



**BENEMÉRITA UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE PUEBLA**

---

---

**FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS**

**Descripción de Modelos ARCH y GARCH: El caso de Netflix, Inc.**

T E S I S

presentada para obtener el título de:

**Licenciatura en Actuaría**

PRESENTA:

**Dulce Ivette Herrera Herrera**

Directora de Tesis

**M.C. Brenda Zavala López**

Puebla, Puebla.

Junio 2017

*A mis padres, a mi hermana y a mi hermano.*

*Los cuatro pilares de mi vida.*

## **Agradecimientos**

A mis padres, por darme todo el apoyo que necesitaba. Por la comprensión que tuvieron y la fortaleza que supieron inculcar en mí así como la perseverancia para hacerme creer que puedo lograr lo que me proponga. A mi hermana que siempre ha estado conmigo en todos los momentos, siendo mi apoyo incondicional y a mi hermano por darme buenos consejos y ubicarme en la realidad.

A mi asesora M.C Brenda Zavala López por darme la oportunidad de trabajar con ella y por todo el conocimiento que compartió conmigo. Por el tiempo y la paciencia que tuvo. Por la tranquilidad y seguridad que me transmitió y por desafiar mis capacidades siempre para mejorar.

A mis sinodales. Dr. Bulmaro Juárez Hernández, Dr. Israel Gerardo García Pérez y al M.C Ángel Tejeda Moreno por siempre mostrarse accesibles a resolver mis inquietudes y por el tiempo que invirtieron en mí. Por mostrarme que siempre se puede ser mejor.

A los profesores que me acompañaron en mis años de estudio. Que me ayudaron tanto intelectual como personalmente y que me hicieron entender que todo buen trabajo tiene su recompensa.

A mis amigos actuarios, que siempre estuvieron para mí. A Jackie, Adriana, David, Fani, Ligia, Gabriela, Gis, Lilia, Cheyla y a mis amigos que por diversas circunstancias conocí, a Jessica, a Marie y a todas esas personas que contribuyeron a ser lo que actualmente soy. Agradezco por todo el apoyo, risas y grandiosos momentos que viví con todos y cada uno de ellos.

Y a todas esas personas que me acompañaron en mis años de estudiante y me acompañaran a lo largo de mi vida.

# Introducción

La creciente inestabilidad de las principales variables económicas y financieras, así como de los mercados financieros bursátiles desde las últimas décadas del siglo pasado, ha creado la necesidad de una gestión activa del riesgo financiero. Uno de los múltiples riesgos financieros que enfrentan los inversionistas son los riesgos de mercado; entendidos como la pérdida potencial que pueden sufrir debido a las variaciones en los precios que se registran en los mercados financieros; o en fluctuaciones de los factores de riesgo tales como las tasas de interés y los tipos de cambio.

Un indicador fundamental para la cuantificación de riesgos de mercado es la volatilidad o variabilidad de los rendimientos de un activo financiero, la cual puede no ser directamente observable. Por lo mismo, es necesario encontrar métodos que permitan estimar y predecir dicha volatilidad.

De acuerdo al tipo de información que utilizan, los métodos de estimación y/o predicción de la volatilidad, se clasifican en dos grandes grupos: los que se basan en expectativas y otros en series de rentabilidades históricas. Este último grupo incluye desde desarrollos sencillos tales como el cálculo de desviaciones estándar (volatilidad histórica), medias móviles y suavización exponencial (volatilidad dinámica), hasta métodos más complejos que incorporan el concepto de proceso estocástico.

En las últimas décadas se han desarrollado métodos estadísticos que intentan modelar series de tiempo discretas. En 1982, Robert Engle propuso una nueva clase de procesos estocásticos denominados Procesos con Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva (ARCH), cuyo objetivo era modelar y predecir la volatilidad presente en las series financieras. Estos procesos se caracterizan porque presentan varianzas condicionales no constantes; aún cuando sus varianzas incondicionales lo son. Los modelos ARCH fueron extendidos por Bollerslev; quien propuso los modelos con Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva Generalizada (GARCH).

La clave de estos modelos está en considerar la información pasada de la variable y su volatilidad como factores altamente explicativos de su comportamiento presente y por extensión lógica de su futuro predecible.

Algunas características que se encuentran con frecuencia en las variables financieras que motivan y justifican la modelización de la Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva son:

- Acumulación de la volatilidad. Esto significa que en estas variables, existen lapsos en los que muestran amplias variaciones durante prolongados períodos, seguidos por un intervalo de tranquilidad relativa. Justamente, los modelos para la varianza condicional tratan de replicar este fenómeno.
- La validez de estos modelos para determinar los criterios de mantenimiento o venta de activos financieros. Los inversionistas deciden respecto a la rentabilidad promedio y la volatilidad (riesgo) de sus activos, basados en la información pasada.

La finalidad de este trabajo es presentar un esquema de los pasos a seguir para realizar el análisis de una serie cronológica de datos financieros y presentar una aplicación con los precios al cierre de las acciones de la empresa Netflix, Inc. las cuales se cotizan en la Bolsa de Valores de Nasdaq. Es necesario aclarar que no se busca el mejor modelo para predecir el comportamiento de la serie financiera, sino probar que los modelos ARCH y GARCH son válidos y aplicables a las series de tiempo con un buen resultado cuando la serie presenta volatilidad. La aplicación consiste en verificar que la serie se ajusta a un modelo ARCH o GARCH y en realizar una predicción de precios y su posible comportamiento en el futuro. Además de que se usó el método de generación Kernel para modelar y crear los precios al cierre que no se podían obtener de forma explícita.

Cabe destacar que la teoría está basada principalmente en el artículo “Guía para la estimación de modelos ARCH” [9] y como complemento a la información descrita, se realizaron los cálculos intermedios cuando el autor no era explícito en la forma de obtenerlos. No existen considerables textos que den a conocer tal información y en muchos de ellos, solo mencionan los resultados como definiciones. Aunado a lo anterior, el Apéndice A fue elaboración propia, dado que era necesario tener la base sólida para llegar a los resultados teóricos deseados.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>3</b>
<b>1. Conceptos Previos</b>	<b>5</b>
1.1. Procesos estocásticos . . . . .	5
1.2. Esperanza y Varianza . . . . .	7
1.3. Modelo Clásico de Regresión Lineal . . . . .	8
1.4. Procesos Autorregresivos . . . . .	10
1.5. Máxima Verosimilitud . . . . .	11
1.6. Distribución Normal . . . . .	11
1.7. Criterio de Información de Akaike (AIC) . . . . .	12
1.8. Conceptos Financieros . . . . .	13
<b>2. Estimación de Modelos ARCH</b>	<b>18</b>
2.1. Justificación de la Modelización de Heteroscedasticidad Condicional . . . . .	19
2.2. El modelo univariante ARCH . . . . .	24
2.3. Distribución del modelo univariante ARCH . . . . .	26
2.4. El modelo AR(1) con estructura ARCH . . . . .	28
2.5. Estimación de Máxima Verosimilitud del modelo ARCH( $\rho$ ) univariante . . . . .	32
2.6. El modelo ARCH de regresión . . . . .	34
2.7. Estimación de Máxima Verosimilitud del modelo ARCH de regresión . . . . .	34
2.8. Generalización del modelo ARCH: GARCH . . . . .	37
<b>3. Caso de estudio</b>	<b>38</b>
3.1. Kernel . . . . .	38
3.2. Conformación de la base de datos . . . . .	43
3.3. Identificación del modelo ajustado . . . . .	53
3.4. Pronóstico de Netflix . . . . .	55
<b>Conclusiones</b>	<b>62</b>
<b>A. Conceptos Complementarios</b>	<b>64</b>

*ÍNDICE GENERAL*

II

<b>B. Un caso alterno</b>	<b>72</b>
<b>C. Netflix como empresa</b>	<b>81</b>
<b>D. Precios al cierre de Netflix</b>	<b>84</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>126</b>

# Descripción de Modelos ARCH y GARCH: El caso de Netflix, Inc.

Junio, 2017

# Capítulo 1

## Conceptos Previos

Grosso modo, la descripción matemática de lo que ocurre cuando cambia un fenómeno aleatorio al pasar el tiempo es un proceso estocástico. Desde el siglo pasado ha habido una mayor comprensión de que los modelos estocásticos (o no deterministas) son más realistas y aplicables que los modelos deterministas. Las observaciones realizadas en diferentes periodos de tiempo, en lugar de tomarlas en un periodo fijo, comenzaron a ser de gran interés para muchos científicos en diversas áreas. Numerosos fenómenos ocurridos en física y en ciencias de la vida no son estudiados únicamente como un fenómeno aleatorio sino también para percibir si existen cambios a través del tiempo. En circunstancias parecidas, este tema tiene gran relevancia en distintas áreas tal como las ciencias económicas que lo utilizan como un medio útil en cambio de precios en diferentes periodos de tiempo. [2]

### 1.1. Procesos estocásticos

Debido a la importancia que han tomado los procesos estocásticos como una herramienta útil para relacionar variables para la modelación de pronósticos se define como:

**Definición 1.1.** *Un proceso estocástico es una familia de variables aleatorias  $X_t, t \in T$  definida sobre un espacio de probabilidad  $(\Omega, \mathcal{F}, \mathcal{P})$  y asociadas a un conjunto de índices  $t \subset \mathbb{R}$  de forma tal que a cada elemento del conjunto le corresponda una y sólo una variable aleatoria.*

Además  $X_t$  es:

- estable en esperanza si  $\mu_t = \mu = constante$ .
- estable en varianza si  $\sigma_t^2 = \sigma_x^2 = constante$ .
- estable en autocovarianza si  $\gamma_{t_1, t_1+k} = \gamma_{t_2, t_2+k} = \gamma_k$  para cualquier par de instantes  $t_1, t_2 \in \mathbb{Z}$  y cualquier  $k \in \mathbb{Z}$ .

- estacionario en sentido débil si es estable en esperanza y en autocovarianza.
- estacionario en sentido estricto si las distribuciones marginales de todas las variables son idénticas y, además la distribución finito-dimencional de cualquier conjunto de variables sólo depende de los retardos. Es decir, si

$$F_{t_1, \dots, t_s}(y_1, \dots, y_s) = F_{t_1+k, \dots, t_s+k}(y_1, \dots, y_s)$$

para cualquier  $s \in \mathbb{N}$ ,  $t_1, \dots, t_s, k \in T$  y  $y_1, \dots, y_s \in \mathbb{R}$  donde  $F_{t_1, \dots, t_s}$  denota la distribución conjunta de  $X_{t_1}, \dots, X_{t_s}$ .

Cabe destacar que en el presente trabajo, se va a utilizar el proceso estacionario en sentido débil. También existen procesos estocásticos con características ideales, debido a las particularidades que poseen, como el llamado Ruido Blanco.

**Definición 1.2.** Se denomina Ruido Blanco a un proceso  $(Y_t)$  si:

- $E(Y_t) = 0$ .
- $\text{Var}(Y_t) = \sigma^2$ .
- $\text{Cov}(Y_t, Y_{t+h}) = 0$ ,  $h = \pm 1, \pm 2, \dots$

Si además  $Y_t$  es un proceso Normal, entonces todas las variables del proceso son independientes. En este caso,  $(Y_t)$  se llama Ruido Blanco normal.

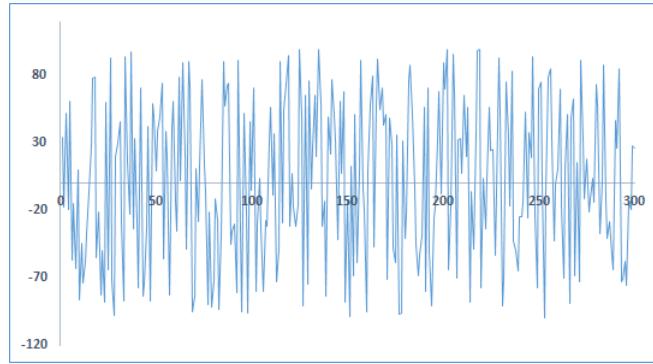


Figura 1.1: Ejemplo de Ruido Blanco

Es importante considerar que en un proceso estocástico la esperanza y la varianza juegan un papel muy importante debido a las propiedades que poseen y facilitan la reducción de términos para llegar a la expresión deseada. Como interpretación para variables aleatorias en series de tiempo lineales simples, la esperanza se puede decir que es el valor ajustado de la variable en cada periodo de tiempo y en promedio su tendencia es una recta y la varianza se mantiene constante en todo momento.

## 1.2. Esperanza y Varianza

**Definición 1.3.** Esperanza condicional. *Sea  $X$  una variable aleatoria con esperanza finita, y sea  $\mathcal{G}$  una sub- $\sigma$ -álgebra de  $\mathcal{F}$ . La esperanza condicional de  $X$  dado  $\mathcal{G}$ , es una variable aleatoria denotada por  $E(X | \mathcal{G})$ , que cumple las siguientes tres propiedades:*

- *Es  $\mathcal{G}$ -medible.*
- *Tiene esperanza finita.*
- *Para cualquier evento  $G$  en  $\mathcal{G}$ ,*

$$\int_G E(X | \mathcal{G}) dP = \int_G X dP.$$

*Sean  $X$  y  $Y$  variables aleatorias con esperanza finita y  $c$  una constante, entonces algunas propiedades importantes son (para información adicional, consultar [11]):*

- $E(E(X | \mathcal{G})) = E(X)$
- *Si  $X$  es  $\mathcal{G}$ -medible, entonces  $E(X | \mathcal{G}) = X$  c.s.  
En particular,  $E(c | \mathcal{G}) = c$ .*
- $E(cX + Y | \mathcal{G}) = cE(X | \mathcal{G}) + E(Y | \mathcal{G}).$

**Definición 1.4.** Varianza condicional. *Sea  $X$  con segundo momento finito, y sea  $\mathcal{G}$  una sub- $\sigma$ -álgebra de  $\mathcal{F}$ . La varianza condicional de  $X$  dado  $\mathcal{G}$ , denotada por  $\text{Var}(X | \mathcal{G})$ , se define como la variable aleatoria*

$$\text{Var}(X | \mathcal{G}) = E[(X - E(X | \mathcal{G}))^2 | \mathcal{G}].$$

*Sean  $X$  y  $Y$  con varianza finita, y sea  $c$  una constante entonces algunas propiedades importantes son (para ver información adicional, consultar [11]):*

- $\text{Var}(X | \mathcal{G}) = E(X^2 | \mathcal{G}) - E^2(X | \mathcal{G}).$
- $\text{Var}(X | \mathcal{G}) = E(X^2) - E(E^2(X | \mathcal{G})).$
- $\text{Var}(X | \mathcal{G}) = E(X - E(X | \mathcal{G}))^2.$

**Definición 1.5.** Esperanza y Varianza de un vector. *Sea  $X$  el vector aleatorio  $(X_1, \dots, X_n)$ . Cuando cada coordenada del vector tiene esperanza finita se define la esperanza de  $X$  como el vector numérico*

$$E(X) = (E(X_1), \dots, E(X_n)).$$

*Si cada coordenada del vector aleatorio tiene segundo momento entonces la varianza de  $X$  se define como la matriz cuadrada*

$$\text{Var}(X) = \begin{pmatrix} \text{Var}(X_1) & \text{Cov}(X_1, X_2) & \cdots & \text{Cov}(X_1, X_n) \\ \text{Cov}(X_2, X_1) & \text{Var}(X_2) & \cdots & \text{Cov}(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(X_n, X_1) & \text{Cov}(X_n, X_2) & \cdots & \text{Var}(X_n) \end{pmatrix}_{n \times n}$$

### 1.3. Modelo Clásico de Regresión Lineal

Se supone el siguiente modelo

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i$$

donde:

- $\beta_1$  y  $\beta_2$  son los parámetros de intersección y de pendiente respectivamente.
- $X_i$  es un valor dado de la variable explicativa  $X$ .
- $u_i$  es una perturbación aleatoria o término de error.

