BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA

Facultad de Ciencias Físico Matemáticas

CÁLCULO DE LA PRIMA INCLUYENDO GASTOS ADMINISTRATIVOS Y OPERACIÓN DE UN SEGURO.

Tesis presentada para obtener el título de:
Licenciado en Actuaría

Presentan:
José Alberto Vázquez De Andrés

Directora De Tesis:
M.C. Brenda Zavala López

Noviembre 2020

A mis padres, hermanos y amigos.
por confiar en mi en este gran camino.

Agradecimientos

Agradezco a Dios por permitirme obtener este logro en mi vida, en un año complicado por la situación que vive el planeta a causa de la pandemia.
A mis padres, hermanos, tia y primos. Que gracias a sus consejos he logrado cosas maravillosas en mi vida y sobre todo el apoyo para culminar la etapa universitaría.

A mis amigos Bryan e Isacc, que aunque estudiaron en una área de conocimiento diferente a la mia siempre me apoyaron para seguir adelante en esta etapa.

Asi también mencionar a amigos que realicé en la universidad y que me ayudaron a seguir consiguiendo mis metas y alcanzar este logro:

Mariela, Victor Hugo y Jesús por las aventuras que vivimos y que hicieron la vida universitaria divertida con los supuestos viajes escolares.
Diego y Alba que un simple día se volvieron amigos fundamentales en la universidad y de vida, con sus consejos.
Marcopolo cuyos consejos y apoyo universitaria fueron de gran utilidad para continuar siempre exigiendome y así también por la revisión a detalle de este trabajo.
Omar por las horas de estudio que compartimos y las que nos faltan en un futuro.
Yessica por formar parte de la aventura y frustración de terminar la tesis. Así también Melissa y Axel que me apoyaron a realizar este trabajo.

Quiero expresar mi profundo agradecimiento a mi asesora de tesis M.C Brenda Zavala López, por sus conocimiento compartido en cada clase que me impartio y sobre todo por aceptar trabajar en esta tesis, que a pesar de todo siempre estuvo ahi apoyandome y dandome sus mejores consejos para culminar la etapa universitaría. Asi tambien decirle: El camino fue largo pero se logro profa.

A mis sinodales M.C José Hernández Asunción , M.C. Rosalba Mercado Ortiz y Lic. Anel Reyes Duarte por sus valiosos comentarios y observaciones en este trabajo, que fueron de suma importancia para mejorar este trabajo.

Índice general

Índice de figuras

Índice de cuadros

Introducción

Uno de los detonantes del presente trabajo fue el interés que tienen algunos estudiantes de actuaría en conocer una ampliación en el campo del cálculo de primas de seguros, dónde los factores a tomar en cuenta en la teoría general universitaria se reducen en su mayoría a asociarlos a riesgos. Del presente trabajo se pretende presentar que existen más factores que podrían o no afectar ese costo, algunos con probable implicación pueden ser: los costos operativos, gastos de administración y adquisición, además de, la utilidad.

Tomando la postura de una aseguradora es de sumo interés que los costos, ya sean por el riesgo o externos a este, se trasladen en su mayoría a las primas de los seguros, por lo que realizar un cálculo para poder incluir los costos y gastos externos al riesgo sería de gran utilidad.

Para observar las diferencias en el cálculo de una prima donde se consideren más factores que el riesgo y comprobar si existe un cambio significativo, se plantearán tres situaciones, primeramente para un seguro temporal se realizará el cálculo de una prima pura (es decir, sin gastos o factores distintos al riesgo), para ese mismo seguro se realizará de nuevo el cálculo pero incluyendo un factor extra que contemple los costos operativos, gastos de administración y comisión del agente, para conocer el costo de la prima con gastos y la utilidad que la aseguradora obtendrá por dicho seguro. Finalmente la realización del cálculo de una prima que esté directamente asociada a la utilidad que obtiene una compañía de seguros, haciendo un proceso inverso con la intención de partir con una meta de ganancia definida.

Esta tesis se divide en 3 capítulos. Los primeros dos capítulos se darán conceptos básicos de matemáticas financieras y matemáticas actuariales, los cuales serán necesarios para el planteamiento del problema que se abordará posteriormente, cabe recalcar que algunos de estos conceptos conllevan un conocimiento previo de cálculo integral y probabilidad, los cuales no se abordarán en este texto debido a que quedan fueran del contexto al cual se enfoca este trabajo. En el primer capítulo, se definen conceptos interés siempre y compuesto, anualidades vencidas y valor futuro, valor presente neto (VPN), tasa interna de retorno (TIR), tabla de mortalidad, anualidades. Son necesarios para el cálculo de la reserva y conocer la utilidad para la prima con gastos. En el segundo capítulo, se define conceptos de seguros, anualidades y reservas temporales y vitalicias, se utilizarán para el cálculo de la prima y reserva con gastos que se propone. En el capítulo tercero se presenta el desarrollo del cálculo de las primas y reservas para obtener una comparación entre los montos de las primas y conocer el comportamiento de las reservas, con esto se pretende presentar ejemplos del comportamiento de cada una. Para la realización de este trabajo los datos se basaron en gastos ilustrativos debido que no se tienen gastos reales de una compañía aseguradora y por cual los datos no fueron tomados por lo que establece la Comisión Nacional de Seguros y Fianzas (CNSF) y para el cálculo de probabilidades de supervivencia se tomó de referencia la tabla de mortalidad proyectada al 2020 presentada en la tesis de Adriana Ramos Bueno con el título "El ajuste de funciones de supervivencia en tablas de mortalidad mexicanas " [2].

Como se podrá observar más adelante en el trabajo para realizar el cálculo de las primas se necesitan conocer los valores de las reservas para cada año del seguro contratado y también la edad del contratante puede cambiar, por lo que afectaría a varias variables, es necesario el uso de una herramienta para manejar variables y una gran cantidad de datos, lo que llevó a la utilización del software Visual Basic for Applications (VBA) en Excel, realizando un programa que facilite el resultado del costo de las primas que se desean obtener con solo ingresar los datos que el programa requiere.

Capítulo 1

Conceptos básicos

El nacimiento de la ciencia actuarial fue en el año 1693, año en que el astrónomo inglés Edmund Halley publica el estudio sobre mortalidad y cálculo de primas de anualidades, no hay que olvidar que el cálculo actuarial de vida está fundamentado primordialmente en las técnicas de las matemáticas financieras, la probabilidad y el análisis estadístico. [9].

1.1. Matemáticas Financieras

Las Matemáticas Financieras son de vital importancia en el estudio del valor del dinero en el tiempo, combinando el capital, la tasa de interés y así poder obtener un rendimiento o interés, ya sea mediante un interés simple o un interés compuesto. También es de gran importancia para la toma de decisiones en la inversión de proyectos aplicando el Valor Presente Neto (VPN) y con el cálculo de la Tasa Interna de Retorno nos permitan saber si es rentable o no un proyecto.

1.1.1. Interés Simple

Definición 1.1. *El interés simple es la cantidad de interés que se calcula como un porcentaje del capital principal.*

Que se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$I = Cit$$

Donde:

$$\begin{aligned} I &= \text{Representa el interés sobre el capital inicial.} \\ C &= \text{Capital inicial.} \\ i &= \text{Tasa de interés.} \\ t &= \text{El periodo del prestamo.} \end{aligned}$$

Ejemplo 1.1.1. *Supongamos que se realiza un depósito en una cuenta de ahorro de* $5,000 *durante 2 años con una tasa de interés de* 4 % *anual. Si aplicamos la fórmula de interés simple, tenemos que: [4]*

$$I = \$5,000(0.04)(2) = \$400$$

Obtenemos de interés $400.

Para calcular el valor futuro del interés simple se tiene que sumar los intereses al capital principal, como se muestra en la siguiente tabla.

Periodo	Capital	Interés	Monto
1	C	$C + Ci$	$C(1 + i)$
2	$C(C + i)$	$C(1 + i) + Ci$	$C(1 + 2i)$
3	$C(C + 2i)$	$C(1 + 2i) + Ci$	$C(1 + 3i)$
4	$C(C + 3i)$	$C(1 + 3i) + Ci$	$C(1 + 4i)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t	$C(1 + (t - 1)i)$	$C(1 + (t - 1)i) + Ci$	$C(1 + ti)$

Cuadro 1.1: Tabla desgloce de interés simple en el tiempo t.[4]

Si M denota el monto del capital más el ineteres luego de t periodos, entonces éste se puede obtener con la siguiente expresión:

$$M = C(1 + it)$$

En este caso, si se invierten $5,000 a 2 años con una tasa de interés simple del 4 % anual, tenemos que:

$$M = \$5,000(1 + (0.04)(2)) = \$5,400$$

Ejemplo 1.1.2. *Supongamos que el señor Vázquez invierte en una cuenta de banco* $25,000 *por 3 años con una tasa de interés del* 8.5 % *simple anual. ¿Cuanto ganará el señor Vázquez ?*

$$M = \$25,000(1 + (0.085)(3)) = \$31,375$$

El monto recibido con intereses es de $31,375.

1.1.2. Interés Compuesto

Definición 1.2. *El interés compuesto consiste en calcular el interés periódicamente y convertirlo en principal. La noción que se debe tener del interés compuesto es que conforme pasan los periodos, el interés se convierte en principal, significa que el interés se suma al capital y a partir de entonces se le trata como parte del capital principal.*

Periodo	Capital	Interés	Monto
1	C	$C + Ci$	$C(1+i)$
2	$C(C+i)$	$C(1+i) + C(1+i)i$	$C(1+i)^2$
3	$C(C+i)^2$	$C(1+i)^2 + C(1+i)^2 i$	$C(1+i)^3$
4	$C(C+i)$	$C(1+i)^3 + C(1+i)^3 i$	$C(1+i)^4$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
t	$C(1+i)^{t-1}$	$C(1+i)^{t-1} + C(1+i)^{t-1} i$	$C(1+i)^t$

Cuadro 1.2: Tabla de desgloce para interés compuesto en el tiempo t.[4]

Entonces el monto acumulado luego de t periodos es:

$$M = C(1+i)^t$$

Ejemplo 1.1.3. *Supongamos que el señor Vázquez hace una inversión de inicial* \$6,000 *a una tasa de interés de* 4 % *efectivo mensual. ¿Cúanto tendrá dentro de 8 meses?*

$$M = \$6,000(1+0.04)^8 = \$8,211.41$$

El monto recibido con interés al final de 6 meses es de: \$8,211.41.

1.1.3. Anualidades

Definición 1.3. *Una anualidad es una serie de pagos generalmente iguales que se realizan a intervalos de tiempo iguales.*

El término anualidad no necesariamente se refiere a periodos de pagos anuales, si no con que frecuencia se realizan; estos pagos pueden ser de manera semestrales, mensuales, quincenales, etc.

Algunos ejemplos que podemos ver en la vida cotidiana son:

a) Los pagos de un crédito.

b) Los pagos de un seguro de alguna compañía.

c) El pago de renta de algún departamento.

d) Los depósitos a tu cuenta de AFORE.

e) El pago que realiza la empresa a sus trabajadores.

Anualidad Vencida

Son aquellas en que los pagos se efectúan a su vencimiento, es decir, al final de cada periodo.

Valor Futuro

Supongamos que una persona realiza depósitos en n periodos a su cuenta de ahorro R, con una tasa de interés i, desea conocer el valor futuro de sus pagos.

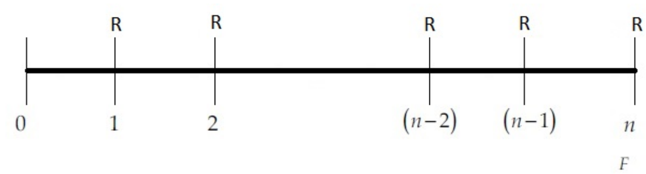


Figura 1.1: Diagrama de flujo para el valor futuro.[Elaboración propia]

El monto final de una anualidad vencida ó valor futuro se expresa como la siguiente serie.

$$F = R(1+i)^{n-1} + R(1+i)^{n-2} + ... + R(1+i)^{1} + R(1+i)^{0} \tag{1.1}$$

Donde:

$$\begin{aligned} R &= \text{Renta o pago períodico.} \\ n &= \text{Plazo de duración de la anualidad.} \\ i &= \text{Interés.} \\ F &= \text{Monto acumulado para la fecha focal.} \end{aligned}$$

Multiplicamos la expresión (1.1) por $(1+i)$

$$F(1+i) = R(1+i)^{n} + R(1+i)^{n-1} + ... + R(1+i)^{2} + R(1+i)^{1} \tag{1.2}$$

Restando las series $(1.2) - (1.1)$ obtenemos

$$Fi = R(1+i)^n - R$$

despejamos la i y factorizando R obtenemos la fórmula del valor futuro de una anualidad vencida, la cual es:

$$S_n = R\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i}\right]$$

Ejemplo 1.1.4. *El señor Vázquez desea invertir* $20,000 *cada semestre por 2 años en una cuenta de inversión con una tasa de interés del* 10 % *anual capitalizable semestralmente. ¿Cuanto va recibir el señor Vázquez al final de los 2 años de inversión?*

$$S_4 = \$20,000\left[\frac{(1+0.05)^4-1}{0.05}\right]$$
$$= \$86,202.5$$

Monto acumulado es de $86,202.5

Valor Presente

Supongamos que una persona desea liquidar una deuda de su tarjeta de crédito mediante n pagos vencidos de R cantidad, con una tasa de interés i efectiva por periodo, el monto de la deuda el día de hoy se denomina valor presente.

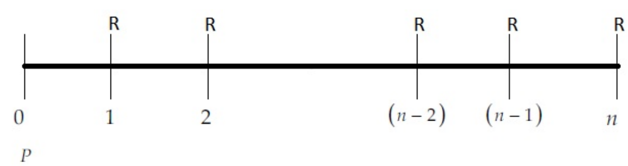


Figura 1.2: Diagrama de flujo para el valor presente.[Elaboración propia]

El monto final de una anualidad vencida con valor presente se expresa como una serie.

$$P = R(1+i)^{-1} + R(1+i)^{-2} + ... + R(1+i)^{1-n} + R(1+i)^{-n} \tag{1.3}$$

Donde P denota el valor actual.
Multiplicamos la serie por $(1+i)$ en ambos lados

$$P(1+i) = R + R(1+i)^{-1} + ... + R(1+i)^{2-n} + R(1+i)^{1-n} \tag{1.4}$$

Restamos las series $(1.3) - (1.4)$ y factorizando R obtenemos

$$Pi = R + R(1+i)^{-n}$$

. despejamos la i y factorizando R obtenemos la fórmula del valor presente de una anualidad vencida es:

$$a_n = R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

Ejemplo 1.1.5. *El señor Vázquez desea liquidar la deuda de su tarjeta de crédito, mediante 3 pagos mensuales vencidos del* \$500 *cada uno, con una tasa de interés de* 15 % *efectiva mensual. ¿Cuál es el monto que pagará el señor Vázquez para liquidar la deuda?*

$$\begin{aligned} a_3 &= \$500\left[\frac{1-(1+0.15)^{-3}}{0.15}\right] \\ &= \$1,141.61 \end{aligned}$$

El monto que deberá de pagar para liquidar la deuda es de \$1, 141.61.

Anualidad Anticipada

Los pagos se efectúan al principio de cada periodo durante n años, la tasa de interés anual efectiva es i.

Valor futuro

El monto final de una anualidad anticipada valor futuro se expresa como una serie.

$$F = R(1+i)^n + R(1+i)^{n-1} + ... + R(1+i)^2 + R(1+i)^1 \tag{1.5}$$

Multiplicamos la serie por $(1+i)$ en ambos lados

$$F(1+i) = R(1+i)^{n+1} + R(1+i)^n + ... + R(1+i)^3 + R(1+i)^2 \tag{1.6}$$

Restamos las series $(1.5) - (1.6)$ y factorizando R obtenemos,

$$\begin{aligned} Fi &= R(1+i)^{n+1} - R(1+i) \\ &= R\left[\frac{(1+i)^{n+1}-(1+i)}{i}\right] \\ &= R\left[\frac{(1+i)^n(1+i)-(1+i)}{i}\right] \end{aligned}$$

Factorizando $(1+i)$, obtenemos la fórmula del valor futuro de una anualidad anticipada es:

$$\begin{aligned} \ddot{S}_n &= R\left[\frac{(1+i)^n-1}{i}\right](1+i) \\ &= R\left[\frac{(1+i)^n-1}{d}\right] \end{aligned}$$

Donde d se expresa como $d = \frac{(1+i)}{i}$

Ejemplo 1.1. *El señor Vázquez desea ahorrar* $10,000 *al principio de cada año por 10 años, para la educación universitaria de su hijo, si el fondo gana el* 3 % *anual. ¿Cuál es el monto que tendrá el señor Vázquez para la educación de su hijo al final del periodo de ahorro?*

$$\ddot{S}_{10} = \$10,000\left[\frac{(1+0.03)^{10}-1}{0.03}(1+0.03)\right]$$

$$\ddot{S}_{10} = \$118,077.96$$

El monto para la corporación al final del décimo año será de $118,077.96.

Valor presente

El valor presente de una anualidad anticipada se expresa como una serie.

$$P = R(1+i)^{-n} + R(1+i)^{-(n-1)} + ... + R(1+i)^{-2} + R(1+i)^{-1} \qquad (1.7)$$

Multiplicamos la serie por $(1+i)^{-1}$ en ambos lados

$$P(1+i)^{-1} = R(1+i)^{-(n+1)} + R(1+i)^{-n} + ... + R(1+i)^{-3} + R(1+i)^{-2} (1.8)$$

Restamos las series (1.7) − (1.8) y factorizando R obtenemos,

$$\begin{aligned}\frac{Pi}{(1+i)} &= R(1+i)^{-1} - R(1+i)^{-(n+1)}\\ &= R\left[\frac{(1+i)^{-n+1}+(1+i)}{i}\right]\\ &= R\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{d}\right]\end{aligned}$$

Ejemplo 1.2. *El señor Vázquez desea alquilar un auto de* $4,000 *mensuales y propone a la arrendadora pagar el alquiler anual al principio del año con la tasa del del* 12 % *capitalizable mensualmente, la tasa efectiva mensual es del* 1 %. *Hallar el valor presente del alquiler.*

$$\ddot{a}_{12} = \$4,000(1+0.01)\frac{1-(1+0.01)^{-12}}{0.01}$$

$$\ddot{a}_{12} = \$45,470.51$$

El valor presente del alquiler es $45,470.51.

1.1.4. Valor Presente Neto (VPN)

En este método de evaluación se considera el dinero a través del tiempo y representa la utilidad que obtiene el inversionista después de haber recuperado la inversión obteniendo la rentabilidad exigida; mide los resultados obtenidos por el proyecto a valor presente del periodo en que se hace la evaluación [3].

$$VPN = -C_0 + \frac{C_1}{(1+k)} + \frac{C_2}{(1+k)^2} + \frac{C_3}{(1+k)^3} + \cdots + \frac{C_t}{(1+k)^t}$$

$$VPN = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+k)^t}$$

Donde:

C_t = Representa los flujos de caja en cada periodo t.
C_0 = Es el valor del desembolso inicial de la inversión.
n = Es el número de periodos considerados.
k = Es la tasa de interés del valor presente neto.
t = Representa el tiempo.

La regla de decisión del VPN es muy sencilla, debemos de aceptar el proyecto cuando el VPN es positivo (generaría riqueza a los accionistas) y recharzarlo cuando es negativo (perdería los accionistas) y no recuperarían el monto invertido.

Valor	Decisión a tomar
$VPN > 0$	El proyecto deberá aceptarse.
$VPN = 0$	El proyecto no crea ni destruye el valor.
$VPN < 0$	El proyecto deberá rechazarse.

Cuadro 1.3: Tabla de regla de decisión del VPN.[Elaboración propia]

Ejemplo 1.1.6. *Se presenta una decisión de inversión que tiene un desembolso inicial de* $70 *y genera un flujo de caja en el primer año de* $15 *y de* $35 *el segundo. Si el costo de oportunidad es de un* 25 % *anual. ¿Cuál es el Valor Presente Neto (VPN) de dicha inversión?*

$$VPN = -\$70 + \frac{\$15}{(1+0.25)} + \frac{\$35}{(1+0.25)^2} = -\$35.60.$$

Como el $VPN < 0$ el proyecto se rechaza.

Ejemplo 1.1.7. *Supongamos que la compañía Azzurra está pensando en invertir dinero en una cadena de pizzerías que le requiere un depósito inicial de $\$1,000$ y genera un flujo de fondos neto de $\$500$ los dos primeros años y $\$800$ al final de su vida, donde se liquidan las instalaciones y el capital de trabajo (Por lo tanto, en el último valor incluimos el valor de realización de los activos neto de impuestos). Si asumimos que el costo de oportunidad del capital es:[3]*

a) $k = 10\,\%$

b) $k = 35\,\%$

Solución

a) $VPN = -\$1,000 + \dfrac{\$500}{(1+0.1)} + \dfrac{\$500}{(1+0.1)^2} + \dfrac{\$800}{(1+0.1)^3} = \$468.82.$

b) $VPN = -\$1,000 + \dfrac{\$500}{(1+0.35)} + \dfrac{\$500}{(1+0.35)^2} + \dfrac{\$800}{(1+0.35)^3} = \$-30.13.$

Es decir, se aceptaría el proyecto con la opción a) ya que genera riqueza a los accionistas, en caso contrario, en la opción b) se tendría una pérdida.
Se puede apreciar que en la gráfica mientras aumenta la tasa de interés *(k)* el Valor Presente Neto disminuye ¿Por qué sucede esto?

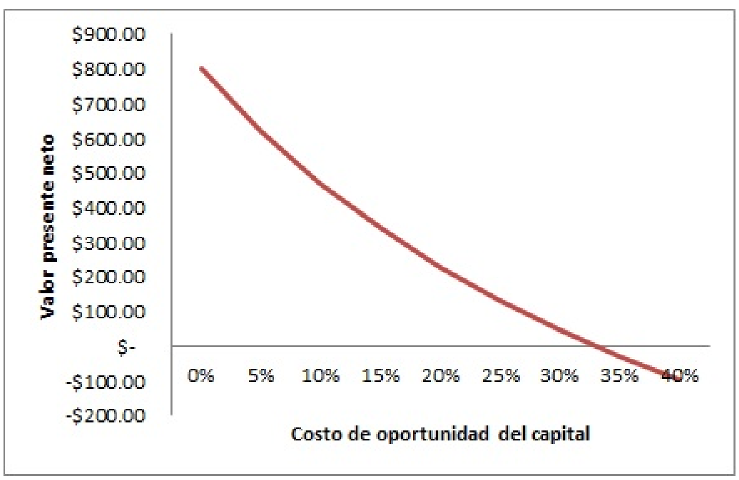


Figura 1.3: Función del VPN.[Elaboración propia]

Observemos que el VPN es una función decreciente y continua tasa de interés, mientras que la primera derivada es negativa, la segunda derivada es positiva.

$$VPN = -I_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+k)^t} = -C_0 + C_1(1+k)^{-1} + \cdots + C_n(1+k)^{-n}$$

Si derivamos con respecto a la tasa de interés k, obtenemos:

$$\frac{dVPN}{dk} = -\frac{C_1}{(1+k)^2} + (-2)\frac{C_2}{(1+k)^3} + \cdots + (-n)\frac{c_n}{(1+k)^{n+1}}$$

$$\frac{dVPN}{dk} = -\sum_{t=1}^{n} \frac{(t)c_t}{(1+k)^{t+1}}$$

El signo de la derivada siempre es negativo, la función es decreciente siempre que la tasa de interés aumenta.
Si queremos saber con que velocidad cambia el VPN con respecto al cambio en la tasa de interés, la respuesta no las da la segunda derivada:

$$\frac{d^2VPN}{dk} = (2)\frac{C_1}{(1+k)^3} + (6)\frac{C_2}{(1+k)^4} + \cdots + n(n+1)\frac{C_n}{(1+k)^{n+2}}$$

$$\frac{d^2VPN}{dk} = -\sum_{t=1}^{n} \frac{t(t+1)(C_t)}{(1+k)^{t+2}}$$

El signo de la derivada siempre es negativo, la función es decreciente siempre que la tasa de interés disminuye.

k	VPN
0 %	\$800.00
5 %	\$620.78
10 %	\$468.82
15 %	\$338.87
20 %	\$226.85
25 %	\$129.60
30 %	\$44.61
35 %	-\$30.13
40 %	-\$96.21

Cuadro 1.4: Valor presente Neto de una tasa de interés [3].

1.1.5. Tasa Interna de Retorno (TIR)

La tasa interna de retorno (TIR) se define como aquella tasa que descuenta el valor de los futuros ingresos netos esperados igualándolos con el desembolso inicial de la inversión (matemáticamente, esta definición es equivalente a decir que la TIR es aquella tasa que iguala el VPN a cero).

$$0 = -C_0 + \frac{C_1}{(1+TIR)} + \frac{C_2}{(1+TIR)^2} + \frac{C_3}{(1+TIR)^3} + ... + \frac{C_t}{(1+TIR)^t}.$$

$$0 = -C_0 + \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+TIR)^t}$$

ó también

$$C_0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{C_t}{(1+TIR)^t}$$

Valor	Decisión a tomar
$TIR > k$	El proyecto deberá aceptarse.
$TIR = 0$	El proyecto no crea ni destruye el valor.
$TIR < k$	El proyecto deberá rechazarse.

Cuadro 1.5: Tabla de regla de decisión de la TIR.[Elaboración propia]

Recordamos que k es la tasa de interés.

Ejemplo 1.1.8. *Tomando el ejemplo 1.1.6 calculamos la TIR*

Donde $TIR = x$

$$0 = -\$70 + \frac{\$15}{(1+x)} + \frac{\$35}{(1+x)^2}$$

Multiplicamos la ecuación por $(1+x)^2$

$$0 = -\$70(1+x)^2 + \$15(1+x) + \$35$$

Usando la fórmula general para la solución de ecuaciones de segundo grado

$$1 + x = \frac{-\$15\sqrt{\$15^2 - 4(-\$60)(\$70)}}{2(\$15)}$$

$$x = 3.91\,\%$$

El proyecto se rechaza, ya que nuestra $TIR < k$ porque $3.91\,\% < 25\,\%$.

De manera general en la búsqueda de la TIR se utilizara, algún método numérico como lo es método de Newton para encontrar raíces de sistema de ecuaciones de manera eficiente.

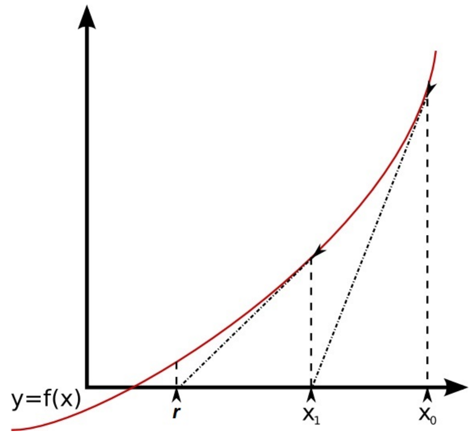


Figura 1.4: Gráfico Método de Newton [5].

