plank y Einstein, añadiendo nuevos conocimientos sobre la luz y su interacción con la materia. De esta forma, se estableció que la luz se compone por partículas llamadas fotones, los cuales aunque no poseen masa en reposo tienen energía y momento cuantizados [16].

El atrapamiento óptico no pudo ser verificado sino hasta 1970 debido a que este fenómeno origina fuerzas extremadamente pequeñas del orden de pN . Gracias a la creación de los láseres en 1960, los investigadores tuvieron a su disposición fuentes que podían ser enfocadas en haces muy delgados y potentes, adecuados para realizar los experimentos.

Fue así como Arthur Ashkin, un científico de los laboratorios Bell fue capaz de desplazar [17] y levitar [18] partículas dieléctricas por medio de un arreglo de haces encontrados en 1970. Este hecho marca el inicio del atrapamiento óptico y el desarrollo de las pinzas ópticas que utilizan el gradiente de un solo haz altamente enfocado. Con ayuda de las pinzas ópticas, un colaborador de Ashkin, Steven Chu en 1986 pudo frenar átomos y enfriarlos a fracciones de Kelvin ganando el premio Nobel de Física en 1997.

Actualmente, las pinzas ópticas pueden atrapar objetos desde 5nm hasta 10 micrómetros de tamaño [23, 24, 25] aplicando fuerzas de hasta 100 pN [26] cuyo rango resulta ideal para emplearlo en el estudio de propiedades físicas de sistemas biológicos como células y moléculas. Debido a sus características las pinzas ópticas resultan una herramienta menos invasiva y manejable que la micro pipeta, la manipulación mediante micro agujas y la microscopía de fuerza atómica.

1.2. Momento y presión de radiación

Como cualquier otra partícula el fotón posee un determinado momento. Tomando la idea de un fotón como un paquete de energía localizado, habrá que considerarlo como una partícula de energía $\xi = h\nu$ y momento p ; con propiedades muy especiales. Consideraremos la ecuación para la energía relativista total de una partícula en términos de su masa en reposo m_0 y su velocidad v [16]:

$$\xi = m_0 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}. \quad (1.1)$$

Puesto que la velocidad de un fotón es igual a c y su contenido energético $\xi = \nu h$ es finito, resulta evidente que la masa en reposo de un fotón deberá ser cero. Por lo tanto, se puede considerar al fotón como una partícula de masa en reposo cero y energía total relativista ξ la cual es por completo energía cinética. El momento de un fotón se puede evaluar de la relación general entre la energía relativista total ξ , el momento p y la masa en reposo m_0 como:

$$\xi^2 = c^2 p^2 + (m_0 c^2)^2; \quad (1.2)$$

para un fotón, el segundo sumando es igual a cero y entonces se tiene:

$$p = \xi/c = h\nu/c, \quad (1.3)$$

$$p = h/\lambda = \bar{h}k, \quad (1.4)$$

donde $\bar{h} = h/2\pi$ es conocida como la constante reducida de Planck y k es el vector de onda de módulo $k = 2\pi/\lambda$. La ecuación 1.4 se conoce como momento lineal y está presente en todos los fotones; cuando una partícula dieléctrica colisiona con un fotón sufre un cambio en su posición y velocidad de signo contrario al momento del fotón con el que chocó.

Por su parte, la teoría ondulatoria de Maxwell para la radiación electromagnética establece que la densidad de energía debida al campo \vec{E} es

$$u_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2, \quad (1.5)$$

mientras que para el campo \vec{B} vale

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2. \quad (1.6)$$

Definiendo a la presión radiativa P , como la densidad total de energía transportada por la onda electromagnética se tiene la expresión

$$P = u_E + u_B = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2; \quad (1.7)$$

la cual alternativamente, se puede expresar en términos de la magnitud vector de Poynting $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{B}$ como

$$P(t) = \frac{S(t)}{c} \quad (1.8)$$

Como los campos \vec{E} y \vec{B} cambian rápidamente, $S(t)$ también lo hace, entonces por razones prácticas nos ocupamos de la presión media :

$$\langle P(t) \rangle_T = \frac{\langle S(t) \rangle_T}{c} = \frac{I}{c}, \quad (1.9)$$

donde I es la intensidad del haz y $\langle \cdot \rangle$ denota el promedio estadístico.

La fuerza ejercida por un rayo en una superficie absorbente de área A expresada en newton por metro cuadrado es:

$$AP = \frac{\Delta p}{\Delta t}. \quad (1.10)$$

Si p_v es momento por unidad de volumen de la radiación, entonces una cantidad de momento $\Delta p = p_v(c\Delta t A)$ es transportada hacia la superficie durante cada intervalo de tiempo Δt y la expresión (1.10) puede escribirse alternativamente como:

$$AP = \frac{p_v(c\Delta t A)}{\Delta t} = A \frac{S(t)}{c}; \quad (1.11)$$

por lo tanto, la densidad de volumen del momento electromagnético es:

$$p_v = \frac{S}{c^2}. \quad (1.12)$$

Si la superficie resulta ser perfectamente reflectora, el rayo incidente con velocidad $+c$, saldrá reflejado con una velocidad $-c$. Esto equivale a dos veces el cambio de momento que ocurre en la absorción, y por tanto:

$$\langle P(t) \rangle_T = 2 \frac{\langle S(t) \rangle_T}{c}; \quad (1.13)$$

y el momento de un fotón resulta

$$p = \frac{\langle S(t) \rangle_T}{c} = \frac{\xi}{c}, \quad (1.14)$$

como ya se había demostrado en (1.3).

Además de esta clase de momento conocido como momento lineal, se han descubierto otras 2 clases de momento [28] en la luz conocidos como momento angular de espín y momento orbital angular que son explicados a continuación.

Momento angular de spin (SAM) Los fotones además de llevar un momento lineal equivalente a $\hbar k$ poseen, si se encuentran polarizados circularmente, un momento angular de spín (SAM) $\pm \hbar$ dependiendo si la polarización es circular derecha o izquierda. En la mecánica clásica, la relación entre el momento lineal y el angular está dada por: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ donde \vec{r} es la posición de la partícula desde el origen, $\vec{p} = m\vec{v}$ es su momento lineal y \times es el producto cruz. A diferencia del momento angular clásico, el momento de espín angular es paralelo a la dirección de propagación z . En el caso de polarización circular, la componente axial es consecuencia del gradiente de intensidad que ocurre debido a la finitud tanto en la extensión de los frentes de onda como las aberturas de los sistemas ópticos. La transferencia de momento SAM ocurre cuando el estado de polarización de la luz entrante cambia al pasar por un medio activo (birrefringente), siendo su magnitud máxima cuando pasa de circular a lineal. De esta forma, las partículas bajo influencia del SAM giran sobre su propio eje.

Momento angular orbital (OAM) Cuando los haces de luz presentan una fase azimutalmente dependiente tienen un momento orbital angular (OAM), que es completamente distinto del SAM y puede ser varias veces mayor que este. El caso más sencillo de un haz de luz con OAM es uno con fase en el plano transversal $\phi(r, \phi) = \exp(il\phi)$ donde l se conoce como carga topológica. Estos haces poseen frentes de onda helicoidales con un número de hélices entrelazadas

dependiente de la magnitud y signo de l . Para el radio r , la inclinación del frente de fase y por tanto la del vector de Poynting con respecto del eje del haz es simplemente $l\lambda/2\pi r$. Esto a su vez, establece la componente azimutal del momento lineal de la luz como $\hbar k_0 l/2\pi r$ por fotón, el cual, cuando se multiplica por el vector radio, da un momento angular $l\hbar$ por fotón que se encuentra también cuantizado en unidades de \hbar . En este caso las partículas sienten una fuerza que las hace girar alrededor de la distribución de intensidad transversal del haz que comúnmente tiene forma de anillo.

1.3. Modelo físico-matemático del atrapamiento óptico

Una pinza óptica se forma por medio de un haz de luz altamente enfocado obtenido a la salida de un lente objetivo con gran apertura numérica. Cuando una partícula dieléctrica se acerca al foco formado por el haz experimenta una fuerza debida a la transferencia de momento de los fotones con los que choca. La fuerza total se divide en dos componentes conocidas como fuerza de dispersión y fuerza de gradiente.

La fuerza de dispersión va en sentido de la propagación del haz y tiende a empujar a la partícula fuera y lejos del foco siendo la fuerza dominante en la mayoría de los casos. Sin embargo, cuando la intensidad transversal del haz no es homogénea se presenta a otra fuerza conocida como fuerza gradiente que tiende a atraer a la partícula hacia la zona con mayor intensidad un poco más abajo de la región focal [29]. A fin de que exista atrapamiento óptico, la fuerza de gradiente debe ser superior a la fuerza de dispersión. En dicha condición el sistema formado por la pinza óptica y la partícula se comporta como un resorte de Hooke para pequeños desplazamientos.

El tratamiento teórico para una pinza óptica suele dividirse en dos casos dependiendo del tamaño del objeto que se pretende atrapar: el régimen de MIE para cuando el objeto es mucho mayor que la longitud de onda empleada y el régimen de Rayleigh cuando el objeto es mucho menor que λ [29, 30, 31].

Régimen de óptica de rayos:

El atrapamiento óptico puede entenderse cualitativamente en términos de óptica de rayos cuando el tamaño de la partícula es mayor comparado con la longitud de onda de la luz [31].

Consideremos una partícula transparente esférica con índice n_{part} en un campo de luz con una distribución de intensidad inhomogénea en un plano transversal al eje óptico (Figura 1.1). El haz incidente puede descomponerse en dos rayos individuales con intensidades diferentes cada uno asociado con un flujo de momento lineal $p = n_{med}P/c$, (P : potencia del rayo), viajando en línea recta en un medio no dispersivo con índice de refracción n_{med} .

La partícula esférica actúa como una lente positiva que modifica el grado de divergencia o convergencia del campo. Después que la luz viaja a través de la partícula, su momento cambia en dirección y magnitud originando una respuesta de la misma magnitud pero dirección contraria en el objeto .En la Figura 1.1 a),b) se muestra que la partícula tiende a ir hacia la región de mayor intensidad del haz, sin embargo solo el segundo caso es estable considerando que la fuerza de dispersión es despreciable.

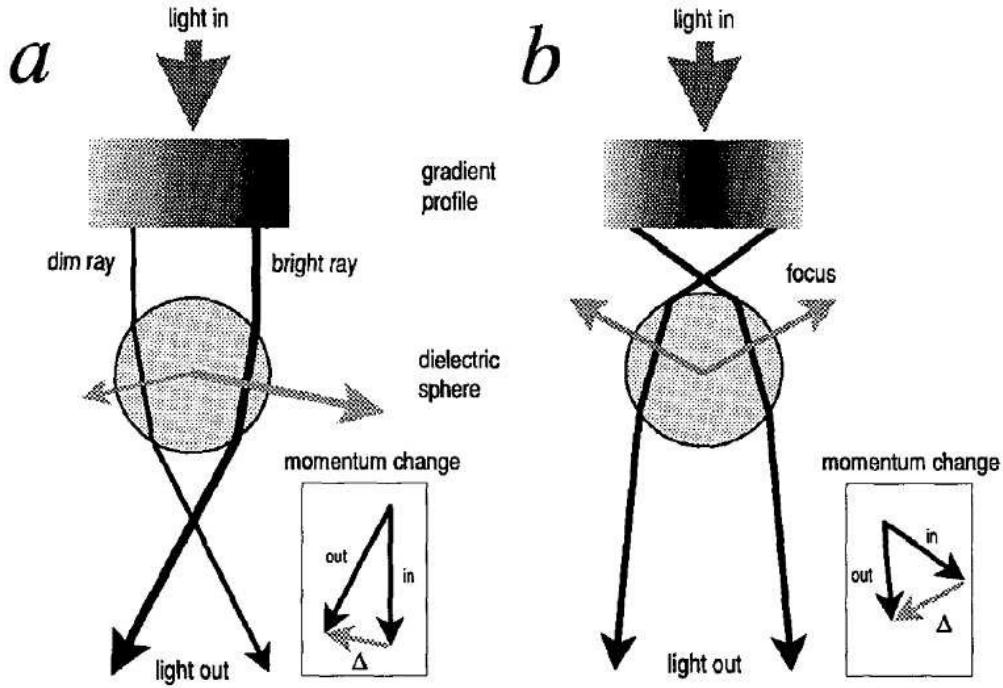


Figura 1.1: Esquema de la fuerza gradiente en el régimen de óptica de rayos para dos haces con distribución de intensidad diferentes

Régimen de Rayleigh

En este régimen las partículas son muy pequeñas comparadas con la longitud de onda y son tratadas como dipolos puntuales. Es bien conocido que una esfera de radio r en un campo eléctrico homogéneo \vec{E} se polarizará y tendrá un momento dipolar inducido [32] dado por

$$\vec{p}_{dipole} = 4\pi n_{med}^2 \epsilon_0 r^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \vec{E}, \quad (1.15)$$

donde m es la razón entre el índice de refracción de la partícula y el medio ($m = n_{part}/n_{med}$). En dicho régimen una partícula con momento dipolar experimenta una fuerza gradiente [31] dada por:

$$\vec{F}_{grad} = \pi n_{med}^2 \epsilon_0 r^3 \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \nabla |\vec{E}|, \quad (1.16)$$

que es atractiva cuando $m > 1$. Para partículas pequeñas, esta ecuación es válida para un campo eléctrico variante en el tiempo y la fuerza puede reescribirse en términos de la intensidad como

$$\vec{F}_{grad} = \frac{2\pi n_{med} r^3}{c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \nabla \vec{I}. \quad (1.17)$$

Observamos que esta fuerza depende del gradiente de la intensidad, de ahí su nombre. Para un campo estacionario, esta representa la expresión de la fuerza total. En el caso de un campo variante en el tiempo, las oscilaciones de los dipolos pueden considerarse como fuentes radiantes de energía que es absorbida y reemitiida por las partículas. La diferencia vectorial entre la energía removida del campo incidente y la energía reirradiada representa una cantidad asociada de cambio en el flujo de momento y por tanto resulta en una fuerza de esparcimiento [31] de magnitud:

$$F_{scat} = \frac{8\pi n_{med} k^4 r^6}{3c} \left(\frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \langle \vec{S} \rangle \quad (1.18)$$

donde:

$\langle \vec{S} \rangle$: promedio en el tiempo del vector de Poynting

n_m : índice de refracción del medio

k : número de onda

r : radio de la partícula

c : velocidad de la luz en el vacío

Con un aumento en el grado de enfocamiento, la intensidad tridimensional del gradiente aumenta, la fuerza gradiente se vuelve más fuerte que la de esparcimiento; y el atrapamiento en tres dimensiones resulta posible. (Figura 1.2 , Figura 1.3)

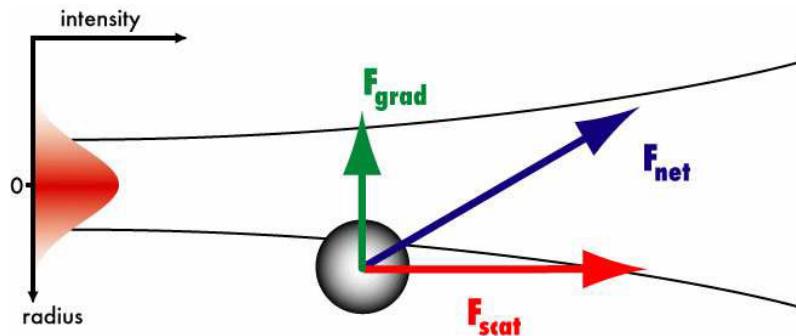


Figura 1.2: Fuerzas gradiente, de esparcimiento y neta en el régimen de Rayleigh para un haz con bajo enfocamiento

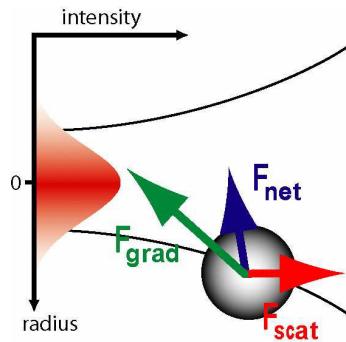


Figura 1.3: Fuerzas ópticas en el régimen de Rayleigh cuando se aumenta el grado de enfocamiento

Por su parte, cuando el tamaño de la partícula es del orden de la longitud de onda empleada, el tratamiento matemático se complica mucho pues son requeridas seis componentes para el campo electromagnético y cada una debe de ser derivada en la superficie de la partícula; a la fecha no ha sido desarrollada por completo su teoría. [29]

1.4. Configuración de las pinzas ópticas

Existen diferentes geometrías para realizar atrapamiento óptico, entre las más comunes destacan la fuente óptica, haces en contrapropagación y gradiente simple (comúnmente conocida como pinza óptica), las cuales son descritas a continuación.

Fuente óptica (**Figura 1.4**).- permite suspender a las partículas en el aire en un punto donde la fuerza óptica de esparcimiento se balancea con la gravitacional. Tienen poco uso práctico y no son precisas.

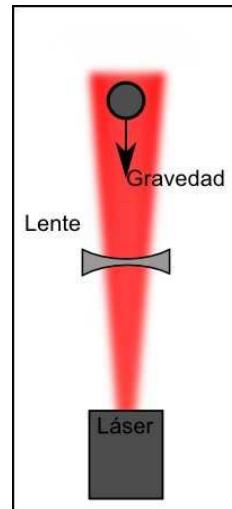


Figura 1.4: Fuente óptica

Haces en contrapropagación (**Figura 1.5**).- produce un punto en el espacio donde las fuerzas de esparcimiento generadas por los haces láser izquierdo y derecho se cancelan. Ambos láseres contribuyen a la estabilidad lateral y se obtiene una trampa tridimensional. Esta pinza provee la más alta estabilidad y precisión pero su construcción es la más complicada y costosa. La pinza de haces encontrados fue el modelo que utilizó Ashkin por primera vez para manipular partículas dieléctricas en 1970.

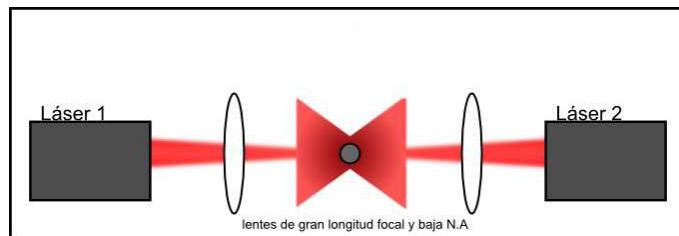


Figura 1.5: Haces en contrapropagación

Trampa gradiente un solo haz (**Figura 1.6**).- conocida también como pinza óptica se constituye por un solo haz enfocado fuertemente por un objetivo de microscopio. El objeto puede ser sostenido y manipulado en las tres dimensiones con mayor facilidad y precisión. La fuerza óptica de restauración en las tres dimensiones es proporcional al desplazamiento y posee una rigidez similar a un resorte. Su fabricación y operación es relativamente sencilla y son las más

usadas en experimentos de manipulación.