Para poder hacer estimaciones sobre un modelo de regresión lineal, es necesario estimar los valores de los parámetros de tal forma que se puedan hacer inferencias sobre los verdaderos parámetros. Así los supuestos sobre  $X_i$  y el término de error  $u_i$  son relevantes para lograr una interpretación válida de los valores estimados de la regresión. El modelo de Gauss o modelo clásico de regresión lineal plantea 7 supuestos que la sustentan.

**Definición 1.6.** *Supuestos del modelo clásico de regresión lineal.*

Supuesto 1. *El modelo de regresión es lineal en los parámetros, aunque puede o no ser lineal en las variables. Es decir, el modelo de regresión es de la forma:*

$$Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + u_i, \quad \text{donde } i = 1, \dots, n.$$

Supuesto 2. *Valores fijos de  $X$  o valores de  $X$  independientes del término de error. Los valores que toma la regresora  $X$  pueden considerarse fijos en muestras repetidas (el caso de la regresora fija), o haber sido muestreados junto con la variable dependiente  $Y$  (el caso de la regresora estocástica). En el segundo caso se supone que la(s) variable(s)  $X$  y el término de error son independientes, es decir,  $\text{Cov}(X_i, u_i) = 0$*

Supuesto 3. *El valor medio de la perturbación  $u_i$  es igual a cero. Dado el valor de  $X_i$ , la media del término de perturbación aleatoria  $u_i$  es cero, es decir,*

$$E(u_i | X_i) = 0$$

*Si  $X$  no es estocástica,*

$$E(u_i) = 0$$

Supuesto 4. *Homoscedasticidad o Varianza constante de  $u_i$ . La Varianza del término de error o de perturbación, es la misma sin importar el valor de  $X$ , es decir*

$$\begin{aligned} \text{Var}(u_i) &= E[u_i - E(u_i | X_i)]^2 \\ &= E(u_i^2 | X_i), \quad \text{Supuesto 3} \\ &= E(u_i^2), \quad \text{si } X_i \text{ son variables no estocásticas} \\ &= \sigma^2 \end{aligned}$$

Supuesto 5. *No hay autocorrelación entre las perturbaciones. Dados dos valores cualquiera de  $X, X_i$  y  $X_j (i \neq j)$ , la correlación entre dos  $u_i$  y  $u_j$  cualquiera ( $i \neq j$ ) es cero, es decir*

$$\begin{aligned} \text{Cov}(u_i, u_j | X_i, X_j) &= 0 \\ \text{Cov}(u_i, u_j) &= 0, \quad \text{si } X \text{ no es estocástica.} \end{aligned}$$

Supuesto 6. *El número de observaciones  $n$  debe ser mayor que el número de parámetros por estimar. Sucesivamente, el número de observaciones  $n$  debe ser mayor que el número de variables explicativas.*

Supuesto 7. *La naturaleza de las variables  $X$ . No todos los valores  $X$  en una muestra determinada deben ser iguales. Técnicamente,  $\text{Var}(X)$  debe ser un número positivo. Además, no puede haber valores atípicos de la variable  $X$ , es decir, valores muy grandes en relación con el resto de las observaciones.*

Es importante saber que pueden existir varios estimadores que puedan cumplir con las especificaciones propuestas, sin embargo, existe una clase especial de estimadores que se dice que son los mejores.

**Definición 1.7.** *Se dice que un estimador  $\hat{\beta}_i$  es el mejor estimador lineal insesgado (MELI) de  $\beta_i$  si cumple lo siguiente:*

- *Es lineal, es decir, función lineal de una variable aleatoria, como la variable dependiente  $Y$  en el modelo de regresión.*

- Es insesgado, es decir, su valor promedio o esperado,  $E(\hat{\beta}_i)$  es igual al valor verdadero  $\beta_i$ .
- Tiene varianza mínima dentro de la clase de todos los estimadores lineales insesgados; un estimador insesgado con varianza mínima se conoce como estimador eficiente.

**Teorema 1.1.** Gauss-Markov. *Dados los supuestos del modelo clásico de regresión lineal, los estimadores de mínimos cuadrados, dentro de la clase de estimadores lineal insesgados, tienen varianza mínima, es decir, son MELI.*

## 1.4. Procesos Autorregresivos

**Definición 1.8.** Un proceso AR(1) está generado por:

$$Y_t = \delta + \delta_1 Y_{t-1} + \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z}, \quad |\delta_1| < 1$$

donde  $\varepsilon_t$  cumple que:

- $E(\varepsilon_t) = 0$
- $Var(\varepsilon_t) = \sigma_{\varepsilon_t}^2$
- $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+s}) = 0$  y  $s \neq 0$

**Definición 1.9.** Un proceso AR(1) es estacionario en sentido débil si:

$$|\delta_1| < 1.$$

**Definición 1.10.** Un proceso autorregresivo de orden  $\rho$ , AR( $\rho$ ), es un proceso estocástico  $(Y_t)_{t \in \mathbb{Z}}$  que sigue el modelo:

$$Y_t = \delta + \delta_1 Y_{t-1} + \cdots + \delta_\rho Y_{t-\rho} + \varepsilon_t, \quad t \in \mathbb{Z}$$

En esta ecuación:

- $\delta, \delta_1, \dots, \delta_\rho \in \mathbb{R}$  son constantes;
- El proceso  $(\varepsilon_t)$  es un Ruido Blanco con varianza  $\sigma^2$ .

Para tener la certeza de que se tiene una buena aproximación a partir de una muestra aleatoria, se debe utilizar el mejor estimador. Se elige la estimación por Máxima Verosimilitud de  $\theta$  como el valor  $\hat{\theta}$  que proporciona el valor máximo de la función de Verosimilitud.

## 1.5. Máxima Verosimilitud

**Definición 1.11.** Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una muestra aleatoria de una distribución con función (densidad) de probabilidad  $f(x; \theta)$ , y sea  $\mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$  la verosimilitud de la muestra como función de  $\theta$ . Si  $t = u(x_1, x_2, \dots, x_n)$  es el valor de  $\theta$  para el cual el valor de la función de verosimilitud es máxima, entonces  $T = u(X_1, X_2, \dots, X_n)$  es el estimador de Máxima Verosimilitud de  $\theta$ , y  $t$  es una estimación para el parámetro  $\theta$ .

## 1.6. Distribución Normal

Una de las distribuciones más importantes utilizadas es la Normal ya mencionada en reiteradas ocasiones y también es ampliamente aplicada en el campo de la estadística debido a que una gran cantidad de fenómenos reales pueden explicarse mediante este modelo de probabilidad. Por tanto, es razonable suponer que las variables aleatorias observables en una muestra aleatoria  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  son independientes con la misma función de densidad Normal. La media muestral de una muestra aleatoria grande de variables aleatorias con media  $\mu$  y varianza finita  $\sigma^2$  se aproxima a una distribución Normal con media  $\mu$  y varianza  $\frac{\sigma^2}{n}$ . Este resultado ayuda a justificar el uso de la distribución Normal como un modelo para diversas variables aleatorias que se puede ver como una composición de varias partes independientes. Entonces mientras una variable aleatoria de tamaño  $n$  se toma de alguna distribución con media  $\mu$  y  $\sigma^2$ , la media muestral  $\bar{X}_n$  tendrá una distribución que es aproximadamente Normal con media  $\mu$  y varianza  $\frac{\sigma^2}{n}$ . Este resultado se establece como Teorema de Límite Central.

**Teorema 1.2.** *Teorema de Límite Central. Sean  $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$  variables aleatorias independientes y distribuidas idénticamente con  $E(Y_i) = \mu$  y  $V(Y_i) = \sigma^2 < \infty$ . Definamos*

$$U_n = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{\bar{Y} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \quad \text{donde } \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Y_i.$$

*Entonces la función de distribución de  $U_n$  converge hacia la función de distribución normal estándar cuando  $n \rightarrow \infty$ : Esto es,*

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(U_n \leq u) = \int_{-\infty}^u \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad \text{para toda } u.$$

Asimismo, se define una variable aleatoria Normal como en la Definición 1.12.

**Definición 1.12.** *Se dice que una variable aleatoria  $X$  tiene una distribución Normal con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$  ( $-\infty < \mu < \infty$  y  $\sigma > 0$ ) si  $X$  tiene una*

*Distribución continua para la cual la Función de Distribución de Probabilidad es:*

$$f(x | \mu, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \quad \text{para } -\infty < x < \infty$$

**Definición 1.13.** *Función de Máxima Verosimilitud. Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  una muestra aleatoria de una distribución normal con función de densidad de probabilidad*

$$f(x | \mu, \sigma^2) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

*entonces la función de verosimilitud es:*

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n; \mu, \sigma^2) &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_1-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \times \dots \\ &\times \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x_n-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right] \end{aligned}$$

*y*

$$\ln \mathcal{L}(x_1, x_2, \dots, x_n; \mu, \sigma^2) = -\frac{n}{2} \ln(2\pi) - \frac{n}{2} \ln(\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2 \quad (1.1)$$

## 1.7. Criterio de Información de Akaike (AIC)

En el análisis de series de tiempo, la búsqueda para encontrar el mejor modelo que se ajuste a los datos no es una tarea fácil, por lo que se debe recurrir a algún método que facilite la labor de la comparación de dos modelos propuestos. Un criterio que permite comparar dos modelos lineales(en particular un modelo de serie de tiempo), es el *Criterio de Información de Akaike* el cual está basado en las propiedades del método de Máxima Verosimilitud. Si se asume que un modelo estadístico lineal de  $M$  parámetros se ajusta a los datos y  $\mathcal{L}$  es la Función de Máxima Verosimilitud, entonces la función asociada al Criterio de Información de Akaike se define como:

$$AIC(M) = -2 \ln[\mathcal{L}] + 2M$$

Para un modelo ARCH, como se probará en la Sección 2.5, la función logaritmo de  $\mathcal{L}$  es:

$$\ln \mathcal{L} = \sum_{t=1}^T \left[ -\frac{1}{2} \ln h_t^2 - \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2} \right]$$

donde  $\varepsilon_t$  es una perturbación aleatoria tal que:

$$E_{t-1} [\varepsilon_t] = 0$$

$$E_{t-1} [\varepsilon_t^2] = h_t^2$$

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2, \delta_0 > 0, \delta_1 \geq 0$$

Entonces:

$$AIC(M) = -2 \left( \sum_{t=1}^T \left[ -\frac{1}{2} \ln h_t^2 - \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2} \right] \right) + 2M$$

## 1.8. Conceptos Financieros

Existen diversos conceptos que son clave para entender el contexto de inversión y como funciona en el mercado accionario.

Por ejemplo, existen instrumentos con los cuales, las entidades que poseen deuda se pueden financiar y a su vez, las personas que quieren invertir sus ahorros consiguen una rentabilidad invirtiendo en esa deuda. Un activo financiero entra en esa categoría.

### Activo Financiero

Un activo financiero es un instrumento que otorga a su comprador el derecho a recibir ingresos futuros por parte del vendedor, es decir, es un derecho sobre los activos reales del emisor y el efectivo que generen. Pueden ser emitidas por cualquier unidad económica (empresa, Gobierno, etc).

Al contrario que los activos tangibles (un coche o una casa por ejemplo), los activos financieros no suelen tener un valor físico. El comprador de un activo financiero posee un derecho (un activo) y el vendedor una obligación (un pasivo).

Un activo financiero obtiene su valor de ese derecho contractual. Los activos financieros se representan mediante títulos físicos o anotaciones contables (por ejemplo, una cuenta en el banco).

Los motivos para que un inversionista adquiera un activo financiero son diversos, sin embargo existen 3 principales razones:

- Sirven como reserva monetaria o poder adquisitivo futuro.
- Pueden generar un retorno futuro.

- Pueden ser fácilmente convertidos en otros activos.

Y tienen una amplia diversidad de posibilidades en los que se pueden adquirir, que generalmente son de gran interés, para personas o instituciones que tienen predilección a invertir tales como:

- Dinero
- Acciones de capital o acciones
- Prestamos
- Acciones preferentes
- Divisas
- Derivados
  - Forwards y contratos futuros
  - Opciones
  - Swaps

Una acción es una clase de activo que cotiza en el mercado financiero, pero más específicamente en el mercado accionario. Una de las principales características que posee es el riesgo, dada la naturaleza de la misma, siempre viene implicado. Entre las fluctuaciones de precios, la acción siempre estará expuesta al riesgo de mercado, por lo cual es importante tener presente que en una inversión, cuanto mayor sea el riesgo, mayor será la rentabilidad.

## Acción

Los títulos que representan el capital invertido en una compañía se conocen como acciones y pueden tener diferentes características dependiendo del poder de votación que el poseedor de las acciones tenga en la empresa, las utilidades a las que tiene acceso o el porcentaje de la empresa que representa. Por ejemplo, las acciones comunes u ordinarias son aquellas que, de acuerdo con los estatutos sociales de la emisora, no tienen calificación o preferencia alguna. Tienen derecho a voto general interviniendo en todos los actos de la vida de la empresa y, sólo tienen derecho a dividendos, es decir, a pagos periódicos provenientes de las utilidades generadas por la empresa, después de que se haya pagado a las acciones preferentes.

## Mercado Financiero

Los mercados financieros son aquéllos en los que se intercambian activos con el propósito principal de movilizar dinero a través del tiempo. Están integrados fundamentalmente por los mercados de deuda, los mercados de acciones y el mercado cambiario.