Método de Newton

Supongamos que tenemos la aproximación x_0 a la raíz r, de la función que $f(x)$ es diferenciable.
Trazamos una recta tangente a la curva en el punto (x_0,$f(x)$), el punto donde aproxima el eje x representa una aproximación de la raíz donde x_0 es una aproximación inicial a una raíz de f, obviamente,queremos

$$f(x_0 + h) = 0$$

si f es suficientemente bien comportada, se tendrá una serie de Taylor en x_0.

$$f(x_0) + hf^{'}(x_0) + \frac{h^2}{2}f^{''}(x_0) + ... = 0$$

Buscaremos sólo la aproximación para h. Despreciaremos los demás términos por error de aproximación que convergen a 0 para n suficiente grande.

$$f(x_0) + hf^{'}(x_0) = 0$$

$$h = -\frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Nuestra aproximación es:

$$x_1 = x_0 + h = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

Si el método de Newton se describe en términos de una sucesión $x_0, x_1, ...$ entonces se aplica la siguiente definición recursiva:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$$

¿El límite a que converge?

$$\lim_{n\to\infty} x_n = r$$

donde la r es la raíz deseada.

Ejemplo 1.3. *Tomando el ejemplo 1.1.7 del sección anterior encontraremos la TIR con el método de Newton.*

Donde $TIR = x$

$$f(x) = -\$1,000 + \frac{\$500}{(1+x)^1} + \frac{\$500}{(1+x)^2} + \frac{\$800}{(1+x)^3}$$

Derivamos la ecuación respecto a la TIR obtenemos,

$$f^{'}(x) = -\frac{\$500}{(1+x)^2} + (-2)\frac{\$500}{(1+x)^3} + (-3)\frac{\$800}{(1+x)^4}$$

Aplicamos el Método de Newton para la solución del problema:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} = 0.329$$

$$x = 32.9\,\%$$

El proyecto se rechaza, ya que la $TIR > k$ porque $32.9\,\% > 10\,\%$.

1.2. Modelos de supervivencia

La obtención de funciones matemáticas que expliquen el impacto de los fenómenos demográficos ha sido una tarea que desde el siglo XIX y hasta la fecha se realizado de manera tal que hoy en día se tienen, en el campo actuarial y demográfico, avances que permiten confrontar diversas funciones para obtener ajustes que optimicen el comportamiento de variables como la mortalidad en poblaciones humanas [10].

1.2.1. Definición de la función de supervivencia

[12] En estudio de distribuciones de supervivencia es indispensable definir el concepto de que es un fallo.
¿Qué entendemos por fallo?

Cualquier situación que involucre un modelo de supervivencia define un concepto de fallo relacionado con el decremento de un grupo o conjunto de objetos.

- El tiempo de vida de una bombilla, el instante de fallo es el momento en el cual la bombilla se funde.
- El tiempo de vida de una persona recién nacida, el instante de fallo es el momento en el cual el fallecimiento de la persona ocurre.

Sea T_0 una variable aleatoria de tiempo continuo que representa la edad de fallecimiento de la persona y consideremos que $F_0(t)$ representa la función de distribución de t; es decir

$$F_0(t) = Pr(T_0 \leq t)$$

La función de supervivencia de una variable aleatoria T_0 se denota por $S_0(T)$ y es definida como:

$$S_0(t) = Pr(T_0 \leq t) = \int_t^{\infty} f_0(u) \cdot du = 1 - F_0(t)$$

Propiedades

a) La distribución de T_0 queda completamente determinada por $F_0(t)$ ó $S_0(t)$.

b) $S_0(t)$ es una función monótona decreciente.

c) $S_0(0) = 1$.

d) $\lim\limits_{t\to\infty} S(t) = 0$

e) Probabilidad de que una persona fallezca entre x y $x + t$, sobreviviendo a la edad x es:

$$\begin{aligned}
Pr(x < T_0 \leq x + t | T_0 > x) &= \frac{Pr(x < T_0 \leq x + t)}{Pr(T_0 > x)} \\
&= \frac{F_0(x + t) - F_0(x)}{1 - F_0(x)} \\
&= \frac{S_0(x) - S_0(x + t)}{S_0(x)}
\end{aligned}$$

Sea $f(x)$ la función de probabilidad de la variable continua de la edad al momento de fallecimiento.

1.2.2. Cálculo de la probabilidad de sobrevivir

Sea x la edad de la persona y T_x el tiempo de supervivencia de (x), es decir, $T_x = T_0 - x$.
Se define:

- La probabilidad de que la persona fallezca en el tiempo t a la edad $x+t$

$$ {}_tq_x = Pr(T_x \geq t) $$

- La probabilidad de que la persona sobreviva en el tiempo t

$$ {}_tp_x = Pr(T_x > t) $$

La probabilidad de que (x) sobreviva t años más y fallezca en los n años siguientes se representa como ${}_{t|n}q_x$.

Aunque estas probabilidades temporales de fallecimiento y sobrevivencia, ${}_tq_x$ y ${}_tp_x$, están definidas para cualquier valor real t, en la práctica solo son calculadas para valores enteros de t a partir de las tablas de mortalidad.

Propiedades que satifacen estas probabilidades.

1) ${}_tp_x = 1 -_t q_x$

2) ${}_{t|n}q_x = ({}_tp_x)_nq_{x+t}$

3) ${}_tp_x = \frac{S_0(x+t)}{S_0(x)}$

Demostración.

$$
\begin{aligned}
{}_{t|n}q_x &= Pr(t < T_x \leq t+n) \\
&= Pr(T_x \leq t+n - Pr(T_x \leq t)) \\
&= {}_{t+n}q_x - {}_tq_x
\end{aligned}
$$

Así:

$$
\begin{aligned}
{}_{t|n}q_x &= \frac{S_0(x) - S_0(x+t+n)}{S_0(x)} - \frac{S_0(x) - S_0(x+t)}{S_0(x)} \\
&= \frac{S_0(x+t) - S_0(x+t+n)}{S_0(x)} \\
&= \left(\frac{S_0(x+t)}{S_0(x)}\right) \frac{S_0(x+t) - S_0(x+t+n)}{S_0(x+t)} \\
&= ({}_tp_x)_nq_{x+t}
\end{aligned}
$$

$\square$

Tiempo de vida futura

En el caso discreto, se representa con $K(x)$ al tiempo de vida futura, y se le denomina tiempo de vida abreviada, con distribución:

$$\begin{aligned}
Pr(K(x) = x) &= Pr(k \leq T_x < k+1) \\
&= {}_kp_x - {}_{k+1}p_x \\
&= {}_{k+1}q_x - {}_kq_x \\
&= {}_kp_x q_{x+k}
\end{aligned}$$

En definitiva $K(x)$ representa el número de años completos de sobrevivir.

Tasa de mortalidad

La probabilidad de que un individuo de edad x fallezca en el instante δ_x posterior es proporcional a la duración de este instante con el coeficiente de proporcionalidad siguiente:

$$\frac{f_0(x)}{1 - F_0(x)}$$

A esta expresión se le denomina fuerza de mortalidad y se le representa con μ_x, esta es en definitiva una medida de la intensidad de la mortalidad a la edad x para los individuos que han alcanzado esa edad.
Entonces:

$$\begin{aligned}
\mu_x &= \frac{f_0(x)}{1 - F_0(x)} \\
&= -\frac{S_0'(x)}{S_0(x)} \\
&= -\frac{d}{dx}(\ln(S_0(x))) \\
&= -\frac{d}{dx}(\ln(l_x))
\end{aligned}$$

La fuerza de mortalidad debe de sastifacer las siguientes propiedades.

1) $\mu_x \geq 0 \ \forall x \epsilon \mathbb{R}$

2) $\mu_x = -\frac{S_0'(x)}{S_0(x)} = -\frac{l_x'}{l_x}$

3) ${}_np_x = e^{-\int_x^{x+n} \mu_s \cdot ds} = e^{-\int_0^n \mu_{x+t} \cdot dt}$

4) ${}_nq_x = \int_0^n ({}_tp_x)\mu_x \cdot dx$

Demostración. Se demostrará las propiedades (3) y (4)

3)

$$
\begin{aligned}
\frac{-d(\ln S_0(y))}{d_y} &= \mu_y \\
-\int_x^{x+n} d(\ln S_0(y)) &= \int_x^{x+n} \mu_y \cdot dy \\
\ln\left[\frac{S_0(x+n)}{S_0(x)}\right] &= -\int_x^{x+n} \mu_y \cdot dy \\
\ln({}_n p_x) &= -\int_x^{x+n} \mu_y \cdot dy \\
\therefore {}_n p_x &= e^{-\int_x^{x+n} \mu_y \cdot dy}
\end{aligned}
$$

4)

$$
\begin{aligned}
-\frac{l'_x}{l_x} &= \mu_x \\
\int_x^{x+n} dl_y &= -\int_x^{x+n} l_y \mu_y \cdot dy \\
l_{x+n} - l_x &= -\int_x^{x+n} l_y \mu_y \cdot dy \\
l_x - l_{x+n} &= \int_0^n l_{y+t} \mu_{y+t} \cdot dt
\end{aligned}
$$

dividiendo para l_x:

$$
\therefore {}_n q_x = \int_0^n ({}_t p_x) \mu_x \cdot dx
$$

$\square$

Es decir ${}_t p_x \mu_{x+t}$ es una función de densidad de la variable aleatoria tiempo de vida futura para un individuo de edad x.

1.2.3. Funciones de supervivencia y fuerza de mortalidad clásicas.

De Moivre

Abraham De Moivre fue un matemático francés, es conocido por su fórmula De Moivre, a cual conecta los números complejos y la trigonometría por su trabajo en la distribución normal y probabilidad. En 1729 realizó su postulado de Ley de Mortalidad.[2]

Función de supervivencia

$$S_0(t) = 1 - \frac{t}{w}$$

Fuerza de mortalidad

$$\mu_{0+t} = \frac{1}{w-t}$$

donde $0 \leq t < w$.

Gompertz

Benjamín Gompertz, nació en Londres en 1779. Gompertz era un actuario que realizó dos publicaciones importantes sobre contigencias. La primera la hizo en 1820, introdujo una nueva notación para describir las contigencias que ocurren para dos o más vidas; En este trabajo asume que l_x decrece de una forma aritmética o geométrica conforme va aumentando la edad de los individuos en estudio. La segunda la realizó en 1825 en la cual desarrolla su famosa ley de mortalidad.[2]

Función de supervivencia

$$S_0(t) = \exp[-m(c^t - 1)]$$

Fuerza de mortalidad

$$\mu_{0+t} = Bc^t$$

donde $B > 0$, $c < 1$, $t \geq 0$

Makeham

Wiliam Makeham fue un actuario británico quien propuso en 1890 su Ley de Mortalidad basándose en la propuesta por Gompertz. Agrega una constante que contiene los eventos fortuitos que no se habían considerado en la ley anterior.[2]
Función de supervivencia

$$S(t) = \exp[-A_t - m(c_t - 1)]$$

Fuerza de mortalidad

$$\mu(t) = A + Bc^t$$

donde $B > 0$, $A \geq -B$, $c < 1$, $t \geq 0$

1.2.4. Tablas de Mortalidad

A través del tiempo, las necesidades de la población han impulsado el deseo de desarrollar tablas para medir la probabilidad de muerte, en consecuencia, investigadores de distintas especialidades y nacionalidades a realizar estudios al respecto. En particular, el actuario ha desempeñado un papel importante, proponiendo, desarrollando e investigando nuevos métodos y modelos respresentativos del fénomeno de la mortalidad [11].

Definición 1.4. *Una Tabla de Mortalidad es un cuadro estadístico que resume el impacto de la mortalidad en un grupo cerrado de personas (Cohorte Generalmente Ficticia) denotado por* l_x.

Nomenclatura de las Tablas de Mortalidad

$$\begin{aligned} x &= \text{Edad de la persona.} \\ l_x &= \text{Número de vivos de edad exacta } x \\ {}_nd_x &= \text{Número de muertes ocurridas entre las edades } x \text{ y } x+n. \end{aligned}$$

$$ {}_nd_x = l_x - l_{x+n} $$

${}_np_x$=Probabilidad de que una persona de edad x sobreviva n años más.

$$ {}_np_x = \frac{l_{x+n}}{l_x} $$

q_x=Probabilidad de que una persona de edad x fallezca entre las edades x y $x+1$

$$ q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1 - p_x $$

x	l_x
40	9,241,359
41	9,208,737
...	....
65	6,800,531
66	6,584,614
...	....
87	909,929
88	741,474

Cuadro 1.6: Tabla de mortalidad de 1958 CSO [11].

Ejemplo 1.4. *¿Que probabilidad tiene una persona de sobrevivir a los 65 años, si actualmente tiene 40 años?*

Solución

$$ {}_{25}p_{40} = \frac{l_{40+24}}{l_{40}} = \frac{6,800,531}{9,241,359} = 0.7358 $$

La probabilidad de que sobreviva es de 73.58 %

$$ {}_{25}q_{40} = 1 - 0.7358 = 0.2641 $$

La probabilidad de que fallezca es de 26.41 %

Para la realización del cálculo, se ocupará la tabla de mortalidad tomada de la tesis de "El ajuste de funciones de supervivencia en tablas de mortalidad mexicanas " [2], bajo el supuesto de Gompertz-Makeham y proyectada al 2020.

EDAD	q_x	l_x	EDAD	q_x	l_x
12	0.000191	98,673	57	0.007925	90,276
13	0.000220	98,654	58	0.008661	89,560
14	0.000256	98,633	59	0.009465	88,785
15	0.000299	98,607	60	0.010345	87,944
16	0.000347	98,578	61	0.0011306	87,035
17	0.000400	98,544	62	0.012358	86,051
18	0.000454	98,504	63	0.013507	84,987
19	0.000509	98,460	64	0.014764	83,839
20	0.000562	98,410	65	0.016138	82,601
21	0.000611	98,410	66	0.017640	81,268
22	0.000656	98,294	67	0.0019283	79,835
23	0.000697	98,230	68	0.021079	78,295
24	0.000734	98,161	69	0.023043	76,645
25	0,000798	98,014	70	0.025190	74,879
26	0.000798	98,014	71	0.027537	72,993
27	0.000827	97,936	72	0.030103	70,983
28	0.000858	97,855	73	0.032908	68,846
29	0.000890	97,771	74	0.035973	66,580
30	0.000926	97,684	75	0.039324	64,185
31	0.000967	97,593	76	0.042609	61,661
32	0.001015	97,499	77	0.046161	59,034
33	0.001070	97,400	78	0.049997	56,309
34	0.001133	97,296	79	0.054140	53,493
35	0.001207	97,186	80	0.058610	50,597
36	0.001292	97,068	81	0.063430	47,632
37	0.001388	96,943	82	0.068625	44,611
38	0.001498	96,808	83	0.074217	41,549
39	0.001623	96,663	84	0.080231	38,466
40	0.001762	96,506	85	0.086806	35,379
41	0.001918	96,336	86	0.093993	32,308
42	0.002091	96,152	87	0.101851	29,272
43	0.002283	95,951	88	0.110439	26,290
44	0.002496	95,732	89	0.119825	23,387
45	0.002728	95,732	90	0.130078	20,584
46	0.002984	95,732	91	0.141275	17,907
47	0.003265	95,732	92	0.153494	15,377
48	0.003572	95,732	93	0.166736	13,017
49	0.003906	95,732	94	0.181170	10,846
50	0.004271	95,732	95	0.196889	8,881
51	0.004669	95,732	96	0.213989	7,133
52	0.005101	95,732	97	0.232566	5,606
53	0.005571	95,732	98	0.252717	4,303
54	0.006082	95,732	99	0.274532	3,215
55	0.006636	95,732	100	1.000000	2,333
56	0.007252	95,732			

Figura 1.5: Tabla de mortalidad proyectada al 2020 [2].

Capítulo 2

Cálculos Actuariales

2.1. Seguro de vida

[14] El seguro de vida cubre el riesgo de que una persona viva o no viva, proporcionando el asegurador una prestación económica en el caso de que ocurra, dentro del plazo convenido, el acontecimiento asegurado.

El riesgo cubierto por el seguro es variable (ya que la probabilidad de fallecimiento aumenta con la edad). Podemos distinguir tres grupos de seguros de vida:

- **Aquellos que cubren el riesgo de fallecimiento del asegurado**. Se denominan seguros de vida, propiamente dichos, seguros de vida para caso de muerte, seguros de muerte o seguros de riesgo. Por ejemplo, el pago de un capital al beneficiario en caso de fallecimiento del asegurado dentro del plazo de duración del seguro.

- **Los que cubren el riesgo de supervivencia del asegurador**. Se denominan seguros de supervivencia o de ahorro. Por ejemplo el pago por el asegurador de una renta de jubilación, si el asegurado vive en una determinada fecha y mientras viva.

- **Seguros mixtos**, que comprenden garantías en caso de fallecimiento y en caso de supervivencia conjuntamente.

2.1.1. Seguro de vida vitalicio

El seguro vitalicio proporciona una cobertura para toda la vida si no se termina previamente por una prima vencida o si no se rescata por su valor efectivo, la poliza vence para su pago solo en caso de fallecimiento de una persona asegurada.

Una unidad monetaria se paga al final del intervalo de tiempo (k-1,k] en el cual ocurre el fallo; asuma una tasa de interés constante compuesto durante todo nuestro modelo.

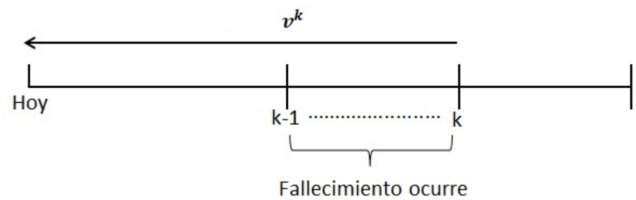


Figura 2.1: Diagrama de flujo para un seguro vitalio.[Elaboración propia].

El valor presente del pago realizado es v^k, pero el tiempo en el cual se lleva a cabo el pago es una variable aleatoria, entonces el valor presente de dicho pago también es una variable aleatoria denotada por Z_x.

Sea K_x^* una variable discreta cuyo valor es el extremo final del intervalo en el que ocurre el fallo.

$$Z_x = v^{K_x^*}$$

El seguro vitalicio se denota por A_x, donde:

$$A_x = E[Z_x] = E[v^{K_x^*}] = \sum_{k=1}^{\infty} v^k Pr(K_x^* = k)$$

$$A_x = \sum_{k=1}^{\infty} v^k {}_kp_x q_{x+k}$$

2.1.2. Seguro de vida temporal

Un seguro de vida temporal es aquella cobertura bajo la cual la suma asegurada es pagadera solamente si la persona aseguradora fallece dentro en el periodo establecido que puede ser de 1,5,10,15 ó 20 años.

Ahora el pago es hecho al final del intervalo si y solo si el fallo ocurre durante los primeros n intervalos de tiempo, es decir, $K_x^* \leq n$.

La variable aleatoria del valor presente de los pagos se define como:

$$Z^1_{x:\overline{n}|} = \begin{cases} v^{K_x^*}, & \text{si } K_x^* \leq n; \\ 0, & \text{si } K_x^* > n. \end{cases}$$

El costo del seguro de vida temporal a n años es la esperanza de la variable aleatoria y se simboliza $A^1_{x:\overline{n}|}$, donde

$$A^1_{x:\overline{n}|} = E[Z^1_{x:\overline{n}|}] = \sum_{k=1}^{n} v^k Pr(K^*_x = k)$$

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=1}^{n} v^k {}_kp_x q_{x+k}$$

2.1.3. Seguro de vida dotal

Un seguro de vida dotal es aquel en que le pago es hecho en el tiempo n si y sólo si el fallecimiento ocurre después de los primeros n intervalos de tiempo, es decir, $K^*_x > n$.

El valor presente de los pagos es una variable aleatoria discreta se define como:

$$Z_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} = \begin{cases} v^{K^*_x}, & \text{si } K^*_x > n; \\ 0, & \text{si } K^*_x \leq n. \end{cases}$$

El costo de un seguro dotal es la esperanza de la variable aleatoria $Z_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$ que se denota $A_{x:\overset{1}{\overline{n}|}}$ o bien ${}_nE_x$.

2.2. Anualidad

Se define como una anualidad contigente como una secuencia de pagos a intervalos de tiempo iguales que continuan durante el periodo en el cual una persona se encuentra con vida a una cierta tasa de interés.

En el caso discreto una anualidad vitalicia es aquella bajo la cual el primer pago se hace al final del primero de los periodos y se realizan pagos cada periodo hasta el momento en el cual ocurra el fallecimiento.
Recordamos que:

$$Z_{x:\overset{1}{\overline{n}|}} = \begin{cases} 0, & \text{si } K^*_x \leq n; \\ v^n, & \text{si } K^*_x > n. \end{cases}$$

Es la variable aleatoria del valor presente del pago realizado si la persona se encuentra con vida a la edad $x+n$, cuya esperanza es $v^n {}_np_x$.

Sea Y_x la variable aleatoria discreta que denota el valor presente de la secuencia de pagos posibles, es decir:

$$Y_x = \sum_{t=1}^{\infty} Z_{x:\overline{n|}}^{\;1}$$

El costo de la anualidad es la esperanza de la variable aleatoria Y_x y se denota como a_x, así pues

$$a_x = E[Y_x] = E\left[\sum_{t=1}^{\infty} Z_{x:\overline{n|}}^{\;1}\right] = \sum_{t=1}^{\infty} E\left[Z_{x:\overline{n|}}^{\;1}\right]$$

$$a_x = \sum_{t=1}^{\infty} v^t\,{}_tp_x$$

Otro enfoque para el cálculo de la anualidad tomando un seguro vitalicio es cuando el fallo ocurre en el tiempo K_x, se realizan en $K_x - 1$ los pagos, ya que el valor presente se calcula como una anualidad financiera discreta, la variable aleatoria asociada es:

$$Y_x = a_{K_x^*-1} = \frac{1 - v^{K_x^*-1}}{i} = \frac{1 - (1+i)v^{K_x^*-1}}{i}$$

Entonces

$$\begin{aligned}
a_x &= E[Y_x] \\
&= E\left[\frac{1 - (1+i)v^{K_x^*-1}}{i}\right] \\
&= \frac{1 - (1+i)E[v^{K_x^*-1}]}{i} \\
&= \frac{1 - (1+i)A_x}{i} \\
&= \frac{1 + i - (1+i)A_x}{i} - \frac{i}{i} \\
&= \frac{(1+i)}{i}[1 - A_x] - 1 \\
&= \frac{1 - A_x}{d} - 1
\end{aligned}$$

2.2.1. Anualidad vitalicia

Si los pagos se efectuan al principio de cada periodo se le denomina unidad vitalicia anticipada $\ddot{a}_x$ y se calcula:

$$\ddot{a}_x = \sum_{t=0}^{\infty} v^t {}_tp_x = v^0 {}_0p_x + \sum_{t=1}^{\infty} v^t {}_tp_x$$

Entonces

$$\ddot{a}_x = 1 + a_x$$

otro enfoque tomando seguro vitalicio

$$\ddot{a}_x = 1 + \frac{1 - A_x}{d} - 1 = \frac{1 - A_x}{d}$$

2.2.2. Anualidad temporal

Es aquella que continúa solamente por un número específico de años o hasta el fallecimiento del asegurado. Una persona recibe un pago al final de cada periodo si se encuentra con vida dentro de un intervalo de tiempo específico, digamos n años.

Sea $Y_{x:n}$ la variable aleatoria discreta del valor presente de la secuencia de pagos posibles, es decir:

$$Y_{\overline{x:n}|} = \sum_{t=1}^{n} Z_{\overline{x:t}|}$$

El costo de la anualidad temporal es la esperanza de $Y_{x:n}$,se simboliza como $a_{\overline{x:n}|}$ donde

$$a_{\overline{x:n}|} = E[Y_{\overline{x:n}|}] = E\left[\sum_{t=1}^{n} Z_{\overline{x:t}|}\right] = \sum_{t=1}^{n} v^t {}_tp_x$$

Entonces

$$a_{\overline{x:n}|} = \sum_{t=1}^{n} v^t {}_tp_x$$

Dada la anualidad se relacionan con un seguro de vida temporal como:

$$\begin{aligned}
a_{\overline{x:n}|} &= \frac{1-v}{d}\sum_{t=1}^{n} v^t\,{}_tp_x \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{n} v^t\,{}_tp_x - \sum_{t=1}^{n} v^{t+1}\,{}_tp_x}{d} \\
&= \frac{\sum_{t=1}^{n} v^t\,{}_tp_x - \sum_{k=1}^{n}[v^k\,{}_{k-1}p_x - v + v^{n+1}\,{}_tp_x]}{d} \\
&= \frac{V - \sum_{t=1}^{n} v^t({}_{t+1}p_x - {}_tp_x) - v^{n+1}\,{}_np_x}{d} \\
&= \frac{V - \sum_{t=1}^{n} v^t\,{}_{t-1|}q_x - v^{n+1}\,{}_np_x}{d} \\
&= \frac{v}{d}[1-(1+i)A^1_{\overline{x:n}|} - v^n\,{}_np_x] \\
&= \frac{v}{d}[1-A^1_{x:\overline{n}|} - iA^1_{x:\overline{n}|} - {}_nE_x] \\
&= \frac{v}{d}[1-A^1_{x:\overline{n}|} - iA^1_{x:\overline{n}|}] \\
&= \frac{v}{iv}[1-A^1_{x:\overline{n}|} - iA^1_{x:\overline{n}|}] \\
&= \frac{1-A^1_{x:\overline{n}|}}{i} - A^1_{x:\overline{n}|}
\end{aligned}$$

Una anualidad temporal anticipada se calcula.

$$\ddot{a}_{\overline{x:n}|} = \sum_{t=0}^{n-1} v^t\,{}_tp_x$$

Partiendo de:

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{\overline{x:n}|} &= 1 - {}_nE_x + a_{\overline{x:n}|} \\
&= 1 - {}_nE_x + \frac{1-A_{\overline{x:n}|}}{i} - A_{\overline{x:n}|} \\
&= (1-A_{\overline{x:n}|}) + \frac{1-A_{\overline{x:n}|}}{i} \\
&= (1-A_{\overline{x:n}|})\left(1+\frac{1}{i}\right) \\
&= \frac{1-A_{\overline{x:n}|}}{d}
\end{aligned}$$

Obtenemos una anualidad temporal anticipada en términos de un seguro dotal.

$$\ddot{a}_{\overline{x:n}|} = \frac{1-A_{\overline{x:n}|}}{d}$$

2.3. Prima

Se ofrece un seguro de vida por una unidad monetaria el cual se amortiza por pagos anuales anticipados de una cantidad P a fin de recibir el beneficio cuando ocurra el fallecimiento del asegurado ¿Cómo se determina el costo de P?