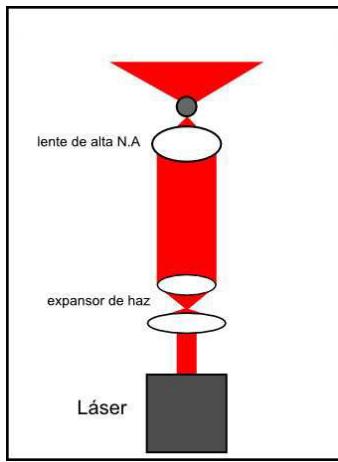


Figura 1.6: Trampa gradiente de un solo haz

Los elementos esenciales de una pinza óptica son el láser atrapador, el expulsor del haz, un objetivo con gran apertura numérica, una cavidad de atrapamiento y algún modo de detectar y observar la posición de la partícula [33, 34]. A continuación se describen las características deseables de algunos de estos elementos.

Láser Debe tener gran estabilidad y poca fluctuación de potencia. La longitud de onda empleada dependerá de las partículas que se deseen atrapar. Para objetos inanimados como esferas de poliestireno, se emplean láseres en el espectro visible. Por otra parte para objetos biológicos como células, es necesario que la absorción de la luz láser sea la menor posible para evitar dañar al espécimen. Las fuentes en infrarrojo (750 y 1000 nm) son usualmente empleadas en este caso pues la absorción de la luz infrarroja es significativamente menor. Además también debe de considerarse el costo del láser empleado.

Objetivo Para tener una trampa óptica estable se requiere que la fuerza de gradiente sea más grande que la fuerza de dispersión. La apertura numérica del objetivo permite que más haces de la periferia sean enfocados y contribuyan al atrapamiento ya que la fuerza de gradiente depende de ellos. El objetivo empleado debe tener una gran apertura numérica, típicamente entre 1.2 y 1.4. También debe tener una buena magnificación $\approx 100X$, ya que además de transmitirse la luz de atrapamiento este suele emplearse para proyectar la imagen proveniente de la muestra para su observación.

Sistema de detección Existen varios métodos para la detección de la posición de las partículas. El método de detección más intuitivo emplea simplemente la imagen de la partícula atrapada; por ejemplo utilizando una cámara CCD o un fotodiodo sensible a la posición. Para observar las partículas atrapadas comúnmente se emplea una luz de observación blanca que es colocada detrás de las muestras la cual puede ser proveída por un condensador o un led. En el caso de emplear una cámara CCD es imprescindible el uso de filtros para reducir la intensidad del haz de atrapamiento a un nivel aceptable. Un espejo dicroico para la longitud de onda del láser empleado sirve como un buen filtro pues refleja la mayor parte de la luz de atrapamiento pero transmite parte de la luz de observación.

Empleando una cámara de vídeo de alta velocidad es posible capturar la imagen de la muestra

en el microscopio y empleando algoritmos de seguimiento es posible determinar la posición de la partícula atrapada. Esta técnica permite medir simultáneamente la posición de varias partículas atrapadas pero requiere una gran capacidad de memoria y cálculo computacional.

Por su parte, en la técnica de interferometría diferencial el haz láser de atrapamiento se divide en dos componentes con estados de polarización ortogonales empleando un prisma de Wollaston. Los haces se recombinan usando otro prisma de Wollaston después de pasar por la muestra y se mide la elipticidad de la luz obtenida. Una partícula atrapada retrasa una de las componentes de polarización más que la otra originando luz elípticamente polarizada. Este sistema posee varias ventajas; da una resolución muy alta y bajo ruido. Sin embargo se encuentra limitado a medir en una dimensión solamente.

Los detectores de cuadrante ofrecen muchas ventajas para la detección de posición; estos consisten en cuatro fotodiodos separados, cada uno en forma de cuadrante, que en conjunto forman un círculo. Cuando se emplean en un sistema de formación de imágenes, se proyecta la imagen de la partícula atrapada sobre el detector de la misma manera como en una cámara obteniéndose una señal de la posición respecto al punto de equilibrio de la trampa. Las principales ventajas del empleo del sensor de cuadratura son que la geometría de la partícula no afecta la medida y ésta puede realizarse en tiempo real bajo condiciones de turbulencia o de inhomogeneidad.

1.5. Conclusiones

En este capítulo se discutieron los fundamentos físico matemáticos de las pinzas ópticas para comprender su estructura y funcionamiento. Debido a sus propiedades únicas y ventajas contra otros métodos, las pinzas ópticas han llamado la atención no sólo en área óptica sino también en campos como la biología pues resultan una herramienta de manipulación de objetos pequeños muy interesante. El funcionamiento de las pinzas reside en la transmisión del momento, concepto relativamente sencillo, pero que tiene varios aspectos técnicos a considerar para poder obtener atrapamiento óptico exitoso. Cabe mencionar que los haces empleados en el atrapamiento óptico no se limitan al uso de láseres sino que existen una gran variedad de perfiles que pueden ser diseñados a través de dispositivos como los moduladores espaciales de luz de cristal líquido de los cuales hablaremos a continuación.

Capítulo 2

Moduladores espaciales de luz de cristal líquido (MEL-CL)

En este capítulo abordamos los conceptos del funcionamiento del modulador espacial de luz de cristal líquido MEL-CL el cual es la herramienta empleada en la generación de vórtices ópticos, con los cuales se realizan los experimentos de pinzas ópticas. Primeramente introduciremos la teoría referente a los cristales líquidos, a continuación se presenta la teoría físico-matemática que modela el funcionamiento del MEL-CL y sus tipos principales. Posteriormente se exponen la metodología para la caracterización del MEL-CL con la finalidad de determinar las condiciones de modulación de fase y amplitud del frente de onda. Finalmente se realiza la caracterización experimental del modulador empleado.

2.1. Cristales líquidos

Los cristales líquidos son un tipo especial de sustancias cuyas moléculas tienen forma elipsoidal que poseen orden de orientación (como los cristales) pero carecen de orden de posición (como los líquidos) y es por eso que tienen propiedades físicas tanto de sólidos como de líquidos. Existen tres tipos principales de cristales líquidos de acuerdo con la organización espacial que adquieren sus moléculas: nemáticos, esméticos y colestéricos (Fig. 2.1).

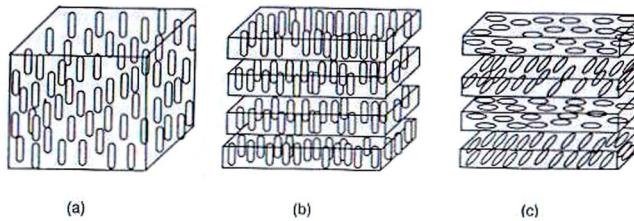


Figura 2.1: Tipos de cristales líquidos a)Nemático, b)Esmético c)Colestérico.

En cristales líquidos nemáticos los ejes largos de las moléculas de cristal líquido tienden a orientarse paralelamente mientras que la posición de sus centros es aleatoria. Los cristales esméticos tienen sus moléculas paralelas, pero sus centros se encuentran agrupados en capas paralelas dentro de las cuales tienen posiciones aleatorias. Finalmente en los cristales colestéricos además de formar capas, las moléculas rotan periódicamente. Particularmente, el tipo de cristal líquido más utilizado en aplicaciones científicas e industriales es el nemático, por lo que de ahora en adelante se

hablará solamente de esta configuración. Debido a su estructura interna, el cristal líquido exhibe comportamiento óptico anisotrópico y posee diferentes índices de refracción para luz polarizada en diferentes direcciones. Desde el punto de vista óptico el cristal líquido puede ser considerado como un cristal uniaxial con índice de refracción ordinario n_o a lo largo de su eje molecular corto e índice de refracción extraordinario n_e paralelo a su eje molecular largo, de tal forma que puede ser caracterizado por el retardo de fase

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} (n_e - n_o), \quad (2.1)$$

donde λ es la longitud de onda y d es el grosor de la sección de cristal líquido. Físicamente, los cristales líquidos son moléculas orgánicas (polímeros) suspendidas en un solvente cuyo tamaño típico oscila entre 20-100 Å de largo por 5-20 Å de ancho.

2.2. Modelo físico-matemático del MEL-CL

Cuando se coloca cristal líquido dentro de un contenedor con paredes de vidrio en sus extremos se forma una celda de cristal líquido, la unidad fundamental del MEL-CL. En una celda de cristal líquido, las paredes de vidrio del contenedor son linealmente pulidas de forma que el eje largo de las moléculas de cristal líquido se alinea paralelamente en esa dirección. Si las paredes de vidrio tienen direcciones de pulido diferentes, entonces las moléculas de cristal líquido dentro de la celda rotan gradualmente hasta alinearse con la otra pared (Fig. 2.2). En el diagrama, la dirección de pulido por donde penetra la luz se conoce como director ϕ_D y la rotación de las moléculas dentro de la celda recibe el nombre de ángulo *twist* ϕ .

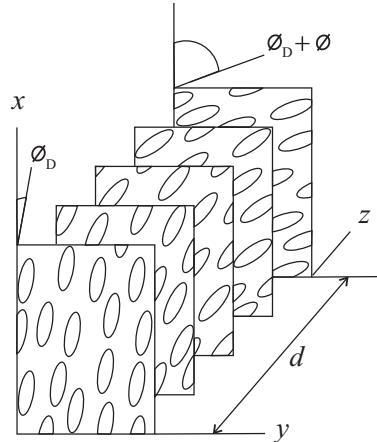


Figura 2.2: Modelo de la celda de cristal líquido con ángulo ϕ y director ϕ_D .

Por medio del formalismo de Jones [35], la matriz de transmisión de la celda de cristal líquido nemático se encuentra como la multiplicación de las transmitancias individuales de N cristales uniaxiales rotados linealmente desde ϕ_D hasta $\phi_D + N\rho$ con $N\rho = \phi$ como

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \prod_{n=0}^N \mathbf{R}(\phi_D + n\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D - n\rho), \quad (2.2)$$

donde el término $n = 0$ aparece al extremo derecho del producto de matrices;

$$\mathbf{W}_0 = \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) \begin{pmatrix} \exp\left(-i\frac{\beta}{N}\right) & 0 \\ 0 & \exp\left(i\frac{\beta}{N}\right) \end{pmatrix}, \quad (2.3)$$

corresponde a la transmitancia del n -ésimo cristal uniaxial en que se ha descompuesto la celda y

$$\mathbf{R}(n\rho) = \begin{pmatrix} \cos(n\rho) & \sin(n\rho) \\ -\sin(n\rho) & \cos(n\rho) \end{pmatrix}, \quad (2.4)$$

es la matriz de rotación del sistema coordenado. Al expandir la expresión (2.2)

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \mathbf{R}(\phi_D + N\rho) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D - N\rho) \mathbf{R}[\phi_D + (N-1)\rho] \mathbf{W}_0 \dots \mathbf{R}(-\phi_D - \rho) \mathbf{R}(\phi_D) \mathbf{W}_0 \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (2.5)$$

y aplicando la propiedad de la matriz de rotación

$$\mathbf{R}(\rho_1) \mathbf{R}(\rho_2) = \mathbf{R}(\rho_1 + \rho_2), \quad (2.6)$$

la matriz \mathbf{J}_{CL} se reescribe como

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \left[\mathbf{W}_0 \mathbf{R} \left(-\frac{\phi}{N} \right) \right]^N \mathbf{R}(-\phi_D). \quad (2.7)$$

Llevando a cabo el producto de matrices dentro de los corchetes cuadrados en la ecuación anterior se obtiene la expresión

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{N} \exp \left(-i \frac{\beta}{N} \right) & -\sin \frac{\phi}{N} \exp \left(-i \frac{\beta}{N} \right) \\ \sin \frac{\phi}{N} \exp \left(i \frac{\beta}{N} \right) & \cos \frac{\phi}{N} \exp \left(i \frac{\beta}{N} \right) \end{pmatrix}^N \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (2.8)$$

la cual puede ser simplificada utilizando la identidad de Chebyshev

$$\begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}^m = \begin{pmatrix} \frac{A \sin mK\Lambda - \sin(m-1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} & B \frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} \\ C \frac{\sin mK\Lambda}{\sin K\Lambda} & \frac{D \sin mK\Lambda - \sin(m-1)K\Lambda}{\sin K\Lambda} \end{pmatrix}, \quad (2.9)$$

donde

$$K\Lambda = \arccos \left[\frac{1}{2}(A + D) \right]. \quad (2.10)$$

Después de aplicar la identidad de Chebyshev y calculando el límite cuando $N \rightarrow \infty$, la Ec. (2.8) tiene la forma

$$\mathbf{J}_{\text{CL}} = \mathbf{R}(\phi_D + \phi) \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \cos \gamma - i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma & -\frac{\phi}{\gamma} \sin \gamma \\ \frac{\phi}{\gamma} \sin \gamma & \cos \gamma + i \frac{\beta}{\gamma} \sin \gamma \end{pmatrix} \mathbf{R}(-\phi_D), \quad (2.11)$$

donde la variable γ queda definida como

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 + \phi^2}. \quad (2.12)$$

La matriz (2.11) describe a un dispositivo polarizante de transmisión. Como estamos empleando un modulador de reflexión la matriz de Jones equivalente [45] para un dispositivo de reflexión está dada por

$$\mathbf{L}_{\text{reflect}} = \mathbf{R} \mathbf{L}^t \mathbf{L} \quad (2.13)$$

Donde \mathbf{L} es la matriz de transmisión de un elemento polarizante de transmisión, \mathbf{L}^t su transpuesta y \mathbf{R} una matriz que nos da el vector de polarización que deja el dispositivo en un sistema coordenado a derechas

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

Las Ecs. (2.1), (2.11) y (2.12) describen a una celda de cristal líquido en su estado de reposo. Sin embargo, cuando se aplica voltaje en dirección normal a las paredes de la celda de cristal líquido el parámetro β deja de ser un valor constante y adquiere la forma

$$\beta(\theta) = \frac{\pi d}{\lambda} [n_e(\theta) - n_o], \quad (2.15)$$

donde θ es el ángulo de inclinación de las moléculas de cristal líquido en respuesta al campo eléctrico, paralelo al eje óptico. Para diferencias entre los índices de refracción $n_e - n_o \ll 1$ (como suele ser el caso), la relación entre el índice de refracción extraordinario y la inclinación molecular se escribe como

$$n_e(\theta) \approx (n_e - n_o) \cos^2 \theta + n_o. \quad (2.16)$$

A su vez, la dependencia entre el voltaje aplicado y la inclinación molecular se da por la fórmula empírica

$$\theta(V_{\text{rms}}) = \begin{cases} 0 & V_{\text{rms}} \leq V_c \\ \frac{\pi}{2} - 2 \arctan \left\{ \exp \left[- \left(\frac{V_{\text{rms}} - V_c}{V_o} \right) \right] \right\} & V_{\text{rms}} > V_c \end{cases}, \quad (2.17)$$

donde V_{rms} es el voltaje efectivo, V_c es el voltaje de umbral y V_o es el voltaje de saturación. La ecuación anterior se conoce como transición de Fréedericksz [36]. A fin de conocer la relación del retardo de fase respecto al voltaje se grafica la función normalizada $\beta(\theta)/\beta$ la cual se muestra en la figura 2.3. La gráfica indica que el retardo de fase es una función aproximadamente inversa del voltaje.

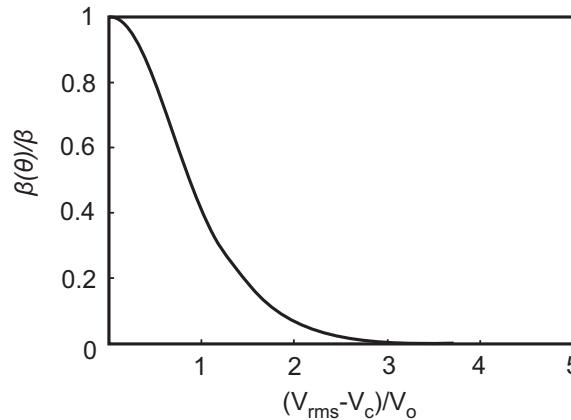


Figura 2.3: Dependencia del retardo de fase contra el voltaje de la celda de cristal líquido nemático.

Típicamente, el voltaje aplicado a la celda oscila entre 5 y 10 volts AC para evitar daño permanente al material y el tiempo de respuesta de las moléculas de cristal líquido es aproximadamente 20-40 ms. Finalmente, es posible definir a un MEL-CL como un dispositivo electro-óptico compuesto por un número muy grande de celdas de cristal líquido (pixeles) cuyo retardo de fase se controla individualmente por medio de señales eléctricas aplicadas a través de electrodos transparentes. De esta forma, el modelo matemático del MEL-CL es el mismo que (2.11) y (2.12) con la única diferencia que el parámetro β se transforma en la función espacial $\beta(\mathbf{x})$.

2.3. Casos particulares del MEL-CL

A continuación se consideran dos casos particulares importantes de los MEL-CL. En primer lugar, cuando las direcciones de pulido en las paredes de la celda son paralelas $\phi = 0^\circ$ y el ángulo director está alineado con el eje x , en la matriz (2.11) toma la forma

$$\mathbf{J}_0 = \begin{pmatrix} \exp(-i2\beta) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (2.18)$$

y este dispositivo se conoce como MEL-CL 0° -twist el cual es del tipo usado en la presente tesis. En la expresión anterior el elemento j_{xx} de la matriz \mathbf{J}_0 describe modulación pura de fase y por tanto dicho modulador resulta ideal para la generación de vórtices ópticos sin pérdidas de energía. Por esta misma causa los MEL-CL 0° -twist tienen poca aplicación comercial y su producción resulta costosa. Como se está empleando un modulador de reflexión se debe emplear la matriz (2.13) para tener la expresión correcta, al usar (2.13) obtenemos una matriz similar a (2.11) con un cambio en el sentido de la luz modulada, se dobla la modulación de fase β y hay una inversión de 180° en la polarización de la luz modulada.

Por su parte, cuando las direcciones de pulido dentro de las paredes de la celda son ortogonales $\phi = 90^\circ$ y el ángulo director de nuevo está alineado con el eje x la matriz (2.11) se transforma en

$$\mathbf{J}_{90} = \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} \frac{\pi}{2\gamma} \sin(\gamma) & -\cos(\gamma) - i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) \\ \cos(\gamma) - i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) & \frac{\pi}{2\gamma} \sin(\gamma) \end{pmatrix}, \quad (2.19)$$

donde

$$\gamma = \sqrt{\beta^2 + (\pi/2)^2}. \quad (2.20)$$

Como se puede ver en la Ec. (2.19), esta vez el elemento general j_{ij} de la matriz \mathbf{J}_{90} resulta inadecuado para generar vórtices ópticos sin pérdidas de energía. No obstante, colocando al MEL-CL 90° -twist entre dos polarizadores con ángulos de transmisión Ψ_1 y Ψ_2 respecto al eje x , se puede conseguir modulación solo de fase (Fig. 2.4).

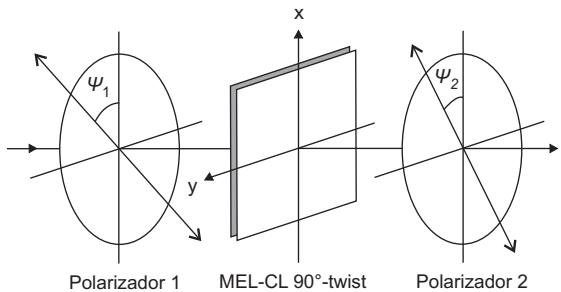


Figura 2.4: Celda de cristal líquido 90° -twist entre dos polarizadores.