## Mercado accionario

El intercambio de acciones se realiza en mercados organizados que operan con reglas transparentes y están abiertos al público inversionista, es decir, cualquier persona o entidad que cumpla con los requisitos establecidos por dichos mercados puede participar en ellos. Estos mercados organizados se conocen como mercados accionarios y existen en todo el mundo. Los mercados accionarios más importantes por su tamaño se localizan en Nueva York (New York Stock Exchange, y National Securities Dealers Automated Quotations, NASDAQ), Londres (London Stock Exchange), y Japón (Tokyo Stock Exchange). En México, el mercado accionario forma parte de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV).

## Riesgo

La palabra riesgo proviene del latín “risicare” que significa “atreverse”. En finanzas, el concepto de riesgo está relacionado con la posibilidad de que ocurra un evento que se traduzca en pérdidas para los participantes en los mercados financieros, como pueden ser inversionistas, deudores o entidades financieras. El riesgo es producto de la incertidumbre que existe sobre el valor de los activos financieros, ante movimientos adversos de los factores que determinan su precio; a mayor incertidumbre mayor riesgo.

## Riesgo Financiero

Los riesgos financieros están relacionados con las pérdidas en el valor de un activo financiero, tales como un préstamo o una inversión. Estos riesgos se clasifican a su vez en dos tipologías diferenciadas: Los riesgos de mercado y los riesgos de crédito.

## Riesgo de Mercado

El riesgo de mercado es la pérdida potencial en el valor de los activos financieros debido a movimientos adversos en los factores que determinan su precio, también conocidos como factores de riesgo(tasas de interés, tipo de cambio, etc.)

Uno de los conceptos más importantes será la volatilidad, debido a que es un factor que en el mercado accionario es muy común pero de gran relevancia en la toma de decisiones futuras.

## Volatilidad

Hay diversas medidas que se podrían usar para cuantificar el riesgo en el mercado, una de ellas en la industria financiera es la volatilidad. Un valor numérico que podría tomar, puede ser obtenido empíricamente calculando la desviación estándar  $\sigma$  obtenida sobre un incremento de tiempo bajo una

distribución empírica de cambio de precios. Sin embargo, existen varios problemas con la metodología para cuantificar el riesgo usando únicamente el parámetro  $\sigma$ . Uno de ellos es que ignora el riesgo de pérdidas acumuladas sobre incrementos de tiempo consecutivos. Otro punto importante es que  $\sigma$  no toma en cuenta el valor máximo de la pérdida acumulada bajo el intervalo de tiempo. Aunado a lo anterior,  $\sigma$  trata de igual forma, tanto a los movimientos ascendentes (ganancias de mercado), como a los movimientos descendentes (pérdidas de mercado), sin embargo desde el punto de vista del riesgo deberían ser distinguibles.

Entonces es una medida de la frecuencia e intensidad de los cambios del precio de un activo. La volatilidad se puede medir a partir de datos históricos para conseguir una volatilidad histórica o se puede extraer del precio de una opción con el uso de un modelo apropiado para la determinación de precio de opciones para obtener una volatilidad implícita. Cuando la volatilidad de los diferentes activos cambia a lo largo del tiempo de forma incierta, se le llama volatilidad estocástica. Para estimar este tipo de volatilidad se pueden utilizar modelos de Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva(ARCH).

Ahora que se han definido los conceptos, es muy importante hacer una aclaración sobre volatilidad y riesgo. Aunque no son lo mismo, tienen una estrecha relación. Para el riesgo se deben considerar tres puntos importantes. Si el activo es líquido, la volatilidad de su precio es una buena aproximación del riesgo de mercado si y sólo si el precio no está expuesto a variaciones extremas con cierta regularidad. Existen más riesgos además del de mercado, que se encuentran inmersos en una inversión, y por lo mismo, se debe pensar que el riesgo está relacionado con una pérdida permanente del capital (por diversas razones que dependen de la inversión). Un mayor riesgo no implica una mayor rentabilidad.

También, existen varios objetivos para el estudio de las series de tiempo. Incluyen el entendimiento y descripción de la generación de mecanismos, el pronóstico de valores futuros y el control óptimo de un sistema. La intrínseca naturaleza de una serie de tiempo es que las observaciones son dependientes o correlacionadas y el orden de las observaciones es importante.

## Serie de tiempo

Una serie de tiempo es una secuencia ordenada de observaciones. El orden, usualmente, es a través del tiempo, particularmente en términos de intervalos de tiempo iguales. Las series de tiempo se encuentran en otros campos. En agricultura, se observa una producción anual de cultivos y precios. En ingeniería, el sonido, señales eléctricas y voltaje. En geofísica, la turbulencia así como las olas del océano y el ruido de la tierra en un área. En meteorología, las velocidades de viento por hora, la temperatura diaria y lluvia anual. En ciencias sociales,

las tasas de natalidad, tasas de mortalidad, tasas de accidentes y varias tasas de crimen. En negocios y economía, los precios de mercado diarios al cierre, tasas de interés semanales, índices de precios mensuales, ventas trimestrales y ganancias anuales. La lista de áreas en que las series de tiempo se pueden observar y estudiar es interminable.

### **Serie Financiera**

En el contexto del análisis de series de tiempo, se define a una serie financiera como un conjunto de valores de cada uno de los instrumentos utilizados en los mercados financieros correspondientes a períodos consecutivos, dichos períodos tienen la misma amplitud y la serie tiene un carácter discreto.

Este Capítulo introductorio donde se definieron varios conceptos teóricos y algunos resultados básicos es importante aunado con el Apéndice A para fundamentar matemáticamente el siguiente Capítulo y dar al lector un entendimiento superior del tema.

## Capítulo 2

# Estimación de Modelos ARCH

La volatilidad es una característica inherente a las series de tiempo financieras. En general, no es constante y en consecuencia los modelos de series de tiempo tradicionales que suponen varianza homoscedástica, no son adecuados para modelar series de tiempo financieras.

Engle(1982) introduce una nueva clase de procesos estocásticos llamados modelos ARCH, en los cuales la varianza condicionada a la información pasada no es constante, y depende del cuadrado de las perturbaciones pasadas. Bollerslev (1986) generaliza los modelos ARCH al proponer los modelos GARCH en los cuales la varianza condicional depende no solo de los cuadrados de las perturbaciones, como en Engle, sino además, de las varianzas condicionales de períodos anteriores. Es de notar que, aunque la serie sea estacionaria y tenga, por tanto, varianza constante, puede presentar oscilaciones a corto plazo que es lo que recoge la varianza condicional para el estudio de la volatilidad cuyo conocimiento es de interés, en particular, para hacer predicciones a corto plazo. Debido a que la volatilidad varía en el tiempo, los modelos clásicos de series de tiempo no son adecuados para modelarla, puesto que uno de sus supuestos es que la varianza es constante.

La volatilidad no es observable directamente, para un día, por ejemplo, se tiene una única observación. En las series financieras se presentan períodos largos de alta volatilidad seguidos por períodos de baja volatilidad, lo que indica la presencia de heteroscedasticidad. Son más interesantes las medias y las varianzas condicionadas a la información pasada (pronósticos a corto plazo) que las medias y varianzas no condicionadas (pronósticos a largo plazo).

Un buen modelo para la volatilidad debe tener la capacidad de pronosticarla; por tanto, debe modelar sus características. [4]

## 2.1. Justificación de la Modelización de Heteroscedasticidad Condicional

Tomando en cuenta el modelo univariante AR(1):

$$y_t = \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde:

- I)  $\varepsilon_t$  es un proceso de Ruido Blanco,  $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d } N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .
- II)  $\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = 0$ .
- III)  $|\lambda| < 1$ .

Dado que  $y_t$  es un proceso autorregresivo, la esperanza no condicional es:

$$\begin{aligned} E[y_t] &= E[\lambda y_{t-1} + \varepsilon_t] \\ &= E[\lambda [\lambda y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}] + \varepsilon_t] \\ &= \dots \\ &= E[\varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots] \\ &\stackrel{\text{i.i.d.}}{=} E[\varepsilon_t] + \lambda E[\varepsilon_{t-1}] + \lambda^2 E[\varepsilon_{t-2}] + \dots \\ &\stackrel{N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} 0 + \lambda(0) + \lambda^2(0) + \dots \\ &= 0 \end{aligned}$$

La varianza no condicional de  $y_t$  es:

$$\begin{aligned} \text{Var}[y_t] &= E[(y_t - E[y_t])^2] \\ &= E[(y_t - 0)^2] \\ &= E[y_t^2] \\ &= E[(\lambda y_{t-1} + \varepsilon_t)^2] \\ &= E[(\lambda(\lambda y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t)^2] \\ &= E[(\varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots)^2] \end{aligned}$$

Los productos cruzados correspondientes se anulan, dadas las condiciones (I) y (II) del modelo AR(1).

Entonces:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[y_t] &= E[\varepsilon_t^2 + \lambda^2 \varepsilon_{t-1}^2 + (\lambda^2)^2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots] \\
 &= E[\varepsilon_t^2] + \lambda^2 E[\varepsilon_{t-1}^2] + (\lambda^2)^2 E[\varepsilon_{t-2}^2] + \dots \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 + \lambda^2 \sigma_\varepsilon^2 + (\lambda^2)^2 \sigma_\varepsilon^2 + \dots \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 ((\lambda^2)^0 + (\lambda^2)^1 + (\lambda^2)^2 + \dots) \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{\infty} (\lambda^2)^i \\
 &\stackrel{(III)}{=} \sigma_\varepsilon^2 \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right)
 \end{aligned}$$

Por lo tanto la esperanza y la varianza no condicionales de  $y_t$  son 0 y  $\frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \lambda^2}$  respectivamente.

Ahora tomando en cuenta un modelo más general:

$$y_t = \alpha + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t$$

Donde:

- (a)  $\alpha$  es un término constante.
- (b)  $\varepsilon_t$  es un proceso de Ruido Blanco,  $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d } N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ .
- (c)  $\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = 0$ .
- (d)  $|\lambda| < 1$ .

De la misma forma se tendría que la esperanza y varianza no condicionales del nuevo modelo  $y_t$  son respectivamente:

$$\begin{aligned}
 E[y_t] &= E[\alpha + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t] \\
 &= E[\alpha + \lambda [\alpha + \lambda y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}] + \varepsilon_t] \\
 &= \dots \\
 &= E[\varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \alpha \lambda^2 + \alpha \lambda + \alpha] \\
 &\stackrel{\text{i.i.d.}}{=} E[\varepsilon_t] + \lambda E[\varepsilon_{t-1}] + \lambda^2 E[\varepsilon_{t-2}] + \dots + E[\alpha \lambda^2] + E[\alpha \lambda] + E[\alpha] \\
 &\stackrel{N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} 0 + \lambda(0) + \lambda^2(0) + \dots + \alpha \lambda^2 + \alpha \lambda + \alpha \\
 &= \alpha \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i \\
 &= \frac{\alpha}{1 - \lambda}
 \end{aligned}$$

Y la varianza estaría dada por:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[y_t] &= E[(y_t - E[y_t])^2] \\
 &= E\left[\left(y_t - \left(\frac{\alpha}{1-\lambda}\right)\right)^2\right] \\
 &= E\left[\left(\alpha + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t - \left(\frac{\alpha}{1-\lambda}\right)\right)^2\right] \\
 &= E\left[\left(\alpha + \lambda [\alpha + \lambda y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}] + \varepsilon_t - \left(\frac{\alpha}{1-\lambda}\right)\right)^2\right] \\
 &= \dots \\
 &= E\left[\left(\varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \alpha + \alpha \lambda^1 + \alpha \lambda^2 + \dots - \left(\frac{\alpha}{1-\lambda}\right)\right)^2\right] \\
 &= E\left[\left(\varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots + \alpha (\lambda^0 + \lambda^1 + \lambda^2 + \dots) + \dots - \left(\frac{\alpha}{1-\lambda}\right)\right)^2\right] \\
 &= E\left[\left(\alpha \sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i + \varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots - \left(\frac{\alpha}{1-\lambda}\right)\right)^2\right] \\
 &= E\left[\left(\left(\frac{\alpha}{1-\lambda}\right) + \varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots - \left(\frac{\alpha}{1-\lambda}\right)\right)^2\right] \\
 &= E[(\varepsilon_t + \lambda \varepsilon_{t-1} + \lambda^2 \varepsilon_{t-2} + \dots)^2]
 \end{aligned}$$

Los productos cruzados correspondientes se anulan, dadas las condiciones (b) y (c) del modelo. Entonces

$$\begin{aligned}
 \text{Var}[y_t] &= E[\varepsilon_t^2 + \lambda^2 \varepsilon_{t-1}^2 + (\lambda^2)^2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots] \\
 &= E[\varepsilon_t^2] + \lambda^2 E[\varepsilon_{t-1}^2] + (\lambda^2)^2 E[\varepsilon_{t-2}^2] + \dots \\
 &\stackrel{N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} \sigma_\varepsilon^2 + \lambda^2 \sigma_\varepsilon^2 + (\lambda^2)^2 \sigma_\varepsilon^2 + \dots \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 ((\lambda^2)^0 + (\lambda^2)^1 + (\lambda^2)^2 + \dots) \\
 &= \sigma_\varepsilon^2 \sum_{i=0}^{\infty} (\lambda^2)^i \\
 &\stackrel{(d)}{=} \sigma_\varepsilon^2 \left(\frac{1}{1-\lambda^2}\right)
 \end{aligned}$$

Entonces la esperanza y la varianza no condicionales del nuevo modelo  $y_t$  son  $\frac{\alpha}{1-\lambda}$  y  $\frac{\sigma_\varepsilon^2}{1-\lambda^2}$  respectivamente. Por lo que se puede notar, incluir un término constante afecta la esperanza pero no la varianza del proceso.

Si se quisiera saber la esperanza y varianza de  $y_t$  dado el conjunto de información  $\Omega_{t-1}$  que contiene todo el pasado de la variable:

$$y_t : \Omega_{t-1} = \{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} E[y_t | \Omega_{t-1}] &= E_{t-1}[y_t] \\ &= E[E[\cdots E[y_t | y_{t-1}] \cdots]] \\ &= E[y_t] \\ &= E[\alpha + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t] \\ &\stackrel{\text{i.i.d.} N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} E[\alpha] + \lambda E[y_{t-1}] + E[\varepsilon_t] \\ &= \alpha + \lambda y_{t-1} \end{aligned}$$

Además:

$$\begin{aligned} \text{Var}[y_t | \Omega_{t-1}] &= \text{Var}_{t-1}[y_t] \\ &= E_{t-1}[(y_t - E_{t-1}[y_t])^2] \\ &= E_{t-1}[(\alpha + \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t - \alpha - \lambda y_{t-1})^2] \\ &= E_{t-1}[\varepsilon_t^2] \\ &= E[E[\cdots E[\varepsilon_t^2 | \varepsilon_{t-1}^2] \cdots]] \\ &= E[\varepsilon_t^2] \\ &\stackrel{\text{i.i.d.} N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} \sigma_\varepsilon^2 \end{aligned}$$

Donde se está suponiendo que el modelo univariante está correctamente especificado y por supuesto que  $y_{t-1}$  realmente resume toda la información contenida en  $\Omega_{t-1}$  acerca de  $y_t$ .