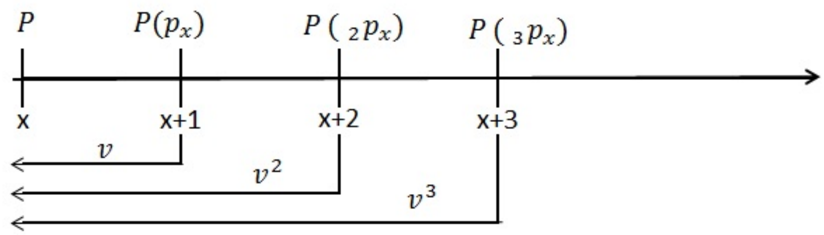


Figura 2.2: Diagrama de flujo para un prima.[Elaboración propia]

El valor presente de los pagos de la aseguradora es:

$$\begin{aligned} VP &= P + P(vp_x) + P(v^2{}_2p_x) + P(v^3{}_3p_x) + ... \\ &= P\left(\sum_{t=0}^{\infty} v^t{}_tp_x\right) \\ &= P\ddot{a}_x \end{aligned}$$

Definimos por el principio de equivalencia actuarial
Valor presente de los pagos = Valor presente del beneficio contratado.

2.3.1. Prima de seguro vitalicio

Un seguro vitalicio por una unidad monetaria es A_x. por el principio de equivalencia, ambas cantidades son iguales.

$$\begin{aligned} P\ddot{a}_x &= \text{Valor presente de los pagos del asegurado} \\ A_x &= \text{Costo de la cobertura} \end{aligned}$$

Entonces:

$$P\ddot{a}_x = A_x$$

Despejando la prima anual que se paga de forma anticipada es:

$$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x}$$

2.3.2. Prima de seguro temporal

Un seguro de vida temporal a n años es amortizado por n pagos anuales anticipados de una prima $P^1_{x:\overline{n}|}$.

$$\begin{aligned} P^1_{x:\overline{n}|} * \ddot{a}_{\overline{x:n}|} &= \text{VP de pagos realizados por el asegurador.} \\ A^1_{x:\overline{n}|} &= \text{Costo de seguro de vida temporal.} \end{aligned}$$

Entonces por equivalencia obtenemos:

$$P^1_{x:\overline{n}|} * \ddot{a}_{\overline{x:n}|} = A^1_{x:\overline{n}|}$$

Despejando la anualidad para obtener la prima de seguro temporal:

$$P^1_{x:\overline{n}|} = \frac{A^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{\overline{x:n}|}}$$

Es la cantidad que se debe pagar al inicio del año durante n años para cubrir el seguro de vida temporal.

2.4. Reserva

Se le conoce como reserva matemática al excedente existente entre la prima y la obligación real de la compañía de cada año.
Al momento de contratar una póliza de seguro, el contratante se compromete a efectuar una serie de pagos de primas a la compañía aseguradora, mientras que ésta asume la responsabilidad de pagar los beneficios estipulados en el contrato al momento de ocurrir las eventualidades cubiertas por la póliza. Luego entonces, el valor presente de los beneficios que pagará el asegurador debe ser igual al valor presente de las primas que espera recibir. En el caso particular del seguro ordinario de vida, que será tomado para el cálculo de la reserva matemática, existen dos métodos: Prospectivo y Retrospectivo.[7]

Prospectivo

$$\text{RMP=VOA-VPA}$$

Donde:

$$\begin{aligned} RMP &= \text{Reserva Matemática Prospectiva.} \\ VOA &= \text{Valor actual de las obligaciones pendiente de la aseguradora.} \\ VPA &= \text{Valor actual de las primas por pagar del asegurado.} \end{aligned}$$

Restrospectivo

$$\text{RMR= VFA -VFR}$$

Donde:

$RMR =$ Reserva matemática retrospectiva.
$VFA =$ Valor final de los pagos efectuados por el asegurado.
$VFR =$ Valor final del riesgo.

Ambas formas de determinar la reserva son equivalentes.

2.4.1. Reserva Vitalicia

Método Prospectivo
Valor presente de las obligaciones futuras del asegurado por concepto de pago de primas.

Suponga que una persona de edad x contrata el día de hoy un seguro vitalicio, amortizado con primas anuales de un valor P. Luego de t años la persona decide que quiere cancelar la cobertura del seguro de vida. La diferencía que existe entre el riesgo que falta por cubrir y los pagos que aún no realizan es la reserva matemática.

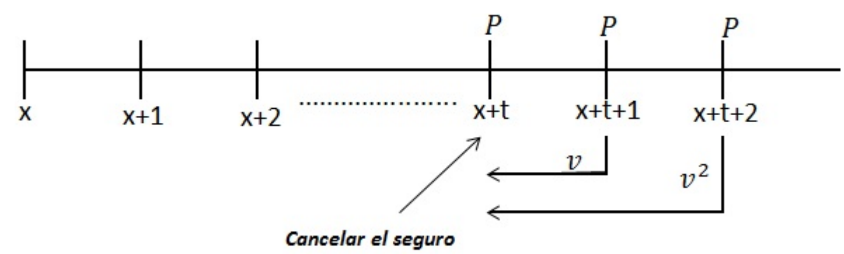


Figura 2.3: Diagrama de flujo para una reserva vitalicia.[Elaboración propia]

$$\begin{aligned} VPA &= P\left(1 + v\frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}} + v^2\frac{l_{x+t+1}}{l_{x+t}} + ...\right) \\ &= P\left[\sum_{k=0}^{\infty} v^k {}_kP_{x+t}\right] \\ &= P\ddot{a}_{x+t} \end{aligned}$$

Valor presente de las obligaciones futuras de la aseguradora, por concepto de siniestros futuros.

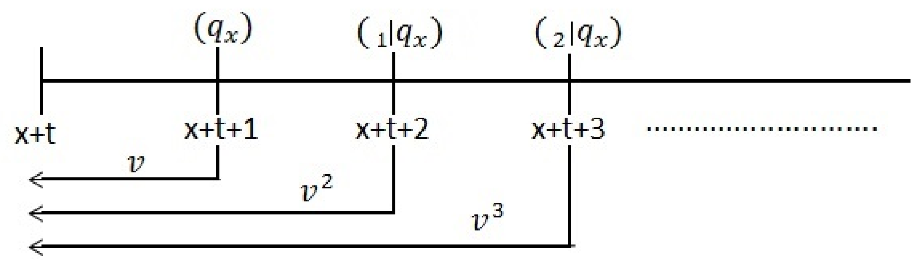


Figura 2.4: Diagrama de fujo.[Elaboración propia]

$$
\begin{aligned}
VOA &= vq_{x+t} + v^2{}_1|q_{x+t} + v^3{}_2|q_{x+t} + ... \\
&= \sum_{k=1}^{\infty} v^k{}_{k-1}|q_{x+t} \\
&= A_{x+t}
\end{aligned}
$$

En un seguro vitalicio que se contrata a la edad x y se cancela luego de t años, obtenemos la reserva como:

$$
{}_tV_x = A_{x+t} - P\ddot{a}_{x+t}
$$

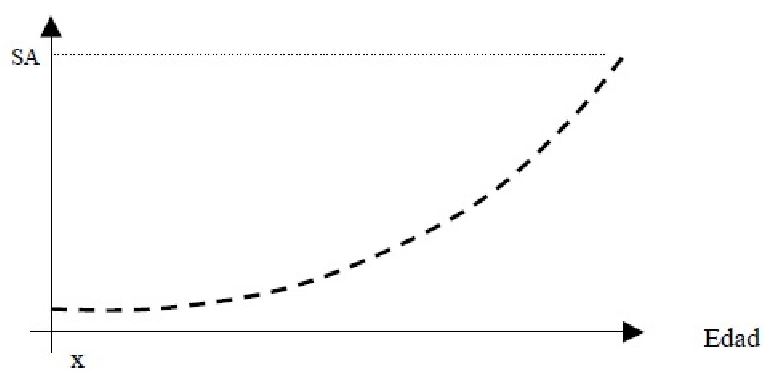


Figura 2.5: Comportamiento de la reserva de un seguro vitalicio[7].

En la gráfica anterior el valor de la suma asegurada (SA) contratada debe aproximarse a medida que la persona tiene mayor edad, lo que es consecuencia del aumento del riesgo de muerte por envejecimiento.

Ejemplo 2.4.1. *Una persona de 50 años adquiere un seguro vida total. ¿Cuánto vale la reserva luego de 10 años?, si:*
$A_{50:10} = 0.06$, $A_{60} = 0.36$, ${}_{10}E_{50} = 0.52$

$$ {}_{10}V_{50} = A_{60} - (P_{50})\ddot{a}_{60} $$

Debemos de calcular:

$$ A_{50} = A_{50:10} + {}_{10}E_{50}A_{60} = 0.06 + 0.5(0.36) = 0.24 $$

$$ \ddot{a}_{50} = \frac{1 - A_{50}}{d} = \frac{1 - 0.24}{d} = \frac{0.76}{d} $$

$$ \ddot{a}_{60} = \frac{1 - A_{60}}{d} = \frac{1 - 0.36}{d} = \frac{0.64}{d} $$

$$ P_{50} = \frac{A_{50}}{\ddot{a}_{50}} = \frac{0.24}{\frac{0.76}{d}} = \frac{0.24d}{0.76} $$

Sustituimos los valores

$$ {}_{10}V_{50} = 0.36 - \left(\frac{0.24d}{0.76}\right)\left(\frac{0.64}{d}\right) = 0.36 - \frac{(0.24)(0.64)}{0.76} $$

Obtenemos como resultado.

$$ {}_{10}V_{50} = 0.157894 $$

2.4.2. Reserva Temporal

Método retrospectivo
Se calcula al final del tiempo transcurrido desde que se estipulo el seguro, se amortiza con una anualidad temporal anticipada.

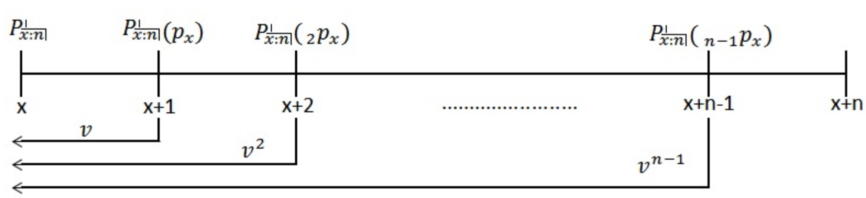


Figura 2.6: Diagrama de flujo para una reserva temporal.[Elaboración propia]

Se tiene que:

$$VA = P^1_{x:\overline{n}|}\left[\sum_{k=0}^{t-1} v^k {}_kp_x\right] = P^1_{x:\overline{n}|}\ddot{a}_{\overline{x:t}|}$$

$$P^1_{x:\overline{n}|} * \ddot{a}_{\overline{x:t}|} * (1+i)^t = (VFA) * {}_tp_x$$

Para determinar el valor final de los pagos efectuados por el asegurado (VFA) despejamos de la ecuación anterior.

$$VFA = P^1_{x:\overline{n}|}\left[\frac{\ddot{a}_{\overline{x:t}|}}{v^t {}_tp_x}\right] = P^1_{x:\overline{n}|}\left[\frac{\ddot{a}_{\overline{x:t}|}}{{}_tE_x}\right]$$

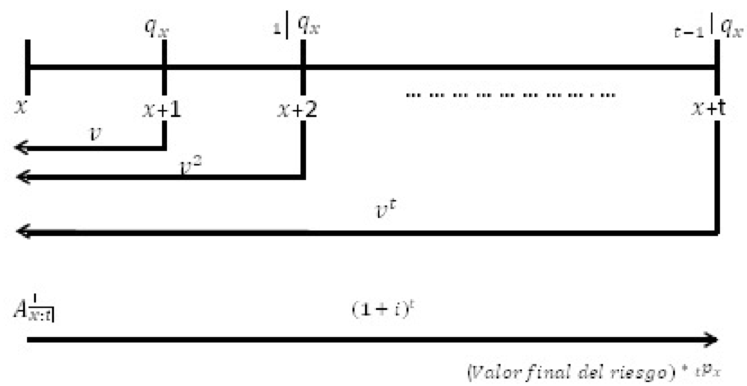


Figura 2.7: Diagrama de flujo. [Elaboración propia]

$$VPRiesgo = \sum_{k=0}^{t-1} v^k {}_k|q_x = A^1_{x:\overline{n}|}$$

$$A^1_{x:\overline{n}|}(1+i)^t = VFR * {}_tp_x$$

Queremos saber el valor de VFR, entonces despejamos y nos queda:

$$VFR = \frac{A^1_{x:\overline{n}|}}{v^t {}_tp_x} = \frac{A_{\overline{x:n}|}}{{}_tp_x}$$

Un seguro temporal que se contrata a la edad x, amortizado con una anualidad temporal anticipada con pagos anuales anticipado de una prima $P^1_{x:\overline{n}|}$ tiene como reserva:

$${}_tV_{\overline{x:n}|} = P^1_{x:\overline{n}|}\frac{\ddot{a}_{\overline{x:t}|}}{{}_tE_x} - \frac{A^1_{x:\overline{n}|}}{{}_tE_x}$$

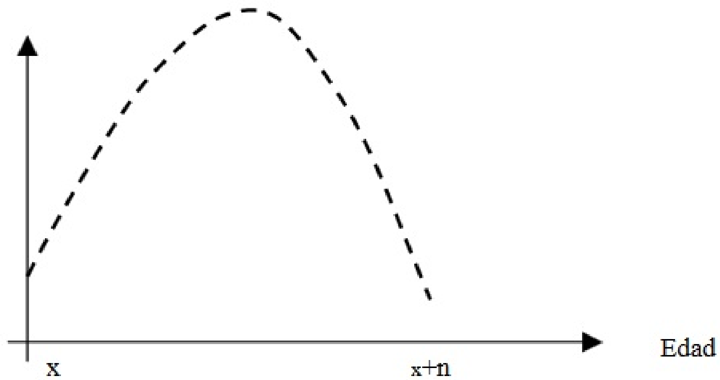


Figura 2.8: Comportamiento de la reserva de un seguro temporal [7].

En la gráfica anterior la reserva de un seguro temporal a n aumenta temporalmente y después decrece, a medida de que el contrato llega a finalizar su vigencia y terminar las obligaciones de la Institución de seguros.

Ejemplo 2.1. *Calcule* ${}_{15}V_{\overline{45:20}|}$ *si tienes los siguientes datos*
$P^1_{45:\overline{20}|} = 0.03$, $A^1_{45:\overline{15}|} = 0.06$, $\frac{A_{\overline{45:15}|}}{{}_{15}E_{45}} = 0.15$, $\ddot{a}_{\overline{45:15}|} = 10$

$$
\begin{aligned}
{}_{15}V_{\overline{45:20}|} &= P^1_{45:\overline{20}|}\frac{\ddot{a}_{\overline{45:15}|}}{{}_{15}E_{45}} - \frac{A^1_{45:\overline{15}|}}{{}_{15}E_{45}} \\
&= (0.03)(\frac{10}{0.4}) - 0.15 = 0.6
\end{aligned}
$$

Capítulo 3

Reserva con gastos

Las primeras pólizas de seguros de vida eran contratadas a corto plazo. A lo más, coberturas a un año. La suscripción de contratos de seguros de vida a largo plazo mediante primas niveladas requiere de un nuevo concepto: la reserva matemática.
La primera idea se debe a Francis Bailey, actuario inglés, quien define la reserva como el valor presente de las obligaciones futuras de la aseguradora, menos el valor presente de las primas por pagar por parte del asegurado [9].

3.1. Prima por gastos

La institución de seguros, además de tomar en cuenta las obligaciones que tiene de la póliza, debe de hacer frente a los gastos administrativos que se generan. A la prima pura se le agregan gastos administrativos, de adquisición, comisiones del agente y por renovación, entre otros, para así obtener la prima de gastos.

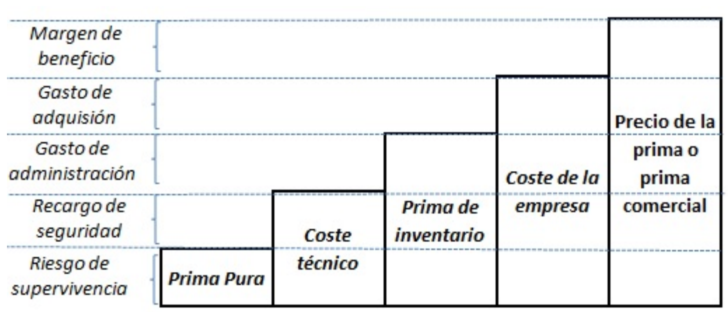


Figura 3.1: Esquema de prima de gastos en las instituciones.[Elaboración Propia].

Considere una persona de edad x que desea adquirir una cobertura de un seguro temporal durante n años, utilizando una tasa de interes anual de i.

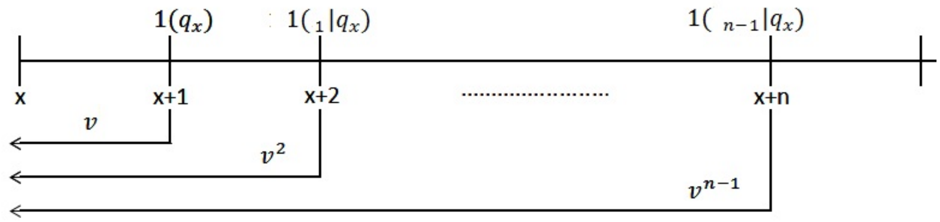


Figura 3.2: Diagrama de flujo de pagos para seguro temporal. [Elaboración propia]

$$A^1_{x:\overline{n}|} = \sum_{k=0}^{n} v^{k+1}({}_k|q_x)$$

El costo de un seguro en una sola exhibición suele ser muy alto, es por eso que se amortiza con pagos anuales iguales de una cantidad P_x de forma anticipada.

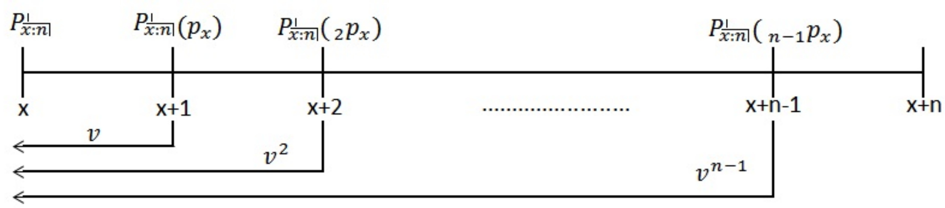


Figura 3.3: Diagrama de flujo valor presente de los pagos. [Elaboración propia]

$$\begin{aligned} \text{Valor presente de los pagos} &= P^1_{x:\overline{n}|} * [1 + vp_x + v^2_2p_x + ... + v^{n-1}{}_{n-1}p_x] \\ &= P^1_{x:\overline{n}|} * \ddot{a}_{\overline{x:n}|} \end{aligned}$$

En costo de la prima neta anual es:

$$P^1_{x:\overline{n}|} = \frac{A^1_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{\overline{x:n}|}}$$

En la práctica el costo de la póliza es superior a la prima calculada $P^1_{x:\overline{n}|}$ debido a que existen gastos adicionales en la aseguradora.

En nuestro modelo incluiremos tres tipos de gastos:

- e_t: gastos fijos generados en el año t, puede ser por elaboración de contrato, mensajería, mantenimiento de la póliza, etc.
- r_t: gasto como un porcentaje de la prima pagada en el año t, esto comunmente representaría la comisión de un agente de ventas.
- s_t:gasto fijo asociado al pago del beneficio cuando ocurre el sinistro.

Incluyendo esta modificación y asumiendo una suma asegurada b_k el planteamiento del seguro queda expresado como:

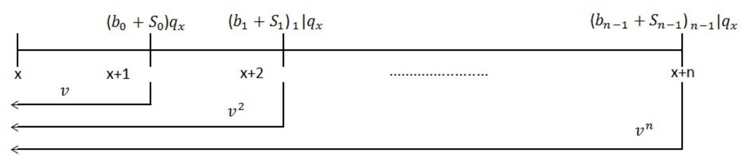


Figura 3.4: Diagrama de flujo con el indemnización y gasto del beneficio.[Elaboración propia]

$$\text{Costo seguro del pago del beneficiario} = \sum_{k=0}^{n-1}(b_k + S_k)({}_k|q_x)v^{k+1}.$$

Pero esto sólo es una parte de los gastos, si la persona esta con vida al realizar el pago se incluyen los costos e_k y r_k.

Sin pérdida de generalidad el costo de la prima asociada al modelo de gastos lo simbolizaremos con G.

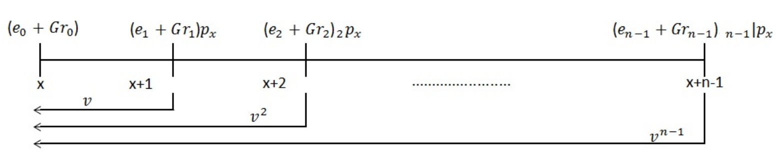


Figura 3.5: Diagrama de flujo con gastos.[Elaboración propia]

$$\text{Costo de las comisiones y gastos fijos} = \sum_{k=0}^{n-1} (e_k + Gr_k)({}_kp_x)v^k$$
$$= \left[\sum_{k=0}^{n-1} e_k({}_kp_x)v^k\right] + G\left[\sum_{k=0}^{n-1} r_k({}_kp_x)v^k\right]$$

Para nuestro modelo en particular incluiremos los siguientes supuestos:

$$e_k = \begin{cases} e_0, & \text{si } K = 0 \\ e, & \text{si } K = 1, 2, ..., n-1. \end{cases}$$

- e_0: El pago fijo inicial es más grande ya que incluye gastos de la elaboración del contrato.
- e : Los gastos fijos subsecuentes son iguales para todo periodo de tiempo.

$$r_k = \begin{cases} r_0, & \text{si } K = 0 \\ r, & \text{si } K = 1, 2, ..., n-1. \end{cases}$$

- r_0: La comisión inicial del agente de ventas es más grande al contratar el seguro.
- r: Las comisiones de renovación son más pequeñas que r_0 y son fijas para todo periodo.

$$b_k = \begin{cases} b, & \text{si } K = 1, 2, ..., n-1. \end{cases}$$

- b: Suma asegurada asociada a cada periodo es la misma.

$$S_k = \begin{cases} S, & \text{si } K = 1, 2, ..., n-1. \end{cases}$$

- S: Son iguales sin importar el periodo en el cual ocurre el fallecimiento.

Al suponer los comportamientos anteriores el costo del seguro se expresa como:

$$\sum_{k=0}^{n-1}(b+S)({}_kq_x)v^{k+1}+\left[\sum_{k=1}^{n-1}e({}_kp_x)v^k+e_0\right]+\left[\sum_{k=1}^{n-1}rG_k({}_kp_x)V^k+r_0G\right]$$

Se simplifica a:

$$(b+S)A^{1}_{x:\overline{n}|}+(e_0+r_0G)+(Gr+e)a_{\overline{x:n-1}|}$$

Nuevamente el costo de un modelo con gastos puede ser elevado por lo que se optaría por amortizar el costo con pagos anuales anticipados de una cantidad G.

$$Ga_{\overline{x:n}|}=(b+S)A^{1}_{x:\overline{n}|}+(e_0+r_0G)+(Gr+e)a_{\overline{x:n-1}|}$$

Obsérvese que el valor de G se encuentra en ambos lados de la igualdad por lo que al despejar se tiene:

$$G=\frac{(b+S)A^{1}_{x:\overline{n}|}+e_0+ea_{\overline{x:n-1}|}}{\ddot{a}_{\overline{x:n}|}-r_0-r-a_{\overline{x:n-1}|}}$$

pero $\ddot{a}_{\overline{x:n}|}=1+a_{\overline{x:n-1}|}$

$$G=\frac{(b+S)A^{1}_{x:\overline{n}|}+e_0+ea_{\overline{x:n-1}|}}{1-r_0+(1-r)a_{\overline{x:n-1}|}} \tag{3.1}$$

3.1.1. Cálculo para una prima pura y prima con gastos

Considere el siguiente problema:
Una persona de 23 años de edad desea conocer la **prima pura** que pagaría al contratar un seguro de vida temporal a 15 años a una tasa de interés del 4 % anual.

$$\begin{aligned}
\ddot{a}_{\overline{23:15}|} &= \sum_{t=0}^{14}(1+0.04)^{-t}({}_tp_{23}) \\
&= (1+0.04)^0(p_{23}) + (1+0.04)^{-1}({}_1p_{23}) + ... + (1+0.04)^{-14}({}_4p_{23}) \\
&= 1 + 0.9604 + ... + 0.5655 + 0.5426 \\
&= 10.4655
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A^1_{23:\overline{15}|} &= \sum_{t=0}^{14}(1+0.04)^{-t}({}_t|q_{23}) \\
&= (1+0.04)^{-t}[0.001128 + 0.001195 + ... + 0.002003 + 0.002132] \\
&= 0.01632
\end{aligned}$$

La prima pura que debe de pagar por una indemnización de un monto b. Para fines del cálculo el seguro tomará el monto de indemnización con un valor de $\$1,000,000$.

$$\begin{aligned}
P^1_{23:\overline{15}|} =& b\left[\frac{A^1_{23:\overline{15}|}}{\ddot{a}_{\overline{23:15}|}}\right] \\
&= \$1,000,000\left[\frac{0.001632}{10.4655}\right] \\
&= \$1,423.82
\end{aligned}$$

En este caso, la persona de edad de 23 años pagaría por la **prima pura** anual de un monto de $\$1,423.82$ por el seguro contratado a 15 años que en caso de fallecimiento los beneficiarios recibirán un monto de $\$1,000,000$.
Ahora bien, se desea encontrar el valor de una **prima con gastos**, agregando los gastos inherentes a la emisión del seguro son:

$$\begin{aligned}
S &= \$100 \\
e_0 &= \$400 \\
e &= \$80 \\
r_0 &= 0.2\,\% \\
r &= 0.035\,\%
\end{aligned}$$

Al sustituir los valores de la formula (3.1) para conocer la prima con gastos:

$$
\begin{aligned}
G =& \frac{(\$1,000,000 + \$100)P^{1}_{23:\overline{15}|} + \$400 + \$80a_{\overline{23:15-1}|}}{1 - 0.2\,\% + (1 - 0.035\,\%)a_{\overline{23:15-1}|}} \\
=& \frac{(\$1,000,000 + \$100)P^{1}_{23:\overline{15}|} + \$400 + \$80(a_{\overline{23:15-1}|})}{1 - 0.2\,\% + (1 - 0.035\,\%)(a_{\overline{23:15-1}|})} \\
=& \frac{(\$1,000,000 + \$100)(0.01632) + \$400 + \$80(10.4655)}{1 - 0.2\,\% + (1 - 0.035\,\%)(10.4655)} \\
=& \$1,611.46
\end{aligned}
$$

En este caso, si la persona de edad de 23 pagaría una prima que incluye los gastos de la aseguradora por un monto de $1,611.46, con este monto se pagan las comisiones, gastos administrativos y gastos del pago de indemnización.