La matriz de Jones para el sistema de la figura 2.4 se encuentra por medio de la expresión

$$\mathbf{T} = \mathbf{J}_P(\Psi_2) \mathbf{J}_{90} \mathbf{J}_P(\Psi_1), \quad (2.21)$$

donde \mathbf{J}_{90} está dada en la Ec. (2.19) y

$$\mathbf{J}_P(\Psi) = \begin{pmatrix} \cos^2(\Psi) & \cos(\Psi) \sin(\Psi) \\ \cos(\Psi) \sin(\Psi) & \sin^2(\Psi) \end{pmatrix}, \quad (2.22)$$

es la matriz de Jones del polarizador. En particular, Saleh y Lu [37] calcularon (2.21) para el caso $\Psi_1 = 0^\circ$ y $\Psi_2 = 90^\circ$ y de esta forma obtienen la matriz

$$\mathbf{T} = \exp(-i\beta) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \cos(\gamma) - i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.23)$$

la cual se compone por un solo elemento diferente de cero caracterizado por la función de transmisión

$$t_{yx} = \exp(-i\beta) \left[\cos(\gamma) - i\frac{\beta}{\gamma} \sin(\gamma) \right]. \quad (2.24)$$

La ecuación anterior es una cantidad compleja que puede ser reescrita en la forma exponencial, al hacer esto la función (2.24) tiene el módulo

$$|t_{yx}| = \left[1 - \left(\frac{\pi}{2\gamma} \right)^2 \sin^2(\gamma) \right]^{1/2}, \quad (2.25)$$

y el argumento

$$\arg(t_{yx}) = \beta + \arctan \left[\frac{\beta}{\gamma} \tan(\gamma) \right]; \quad (2.26)$$

tomando en cuenta la definición (2.20), las curvas dadas por las Ecs. (2.25) y (2.26) como función del parámetro β se muestran en la figura 2.5. Por medio de la figura se observa que más allá del valor $\beta_c = \sqrt{3}\pi/2$, la amplitud se vuelve unitaria y la fase crece linealmente con una pendiente $m \approx 2\beta$, alcanzando un cambio de fase 2π en $\beta = 2\beta_c$. Cuando el retardo de fase supera estos valores, la matriz de transmisión (2.23) se transforma en

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ \exp(-i2\beta) & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

y el MEL-CL 90°-twist en medio de polarizadores cruzados realiza modulación de fase; adecuada para generar vórtices ópticos. A diferencia del MEL-CL 0°-twist, el MEL-CL 90°-twist se usa ampliamente en interfaces visuales para desplegar información y por tanto es más accesible económicamente.

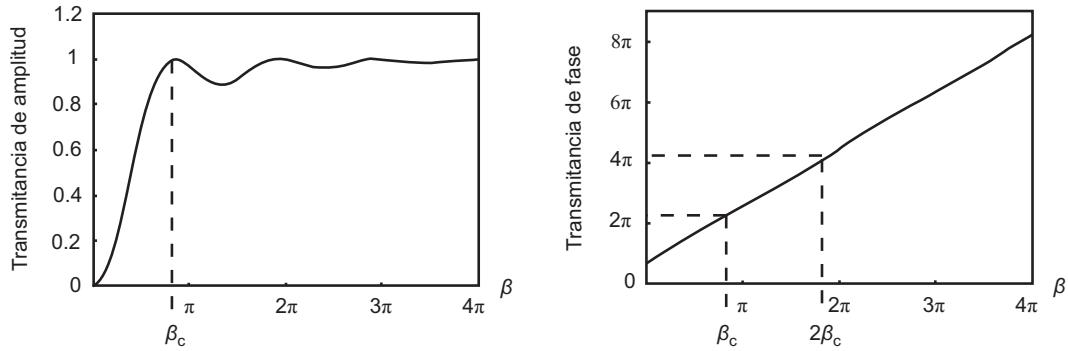


Figura 2.5: Transmitancia compleja del sistema de la Ec. (2.25) como función de β . Izquierdo: amplitud. Derecha: fase.

El modelo (2.27) describe el comportamiento del MEL-CL 90°-twist como modulador puro de fase cuando su retardo de fase cumple $\beta_c \leq \beta < 2\beta_c$ como se muestra en la Fig. 2.5; sin embargo, el

retardo de fase de un espécimen particular de MEL-CL 90°-twist puede resultar menor. De la figura 2.3 el retardo de fase máxima de cualquier MEL-CL ocurre cuando el dispositivo está apagado y está dada por la expresión $\beta_{\max} = \pi d(n_e - n_o)/\lambda$. La opción más sencilla para incrementar β_{\max} consiste en cambiar la longitud de onda de iluminación, por ejemplo utilizando un láser verde en lugar de un láser rojo. Con todo lo demás igual, el cambio en el retardo de fase se evalúa como

$$\frac{\beta_{\text{verde}}}{\beta_{\text{rojo}}} = \frac{633}{532} = 1.18, \quad (2.28)$$

el cual corresponde a una diferencia de 18 %. La segunda opción; cambiar el grosor d del MEL-CL se logra consiguiendo una versión con menor resolución del espécimen que se está utilizando. Yamauchi y Eiju [38] citan que los MEL-CL 90°-twist con alta resolución son muy delgados por que su grosor es aproximadamente igual al tamaño de pixel. Ya que tecnológicamente resulta más sencillo hacer MEL-CL con menor resolución, puede ser atractivo para los fabricantes vender este tipo de dispositivos. Análogamente cuando el grosor del MEL-CL se dobla, el cambio en el retardo de fase es igual a 50 %. Finalmente, la cantidad $\Delta n = (n_e - n_o)$ conocida como birrefringencia caracteriza al tipo de cristal líquido y no puede ser modificada tan fácilmente. Suponiendo el retardo de fase del MEL-CL 90°-twist no cubra el punto $2\beta_c$, se tiene un modulador de fase incompleta. En el caso cuando $\beta_{\max} < \beta_c$, el MEL-CL 90°-twist modula principalmente amplitud y la configuración de polarizadores cruzados no es óptima para ese dispositivo y se tiene que evaluar su desempeño con otras configuraciones Φ_1 , Φ_2 .

2.4. Metodología de caracterización del MEL-CL

La matriz de transmitancia para un MEL-CL esta dada por las ecuaciones (2.11) y (2.12) es una función espacialmente dependiente que puede ser expresada como

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}) = \mathbf{J}_{\text{LC}}(V; \lambda, d, n_0, \phi_D, \phi). \quad (2.29)$$

donde \mathbf{J}_{LC} es la matriz del MEL-CL, V es la señal eléctrica de control; λ es la longitud de onda de iluminación; n_e y d son el índice de refracción extraordinario y el grosor del MEL-CL, respectivamente; ϕ_D es el ángulo director de entrada del MEL-CL y ϕ es el ángulo de torsión entre una pared y otra. Los llamados parámetros del sistema (d, n_0, ϕ_D, ϕ) deben ser conocidos *a priori* a fin de poder predecir el comportamiento del MEL-CL matemáticamente. Desafortunadamente, estos parámetros no son proporcionados por los fabricantes y surge el problema de su determinación experimental. Muchos métodos han sido propuestos para medir los parámetros del sistema de los MEL-CL [41, 42, 43]. Sin embargo, dichos métodos resultan muy complicados y costosos en vista de la ambigüedad introducida por las funciones trigonométricas involucradas [39].

Por otra parte, el modelo matemático (2.11) no toma en cuenta los llamados efectos de borde cuando se aplica voltaje al MEL-CL. Idealmente, cuando el MEL-CL está encendido, el ángulo de torsión no sufre cambios y la inclinación molecular del MEL-CL adquiere un valor constante en todo el intervalo d . No obstante, las distribuciones de $\phi(z)$ y $\theta(z)$ no siguen este patrón y presentan llamados efectos de borde ocasionados por la aplicación de voltaje a la pantalla de cristal líquido. Este fenómeno surge debido a que cerca de las paredes del MEL-CL las moléculas de cristal líquido están fuertemente ancladas por las placas alineadoras. La inclusión de los efectos de frontera en el modelo matemático requiere considerar que las propiedades del MEL-CL varían a lo largo de su anchura d y este proceso no es una tarea trivial [40].

Por lo anterior, se desarrolla una técnica alternativa para la caracterización óptica del MEL-CL que no se basa en medir los parámetros físicos del MEL-CL si no sus parámetros de modulación. Por medio de la técnica propuesta se evita liar con los problemas de ambigüedad y efectos de borde y son determinadas las condiciones donde el MEL-CL realiza modulación en amplitud y modulación de fase de manera sencilla.

2.4. METODOLOGÍA DE CARACTERIZACIÓN DEL MEL-CL

Desde el punto de vista del usuario, la transmitancia compleja $T(x)$ del MEL-CL depende del nivel de gris de la señal de video U_{mod} desplegada en el modulador. En el caso particular del modelo MEL-CL 0°-twist PLUTO-VIS, existen tres parámetros adicionales que afectan la transmisión V_n el voltaje negro y V_b voltaje blanco y γ la curva gamma. De esta forma, se definen los siguientes modos de operación del MEL-CL; modulación sólo en amplitud:

$$I(U_{\text{mod}}, V_n, V_b, \gamma) = K_1 U_{\text{mod}}, \quad (2.30)$$

$$\delta(U_{\text{mod}}, V_n, V_b, \gamma) = \text{cte}, \quad (2.31)$$

y modulación sólo en fase:

$$I(U_{\text{mod}}, V_n, V_b, \gamma) = \text{cte}, \quad (2.32)$$

$$\delta(U_{\text{mod}}, V_n, V_b, \gamma) = K_2 U_{\text{mod}}; \quad (2.33)$$

donde I corresponde a la intensidad del campo y δ su fase. Para medir I y δ se propone el arreglo experimental basado en el interferómetro de Young de la figura 2.6. En dicho arreglo se mide el patrón de interferencia producido por dos haces al incidir el MEL-CL cuando se introduce la señal de video espacial U_{mod} .

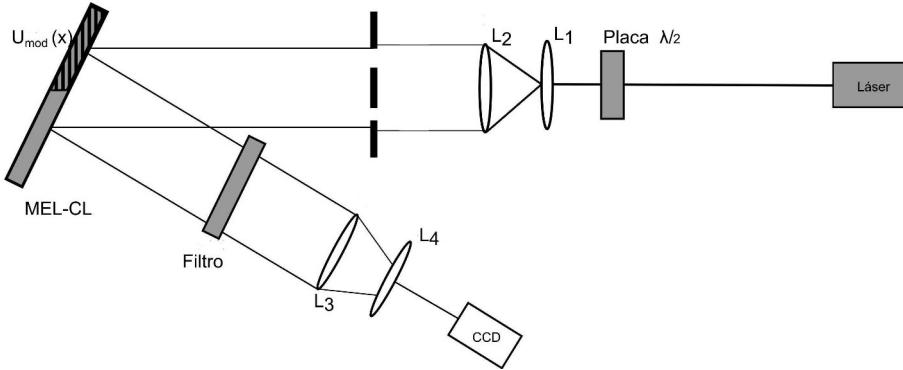


Figura 2.6: Interferómetro de Young.

Si se aplica al MEL-CL la señal de video

$$U_{\text{mod}} = \begin{cases} u_1, & x < 0 \\ u_2, & x > 0 \end{cases}, \quad (2.34)$$

la transmitancia correspondiente en el MEL-CL se escribe como

$$T(x) = \begin{cases} |T(u_1)| \exp [i\delta(u_1)], & x < 0 \\ |T(u_2)| \exp [i\delta(u_2)], & x > 0 \end{cases}, \quad (2.35)$$

y las señales ópticas en el plano x son

$$\begin{aligned} E_1(x) &= E_0 |T(u_1)| \exp [i\delta(u_1)] \exp \left(-i \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha \right) \\ &= E_0 |T(u_1)| \exp \left\{ -i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha - \delta(u_1) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} E_2(x) &= E_0 |T(u_2)| \exp [i\delta(u_2)] \exp \left(i \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha \right) \\ &= E_0 |T(u_2)| \exp \left\{ i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha + \delta(u_2) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (2.37)$$

cuya intensidad está dada por la expresión

$$I(x) = |E_1(x) + E_2(x)|^2 = |E_1(x)|^2 + |E_2(x)|^2 + E_1(x)^* E_2(x) + E_1(x) E_2(x)^*, \quad (2.38)$$

donde el asterisco denota el complejo conjugado. Sustituyendo los valores de las Ecs. (2.36) y (2.37) en la ecuación anterior obtenemos

$$\begin{aligned} I(x) &= E_0^2 |T(u_1)|^2 + E_0^2 |T(u_2)|^2 \\ &\quad + E_0^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \exp \left\{ i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha - \delta(u_1) \right] \right\} \exp \left\{ i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha + \delta(u_2) \right] \right\} \\ &\quad + E_0^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \exp \left\{ -i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha - \delta(u_1) \right] \right\} \exp \left\{ -i \left[\frac{2\pi}{\lambda} x \sin \alpha + \delta(u_2) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.39)$$

y utilizando la identidad de Euler

$$\cos \theta = \frac{\exp(i\theta) + \exp(-i\theta)}{2}, \quad (2.40)$$

es posible reescribir (2.39) como

$$\begin{aligned} I(x) &= E_0^2 |T(u_1)|^2 + E_0^2 |T(u_2)|^2 \\ &\quad + 2E_0^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \cos \left[\frac{4\pi}{\lambda} x \sin \alpha - \delta(u_1) + \delta(u_2) \right]. \end{aligned} \quad (2.41)$$

Aplicando la aproximación paraxial

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{x_0/2}{f}, \quad (2.42)$$

se llega finalmente a

$$\begin{aligned} I(x) &= E_0^2 |T(u_1)|^2 + E_0^2 |T(u_2)|^2 \\ &\quad + 2E_0^2 |T(u_1)| |T(u_2)| \cos \left[\frac{2\pi x_0}{\lambda f} x - \delta(u_1) + \delta(u_2) \right]. \end{aligned} \quad (2.43)$$

La figura 2.7 muestra la curva correspondiente a la Ec. (2.43). El patrón de interferencia tiene periodo $\lambda f / x_0$ y fase $\Delta(u_1, u_2) = \delta(u_1) - \delta(u_2)$ y contiene información acerca de $I(U)$ y $\delta(U)$. Un parámetro importante que caracteriza el patrón de interferencia es la visibilidad de franjas

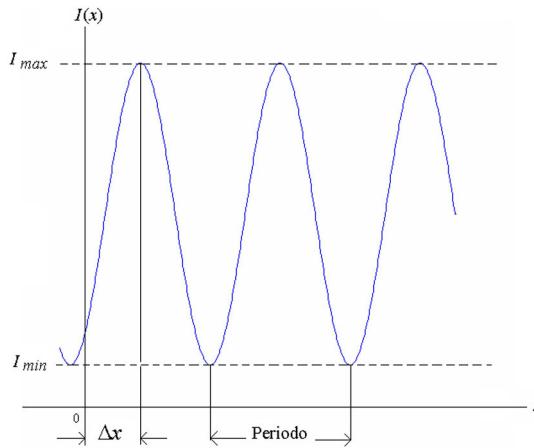


Figura 2.7: Patrón de interferencia de la Ec. (2.43).

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}. \quad (2.44)$$

Sustituyendo los valores máximo y mínimo de (2.41)

$$I_{\max}(x) = I(x)|_{\cos(\cdot)=1} = E_0^2|T(u_1)|^2 + E_0^2|T(u_2)|^2 + 2E_0^2|T(u_1)||T(u_2)|, \quad (2.45)$$

$$I_{\min}(x) = I(x)|_{\cos(\cdot)=-1} = E_0^2|T(u_1)|^2 + E_0^2|T(u_2)|^2 - 2E_0^2|T(u_1)||T(u_2)|, \quad (2.46)$$

la visibilidad puede expresarse como

$$V = 2 \frac{|T(u_1)||T(u_2)|}{|T(u_1)|^2 + |T(u_2)|^2}. \quad (2.47)$$

Al elegir la señal de video medida en niveles de gris

$$\begin{aligned} u_{\max} &= 255, & x < 0 \\ u_{\min} &= 0, & x > 0 \end{aligned}, \quad (2.48)$$

donde el nivel 0 corresponde al negro y el nivel 255 corresponde al blanco, habrá modulación en amplitud cuando se cumpla la condición

$$T(0) \approx 0, \quad T(255) \approx 1, \quad (2.49)$$

con lo que la visibilidad del patrón de interferencia es

$$V = 2 \frac{0 \cdot 1}{0 + 1} = 0. \quad (2.50)$$

Por otro lado según la Ec. (2.30), ocurre modulación de fase cuando la amplitud permanece constante (de preferencia en su valor máximo)

$$T(0) \approx T(255) \approx 1, \quad (2.51)$$

con esto la visibilidad del patrón de interferencia vale

$$V = 2 \frac{1 \cdot 1}{1 + 1} = 1. \quad (2.52)$$

Es decir, se obtiene modulación de amplitud cuando el patrón luce más borroso u homogéneo, mientras la modulación de fase ocurre cuando el contraste de las franjas es máximo. Por medio del grado de visibilidad del patrón de interferencia se miden las curvas de modulación en amplitud y modulación de fase de la señal de video U_{mod} . Para ello una de las señales de video (2.34) enviada al MEL-CL es fijada a negro "0" mientras que la otra señal se hace variar en el rango 255-0.

Para medir la modulación en amplitud, la curva de la intensidad con respecto al nivel de gris se obtiene a partir de la intensidad máxima del patrón de interferencia

$$\begin{aligned} I_{\max}(x) &= I(x)|_{\cos(\cdot)=1} = E_0^2|T(u_1)|^2 + E_0^2|T(u_2)|^2 + 2E_0^2|T(u_1)||T(u_2)| \\ &= E_0^2 [|T(u_1)| + |T(u_2)|]^2, \end{aligned} \quad (2.53)$$

al fijar $|T(u_1)| \approx 0$, entonces

$$I_{\max} = E_0^2|T(u_2)|^2, \quad (2.54)$$

donde E_0 representa el campo de la fuente (láser) con la que se ilumina al MEL-CL. Para medir la modulación de fase, el valor de δ es el argumento del patrón de interferencia cuando la intensidad es máxima

$$\cos \left[\frac{2\pi x_0}{\lambda f} x - \delta(u_1) + \delta(u_2) \right] = 1 \Leftrightarrow \frac{2\pi x_0}{\lambda f} x - \delta(u_1) + \delta(u_2) = 0. \quad (2.55)$$

Si de nuevo se fija $|T(u_1)| \approx 0$, se obtiene

$$\delta(u_2) = \frac{2\pi x_0}{\lambda f} x, \quad (2.56)$$

donde

x = desplazamiento longitudinal del patrón de interferencia,

x_0 = separación entre las aberturas de la pantalla donde se originan los haces interferentes,

λ = longitud de onda del láser,

f = distancia focal de la lente.

Las mediciones de intensidad del patrón de interferencia contra el nivel de gris se llevan a cabo con un fotodetector; por su parte la curva de fase contra nivel de gris se determina midiendo el desplazamiento x de las franjas del patrón por medio de una cámara CCD.

El interferómetro descrito en la figura 2.6 no es práctico debido a la dificultad para construir una pantalla con dos aberturas del mismo tamaño y separación, además de que gran parte de la luz de la fuente (aprox. 99 %) es desperdiciada al atravesar por las aberturas. Por lo tanto es necesario hacer una modificación al interferómetro de Young (Fig 2.8).