**Observación:** Aunque  $\text{Var}(y_t | \Omega_{t-1}) < \text{Var}(y_t)$  la varianza condicional y la varianza incondicional son constantes en el tiempo.

Esta distinción puede generalizarse de la siguiente forma:

$$y_t = x'_t \beta + u_t$$

Donde:

- $x'_t$  es un vector transpuesto de variables explicativas deterministas .
- $\beta$  es un vector de parámetros.
- $u_t \sim \text{i.i.d } N(0, \sigma_u^2)$ .

Las distribución de  $y_t$  condicional con  $\Omega_{t-1}$  dado que:

$$\Omega_{t-1} = \{x_t, x_{t-1}, \dots, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$$

también sigue una distribución Normal.

Ahora,

$$\begin{aligned} E_{t-1}[y_t] &= E_{t-1}[x'_t \beta + u_t] \\ &= E_{t-1}[x'_t \beta] + E_{t-1}[u_t] \\ &\stackrel{\text{i.i.d. } N(0, \sigma_u^2)}{=} E[x'_t \beta] + E[u_t] \\ &= x'_t \beta \end{aligned}$$

Además:

$$\begin{aligned} \text{Var}_{t-1}[y_t] &= E_{t-1}[(y_t - E_{t-1}[y_t])^2] \\ &\stackrel{\text{i.i.d. } N(0, \sigma_u^2)}{=} E_{t-1}[(y_t - x'_t \beta)^2] \\ &= E_{t-1}[(x'_t \beta + u_t - x'_t \beta)^2] \\ &= E_{t-1}[u_t^2] \\ &= E[u_t^2] \\ &= \sigma_u^2 \end{aligned}$$

Las cuales coinciden con la esperanza y varianza no condicionales, sin embargo  $u_t$  tiene autocorrelación de orden uno, por ejemplo,  $u_t = \lambda u_{t-1} + \varepsilon_t$  con  $|\lambda| < 1$  y  $\varepsilon_t \sim \text{i.i.d. } N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ , que tiene una distribución marginal:

$$y_t \sim N(x'_t \beta, \sigma_u^2), \quad \sigma_u^2 = \frac{\sigma_\varepsilon^2}{1 - \lambda^2}$$

Mientras que la distribución condicional es:

$$y_t | \Omega_{t-1} \sim N(\lambda y_{t-1} + (x'_t - \lambda x'_{t-1}) \beta, \sigma_\varepsilon^2)$$

Puede notarse que tanto la varianza no condicional como la condicional son constantes a través del tiempo.

Tanto en el modelo  $AR(1)$  como en el de regresión, utilizar como fórmula de predicción la esperanza condicional  $E(y_t | \Omega_{t-1})$ , resulta óptimo cuando se quiere minimizar el error cuadrático medio ( $ECM$ ) de la predicción resultante.

## 2.2. El modelo univariante ARCH

Engle propuso el Modelo con Heteroscedasticidad Condicional Autoregresiva (ARCH) en 1982, el cual forma parte de la familia de modelos adecuados para pronosticar la volatilidad de una serie.

Tomando en cuenta la siguiente generalización de un proceso observable de Ruido Blanco denotado por  $\varepsilon_t$ , cuyos momentos condicionales son:

$$E_{t-1} [\varepsilon_t] = 0,$$

$$E_{t-1} [\varepsilon_t^2] = h_t^2.$$

Donde  $h_t$  es una función que contiene la información disponible en el instante  $t - 1$  tal que  $\Omega_{t-1} = \{\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots\}$ . En consecuencia:

$$E [\varepsilon_t] = E [E_{t-1} [\varepsilon_t]] = E [0] = 0,$$

$$\text{Var} [\varepsilon_t] = E [(\varepsilon_t - 0)^2] = E [E_{t-1} [\varepsilon_t^2]] = E [h_t^2].$$

Supóngase además que:

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2, \delta_0 > 0, \delta_1 \geq 0.$$

De esta forma se tendrá el modelo ARCH(1) puesto que la varianza condicional depende únicamente de un retardo  $\varepsilon_t$ .

Suponiendo, además, Normalidad el modelo ARCH(1) puede denotarse de la siguiente forma:

$$\varepsilon_t | \Omega_{t-1} \sim N (0, h_t^2), \quad (2.1)$$

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2, \delta_0 > 0, \delta_1 \geq 0. \quad (2.2)$$

Generalizando el modelo a  $\rho$  retardos:

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \delta_\rho \varepsilon_{t-\rho}^2, \delta_0 > 0, \delta_i \geq 0, i = 1, \dots, \rho. \quad (2.3)$$

De esta forma las ecuaciones (2.1) y (2.3) constituyen el modelo ARCH( $\rho$ ). Se puede notar que  $h_t^2$  deberá ser positiva, puesto que es la varianza condicional de  $\varepsilon_t$ , por lo que los parámetros  $\delta_i, i = 1, \dots, \rho$  deben ser no negativos.

Por otra parte tomando esperanzas en (2.2) se tiene que:

$$\begin{aligned} E [h_t^2] &= E [\delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2] \\ &\stackrel{\text{i.i.d. } N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} E [\delta_0] + \delta_1 E [\varepsilon_{t-1}^2] \\ &= \delta_0 + \delta_1 E [\varepsilon_{t-1}^2] \\ &= \delta_0 + \delta_1 E [E_{t-1} [\varepsilon_{t-1}^2]] \\ &= \delta_0 + \delta_1 E [h_{t-1}^2], \end{aligned}$$

por lo que es evidente que el proceso ARCH(1) debe satisfacer además la condición  $|\delta_1| < 1$  para obtener la estacionariedad en varianza del modelo y evitar que  $h_t^2$  sea explosivo. Esta condición, se expresa en general en el siguiente teorema:

**Teorema 2.1.** *El proceso lineal ARCH de orden  $\rho$  con  $\delta_0 > 0, \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_\rho \geq 0$  tiene covarianza estacionaria si y sólo si la ecuación característica asociada tiene todas sus raíces fuera del círculo unitario. La varianza estacionaria está dada por:*

$$E[\varepsilon_t^2] = \frac{\delta_0}{1 - \sum_{j=1}^{\rho} \delta_j}.$$

*Demostración.* Considerando que la ecuación:

$$\varepsilon_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \delta_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \delta_\rho \varepsilon_{t-\rho}^2$$

tiene un sistema matricial de la forma:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t^2 \\ \varepsilon_{t-1}^2 \\ \varepsilon_{t-2}^2 \\ \vdots \\ \varepsilon_{t-\rho}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \cdots & \delta_\rho & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{t-1}^2 \\ \varepsilon_{t-2}^2 \\ \varepsilon_{t-3}^2 \\ \vdots \\ \varepsilon_{t-(\rho+1)}^2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sean

$$\omega' = (\varepsilon_t^2, \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-\rho}^2), \quad b' = (\delta_0, 0, 0, \dots, 0)$$

y

$$A = \begin{bmatrix} \delta_1 & \delta_2 & \cdots & \delta_\rho & 0 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

El sistema se puede reescribir como:

$$E(\omega_t | \Psi_{t-1}) = b + A\omega_{t-1}.$$

Tomando esperanzas sucesivas

$$\begin{aligned} E(\omega_t | \Psi_{t-1}) &= b + A\omega_{t-1} \\ &= b + A(b + A\omega_{t-2}) \\ &= b + A(b + A(b + A\omega_{t-3})) \\ &= \dots \\ &= (I + A + A^2 + \dots + A^{k-1})b + A^k\omega_{t-k}. \end{aligned}$$

Ahora,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(\omega_t | \Psi_{t-k}) = \lim_{k \rightarrow \infty} [(I + A + A^2 + \cdots + A^{k-1}) b + A^k \omega_{t-k}].$$

Si  $A$  es una matriz con valores propios dentro del círculo unitario se probó en Teorema A.1 y Proposición A.2 que

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A^k = 0 \quad \text{y} \quad \sum_{j=0}^{\infty} A^j = (I - A)^{-1}.$$

Entonces

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(\omega_t | \Psi_{t-k}) = (I - A)^{-1} b.$$

Usando la Proposición A.4

$$\lim_{k \rightarrow \infty} E(\omega_t | \Psi_{t-k}) = \frac{\delta_0}{\det(I - A)} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Para la primera entrada del vector anterior con la observación (A.2)

$$E[\varepsilon_t^2] = \frac{\delta_0}{1 - (\delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_\rho)}.$$

Dado que los valores propios de la matriz  $A$  se encuentran en el círculo unitario, para todos los valores propios distintos de cero, por Proposición A.5, Observaciones A.4 y A.5 la ecuación característica tiene raíces fuera del círculo unitario.  $\square$

### 2.3. Distribución del modelo univariante ARCH

Bajo el supuesto de que el proceso  $\varepsilon_t$  en (2.1) y (2.2) sigue una distribución Normal, sus momentos de orden impar serán nulos por simetría. En cuanto a los momentos de orden par, la varianza incondicional es:

$$\begin{aligned} E[\varepsilon_t^2] &= E[h_t^2] \\ &= E[\delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2] \\ &\stackrel{\text{i.i.d.} N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} E[\delta_0] + \delta_1 E[\varepsilon_{t-1}^2] \\ &= \delta_0 + \delta_1 E[\varepsilon_{t-1}^2]. \end{aligned}$$

Tomando en cuenta el supuesto de estacionariedad se tiene:

$$\begin{aligned}
 E[\varepsilon_t^2] &= \sigma_\varepsilon^2 \\
 &= \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 \\
 &= \delta_0 + \delta_1 [\delta_0 + \delta_1 [\varepsilon_{t-2}^2]] \\
 &= \delta_0 + \delta_1 [\delta_0 + \delta_1 [\delta_0 + \delta_1 [\varepsilon_{t-3}^2]]] \\
 &= \dots \\
 &= \delta_0 + \delta_0 \delta_1 + \delta_0 \delta_1^2 + \dots \\
 &= \delta_0 (\delta_1^0 + \delta_1^1 + \delta_1^2 + \dots) \\
 &= \frac{\delta_0}{1 - \delta_1}.
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

De esta forma, utilizando la expresión de  $\sigma_\varepsilon^2$  en (2.4), el proceso ARCH(1) en (2.2) también puede escribirse como:

Por un lado:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{\delta_0}{1 - \delta_1} \Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 (1 - \delta_1) = \delta_0.$$

Mientras que:

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 \Rightarrow h_t^2 - \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 = \delta_0.$$

Igualando ambas ecuaciones:

$$\begin{aligned}
 \sigma_\varepsilon^2 (1 - \delta_1) &= h_t^2 - \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 \\
 \Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 - \delta_1 \sigma_\varepsilon^2 &= h_t^2 - \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 \\
 \Rightarrow \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 - \delta_1 \sigma_\varepsilon^2 &= h_t^2 - \sigma_\varepsilon^2 \\
 \Rightarrow \delta_1 (\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_\varepsilon^2) &= h_t^2 - \sigma_\varepsilon^2.
 \end{aligned}$$

por lo que la varianza condicional del proceso,  $h_t^2$ , excede a su varianza incondicional,  $\sigma_\varepsilon^2$ , en aquellos períodos en que el cuadrado de la observación previa excede a su varianza. Es decir, variaciones altas (positivas o negativas) hacen que la varianza condicional de  $\varepsilon_t$  en el período siguiente sea asimismo elevada.

Por otra parte, partiendo de (2.2) se puede observar que la predicción de la varianza condicional del proceso  $s$  períodos hacia adelante viene dada por:

$$h_{t+s}^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t+s-1}^2.$$

Y tomando la esperanza, se tiene:

$$\begin{aligned}
 E_t [h_{t+s}^2] &= E_t [\delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t+s-1}] \\
 &\stackrel{\text{i.i.d. } N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} \delta_0 + \delta_1 E [\varepsilon_{t+s-1}^2] \\
 &= \delta_0 + \delta_1 [\delta_0 + \delta_1 E [\varepsilon_{t+s-2}^2]] \\
 &= \delta_0 + \delta_1 [\delta_0 + \delta_1 [\delta_0 + \delta_1 E [\varepsilon_{t+s-3}^2]]] \\
 &= \dots \\
 &= \delta_0 + \delta_1 [\delta_0 + \delta_1 [\delta_0 + \delta_1 [\dots [\delta_0 + \delta_1 \varepsilon_t^2]]] \dots] \\
 &= \delta_0 + \delta_0 \delta_1 + \delta_0 \delta_1^2 + \dots + \delta_0 \delta_1^{s-1} + \delta_1^s \varepsilon_t^2 \\
 &= \delta_0 [\delta_1^0 + \delta_1^1 + \delta_1^2 + \dots + \delta_1^{s-1}] + \delta_1^s \varepsilon_t^2,
 \end{aligned}$$

se puede notar que si el proceso es estacionario, el valor de la varianza condicional converge a la varianza incondicional cuando  $s \rightarrow \infty$ .

## 2.4. El modelo AR(1) con estructura ARCH

Sea el proceso:

$$y_t = \lambda y_{t-1} + \varepsilon_t, |\lambda| < 1, \quad (2.5)$$

donde  $\varepsilon_t$  es una perturbación aleatoria tal que:

$$E_{t-1} [\varepsilon_t] = 0,$$

$$E_{t-1} [\varepsilon_t^2] = h_t^2,$$

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2, \delta_0 > 0, \delta_1 \geq 0.$$

Respecto a la perturbación  $\varepsilon_t$ , como se ha observado, si  $E[\varepsilon_t] = 0$  y si  $|\delta_1| < 1$ , la varianza es:

$$\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma_\varepsilon^2 = \frac{\delta_0}{1 - \delta_1}.$$

Además:

$$E [\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}] = 0.$$

por hipótesis del modelo y lo mismo ocurre para desfases mayores, entonces  $\varepsilon_t$  no representa autocorrelación. Sin embargo, las perturbaciones  $\varepsilon_t$  no son independientes en el tiempo pues sus momentos de segundo orden están correlacionados.