Con el fin de facilitar el cálculo de las prima pura y prima con gastos para distintos valores asociados al cálculo del seguro, se realizó un programa en VBA en Excel (el código se encuentra en el Apéndice C), el cual incluye para un seguro temporal como se muestra en el ejemplo anterior o para un caso vitalicio (el caso vitalicio se encuentra en el Apéndice A), así para el caso calculado anteriormente se ingresaron los datos dados:

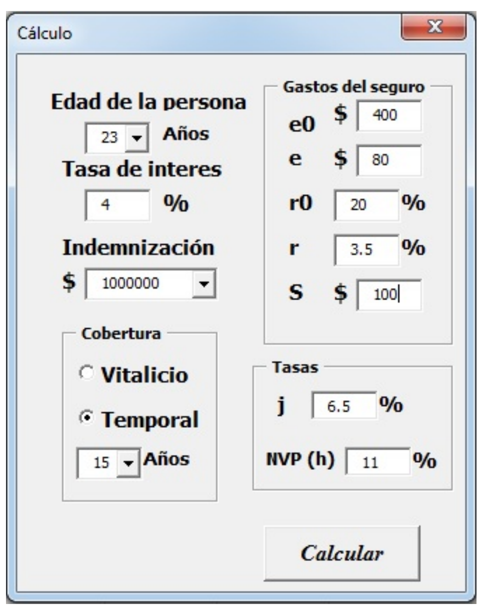


Figura 3.6: Datos programa VBA Seguro temporal [Elaboración propia].

El programa realiza los cálculos y muestra un mensaje del resultado, el cual coincide con el resultado previamente cálculado.

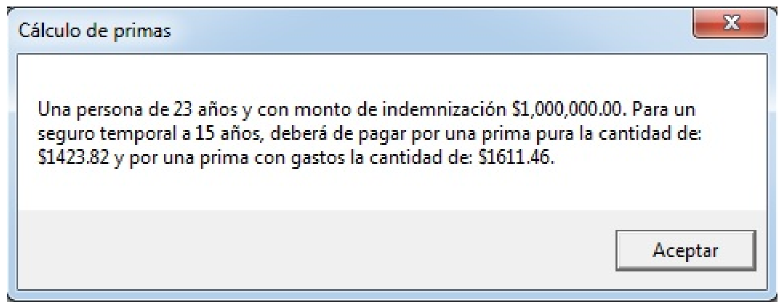


Figura 3.7: Resultados programa VBA Seguro temporal [Elaboración propia].

3.2. Reserva por Gastos

Cuando una persona hace pagos anuales iguales en los primeros periodos se le cobra una anualidad mayor al riesgo que se le esta cubriendo, dicho excendente se llama reserva matemática y sirve para que en los últimos periodos de tiempo que el costo del seguro es más alto que la prima la diferencia se cubre con la reserva. Si los cálculos son correctos al final del plazo de la cobertura la reserva se hace cero.

3.2.1. Reserva para una prima pura

Considere el caso de la prima pura P_x y usando el supuesto de grupo determinista, es decir, existen un cierto grupo de personas de edad x (tantas como l_x) que desean adquirir la cobertura con el mismo beneficio la reserva la podemos visualizar de la siguiente recursiva. La cantidad de dinero que ingresa al fondo de la aseguradora es:

$$l_{x+t}({}_{t-1}V_{\overline{x:n}|} + Prima)$$

Pero el dinero que recibe la aseguradora lo invierte a una tasa de interés i, al final del año también se hacen los pagos de las indemnizaciones a los beneficiarios de cada asegurado que fallece en el periodo.

$$l_{x+t}({}_{t-1}V_{\overline{x:n}|} + Prima)(1+i) - b(d_{x+t}) = \text{Fondo al final del año}$$

Cada año debería quedar una cantidad de dinero en el fondo, esta puede ser reclamada por los asegurados que se encuentren con vida l_{x+t+1} en caso de cancelación del seguro.
La reserva para cada individuo en el año t es:

$$_tV^1_{x:\overline{n}|} = \frac{\text{Fondo al final del año}}{l_{x+t+1}}$$

Reescribiendo tenemos que:

$$l_{x+t}(_{t-1}V^1_{x:\overline{n}|} + Prima)(1+i) - bd_{x+t} = l_{x+t+1}(_tV^1_{x:\overline{n}|})$$

dividiendo entre valor l_{x+t}

$$(_{t-1}V^1_{x:\overline{n}|} + Prima)(1+i) - bq_{x+t} = p_{x+t}(_tV^1_{x:\overline{n}|})$$

despejamos el valor de p_{x+t}

$$\frac{(_{t-1}V^1_{x:\overline{n}|} + Prima)(1+i) - bq_{x+t}}{p_{x+t+1}} = {}_tV^1_{x:\overline{n}|} \tag{3.2}$$

En un formato de tabla de reserva se visualizaría:

Periodo	p_{x+t}	*Prima*	*Saldo Inicial*	*Intereses*	*Pago de Indemnizaciones*	*Saldo Final*	*Reserva*
0 1 2 ⋮ n-1	*Probabilidad de supervivencia*	Pago de la prima de cada año	*Reserva del año anterior + Prima*	*(Saldo inicial)(i)*	*(Beneficio)(Probabilidad de fallecer)*	*Saldo Inicial + Intereses - Indemnizaciones*	$\frac{\text{Saldo Inicial}}{p_{x+t}}$

Figura 3.8: Formato de tabla para el cálculo de reserva. [Elaboración propia]

3.2.2. Cálculo de la reserva dada una prima pura

Dado el desarrollo de la fórmula (3.2), para conocer la reserva de cada uno de los periodos hasta el término de la cobertura del seguro temporal a 15 años.

$t = 1$

$$\frac{(\$0 + \$1,423.82)(1 + 0.04) - \$1,000,000(1 - 0.998872)}{0.998872} = \$353.17$$

$t = 2$

$$\frac{(\$353.17 + \$1,423.82)(1 + 0.04) - \$1,000,000(1 - 0.998803)}{0.998803} = \$651.85$$

.

.

.

$t = 14$

$$\frac{(\$950.64 + \$1,423.82)(1 + 0.04) - \$1,000,000(1 - 0.998072)}{0.998072} = \$543.48$$

$t = 15$

$$\frac{(\$543.54 + \$1,423.82)(1 + 0.04) - \$1,000,000(1 - 0.997954)}{0.997954} = \$0$$

El programa de VBA que se desarrollo en este trabajo para el cálculo de la reserva ofrece la posibilidad de generar la tabla con reserva de cada periodo.

Edad	Periodo	P_x+t	Prima	Saldo inicial	Intereses	Indemnización	Saldo	Reserva
23	1	0.998872	$ 1,423.82	$ 1,423.82	$ 56.95	$ 1,128.00	$ 352.77	$ 353.17
24	2	0.998803	$ 1,423.82	$ 1,776.99	$ 71.08	$ 1,197.00	$ 651.07	$ 651.85
25	3	0.998744	$ 1,423.82	$ 2,075.67	$ 83.03	$ 1,256.00	$ 902.69	$ 903.83
26	4	0.998696	$ 1,423.82	$ 2,327.65	$ 93.11	$ 1,304.00	$ 1,116.75	$ 1,118.21
27	5	0.998646	$ 1,423.82	$ 2,542.03	$ 101.68	$ 1,354.00	$ 1,289.71	$ 1,291.46
28	6	0.998602	$ 1,423.82	$ 2,715.28	$ 108.61	$ 1,398.00	$ 1,425.89	$ 1,427.89
29	7	0.998559	$ 1,423.82	$ 2,851.71	$ 114.07	$ 1,441.00	$ 1,524.77	$ 1,526.97
30	8	0.998514	$ 1,423.82	$ 2,950.79	$ 118.03	$ 1,486.00	$ 1,582.82	$ 1,585.18
31	9	0.998464	$ 1,423.82	$ 3,009.00	$ 120.36	$ 1,536.00	$ 1,593.36	$ 1,595.81
32	10	0.998407	$ 1,423.82	$ 3,019.63	$ 120.79	$ 1,593.00	$ 1,547.41	$ 1,549.88
33	11	0.998342	$ 1,423.82	$ 2,973.70	$ 118.95	$ 1,658.00	$ 1,434.65	$ 1,437.03
34	12	0.998265	$ 1,423.82	$ 2,860.85	$ 114.43	$ 1,735.00	$ 1,240.29	$ 1,242.44
35	13	0.998176	$ 1,423.82	$ 2,666.26	$ 106.65	$ 1,824.00	$ 948.91	$ 950.64
36	14	0.998073	$ 1,423.82	$ 2,374.46	$ 94.98	$ 1,927.00	$ 542.44	$ 543.49
37	15	0.997954	$ 1,423.82	$ 1,967.31	$ 78.69	$ 2,046.00	$ -	$ -

Figura 3.9: Formato de tabla de la reserva con una prima pura de un seguro temporal. [Elaboración propia]

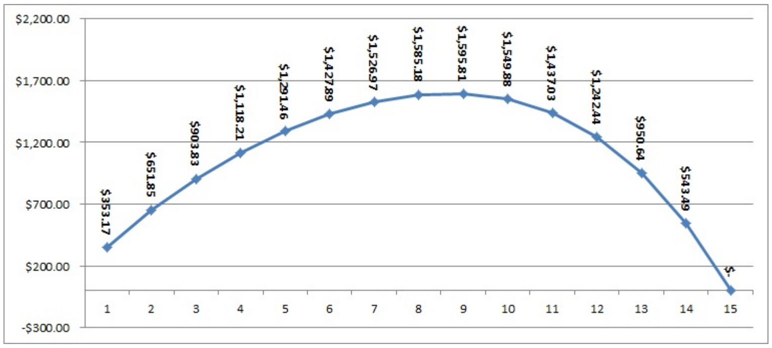


Figura 3.10: Gráfica del comportamiento de la reserva para una prima pura de un seguro temporal. [Elaboración propia]

3.2.3. Reserva para una prima con gastos

Para el modelo con gastos tenemos un razonamiento similar sólo que habrá que descontar los gastos fijos y comisiones del ingreso de primas e incluir los gastos del pago de indemnización.

La persona paga al inicio del periodo una cantidad G a la cual se le descuenta e_k de gastos fijos y Gr_k de comisión de agente de ventas de forma neta del dinero que recibe la saeguradora para invertir en el fondo es:

$$G - e_k - Gr_k = G(1 - r_k - e_k) = \text{Ingreso por prima}$$

$$\begin{cases} G(1-r_0) - e_0, & \text{si } K = 0 \\ G(1-r) - e, & \text{si } K = 1, 2, ..., n-1. \end{cases}$$

Para el pago de las indemnizaciones este será

$$(b + S)d_{x+t}$$

Con estas dos consideraciones la reserva del modelo de gasto es:

$$l_{x+t}({}_{t-1}V^{1}_{x:\overline{n}|} + G(1 - r_t) - e_t)(1 + i) - (b + S)d_{x+t} = l_{x+t+1}({}_tV^{1G}_{x:\overline{n}|})$$

dividiendo entre el valor l_{x+t}

$$({}_{t-1}V^1_{x:\overline{n}|} + G(1-r_t) - e_t)(1+i) - (b+S)d_{x+t} = p_{x+t}({}_tV^{1G}_{x:\overline{n}|})$$

despejamos el valor de p_{x+t}

$$\frac{({}_{t-1}V^1_{x:\overline{n}|} + G(1-r_t) - e_t)(1+i) - (b+S)d_{x+t}}{p_{x+t}} = {}_t\,V^{1G}_{x:\overline{n}|} \tag{3.3}$$

La tabla de reserva en gastos es igual a la tabla (3.12) con la consideración de que el ingreso por primas es diferente el primer año de las siguientes.

Observación importante:En la reserva del modelo de gastos una parte del dinero es del asegurado y otra parte es de la aseguradora para amortizar gastos asociados a la operación de la empresa.

De tal forma que la reserva la podemos dividir en dos partes:

$${}_tV^{1G}_{x:\overline{n}|} = {}_t\,V^{1N}_{x:\overline{n}|} + {}_t\,V^{1E}_{x:\overline{n}|}$$

Sea EP la diferencia entre la prima pura y la prima con gastos EP=G-P entonces G=EP+P.

$$\begin{aligned} l_{x+t}({}_tV^{1N}_{x:\overline{n}|} + {}_t\,V^{1E}_{x:\overline{n}|} + (EP+P)(1-r_t-e_t)(1+i) \\ = l_{x+t}({}_tV^{1N}_{x:\overline{n}|} + P)(1+i) + \\ l_{x+t}({}_tV^{1E}_{x:\overline{n}|} + EP(1-Pr_t-e_t)(1+i))(1+i) \end{aligned}$$

La fórmula recursiva para el cálculo de reservas de un modelo de gastos se reescribe como:

$$\begin{aligned} l_{x+t}({}_tV^{1N}_{x:\overline{n}|} + P)(1+i) - bd_{x+t} + \\ l_{x+t}({}_tV^{1E}_{x:\overline{n}|} + EP(1-r_t) - Pr_t - e_t)(1+i) - Sd_{x+t} \\ = l_{x+t+1}[{}_tV^{1N}_{x:\overline{n}|} +_t V^{1E}_{x:\overline{n}|}] \end{aligned}$$

Como ya mencionamos una parte de este fondo es de la aseguradora por lo que puede hacer uso de estos recursos monetarios para invertirlos en instrumentos que generen un mayor rendimiento.

3.2.4. Cálculo de reserva dada una prima con gastos

Usando la fórmula recursiva (3.3), nos permite conocer la reserva asociada a una prima de gastos de cada uno de los periodos hasta el termino de la cobertura del seguro temporal a 15 años.

$t = 1$

$$\frac{(0 + \$889.17(1-.2) - \$400)(1+0.04) - (\$1,000,000 + \$100)(0.001128)}{0.998872} = -\$203.61$$

$t = 2$

$$\frac{(\$203.61 + \$1,445.06(1-.035) - \$80)(1+0.04) - (\$1,000,000 + \$100)(0.001197)}{0.998803} = \$125.34$$

.

.

$t = 14$

$$\frac{(\$850.60 + \$1,445.06(1-.035) - \$80)(1+0.04) - (\$1,000,000 + \$100)(0.002046)}{0.997954} = \$492.44$$

$t = 15$

$$\frac{(\$492.44 + \$1,445.06(1-.035) - \$80)(1+0.04) - (\$1,000,000 + \$100)(0.002046)}{0.997954} = \$0.00$$

Así mismo el programa de VBA genera tabla y gráfica del cálculo de la reserva.

Edad	Periodo	P_x+t	Prima con gastos	Saldo inicial	Intereses	Indemnización	Saldo	Reserva
23	1	0.998872	$ 889.17	$ 889.17	$ 35.57	$ 1,128.11	-$ 203.38	-$ 203.61
24	2	0.998803	$ 1,475.06	$ 1,271.46	$ 50.86	$ 1,197.12	$ 125.19	$ 125.34
25	3	0.998744	$ 1,475.06	$ 1,600.41	$ 64.02	$ 1,256.13	$ 408.30	$ 408.81
26	4	0.998696	$ 1,475.06	$ 1,883.87	$ 75.35	$ 1,304.13	$ 655.10	$ 655.95
27	5	0.998646	$ 1,475.06	$ 2,131.01	$ 85.24	$ 1,354.14	$ 862.12	$ 863.29
28	6	0.998602	$ 1,475.06	$ 2,338.35	$ 93.53	$ 1,398.14	$1,033.74	$ 1,035.19
29	7	0.998559	$ 1,475.06	$ 2,510.25	$ 100.41	$ 1,441.14	$1,169.52	$ 1,171.20
30	8	0.998514	$ 1,475.06	$ 2,646.27	$ 105.85	$ 1,486.15	$1,265.97	$ 1,267.85
31	9	0.998464	$ 1,475.06	$ 2,742.91	$ 109.72	$ 1,536.15	$1,316.48	$ 1,318.50
32	10	0.998407	$ 1,475.06	$ 2,793.56	$ 111.74	$ 1,593.16	$1,312.15	$ 1,314.24
33	11	0.998342	$ 1,475.06	$ 2,789.30	$ 111.57	$ 1,658.17	$1,242.71	$ 1,244.77
34	12	0.998265	$ 1,475.06	$ 2,719.83	$ 108.79	$ 1,735.17	$1,093.45	$ 1,095.35
35	13	0.998176	$ 1,475.06	$ 2,570.41	$ 102.82	$ 1,824.18	$ 849.05	$ 850.60
36	14	0.998073	$ 1,475.06	$ 2,325.66	$ 93.03	$ 1,927.19	$ 491.49	$ 492.44
37	15	0.997954	$ 1,475.06	$ 1,967.50	$ 78.70	$ 2,046.20	-$ 0.00	-$ 0.00

Figura 3.11: Formato de tabla para el cálculo de reserva con una prima con gastos de un seguro temporal.[Elaboración propia]

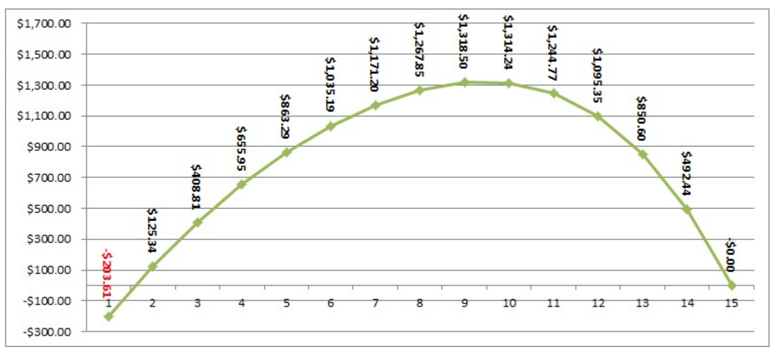


Figura 3.12: Gráfica del comportamiento de la reserva para una prima con gastos de un seguro temporal. [Elaboración propia]

En la figura (3.12) observa el comportamiento de la reserva, notamos que en los primer años la aseguradora debe de tomar de su capital y esperar que dicho capital sea recuperado en los próximos años con el pago de las pólizas de seguros. Este efecto se da por los gastos de administración y de adquisición, son mayores en el primer año, a diferencia de los años posteriores. Esto se debe por qué los agentes de seguros realizán mayor esfuerzo en vender la póliza de seguro. La reserva para una prima con gastos de un seguro temporal es igual que una prima pura la reserva va de forma creciente y devengando conforme al trascurso del contrato de la póliza.

3.3. Vector Utilidad

Modificamos el problema asumiendo el siguiente comportamiento por parte de la aseguradora:

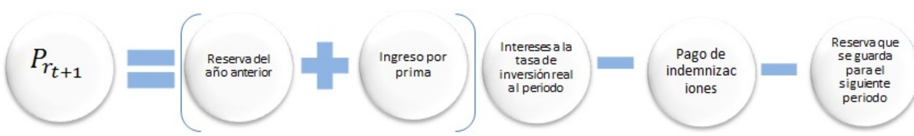
- Invierte el saldo inicial a una tasa j que no necesariamente coincide con la tasa de interes i que fue con la que se estimo el costo del seguro.

- Guarda en el fondo de cada periodo únicamente la reserva asociada a la prima pura ${}_tV^N$ y el resto lo lleva a otro fondo de inversión en el cual se puede obtener un rendimiento por periodo h.

La cantidad de dinero que lleva a otro fondo se denota Pr_{t+1}, donde $t = 0, 1, ..., n-1$ y todos los valores representan un conjunto que expresamos como un vector renglón llamado **Vector de Utilidad**.

$$P_r = (P_{r_1}, P_{r_2}, ..., P_{r_n})$$

$$P_{r_{t+1}} = ({}_{t-1}V^N_{x:\overline{n}|}) + G(1+r_t) - e_t)(1+j) - (b+S)q_{x+t} - ({}_tV^N_{x:\overline{n}|})p_{x+t}$$



La cantidad P_{r_t} se tiene de forma segura para $t = 1$, pero los años siguientes esta sujeta a que la persona siga con vida y que haga el pago de la póliza correspondiente al inicio del periodo, al ser un evento que depende de una probabilidad definimos una nueva variable.

$$\pi_t = Pr_{t+1} * ({}_tp_x)$$

El vector generado por los valores π_t lo llamaremos "Profit Signature".

$$\pi = (\pi_0, \pi_1, ..., \pi_{n-1})$$

Los montos del vector π representan recursos monetarios pertenecientes a la aseguradora los cuales asumimos pueden invertirse a una tasa de rendimiento h y el problema se convierte en un financiero de valor presente neto (VPN).

$$VPN = \sum_{k=0}^{n-1} (1+h)^{-(k+1)} \pi_k$$

Este valor lo podemos interpretar como la cantidad de dinero que en valor presente obtendría la aseguradora de ganancia por la venta de un seguro temporal a n años lo cual será amortizado con una prima G en un modelo de gastos. Pero una cantidad de dinero es relativa si no se compara con el costo del producto asociado, definiremos la utilidad de la aseguradora como el cociente de valor presente neto entre el valor presente de los pagos recibidos del asegurado asumiento en estos últimos una tasa de interés h.

$$\begin{aligned} Profit = Utilidad &= \frac{VPN}{G\ddot{a}_{\overline{x:n}|}} \\ &= \frac{\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-(k+1)}\pi_k}{\sum_{k=0}^{n-1} G(1+h)^{-k}{}_kP_x} \end{aligned}$$

Cuando hablamos de una inversión es común analizar la tasa interna de rendimiento de dicha inversión, para nuestro problema en específico es encontrar $\tilde{i}$ tal que $TIR = 0$.

$$TIR = \sum_{k=1}^{n}(1+\tilde{i})^{-(k+1)}\pi_k = 0$$

Hasta este momento se ha analizado la posible ganancia que obtendría la aseguradora en un modelo de gastos si decide invertir la parte de la reserva que tiene asociada.

3.3.1. Cálculo del vector de utilidad

La aseguradora es una empresa que genera una utilidad por cada póliza de seguro que es contratada, se realiza el cálculo para conocer la utilidad dada una tasa de interés $j = 6.5\,\%$.

El vector de utilidad esta compuesto por cada Pr_{t+1}, debemos conocer en cada periodo Pr_{t+1} para el cálculo del seguro temporal.

$t = 0$

$$\begin{aligned} Pr_1 = (\$0 + \$1,611.46(1 - .2) - \$400)(1 + 0.065) - \\ (\$1,000,00 + \$100)(0.001128) - \$353.16(0.998872) = -\$533.92 \end{aligned}$$

$t = 1$

$$\begin{aligned} Pr_2 = (\$353.17 + \$1,611.46(1 - .035) - \$80)(1 + 0.065) - \\ (\$1,000,00 + \$100)(0.001197) - \$651.85(,998803) = \$98.88 \end{aligned}$$

.

.

.

$t = 13$

$$Pr_{14} = (\$950.65 + \$1,611.46(1 - .035) - \$80)(1 + 0.065) - (\$1,000,00 + \$100)(0.001927) - \$542.45(,998073) = \$113.74$$

$t = 14$

$$Pr_{15} = (\$543.50 + \$1,611.46(1 - .035) - \$80)(1 + 0.065) - (\$1,000,00 + \$100)(0.002046) - \$0(,997954) = \$103.55$$

Con el desarrollo de cada uno de los periodos se tiene el **Vector de utilidad**:

$$Pr = (-\$533.92, \$98.88, \$106.34, \$112.63, \$117.99, \$122.31, \$125.31, \$128.20, \$129.65, \$129.90, \$128.75, \$125.93.\$121.05, \$113.74, \$103.55)$$

Sabemos que el flujo de efectivo Pr_t se tiene siempre que la persona este con vida, entonces se debe multiplicar por la probabilidad ${}_tp_x$. Calculamos cada uno de los periodos.

$t = 1$

$$\pi_1 = -\$533.92(1) = -\$533.92$$

$t = 2$

$$\pi_2 = \$98.88(0.9988) = \$98.77$$

.

.

.

$t = 14$

$$\pi_{14} = \$113.75(0.9812) = \$111.61$$

$t = 15$

$$\pi_{15} = \$103.55(0.9793) = \$101.41$$

El vector generado por los valores de π_t es:

$$\pi = (-\$533.92, \$98.77, \$106.09, \$112.23, \$117.41, \$121.55, \$124.76, \$127.04, \$128.29, \$128.43, \$127.00, \$124.01, \$119.00, \$111.61, \$101.41)$$

Edad	Periodo	tVn	Gt+1	t+1VN	t+1Vpx+t	PRt+1	tpx	PI
23	1	$ -	$ 1,611.46	$ 353.17	$ 352.77	-$ 533.92	1	-$ 533.92
24	2	$ 353.17	$ 1,611.46	$ 651.85	$ 651.07	$ 98.88	0.998872	$ 98.77
25	3	$ 651.85	$ 1,611.46	$ 903.83	$ 902.69	$ 106.34	0.99767635	$ 106.09
26	4	$ 903.83	$ 1,611.46	$ 1,118.21	$ 1,116.75	$ 112.63	0.99642327	$ 112.23
27	5	$ 1,118.21	$ 1,611.46	$ 1,291.46	$ 1,289.71	$ 117.99	0.99512393	$ 117.41
28	6	$ 1,291.46	$ 1,611.46	$ 1,427.89	$ 1,425.89	$ 122.32	0.99377653	$ 121.55
29	7	$ 1,427.89	$ 1,611.46	$ 1,526.97	$ 1,524.77	$ 125.72	0.99238724	$ 124.76
30	8	$ 1,526.97	$ 1,611.46	$ 1,585.18	$ 1,582.82	$ 128.19	0.99095721	$ 127.04
31	9	$ 1,585.18	$ 1,611.46	$ 1,595.81	$ 1,593.36	$ 129.64	0.98948464	$ 128.28
32	10	$ 1,595.81	$ 1,611.46	$ 1,549.88	$ 1,547.41	$ 129.90	0.98796479	$ 128.34
33	11	$ 1,549.88	$ 1,611.46	$ 1,437.03	$ 1,434.65	$ 128.75	0.98639097	$ 127.00
34	12	$ 1,437.03	$ 1,611.46	$ 1,242.44	$ 1,240.29	$ 125.92	0.98475553	$ 124.00
35	13	$ 1,242.44	$ 1,611.46	$ 950.64	$ 948.91	$ 121.05	0.98304698	$ 119.00
36	14	$ 950.64	$ 1,611.46	$ 543.49	$ 542.44	$ 113.74	0.9812539	$ 111.61
37	15	$ 543.49	$ 1,611.46	-$ 0.00	-$ 0.00	$ 103.55	0.97936303	$ 101.41

Figura 3.13: Formato de tabla para el cálculo del vector de utilidad. [Elaboración propia]

Conocemos los valores del vector π son montos de dinero que ahora nos ayudara a conocer la utilidad que obtendra la aseguradora por la venta del seguro, lo cual se invertirá a una tasa de $h = 11\,\%$.

$$
\begin{aligned}
VPN = &\sum_{k=0}^{15-1}(1+0.11)^{-(k+1)}\pi_k \\
=&(1.11)^{-(0+1)}(-\$533.92) + ... + (1.11)^{-(14+1)}(\$101.41) \\
=&\$249.36
\end{aligned}
$$

El valor presente neto el seguro es de \$249.36.

$$
\begin{aligned}
Utilidad =&\frac{\$249.36}{\$1,423.82(\ddot{a}_{23:15})} \\
=&\frac{\$249.36}{\$1,423.82(7.9276)} \\
=&\frac{\$249.36}{\$12,775.1248} \\
=&1.9519\,\%
\end{aligned}
$$

La utilidad que la aseguradora recibirá por vender un seguro temporal a 15 años y con una prima con gastos es de 1.9519 %

Calcularemos la TIR para conocer la rentabilidad que tendrá la aseguradora por la venta del seguro. Para fines del cálculo se utiliza la fórmula de Excel TIR (=TIR(Valores)).

$$TIR = 19.70\,\%$$

.
La aseguradora si tendrá una ganacia por la venta del seguro ya que nuestra $TIR > j$ es 19.70 % > 6.5 %.