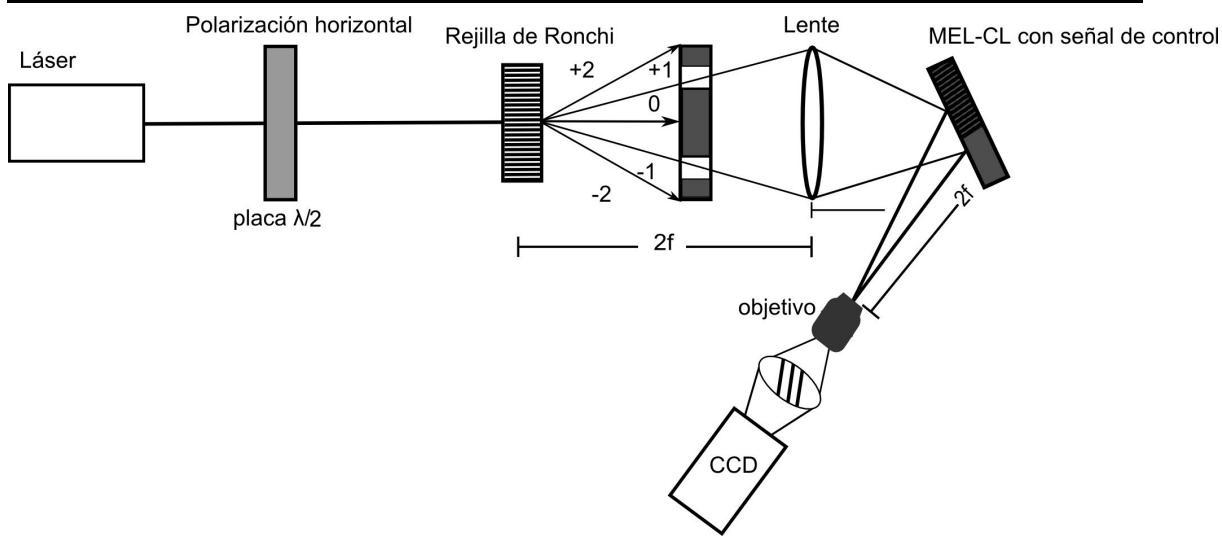


Figura 2.8: Interferómetro de Young modificado.

Sustituyendo a la pantalla por una rejilla de Ronchi comercial y un sistema compuesto por un obstáculo y un diafragma, los dos primeros órdenes de difracción se hacen interferir. Por medio de esta configuración, los haces interferentes poseen alrededor del 70 % de la energía total de la fuente y su colocación es más sencilla que el sistema propuesto originalmente.

Una vez explicada la metodología de caracterización para el MEL-CL se presenta la información concerniente al espécimen PLUTO-VIS utilizado.

2.5. Experimentos y resultados

El modulador espacial de luz PLUTO VIS es una micropantalla de reflexión fabricada por la empresa alemana Holoeye. Este dispositivo posee una matriz LCOS (cristal líquido sobre silicio) de tipo 0°-twist con un área activa de 15.36 mm x 8.64 mm, resolución de 1920 x 1080 y un tamaño de pixel de 8 micrómetros optimizado para los rangos de longitud de onda de 420 a 700 nm. De acuerdo a la Eq. (2.18) el modulador PLUTO-VIS realiza modulación a la luz que esté polarizada en la misma dirección que su director, en este caso, el eje largo de la pantalla.



Figura 2.9: Modulador PLUTO-VIS

Para su funcionamiento el modulador posee tres entradas: alimentación, imagen y control tal como lo muestra la figura (2.10). La alimentación es proveída por una fuente de poder con 5V y 3A de salida. Para la proyección de imágenes el modulador se conecta a una computadora empleando un conector DVI estándar, funcionando básicamente como un monitor extendido, donde todas las funciones de fase (rejillas, máscaras de fase, hologramas, etc) se dirigen a través del conector DVI. Por último los parámetros de control de la pantalla son accesados a través del puerto RS-232 con un adaptador USB .

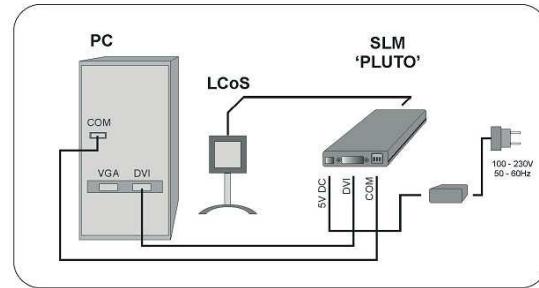


Figura 2.10: Diagrama de conexión del MEL-CL PLUTO-VIS.

La compañía provee un software para la configuración del modulador que permite realizar el control en tiempo real de los parámetros V_a , V_b y gamma mencionados anteriormente. Para acceder se inicia el programa Holoeye Pluto user interface → file → connect to device y se verifica que el modulador esté conectado eligiendo un puerto COM y seleccionando el canal color verde.

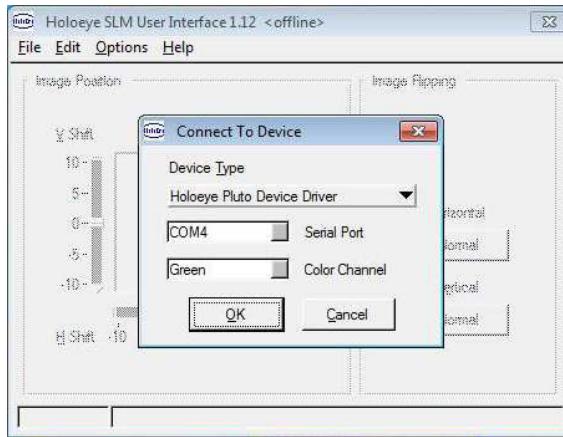


Figura 2.11: Ventana de inicialización del MEL-CL PLUTO-VIS.

Una vez establecida la conexión se despliega la ventana que contiene la curva gamma la cual es un archivo .asv que puede ser modificado en EXCEL y que indica la ganancia dada a cada nivel de gris. Por último en el menú options → driver options → digital potentiometers los valores V_b y V_n son modificados por el usuario.

El programa contiene otras ventanas que permiten modificar posición de la imagen y otras características avanzadas de la memoria interna del dispositivo que no es recomendable cambiar sin consultar con el fabricante

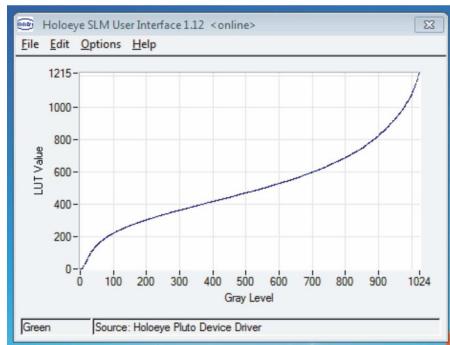


Figura 2.12: Control de gamma.

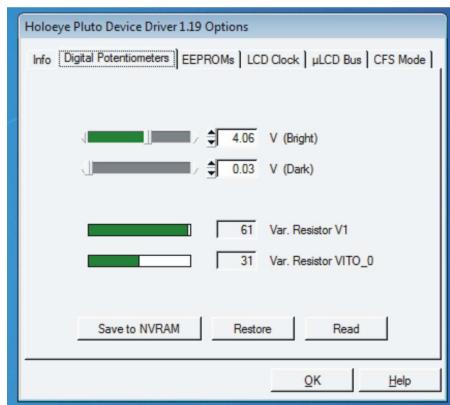


Figura 2.13: Control de Voltaje.

Para la caracterización del modulador, la señal de control U_{mod} (Fig. 2.14) fue proyectada en el MEL-CL PLUTO-VIS montado en el arreglo 2.8. El patrón de interferencia resultante se grabó con una cámara CCD para medir su desplazamiento mientras su intensidad se midió con un fotodiodo.

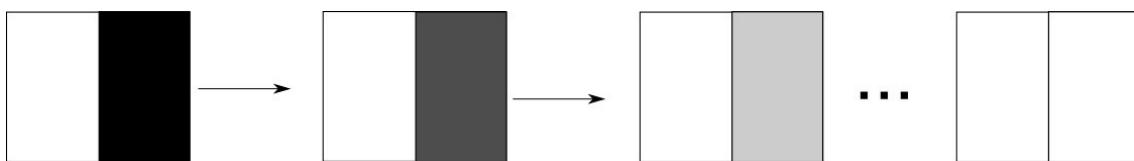


Figura 2.14: Señal de control U_{mod} .

En las mediciones primero se variaron los parámetros V_b y V_d mientras la curva gamma permanecía en el valor fijado por el fabricante. Las siguientes imágenes muestran las curvas de fase y amplitud acoplada de diversos valores V_b , V_d para longitudes de onda $\lambda = 633nm$.

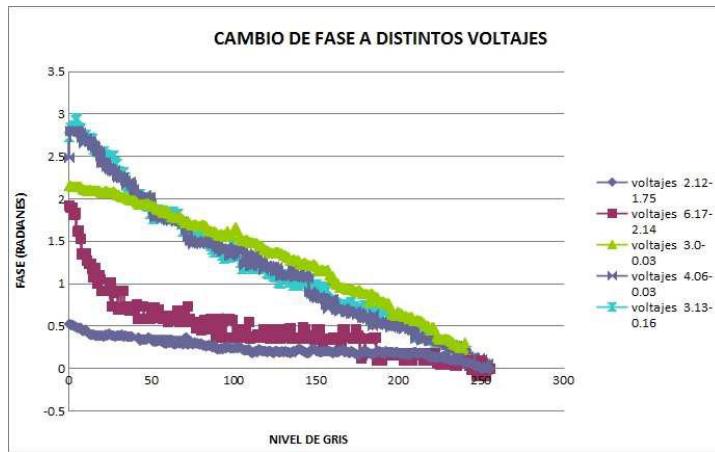


Figura 2.15: Curvas de fase para el modulador PLUTO-VIS para diferentes valores de V_b y V_n

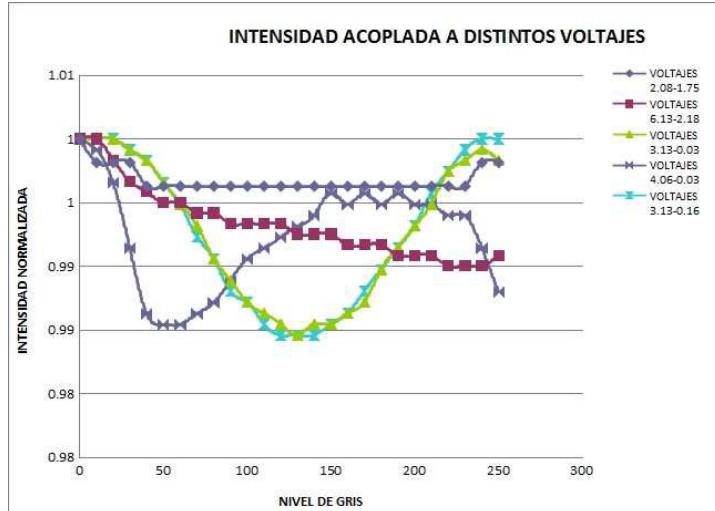


Figura 2.16: Curvas de intensidad acoplada para el modulador PLUTO-VIS para diferentes valores V_b y V_n

A continuación se eligieron los valores V_b y V_d que volvían la modulación de fase más cercana a $0 - 2\pi$ y se procedió a optimizar la curva gamma siguiendo el procedimiento recomendado por el fabricante. Las imágenes 2.17 a 2.19 muestran los patrones de interferencia antes y después de la corrección así como sus curvas de fase y amplitud comparadas.

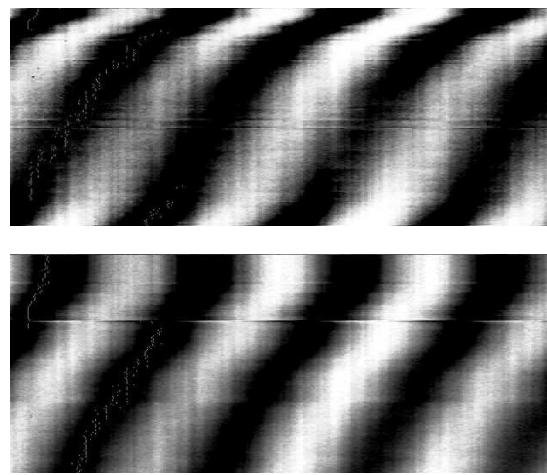


Figura 2.17: Ejemplo del patrón de interferencia observado y después de aplicar la corrección gamma

Como se puede observar de las figuras 2.19 y 2.20, fue posible obtener modulación de fase $0 - 2\pi$ casi lineal con mínima variación de amplitud para el caso $\lambda = 633nm$, $V_b = 3,16V$ y $V_d = 0,16V$. Debido a que el modulador es tipo 0° -twist no pudieron encontrarse condiciones donde la intensidad variara linealmente.

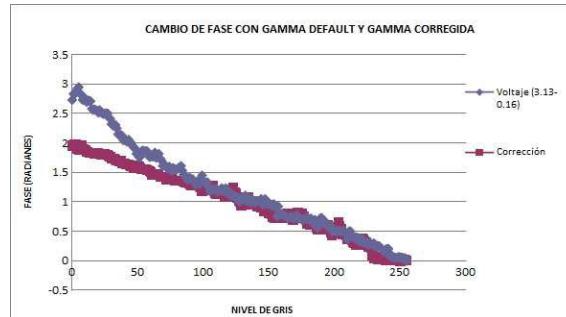


Figura 2.18: Ejemplo de las curvas de fase antes y después de la corrección gamma

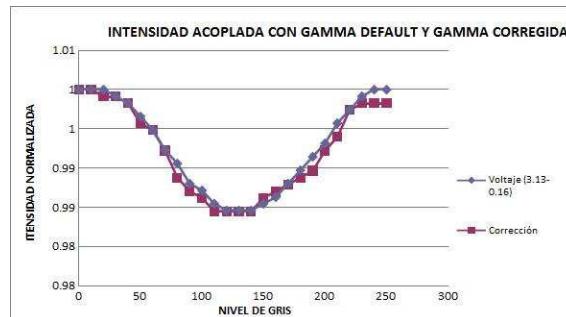


Figura 2.19: Ejemplo de las curvas de intensidad acoplada antes y después de la corrección gamma

2.6. Conclusiones

En este capítulo se desarrollaron los conceptos básicos sobre los cristales líquidos, sus tipos, su comportamiento y el modelado físico-matemático de los MEL-CL. A continuación se propuso una técnica de caracterización óptica capaz de encontrar los parámetros controlados por el usuario donde los MEL-CL realizan modulación de amplitud y fase del campo óptico incidente. Aplicando dicha técnica se hallaron las condiciones donde el dispositivo PLUTO-VIS realiza modulación pura de fase en el rango $0 - 2\pi$ para longitudes de onda $\lambda = 633nm$, la cual será utilizada para generar los vórtices ópticos utilizados en los experimentos de pinzas ópticas.

Capítulo 3

Generación de vórtices ópticos

Durante el presente capítulo se desarrollan los conceptos referentes a los vórtices ópticos, comenzando por las propiedades físicas de estos haces y la una descripción matemática de los mismos. Una de las aplicaciones más interesante de los vórtices ópticos es su uso en pinzas ópticas, las cuales ya hemos mencionado en el capítulo 1. A continuación describiremos una técnica de generación para un nuevo tipo vórtice óptico conocido como vórtice perfecto [14] que serán aplicados en un experimento de pinzas ópticas empleando al modulador PLUTO-VIS.

3.1. Descripción

Un vórtice óptico es un haz cuyo frente de onda se propaga en forma helicoidal a lo largo de su eje de propagación que al ser proyectado en una pantalla plana produce una distribución de intensidad transversal en forma de anillo. La fase de un vórtice óptico se caracteriza mediante la expresión:

$$\exp(i\nu\varphi), \quad (3.1)$$

donde φ es el ángulo azimutal dado en coordenadas polares y ν se conoce como carga topológica. El parámetro ν es un número entero cuyo signo proporciona el sentido de giro de la fase y su magnitud indica el número de saltos 2π en el frente de onda. Esta cualidad origina momento orbital angular capaz de capturar e inducir una torca en la materia proporcional a la carga topológica del vórtice. Para comprender la generación de vórtices ópticos resulta útil introducir la transformada de Fourier en un sistema óptico dada por la expresión

$$T(p, q) = U_0 \iint_{-\infty}^{\infty} t(x, y) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} (px + qy) \right] dx dy, \quad (3.2)$$

donde $t(x, y)$ es la transmitancia del objeto, λ es la longitud de onda y f es la distancia focal de la lente. Aplicando el cambio de coordenadas polares:

$$\begin{aligned} r &= (x^2 + y^2)^{\frac{1}{2}} & x &= r \cos \varphi \\ \varphi &= \arctan \left(\frac{y}{x} \right) & y &= r \sin \varphi \end{aligned}, \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \rho &= (p^2 + q^2)^{\frac{1}{2}} & p &= \rho \cos \theta \\ \theta &= \arctan \left(\frac{q}{p} \right) & q &= \rho \sin \theta \end{aligned}, \quad (3.4)$$

la transformada de Fourier se escribe como

$$T(\rho, \theta) = U_0 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} t(r, \varphi) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} \rho r \cos(\varphi - \theta) \right] r dr d\varphi. \quad (3.5)$$

Sean

$$t_1(r, \varphi) = \exp(i\nu\varphi), \quad (3.6)$$

$$t_2(r, \varphi) \approx \delta(r - r_0), \quad (3.7)$$

las funciones correspondientes a un vórtice óptico de carga topológica ν y una máscara anular delgada (Fig. 3.1), respectivamente.

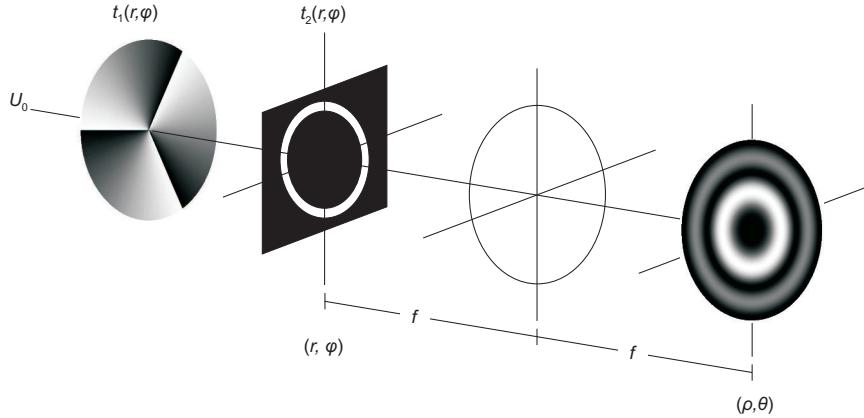


Figura 3.1: Generación de un vórtice óptico.