Respecto al proceso  $y_t$ , los momentos de su distribución marginal vienen dados por:

$$\begin{aligned}
 E[y_t] &= E[\lambda y_{t-1} + \varepsilon_t] \\
 &= E[\lambda[\lambda y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}] + \varepsilon_t] \\
 &= E[\lambda[\lambda[\lambda y_{t-3} + \varepsilon_{t-2}] + \varepsilon_{t-1}] + \varepsilon_t] \\
 &= \dots \\
 &= E[\varepsilon_t + \lambda\varepsilon_{t-1} + \lambda^2\varepsilon_{t-2} + \dots] \\
 &\stackrel{\text{i.i.d. } N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} E[\varepsilon_t] + \lambda E[\varepsilon_{t-1}] + \dots \\
 &= 0 + \lambda[0] + \dots \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

Además:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(y_t) &= E[(y_t - E[y_t])^2] \\
 &= E[((\lambda y_{t-1} + \varepsilon_t) - 0)^2] \\
 &= E[(\lambda y_{t-1} + \varepsilon_t)^2] \\
 &= E[(\lambda(\lambda y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t)^2] \\
 &= E[(\lambda(\lambda(\lambda y_{t-3} + \varepsilon_{t-2}) + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t)^2] \\
 &= \dots \\
 &= E[(\varepsilon_t + \lambda\varepsilon_{t-1} + \lambda^2\varepsilon_{t-2} + \dots)^2]
 \end{aligned}$$

Los productos cruzados correspondientes se anulan

$$\begin{aligned}
 \text{Var}(y_t) &= E[\varepsilon_t^2 + \lambda^2\varepsilon_{t-1}^2 + (\lambda^2)^2\varepsilon_{t-2}^2 + \dots] \\
 &\stackrel{\text{i.i.d. } N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} E[\varepsilon_t^2] + \lambda^2 E[\varepsilon_{t-1}^2] + (\lambda^2)^2 E[\varepsilon_{t-2}^2] + \dots \\
 &= E[h_t^2] + \lambda^2 E[h_{t-1}^2] + (\lambda^2)^2 E[h_{t-2}^2] + \dots \\
 &= E[h_t^2] \left[ (\lambda^2)^0 + (\lambda^2)^1 + (\lambda^2)^2 + \dots \right] \\
 &= E[h_t^2] \sum_{i=0}^{\infty} (\lambda^2)^i \\
 &= E[h_t^2] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
 &= E[\delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= [\delta_0 + \delta_1 E[\varepsilon_{t-1}^2]] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= [\delta_0 + \delta_1 (\delta_0 + \delta_1 E[\varepsilon_{t-2}^2])] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= [\delta_0 + \delta_1 (\delta_0 + \delta_1 (\delta_0 + \delta_1 E[\varepsilon_{t-3}^2]))) \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= \dots \\
&= [\delta_0 + \delta_0 \delta_1 + \delta_0 \delta_1^2 + \dots] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= \delta_0 [\delta_1^0 + \delta_1^1 + \delta_1^2 + \dots] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= \delta_0 \sum_{i=0}^{\infty} (\delta_1)^i \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= \delta_0 \left( \frac{1}{1 - \delta_1} \right) \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right).
\end{aligned}$$

Mientras que en los modelos de la distribución condicional en:

$$\Omega_{t-1} = \{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$$

la esperanza y varianza respectivamente son:

$$E_{t-1}[y_t] = E_{t-1}[\lambda y_{t-1} + \varepsilon_t] = E_{t-1}[\lambda y_{t-1}] + E_{t-1}[\varepsilon_t] = E_{t-1}[\lambda y_{t-1}] + 0 = \lambda y_{t-1}.$$

y

$$\begin{aligned}
\text{Var}_{t-1}(y_t) &= E_{t-1}[(y_t - E_{t-1}(y_t))^2] = E_{t-1}[(\lambda y_{t-1} + \varepsilon_t - \lambda y_{t-1})^2] \\
&= E_{t-1}[\varepsilon_t^2] = h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 = \delta_0 + \delta_1 [y_{t-1} - \lambda y_{t-2}]^2
\end{aligned}$$

En cuyo caso es importante observar que tanto la esperanza como la varianza condicionales de  $y_t$  dependen de la información disponible en cada instante y por lo tanto no son constantes.

Estos resultados se pueden generalizar a un modelo AR(1) con estructura ARCH( $\rho$ ) definido en las ecuaciones (2.5) y (2.3). La varianza incondicional de  $y_t$  es de la forma:

$$\begin{aligned}
\text{Var}(y_t) &= E[(y_t - E[y_t])^2] \\
&= E[(\lambda y_{t-1} + \varepsilon_t - 0)^2] \\
&= E[(\lambda(\lambda y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t)^2] \\
&= E[(\lambda(\lambda(\lambda y_{t-3} + \varepsilon_{t-2}) + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t)^2] \\
&= \dots
\end{aligned}$$

Los productos cruzados correspondientes se anulan.

$$\begin{aligned}
\text{Var}(y_t) &= E \left[ \varepsilon_t^2 + \lambda^2 \varepsilon_{t-1}^2 + (\lambda^2)^2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots \right] \\
&\stackrel{\text{i.i.d. } N(0, \sigma_\varepsilon^2)}{=} E[\varepsilon_t^2] + \lambda^2 E[\varepsilon_{t-1}^2] + (\lambda^2)^2 E[\varepsilon_{t-2}^2] + \dots \\
&= E[h_t^2] + \lambda^2 E[h_{t-1}^2] + (\lambda^2)^2 E[h_{t-2}^2] + \dots \\
&= E[h_t^2] \left[ (\lambda^2)^0 + (\lambda^2)^1 + (\lambda^2)^2 + \dots \right] \\
&= E[h_t^2] \sum_{i=0}^{\infty} (\lambda^2)^i \\
&= E[h_t^2] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= E[\delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \delta_\rho \varepsilon_{t-\rho}^2] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= \delta_0 + \sum_{i_1=1}^{\rho} \delta_{i_1} E[\varepsilon_{t-i_1}^2] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= \delta_0 + \sum_{i_1=1}^{\rho} \delta_{i_1} \left[ \delta_0 + \sum_{i_2=1}^{\rho} \delta_{i_2} E[\varepsilon_{t-i_1-i_2}^2] \right] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right), \quad \text{si } x = \sum_{i_1=1}^{\rho} \delta_{i_1} \\
&= \delta_0 + \delta_0 x + \sum_{i_1=1}^{\rho} \delta_{i_1} \sum_{i_2=1}^{\rho} \delta_{i_2} \left[ \delta_0 + \sum_{i_3=1}^{\rho} \delta_{i_3} E[\varepsilon_{t-(i_1+i_2+i_3)}^2] \right] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= \delta_0 + \delta_0 x + \delta_0 x^2 + \sum_{i_1=1}^{\rho} \delta_{i_1} \sum_{i_2=1}^{\rho} \delta_{i_2} \sum_{i_3=1}^{\rho} \delta_{i_3} E[\varepsilon_{t-(i_1+i_2+i_3)}^2] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= \dots \\
&= [\delta_0 + \delta_0 x + \delta_0 x^2 + \delta_0 x^3 + \dots + \delta_0 x^n] + \\
&\quad \sum_{i_1, i_2, \dots, i_{n+1}}^{\rho} \delta_{i_1} \delta_{i_2} \dots \delta_{i_{n+1}} E[\varepsilon_{t-(i_1+i_2+\dots+i_{n+1})}^2] \left( \frac{1}{1 - \lambda^2} \right) \\
&= \frac{\delta_0}{1 - x} \\
&= \frac{\delta_0}{1 - (\delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_\rho)}.
\end{aligned}$$

Mientras que la varianza condicional del proceso en  $\Omega_{t-1}$  depende de la información disponible en cada instante, siendo su expresión:

$$\begin{aligned}
 \text{Var}_{t-1}(y_t) &= E_{t-1}[(y_t - E_{t-1}[y_t])^2] \\
 &= E_{t-1}[(\rho y_{t-1} + \varepsilon_t - \rho y_{t-1})^2] \\
 &= E_{t-1}[\varepsilon_t^2] \\
 &= h_t^2 \\
 &= E[\delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \delta_\rho \varepsilon_{t-\rho}^2] \\
 &= \delta_0 + \delta_1 (y_{t-1} - \delta y_{t-2})^2 + \cdots + \delta_\rho (y_{t-\rho-1} - \rho y_{t-\rho})^2.
 \end{aligned}$$

## 2.5. Estimación de Máxima Verosimilitud del modelo ARCH( $\rho$ ) univariante

Tomando en cuenta la función de Máxima Verosimilitud de una muestra aleatoria de tamaño  $n$  de la distribución  $N(\mu, \sigma^2)$ , la cual está dada por:

$$f_n(x) = \frac{1}{(2\pi\sigma^2)^{\frac{n}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right]$$

y su función logaritmo:

$$\mathcal{L}(x) = \ln f_n(x) = \frac{n}{2} \ln(\pi) - \frac{n}{2} \ln \sigma^2 - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2.$$

Sea el proceso descrito en las ecuaciones (2.1) y (2.3). Dado que cada observación  $\varepsilon_t$  del proceso tiene una distribución condicional normal independiente, el logaritmo de la verosimilitud condicional es entonces la suma del logaritmo de la verosimilitud de cada una de las  $T$  observaciones muestrales, entonces:

$$\begin{aligned}
 f_n(\varepsilon_t) &= \frac{1}{(2\pi h_t^2)^{\frac{T}{2}}} \exp\left[-\frac{1}{2h_t^2} \sum_{t=1}^T (\varepsilon_t - 0)^2\right] \\
 \mathcal{L}(\varepsilon_t) &= \ln f_T(\varepsilon_t) \\
 &= \frac{T}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln h_t^2 - \frac{1}{2h_t^2} \sum_{t=1}^T \varepsilon_t^2 \\
 &= \sum_{t=1}^T \left[ -\frac{1}{2} \ln h_t^2 - \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2} \right] \\
 &= \sum_{t=1}^T l_t
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

donde se han eliminado las constantes y  $l_t = -\frac{1}{2} \ln h_t^2 - \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2}$ .

Las derivadas primera y segunda de  $l_t$  con respecto a  $\delta$  de (2.6) son:

$$\begin{aligned}\frac{\partial l_t}{\partial \delta} &= -\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} - \frac{1}{2} \left[ \varepsilon_t^2 (-1) (h_t^2)^{-2} \left( \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} \right) \right] + (h_t^2)^{-1} \left( \frac{\partial \varepsilon_t^2}{\partial \delta} \right) \\ &= -\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} + \frac{1}{2h_t^2} \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \right) \left( \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} \right) \\ &= \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right].\end{aligned}\quad (2.7)$$

y

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 l_t}{\partial \delta \partial \delta'} &= (-1) \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} \left( \frac{1}{h_t^2} \right) \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \right) \left( \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta'} \right) + \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right] \frac{\partial}{\partial \delta'} \left[ \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} \right] \\ &= -\frac{1}{2(h_t^2)^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \right) \left( \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta'} \right) + \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right] \frac{\partial}{\partial \delta'} \left[ \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} \right]\end{aligned}$$

Se puede notar que  $\delta$  es un vector de  $\rho + 1$  parámetros desconocidos y el resto son escalares, de esta forma, el gradiente resultante es un vector  $(\rho + 1) \times 1$  y la matriz Hessiana es simétrica de orden  $(\rho + 1) \times (\rho + 1)$ .

La estructura ARCH introduce dependencia entre las distribuciones de probabilidad de  $\varepsilon_t$  correspondientes a períodos sucesivos de tiempo, por lo que tiene sentido definir la matriz de información como la esperanza condicional del Hessiano de la función de Verosimilitud cambiada de signo. Entonces utilizando el hecho de que  $h_t^2$  es medible respecto a  $\Omega_{t-1}$  (es decir, depende sólo de variables en  $\Omega_{t-1}$ ) así como:

$$E_{t-1} [\varepsilon_t^2] = h_t^2 \Rightarrow E_{t-1} \left( \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \right) = 1$$

y la matriz Hessiana queda de la siguiente forma:

$$l_{\delta\delta} = - \sum_t \left[ E_{t-1} \frac{\partial^2 l_t}{\partial \delta \partial \delta'} \right] = \sum_t \left[ \frac{1}{2(h_t^2)^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta'} \right]. \quad (2.8)$$

Se supone a  $h_t^2$  como una función lineal así como en (2.3)

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \delta_\rho \varepsilon_{t-\rho}^2 \Rightarrow h_t^2 = z_t' \delta = \delta' z_t$$

donde:

$$\begin{aligned}z_t' &= (1, \varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-\rho}^2) \\ \delta' &= (\delta_0, \delta_1, \dots, \delta_\rho)\end{aligned}$$

entonces sí:

$$\frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} = z'_t \quad y \quad \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta'} = z_t$$

y utilizando la expresión (2.7) se tiene que:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \delta} = \sum_t \frac{\partial l_t}{\partial \delta} = \sum_t \frac{1}{2h_t^2} z_t \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right]$$

mientras que la expresión (2.8) puede escribirse como:

$$l_{\delta\delta} = \frac{1}{2} \sum_t \frac{z'_t z_t}{h_t^4}$$

## 2.6. El modelo ARCH de regresión

El modelo ARCH de regresión es la extensión del modelo ARCH univariante en el sentido de que ahora es el término de error de un modelo de regresión el que adopta una estructura ARCH.

De esta forma, se denota el conjunto de información disponible en  $t-1$  por  $\Omega_{t-1} = \{x_t, x_{t-1}, \dots, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$  el modelo ARCH de regresión es:

$$\begin{aligned} y_t | \Omega_{t-1} &\sim N(x'_t \beta, h_t^2), \\ h_t^2 &= h(\varepsilon_{t-1}, \dots, \varepsilon_{t-\rho}, \delta) \quad y \\ \varepsilon_t &= y_t - x'_t \beta \end{aligned} \tag{2.9}$$

donde  $x_t$  es un vector ( $k \times 1$ ).

Si en (2.9) no aparecen retardos de la variable endógena como variables explicativas del modelo de regresión, entonces el estimador MCO aplicado a este modelo satisface el Teorema de Gauss-Markov, ya que la esperanza de  $y_t$  condicional en  $x_t$  es  $x'_t \beta$  para todo  $t$  y la matriz de varianzas y covarianzas del vector  $y$  es  $\sigma_\varepsilon^2 I_t$  por lo que es un estimador insesgado y consistente.