3.4. Prima para una utilidad

La aseguradora es una empresa con fines de lucro la cual cobrará sus productos no por lo que sea matemáticamente justo, si no con base en la utilidad que quiere obtener con cada uno de sus productos. El problema ahora se convierte en determinar la cantidad de dinero $\bar{G}$ que cobra la aseguradora para obtener un profit dado (PRO).

$$PRO = \frac{\sum_{k=1}^{n}(1+h)^{-(k+1)}\bar{P}r_k({}_kp_x)}{\bar{G}\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-k}({}_kp_x)}$$

Observe que: El valor de $\bar{P}r_k$ depende del valor de $\bar{G}$, pero también de otros valores son fijos.

$$\begin{aligned}\bar{P}r_{t+1} &= ({}_{t-1}V^{1N}_{x:\overline{n}|} + \bar{G}(1-r_t) - e_t)(1+i) - (b+S)q_{x+t} - ({}_tV^{1N}_{x:\overline{n}|})_tp_x \\ &= (1+j)[(1-r_t)]\bar{G} + [{}_{t-1}V^{1N}_{x:\overline{n}|} - e_t](1+i) - (b+S)q_{x+t} - ({}_tV^{1N}_{x:\overline{n}|})_tp_x\end{aligned}$$

$\bar{P}r_{t+1} = C_t + D_t$, donde $C_t = C$ $t = 1, 2, ..., n-1$.
Sustituyendo;

$$PRO = \frac{\sum_{k=1}^{n-1}(1+h)^{-(k+1)}[C_k\bar{G} + D_k]({}_kp_x)}{\bar{G}[\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-k}({}_kp_x)]}$$

$$PRO[\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-k}({}_kp_x)]\bar{G} - \bar{G}\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-(k+1)}C_k({}_kp_x) = \sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-(k+1)}D_k({}_kp_x)$$

Donde:

$$\begin{aligned}A &= PRO[\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-k}({}_kp_x)] \\ B &= \sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-(k+1)}C_k({}_kp_x) \\ C &= \sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-(k+1)}D_k({}_kp_x)\end{aligned}$$

$$\bar{G} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-(k+1)}D_k({}_kp_x)}{\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-(k)}({}_kp_x)(PRO - C_k(1+h)^{-k})}$$

$$\bar{G} = \frac{C}{A-B}$$

3.4.1. Cálculo del prima para una utilidad

A continuación se cálcula el costo de la prima con gastos de un seguro temporal, con la cual la compañia que la aseguradora obtiene una utilidad del 15 %.

$$A = .15[\sum_{k=0}^{15-1}(1.11)^{-k}({}_kp_{23})] = 1.189148$$

$$B = \sum_{k=0}^{15-1}(1.11)^{-(k+1)}C_k({}_kp_{23}) = 7.181736$$

$$C = \sum_{k=0}^{15-1}(1.11)^{-(k+1)}D_k({}_kp_{23}) = -11324.2289$$

$$\bar{G} = \frac{-11324.2289}{1.189148 - 7.181736} = \$1,889.70$$

La prima con gastos partiendo de la utilidad deseada es de $1,889.70.

Edad	Periodo	tVn	Gt+1	t+1VN	t+1Vpx+t	PRt+1
23	1	$ -	$ 1,889.62	$ 353.17	$ 352.77	-$ 296.92
24	2	$ 353.17	$ 1,889.62	$ 651.85	$ 651.07	$ 384.75
25	3	$ 651.85	$ 1,889.62	$ 903.83	$ 902.69	$ 392.21
26	4	$ 903.83	$ 1,889.62	$ 1,118.21	$ 1,116.75	$ 398.51
27	5	$ 1,118.21	$ 1,889.62	$ 1,291.46	$ 1,289.71	$ 403.86
28	6	$ 1,291.46	$ 1,889.62	$ 1,427.89	$ 1,425.89	$ 408.19
29	7	$ 1,427.89	$ 1,889.62	$ 1,526.97	$ 1,524.77	$ 411.60
30	8	$ 1,526.97	$ 1,889.62	$ 1,585.18	$ 1,582.82	$ 414.07
31	9	$ 1,585.18	$ 1,889.62	$ 1,595.81	$ 1,593.36	$ 415.52
32	10	$ 1,595.81	$ 1,889.62	$ 1,549.88	$ 1,547.41	$ 415.78
33	11	$ 1,549.88	$ 1,889.62	$ 1,437.03	$ 1,434.65	$ 414.62
34	12	$ 1,437.03	$ 1,889.62	$ 1,242.44	$ 1,240.29	$ 411.79
35	13	$ 1,242.44	$ 1,889.62	$ 950.64	$ 948.91	$ 406.92
36	14	$ 950.64	$ 1,889.62	$ 543.49	$ 542.44	$ 399.62
37	15	$ 543.49	$ 1,889.62	-$ 0.00	-$ 0.00	$ 389.42

Figura 3.14: Formato de tabla para el cálculo de la prima dado una utilidad. [Elaboración propia]

Si quieren ver el caso vitalicio, en el anexo I se detalla un ejemplo.

Conclusiones

El objetivo principal de esta tesis fue explicar que el cálculo de la prima no sólo está asociada al riesgo, debido que la aseguradora tiene costos asociados son los de administración y de operación, entre otros, así también conocer la utilidad que la aseguradora obtendrá por la emisión del seguro partiendo del costo de la prima, o bien ajustar el costo de la prima partiendo de la utilidad que la empresa quiere adquirir por dicho producto. De este modo se presentaron conceptos para el desarrollo del cálculo de las primas, partiendo de conceptos básicos financieros como la tasa interna de retorno (TIR) y valor presente neto (VNP) para conocer la utilidad.

Al realizar el cálculo de prima pura, la prima con gastos y con factor de utilidad se muestra que existe una diferencia de los montos de las primas debido a que depende de diferentes factores como lo son costos y tasas de reinversión:

1) Prima Pura.

$$P^{1}_{x:\overline{n}|} = \frac{A^{1}_{x:\overline{n}|}}{\ddot{a}_{\overline{x:n}|}}$$

2)Prima con gastos.

$$G = \frac{(b+S)A^{1}_{x:\overline{n}|} + e_0 + ea_{\overline{x:n-1}|}}{1 - r_0 + (1-r)a_{\overline{x:n-1}|}}$$

3) Primas con gastos dado un factor de utilidad.

$$\bar{G} = \frac{\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-(k+1)}D_k({}_kp_x)}{\sum_{k=0}^{n-1}(1+h)^{-(k)}({}_kp_x)(PRO - C_k(1+h)^{-k})}$$

La prima pura nos cubre el riesgo de que ocurra el siniestro,la prima con gastos se cubre el riesgo y los costos de la empresa y en la prima con utilidad definida se engloba el riesgo, los costos y el factor de la utilidad.

En el ejemplo presentado, el cálculo de primas (pura, con gastos y con factor de utilidad) se obtuvo que para una persona de 23 años que adquiere un seguro temporal al 15 años con un beneficio del $\$1,000,000$ en caso de fallecimiento el

monto que deberá pagar por una prima pura es de $\$1,423.82$ esta sólo cubre el riesgo únicamente.
Una prima con gastos de $\$1,611.46$ con la cual se cubre el riesgo y se pagan gastos iniciales de \$400 y de reexpedición de \$80, también el agente de ventas recibirá una comisión inicial de \$322.30 y \$56.40 cada vez que se haga el pago anual de la prima anual.
La prima con factor de utilidad es de $\$1,889{,}70$ en esta se cubrirá todo lo anterior y la compañía aseguradora obtendrá un 15 % de utilidad por su producto, los montos se verificaron con el programa creado de VBA, el cual optimiza el cálculo de las primas.

De esta forma, se puede concluir que la prima pura es menor a la prima con gastos que en general es menor a la prima con factor de utilidad, cabe mencionar que la prima de gastos puede o no generar utilidad por eso fue necesario calcular el VPN y la TIR para determinar la utilidad asociada al producto.

Por último podemos concluir que esta tesis solo ejemplifica el por qué al realizar un cálculo teórico de forma correcta para una cobertura de seguros el resultado obtenido suele ser menor que el costo en el mercado asociado a este producto, esto se debe a que no se conocen todas las variables de los gastos de la compañía aseguradora, ni la utilidad que quiere obtener por su producto.

Apéndice A

Anexo I: Cálculo de un caso vitalicio.

Cálculo de prima pura y con gastos.

Consideré el siguiente problema:
Supongamos que una persona de 23 años desea conocer la prima pura y prima con gastos para un caso vitalicio.Tomando los datos del caso temporal presentado en el Capítulo 3.
La prima pura para caso vitalicio es:

$$\begin{aligned} P_{23} &= b\frac{A_{23}}{\ddot{a}_{23}} \\ &= \$1,000,000[\frac{0{,}1474}{22{,}1382}] \\ &= \$6,660.10 \end{aligned}$$

La prima con gastos para caso vitalicio es:

$$\begin{aligned} G = &\frac{(\$1,000,000+\$100)P_{23}+\$400+\$80\ddot{a}_{23-1}}{1-0.2+(1-0.035)\ddot{a}_{23-1}} \\ = &\frac{(\$1,000,000+\$100)P_{23}+\$400+\$80a_{23}}{1-0.2+(1-0.035)a_{23}} \\ = &\frac{(\$1,000,000+\$100)(0.1474)+\$400+\$80(21.1382)}{1-0.2+(1-0.035)(21.1382)} \\ = &\$7,054.71 \end{aligned}$$

Así como en el caso temporal el programa de VBA mencionado también realiza el cálculo para el caso vitalicio.

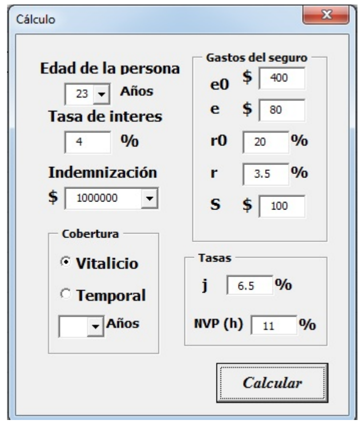


Figura A.1: Resultados programa VBA Seguro Vitalicio [Elaboración propia]

EL mensaje que realiza el programa de VBA de los resultados obtenidos para el caso vitalicio.

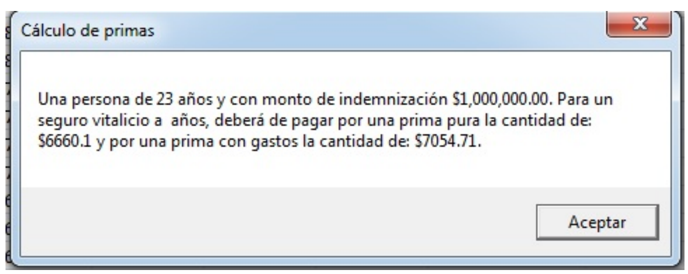


Figura A.2: Datos programa VBA Seguro Vitalicio [Elaboración propia]

Reserva para una prima pura y con gastos.

Ahora deseamos conocer el cálculo de la reserva para una **Prima pura** del caso vitalicio es:

$$\frac{({}_{t-1}V_x + Prima)(1+i) - bq_{x+t}}{p_{x+1}} = {}_tV_x \tag{A.1}$$

Utilizado la formula (A.1) se realizará el cálculo de la reserva por cada del periodo del seguro.

$t = 1$

$$\frac{(\$0 + \$6,660.10)(1.04) - \$1,000,000(1 - 0.998872)}{0.998872} = \$5,798.50$$

$t = 2$

$$\frac{(\$5,798.50 + \$6,660.10)(1.04) - \$1,000,000(1 - 0.998803)}{0.998803} = \$11,766.75$$

.

.

.

$t = 76$

$$\frac{(\$421,319.06 + \$6,660.10)(1.04) - \$1,000,000(1 - 0.747217)}{0.747217} = \$257,375.47$$

$t = 77$

$$\frac{(\$257,375.47 + \$6,660.10)(1.04) - \$1,000,000(1 - 0.725403)}{0.725403} = \$0$$

El cálculo de la reserva en formato de tabla y la representación gráfica de la reserva para la prima pura. Realizada por el programa de VBA.

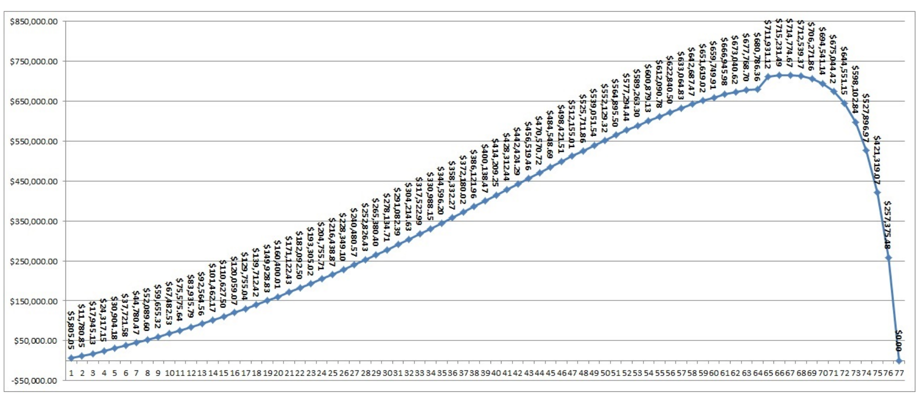


Figura A.3: Grafica del comportamiento de la reserva para una prima pura de un seguro vitalicio. [Elaboración propia]

Nota: El formato en tabla lo podemos visualizar en el Apéndice B.

Ahora deseamos conocer el cálculo de la reserva para una **Prima con gastos** del caso vitalicio es:

$$\frac{({}_{t-1}V_x + G(1-r_t) - e_t)(1+i) - (b+S)d_{x+t}}{p_{x+t}} =_t V_x^G \tag{A.2}$$

Utilizado la fórmula (A.2) se realizará el cálculo de la reserva por cada del periodo del seguro.

$t = 1$

$$\frac{(0 + \$5,243.77(1-0.2) - \$400)(1.04) - (\$1,000,000 + \$100)(0.001128)}{0{,}998872} = \$4,330.29$$

$t = 2$

$$\frac{(\$4,330.29 + \$6,727.80(1-0{,}035) - \$80)(1.04) - (\$1,000,100)(0.001197)}{0{,}998803} = \$10,315.64$$

$t = 3$

$$\frac{(\$10,315.64 + \$6,727.80(1-0{,}035) - \$80)(1.04) - (\$1,000,100)(0.001256)}{0{,}998744} = \$16,489.76$$

.

.

.

$t = 75$

$$\frac{(\$527,797.73 + \$6,727.19(1-0{,}035) - \$80)(1.04) - (\$1,000,100)(0.232633)}{0{,}767367} = \$421,426$$

$t = 76$

$$\frac{(\$421,246.00 + \$6,727.19(1-0{,}035) - \$80)(1.04) - (\$1,000,100)(0.252783)}{0{,}747217} = \$257,334.18$$

$t = 77$

$$\frac{(\$287,334.18 + \$6,727.19(1-{,}035\,\%) - \$80)(1.04) - (\$1,000,100)(0.274597)}{0{,}725403} = \$0$$

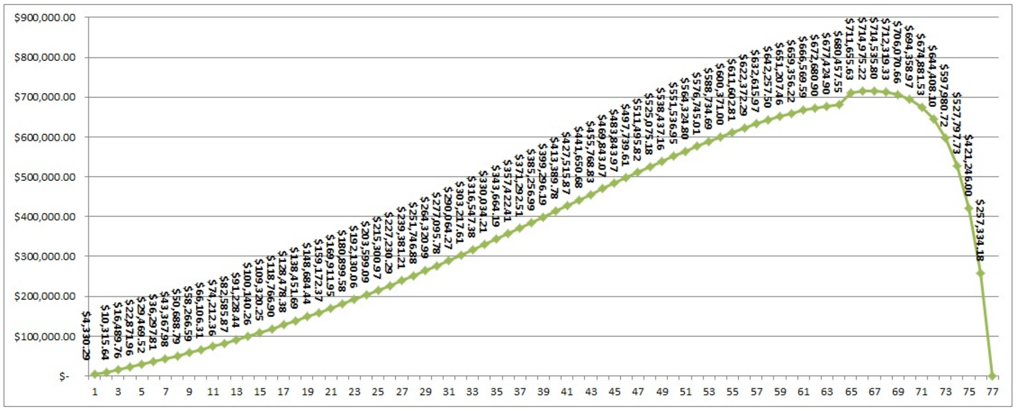


Figura A.4: Gráfica del comportamiento de la reserva para una prima con gastos de un seguro vitalicio. [Elaboración propia]

Nota: El formato en tabla lo podemos visualizar en el Apéndice B.

Vector de utilidad

Para fines del cálculo del ejemplo se tomará la tasa de interés $j = 6.5\,\%$.

$t = 0$

$$Pr_1 = (\$0 + \$7,054.71(1 - .2) - \$400)(1.065) -$$
$$(\$1,000,00 + \$100)(0.001128) - \$5,805.04(0.998872) = -\$1,341.99$$

$t = 1$

$$Pr_2 = (-\$1,342.17 + \$7,054.71(1 - .035) - \$80)(1.65) -$$
$$(\$1,000,00 + \$100)(0.001197) - \$11,780.85(,998803) = \$383.61$$

.

.

.

$t = 75$

$$Pr_{76} = (\$431,319.06 + \$7,054.46(1 - 0.035) - \$80)(1.65) -$$
$$(\$1,000,00 + \$100)(0.252783) - \$257,375.47(,747217) = \$10,746.30$$

$t = 76$

$$Pr_{77} = (\$257,375.47 + \$7,054.46(1 - .035) - \$80)(1.65) -$$
$$(\$1,000,00 + \$100)(0.274597) - \$0(,725403) = \$6,645.53$$

Obteniendo el desarrollo por cada uno de los periodos el **Vector de utilidad**:

$$Pr = (-\$1,341.99, \$383.61, \$532.99, ..., \$13,412.76, \$10,746.30, \$6,645.53)$$

Sabemos que la probabilidad de Pr_t se tiene que multiplicar por la probabilidad de que las persona siga con vida. Calculamos cada uno de los periodos.

$t = 1$

$$\pi_1 = -\$1,341.99(1) = -\$1,341.99$$

$t = 2$

$$\pi_2 = \$383.17(0.9988) = \$383.17$$

.

.

.

$t = 76$

$$\pi_{76} = \$10,746.30(0.041097) = \$441.64$$

$t = 77$

$$\pi_{77} = \$6,645.535(0.03070) = \$204.07$$

El vector generado por los valores de π_t es:

$$\pi = (-\$1,341.99, \$383.17, \$531.76, ..., \$718.34, \$441.64, \$204.07)$$

Nota: El formato en tabla lo podemos visualizar en el Apéndice B.

Conocemos el vector π,realizaremos el cálculo para conocer el VPN, y invertirá a una tasa de $h = 11\,\%$.

$$\begin{aligned} VPN = &\sum_{k=0}^{77-1} (1.11)^{-(k+1)}(-\$1,341.99, \$383.17, \$531.76, ..., \$718.34, \$441.64, \$204.07) \\ =&(1.11)^{-(0+1)} - \$1,341.99 + ... + (1,11\,\%)^{-(14+1)} + \$204.07 \\ =&\$15,579.20 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Utilidad =& \frac{\$15,579.20}{\$69,761.11} \\ =& 22.33\,\% \end{aligned}$$

La utilidad que la aseguradora recibirá por vender un seguro vitalicio y con una prima con gastos es de 22.33 %

Calcularemos la TIR para conocer la rentabilidad que tendrá nuestra aseguradora por la venta del seguro. Para fines del cálculo se utiliza la formula de excel TIR (=TIR(Valores)).

$$TIR = 51.11\,\%$$

.
La aseguradora si tendrá una ganacia por la venta del seguro ya que nuestra $TIR > j$ es $51.11\,\% > 6{,}5\,\%$.

Cálculo de prima para una utilidad

Se desea conocer el costo de la prima con gastos de un seguro vitalicio, dado que la aseguradora desea obtener una utilidad del 30 %.

$$A = 30\,\%[\sum_{k=0}^{77-1}(1.11)^{-k}({}_kp_{23})] = 2.9665$$

$$B = \sum_{k=0}^{77-1}(1.11)^{-(k+1)}C_k({}_kp_{23}) = 8.9973$$

$$C = \sum_{k=0}^{77-1}(1.11)^{-(k+1)}D_k({}_kp_{23}) = -47,894.27$$

$$\bar{G} = \frac{-47,894.27}{2.9665 - 8.9973} = \$7,941.69$$

.
La prima con gastos partiendo de la utilidad deseada es de $7,941.69

Apéndice B

Anexo II: Tablas de cálculo de primas.

x	t	q_(x+t)	p_(x+t)	Vt	tpx	t/qx
23	0	0.001128	0.998872	1	1	0.001128
24	1	0.001197	0.998803	0.96153846	0.998872	0.00119565
25	2	0.001256	0.998744	0.92455621	0.99767635	0.00125308
26	3	0.001304	0.998696	0.88899636	0.99642327	0.00129934
27	4	0.001354	0.998646	0.85480419	0.99512393	0.0013474
28	5	0.001398	0.998602	0.82192711	0.99377653	0.0013893
29	6	0.001441	0.998559	0.79031453	0.99238724	0.00143003
30	7	0.001486	0.998514	0.75991781	0.99095721	0.00147256
31	8	0.001536	0.998464	0.73069021	0.98948464	0.00151985
32	9	0.001593	0.998407	0.70258674	0.98796479	0.00157383
33	10	0.001658	0.998342	0.67556417	0.98639097	0.00163544
34	11	0.001735	0.998265	0.64958093	0.98475553	0.00170855
35	12	0.001824	0.998176	0.62459705	0.98304698	0.00179308
36	13	0.001927	0.998073	0.60057409	0.9812539	0.00189088
37	14	0.002046	0.997954	0.57747508	0.97936303	0.00200378
38	15	0.002182	0.997818	0.5552645	0.97735925	0.0021326

Figura B.1: Formato en tabla para la elaboración de primas para un seguro temporal.[Elaboración propia]

Edad	Periodo	tVn	Gt+1	rt+1	et+1	Intereses	qx+t	t+1VN	px+t	t+1Vpx+t	PRt+1	tpx	PI
23	1	$ -	$ 1,611.46	0.2	$ 400.00	$ 57.80	0.001128	$ 353.17	0.998872	$ 352.77	-$ 533.92	1	-$ 533.92
24	2	$ 353.17	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 118.84	0.001197	$ 651.85	0.998803	$ 651.07	$ 98.88	0.998872	$ 98.77
25	3	$ 651.85	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 138.25	0.001256	$ 903.83	0.998744	$ 902.69	$ 106.34	0.99767635	$ 106.09
26	4	$ 903.83	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 154.63	0.001304	$ 1,118.21	0.998696	$ 1,116.75	$ 112.63	0.99642327	$ 112.23
27	5	$ 1,118.21	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 168.56	0.001354	$ 1,291.46	0.998646	$ 1,289.71	$ 117.99	0.99512393	$ 117.41
28	6	$ 1,291.46	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 179.82	0.001398	$ 1,427.89	0.998602	$ 1,425.89	$ 122.32	0.99377653	$ 121.55
29	7	$ 1,427.89	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 188.69	0.001441	$ 1,526.97	0.998559	$ 1,524.77	$ 125.72	0.99238724	$ 124.76
30	8	$ 1,526.97	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 195.13	0.001486	$ 1,585.18	0.998514	$ 1,582.82	$ 128.19	0.99095721	$ 127.04
31	9	$ 1,585.18	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 198.92	0.001536	$ 1,595.81	0.998464	$ 1,593.36	$ 129.64	0.98948464	$ 128.28
32	10	$ 1,595.81	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 199.61	0.001593	$ 1,549.88	0.998407	$ 1,547.41	$ 129.90	0.98796479	$ 128.34
33	11	$ 1,549.88	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 196.62	0.001658	$ 1,437.03	0.998342	$ 1,434.65	$ 128.75	0.98639097	$ 127.00
34	12	$ 1,437.03	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 189.29	0.001735	$ 1,242.44	0.998265	$ 1,240.29	$ 125.92	0.98475553	$ 124.00
35	13	$ 1,242.44	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 176.64	0.001824	$ 950.64	0.998176	$ 948.91	$ 121.05	0.98304698	$ 119.00
36	14	$ 950.64	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 157.67	0.001927	$ 543.49	0.998073	$ 542.44	$ 113.74	0.9812539	$ 111.61
37	15	$ 543.49	$ 1,611.46	0.035	$ 80.00	$ 131.21	0.002046	-$ 0.00	0.997954	-$ 0.00	$ 103.55	0.97936303	$ 101.41

Figura B.2: Formato en tabla para el cálculo de la prima con gastos un seguro temporal.[Elaboración propia]

Edad	Periodo	tVn	Gt+1	rt+1	et+1	Intereses	qx+t	t+1VN	px+t	t+1Vpx+t	Ct	Dt	PRt+1	tpx	Pi	vtr
23	1	$ -	$ 1,889.62	0.2	$ 400.00	$ 72.26	0.001128	$ 353.17	0.998872	$ 352.77	0.852	-$ 1,906.88	-$ 296.92	1	-$ 296.92	0.9009009
24	2	$ 353.17	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 136.28	0.001197	$ 651.85	0.998803	$ 651.07	1.027725	-$ 1,557.26	$ 384.75	0.998872	$ 384.32	0.81162243
25	3	$ 651.85	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 155.70	0.001256	$ 903.83	0.998744	$ 902.69	1.027725	-$ 1,549.80	$ 392.21	0.99767635	$ 391.30	0.73119138
26	4	$ 903.83	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 172.08	0.001304	$ 1,118.21	0.998696	$ 1,116.75	1.027725	-$ 1,543.51	$ 398.51	0.99642327	$ 397.08	0.65873097
27	5	$ 1,118.21	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 186.01	0.001354	$ 1,291.46	0.998646	$ 1,289.71	1.027725	-$ 1,538.15	$ 403.86	0.99512393	$ 401.89	0.59345133
28	6	$ 1,291.46	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 197.27	0.001398	$ 1,427.89	0.998602	$ 1,425.89	1.027725	-$ 1,533.82	$ 408.19	0.99377653	$ 405.65	0.53464084
29	7	$ 1,427.89	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 206.14	0.001441	$ 1,526.97	0.998559	$ 1,524.77	1.027725	-$ 1,530.42	$ 411.60	0.99238724	$ 408.46	0.48165841
30	8	$ 1,526.97	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 212.58	0.001486	$ 1,585.18	0.998514	$ 1,582.82	1.027725	-$ 1,527.95	$ 414.07	0.99095721	$ 410.32	0.4339265
31	9	$ 1,585.18	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 216.36	0.001536	$ 1,595.81	0.998464	$ 1,593.36	1.027725	-$ 1,526.50	$ 415.52	0.98948464	$ 411.15	0.39092477
32	10	$ 1,595.81	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 217.05	0.001593	$ 1,549.88	0.998407	$ 1,547.41	1.027725	-$ 1,526.24	$ 415.78	0.98796479	$ 410.77	0.35218448
33	11	$ 1,549.88	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 214.07	0.001658	$ 1,437.03	0.998342	$ 1,434.65	1.027725	-$ 1,527.39	$ 414.62	0.98639097	$ 408.98	0.31728331
34	12	$ 1,437.03	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 206.73	0.001735	$ 1,242.44	0.998265	$ 1,240.29	1.027725	-$ 1,530.22	$ 411.79	0.98475553	$ 405.52	0.28584082
35	13	$ 1,242.44	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 194.09	0.001824	$ 950.64	0.998176	$ 948.91	1.027725	-$ 1,535.09	$ 406.92	0.98304698	$ 400.02	0.25751426
36	14	$ 950.64	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 175.12	0.001927	$ 543.49	0.998073	$ 542.44	1.027725	-$ 1,542.40	$ 399.62	0.9812539	$ 392.12	0.23199482
37	15	$ 543.49	$ 1,889.62	0.035	$ 80.00	$ 148.65	0.002046	-$ 0.00	0.997954	-$ 0.00	1.027725	-$ 1,552.59	$ 389.42	0.97936303	$ 381.39	0.20900435