Sustituyendo en la Ec. (3.5) el valor $t(r, \varphi) = t_1 t_2$ y realizando el cambio de variable $\varphi = (\alpha + \theta)$, $d\varphi = d\alpha$ resulta

$$U(\rho, \theta) = U_0 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \exp[i\nu(\alpha + \theta)] \delta(r - r_0) \exp \left(-i \frac{2\pi}{\lambda f} \rho r \cos \alpha \right) r dr d\alpha; \quad (3.8)$$

posteriormente agrupando constantes y arreglando el orden de las integrales, la expresión anterior se reescribe como

$$U(\rho, \theta) = U_0 \exp(-i\nu\theta) \int_0^\infty r \delta(r - r_0) \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\alpha) \exp \left(-i \frac{2\pi}{\lambda f} \rho r \cos \alpha \right) d\alpha dr. \quad (3.9)$$

Aplicando en la Ec. (3.9) la identidad de Bessel

$$J_\nu(x) = \frac{i^{-\nu}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\theta) \exp(ix \cos \theta) d\theta, \quad (3.10)$$

y la propiedad de filtración de la función Delta, la transformada de Fourier toma la forma

$$U(\rho, \theta) = A_0 \exp(-i\nu\theta) r_0 J_\nu \left(\frac{2\pi}{\lambda f} r_0 \rho \right), \quad (3.11)$$

donde $A_0 = 2\pi(-i)^{-\nu} U_0$. La señal (3.11) posee un vórtice óptico dado por $\exp(-i\nu\theta)$ mientras que su intensidad está dada por

$$I(\rho, \theta) = A_0^2 r_0^2 J_\nu^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda f} r_0 \rho \right). \quad (3.12)$$

En la figura 3.2 se grafica el perfil de intensidad (3.12) para los valores $A_0=1$, $r_0=1\text{mm}$, $2\pi r_0/\lambda f=9.9\text{mm}^{-1}$ y las cargas topológicas $\nu=1$ y $\nu=10$.

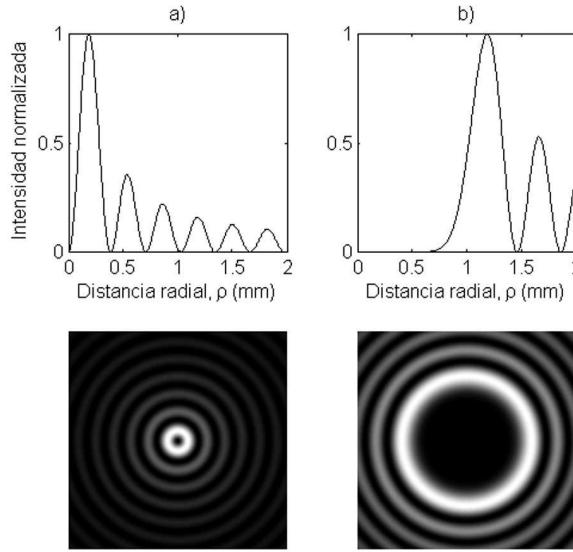


Figura 3.2: Patrones de intensidad de la Ec. (3.12) para vórtices con carga topológica a) $\nu=1$; b) $\nu=10$.

Al graficar los perfiles de intensidad para distintas cargas topológicas se observa que la intensidad del vórtice resulta proporcional a la función $J_\nu^2(\cdot)$ donde su radio es casi linealmente proporcional a la carga topológica ν y solo una parte de la energía se concentra en el anillo central.

3.2. Métodos de generación de vórtices

Existen varias formas de generar vórtices ópticos. Los métodos más populares son las placas de fase espiral, hologramas impresos y el uso del MEL-CL.

Placas de fase espiral

Las placas de fase espiral funcionan mediante la imposición directa de un cambio de fase sobre la luz incidente. Se construyen empleando una pieza de material transparente con espesor gradualmente incremental en forma espiral.

Si definimos el camino óptico como la distancia aparente que viaja la luz dentro de la placa como

$$\alpha = \int n(s) ds \quad (3.13)$$

El índice de refracción n resulta proporcional a la distancia s , entre más ancha sea la placa mayor será el camino óptico y por tanto su cambio de fase. De esta forma el ancho espiral de la placa crea la distribución de fase espiral de un vórtice óptico.

Una forma más versátil de generar vórtices ópticos resulta empleando una placa espiral ajustable. Estas placas son creadas torciendo una pieza de plexiglass agrietado y orientando una de las partes de la placa de tal forma que este directamente perpendicular a la luz incidente mientras la otra se encuentra torcida a un ángulo θ respecto de la primera.

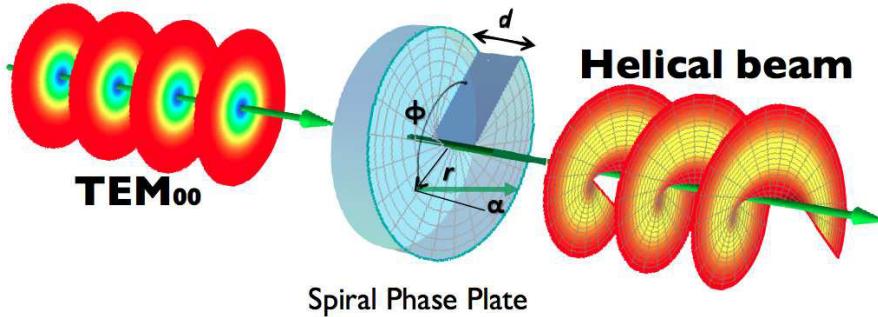


Figura 3.3: Placa espiral

Hologramas impresos en placas fotográficas

Cuando tomamos una fotografía la información contenida en ella resulta ser solamente la intensidad de la luz mientras la información respecto de la fase se pierde por completo. Los hologramas permiten preservar la fase; por que son un patrón de interferencia creado por una onda plana de referencia y luz dispersada proveniente del objeto de interés. Un holograma de difracción es creado cuando se revela la placa. Haciendo incidir la onda plana de referencia sobre la placa se reproduce la luz dispersada por el objeto tanto en intensidad como en fase.

Si grabamos el patrón de interferencia entre una onda plana y un vórtice óptico en una fotoplaca para después hacer incidir la onda de referencia, debemos de reproducir un vórtice óptico idéntico al original la representación más simple de una singularidad de fase puede escribirse como:

$$E(r, \theta, z) = E_0 \exp(il\theta) \exp(-ikz), \quad (3.14)$$

mientras una onda plana oblicua al eje está dada por la expresión:

$$u = \exp(-ik_x x - ik_z z). \quad (3.15)$$

por simplicidad suponemos que el dispositivo de grabación se encuentra en $z = 0$. La distribución de intensidad se encuentra elevando al cuadrado la suma de amplitudes de las dos funciones:

$$I = 1 + E_o^2 + 2E_0 \cos k_x x - l\theta \quad (3.16)$$

La cual está caracterizada por tener forma de tenedor cuya carga puede determinarse contando el número de dientes de tenedor. Puesto que la placa grabada funciona como una rendija de difracción, haciendo pasar una onda plana creará múltiples vórtices de carga $\pm l$ en los ordenes de difracción ± 1 . Esta técnica requiere de elementos ópticos que no permiten la creación de vórtices con parámetros variables y su costo resulta elevado. En contraste, el MEL-CL permite generar vórtices de manera sencilla a través de funciones programadas por computadora que pueden variarse dinámicamente. En las siguientes secciones se presentan algunas técnicas para generar vórtices ópticos que emplean al MEL-CL.

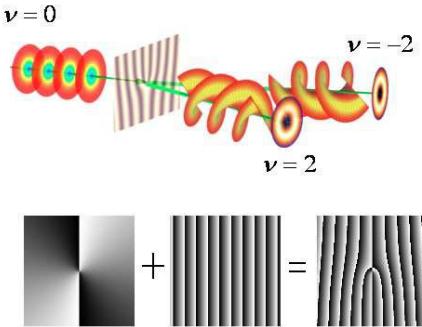


Figura 3.4: Holograma de tenedor

MEL-CL en modo de amplitud

Es evidente que la función (3.6) es una función pura de fase; sin embargo, es posible obtener vórtices ópticos con el MEL-CL trabajando en el modo de amplitud. Considérese a continuación el arreglo mostrado en la figura 3.5. Sean las funciones de amplitud

$$t_1 = 1 + \cos(\nu\varphi), \quad (3.17)$$

$$t_2 = 1 + \sin(\nu\varphi), \quad (3.18)$$

las señales proyectadas en el MEL-CL 1 y la MEL-CL 2, respectivamente y

$$t_{\pi/2} = \exp\left(i\frac{\pi}{2}\right) = i, \quad (3.19)$$

la transmitancia de una placa de media onda. La señal U_{Σ} justo a la salida del interferómetro de la Fig. 3.5 está dada por la expresión

$$U_{\Sigma} = \frac{U_0}{2}[1 + \cos(\nu\varphi) + i + i \sin(\nu\varphi)] = \frac{U_0}{2}(1 + i) + \frac{U_0}{2} \exp(i\nu\varphi). \quad (3.20)$$

Si se realiza la transformada de Fourier de U_{Σ} y se coloca un obstáculo para impedir el paso del término constante, la salida final del sistema después de efectuar la transformada inversa de Fourier está dada por

$$U_{\text{out}} = \frac{U_0}{2} \exp(i\nu\varphi), \quad (3.21)$$

la cual es la expresión del vórtice que se desea obtener. La generación de vórtices por medio de modulación de amplitud posee la ventaja de que siempre es posible establecer un rango de funcionamiento (intensidades) dentro del MEL-CL para generar las funciones; sin embargo en el proceso ocurren pérdidas de energía en la luz transmitida.

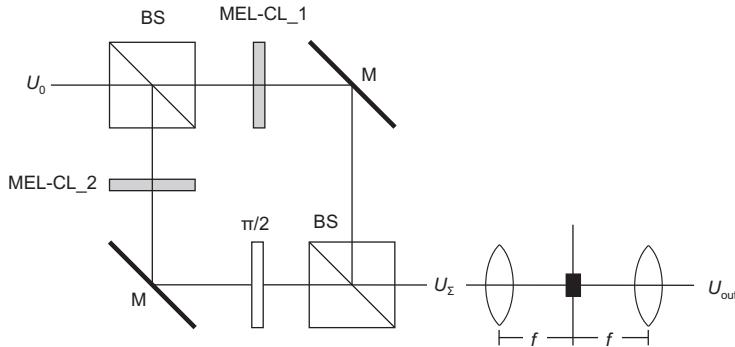


Figura 3.5: Generación de un vórtice con el MEL-CL en modulación de amplitud.

MEL-CL en modo de fase

Por otra parte, cuando el MEL-CL se encuentra trabajando en el modo de fase, el nivel de gris de la señal proyectada en el MEL-CL es proporcional al retardo de fase deseado mientras su amplitud permanece constante. En estas condiciones, la señal (3.6) es generada directamente por el MEL-CL.

Aunque el método por modulación de fase se considera el más directo para generar vórtices ópticos, hay que cuidar que el MEL-CL pueda proveer el rango de modulación de fase $0 < \beta \leq 2\pi$, requerido en la expresión $\exp(i\nu\theta)$ (Fig. 3.6). De otro modo el vórtice producido presentará degradación. Como se ha mencionado anteriormente, es posible aumentar β_{\max} al disminuir la longitud de onda de iluminación o utilizar un MEL-CL con mayor grosor.

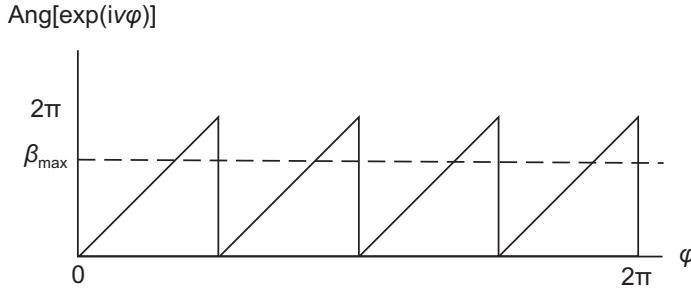


Figura 3.6: Comportamiento de la fase del MEL-CL para generar vórtices.

Una vez expuestas las técnicas de generación convencionales, se describirá a continuación una nueva clase de vórtice óptico y su generación.

3.3. Generación del vórtice perfecto por medio del MEL-CL PLUTO VIS

Los vórtices ópticos tienen una gran importancia en la captura óptica y manipulación de objetos dieléctricos microscópicos y las células biológicas. Desde el punto de vista de la eficiencia de captura es deseable tener un alto valor del parámetro ν y un pequeño valor para el radio del vórtice simultáneamente. Sin embargo, las técnicas conocidas para generar haces de vórtice óptico exhiben una fuerte dependencia casi lineal entre estos dos parámetros. Por tal motivo Ostrovsky [14] ha propuesto un nuevo tipo de vórtice óptico libre de este defecto conocido como vórtice perfecto.

La técnica de generación de vórtices introducida en esta tesis utiliza el modo de modulación de fase del MEL-CL. A diferencia de los apartados anteriores, no solo se busca generar vórtices ópticos si no hacer que el diámetro de estos sea elegido por el usuario, independientemente de su carga topológica. Con esto en mente, se comienza por representar al vórtice óptico como un haz de distribución transversal de energía representado por el modelo matemático ideal

$$g_\nu(\rho, \varphi) = \delta(\rho - \rho_0) \exp(i\nu\varphi), \quad \nu = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.22)$$

donde (ρ, φ) son las coordenadas polares en la sección transversal del haz y δ es la función delta de Dirac, en la cual ρ_0 es el radio del vórtice. Ahora bien, la función anterior puede ser expandida en una serie Fourier Bessel [7] dada por la expresión

$$g(\rho) = \sum_{n=1}^{\infty} c_{\nu,n} J_\nu \left(\alpha_{\nu,n} \frac{\rho}{a} \right), \quad 0 \leq \rho \leq a, \quad \nu \geq -1, \quad (3.23)$$

donde

$$c_{\nu,n} = \frac{2}{a^2 [J_{\nu+1}(\alpha_{\nu,n})]^2} \int_0^a g(\rho) J_\nu \left(\alpha_{\nu,n} \frac{\rho}{a} \right) \rho d\rho, \quad (3.24)$$

son los coeficientes que caracterizan a la función $g(\rho)$, $J_\nu(\cdot)$ es la función de Bessel de primer tipo y orden ν y $\alpha_{\nu,n}$ es la n -ésima raíz de la función $J_\nu(\cdot)$. Asumiendo que $a > \rho_0$, se sustituye la Ec. (3.22) dentro de la Ec. (3.24) y utilizando la propiedad de filtración de la función δ , el vórtice óptico queda representado por la serie

$$g_\nu(\rho, \varphi) \propto \text{circ} \left(\frac{\rho}{a} \right) \exp(i\nu\varphi) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0/a)}{[J_{\nu+1}(\alpha_{\nu,n})]^2} J_\nu \left(\alpha_{\nu,n} \frac{\rho}{a} \right). \quad (3.25)$$

Los perfiles de intensidad correspondientes a la Ec. (3.25) para dos vórtices con radio $\rho_0=0.5a$ y cargas topológicas $\nu=1$ y $\nu=10$ se muestran en la figura 3.7. En las imágenes, el número de términos usados en la sumatoria fue 40.

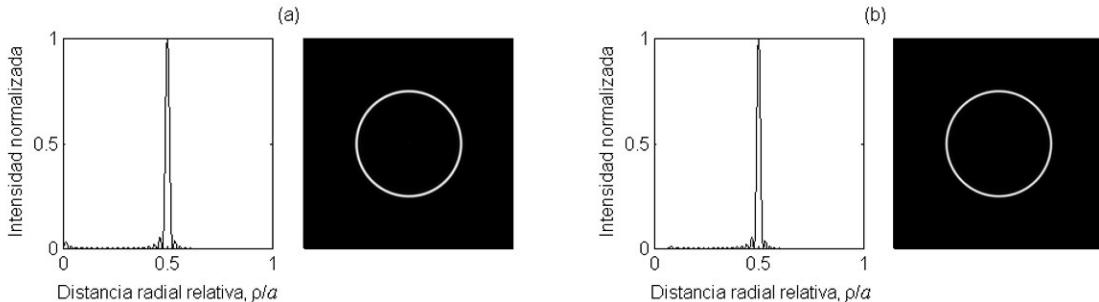


Figura 3.7: Patrones de intensidad de la Ec. (3.25) para vórtices con carga topológica a) $\nu=1$; b) $\nu=10$.

Consideremos el sistema óptico mostrado en la Fig. 3.8, cuya unidad central se conforma por un modulador espacial de luz de cristal líquido (MEL-CL) 0°-twist de reflexión. En dicho arreglo, la luz entrante al modulador se alinea al eje director para obtener modulación de fase y la salida del sistema se observa en el plano focal de una lente delgada.

CAPÍTULO 3. GENERACIÓN DE VÓRTICES ÓPTICOS

3.3. GENERACIÓN DEL VÓRTICE PERFECTO POR MEDIO DEL MEL-CL PLUTO VIS

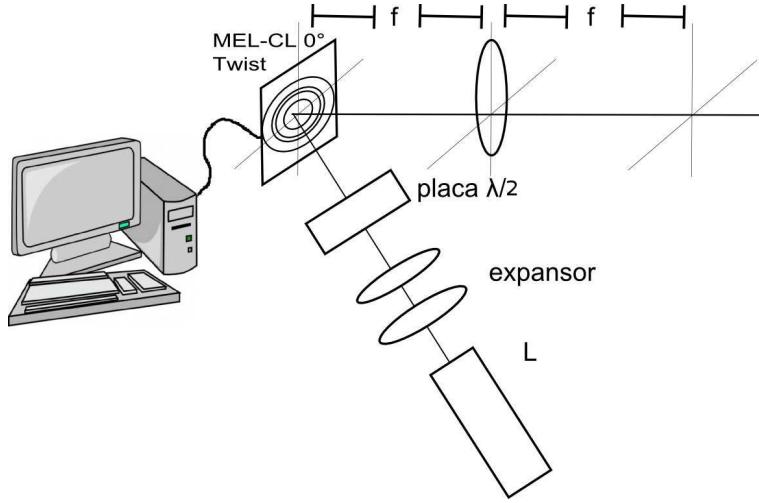


Figura 3.8: Sistema óptico para generar el vórtice perfecto.

A fin de realizar ópticamente la operación (3.25), la transmitancia del MEL-CL se conforma por una serie de N anillos con fase azimutal separados por regiones opacas donde no hay transmisión de luz. Aunque a primera vista parece contradictorio lograr simultáneamente modulación de fase y modulación de amplitud utilizando un MEL-CL 0° -twist, los espacios entre los anillos utilizan hologramas binarios en forma de tableros de ajedrez [44]. Alternando un retardo de fase de $\pi/2$ entre las casillas, el promedio de luz transmitida es cero.