## 2.7. Estimación de Máxima Verosimilitud del modelo ARCH de regresión

El logaritmo de la función de Verosimilitud condicional del modelo (2.9) viene dado por la expresión en (2.6) donde  $\varepsilon_t$  no es observable y se determinó por:

$$\varepsilon_t = y_t - x'_t \beta.$$

Tomando en cuenta además que:

$$\begin{aligned} \varepsilon_t &= y_t - x'_t \beta \Rightarrow \varepsilon_t^2 = (y_t - x'_t \beta)^2, \quad \text{de donde,} \\ \frac{\partial}{\partial \beta} \varepsilon_t^2 &= 2(y_t - x'_t \beta)(-x'_t) = -2x'_t \varepsilon_t \end{aligned} \tag{2.10}$$

Obteniendo por separado las derivadas con respecto a los subvectores  $\beta$  y  $\delta$  utilizando, en primer lugar, la parametrización más general que se aprecia en (2.3)

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \delta_\rho \varepsilon_{t-\rho}^2 \quad \delta_0 > 0, \delta_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, \rho.$$

Las derivadas de cada término del logaritmo de la función de verosimilitud con respecto al vector  $\beta$  de coeficientes de las variables explicativas son:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l_t}{\partial \beta} &= \frac{\partial}{\partial \beta} \left[ -\frac{1}{2} \ln(h_t^2) - \frac{\varepsilon_t^2}{2h_t^2} \right] \\ &= -\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} - \frac{1}{2} \left[ (-2\varepsilon_t)(x'_t)(h_t^2)^{-1} + (-1)(\varepsilon_t^2)(h_t^2)^{-2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \right] \\ &= -\frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} + \frac{x'_t \varepsilon_t}{h_t^2} + \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_t^2}{(h_t^2)^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \\ &= \frac{x'_t \varepsilon_t}{h_t^2} + \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right]. \end{aligned} \tag{2.11}$$

Ahora tomando en cuenta la ecuación 2.10, se deduce que:

$$\frac{\partial \varepsilon_{t-i}^2}{\partial \beta} = -2x_{t-i}\varepsilon_{t-i},$$

se tiene entonces que:

$$\frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} = -2 \sum_1^\rho \delta_i x_{t-i} \varepsilon_{t-i},$$

lo que da como resultado:

$$\begin{aligned} \frac{\partial l_t}{\partial \beta} &= -\frac{x'_t \varepsilon_t}{h_t^2} + \frac{1}{2h_t^2} \left( -2 \sum_1^\rho \delta_i x_{t-i} \varepsilon_{t-i} \right) \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right] \\ &= -\frac{x'_t \varepsilon_t}{h_t^2} - \frac{1}{h_t^2} \left( \sum_1^\rho \delta_i x_{t-i} \varepsilon_{t-i} \right) \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right] \end{aligned}$$

y puede escribirse:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta} = \sum_t \frac{\partial l_t}{\partial \beta}.$$

Derivando nuevamente la expresión:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta} = \sum_t \left[ \frac{x'_t \varepsilon_t}{h_t^2} + \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right] \right],$$

se obtiene:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \beta \partial \beta'} &= \sum_t \left[ x_t \left( -\varepsilon_t (h_t^2)^{-2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta'} - x'_t (h_t^2)^{-1} \right) + \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \left[ \left( \varepsilon_t^2 (-1) (h_t^2)^{-2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta'} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 2\varepsilon_t x_t (h_t^2)^{-1} \right] + \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right] \frac{\partial}{\partial \beta'} \left[ \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \right] \right] \\
&= \sum_t \left[ -\frac{x_t \varepsilon_t}{(h_t^4)} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta'} - \frac{x_t x'_t}{h_t^2} + \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \left( -\frac{\varepsilon_t^2}{h_t^4} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta'} - 2 \frac{\varepsilon_t x_t}{h_t^2} \right) \right. \\
&\quad \left. + \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right] \frac{\partial}{\partial \beta'} \left[ \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \right] \right] \\
&= \sum_t \left[ -\frac{x_t x'_t}{h_t^2} - 2 \frac{x_t \varepsilon_t}{(h_t^4)} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta'} - \frac{1}{2h_t^4} \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta'} \right. \\
&\quad \left. + \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} - 1 \right] \frac{\partial}{\partial \beta'} \left[ \frac{1}{2h_t^2} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \right] \right].
\end{aligned}$$

Dado que  $h_t^2$  es medible respecto a  $\Omega_{t-1}$  y sus propiedades descritas con anterioridad, se toman esperanzas condicionales en  $\Omega_{t-1}$ , además si:

$$E_{t-1} [\varepsilon_t] = 0 \quad \text{y} \quad E_{t-1} [\varepsilon_t^2] = h_t \Rightarrow E_{t-1} \left[ \frac{\varepsilon_t^2}{h_t^2} \right] = 1,$$

la matriz correspondiente para el vector  $\beta$  es:

$$l_{\beta\beta} = -E_{t-1} \frac{\partial^2 \mathcal{L}}{\partial \beta \partial \beta'} = E_{t-1} \sum_t \left[ \frac{x_t x'_t}{h_t^2} + \frac{1}{2h_t^4} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta'} \right]. \quad (2.12)$$

**Definición 2.1.** Proceso ARCH simétrico. *Un proceso se dice simétrico si la función  $h_t^2$  y su vector gradiente (respecto al vector  $\delta$ ) son funciones reales pares en todas sus componentes  $\varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-\rho}^2$ , mientras que las derivadas parciales de  $h_t^2$  respecto de  $\varepsilon_{t-1}^2, \dots, \varepsilon_{t-\rho}^2$  son funciones impares en  $\delta_1, \dots, \delta_\rho$ .*

**Lema 2.1.** *Si un modelo ARCH de regresión con  $\delta_0 > 0, \delta_1, \dots, \delta_\rho \geq 0$  es simétrico, se tiene:*

$$l_{\delta\beta} = E_{t-1} \sum_t \left[ \frac{1}{2h_t^4} \frac{\partial h_t^2}{\partial \delta} \frac{\partial h_t^2}{\partial \beta'} \right] = 0,$$

*lo que implica que la estimación de  $\delta$  y  $\beta$  por separado es asintóticamente eficiente [para su demostración ver [8]]).*

Tomando en cuenta el Lema 2.1 y resultados obtenidos, se puede utilizar la siguiente estrategia para la estimación por Máxima Verosimilitud:

1. Estimar  $\beta$  por MCO en el modelo de regresión  $y_t = x'_t \beta + \varepsilon_t$  y obtener los residuos  $\hat{\varepsilon}_t$ .
2. Utilizar  $\hat{\varepsilon}_t$  para estimar el vector  $\delta$  por un algoritmo iterativo (MV).
3. Alcanzada la convergencia en la etapa anterior, utilizar  $\hat{\delta}$  para estimar el vector  $\beta$  por algoritmo interativo (MV).
4. Volver a iterar en  $\delta$  y  $\beta$  si se desea.

## 2.8. Generalización del modelo ARCH: GARCH

Una de las generalizaciones más utilizadas del modelo ARCH es el modelo con Heteroscedasticidad Condicional Autoregresivo Generalizado (GARCH) propuesto por Bollerslev en 1986 [3]. El modelo GARCH más simple es el GARCH(1,1), que se expresa como:

$$h_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \theta_1 h_{t-1}^2, \quad \text{con } \delta_0 > 0, \delta_1, \theta_1 \geq 0 \quad (2.13)$$

Para la estabilidad del modelo,  $|\theta_1| < 1$  es una condición necesaria que se debe tener presente. Bajo esta condición, el modelo GARCH(1,1) equivale a un modelo ARCH de orden infinito:

$$h_t^2 = \frac{\delta_0}{1 - \theta_1} + \frac{\delta_1}{1 - \theta_1 B} \varepsilon_{t-1}^2.$$

Si  $\rho$  es suficientemente grande, un proceso GARCH(1,1) puede aproximarse por un ARCH( $\rho$ ). En el modelo GARCH(1,1), utilizando (2.13), se obtiene:

$$E_t[h_{t+s}^2] = \delta_0 + \delta_1 E_t[\varepsilon_{t+s-1}^2] + \theta_1 E_t[h_{t+s-1}^2] = \delta_0 + (\delta_1 + \theta_1) E_t[h_{t+s-1}^2],$$

donde se puede notar que para que el proceso de varianza condicional sea estacionario, es preciso que  $|\delta_1 + \theta_1| < 1$ . En el caso de la varianza incondicional de  $\varepsilon_t$  esta dada por:

$$\sigma_t^2 = E[\varepsilon_t^2] = \frac{\delta_0}{1 - (\delta_1 + \theta_1)}.$$

El modelo GARCH( $p, q$ ) para un proceso  $\varepsilon_t$ , queda definido en (2.1) en conjunto con:

$$h_t^2 = \delta_0 + \sum_{i=1}^q \delta_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \theta_i h_{t-i}^2 = \delta_0 + \delta(B) \varepsilon_t^2 + \theta(B) h_t^2 \quad (2.14)$$

donde:  $p \geq 0, q \geq 0, \delta_0 > 0, \delta_i \geq 0$  con  $i = 1, \dots, q$ ;  $\theta_i \geq 0$ , con  $i = 1, \dots, p$  que podría reducirse a un modelo ARCH( $q$ ) cuando  $p = 0$  y a un proceso de Ruido Blanco cuando  $p = q = 0$ .

## Capítulo 3

# Caso de estudio

Un histograma de frecuencias es un instrumento muy útil para visualizar la tendencia, la acumulación, la variabilidad y la concentración en diferentes intervalos de los datos. Es importante como primera instancia para determinar si gráficamente se puede identificar alguna distribución conocida. Lo ideal en el mundo de las finanzas sería que los datos tuvieran simetría, lo cual es difícil que suceda en la realidad. De ser así, se hablaría de una distribución Normal. En muchas ocasiones, los datos no siguen un patrón que se asemeje a alguna distribución conocida y en tal caso, se pueden hacer procedimientos de bondad de ajuste para aproximar y encontrar una función  $f(x)$  que cumpla con las condiciones necesarias de adecuación del nuevo modelo.

### 3.1. Kernel

Existen métodos no paramétricos que son de gran utilidad para obtener una distribución cercana, uno de ellos es por construcción de Kernel. La idea original es bastante antigua y se remonta a los trabajos de Rosenblatt y Parzen en los años 50 y primeros 60. Los estimadores Kernel son, sin duda, los más utilizados y mejor estudiados en la teoría no paramétrica. Se definen mediante la expresión:

$$\hat{f}_n(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{t - X_i}{h}\right), \quad (3.1)$$

donde  $h$  es el parámetro de suavizado, llamado ventana o amplitud de banda que debe tender lentamente a cero cuando el número de datos tiende a infinito ( $h \rightarrow 0, n \rightarrow \infty$ ) para poder asegurar que  $\hat{f}_n(t)$  tiende a la verdadera densidad  $f$  de las variables  $X_i$  y  $K$  es una densidad prefijada llamada Kernel.

Algunos Kernels bien conocidos son:

- Kernel Triangular: Es un triángulo que se coloca sobre cada punto. Al interactuar con los otros kernels el efecto combinado es lineal pero más liso que los rectángulos.

$$K(x) = 1 - |x|, \quad x \in [-1, 1].$$

- Kernel de Epanechnikov: El Kernel más estudiado. Es un segmento de perfil de un arco de parábola que se coloca sobre cada punto.

$$K(x) = \frac{3}{4}(1 - x^2), \quad x \in [-1, 1].$$

- Kernel Normal o Gaussiano. Este Kernel es un caso especial. Para este kernel se define como intervalo el conjunto  $\mathbb{R}$ , por lo que cada kernel influye en todos los otros kernels colocados en los puntos de la muestra. La suma resultante es continua y suave.

$$K(x) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}}} \exp\left[-\frac{x^2}{2}\right], \quad x \in [-\infty, \infty].$$

Entre otros, también se pueden utilizar formas polinómicas tales como:

- Kernel Cúbico Plano: El perfil de dos segmentos de un polinomio cúbico que se conectan manteniendo continuidad hasta la segunda derivada.

$$K(x) = \frac{2}{3}(1 - |x|^3), \quad x \in [-1, 1].$$

- Kernel Cúbico Sujeto: El perfil de dos segmentos de un polinomio cúbico que se conectan manteniendo continuidad hasta la primera derivada, pero con los extremos horizontales (primera derivada nula), con el objetivo de que al combinarse con otros kernels, la interacción sea lisa.

$$K(x) = 2|x|^3 - 3x^2 + 1, \quad x \in [-1, 1].$$

Y se pueden representar como se muestra en la Figura 3.1:

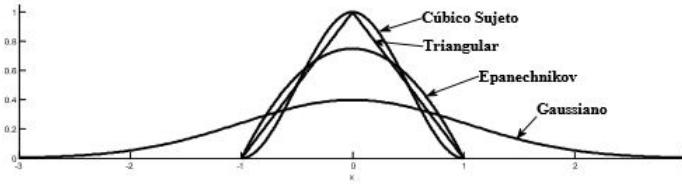


Figura 3.1: Kernels.

Para ilustrar como se obtiene el mejor estimador para la función Kernel, se toma el ejemplo de [13], es necesario aclarar que para una mejor estimación,  $n$  debe ser un número de datos superior.

Entonces los datos a tomar en cuenta son:

$$X : 1.1, 2.1, 2.3, 2.7, 3.8$$

Los datos graficados se muestran en la Figura 3.2:

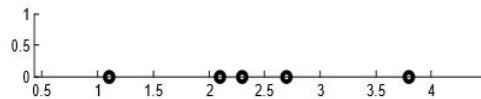


Figura 3.2: Diagrama de puntos.

En la Figura 3.3, el histograma indica que los datos parecen tener una distribución simétrica, dado que se agrupan alrededor de la clase central. Si se hiciera un ajuste de distribución tradicional como el criterio AIC, es probable que la distribución que mejor se ajustaría sea una Normal, sin embargo, no es la mejor aproximación como se verá a continuación.

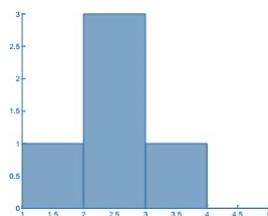


Figura 3.3: Histograma de Frecuencias.

Se elige un *Kernel Cúbico Sujeto* y en cada punto muestral se construye un polinomio para ver como se comportan las figuras, si  $h$  es muy pequeño, los Kernels están concentrados en cada punto y no interactúan con los otros como se muestra en la Figura 3.4.