Figura B.3: Formato en tabla para el cálculo de la prima dada una utiliad para un seguro temporal. [Elaboración propia]

x	t	q_(x+t)	p_(x+t)	Vt	tpx	t/qx
23	0	0.001128	0.998872	1	1	0.001128
24	1	0.001197	0.998803	0.96153846	0.998872	0.00119565
25	2	0.001256	0.998744	0.92455621	0.99767635	0.00125308
26	3	0.001304	0.998696	0.88899636	0.99642327	0.00129934
27	4	0.001354	0.998646	0.85480419	0.99512393	0.0013474
28	5	0.001398	0.998602	0.82192711	0.99377653	0.0013893
29	6	0.001441	0.998559	0.79031453	0.99238724	0.00143003
30	7	0.001486	0.998514	0.75991781	0.99095721	0.00147256
31	8	0.001536	0.998464	0.73069021	0.98948464	0.00151985
32	9	0.001593	0.998407	0.70258674	0.98796479	0.00157383
33	10	0.001658	0.998342	0.67556417	0.98639097	0.00163544
34	11	0.001735	0.998265	0.64958093	0.98475553	0.00170855
35	12	0.001824	0.998176	0.62459705	0.98304698	0.00179308
36	13	0.001927	0.998073	0.60057409	0.9812539	0.00189088
37	14	0.002046	0.997954	0.57747508	0.97936303	0.00200378
38	15	0.002182	0.997818	0.5552645	0.97735925	0.0021326
39	16	0.002336	0.997664	0.53390818	0.97522665	0.00227813
40	17	0.00251	0.99749	0.51337325	0.97294852	0.0024421
41	18	0.002704	0.997296	0.49362812	0.97050642	0.00262425
42	19	0.002921	0.997079	0.47464242	0.96788217	0.00282718
43	20	0.003161	0.996839	0.45638695	0.96505499	0.00305054
44	21	0.003425	0.996575	0.4388336	0.96200445	0.00329487
45	22	0.003716	0.996284	0.42195539	0.95870958	0.00356256
46	23	0.004034	0.995966	0.40572633	0.95514702	0.00385306
47	24	0.004382	0.995618	0.39012147	0.95129396	0.00416857
48	25	0.004761	0.995239	0.3751168	0.94712539	0.00450926
49	26	0.005173	0.994827	0.36068923	0.94261612	0.00487615
50	27	0.005621	0.994379	0.34681657	0.93773997	0.00527104
51	28	0.006106	0.993894	0.33347747	0.93246893	0.00569366
52	29	0.006632	0.993368	0.32065141	0.92677528	0.00614637
53	30	0.0072	0.9928	0.30831867	0.9206289	0.00662853
54	31	0.007815	0.992185	0.29646026	0.91400037	0.00714291
55	32	0.008479	0.991521	0.28505794	0.90685746	0.00768924
56	33	0.009211	0.990789	0.27409417	0.89916822	0.00828224
57	34	0.010006	0.989994	0.26355209	0.89088598	0.00891421
58	35	0.010869	0.989131	0.25341547	0.88197177	0.00958615
59	36	0.011806	0.988194	0.24366872	0.87238562	0.01029938
60	37	0.012823	0.987177	0.23429685	0.86208624	0.01105453
61	38	0.013928	0.986072	0.22528543	0.85103171	0.01185317
62	39	0.015127	0.984873	0.21662061	0.83917854	0.01269425
63	40	0.016428	0.983572	0.20828904	0.82648428	0.01357748
64	41	0.01784	0.98216	0.20027793	0.8129068	0.01450226
65	42	0.019372	0.980628	0.19257493	0.79840454	0.01546669
66	43	0.021034	0.978966	0.1851682	0.78293785	0.01646831
67	44	0.022837	0.977163	0.17804635	0.76646953	0.01750386
68	45	0.024793	0.975207	0.17119841	0.74896567	0.01856911
69	46	0.026914	0.973086	0.16461386	0.73039656	0.01965789
70	47	0.029214	0.970786	0.15828256	0.71073867	0.02076352
71	48	0.031707	0.968293	0.15219476	0.68997515	0.02187704
72	49	0.034409	0.965591	0.14634112	0.66809811	0.02298859
73	50	0.037337	0.962663	0.14071262	0.64510952	0.02408645
74	51	0.040509	0.959491	0.13530059	0.62102307	0.02515702
75	52	0.043944	0.956056	0.13009672	0.59586604	0.02618474
76	53	0.047307	0.952693	0.125093	0.56968131	0.02694991
77	54	0.050914	0.949086	0.12028173	0.54273139	0.02763263
78	55	0.054779	0.945221	0.11565551	0.51509877	0.0282166
79	56	0.058909	0.941091	0.11120722	0.48688217	0.02868174
80	57	0.063324	0.936676	0.10693002	0.45820043	0.02901508
81	58	0.068036	0.931964	0.10281733	0.42918535	0.02920005
82	59	0.073065	0.926935	0.09886282	0.39998529	0.02922493
83	60	0.078427	0.921573	0.0950604	0.37076037	0.02907762
84	61	0.084138	0.915862	0.09140423	0.34168274	0.0287485
85	62	0.09037	0.90963	0.08788868	0.31293424	0.02827987
86	63	0.097175	0.902825	0.08450835	0.28465437	0.02766129
87	64	0.01046	0.98954	0.08125803	0.25699308	0.00268815
88	65	0.112735	0.887265	0.07813272	0.25430494	0.02866907
89	66	0.12619	0.87381	0.07512762	0.22563587	0.02847299
90	67	0.131332	0.868668	0.07223809	0.19716288	0.0258938
91	68	0.141953	0.858047	0.0694597	0.17126908	0.02431216
92	69	0.153566	0.846434	0.06678818	0.14695692	0.02256759
93	70	0.166807	0.833193	0.0642194	0.12438934	0.02074901
94	71	0.18124	0.81876	0.06174942	0.10364032	0.01878377
95	72	0.196958	0.803042	0.05937445	0.08485655	0.01671318
96	73	0.214056	0.785944	0.05709081	0.06814338	0.0145865
97	74	0.232633	0.767367	0.05489501	0.05355688	0.0124591
98	75	0.252783	0.747217	0.05278367	0.04109778	0.01038882
99	76	0.274597	0.725403	0.05075353	0.03070896	0.00843259
100	77	1	0	0.04880147	0.02227637	0.02227637

Figura B.4: Formato en tabla para la elaboración de primas para un seguro vitalicio.[Elaboración propia]

Edad	Periodo	P_x+t	Prima	Saldo inicial	Intereses	ndemnización	Saldo	Reserva
23	1	0.998872	$ 6,660.10	$ 6,660.10	$ 266.40	$ 1,128.00	$ 5,798.50	$ 5,805.05
24	2	0.998803	$ 6,660.10	$ 12,465.15	$ 498.61	$ 1,197.00	$ 11,766.75	$ 11,780.85
25	3	0.998744	$ 6,660.10	$ 18,440.95	$ 737.64	$ 1,256.00	$ 17,922.59	$ 17,945.13
26	4	0.998696	$ 6,660.10	$ 24,605.23	$ 984.21	$ 1,304.00	$ 24,285.44	$ 24,317.15
27	5	0.998646	$ 6,660.10	$ 30,977.24	$ 1,239.09	$ 1,354.00	$ 30,862.33	$ 30,904.18
28	6	0.998602	$ 6,660.10	$ 37,564.28	$ 1,502.57	$ 1,398.00	$ 37,668.85	$ 37,721.58
29	7	0.998559	$ 6,660.10	$ 44,381.68	$ 1,775.27	$ 1,441.00	$ 44,715.95	$ 44,780.47
30	8	0.998514	$ 6,660.10	$ 51,440.57	$ 2,057.62	$ 1,486.00	$ 52,012.20	$ 52,089.60
31	9	0.998464	$ 6,660.10	$ 58,749.70	$ 2,349.99	$ 1,536.00	$ 59,563.69	$ 59,655.32
32	10	0.998407	$ 6,660.10	$ 66,315.41	$ 2,652.62	$ 1,593.00	$ 67,375.03	$ 67,482.53
33	11	0.998342	$ 6,660.10	$ 74,142.63	$ 2,965.71	$ 1,658.00	$ 75,450.33	$ 75,575.64
34	12	0.998265	$ 6,660.10	$ 82,235.74	$ 3,289.43	$ 1,735.00	$ 83,790.17	$ 83,935.79
35	13	0.998176	$ 6,660.10	$ 90,595.89	$ 3,623.84	$ 1,824.00	$ 92,395.73	$ 92,564.56
36	14	0.998073	$ 6,660.10	$ 99,224.66	$ 3,968.99	$ 1,927.00	$ 101,266.65	$ 101,462.17
37	15	0.997954	$ 6,660.10	$ 108,122.26	$ 4,324.89	$ 2,046.00	$ 110,401.15	$ 110,627.50
38	16	0.997818	$ 6,660.10	$ 117,287.60	$ 4,691.50	$ 2,182.00	$ 119,797.10	$ 120,059.07
39	17	0.997664	$ 6,660.10	$ 126,719.17	$ 5,068.77	$ 2,336.00	$ 129,451.93	$ 129,755.04
40	18	0.99749	$ 6,660.10	$ 136,415.14	$ 5,456.61	$ 2,510.00	$ 139,361.74	$ 139,712.42
41	19	0.997296	$ 6,660.10	$ 146,372.52	$ 5,854.90	$ 2,704.00	$ 149,523.42	$ 149,928.83
42	20	0.997079	$ 6,660.10	$ 156,588.93	$ 6,263.56	$ 2,921.00	$ 159,931.48	$ 160,400.01
43	21	0.996839	$ 6,660.10	$ 167,060.11	$ 6,682.40	$ 3,161.00	$ 170,581.51	$ 171,122.43
44	22	0.996575	$ 6,660.10	$ 177,782.53	$ 7,111.30	$ 3,425.00	$ 181,468.83	$ 182,092.50
45	23	0.996284	$ 6,660.10	$ 188,752.60	$ 7,550.10	$ 3,716.00	$ 192,586.70	$ 193,305.02
46	24	0.995966	$ 6,660.10	$ 199,965.12	$ 7,998.60	$ 4,034.00	$ 203,929.72	$ 204,755.71
47	25	0.995618	$ 6,660.10	$ 211,415.81	$ 8,456.63	$ 4,382.00	$ 215,490.44	$ 216,438.87
48	26	0.995239	$ 6,660.10	$ 223,098.97	$ 8,923.96	$ 4,761.00	$ 227,261.93	$ 228,349.10
49	27	0.994827	$ 6,660.10	$ 235,009.20	$ 9,400.37	$ 5,173.00	$ 239,236.56	$ 240,480.57
50	28	0.994379	$ 6,660.10	$ 247,140.67	$ 9,885.63	$ 5,621.00	$ 251,405.30	$ 252,826.43
51	29	0.993894	$ 6,660.10	$ 259,486.53	$ 10,379.46	$ 6,106.00	$ 263,759.99	$ 265,380.40
52	30	0.993368	$ 6,660.10	$ 272,040.50	$ 10,881.62	$ 6,632.00	$ 276,290.12	$ 278,134.71
53	31	0.9928	$ 6,660.10	$ 284,794.81	$ 11,391.79	$ 7,200.00	$ 288,986.60	$ 291,082.39
54	32	0.992185	$ 6,660.10	$ 297,742.49	$ 11,909.70	$ 7,815.00	$ 301,837.19	$ 304,214.63
55	33	0.991521	$ 6,660.10	$ 310,874.73	$ 12,434.99	$ 8,479.00	$ 314,830.72	$ 317,522.99
56	34	0.990789	$ 6,660.10	$ 324,183.09	$ 12,967.32	$ 9,211.00	$ 327,939.42	$ 330,988.15
57	35	0.989994	$ 6,660.10	$ 337,648.24	$ 13,505.93	$ 10,006.00	$ 341,148.17	$ 344,596.20
58	36	0.989131	$ 6,660.10	$ 351,256.30	$ 14,050.25	$ 10,869.00	$ 354,437.55	$ 358,332.27
59	37	0.988194	$ 6,660.10	$ 364,992.36	$ 14,599.69	$ 11,806.00	$ 367,786.06	$ 372,180.02
60	38	0.987177	$ 6,660.10	$ 378,840.11	$ 15,153.60	$ 12,823.00	$ 381,170.72	$ 386,121.96
61	39	0.986072	$ 6,660.10	$ 392,782.06	$ 15,711.28	$ 13,928.00	$ 394,565.34	$ 400,138.47
62	40	0.984873	$ 6,660.10	$ 406,798.57	$ 16,271.94	$ 15,127.00	$ 407,943.51	$ 414,209.25
63	41	0.983572	$ 6,660.10	$ 420,869.35	$ 16,834.77	$ 16,428.00	$ 421,276.13	$ 428,312.44
64	42	0.98216	$ 6,660.10	$ 434,972.54	$ 17,398.90	$ 17,840.00	$ 434,531.44	$ 442,424.29
65	43	0.980628	$ 6,660.10	$ 449,084.39	$ 17,963.38	$ 19,372.00	$ 447,675.76	$ 456,519.46
66	44	0.978966	$ 6,660.10	$ 463,179.56	$ 18,527.18	$ 21,034.00	$ 460,672.74	$ 470,570.72
67	45	0.977163	$ 6,660.10	$ 477,230.82	$ 19,089.23	$ 22,837.00	$ 473,483.05	$ 484,548.69
68	46	0.975207	$ 6,660.10	$ 491,208.79	$ 19,648.35	$ 24,793.00	$ 486,064.14	$ 498,421.51
69	47	0.973086	$ 6,660.10	$ 505,081.60	$ 20,203.26	$ 26,914.00	$ 498,370.87	$ 512,155.01
70	48	0.970786	$ 6,660.10	$ 518,815.11	$ 20,752.60	$ 29,214.00	$ 510,353.71	$ 525,711.86
71	49	0.968293	$ 6,660.10	$ 532,371.95	$ 21,294.88	$ 31,707.00	$ 521,959.83	$ 539,051.54
72	50	0.965591	$ 6,660.10	$ 545,711.64	$ 21,828.47	$ 34,409.00	$ 533,131.10	$ 552,129.32
73	51	0.962663	$ 6,660.10	$ 558,789.42	$ 22,351.58	$ 37,337.00	$ 543,803.99	$ 564,895.50
74	52	0.959491	$ 6,660.10	$ 571,555.59	$ 22,862.22	$ 40,509.00	$ 553,908.82	$ 577,294.44
75	53	0.956056	$ 6,660.10	$ 583,954.54	$ 23,358.18	$ 43,944.00	$ 563,368.72	$ 589,263.30
76	54	0.952693	$ 6,660.10	$ 595,923.40	$ 23,836.94	$ 47,307.00	$ 572,453.34	$ 600,879.13
77	55	0.949086	$ 6,660.10	$ 607,539.23	$ 24,301.57	$ 50,914.00	$ 580,926.79	$ 612,090.78
78	56	0.945221	$ 6,660.10	$ 618,750.88	$ 24,750.04	$ 54,779.00	$ 588,721.92	$ 622,840.50
79	57	0.941091	$ 6,660.10	$ 629,500.59	$ 25,180.02	$ 58,909.00	$ 595,771.62	$ 633,064.83
80	58	0.936676	$ 6,660.10	$ 639,724.93	$ 25,589.00	$ 63,324.00	$ 601,989.93	$ 642,687.47
81	59	0.931964	$ 6,660.10	$ 649,347.57	$ 25,973.90	$ 68,036.00	$ 607,285.47	$ 651,619.02
82	60	0.926935	$ 6,660.10	$ 658,279.12	$ 26,331.16	$ 73,065.00	$ 611,545.29	$ 659,749.91
83	61	0.921573	$ 6,660.10	$ 666,410.01	$ 26,656.40	$ 78,427.00	$ 614,639.41	$ 666,945.98
84	62	0.915862	$ 6,660.10	$ 673,606.08	$ 26,944.24	$ 84,138.00	$ 616,412.33	$ 673,040.62
85	63	0.90963	$ 6,660.10	$ 679,700.71	$ 27,188.03	$ 90,370.00	$ 616,518.74	$ 677,768.70
86	64	0.902825	$ 6,660.10	$ 684,428.80	$ 27,377.15	$ 97,175.00	$ 614,630.95	$ 680,786.36
87	65	0.98954	$ 6,660.10	$ 687,446.46	$ 27,497.86	$ 10,460.00	$ 704,484.32	$ 711,931.12
88	66	0.887265	$ 6,660.10	$ 718,591.22	$ 28,743.65	$ 112,735.00	$ 634,599.87	$ 715,231.49
89	67	0.87381	$ 6,660.10	$ 721,891.59	$ 28,875.66	$ 126,190.00	$ 624,577.25	$ 714,774.67
90	68	0.868668	$ 6,660.10	$ 721,434.76	$ 28,857.39	$ 131,332.00	$ 618,960.15	$ 712,539.37
91	69	0.858047	$ 6,660.10	$ 719,199.47	$ 28,767.98	$ 141,953.00	$ 606,014.45	$ 706,271.86
92	70	0.846434	$ 6,660.10	$ 712,931.96	$ 28,517.28	$ 153,566.00	$ 587,883.24	$ 694,541.14
93	71	0.833193	$ 6,660.10	$ 701,201.24	$ 28,048.05	$ 166,807.00	$ 562,442.29	$ 675,044.42
94	72	0.81876	$ 6,660.10	$ 681,704.52	$ 27,268.18	$ 181,240.00	$ 527,732.70	$ 644,551.15
95	73	0.803042	$ 6,660.10	$ 651,211.25	$ 26,048.45	$ 196,958.00	$ 480,301.70	$ 598,102.84
96	74	0.785944	$ 6,660.10	$ 604,762.94	$ 24,190.52	$ 214,056.00	$ 414,897.46	$ 527,896.97
97	75	0.767367	$ 6,660.10	$ 534,557.07	$ 21,382.28	$ 232,633.00	$ 323,306.35	$ 421,319.07
98	76	0.747217	$ 6,660.10	$ 427,979.17	$ 17,119.17	$ 252,783.00	$ 192,315.33	$ 257,375.48
99	77	0.725403	$ 6,660.10	$ 264,035.58	$ 10,561.42	$ 274,597.00	-$ 0.00	-$ 0.00

Figura B.5: Formato de tabla de la reserva con una prima pura de un seguro vitalicio. [Elaboración propia]

Edad	Periodo	P_x+t	Prima con gastos	Saldo inicial	Intereses	Indemnización	Saldo	Reserva
23	1	0.998872	$ 5,243.77	$ 5,243.77	$ 209.75	$ 1,128.11	$ 4,325.41	$ 4,330.29
24	2	0.998803	$ 6,727.80	$ 11,058.09	$ 442.32	$ 1,197.12	$ 10,303.30	$ 10,315.64
25	3	0.998744	$ 6,727.80	$ 17,043.44	$ 681.74	$ 1,256.13	$ 16,469.05	$ 16,489.76
26	4	0.998696	$ 6,727.80	$ 23,217.56	$ 928.70	$ 1,304.13	$ 22,842.14	$ 22,871.96
27	5	0.998646	$ 6,727.80	$ 29,599.76	$ 1,183.99	$ 1,354.14	$ 29,429.61	$ 29,469.52
28	6	0.998602	$ 6,727.80	$ 36,197.31	$ 1,447.89	$ 1,398.14	$ 36,247.07	$ 36,297.81
29	7	0.998559	$ 6,727.80	$ 43,025.61	$ 1,721.02	$ 1,441.14	$ 43,305.49	$ 43,367.98
30	8	0.998514	$ 6,727.80	$ 50,095.78	$ 2,003.83	$ 1,486.15	$ 50,613.46	$ 50,688.79
31	9	0.998464	$ 6,727.80	$ 57,416.59	$ 2,296.66	$ 1,536.15	$ 58,177.10	$ 58,266.59
32	10	0.998407	$ 6,727.80	$ 64,994.39	$ 2,599.78	$ 1,593.16	$ 66,001.01	$ 66,106.31
33	11	0.998342	$ 6,727.80	$ 72,834.11	$ 2,913.36	$ 1,658.17	$ 74,089.31	$ 74,212.36
34	12	0.998265	$ 6,727.80	$ 80,940.15	$ 3,237.61	$ 1,735.17	$ 82,442.59	$ 82,585.87
35	13	0.998176	$ 6,727.80	$ 89,313.67	$ 3,572.55	$ 1,824.18	$ 91,062.04	$ 91,228.44
36	14	0.998073	$ 6,727.80	$ 97,956.24	$ 3,918.25	$ 1,927.19	$ 99,947.29	$ 100,140.26
37	15	0.997954	$ 6,727.80	$ 106,868.06	$ 4,274.72	$ 2,046.20	$ 109,096.58	$ 109,320.25
38	16	0.997818	$ 6,727.80	$ 116,048.05	$ 4,641.92	$ 2,182.22	$ 118,507.75	$ 118,766.90
39	17	0.997664	$ 6,727.80	$ 125,494.70	$ 5,019.79	$ 2,336.23	$ 128,178.25	$ 128,478.38
40	18	0.99749	$ 6,727.80	$ 135,206.18	$ 5,408.25	$ 2,510.25	$ 138,104.17	$ 138,451.69
41	19	0.997296	$ 6,727.80	$ 145,179.48	$ 5,807.18	$ 2,704.27	$ 148,282.39	$ 148,684.44
42	20	0.997079	$ 6,727.80	$ 155,412.23	$ 6,216.49	$ 2,921.29	$ 158,707.43	$ 159,172.37
43	21	0.996839	$ 6,727.80	$ 165,900.17	$ 6,636.01	$ 3,161.32	$ 169,374.86	$ 169,911.95
44	22	0.996575	$ 6,727.80	$ 176,639.75	$ 7,065.59	$ 3,425.34	$ 180,280.00	$ 180,899.58
45	23	0.996284	$ 6,727.80	$ 187,627.38	$ 7,505.10	$ 3,716.37	$ 191,416.10	$ 192,130.06
46	24	0.995966	$ 6,727.80	$ 198,857.86	$ 7,954.31	$ 4,034.40	$ 202,777.77	$ 203,599.09
47	25	0.995618	$ 6,727.80	$ 210,326.88	$ 8,413.08	$ 4,382.44	$ 214,357.52	$ 215,300.97
48	26	0.995239	$ 6,727.80	$ 222,028.77	$ 8,881.15	$ 4,761.48	$ 226,148.44	$ 227,230.29
49	27	0.994827	$ 6,727.80	$ 233,958.09	$ 9,358.32	$ 5,173.52	$ 238,142.89	$ 239,381.21
50	28	0.994379	$ 6,727.80	$ 246,109.01	$ 9,844.36	$ 5,621.56	$ 250,331.81	$ 251,746.88
51	29	0.993894	$ 6,727.80	$ 258,474.67	$ 10,338.99	$ 6,106.61	$ 262,707.05	$ 264,321.00
52	30	0.993368	$ 6,727.80	$ 271,048.79	$ 10,841.95	$ 6,632.66	$ 275,258.08	$ 277,095.78
53	31	0.9928	$ 6,727.80	$ 283,823.58	$ 11,352.94	$ 7,200.72	$ 287,975.80	$ 290,064.27
54	32	0.992185	$ 6,727.80	$ 296,792.06	$ 11,871.68	$ 7,815.78	$ 300,847.96	$ 303,217.61
55	33	0.991521	$ 6,727.80	$ 309,945.41	$ 12,397.82	$ 8,479.85	$ 313,863.38	$ 316,547.38
56	34	0.990789	$ 6,727.80	$ 323,275.18	$ 12,931.01	$ 9,211.92	$ 326,994.27	$ 330,034.21
57	35	0.989994	$ 6,727.80	$ 336,762.01	$ 13,470.48	$ 10,007.00	$ 340,225.49	$ 343,664.19
58	36	0.989131	$ 6,727.80	$ 350,391.99	$ 14,015.68	$ 10,870.09	$ 353,537.59	$ 357,422.41
59	37	0.988194	$ 6,727.80	$ 364,150.21	$ 14,566.01	$ 11,807.18	$ 366,909.04	$ 371,292.51
60	38	0.987177	$ 6,727.80	$ 378,020.31	$ 15,120.81	$ 12,824.28	$ 380,316.84	$ 385,256.99
61	39	0.986072	$ 6,727.80	$ 391,984.79	$ 15,679.39	$ 13,929.39	$ 393,734.79	$ 399,296.19
62	40	0.984873	$ 6,727.80	$ 406,023.99	$ 16,240.96	$ 15,128.51	$ 407,136.43	$ 413,389.78
63	41	0.983572	$ 6,727.80	$ 420,117.58	$ 16,804.70	$ 16,429.64	$ 420,492.64	$ 427,515.87
64	42	0.98216	$ 6,727.80	$ 434,243.67	$ 17,369.75	$ 17,841.78	$ 433,771.63	$ 441,650.68
65	43	0.980628	$ 6,727.80	$ 448,378.48	$ 17,935.14	$ 19,373.94	$ 446,939.68	$ 455,768.83
66	44	0.978966	$ 6,727.80	$ 462,496.63	$ 18,499.87	$ 21,036.10	$ 459,960.39	$ 469,843.07
67	45	0.977163	$ 6,727.80	$ 476,570.87	$ 19,062.83	$ 22,839.28	$ 472,794.42	$ 483,843.97
68	46	0.975207	$ 6,727.80	$ 490,571.77	$ 19,622.87	$ 24,795.48	$ 485,399.16	$ 497,739.61
69	47	0.973086	$ 6,727.80	$ 504,467.41	$ 20,178.70	$ 26,916.69	$ 497,729.42	$ 511,495.82
70	48	0.970786	$ 6,727.80	$ 518,223.61	$ 20,728.94	$ 29,216.92	$ 509,735.64	$ 525,075.18
71	49	0.968293	$ 6,727.80	$ 531,802.98	$ 21,272.12	$ 31,710.17	$ 521,364.93	$ 538,437.16
72	50	0.965591	$ 6,727.80	$ 545,164.96	$ 21,806.60	$ 34,412.44	$ 532,559.11	$ 551,536.95
73	51	0.962663	$ 6,727.80	$ 558,264.75	$ 22,330.59	$ 37,340.73	$ 543,254.60	$ 564,324.80
74	52	0.959491	$ 6,727.80	$ 571,052.60	$ 22,842.10	$ 40,513.05	$ 553,381.65	$ 576,745.01
75	53	0.956056	$ 6,727.80	$ 583,472.81	$ 23,338.91	$ 43,948.39	$ 562,863.33	$ 588,734.69
76	54	0.952693	$ 6,727.80	$ 595,462.49	$ 23,818.50	$ 47,311.73	$ 571,969.25	$ 600,371.01
77	55	0.949086	$ 6,727.80	$ 607,098.80	$ 24,283.95	$ 50,919.09	$ 580,463.66	$ 611,602.81
78	56	0.945221	$ 6,727.80	$ 618,330.61	$ 24,733.22	$ 54,784.48	$ 588,279.35	$ 622,372.29
79	57	0.941091	$ 6,727.80	$ 629,100.08	$ 25,164.00	$ 58,914.89	$ 595,349.20	$ 632,615.97
80	58	0.936676	$ 6,727.80	$ 639,343.77	$ 25,573.75	$ 63,330.33	$ 601,587.19	$ 642,257.50
81	59	0.931964	$ 6,727.80	$ 648,985.30	$ 25,959.41	$ 68,042.80	$ 606,901.91	$ 651,207.46
82	60	0.926935	$ 6,727.80	$ 657,935.26	$ 26,317.41	$ 73,072.31	$ 611,180.36	$ 659,356.22
83	61	0.921573	$ 6,727.80	$ 666,084.02	$ 26,643.36	$ 78,434.84	$ 614,292.54	$ 666,569.59
84	62	0.915862	$ 6,727.80	$ 673,297.39	$ 26,931.90	$ 84,146.41	$ 616,082.87	$ 672,680.90
85	63	0.90963	$ 6,727.80	$ 679,408.70	$ 27,176.35	$ 90,379.04	$ 616,206.01	$ 677,424.90
86	64	0.902825	$ 6,727.80	$ 684,152.70	$ 27,366.11	$ 97,184.72	$ 614,334.09	$ 680,457.55
87	65	0.98954	$ 6,727.80	$ 687,185.35	$ 27,487.41	$ 10,461.05	$ 704,211.71	$ 711,655.63
88	66	0.887265	$ 6,727.80	$ 718,383.43	$ 28,735.34	$ 112,746.27	$ 634,372.49	$ 714,975.23
89	67	0.87381	$ 6,727.80	$ 721,703.03	$ 28,868.12	$ 126,202.62	$ 624,368.53	$ 714,535.80
90	68	0.868668	$ 6,727.80	$ 721,263.60	$ 28,850.54	$ 131,345.13	$ 618,769.01	$ 712,319.33
91	69	0.858047	$ 6,727.80	$ 719,047.13	$ 28,761.89	$ 141,967.20	$ 605,841.82	$ 706,070.67
92	70	0.846434	$ 6,727.80	$ 712,798.47	$ 28,511.94	$ 153,581.36	$ 587,729.05	$ 694,358.98
93	71	0.833193	$ 6,727.80	$ 701,086.78	$ 28,043.47	$ 166,823.68	$ 562,306.57	$ 674,881.53
94	72	0.81876	$ 6,727.80	$ 681,609.33	$ 27,264.37	$ 181,258.12	$ 527,615.58	$ 644,408.11
95	73	0.803042	$ 6,727.80	$ 651,135.91	$ 26,045.44	$ 196,977.70	$ 480,203.65	$ 597,980.74
96	74	0.785944	$ 6,727.80	$ 604,708.53	$ 24,188.34	$ 214,077.41	$ 414,819.47	$ 527,797.74
97	75	0.767367	$ 6,727.80	$ 534,525.54	$ 21,381.02	$ 232,656.26	$ 323,250.30	$ 421,246.03
98	76	0.747217	$ 6,727.80	$ 427,973.83	$ 17,118.95	$ 252,808.28	$ 192,284.50	$ 257,334.21
99	77	0.725403	$ 6,727.80	$ 264,062.01	$ 10,562.48	$ 274,624.46	$ -	$ -