Asumiendo que los anillos de fase son lo suficientemente delgados, la función de transmitancia del MEL-CL es proporcional a

$$t_\nu(r, \varphi) \propto \sum_n^N \alpha_{\nu,n} \beta_{\nu,n} \exp[i\nu(\varphi - \varphi_{\nu,n})] \delta(r - r_{\nu,n}), \quad (3.26)$$

donde (r, φ) son las coordenadas polares, $\beta_{\nu,n}$ es el grosor del n -ésimo anillo, $\varphi_{\nu,n}$ su retardo de fase inicial y

$$r_{\nu,n} = \frac{\alpha_{\nu,n}}{\alpha_{\nu,N}} R, \quad (3.27)$$

sus radios respectivos, siendo R el radio de la zona activa del MEL-CL (pixeles, centímetros). La señal óptica a la salida del arreglo de la Fig. 3.8 se calcula por medio de la transformada de Fourier en coordenadas polares

$$U_\nu(\rho, \theta) \propto \int_0^\infty \int_0^{2\pi} t_\nu(r, \varphi) \exp \left[-i \frac{2\pi}{\lambda f} r \rho \cos(\varphi - \theta) \right] r dr d\varphi, \quad (3.28)$$

donde λ es la longitud de onda de iluminación y f la distancia focal de la lente. A continuación se sustituye la transmitancia (3.26) dentro de la Ec. (3.28) y se aplica el cambio de variable $\gamma = \varphi - \theta$, $d\gamma = d\varphi$. De esta forma, utilizando la identidad

$$J_\nu(x) = \frac{i^{-\nu}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(i\nu\theta) \exp(ix \cos \theta) d\theta, \quad (3.29)$$

y aprovechando la propiedad de filtración de la función Delta se obtiene la señal óptica

$$U_\nu(\rho, \theta) \propto \exp(-i\nu\theta) \sum_{n=1}^N \alpha_{\nu,n}^2 \beta_{\nu,n} \exp(-i\nu\varphi_{\nu,n}) J_\nu \left(\frac{2\pi R \alpha_{\nu,n}}{\lambda f \alpha_{\nu,N}} \right). \quad (3.30)$$

Comparando la ecuación anterior con la Ec. (3.25) se encuentra que

$$a_\nu = \lambda f \alpha_{\nu,N} / 2\pi R, \quad (3.31)$$

$$\beta_{\nu,n} \propto \frac{|J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0 / a_\nu)|}{\alpha_{\nu,n}^2 [J_{\nu+1}(\alpha_{\nu,n})]^2}, \quad (3.32)$$

$$\varphi_{\nu,n} = \begin{cases} 0 & \text{para } J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0 / a_\nu) \geq 0 \\ \pi/\nu & \text{para } J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0 / a_\nu) < 0 \end{cases}, \quad (3.33)$$

respectivamente. Finalmente, la señal óptica en la salida del sistema óptico presentado en la Fig. 3.8 se escribe como

$$U_\nu(\rho, \theta) \propto \exp(-i\nu\theta) \sum_{n=1}^N \frac{J_\nu(\alpha_{\nu,n} \rho_0 / a_\nu)}{[J_{\nu+1}(\alpha_{\nu,n})]^2} J_\nu \left(\alpha_{\nu,n} \frac{\rho}{a_\nu} \right). \quad (3.34)$$

La ecuación anterior representa la aproximación finita de la expresión (3.25), la cual se extiende en todo el rango $(0, \infty)$ de la coordenada ρ . En la Fig. 3.9 se grafican los perfiles de intensidad correspondientes a la Ec. (3.34) para dos vórtices con radio $\rho_0=1\text{mm}$ y cargas topológicas $\nu=1$ y $\nu=10$, donde se ha elegido el valor típico $\lambda f / 2\pi R = 0.01\text{mm}$.

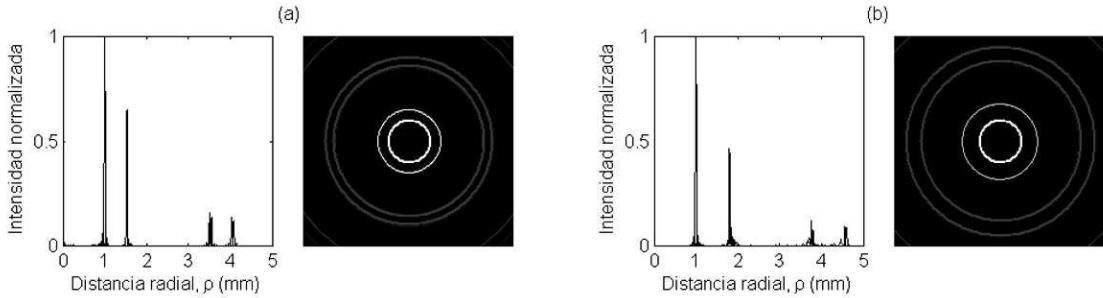


Figura 3.9: Patrones de intensidad de la Ec. (3.34) para vórtices con carga topológica a) $\nu=1$; b) $\nu=10$ y el radio $\rho_0=1\text{mm}$.

Como puede observarse en la Fig. 3.9, la parte central de la señal óptica es justamente el vórtice cuyo radio es independiente de la carga topológica graficado en la figura 3.7. Los anillos laterales pueden ser eliminados por medio de una máscara que permite pasar el anillo central, la cual se coloca justo después del plano focal de la lente de Fourier.

3.4. Señal de control

En el esquema general de un modulador óptico tenemos que un estímulo, en nuestro caso un haz láser, es procesado por el dispositivo para obtener una señal de salida. Dicho proceso es logrado programando una señal de vídeo en escala de grises (0-255) que nos permite controlar la modulación de luz en el dispositivo de ahí su nombre. En el caso del modulador PLUTO-VIS donde cada nivel de gris corresponde a un retardo de fase β 0- 2π cuya imagen debe medir 1920x1080 pixeles de resolución.

Las señales para los vórtices perfectos se generaron empleando el método descrito en la sección 3.3, para crear mediante un programa en MATLAB una serie de anillos concéntricos con modulación de fase azimutal. Para conseguir que los espacios entre los anillos tuvieran transmisión nula de luz se propuso primero el empleo de tableros de ajedrez.

Para la elaboración de los tableros de ajedrez las matrices que representaban el cuadrado negro y blanco del tablero se repetían hasta abarcar la totalidad de la pantalla. Las matrices base tenían un tamaño dado de pixeles: y un valor distinto de nivel de gris entre el 0 y 255. Se probaron distintas combinaciones de grises tratado de conservar la diferencia de desfase de $\pi/2$ o que es lo mismo una diferencia en el valor del nivel gris de 120-122, también se probaron distintos tamaños de celda base 1x1, 2x2, 3x3, 4x4, etc (Fig. 3.10).

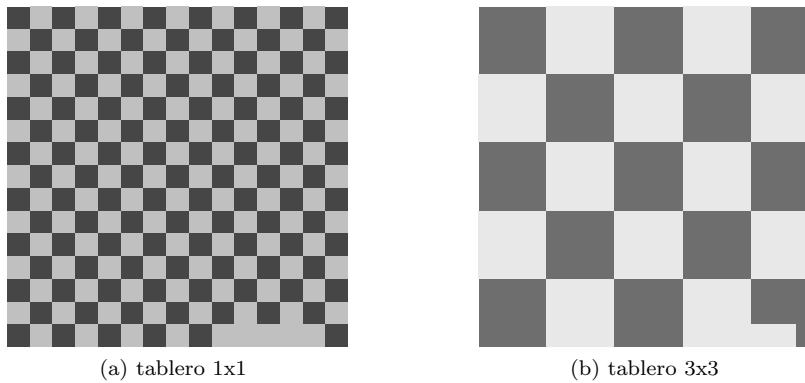


Figura 3.10: Ejemplos de tableros

El tablero de ajedrez resultó ineficiente pues nos encontramos con la limitante de que las separaciones entre anillos eran menores que el tamaño mínimo para reproducir correctamente el tablero de tal forma que ya no se pudo garantizar el correcto funcionamiento de estos para eliminar la luz. En vista de esta observación se optó por emplear una portadora. Por medio de la portadora la luz entre los espacios entre anillos y la luz que sirve para generar al vórtices óptico son separadas en el plano de Fourier por la distancia $\frac{\lambda f}{X_0}$ donde λ es la longitud de onda, f la distancia focal y X_0 el período en pixeles de la portadora.

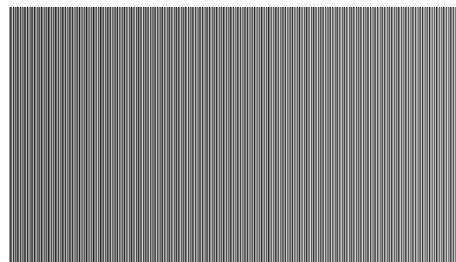
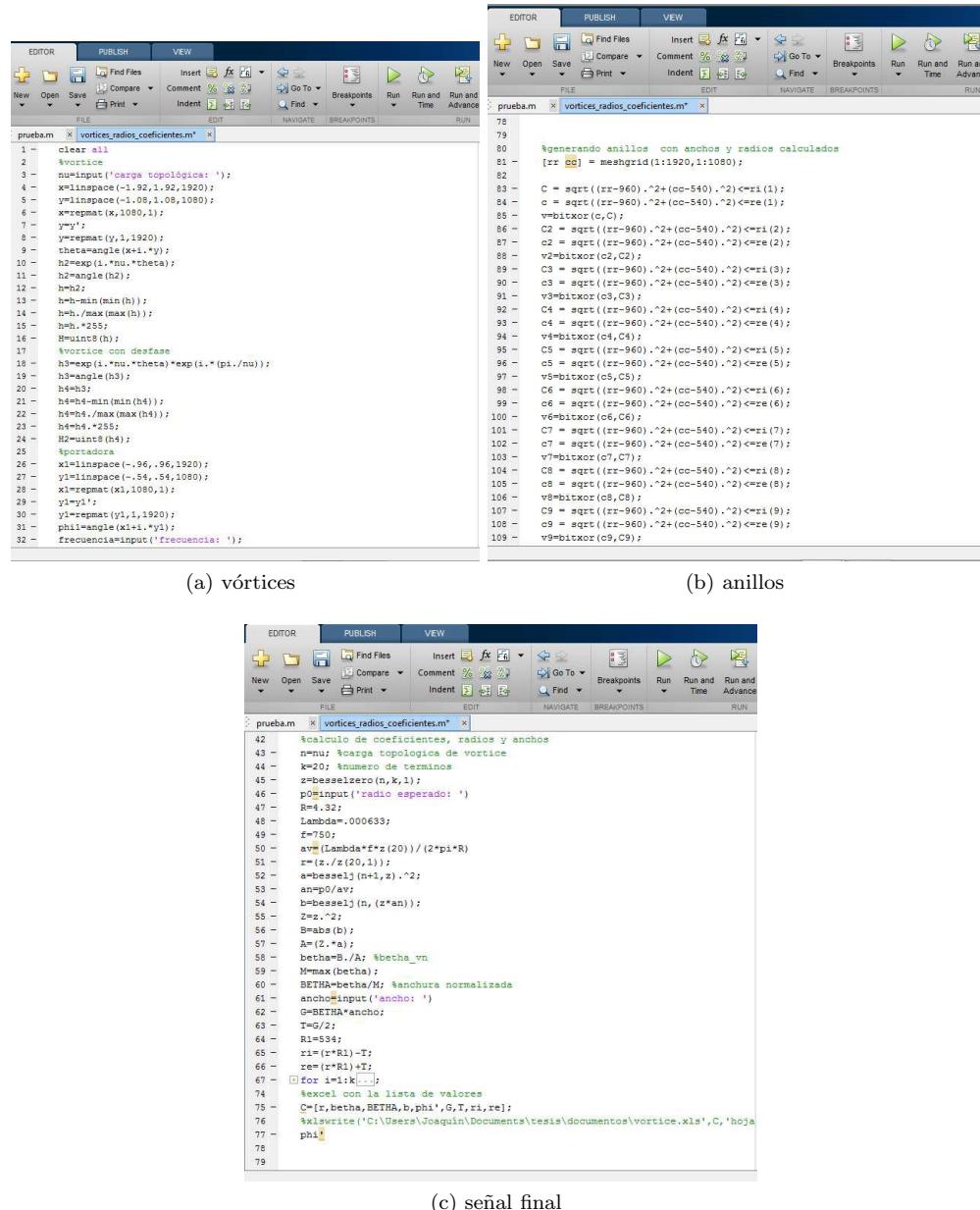


Figura 3.11: Ejemplo de señal portadora

El código para generar la señal de control se compone de varias partes. Primeramente creamos un vórtice con una carga topológica ν dada, luego otro vórtice con la misma carga topológica pero con un desfase de π/ν y finalmente creamos la portadora que va en las secciones entre anillos.

Después se calculan todos los coeficientes de la sumatoria en la ecuación 3.34 , en donde cada elemento de la misma representa un anillo que lleva dentro uno de los dos vórtices generados en la primer parte del programa de acuerdo con (Ec.3.33), una vez obtenidos los valores necesarios para los anillos se procede a generarlos. El programa escrito nos permite controlar el tamaño del radio del vórtice perfecto.



(a) vórtices

```

1 - clear all
2 - %vórtice
3 - %nu=input('carga topologica: ');
4 - x=linspace(-1.92,1.92,1920);
5 - y=linspace(-1.08,1.08,1080);
6 - x=repmat(x,1080,1);
7 - yyy';
8 - y=repmat(y,1,1920);
9 - theta=angle(x.*i.*y);
10 - h=exp(i.*nu.*theta);
11 - h2=exp(i.*h);
12 - h3=2*h;
13 - h=h-min(min(h));
14 - h=h./max(max(h));
15 - h=h.*255;
16 - H=uint8(h);
17 - %vórtice con desfase
18 - h3=exp(i.*nu.*theta)*exp(i.*pi./nu);
19 - h3=angle(h3);
20 - h4=h3;
21 - h4=h-min(min(h4));
22 - h4=h./max(max(h4));
23 - h4=h.*255;
24 - H2=uint8(h4);
25 - %portadora
26 - x1=linspace(-.96,.96,1920);
27 - y1=linspace(-.54,.54,1080);
28 - x1=repmat(x1,1080,1);
29 - y1=y1';
30 - y1=repmat(y1,1,1920);
31 - phi1=angle(x1+i.*y1);
32 - frecuencia=input('frecuencia: ');

```

(b) anillos

```

76
79
80 %generando anillos con anchos y radios calculados
81 - [rr cc] = meshgrid(1:1920,1:1080);
82 -
83 - C = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(1);
84 - c = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(1);
85 - v9=bitxor(c,C);
86 - C2 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(2);
87 - c2 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(2);
88 - v2=bitxor(c2,C2);
89 - C3 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(3);
90 - c3 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(3);
91 - v3=bitxor(c3,C3);
92 - C4 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(4);
93 - c4 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(4);
94 - v4=bitxor(c4,C4);
95 - C5 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(5);
96 - c5 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(5);
97 - v5=bitxor(c5,C5);
98 - C6 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(6);
99 - c6 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(6);
100 - v6=bitxor(c6,C6);
101 - C7 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(7);
102 - c7 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(7);
103 - v7=bitxor(c7,C7);
104 - C8 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(8);
105 - c8 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(8);
106 - v8=bitxor(c8,C8);
107 - C9 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(9);
108 - c9 = sqrt((rr-960).^2+(cc-540).^2)<=r1(9);
109 - v9=bitxor(c9,C9);

```

(c) señal final

```

42 - %calculo de coeficientes, radios y anchos
43 - nu; %carga topologica de vórtice
44 - k=20; %numero de terminos
45 - z=besselzero(n,k,1);
46 - p=input('radio esperado: ')
47 - R=4.32;
48 - Lambda=.000633;
49 - f=750;
50 - av=(Lambda*f*z(20))/(2*pi*R)
51 - rr=z./z(20,1));
52 - a=besselj(n+1,z).^2;
53 - an=po/av;
54 - b=besselj(n, z.*an);
55 - Z=z.^2;
56 - Brabs(b);
57 - Ar(z.^a);
58 - betah=B./A; %beta_h_vn
59 - M=max(beta_h);
60 - BETHA=beta_h/M; %anchura normalizada
61 - ancho=input('ancho: ')
62 - G=BETHA*ancho;
63 - T=G/2;
64 - R1=534;
65 - rr=(r'R1)-T;
66 - re=(r'R1)+T;
67 - for i=1:k-1;
68 - %excel con la lista de valores
69 - C=[x,betah,BETHA,b,phi',G,T,rr,re];
70 - xlswrite('C:\Users\Joaquin\Documents\tesis\documentos\vortice.xls',C,'hoja1');
71 - phi1;
72 -
73 -
74 -
75 -
76 -
77 -
78 -
79 -

```

Figura 3.12: Secciones del código para general señales de control para generar el vórtice perfecto

En los experimentos se decidió ocupar 20 anillos correspondiente a 20 términos de la sumatoria de 3.34 y un radio r_0 de 1mm cuya imagen se muestra en las figuras 3.13. Estas imágenes finalmente son guardadas como archivos png.

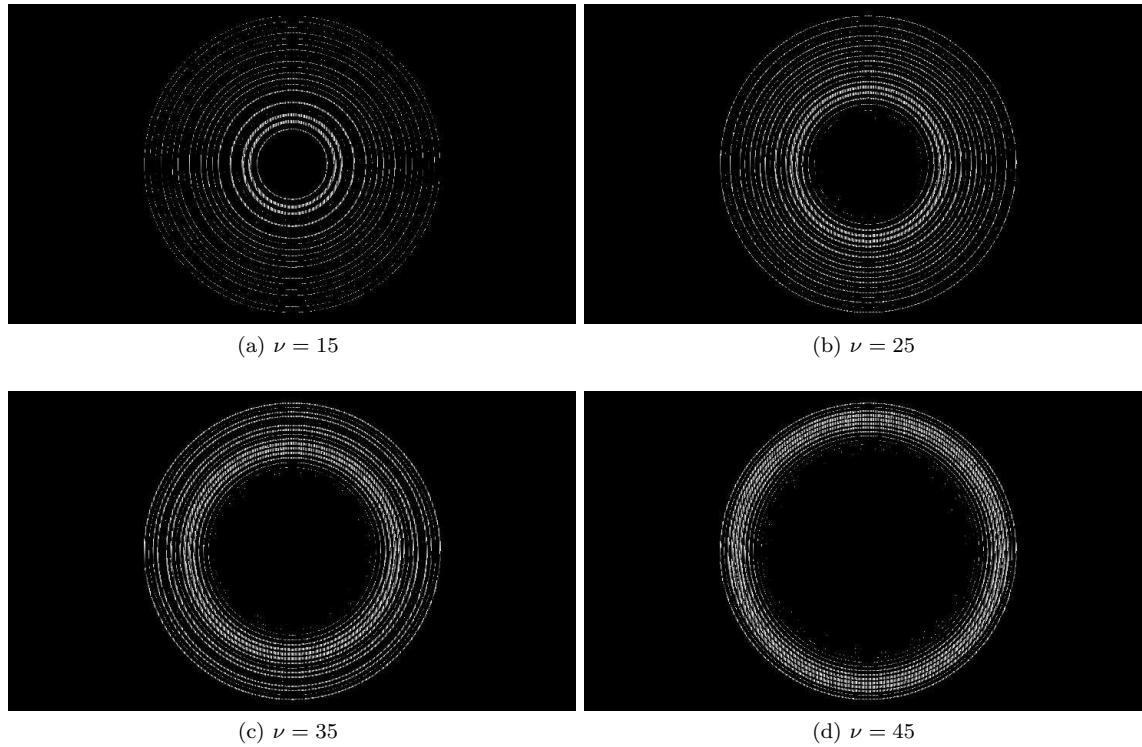


Figura 3.13: Ejemplo de señales finales para generar vórtices perfectos con diferentes cargas topológicas.

3.5. Experimentos y resultados

En el arreglo experimental un haz láser pasa por un polarizador colocado con su eje de polarización siguiendo el eje largo de la pantalla LCD (en este caso el eje x) e inmediatamente después atraviesa el sistema de filtraje compuesto por un objetivo de microscopio y un diafragma, una vez que se ha filtrado el haz este pasa por una lente de 20 cm para ser colimado en un spot de 1 cm de diámetro el cual incide sobre el área activa de la pantalla del modulador. Se debe cuidar que el spot no toque los bordes de la pantalla pues eso introduce errores en la imagen del vórtice al sumarse el espectro de la ventana cuadrada. Al spot reflejado por el modulador se le realiza una transformada de Fourier óptica con una lente con foco de 75 cm y se sitúa una cámara CCD a la misma distancia respecto de la lente, esto da como resultado que el plano donde se está formando el vórtice óptico sea el plano de Fourier. Un aspecto importante a mencionar es que el ángulo de reflexión del modulador debe ser pequeño, la razón es porque de no ser así no se garantiza que la posición de salida y entrada del haz sea aproximadamente la misma lo que introduce aberraciones al atravesar dos zonas de distintas de la pantalla.