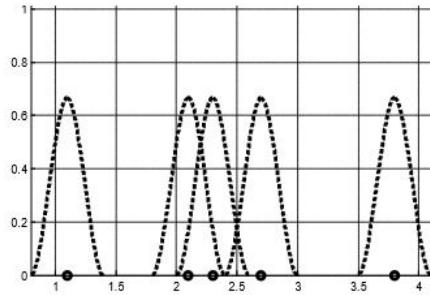


Figura 3.4: Gráfico de Kernels con  $h=0.3$

La suma es la función de densidad  $\hat{f}(X)$  y su perfil se muestran superpuesto al gráfico de los kernels en la Figura 3.5:

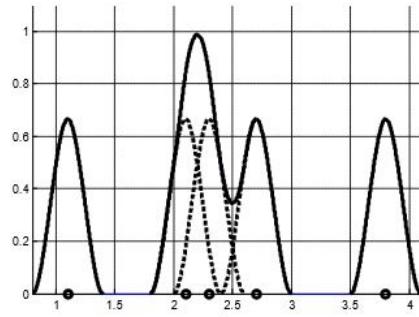
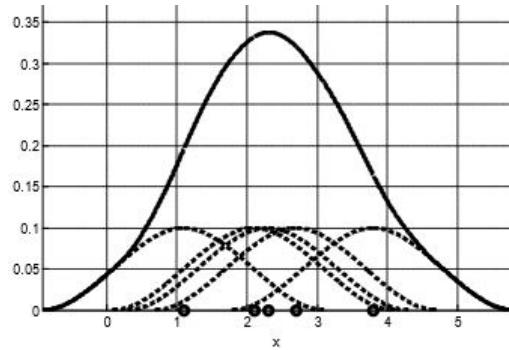
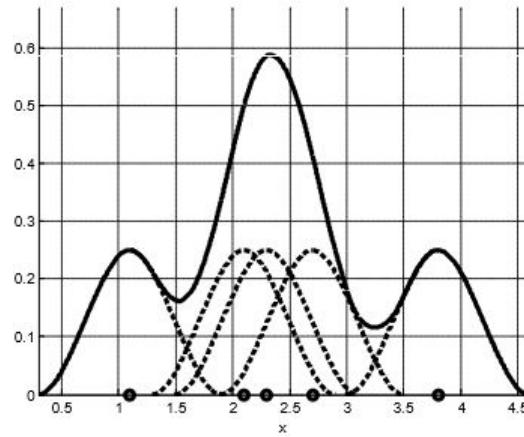


Figura 3.5: Kernels y la función de densidad  $\hat{f}(X)$  con  $h=0.3$

Si  $h$  es muy grande hay un sobre ajuste y la distribución sumada será más plana, con un cúmulo y con mayor dispersión como se muestra en la Figura 3.6.

Figura 3.6: Kernels y la función de densidad  $\hat{f}(X)$  con  $h=2$ .

Si el valor de  $h$  es adecuado, la distribución se suaviza y permite observar más detalles de la distribución de probabilidad como se muestra en la Figura 3.7.

Figura 3.7: Kernels y la función de densidad  $\hat{f}(X)$  con  $h=0.8$ 

Y se puede apreciar finalmente como un  $h$  adecuado logra un buen ajuste. Los datos tienen una buena aproximación con la distribución propuesta por generación de Kernel y se consigue una distribución acorde a los datos propuestos como se muestra en la Figura 3.8.

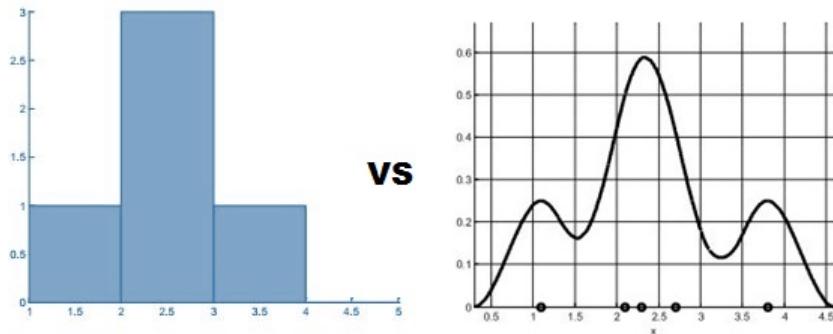


Figura 3.8: Función de densidad  $\hat{f}(X)$  con  $h=0.8$  e histograma.

Así, es posible proponer aproximaciones que permitan generar distribuciones con el mejor ajuste posible.

### 3.2. Conformación de la base de datos

Tomando datos históricos de los movimientos bursátiles al precio de cierre(USD) de la empresa Netflix, Inc. (NFLX) en NasdaqGS [14] por 3697 días que comprenden del día 23 de Mayo de 2002 hasta el día 27 de Enero de 2017 se obtiene el histograma de la Figura 3.9

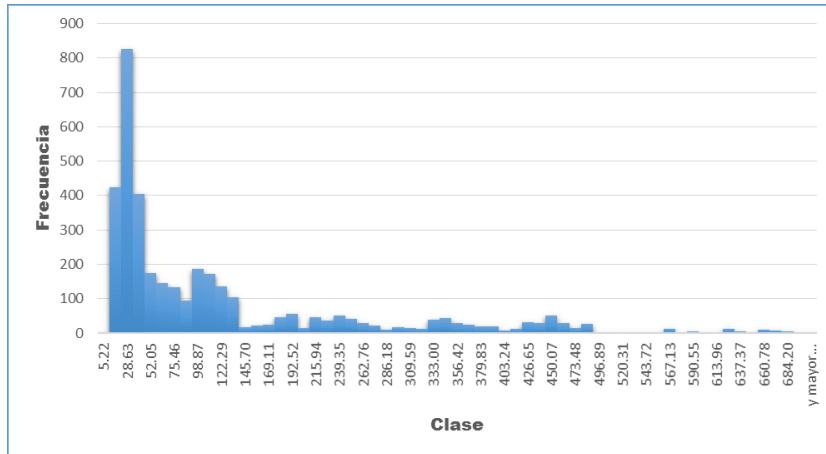
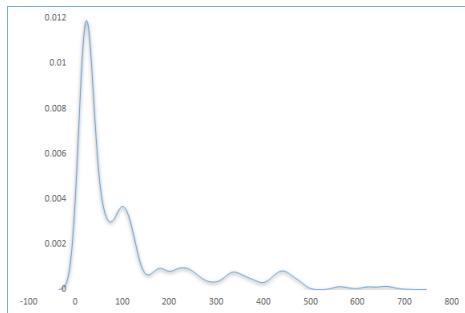


Figura 3.9: Histograma de 3697 días.

Clase	Frecuencia	Clase	Frecuencia	Clase	Frecuencia
5.22	1	251.06	41	496.89	0
16.93	425	262.76	30	508.60	0
28.63	827	274.47	21	520.31	0
40.34	405	286.18	10	532.01	0
52.05	174	297.88	16	543.72	0
63.75	145	309.59	15	555.43	1
75.46	132	321.30	12	567.13	13
87.17	94	333.00	38	578.84	3
98.87	186	344.71	44	590.55	4
110.58	173	356.42	29	602.25	0
122.29	135	368.12	25	613.96	1
133.99	105	379.83	20	625.66	11
145.70	18	391.53	19	637.37	4
157.40	22	403.24	6	649.08	2
169.11	24	414.95	12	660.78	9
180.82	46	426.65	31	672.49	8
192.52	56	438.36	29	684.20	4
204.23	14	450.07	51	695.90	0
215.94	46	461.77	30	y mayor...	2
227.64	37	473.48	15		
239.35	50	485.19	26		

Tabla 3.1: Frecuencias de precios históricos.

En el histograma de la Figura 3.9 se puede apreciar que los datos están sesgados a la izquierda y no siguen ninguna distribución conocida. Entonces se usará el método Kernel para buscar la distribución que tenga un buen ajuste a los datos como se puede apreciar en la Figura 3.10

Figura 3.10: Función  $\hat{f}(X)$  generada con Kernel.

Usando la paquetería de Microsoft Office Excel y su complemento @RISK se hace una simulación con 100,000 posibles escenarios sobre una RiskGeneral para obtener los datos de la nueva distribución generada con el Kernel y se muestran gráficamente en la Figura 3.11

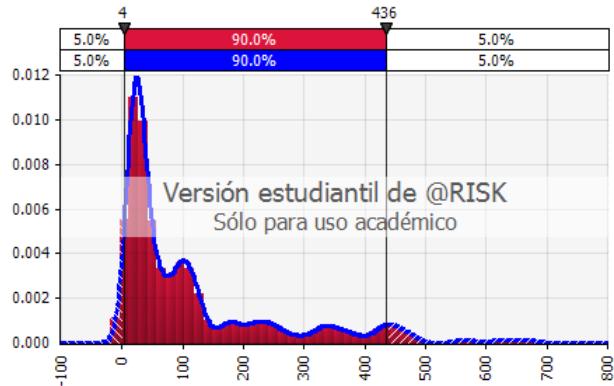


Figura 3.11: Simulación de precios reales con @RISK.

Y se grafican los datos de la simulación en un histograma para ver la distribución que siguen los valores quedando así la Figura 3.12:

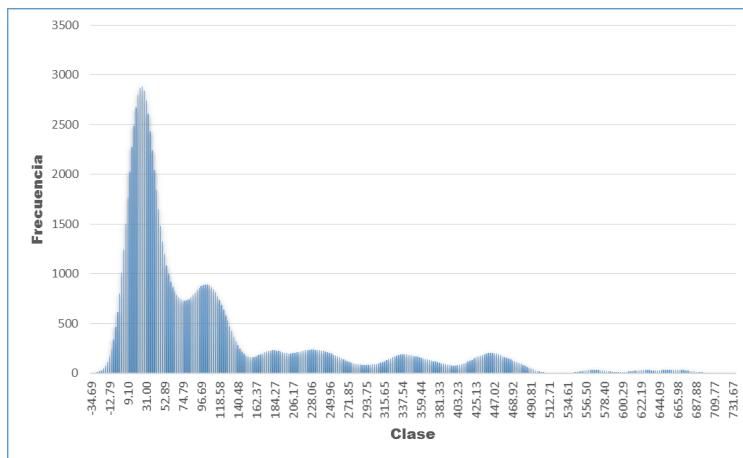


Figura 3.12: Histograma de datos Kernel.

Clase	Frecuencia	Clase	Frecuencia	Clase	Frecuencia
-34.865	0.0000	229.057	0.0010	492.979	0.0001
-31.796	0.0000	232.126	0.0010	496.048	0.0001
-28.727	0.0000	235.195	0.0010	499.117	0.0001
-25.658	0.0001	238.264	0.0009	502.186	0.0000
-22.589	0.0001	241.333	0.0009	505.255	0.0000
-19.520	0.0003	244.402	0.0009	508.324	0.0000
-16.451	0.0005	247.470	0.0009	511.392	0.0000
-13.383	0.0007	250.539	0.0008	514.461	0.0000
-10.314	0.0012	253.608	0.0008	517.530	0.0000
-7.245	0.0018	256.677	0.0007	520.599	0.0000
-4.176	0.0025	259.746	0.0007	523.668	0.0000
-1.107	0.0035	262.815	0.0006	526.737	0.0000
1.962	0.0047	265.884	0.0006	529.806	0.0000
5.031	0.0060	268.952	0.0005	532.874	0.0000
8.099	0.0074	272.021	0.0005	535.943	0.0000
11.168	0.0087	275.090	0.0004	539.012	0.0000
14.237	0.0099	278.159	0.0004	542.081	0.0000
17.306	0.0109	281.228	0.0004	545.150	0.0001
20.375	0.0116	284.297	0.0004	548.219	0.0001
23.444	0.0119	287.366	0.0003	551.288	0.0001
26.513	0.0118	290.435	0.0003	554.356	0.0001
29.581	0.0114	293.503	0.0003	557.425	0.0001
32.650	0.0106	296.572	0.0003	560.494	0.0001
35.719	0.0097	299.641	0.0003	563.563	0.0001
38.788	0.0086	302.710	0.0004	566.632	0.0001
41.857	0.0076	305.779	0.0004	569.701	0.0001
44.926	0.0066	308.848	0.0004	572.770	0.0001
47.995	0.0057	311.917	0.0005	575.838	0.0001
51.063	0.0050	314.985	0.0005	578.907	0.0001
54.132	0.0044	318.054	0.0006	581.976	0.0001
57.201	0.0040	321.123	0.0006	585.045	0.0001
60.270	0.0037	324.192	0.0007	588.114	0.0001
63.339	0.0034	327.261	0.0007	591.183	0.0001
66.408	0.0032	330.330	0.0007	594.252	0.0001
69.477	0.0031	333.399	0.0008	597.320	0.0001
72.545	0.0030	336.467	0.0008	600.389	0.0001
75.614	0.0030	339.536	0.0008	603.458	0.0001
78.683	0.0030	342.605	0.0008	606.527	0.0001
81.752	0.0031	345.674	0.0008	609.596	0.0001
84.821	0.0032	348.743	0.0007	612.665	0.0001
87.890	0.0033	351.812	0.0007	615.734	0.0001

90.959	0.0034	354.881	0.0007	618.803	0.0001
94.027	0.0036	357.949	0.0006	621.871	0.0001
97.096	0.0036	361.018	0.0006	624.940	0.0001
100.165	0.0037	364.087	0.0006	628.009	0.0001
103.234	0.0037	367.156	0.0006	631.078	0.0001
106.303	0.0036	370.225	0.0005	634.147	0.0001
109.372	0.0035	373.294	0.0005	637.216	0.0001
112.441	0.0033	376.363	0.0005	640.285	0.0001
115.510	0.0031	379.431	0.0004	643.353	0.0001
118.578	0.0029	382.500	0.0004	646.422	0.0001
121.647	0.0027	385.569	0.0004	649.491	0.0001
124.716	0.0024	388.638	0.0004	652.560	0.0001
127.785	0.0021	391.707	0.0003	655.629	0.0001
130.854	0.0018	394.776	0.0003	658.698	0.0002
133.923	0.0016	397.845	0.0003	661.767	0.0002
136.992	0.0013	400.913	0.0003	664.835	0.0001
140.060	0.0011	403.982	0.0003	667.904	0.0001
143.129	0.0009	407.051	0.0004	670.973	0.0001
146.198	0.0008	410.120	0.0004	674.042	0.0001
149.267	0.0007	413.189	0.0005	677.111	0.0001
152.336	0.0007	416.258	0.0005	680.180	0.0001
155.405	0.0007	419.327	0.0006	683.249	0.0001
158.474	0.0007	422.395	0.0006	686.317	0.0001
161.542	0.0007	425.464	0.0007	689.386	0.0000
164.611	0.0008	428.533	0.0007	692.455	0.0000
167.680	0.0008	431.602	0.0008	695.524	0.0000
170.749	0.0009	434.671	0.0008	698.593	0.0000
173.818	0.0009	437.740	0.0008	701.662	0.0000
176.887	0.0009	440.809	0.0008	704.731	0.0000
179.956	0.0009	443.878	0.0008	707.799	0.0000
183.024	0.0009	446.946	0.0008	710.868	0.0000
186.093	0.0009	450.015	0.0008	713.937	0.0000
189.162	0.0009	453.084	0.0007	717.006	0.0000
192.231	0.0009	456.153	0.0007	720.075	0.0000
195.300	0.0008	459.222	0.0007	723.144	0.0000
198.369	0.0008	462.291	0.0006	726.213	0.0000
201.438	0.0008	465.360	0.0006	729.281	0.0000
204.506	0.0008	468.428	0.0005	732.350	0.0000
207.575	0.0008	471.497	0.0005	735.419	0.0000
210.644	0.0009	474.566	0.0004	738.488	0.0000
213.713	0.0009	477.635	0.0004	741.557	0.0000
216.782	0.0009	480.704	0.0003	744.626	0.0000
219.851	0.0009	483.773	0.0003	747.695	0.0000

222.920	0.0010	486.842	0.0002		
225.988	0.0010	489.910	0.0002		

Tabla 3.2: Frecuencias de la Función Kernel de precios históricos.