Figura B.6: Formato de tabla de la reserva con una prima con gastos de un seguro vitalicio. [Elaboración propia]

Edad	Periodo	tVn	Gt+1	rt+1	et+1	Intereses	qx+t	t+1VN	px+t	t+1Vpx+t	PRt+1	tpx	PI
23	1	$ -	$ 7,054.71	0.2	$ 400.00	$ 340.85	0.001128	$ 5,805.05	0.998872	$ 5,798.50	-$ 1,342.00	1	-$ 1,342.00
24	2	$ 5,805.05	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 814.64	0.001197	$ 11,780.85	0.998803	$ 11,766.75	$ 383.61	0.998872	$ 383.18
25	3	$ 11,780.85	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 1,203.06	0.001256	$ 17,945.13	0.998744	$ 17,922.59	$ 533.00	0.99767635	$ 531.76
26	4	$ 17,945.13	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 1,603.74	0.001304	$ 24,317.15	0.998696	$ 24,285.44	$ 687.10	0.99642327	$ 684.64
27	5	$ 24,317.15	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 2,017.92	0.001354	$ 30,904.18	0.998646	$ 30,862.33	$ 846.40	0.99512393	$ 842.27
28	6	$ 30,904.18	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 2,446.08	0.001398	$ 37,721.58	0.998602	$ 37,668.85	$ 1,011.07	0.99377653	$ 1,004.78
29	7	$ 37,721.58	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 2,889.21	0.001441	$ 44,780.47	0.998559	$ 44,715.95	$ 1,181.50	0.99238724	$ 1,172.50
30	8	$ 44,780.47	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 3,348.04	0.001486	$ 52,089.60	0.998514	$ 52,012.20	$ 1,357.97	0.99095721	$ 1,345.69
31	9	$ 52,089.60	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 3,823.13	0.001536	$ 59,655.32	0.998464	$ 59,563.69	$ 1,540.69	0.98948464	$ 1,524.49
32	10	$ 59,655.32	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 4,314.90	0.001593	$ 67,482.53	0.998407	$ 67,375.03	$ 1,729.83	0.98796479	$ 1,709.01
33	11	$ 67,482.53	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 4,823.67	0.001658	$ 75,575.64	0.998342	$ 75,450.33	$ 1,925.50	0.98639097	$ 1,899.30
34	12	$ 75,575.64	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 5,349.72	0.001735	$ 83,935.79	0.998265	$ 83,790.17	$ 2,127.82	0.98475553	$ 2,095.38
35	13	$ 83,935.79	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 5,893.13	0.001824	$ 92,564.56	0.998176	$ 92,395.73	$ 2,336.82	0.98304698	$ 2,297.20
36	14	$ 92,564.56	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 6,454.00	0.001927	$101,462.17	0.998073	$ 101,266.65	$ 2,552.53	0.9812539	$ 2,504.68
37	15	$101,462.17	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 7,032.35	0.002046	$110,627.50	0.997954	$ 110,401.15	$ 2,774.95	0.97936303	$ 2,717.69
38	16	$110,627.50	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 7,628.09	0.002182	$120,059.07	0.997818	$ 119,797.10	$ 3,004.07	0.97735925	$ 2,936.06
39	17	$120,059.07	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 8,241.15	0.002336	$129,755.04	0.997664	$ 129,451.93	$ 3,239.85	0.97522665	$ 3,159.58
40	18	$129,755.04	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 8,871.38	0.00251	$139,712.42	0.99749	$ 139,361.74	$ 3,482.23	0.97294852	$ 3,388.03
41	19	$139,712.42	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 9,518.61	0.002704	$149,928.83	0.997296	$ 149,523.42	$ 3,731.14	0.97050642	$ 3,621.10
42	20	$149,928.83	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 10,182.68	0.002921	$160,400.01	0.997079	$ 159,931.48	$ 3,986.53	0.96788217	$ 3,858.49
43	21	$160,400.01	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 10,863.31	0.003161	$171,122.43	0.996839	$ 170,581.51	$ 4,248.29	0.96505499	$ 4,099.83
44	22	$171,122.43	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 11,560.26	0.003425	$182,092.50	0.996575	$ 181,468.83	$ 4,516.32	0.96200445	$ 4,344.72
45	23	$182,092.50	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 12,273.32	0.003716	$193,305.02	0.996284	$ 192,586.70	$ 4,790.54	0.95870958	$ 4,592.74
46	24	$193,305.02	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 13,002.13	0.004034	$204,755.71	0.995966	$ 203,929.72	$ 5,070.83	0.95514702	$ 4,843.38
47	25	$204,755.71	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 13,746.43	0.004382	$216,438.87	0.995618	$ 215,490.44	$ 5,357.06	0.95129396	$ 5,096.14
48	26	$216,438.87	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 14,505.83	0.004761	$228,349.10	0.995239	$ 227,261.93	$ 5,649.10	0.94712539	$ 5,350.41
49	27	$228,349.10	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 15,280.00	0.005173	$240,480.57	0.994827	$ 239,236.56	$ 5,946.81	0.94261612	$ 5,605.56
50	28	$240,480.57	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 16,068.54	0.005621	$252,826.43	0.994379	$ 251,405.30	$ 6,250.06	0.93773997	$ 5,860.93
51	29	$252,826.43	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 16,871.03	0.006106	$265,380.40	0.993894	$ 263,759.99	$ 6,558.65	0.93246893	$ 6,115.74
52	30	$265,380.40	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 17,687.03	0.006632	$278,134.71	0.993368	$ 276,290.12	$ 6,872.45	0.92677528	$ 6,369.22
53	31	$278,134.71	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 18,516.06	0.0072	$291,082.39	0.9928	$ 288,986.60	$ 7,191.25	0.9206289	$ 6,620.47
54	32	$291,082.39	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 19,357.66	0.007815	$304,214.63	0.992185	$ 301,837.19	$ 7,514.88	0.91400037	$ 6,868.60
55	33	$304,214.63	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 20,211.26	0.008479	$317,522.99	0.991521	$ 314,830.72	$ 7,843.12	0.90685746	$ 7,112.59
56	34	$317,522.99	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 21,076.30	0.009211	$330,988.15	0.990789	$ 327,939.42	$ 8,175.76	0.89916822	$ 7,351.38
57	35	$330,988.15	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 21,951.54	0.010006	$344,596.20	0.989994	$ 341,148.17	$ 8,512.31	0.89088598	$ 7,583.49
58	36	$344,596.20	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 22,836.06	0.010869	$358,332.27	0.989131	$ 354,437.55	$ 8,852.42	0.88197177	$ 7,807.59
59	37	$358,332.27	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 23,728.90	0.011806	$372,180.02	0.988194	$ 367,786.06	$ 9,195.73	0.87238562	$ 8,022.22
60	38	$372,180.02	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 24,629.01	0.012823	$386,121.96	0.987177	$ 381,170.72	$ 9,541.82	0.86208624	$ 8,225.87
61	39	$386,121.96	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 25,535.23	0.013928	$400,138.47	0.986072	$ 394,565.34	$ 9,890.26	0.85103171	$ 8,416.92
62	40	$400,138.47	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 26,446.31	0.015127	$414,209.25	0.984873	$ 407,943.51	$10,240.55	0.83917854	$ 8,593.65
63	41	$414,209.25	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 27,360.91	0.016428	$428,312.44	0.983572	$ 421,276.13	$10,592.19	0.82648428	$ 8,754.28
64	42	$428,312.44	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 28,277.62	0.01784	$442,424.29	0.98216	$ 434,531.44	$10,944.63	0.8129068	$ 8,896.96
65	43	$442,424.29	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 29,194.89	0.019372	$456,519.46	0.980628	$ 447,675.76	$11,297.27	0.79840454	$ 9,019.79
66	44	$456,519.46	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 30,111.07	0.021034	$470,570.72	0.978966	$ 460,672.74	$11,649.49	0.78293785	$ 9,120.82
67	45	$470,570.72	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 31,024.40	0.022837	$484,548.69	0.977163	$ 473,483.05	$12,000.59	0.76646953	$ 9,198.09
68	46	$484,548.69	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 31,932.97	0.024793	$498,421.51	0.975207	$ 486,064.14	$12,349.84	0.74896567	$ 9,249.61
69	47	$498,421.51	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 32,834.70	0.026914	$512,155.01	0.973086	$ 498,370.87	$12,696.45	0.73039656	$ 9,273.44
70	48	$512,155.01	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 33,727.38	0.029214	$525,711.86	0.970786	$ 510,353.71	$13,039.56	0.71073867	$ 9,267.72
71	49	$525,711.86	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 34,608.58	0.031707	$539,051.54	0.968293	$ 521,959.83	$13,378.23	0.68997515	$ 9,230.65
72	50	$539,051.54	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 35,475.66	0.034409	$552,129.32	0.965591	$ 533,131.10	$13,711.45	0.66809811	$ 9,160.59
73	51	$552,129.32	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 36,325.71	0.037337	$564,895.50	0.962663	$ 543,803.99	$14,038.10	0.64510952	$ 9,056.11
74	52	$564,895.50	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 37,155.51	0.040509	$577,294.44	0.959491	$ 553,908.82	$14,356.94	0.62102307	$ 8,915.99
75	53	$577,294.44	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 37,961.45	0.043944	$589,263.30	0.956056	$ 563,368.72	$14,666.57	0.59586604	$ 8,739.31
76	54	$589,263.30	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 38,739.42	0.047307	$600,879.13	0.952693	$ 572,453.34	$14,965.46	0.56968131	$ 8,525.54
77	55	$600,879.13	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 39,494.45	0.050914	$612,090.78	0.949086	$ 580,926.79	$15,255.49	0.54273139	$ 8,279.63
78	56	$612,090.78	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 40,223.21	0.054779	$622,840.50	0.945221	$ 588,721.92	$15,535.40	0.51509877	$ 8,002.26
79	57	$622,840.50	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 40,921.94	0.058909	$633,064.83	0.941091	$ 595,771.62	$15,803.73	0.48688217	$ 7,694.55
80	58	$633,064.83	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 41,586.52	0.063324	$642,687.47	0.936676	$ 601,989.93	$16,058.89	0.45820043	$ 7,358.19
81	59	$642,687.47	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 42,211.99	0.068036	$651,619.02	0.931964	$ 607,285.47	$16,298.99	0.42918535	$ 6,995.29
82	60	$651,619.02	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 42,792.54	0.073065	$659,749.91	0.926935	$ 611,545.29	$16,521.77	0.39998529	$ 6,608.47
83	61	$659,749.91	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 43,321.05	0.078427	$666,945.98	0.921573	$ 614,639.41	$16,724.51	0.37076037	$ 6,200.78
84	62	$666,945.98	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 43,788.80	0.084138	$673,040.62	0.915862	$ 616,412.33	$16,903.84	0.34168274	$ 5,775.75
85	63	$673,040.62	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 44,184.95	0.09037	$677,768.70	0.90963	$ 616,518.74	$17,055.58	0.31293424	$ 5,337.28
86	64	$677,768.70	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 44,492.27	0.097175	$680,786.36	0.902825	$ 614,630.95	$17,173.10	0.28465437	$ 4,888.40
87	65	$680,786.36	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 44,688.42	0.01046	$711,931.12	0.98954	$ 704,484.32	$17,257.22	0.25699308	$ 4,434.99
88	66	$711,931.12	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 46,712.83	0.112735	$715,231.49	0.887265	$ 634,599.87	$18,025.61	0.25430494	$ 4,584.00
89	67	$715,231.49	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 46,927.35	0.12619	$714,774.67	0.87381	$ 624,577.25	$18,106.77	0.22563587	$ 4,085.54
90	68	$714,774.67	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 46,897.66	0.131332	$712,539.37	0.868668	$ 618,960.15	$18,094.84	0.19716288	$ 3,567.63
91	69	$712,539.37	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 46,752.37	0.141953	$706,271.86	0.858047	$ 606,014.45	$18,037.89	0.17126908	$ 3,089.33
92	70	$706,271.86	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 46,344.98	0.153566	$694,541.14	0.846434	$ 587,883.24	$17,880.04	0.14695692	$ 2,627.60
93	71	$694,541.14	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 45,582.48	0.166807	$675,044.42	0.833193	$ 562,442.29	$17,585.45	0.12438934	$ 2,187.44
94	72	$675,044.42	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 44,315.19	0.18124	$644,551.15	0.81876	$ 527,732.70	$17,096.59	0.10364032	$ 1,771.90
95	73	$644,551.15	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 42,333.13	0.196958	$598,102.84	0.803042	$ 480,301.70	$16,332.69	0.08485655	$ 1,385.94
96	74	$598,102.84	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 39,313.99	0.214056	$527,896.97	0.785944	$ 414,897.46	$15,169.77	0.06814338	$ 1,033.72
97	75	$527,896.97	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 34,750.61	0.232633	$421,319.07	0.767367	$ 323,306.35	$13,412.76	0.05355688	$ 718.35
98	76	$421,319.07	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 27,823.05	0.252783	$257,375.48	0.747217	$ 192,315.33	$10,746.30	0.04109778	$ 441.65
99	77	$257,375.48	$ 7,054.71	0.035	$ 80.00	$ 17,166.71	0.274597	-$ 0.00	0.725403	-$ 0.00	$ 6,645.53	0.03070896	$ 204.08

Figura B.7: Formato en tabla para la elaboración de primas[Elaboración propia]

Edad	Periodo	tVn	Gt+1	rt+1	et+1	Intereses	qx+t	t+1VN	px+t	t+1Vpx+t	Ct	Dt	PRt+1	tpx	Pi	vtr
23	1	$ -	$ 7,941.69	0.2	400	$ 386.97	0.001128	$ 5,805.05	0.998872	$ 5,798.50	0.852	-$ 7,352.61	-$ 586.29	1	-$ 586.29	0.9009009
24	2	$ 5,805.05	$ 7,941.69	0.035	80	$ 870.27	0.001197	$ 11,780.86	0.998803	$ 11,766.76	1.027725	-$ 6,866.70	$ 1,295.17	0.998872	$ 1,293.71	0.81162243
25	3	$ 11,780.86	$ 7,941.69	0.035	80	$ 1,258.70	0.001256	$ 17,945.14	0.998744	$ 17,922.60	1.027725	-$ 6,717.31	$ 1,444.57	0.99767635	$ 1,441.21	0.73119138
26	4	$ 17,945.14	$ 7,941.69	0.035	80	$ 1,659.38	0.001304	$ 24,317.16	0.998696	$ 24,285.45	1.027725	-$ 6,563.21	$ 1,598.67	0.99642327	$ 1,592.95	0.65873097
27	5	$ 24,317.16	$ 7,941.69	0.035	80	$ 2,073.56	0.001354	$ 30,904.19	0.998646	$ 30,862.35	1.027725	-$ 6,403.91	$ 1,757.96	0.99512393	$ 1,749.39	0.59345133
28	6	$ 30,904.19	$ 7,941.69	0.035	80	$ 2,501.72	0.001398	$ 37,721.59	0.998602	$ 37,668.86	1.027725	-$ 6,239.23	$ 1,922.64	0.99377653	$ 1,910.68	0.53464084
29	7	$ 37,721.59	$ 7,941.69	0.035	80	$ 2,944.85	0.001441	$ 44,780.49	0.998559	$ 44,715.96	1.027725	-$ 6,068.81	$ 2,093.07	0.99238724	$ 2,077.14	0.48165841
30	8	$ 44,780.49	$ 7,941.69	0.035	80	$ 3,403.67	0.001486	$ 52,089.62	0.998514	$ 52,012.21	1.027725	-$ 5,892.34	$ 2,269.54	0.99095721	$ 2,249.01	0.4339265
31	9	$ 52,089.62	$ 7,941.69	0.035	80	$ 3,878.77	0.001536	$ 59,655.33	0.998464	$ 59,563.70	1.027725	-$ 5,709.61	$ 2,452.26	0.98948464	$ 2,426.48	0.39092477
32	10	$ 59,655.33	$ 7,941.69	0.035	80	$ 4,370.54	0.001593	$ 67,482.55	0.998407	$ 67,375.05	1.027725	-$ 5,520.48	$ 2,641.39	0.98796479	$ 2,609.60	0.35218448
33	11	$ 67,482.55	$ 7,941.69	0.035	80	$ 4,879.31	0.001658	$ 75,575.66	0.998342	$ 75,450.36	1.027725	-$ 5,324.81	$ 2,837.06	0.98639097	$ 2,798.46	0.31728331
34	12	$ 75,575.66	$ 7,941.69	0.035	80	$ 5,405.36	0.001735	$ 83,935.82	0.998265	$ 83,790.19	1.027725	-$ 5,122.48	$ 3,039.39	0.98475553	$ 2,993.06	0.28584082
35	13	$ 83,935.82	$ 7,941.69	0.035	80	$ 5,948.77	0.001824	$ 92,564.60	0.998176	$ 92,395.76	1.027725	-$ 4,913.50	$ 3,248.38	0.98304698	$ 3,193.31	0.25751426
36	14	$ 92,564.60	$ 7,941.69	0.035	80	$ 6,509.64	0.001927	$101,462.21	0.998073	$ 101,266.69	1.027725	-$ 4,697.79	$ 3,464.09	0.9812539	$ 3,399.15	0.23199482
37	15	$101,462.21	$ 7,941.69	0.035	80	$ 7,087.99	0.002046	$110,627.54	0.997954	$ 110,401.20	1.027725	-$ 4,475.35	$ 3,686.52	0.97936303	$ 3,610.44	0.20900435
38	16	$110,627.54	$ 7,941.69	0.035	80	$ 7,683.73	0.002182	$120,059.12	0.997818	$ 119,797.15	1.027725	-$ 4,246.23	$ 3,915.64	0.97735925	$ 3,826.99	0.1882922
39	17	$120,059.12	$ 7,941.69	0.035	80	$ 8,296.79	0.002336	$129,755.10	0.997664	$ 129,451.99	1.027725	-$ 4,010.46	$ 4,151.41	0.97522665	$ 4,048.57	0.16963262
40	18	$129,755.10	$ 7,941.69	0.035	80	$ 8,927.02	0.00251	$139,712.49	0.99749	$ 139,361.81	1.027725	-$ 3,768.08	$ 4,393.79	0.97294852	$ 4,274.94	0.15282218
41	19	$139,712.49	$ 7,941.69	0.035	80	$ 9,574.25	0.002704	$149,928.90	0.997296	$ 149,523.49	1.027725	-$ 3,519.16	$ 4,642.72	0.97050642	$ 4,505.78	0.13767764
42	20	$149,928.90	$ 7,941.69	0.035	80	$10,238.32	0.002921	$160,400.09	0.997079	$ 159,931.56	1.027725	-$ 3,263.78	$ 4,898.10	0.96788217	$ 4,740.78	0.12403391
43	21	$160,400.09	$ 7,941.69	0.035	80	$10,918.95	0.003161	$171,122.52	0.996839	$ 170,581.60	1.027725	-$ 3,002.02	$ 5,159.85	0.96505499	$ 4,979.54	0.11174226
44	22	$171,122.52	$ 7,941.69	0.035	80	$11,615.91	0.003425	$182,092.59	0.996575	$ 181,468.92	1.027725	-$ 2,733.98	$ 5,427.89	0.96200445	$ 5,221.66	0.1006687
45	23	$182,092.59	$ 7,941.69	0.035	80	$12,328.96	0.003716	$193,305.11	0.996284	$ 192,586.79	1.027725	-$ 2,459.76	$ 5,702.12	0.95870958	$ 5,466.68	0.09069252
46	24	$193,305.11	$ 7,941.69	0.035	80	$13,057.77	0.004034	$204,755.80	0.995966	$ 203,929.82	1.027725	-$ 2,179.48	$ 5,982.40	0.95514702	$ 5,714.07	0.08170498
47	25	$204,755.80	$ 7,941.69	0.035	80	$13,802.07	0.004382	$216,438.98	0.995618	$ 215,490.54	1.027725	-$ 1,893.25	$ 6,268.63	0.95129396	$ 5,963.31	0.07360809
48	26	$216,438.98	$ 7,941.69	0.035	80	$14,561.48	0.004761	$228,349.20	0.995239	$ 227,262.03	1.027725	-$ 1,601.20	$ 6,560.68	0.94712539	$ 6,213.78	0.06631359
49	27	$228,349.20	$ 7,941.69	0.035	80	$15,335.64	0.005173	$240,480.68	0.994827	$ 239,236.67	1.027725	-$ 1,303.49	$ 6,858.39	0.94261612	$ 6,464.83	0.05974197
50	28	$240,480.68	$ 7,941.69	0.035	80	$16,124.19	0.005621	$252,826.54	0.994379	$ 251,405.40	1.027725	-$ 1,000.24	$ 7,161.63	0.93773997	$ 6,715.75	0.0538216
51	29	$252,826.54	$ 7,941.69	0.035	80	$16,926.67	0.006106	$265,380.52	0.993894	$ 263,760.11	1.027725	-$ 691.66	$ 7,470.22	0.93246893	$ 6,965.75	0.04848793
52	30	$265,380.52	$ 7,941.69	0.035	80	$17,742.68	0.006632	$278,134.83	0.993368	$ 276,290.24	1.027725	-$ 377.85	$ 7,784.03	0.92677528	$ 7,214.05	0.04368282
53	31	$278,134.83	$ 7,941.69	0.035	80	$18,571.71	0.0072	$291,082.52	0.9928	$ 288,986.73	1.027725	-$ 59.06	$ 8,102.82	0.9206289	$ 7,459.69	0.03935389
54	32	$291,082.52	$ 7,941.69	0.035	80	$19,413.31	0.007815	$304,214.76	0.992185	$ 301,837.32	1.027725	$ 264.59	$ 8,426.46	0.91400037	$ 7,701.79	0.03545395
55	33	$304,214.76	$ 7,941.69	0.035	80	$20,266.90	0.008479	$317,523.13	0.991521	$ 314,830.85	1.027725	$ 592.82	$ 8,754.70	0.90685746	$ 7,939.26	0.0319405
56	34	$317,523.13	$ 7,941.69	0.035	80	$21,131.95	0.009211	$330,988.29	0.990789	$ 327,939.56	1.027725	$ 925.45	$ 9,087.33	0.89916822	$ 8,171.03	0.02877522
57	35	$330,988.29	$ 7,941.69	0.035	80	$22,007.18	0.010006	$344,596.36	0.989994	$ 341,148.33	1.027725	$ 1,262.00	$ 9,423.88	0.89088598	$ 8,395.60	0.02592363
58	36	$344,596.36	$ 7,941.69	0.035	80	$22,891.71	0.010869	$358,332.44	0.989131	$ 354,437.72	1.027725	$ 1,602.12	$ 9,763.99	0.88197177	$ 8,611.57	0.02335462
59	37	$358,332.44	$ 7,941.69	0.035	80	$23,784.55	0.011806	$372,180.19	0.988194	$ 367,786.23	1.027725	$ 1,945.43	$10,107.31	0.87238562	$ 8,817.47	0.0210402
60	38	$372,180.19	$ 7,941.69	0.035	80	$24,684.65	0.012823	$386,122.14	0.987177	$ 381,170.90	1.027725	$ 2,291.52	$10,453.39	0.86208624	$ 9,011.73	0.01895513
61	39	$386,122.14	$ 7,941.69	0.035	80	$25,590.88	0.013928	$400,138.66	0.986072	$ 394,565.53	1.027725	$ 2,639.96	$10,801.84	0.85103171	$ 9,192.71	0.0170767
62	40	$400,138.66	$ 7,941.69	0.035	80	$26,501.96	0.015127	$414,209.46	0.984873	$ 407,943.71	1.027725	$ 2,990.25	$11,152.13	0.83917854	$ 9,358.63	0.01538441
63	41	$414,209.46	$ 7,941.69	0.035	80	$27,416.56	0.016428	$428,312.65	0.983572	$ 421,276.33	1.027725	$ 3,341.90	$11,503.77	0.82648428	$ 9,507.69	0.01385983
64	42	$428,312.65	$ 7,941.69	0.035	80	$28,333.26	0.01784	$442,424.51	0.98216	$ 434,531.66	1.027725	$ 3,694.33	$11,856.20	0.8129068	$ 9,637.99	0.01248633
65	43	$442,424.51	$ 7,941.69	0.035	80	$29,250.54	0.019372	$456,519.69	0.980628	$ 447,675.99	1.027725	$ 4,046.98	$12,208.85	0.79840454	$ 9,747.61	0.01124895
66	44	$456,519.69	$ 7,941.69	0.035	80	$30,166.72	0.021034	$470,570.97	0.978966	$ 460,672.98	1.027725	$ 4,399.19	$12,561.06	0.78293785	$ 9,834.53	0.01013419
67	45	$470,570.97	$ 7,941.69	0.035	80	$31,080.06	0.022837	$484,548.95	0.977163	$ 473,483.31	1.027725	$ 4,750.29	$12,912.16	0.76646953	$ 9,896.78	0.0091299
68	46	$484,548.95	$ 7,941.69	0.035	80	$31,988.62	0.024793	$498,421.78	0.975207	$ 486,064.41	1.027725	$ 5,099.55	$13,261.42	0.74896567	$ 9,932.35	0.00822513
69	47	$498,421.78	$ 7,941.69	0.035	80	$32,890.36	0.026914	$512,155.31	0.973086	$ 498,371.16	1.027725	$ 5,446.15	$13,608.02	0.73039656	$ 9,939.25	0.00741003
70	48	$512,155.31	$ 7,941.69	0.035	80	$33,783.04	0.029214	$525,712.19	0.970786	$ 510,354.03	1.027725	$ 5,789.25	$13,951.13	0.71073867	$ 9,915.61	0.0066757
71	49	$525,712.19	$ 7,941.69	0.035	80	$34,664.23	0.031707	$539,051.89	0.968293	$ 521,960.17	1.027725	$ 6,127.94	$14,289.81	0.68997515	$ 9,859.62	0.00601415
72	50	$539,051.89	$ 7,941.69	0.035	80	$35,531.32	0.034409	$552,129.70	0.965591	$ 533,131.47	1.027725	$ 6,461.15	$14,623.03	0.66809811	$ 9,769.62	0.00541815
73	51	$552,129.70	$ 7,941.69	0.035	80	$36,381.37	0.037337	$564,895.91	0.962663	$ 543,804.39	1.027725	$ 6,787.81	$14,949.68	0.64510952	$ 9,644.18	0.00488122
74	52	$564,895.91	$ 7,941.69	0.035	80	$37,211.18	0.040509	$577,294.89	0.959491	$ 553,909.25	1.027725	$ 7,106.64	$15,268.52	0.62102307	$ 9,482.10	0.00439749
75	53	$577,294.89	$ 7,941.69	0.035	80	$38,017.11	0.043944	$589,263.80	0.956056	$ 563,369.19	1.027725	$ 7,416.27	$15,578.15	0.59586604	$ 9,282.49	0.0039617
76	54	$589,263.80	$ 7,941.69	0.035	80	$38,795.09	0.047307	$600,879.67	0.952693	$ 572,453.86	1.027725	$ 7,715.15	$15,877.03	0.56968131	$ 9,044.85	0.0035691
77	55	$600,879.67	$ 7,941.69	0.035	80	$39,550.12	0.050914	$612,091.38	0.949086	$ 580,927.36	1.027725	$ 8,005.20	$16,167.08	0.54273139	$ 8,774.38	0.00321541
78	56	$612,091.38	$ 7,941.69	0.035	80	$40,278.88	0.054779	$622,841.16	0.945221	$ 588,722.54	1.027725	$ 8,285.10	$16,446.98	0.51509877	$ 8,471.82	0.00289676
79	57	$622,841.16	$ 7,941.69	0.035	80	$40,977.62	0.058909	$633,065.56	0.941091	$ 595,772.30	1.027725	$ 8,553.44	$16,715.32	0.48688217	$ 8,138.39	0.0026097
80	58	$633,065.56	$ 7,941.69	0.035	80	$41,642.20	0.063324	$642,688.28	0.936676	$ 601,990.69	1.027725	$ 8,808.60	$16,970.47	0.45820043	$ 7,775.88	0.00235108
81	59	$642,688.28	$ 7,941.69	0.035	80	$42,267.68	0.068036	$651,619.93	0.931964	$ 607,286.32	1.027725	$ 9,048.70	$17,210.57	0.42918535	$ 7,386.53	0.00211809
82	60	$651,619.93	$ 7,941.69	0.035	80	$42,848.24	0.073065	$659,750.93	0.926935	$ 611,546.23	1.027725	$ 9,271.49	$17,433.37	0.39998529	$ 6,973.09	0.00190819
83	61	$659,750.93	$ 7,941.69	0.035	80	$43,376.75	0.078427	$666,947.13	0.921573	$ 614,640.47	1.027725	$ 9,474.23	$17,636.11	0.37076037	$ 6,538.77	0.00171909
84	62	$666,947.13	$ 7,941.69	0.035	80	$43,844.51	0.084138	$673,041.92	0.915862	$ 616,413.52	1.027725	$ 9,653.56	$17,815.44	0.34168274	$ 6,087.23	0.00154873
85	63	$673,041.92	$ 7,941.69	0.035	80	$44,240.67	0.09037	$677,770.19	0.90963	$ 616,520.10	1.027725	$ 9,805.31	$17,967.18	0.31293424	$ 5,622.55	0.00139525
86	64	$677,770.19	$ 7,941.69	0.035	80	$44,548.01	0.097175	$680,788.08	0.902825	$ 614,632.50	1.027725	$ 9,922.84	$18,084.71	0.28465437	$ 5,147.89	0.00125698
87	65	$680,788.08	$ 7,941.69	0.035	80	$44,744.17	0.01046	$711,932.93	0.98954	$ 704,486.11	1.027725	$10,006.95	$18,168.83	0.25699308	$ 4,669.26	0.00113242
88	66	$711,932.93	$ 7,941.69	0.035	80	$46,768.58	0.112735	$715,233.61	0.887265	$ 634,601.75	1.027725	$10,775.35	$18,937.22	0.25430494	$ 4,815.83	0.0010202
89	67	$715,233.61	$ 7,941.69	0.035	80	$46,983.13	0.12619	$714,777.19	0.87381	$ 624,579.46	1.027725	$10,856.52	$19,018.39	0.22563587	$ 4,291.23	0.0009191
90	68	$714,777.19	$ 7,941.69	0.035	80	$46,953.46	0.131332	$712,542.40	0.868668	$ 618,962.78	1.027725	$10,844.60	$19,006.47	0.19716288	$ 3,747.37	0.00082801
91	69	$712,542.40	$ 7,941.69	0.035	80	$46,808.20	0.141953	$706,275.53	0.858047	$ 606,017.60	1.027725	$10,787.66	$18,949.53	0.17126908	$ 3,245.47	0.00074596
92	70	$706,275.53	$ 7,941.69	0.035	80	$46,400.85	0.153566	$694,545.66	0.846434	$ 587,887.06	1.027725	$10,629.82	$18,791.70	0.14695692	$ 2,761.57	0.00067203
93	71	$694,545.66	$ 7,941.69	0.035	80	$45,638.41	0.166807	$675,050.07	0.833193	$ 562,446.99	1.027725	$10,335.26	$18,497.13	0.12438934	$ 2,300.85	0.00060544
94	72	$675,050.07	$ 7,941.69	0.035	80	$44,371.20	0.18124	$644,558.32	0.81876	$ 527,738.57	1.027725	$ 9,846.43	$18,008.30	0.10364032	$ 1,866.39	0.00054544
95	73	$644,558.32	$ 7,941.69	0.035	80	$42,389.23	0.196958	$598,112.13	0.803042	$ 480,309.16	1.027725	$ 9,082.55	$17,244.43	0.08485655	$ 1,463.30	0.00049139
96	74	$598,112.13	$ 7,941.69	0.035	80	$39,370.23	0.214056	$527,909.27	0.785944	$ 414,907.12	1.027725	$ 7,919.69	$16,081.57	0.06814338	$ 1,095.85	0.00044269
97	75	$527,909.27	$ 7,941.69	0.035	80	$34,807.04	0.232633	$421,335.72	0.767367	$ 323,319.13	1.027725	$ 6,162.77	$14,324.65	0.05355688	$ 767.18	0.00039882
98	76	$421,335.72	$ 7,941.69	0.035	80	$27,879.76	0.252783	$257,398.65	0.747217	$ 192,332.65	1.027725	$ 3,496.42	$11,658.29	0.04109778	$ 479.13	0.0003593
99	77	$257,398.65	$ 7,941.69	0.035	80	$17,223.86	0.274597	$ 33.22	0.725403	$ 24.10	1.027725	-$ 604.19	$ 7,557.68	0.03070896	$ 232.09	0.00032369