Figura 3.14: Arreglo experimental para generación de vórtice óptico

Una vez armado el arreglo experimental se procede a proyectar las señales de control en la pantalla LCD obteniendo los vórtices ópticos deseados.

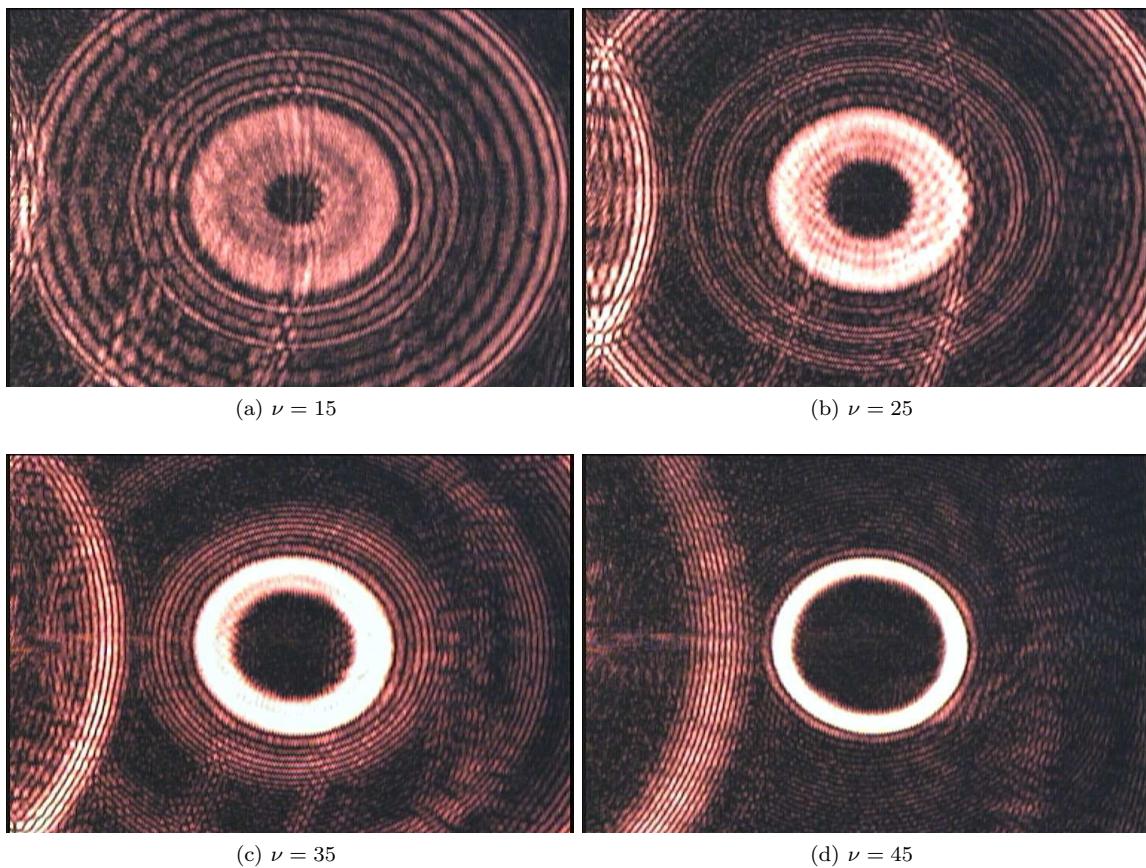
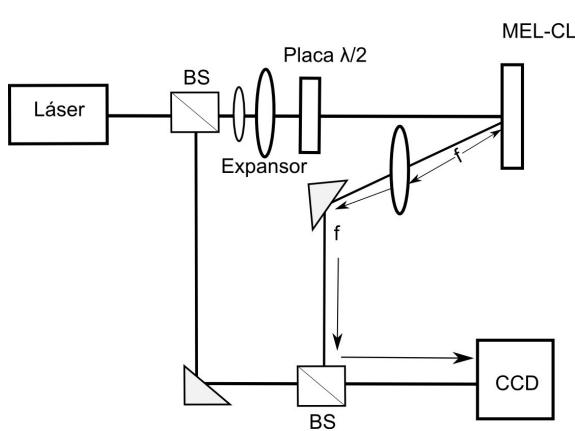


Figura 3.15: Vórtices ópticos de radio r_0 de 1mm.

Para comprobar que los vórtices obtenidos fuesen realmente vórtices ópticos se realizó el experimento siguiente:



(a) diagrama experimental



(b) montaje experimental

Figura 3.16: Experimento para comprobación de vórtices ópticos

Se hizo interferir el vórtice obtenido con una onda plana proveniente del mismo láser como lo muestra la figura 3.16a, como resultado obtuvimos los patrones de interferencia como el mostrado en la figura 3.17 para cada vórtice.

En la figura 3.17 tenemos el patrón de interferencia entre un vórtice óptico con carga topológica 35 y una onda plana, observamos que dentro del anillo del vórtice se forma una serie de líneas que corresponden al patrón de tenedor mencionado en la sección 3.2 en el cual la diferencia de líneas de la parte izquierda con parte derecha nos da la carga topológica del vórtice empleado. Empleando un programa de edición fotográfico se contaron las líneas para cada vórtice comprobando tanto la carga topológica como el hecho de tener generados vórtices ópticos.

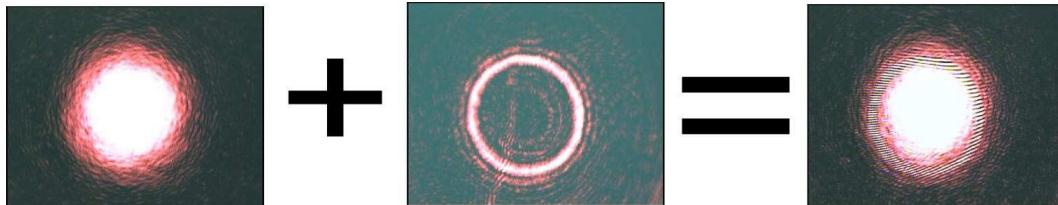


Figura 3.17: Ejemplo de patrón de interferencia entre una onda plana y un vórtice óptico perfecto

A cada una de las imágenes de la figura 3.15 se le tomó un perfil de intensidad, con este perfil que midió el diámetro externo para cada vórtice en pixeles.

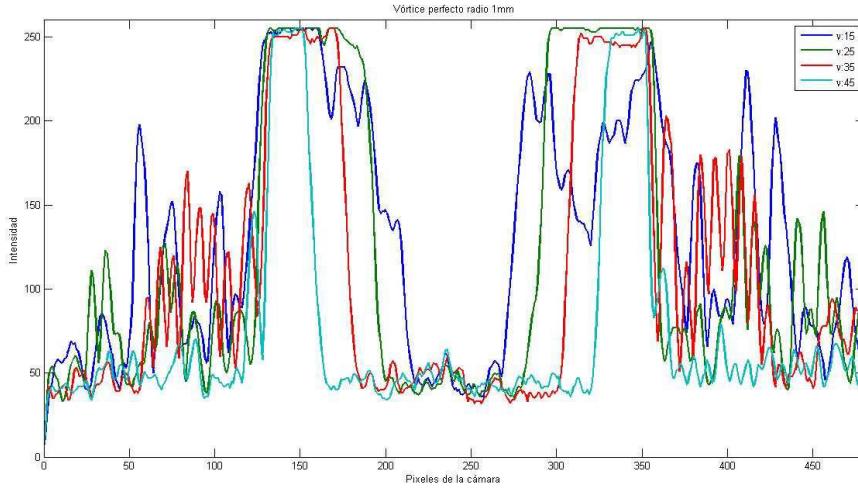


Figura 3.18: Perfiles de intensidad de vórtices con distintos valores de ν

Empleando la información provista por el fabricante de la cámara CCD respecto al tamaño del sensor y de su área activa se obtuvo un factor conversión de pixeles a mm, con este factor de conversión los diámetros externos para cada vórtice resultan:

Carga topológica (ν)	Diámetro externo (mm)
15	2.43
25	2.26
35	2.21
45	2.17

Tabla 3.1: Tamaño de diámetro externo de vórtices perfectos

Observamos que los valores obtenidos concuerdan con el valor que empleamos para el radio (1 mm) cuando creamos la señal para generar el vórtice perfecto.

En la figura 3.19 se muestran los vórtices de control que se obtuvieron empleando una señal de un solo término con el mismo radio r_0 y carga topológica ν .

A cada una de las imágenes de la figura 3.19 se les tomó un perfil de intensidad y de igual forma se midió el diámetro externo para cada vórtice.

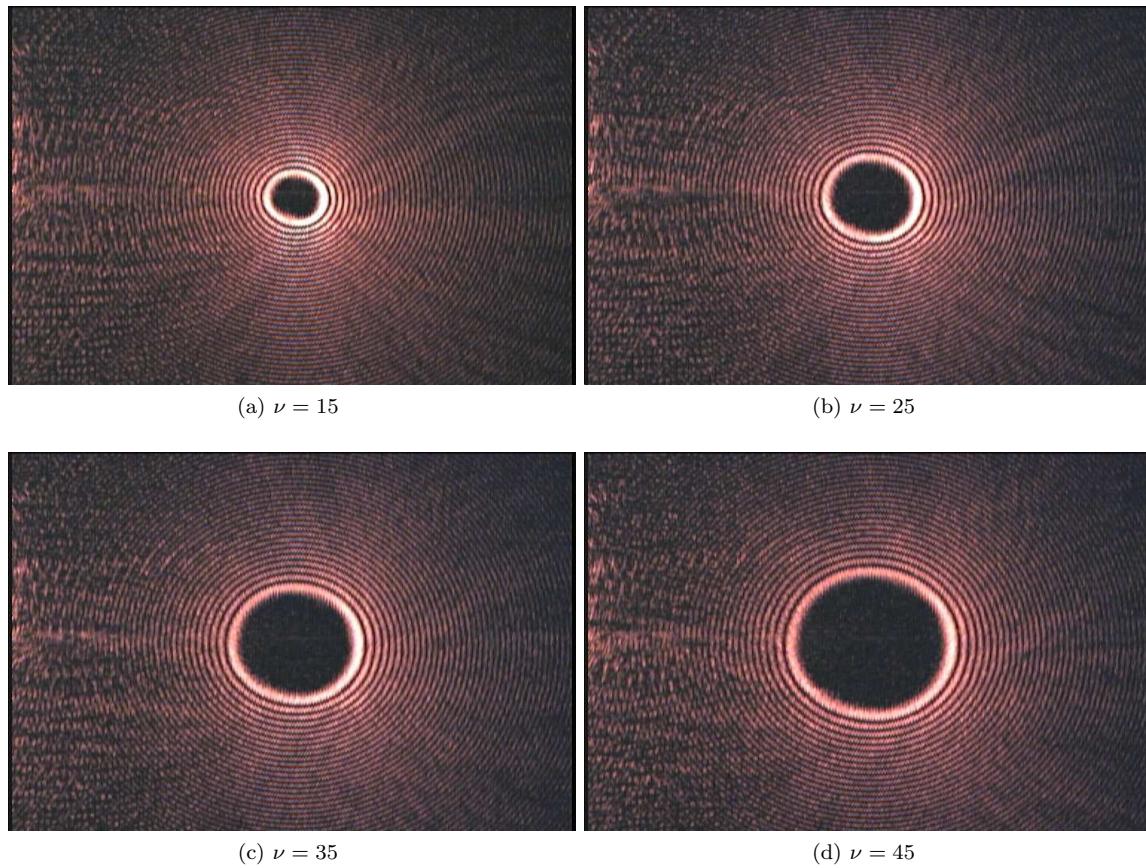


Figura 3.19: Vórtices de control de radio r_0 de 1mm.

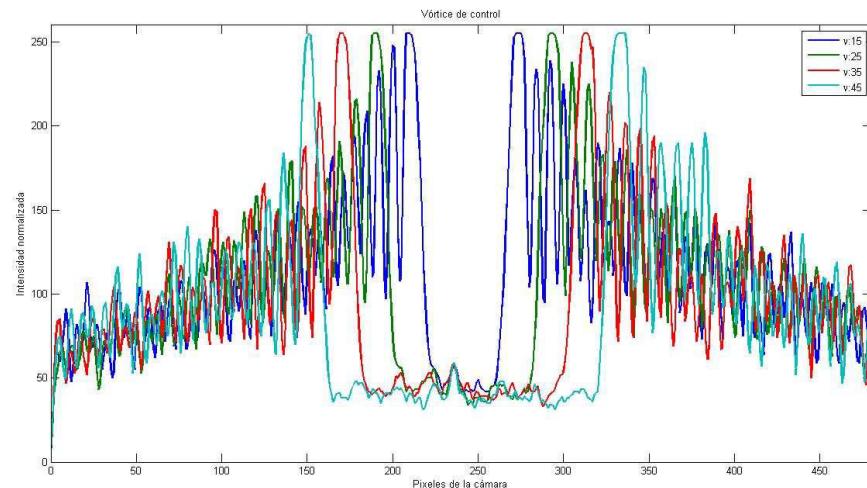


Figura 3.20: Perfiles de intensidad de vórtices de control con distintos valores de ν

Empleando el factor de conversión anteriormente obtenido los diámetros externos de los vórtices de control resultan

Carga topológica (ν)	Diámetro externo (mm)
15	0.72
25	1.11
35	1.50
45	1.89

Tabla 3.2: Tamaño de diámetro externo de vórtices de control

Comparando los radios externos medidos para los vórtices de control con los vórtices perfectos observamos que efectivamente el tamaño del vórtice no depende de la carga topológica al emplear la técnica propuesta para su generación.

Una vez que se logró obtener las señales de control correctas y después de haberlas probado con el arreglo experimental anterior se fue al INAOE a trabajar en la manipulación óptica. El arreglo experimental para llevar a cabo la manipulación óptica consta de dos partes, la primera de generación del haz de atrapamiento y la segunda la pinza óptica propiamente dicha. La primera etapa corresponde al arreglo experimental de generación de vórtices mencionado anteriormente.

En la segunda etapa el vórtice óptico se introduce en la entrada de un objetivo de microscopio con gran apertura numérica para capturar la mayor cantidad de luz periférica. La muestra se coloca en el plano focal del microscopio y su imagen se observa con ayuda de una fuente de iluminación blanca cuya luz recorre en sentido inverso al objetivo. Con ayuda de un espejo dicroico y filtros antepuestos a una cámara CCD únicamente la luz de la muestra es capturada.

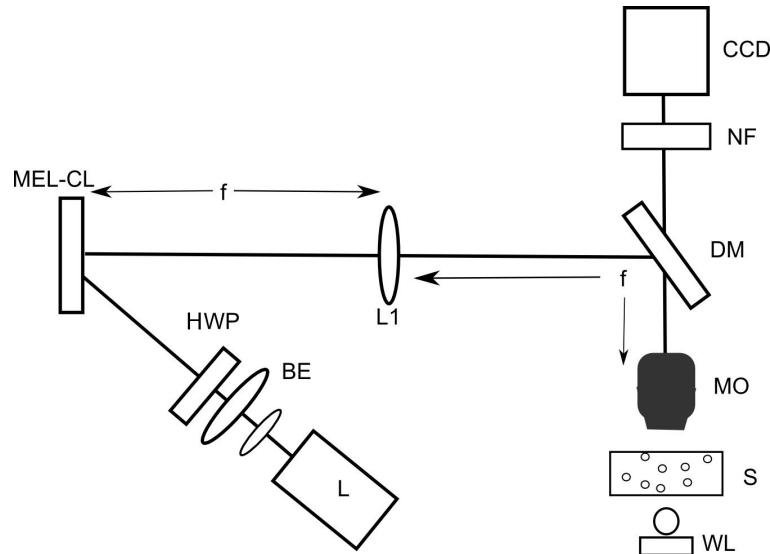


Figura 3.21: Configuración de pinzas ópticas, L: láser, BE: expansor de haz, HWP: placa de $\lambda/2$, L1: lente, MO: objetivo de microscopio, DM: espejo dicroico, NF: filtro, S: muestra y WL: luz blanca

En la figura anterior, la placa $\lambda/2$ se utiliza para alinear el eje de polarización entrante en el MEL-CL y obtener modulación de fase. En los experimentos el láser empleado fue el modelo Klastech $\lambda = 532$ nm y 1 W de potencia; el MEL-CL fue el modelo PLUTO-VIS Holoeye con resolución de 1080X1920 pixeles y $8\mu\text{m}$ de lado optimizado para realizar modulación en el rango de fase $0 - 2\pi$. Usando el software proporcionado por el fabricante, los hologramas para la generación de vórtices fueron proyectados en el modulador en forma de imágenes en escala de grises. Posteriormente, los vórtices fueron introducidos en un objetivo de microscopio de 1,4 de apertura numérica y magnificación 100X.



Figura 3.22: Arreglo experimental de pinzas ópticas

En el arreglo, la energía de entrada al objetivo de microscopio fue 25 mW. En los experimentos las partículas comenzaron a alinearse y rotar en aproximadamente 3 minutos en presencia de los vórtices ópticos. La figura 3.21 muestra la secuencia de atrapamiento óptico realizado en esferas de silicio de $2,5\mu\text{m}$ de diámetro utilizando vórtices ópticos.

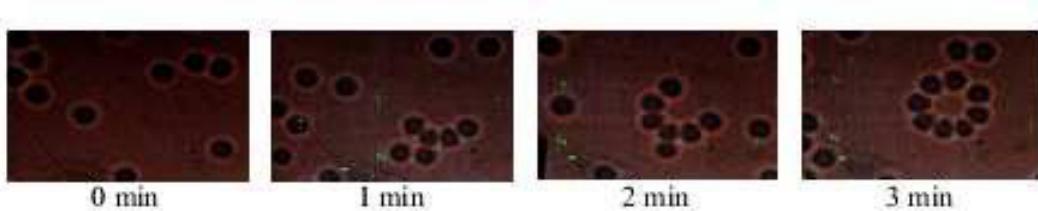


Figura 3.23: Secuencia de atrapamiento óptico

La figura 3.21 es una prueba de que hay transferencia de momento angular y junto con la imagen de la interferencia verifica que tenemos vórtices ópticos

3.6. Conclusiones

En este último capítulo se explicaron las técnicas más conocidas para la generación de vórtices ópticos para después desarrollar la técnica propuesta conocida como vórtice perfecto. Primeramente expusimos los conceptos matemáticos necesarios para la comprensión del vórtice perfecto para luego explicar la implementación de este en un arreglo de pinzas ópticas. Para poder implementar esta

técnica primero fue necesario generar los vórtices ópticos deseados mediante el empleo de una señal de control adecuada proyectada en el modulador, el cual fue colocado en un arreglo experimental para probarlo. Una vez obtenidos los vórtices deseados se armó el mismo arreglo para la generación del vórtices en el INAOE y se añadió la parte de atrapamiento. Se debieron modificar y ajustar las señales de control para el láser verde que fue prestado por esta institución. Finalmente cuando se tuvo todo el sistema completo armado se logró tener atrapamiento de partículas de silicio con los vórtices ópticos generados.

Capítulo 4

Conclusiones generales

1. En esta tesis se expusieron los fundamentos físico matemáticos de las pinzas ópticas sus características, tipos y aplicaciones. En particular el haz de atrapamiento fue generado por medio del MEL-CL PLUTO VIS.
2. Se realizó una descripción de los conceptos básicos sobre los cristales líquidos, sus tipos, su comportamiento y modelado físico-matemático. En este trabajo se propuso una técnica de caracterización del MEL-CL con la cual fue posible encontrar los parámetros de control para obtener modulación de fase en el MEL-CL.
3. Empleando la información de la caracterización del MEL-CL PLUTO-VIS bajo la cual se tienen las condiciones donde realiza modulación de fase lineal en el rango de 0 a 2π para $\lambda = 633$ nm fueron elaboradas, mediante un rutina escrita en matlab, las señales adecuadas para generar vórtices ópticos empleados en esta tesis.
4. Siguiendo el trabajo realizado del asesor de tesis Dr. A. S. Ostrovsky se desarrollo e implemento una rutina de Matlab de generación de vórtices ópticos denominada técnica de vórtice perfecto. Con esta rutina fue posible generar vórtices ópticos cuyo tamaño es independiente de la carga topológica, permitiéndonos fijar el tamaño de los vórtices.
5. Para conseguir los vórtices ópticos deseados se generaron las señales correspondientes que se proyectaron sobre el MEL-CL, obteniéndose la escritura de vórtices de radio de 1mm para distintos valores de ν , logrando variar la carga topológica desde 15 hasta 45.
6. Se comprobó que resultado obtenido fuesen efectivamente vórtices ópticos esto se logró haciendo interferir el vórtice obtenido con una onda plana, observando el patrón de tenedor característico.
7. Los vórtices obtenidos fueron implementados en un arreglo de pinzas ópticas, logrando atrapar y rotar partículas de silicio de $2.5 \mu\text{m}$ de diámetro.
8. Esta tesis forma parte del proyecto VIEP OSA-EXC13-I

Durante la realización de esta tesis se participo en los siguientes congresos:

- Joaquín García García, Carolina Rickenstorff Parrao, Andrey S. Ostrovsky. *Generación de vórtices ópticos para un experimento de pinzas ópticas empleando el modulador espacial de luz de cristal líquido PLUTO-VIS*. LVI Congreso Nacional de Física, (pag. 4). San Luis Potosí, S.L.P. (2013).
- Carolina Rickenstorff, Joaquín García-García, Ariana Sampayo-Martínez, Andrey S. Ostrovsky and Víctor Arrizón. *Generation of the Perfect Vortex for Optical Trapping*. Frontiers in Optics (FiOS). Orlando, USA. (2013).

Apéndice A

Participaciones en congresos

ópticamente en un fluido, arrojando novedosos resultados con alta correspondencia con la parte experimental.

IME14 Implementación del interferometro cílico para la demostración de las leyes de Fresnel - Arago *Nayeli Casillas Rodriguez, ncasillas21@gmail.com, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; Mauricio Ortiz Gutierrez, mortizg@yahoo.com, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; Marco Antonio Salgado Verduzco, marsalver@yahoo.com.mx, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; José Federico Casco Vasquez, jfcasco@hotmail.com, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla; Carlos Robledo Sánchez, crobledo@fcfm.buap.mx, Facultad de Ciencias Físico Matemática, Benemerita Universidad Autónoma de Puebla;*

Presentamos un interferometro cílico para verificar experimentalmente las leyes de interferencia de Fresnel y Arago. Este interferómetro usa un divisor de haz polarizado y una lente positiva que mediante un desplazamiento permite formar franjas o anillos de interferencia. A la salida del interferómetro se usa un polarizador lineal y una placa retardadora de un cuarto de onda como sistema rotador. Se hace un análisis teórico usando la representación matricial para polarizadores, rotadores y el campo eléctrico y se muestran los resultados experimentales obtenidos. La ventaja de este interferómetro es que permite formar diferentes franjas de interferencia y puede ayudar en el entendimiento del concepto de interferencia en estudiantes de licenciatura.

IME15 Determinación de indices de refraccion en materiales birrefringentes utilizando el concepto de fase envuelta *Julio César Juárez Ramírez, jcggjuarezramirez@gmail.com, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; Mauricio Ortiz Gutierrez, mortizg@yahoo.com, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; Marco Antonio Salgado Verduzco, marsalver@yahoo.com.mx, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; Jorge Adrián Arias del Angel, jaada_matematico@hotmail.com, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo; Mario Pérez Cortés, mariopc@yahoo.com, Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Yucatán;*

En la mayoría de las aplicaciones de la interferometría de medición de fase se desea conocer a través de ella algún parámetro físico que se encuentra en la expresión de la fase. En este trabajo se propone un arreglo óptico mediante el cual se pretende conocer el índice de refracción de materiales birrefringentes haciendo uso del polaríscopio. Al hacer incidir un frente de onda polarizado sobre el

material, este cambia su fase debido a su función de retardador, sus efectos pueden ser observados si se coloca otro polarizador después del material. Lo que se observará si se coloca una pantalla al final del arreglo será un patrón de franjas. Este patrón de franjas contiene información sobre la relación entre los índices de refracción ordinario (no) y extraordinario (ne) de nuestro material, el cual puede ser determinado mediante la envoltura de la fase del patrón de franjas. La deformación de las franjas sobre la pantalla será analizada mediante la teoría de Fourier.

IME16 Generación de vórtices ópticos para un experimento de pinzas ópticas empleando el modulador espacial de luz de cristal líquido PLUTO-VIS *Joaquín García García, Carolina Rickenstorff Parrao, Andrei S. Ostrovsky. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. Facultad de Ciencias Físico Matemáticas*

En este trabajo se muestran los resultados experimentales de un arreglo de pinzas ópticas que emplea vórtices ópticos con diferentes cargas topológicas. Por medio del modulador espacial de luz de reflexión PLUTO-VIS, los vórtices ópticos obtenidos en el plano focal de una lente de Fourier se utilizan para manipular esferas de silicio de 2.5um de diámetro.

IME17 CORRIMIENTO DE FRANJAS USANDO UN SISTEMA ÓPTICO 4F, CON FILTRAJE EN EL PLANO DE FRECUENCIAS, USANDO UN OBJETO DE AMPLITUD. *JOSE FEDERICO CASCO VÁSQUEZ, jfcasco2001@gmail.com, DIRECCIÓN GENERAL DE INSTITUTOS TECNOLÓGICOS, INSTITUTO TECNOLÓGICO DE APIZACO; CARLOS IGNACIO ROBLEDO SÁNCHEZ, crobledo@fcfm.buap.mx, BUAP, FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS; MAURICIO ORTIZ GUTIERREZ, mortizg1@hotmail.com, UNIVERSIDAD MICHOACANA DE SAN NICOLAS DE HIDALGO, FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS; ALAN AUGUSTO GALLEGOS CUELLAR, fa22gabo@yahoo.com.mx, DIRECCIÓN GENERAL DE INSTITUTOS TECNOLÓGICOS, INSTITUTO TECNOLÓGICO DE APIZACO; PORFIRIO NANCO HERNÁNDEZ, porfirionanco@hotmail.com, DIRECCIÓN GENERAL DE INSTITUTOS TECNOLÓGICOS, INSTITUTO TECNOLÓGICO DE APIZACO; RIGOBERTO JUAREZ SALAZAR, rjuarezsalazar@gmail.com, BUAP, FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS;*

Un interferómetro de camino común (CPI: Common Path Interferometer) es usado para generar corrimiento de franjas a partir de un objeto de amplitud, partiendo de una manipulación de los estados de polarización en el sistema 4F. El uso de un sistema desplazador de franjas en el plano de frecuencias del sistema óptico, lleva a obtener el desplazamiento de franjas para cualquier ángulo de polarización de un analizador. Se presentan simulaciones obtenidas, basadas en una interpretación matemática de

Generation of the “Perfect” Vortex for Optical Trapping

Carolina Rickenstorff¹, Joaquín García-García¹, Ariana Sampayo-Martínez¹,
Andrey S. Ostrovsky¹ and Víctor Arrizón²

¹Facultad de Ciencias Físico Matemáticas, Universidad Autónoma de Puebla, Puebla 72000 México.

²Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Apartado Postal 51, Puebla, Pue. México

Autor e-mail address: 284700727@alumnos.fcsm.buap.mx

Abstract: A novel technique for vortex generation using the liquid crystal spatial light modulator is proposed. Unlike other methods, the vortex radius is chosen independently of the topological charge. Experimental results using LC2002 modulator are shown.

OCIS codes: (140.3300) Laser beam shaping; (350.4855) Optical tweezers or optical manipulation

1. Introduction

Optical vortices have great importance in optical trapping and manipulation of microscopic dielectric objects and biological cells. These beams possess a helical wavefront characterized by the topological charge v , and a dark hollow of radius ρ_0 in its transverse intensity distribution [1]. From the point of view of trapping efficiency it is desirable to provide a large value of parameter v and a small value of parameter ρ_0 simultaneously. However, the known techniques for generating optical vortex beams exhibit a strong (almost linear) dependence between these two parameters [2-4]. Here we propose a new technique for generating the optical vortex beam free from this shortcoming and show how such vortex is approximately generated in the Fourier transforming optical system using a computer-controlled liquid crystal spatial light modulator (LC-SLM) placed at the object plane.

2. Proposed technique

We introduce the concept of the “perfect” vortex, defining it as an optical beam with the transverse distribution of complex amplitude given by the ideal model

$$g_v(\rho, \theta) \equiv \delta(\rho - \rho_0) \exp(i v \theta), \quad v = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

where $\delta(\cdot)$ is the Dirac δ -function and (ρ, θ) are the polar coordinates in the beam cross-section. As can be seen Eq. (1) describes a vortex whose central radius does not depend on the topological charge and has the highest gradient of the field on its boundary. Under certain conditions the model given by Eq. (1) can be well approximated as follows:

$$g_v(\rho, \theta) \approx \text{circ}\left(\frac{\rho}{a}\right) \exp(i v \theta) \sum_{n=1}^N \frac{J_v(\alpha_{v,n} \rho_0/a)}{[J_{v+1}(\alpha_{v,n})]^2} J_v\left(\alpha_{v,n} \frac{\rho}{a}\right), \quad (2)$$

where $J_v(\cdot)$ is the v th order Bessel function of the first kind, $\alpha_{v,n}$ is the n th zero of this function, and a is the upper limit of the radial coordinate ρ . Approximation (2) can be physically reproduced by means of the Fourier transforming optical system with a computer-controlled LC-SLM operating in the phase-only modulation mode. For this purpose the LC-SLM transmittance is composed by a set of well separated concentric ring-slits of different radii and widths with periodic azimuthal phase modulation inside in accordance with the complex function

$$t_v(r, \varphi) \propto \sum_{n=1}^N \alpha_{v,n} \beta_{v,n} \exp[i v(\varphi - \varphi_{v,n})] \delta(r - r_{v,n}), \quad (3)$$

where (r, φ) are the polar coordinates, $r_{v,n} = \alpha_{v,n} R / \alpha_{v,N}$ is the radius of the n th ring-slit (R is the radius of the LC active zone), $\beta_{v,n}$ is the width of the ring-slit, and $\varphi_{v,n}$ is a constant phase shift which takes one of two possible values 0 or π/v . To ensure the zero transmittance of the light outside the modulating ring-slits, the so-called “checkerboard” phase modulation technique must be used [5].

Bibliografía

- [1] AL Dudley and A Forbes, ' 'Optical Vortices: Properties, Applications and Experiments"
- [2] Amol Jain , "Creation of Optical Vortices Using an Adjustable Spiral Phase Plate and Computer-Generated Holograms Physics" , Individual Project Siemens-Westinghouse Competition October 2005
- [3] A. M. Yao and M. J. Padgett, "Orbital angular momentum: origins, behaviour and applications"; *Advances in optics and photonics*. **3**, pp 161-204 (2011).
- [4] M. E. J. Friese, H. Rubinsztein-Dunlop, J. Gold, P. Hagberg and D. Hanstorp, "Optically driven micromachine elements" , *Appl. Phys. Lett.* **78**, 547-549 (2001).
- [5] A. Terray, J. Oakey and D. W. M. Marr, "Fabrication of linear colloidal structures for microfluidic applications", *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1555-1557 (2002).
- [6] C.-S. Guo, X. Liu, J.-L. He, and H.-T. Wang, "Optimal annulus structures of optical vortices", *Opt. Express* **12**, 4625-4634 (2004).
- [7] C.-S. Guo, X. Liu, X.-Y. Ren, and H.-T. Wang, "Optimal annular computer-generated holograms for the generation of optical vortices", *J. Opt. Soc. Am. A* **22**, 385-390 (2005).
- [8] J. Lin, X.-C. Yuan, S. H. Tao, and Burge, "Variable-radius focused optical vortex with suppressed sidelobes", *Opt. Lett.* **31**, 1600-1602 (2006).
- [9] J. Chen, X.-C. Yuan, X. Zhao, Z. L. Fang, and S. W. Zhu, "Generalized approach to modifying optical vortices with suppressed sidelobes using Bessel-like functions", *Opt. Lett.* **34**, 3289-3291 (2009).
- [10] R. Vasilyeu, A. Dudley, N. Khilo, and A. Forbes, "Generating superposition of higher-order Bessel beams", *Opt. Express* **17** pp., 23389-23395 (2009).
- [11] V. Arrizón, D. Sánchez-de-la-Llave, U. Ruiz, and G. Méndez, "Efficient generation of an arbitrary nondiffracting Bessel beam employing its phase modulation", *Opt. Lett.* **34**, pp. 1456-1458 (2009).
- [12] J. Chen, X. Zhao, Z. Fang, and X.-C Yuan, "Explicit relations and optimal parameters for sidelobe suppression in optical vortices with a modified Bessel function", *J. Opt. Soc. Am. A* **27**, pp. 935-940 (2010).
- [13] J. Chen, Y. Yu, and F. Wang, "Production of annular flat-top vortex beam", *Chinese Opt. Lett.* **9**, pp. 1-4 (2011).
- [14] A. S. Ostrovsky, C. Rickenstorff-Parrao and V. Arrizón; "Generation of the perfect optical vortex using a liquid crystal spatial light modulator", *Opt. Lett.* **38**, 534-536 (2013).

- [15] Maxwell, James Clerk. A treatise on electricity and magnetism. Vol. 1. Clarendon press, 1881.
- [16] Robert Eisberg, Robert Resnick, *Física Cuántica- Átomos Moleculas , Solidos Núcleos y Partículas*, pp 50-60 (2008)
- [17] Ashkin A 1970 Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.* **24**, 156
- [18] Ashkin A, Dziedzic J.M 1971 Optical levitation by radiation pressure. *Appl. Phys. Lett.* **19**, pp. 283
- [19] Ashkin A, Dziedzic J.M 1985 Observation of radiation-pressure trapping of particles by alternating light-beams. *Phys. Rev. Lett.* **54**, pp. 1245-1248.
- [20] Ashkin A, Dziedzic J.M 1975 Optical levitation of liquid drops by radiation pressure. *Science.* **187**, pp. 1073-1075
- [21] Ashkin A, Dziedzic J.M Feedback stabilization of optically levitated particles. *Appl. Phys. Lett.* **30**, (1977) pp 202-204.
- [22] Ashkin A, Dziedzic J.M, Bjorkholm J.E, Chu S 1976 Observation of a single beam gradient force optical trap for dielectric particles. *Opt. Lett.* **11**, pp. 288-290.
- [23] Karel Svoboda and Steven M. Block , Optical trapping of metallic Rayleigh particles , *Optics Letters*, Vol. **19**, Issue 13, pp. 930-932 (1994)
- [24] Ke P; Gu M. 1999. Characterization of trapping force on metallic Mie particles. *Appl. Opt.* **38**: 160-167.
- [25] Seeger S.; Manojembashi S.; Hutter K.; Futterman G.; Wolfram J.; Greulich K. 1991. Application of laser optical tweezers in immunology and molecular genetics. *Cytometry.* **12**: 497-504.
- [26] Litvinov R.; Shuman H.; Benette J.; Weisel J. 2002. Binding strength and activation state of single fibrinogenintegrin pairs on living cells. *Proc. Natl. Acad. Sci.* **99**: 7426-7431.
- [27] Eugene HECHT ,*ÓPTICA*, Tercera Edición , pp 55-57 (2000)
- [28] L. Allen, M. V. Padgett and M. Babiker, “The orbital angular momentum of light”, *Progress in Optics*. **39**, pp. 291-372, (1999).
- [29] Thomas Gaborski ,Zhi Liao, *Optical Traps*
- [30] Joshua W. Shaevitz ,*A Practical Guide to Optical Trapping* , August 22, 2006
- [31] M. Woerdemann,*Structured Light Fields*,Chapter 2, Springer Theses, Berlin (2012)
- [32] Nieminem et al. 2007
- [33] Stephen P. Smith, Sameer R. Bhalotra, Anne L. Brody, Benjamin L. Brown, Edward K. Boyda, and Mara Prentiss *Inexpensive optical tweezers for undergraduate laboratories* ,American Association of Physics Teachers ,(1999)
- [34] Harada Y, Asakura T . Radiation Forces on a dielectric sphere in the Rayleigh Scattering Regime”. *Optics Communications* **124**, (1996)
- [35] A. Yariv and P. Yeh. .”optical waves in crystals”. *John Wiley& Sons USA* (1984

- [36] P.G de Gennes. "The physics of liquid crystals". *Clarendon Press Oxford* (1975) Cap. 3
- [37] K. Lu and B.E.A Saleh . "Theory and design of the liquid crystal TV as an optical spatial phase modulator". *Opt. Eng.* **29**, pp. 240-246 (1990)
- [38] M. Yamauchi and T. Eiju. "Optimization of twisted nematic liquid crystal panels of spatial light phase modulation". *Opt. Comm.*, **115**, pp. 19-25 (1995)
- [39] M. Yamauchi. "Origin and characteristics of ambiguous properties on measuring physical parameters of twisted-nematic liquid crystal spatial light modulators". *Opt. Eng.* , **41**, pp. 1134-1141, (2002)
- [40] M. Yamauchi. "Jones-matrix models for twisted-nematic liquid-crystal devices". *Appl. Opt.* **44**, pp. 4484-4493, (2005)
- [41] A. Hermerschmidt, S. Quiram, F. Kallmeyer and H.J. Eichler. "Determination of the Jones Matrix of an LC cell and derivation of the physical parameters of LC molecules". *Hojas del daricante Holoeye*, 2007.
- [42] F. Bruyneel, H. De Smet, J. Vanfleteren and A. Van Calster "Method for measuring the cell gap in liquid crystal displays". *Opt. Eng.* **40**, pp. 259-267, (2001).
- [43] J.L. Pezzantini and R.A Chipman. "Phase only modulation of twisted nematic liquid-crystal display by the use of eigenpolarization states". *Opt. Lett.* **18**,pp. 1567-1569, (1993)
- [44] Ruslan Vasilyev, Angela Dudley, Nikolai Khilo, Andrew Forbes, Piotr Ropot. "Controlling the evolution of nondiffracting speckle by complex amplitude modulation on a phase-only spatial light modulator". *Opt. Comm.* **285**,pp. 5-12, (2012)
- [45] Joseph W. GOODMAN ,*Fourier Optics*, Third Edition, pp 459-461 (2005)