Figura B.8: Formato en tabla para el cálculo de la prima dada una utiliad para un seguro vitalicio. [Elaboración propia]

Apéndice C

Anexo III: Código de programa en VBA.

```
Sub Prima()

Sheets("Primas").Range("A:AA").ClearContents
Sheets("Reserva sin gastos").Range("A:AA").ClearContents
Sheets("Reserva con Gastos").Range("A:AA").ClearContents
Sheets("Pr usando tvN").Range("A:AA").ClearContents
Sheets("Cambio de prima").Range("A:AA").ClearContents



Edad = UserForm1.Edad
i = (UserForm1.TI) / 100
t = UserForm1.Tseguro
b = UserForm1.Indem
e0 = UserForm1.e0
e = UserForm1.e
r0 = (UserForm1.r0) / 100
r = (UserForm1.r) / 100
S = UserForm1.Sum
it = (UserForm1.it) / 100
nvp = (UserForm1.nvp) / 100
utl = (UserForm2.utl) / 100



If UserForm1.Vital = True Then
tope = 103 - Edad
```

```
ElseIf UserForm1.Temp = True Then
tope = t + 3
End If



With Worksheets("Primas")

For j = 3 To tope
'Edad de la persona
.Range("B2") = "x"
.Cells(j, 2) = Edad + j - 3

'Tiempo
.Range("C2") = "t"
.Cells(j, 3) = j - 3

'probabilidad de fallecer
.Range("D2") = "q_(x+t)"
Set M = Sheets("Tabla de mortalidad").Range("A:B")
.Cells(j, 4) = Application.WorksheetFunction.VLookup
(.Cells(j, 2), M, 2)

'Probabilidad de sobrevivir
.Range("e2") = "p_(x+t)"
.Cells(j, 5) = 1 - .Cells(j, 4)

' Vt
.Range("f2") = "Vt"
.Cells(j, 6) = (1 + i) ^ -(.Cells(j, 3))

'tpx
.Range("G2") = "tpx"
If .Cells(j, 3) = 0 Then
.Cells(j, 7) = 1
If .Cells(j, 3) > 0 Then
.Cells(j, 7) = .Cells(j - 1, 5) * .Cells(j - 1, 7)

.Range("h2") = "t/qx"
.Cells(j, 8) = .Cells(j, 4) * .Cells(j, 7)

Set vt = .Range("f3:f" & j - 1)
tpx = .Range("g3:g" & j - 1)
tqx = .Range("h3:h" & j - 1)

Next j
```

```
.Range("j2") = "ä_x"
.Range("k2") = Application.WorksheetFunction.SumProduct(vt, tpx)

'Seguro
.Range("j3") = "Seguro"
.Range("k3") = ((1 + i) ^ -1) * Application.WorksheetFunction.
SumProduct(vt, tqx)

'Anualidad
.Range("j4") = "a_x"
.Range("k4") = .Range("k2") - 1

'Prima
.Range("j5") = "Prima"
.Range("k5") = b * (.Range("k3") / .Range("k2"))
pp = .Range("k5")

'Prima con gastos
.Range("j6") = "Prima con Gastos"

.Range("k6") = ((Val(b) + Val(S)) * .Range("k3") + e0 +
(e * .Range("k4"))) / (1 - r0 + (1 - r) *
(.Range("k4")))
pg = .Range("k6")

UserForm1.Hide

End With

MsgBox "Una persona de " & Edad & " años y con monto de
indemnización " & FormatCurrency(b) & ". Para un seguro
temporal a " & t & " años, deberá de pagar por una prima
pura la cantidad de: $" & pp & " y por una prima con
gastos la cantidad de: $" & pg & ".", , "Cálculo de primas"
'
'CÁLCULO PARA UNA RESERVA SIN GASTOS


With Worksheets("Reserva sin gastos")

For j = 3 To tope - 1

.Range("B2") = "Edad"
.Cells(j, 2) = Edad + j - 3
```

```
'Tiempo
.Range("c2") = "Periodo"
.Cells(j, 3) = j - 2

'Probabilidad de sobrevivir
.Range("d2") = "P_x+t"
.Cells(j, 4) = Sheets("Primas").Cells(j, 5)

'Prima del seguro
.Range("e2") = "Prima"
.Cells(j, 5) = b * (Sheets("Primas").Range("k3") /
Sheets("Primas").Range("k2"))

'Saldo inicial
.Range("f2") = "Saldo inicial"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 6) = .Cells(j, 5)
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 6) = .Cells(j, 5) + .Cells(j - 1, 10)

'Intereses
.Range("g2") = "Intereses"
.Cells(j, 7) = .Cells(j, 6) * i

'Indemnización
.Range("h2") = "Indemnización"
.Cells(j, 8) = b * (1 - .Cells(j, 4))

'Saldo
.Range("i2") = "Saldo"
.Cells(j, 9) = .Cells(j, 6) + .Cells(j, 7) - .Cells(j, 8)

'Reserva
.Range("j2") = "Reserva"
.Cells(j, 10) = .Cells(j, 9) / .Cells(j, 4)
Next j
End With

'______________________________________________________

'CÁLCULO DE RESERVA CON GASTOS
With Worksheets("Reserva con Gastos")


For j = 3 To tope - 1
```

```
.Range("B2") = "Edad"
.Cells(j, 2) = Edad + j - 3

'Tiempo
.Range("c2") = "Periodo"
.Cells(j, 3) = j - 2

'Probabilidad de sobrevivir
.Range("d2") = "P_x+t"
.Cells(j, 4) = Sheets("Primas").Cells(j, 5)

.Range("e2") = "Prima con gastos"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 5) = Sheets("Primas").Range("k6") * (1 - r0) - e0
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 5) = Sheets("Primas").Range("k6") * (1 - r) - e

.Range("f2") = "Saldo inicial"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 6) = .Cells(j, 5)
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 6) = .Cells(j, 5) + .Cells(j - 1, 10)

.Range("g2") = "Intereses"
.Cells(j, 7) = .Cells(j, 6) * i

.Range("h2") = "Indemnización"
.Cells(j, 8) = (Val(S) + Val(b)) * (1 - .Cells(j, 4))

.Range("i2") = "Saldo"
.Cells(j, 9) = .Cells(j, 6) + .Cells(j, 7) - .Cells(j, 8)


.Range("j2") = "Reserva"
.Cells(j, 10) = .Cells(j, 9) / .Cells(j, 4)

Next j
End With


'________________________________________________

With Worksheets("Pr usando tvN")

For j = 3 To tope - 1
```

```
.Range("B2") = "Edad"
.Cells(j, 2) = Edad + j - 3

'Tiempo
.Range("c2") = "Periodo"
.Cells(j, 3) = j - 2

.Range("d2") = "tVn"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 4) = 0
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 4) = Sheets("Reserva sin gastos").Cells(j - 1, 10)

.Range("e2") = "Gt+1"
.Cells(j, 5) = Sheets("Primas").Range("k6")

.Range("f2") = "rt+1"
If .Cells(j, 3) = 1 Then .Cells(j, 6) = r0
If .Cells(j, 3) > 1 Then .Cells(j, 6) = r

.Range("g2") = "et+1"
If .Cells(j, 3) = 1 Then .Cells(j, 7) = e0
If .Cells(j, 3) > 1 Then .Cells(j, 7) = e

.Range("h2") = "Intereses"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 8) = (Sheets("Primas").Range("k6")
* (1 - r0) - e0) * it
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 8) = (Sheets("Primas").Range("k6")
* (1 - r) - e + .Cells(j, 4)) * it

.Range("i2") = "qx+t"
.Cells(j, 9) = Sheets("Primas").Cells(j, 4)

.Range("j2") = "t+1VN"
.Cells(j, 10) = Sheets("Reserva sin gastos").Cells(j, 10)

.Range("k2") = "px+t"
.Cells(j, 11) = Sheets("Primas").Cells(j, 5)

.Range("l2") = "t+1Vpx+t"
.Cells(j, 12) = .Cells(j, 10) * .Cells(j, 11)

.Range("m2") = "PRt+1"
```

```
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 13) = (Sheets("Primas").Range("k6")
* (1 - r0) - e0) + .Cells(j, 8) -
(Val(b) + Val(S)) * .Cells(j, 9) -
.Cells(j, 12)
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 13) = (Sheets("Primas").Range("k6")
* (1 - r) - e) + .Cells(j, 8) +
.Cells(j, 4) - (Val(b) + Val(S))
* .Cells(j, 9) - .Cells(j, 12)

.Range("n2") = "tpx"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 14) = 1
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 14) = .Cells(j - 1, 11) * .Cells(j - 1, 14)


.Range("o2") = "PI"
.Cells(j, 15) = .Cells(j, 13) * .Cells(j, 14)

.Range("p2") = "vtr"
.Cells(j, 16) = (1 + nvp) ^ (-.Cells(j, 3))

Set Pi = .Range("o3:o" & j + 1)
vt1 = .Range("p3:p" & j + 1)
tpx1 = .Range("n3:n" & j + 1)

Next j

.Range("R2") = "TIR"
.Range("s2") = Application.WorksheetFunction.IRR(Pi)

.Range("R3") = "Anualidad"
.Range("s3") = Application.WorksheetFunction.SumProduct(vt1, tpx1)
* (1 + nvp)

.Range("r4") = "P a"
.Range("s4") = Sheets("Primas").Range("k6") * .Range("s3")

.Range("r5") = "Tasa (j)"
.Range("s5") = it

.Range("r6") = "Tasa NVP (h)"
.Range("s6") = nvp
```

```
.Range("r7") = "NVP"
.Range("s7") = Application.WorksheetFunction.SumProduct(vt1, Pi)

.Range("r8") = "Profit"
.Range("s8") = .Range("s7") / .Range("s4")



End With
'____________________________________________
'CAMBIO DE PRIMA

With Worksheets("Cambio de prima")



For j = 3 To tope - 1

.Range("B2") = "Edad"
.Cells(j, 2) = Edad + j - 3

'Tiempo
.Range("c2") = "Periodo"
.Cells(j, 3) = j - 2

.Range("d2") = "tVn"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 4) = 0
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 4) = Sheets("Reserva sin gastos")
.Cells(j - 1, 10)

.Range("f2") = "rt+1"
If .Cells(j, 3) = 1 Then .Cells(j, 6) = r0
If .Cells(j, 3) > 1 Then .Cells(j, 6) = r

.Range("g2") = "et+1"
If .Cells(j, 3) = 1 Then .Cells(j, 7) = e0
If .Cells(j, 3) > 1 Then .Cells(j, 7) = e

.Range("i2") = "qx+t"
.Cells(j, 9) = Sheets("Primas").Cells(j, 4)

.Range("j2") = "t+1VN"
.Cells(j, 10) = Sheets("Reserva sin gastos").Cells(j, 10)
```

```
.Range("k2") = "px+t"
.Cells(j, 11) = Sheets("Primas").Cells(j, 5)

.Range("l2") = "t+1Vpx+t"
.Cells(j, 12) = .Cells(j, 10) * .Cells(j, 11)


.Range("M2") = "Ct"
If .Cells(j, 3) = 1 Then .Cells(j, 13) = (1 + it) * (1 - r0)
If .Cells(j, 3) > 1 Then .Cells(j, 13) = (1 + it) * (1 - r)

.Range("n2") = "Dt"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 14) = (.Cells(j, 4) - e0) *
(1 + it) - (Val(b) + Val(S))
* .Cells(j, 9) - .Cells(j, 12)
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 14) = (.Cells(j, 4) - e) * (1 + it)
- (Val(b) + Val(S)) * .Cells(j, 9)
- .Cells(j, 12)

.Range("p2") = "tpx"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 16) = 1
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 16) = .Cells(j - 1, 11) *.Cells(j - 1, 16)


.Range("r2") = "vtr"
.Cells(j, 18) = (1 + nvp) ^ (-.Cells(j, 3))

Set vt2 = .Range("r3:r" & j + 1)
tpx2 = .Range("p3:p" & j + 1)
Ct = .Range("m3:m" & j + 1)
Dt = .Range("n3:n" & j + 1)
Pi2 = .Range("q3:q" & j + 1)

Next j



.Range("Y1") = "Profit"
pro = 0.3

.Range("y2") = "A"
.Range("z2") = pro * Application.WorksheetFunction
```

```
.SumProduct(vt2, tpx2) * (1 + nvp)

.Range("y3") = "B"
.Range("z3") = Application.WorksheetFunction.
SumProduct(Ct, vt2, tpx2)

.Range("y4") = "C"
.Range("z4") = Application.WorksheetFunction.
SumProduct(Dt, vt2, tpx2)

.Range("y5") = "Nuevo valor G"
.Range("z5") = .Range("z4") / (.Range("z2") - .Range("z3"))
G = .Range("Z5")


End With

With Worksheets("Cambio de prima")

For j = 3 To tope - 1

.Range("e2") = "Gt+1"
.Cells(j, 5) = .Range("z5")

.Range("h2") = "Intereses"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 8) = (.Range("z5") * (1 - r0) - e0) * it
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 8) = (.Range("z5") * (1 - r)
- e + .Cells(j, 4)) * it

.Range("o2") = "PRt+1"
If .Cells(j, 3) = 1 Then
.Cells(j, 15) = (.Range("z5") * (1 - r0) - e0)
+ .Cells(j, 8) - (Val(b) + Val(S))
* .Cells(j, 9) - .Cells(j, 12)
If .Cells(j, 3) > 1 Then
.Cells(j, 15) = .Range("z5") * (1 - r) -
e + .Cells(j, 8) + .Cells(j, 4)
- (Val(S) + Val(b)) * .Cells(j, 9)
- .Cells(j, 12)


.Range("q2") = "Pi"
.Cells(j, 17) = .Cells(j, 15) * .Cells(j, 16)
```

```
Set Pi2 = .Range("q3:q" & j + 1)


Next j

.Range("T2") = "TIR"
.Range("U2") = Application.WorksheetFunction.IRR(Pi2)

.Range("T3") = "Anualidad"
.Range("U3") = Application.WorksheetFunction.
SumProduct(vt2, tpx2) * (1 + nvp)

.Range("T4") = "P a"
.Range("U4") = .Range("u3") * .Range("Z5")

.Range("T5") = "Tasa (j)"
.Range("U5") = it

.Range("T6") = "Tasa NVP (h)"
.Range("U6") = nvp

.Range("T7") = "NVP"
.Range("U7") = Application.WorksheetFunction.
SumProduct(vt2, Pi2)

.Range("T8") = "Profit"
.Range("U8") = .Range("U7") / .Range("U4")




End With




End Sub
```

Bibliografía

[1] David C.M. Dickson, Mary R. Hardy and Howard R. Waters. Emerging cost for traditional life insure. Canbridge university Press. Actuarial Mathematics for life contingent risks. United States of America; 2009. pp.353-360

[2] Adriana Ramos Bueno. El ajuste de funciones de supervivencia en tablas de mortalidad mexicanas (Tesis de licenciatura), México D.F. Universidad Nacional Autónoma de México. 2009.

[3] Guillermo López Dumrauf. Técnicas de evaluación de proyectos de inversión. editorial la ley. Cálculo financiero aplicado (Un enfoque profesional). Buenos Aires; 2006.

[4] José Alberto Loma Amel. Administración de un portafolio de deuda con duración y convexidad. Instituto Politecnico Nacional. Concepto del valor del dinero en el tiempo. 2da. México D.F; 2014 . pp.17-42

[5] Ward Cheney / David Kincaid. Localización de raíces de ecuaciones. Cengage Learning Editores, S.A. Métodos numéricos y computación. 6da. México DF; 2011. pp.76-121

[6] Fernando Sandoya. Matemáticas actuariales y operaciones de seguros. Espol.[Intenet][Consultado 17 Junio 2019]. Disponible en : http://blog.espol.edu.ec/fsandoya.

[7] Asociación de Supervisores de Seguros de América Latina. Criterio generales de solvencia, ASSAL.[Internet].[Colsultado 21 Junio 2019]. Disponible en : https://www.gob.mx/cms/uploads/attachment/file/64047/GES-04_CONSTITUCION_DE_RESERVAS.pdf.

[8] Hugo E. Palacios .Introducción al cálculo actuarial. 2°ed .Madrid. MAPFRE, S.A. 1996.

[9] Luis Huerta Cortes. La actuaría en méxico. Niguex S.A. de C.V.Inicios y desarrollo de la actuaría en el mundo. México D.F; 2009. Pp.14-39.

[10] Alejandro Mina.Uso de las funciones de supervivencia en las ciencias sociales y en los estudios de población[Internet][Consultado 08 de agosto 2019]. Disponible en: https://www.redalyc.org/pdf/112/11211806004.pdf.

[11] Maria Cedillo Sánchez / Guillermo Daniel Cruz Reyes. Desplejando de tablas de mortalidad a partir de grupos quinquenales de edad. México DF. Comité Permanente Interamericano de Seguridad Social. Secretaria ,1994 [Internet][Consultado 23 de octubre 2019]. Disponible en: http://biblioteca.ciess.org/adiss/r493/desplegado_de_tablas_de_mortal...

[12] Robin J. Cunningham / Thomas N. Herzog / Richard L. London .Models for quantifying risk, 5da. United States of America ,ACTEX Publications; 2012.

[13] Gerardo Gutiérrez Jiménez.Apuntes de Matemáticas Financieras. Universidad Autonoma Metropolitana. [Internet][Consultado 08 de agosto 2019].http://csh.izt.uam.mx/cursos/gerardo/uam/matefin/int_simple.pdf.

[14] José Luis Pérez Torres. Teoría general del seguro. Barcelona.Universidad de Barcelona, 1986. [Internet][Consultado 30 de octubre 2019]. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/40942409_Conociendo_el_seguro_teoria_general_del_seguro