Los datos generados con la función Kernel tienen un buen ajuste al histograma de frecuencias de los precios reales como se puede ver en la Figura 3.13

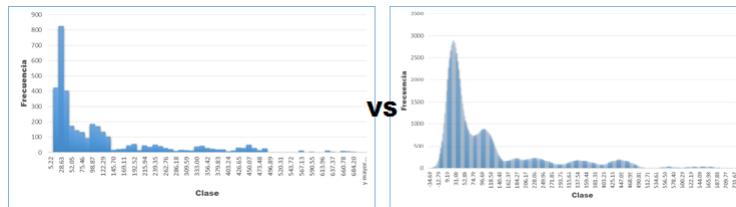


Figura 3.13: Histograma de datos reales vs Histograma simulado.

Los datos no tienen secuencia continua en cuanto al tiempo porque la acción no cotiza en fines de semana y días feriados en EUA, así que existen 1667 datos que no existen. Se usará el método Kernel para determinar el precio que podría tener cada uno de esos días dependiendo de la tendencia de los datos anteriores y posteriores. Así se programó una función que usará el valor al precio de cierre del día anterior y el siguiente día cotizado y tomará un valor aleatorio entre los precios al cierre antes mencionados de los datos de la función Kernel obteniendo entonces los 5364 días comprendidos del día 23 de Mayo de 2002 hasta el día 27 de Enero de 2017 y se obtiene el histograma de la Figura 3.14

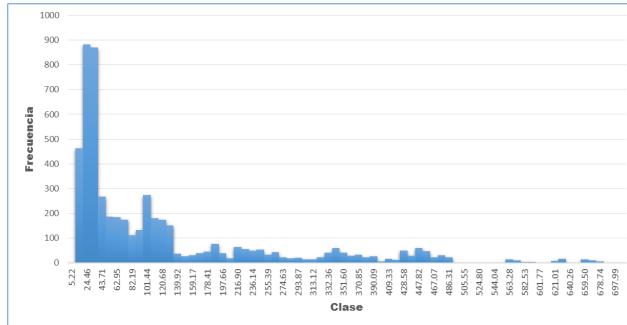


Figura 3.14: Histograma de 5364 días.

Clase	Frecuencia	Clase	Frecuencia	Clase	Frecuencia
5.22	1	245.76	54	486.31	21
14.84	462	255.39	32	495.93	0
24.46	882	265.01	43	505.55	0
34.09	870	274.63	21	515.17	0
43.71	267	284.25	18	524.80	0
53.33	186	293.87	19	534.42	0
62.95	184	303.50	13	544.04	0
72.57	173	313.12	14	553.66	0
82.19	111	322.74	23	563.28	13
91.82	133	332.36	41	572.91	9
101.44	274	341.98	59	582.53	3
111.06	181	351.60	40	592.15	4
120.68	174	361.23	29	601.77	0
130.30	150	370.85	32	611.39	0
139.92	36	380.47	21	621.01	8
149.55	26	390.09	27	630.64	16
159.17	30	399.71	6	640.26	1
168.79	38	409.33	16	649.88	2
178.41	45	418.96	12	659.50	13
188.03	76	428.58	48	669.12	10
197.66	39	438.20	28	678.74	5
207.28	18	447.82	59	688.37	2
216.90	64	457.44	47	697.99	2
226.52	55	467.07	21	y mayor...	2
236.14	49	476.69	30		

Tabla 3.3: Frecuencias de datos completos

Usando nuevamente el método Kernel con los datos agregados, se genera la Figura 3.15 que es una distribución muy similar a la Figura 3.10.

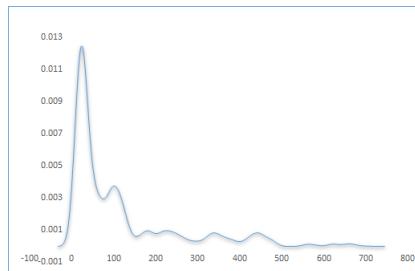


Figura 3.15: Función generada con Kernel.

Y se hace una simulación en @Risk sobre una RiskGeneral con 100,000 iteraciones para generar los valores del Kernel obteniendo así la Figura 3.16.

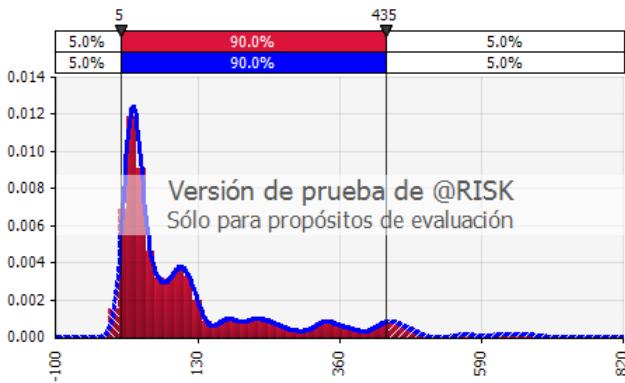


Figura 3.16: Simulación de precios completos en @Risk.

Y se grafican los datos de la simulación en un nuevo histograma para visualizar la nueva distribución conformada por los datos generados obteniendo la Figura 3.17

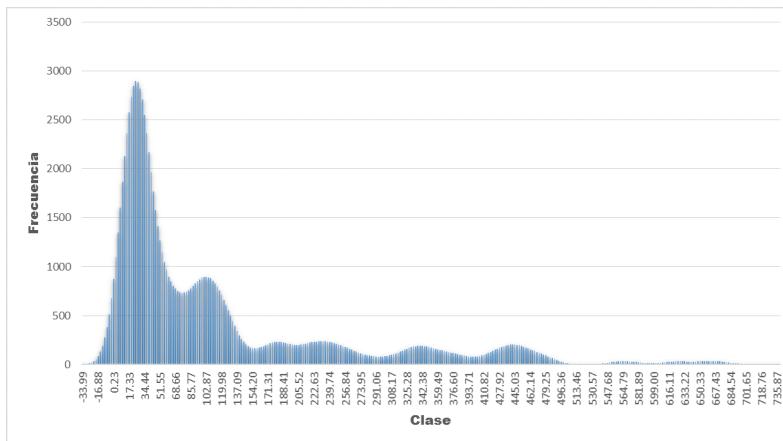


Figura 3.17: Histograma de simulación en @Risk.

Clase	Frecuencia	Clase	Frecuencia	Clase	Frecuencia
-31.908	0.0000	230.020	0.0010	491.948	0.0001
-28.863	0.0000	233.065	0.0010	494.993	0.0001
-25.817	0.0000	236.111	0.0009	498.039	0.0001
-22.771	0.0001	239.157	0.0009	501.085	0.0000
-19.726	0.0002	242.202	0.0009	504.130	0.0000
-16.680	0.0003	245.248	0.0009	507.176	0.0000
-13.634	0.0005	248.294	0.0008	510.222	0.0000
-10.589	0.0009	251.339	0.0008	513.267	0.0000
-7.543	0.0014	254.385	0.0007	516.313	0.0000
-4.497	0.0022	257.431	0.0007	519.359	0.0000
-1.452	0.0031	260.476	0.0006	522.404	0.0000
1.594	0.0043	263.522	0.0006	525.450	0.0000
4.640	0.0057	266.568	0.0006	528.496	0.0000
7.685	0.0072	269.613	0.0005	531.541	0.0000
10.731	0.0087	272.659	0.0005	534.587	0.0000
13.777	0.0101	275.705	0.0004	537.633	0.0000
16.822	0.0112	278.750	0.0004	540.678	0.0000
19.868	0.0120	281.796	0.0004	543.724	0.0000
22.914	0.0124	284.842	0.0004	546.770	0.0001
25.959	0.0124	287.887	0.0003	549.815	0.0001
29.005	0.0119	290.933	0.0003	552.861	0.0001
32.051	0.0111	293.979	0.0003	555.907	0.0001
35.096	0.0100	297.024	0.0003	558.952	0.0001
38.142	0.0089	300.070	0.0003	561.998	0.0001
41.188	0.0077	303.116	0.0003	565.044	0.0001
44.233	0.0066	306.161	0.0004	568.089	0.0001
47.279	0.0057	309.207	0.0004	571.135	0.0001
50.325	0.0050	312.253	0.0004	574.181	0.0001
53.370	0.0044	315.298	0.0005	577.226	0.0001
56.416	0.0040	318.344	0.0005	580.272	0.0001
59.462	0.0036	321.390	0.0006	583.318	0.0001
62.507	0.0034	324.435	0.0007	586.363	0.0001
65.553	0.0032	327.481	0.0007	589.409	0.0001
68.599	0.0031	330.527	0.0008	592.455	0.0000
71.644	0.0030	333.572	0.0008	595.500	0.0000
74.690	0.0029	336.618	0.0008	598.546	0.0001
77.736	0.0030	339.664	0.0008	601.592	0.0001
80.781	0.0030	342.709	0.0008	604.637	0.0001
83.827	0.0031	345.755	0.0008	607.683	0.0001
86.873	0.0033	348.801	0.0008	610.729	0.0001
89.918	0.0034	351.846	0.0007	613.774	0.0001
92.964	0.0036	354.892	0.0007	616.820	0.0001

96.010	0.0037	357.938	0.0007	619.866	0.0001
99.056	0.0037	360.984	0.0006	622.912	0.0001
102.101	0.0038	364.029	0.0006	625.957	0.0001
105.147	0.0037	367.075	0.0006	629.003	0.0001
108.193	0.0036	370.121	0.0005	632.049	0.0001
111.238	0.0035	373.166	0.0005	635.094	0.0001
114.284	0.0033	376.212	0.0005	638.140	0.0001
117.330	0.0031	379.258	0.0004	641.186	0.0001
120.375	0.0028	382.303	0.0004	644.231	0.0001
123.421	0.0025	385.349	0.0004	647.277	0.0001
126.467	0.0022	388.395	0.0004	650.323	0.0001
129.512	0.0019	391.440	0.0003	653.368	0.0001
132.558	0.0016	394.486	0.0003	656.414	0.0002
135.604	0.0014	397.532	0.0003	659.460	0.0002
138.649	0.0011	400.577	0.0003	662.505	0.0002
141.695	0.0009	403.623	0.0003	665.551	0.0001
144.741	0.0008	406.669	0.0003	668.597	0.0001
147.786	0.0007	409.714	0.0004	671.642	0.0001
150.832	0.0006	412.760	0.0004	674.688	0.0001
153.878	0.0006	415.806	0.0005	677.734	0.0001
156.923	0.0006	418.851	0.0005	680.779	0.0001
159.969	0.0007	421.897	0.0006	683.825	0.0001
163.015	0.0007	424.943	0.0007	686.871	0.0001
166.060	0.0008	427.988	0.0007	689.916	0.0000
169.106	0.0008	431.034	0.0008	692.962	0.0000
172.152	0.0009	434.080	0.0008	696.008	0.0000
175.197	0.0009	437.125	0.0008	699.053	0.0000
178.243	0.0010	440.171	0.0008	702.099	0.0000
181.289	0.0010	443.217	0.0008	705.145	0.0000
184.334	0.0010	446.262	0.0008	708.190	0.0000
187.380	0.0009	449.308	0.0008	711.236	0.0000
190.426	0.0009	452.354	0.0008	714.282	0.0000
193.471	0.0008	455.399	0.0007	717.327	0.0000
196.517	0.0008	458.445	0.0007	720.373	0.0000
199.563	0.0008	461.491	0.0006	723.419	0.0000
202.608	0.0008	464.536	0.0006	726.464	0.0000
205.654	0.0008	467.582	0.0005	729.510	0.0000
208.700	0.0008	470.628	0.0005	732.556	0.0000
211.745	0.0009	473.673	0.0004	735.601	0.0000
214.791	0.0009	476.719	0.0004	738.647	0.0000
217.837	0.0009	479.765	0.0004	741.693	0.0000
220.882	0.0010	482.810	0.0003	744.738	0.0000
223.928	0.0010	485.856	0.0002		

226.974	0.0010	488.902	0.0002		
---------	--------	---------	--------	--	--

Tabla 3.4: Frecuencias de la Función Kernel de los datos completos.

Se puede notar que entre la Figura 3.12 y 3.17 gráficamente no existe diferencia, es decir, los datos agregados con la función Kernel no representan una alteración importante de los días cotizados.

### 3.3. Identificación del modelo ajustado

Así, los precios al cierre ya tienen secuencia continua de un periodo de tiempo equidistante, es decir, los precios tienen un día de diferencia.

Con el uso de @Risk, la tendencia de los datos se aprecia en la Figura 3.18.

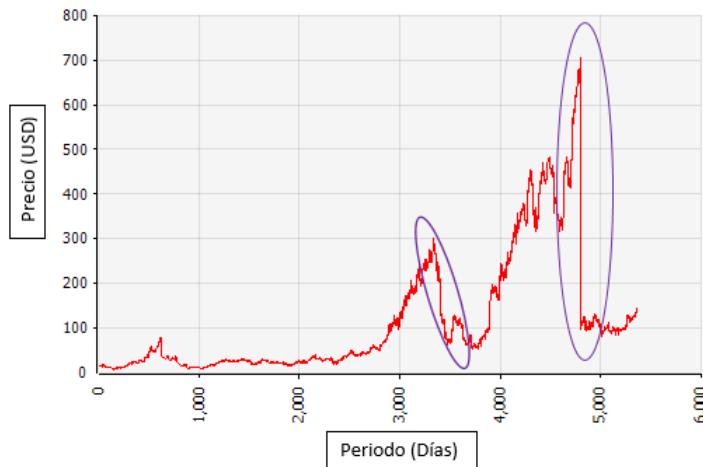


Figura 3.18: Tendencia de los precios al cierre.

Se puede notar que tiene un periodo de tiempo en que pareciera que no tiene cambios sustanciales en los precios, sin embargo, se pueden notar 2 variaciones notables en los cambios de precio. La primera fue en julio de 2011 y se debió a una mala decisión por parte de la empresa al intentar revolucionar el mercado de streaming mientras que la segunda en julio de 2015 fue un reajuste estratégico en el precio de las acciones cotizadas de Nasdaq. (Información adicional Apéndice C)

En la Figura 3.19 se puede notar que ACF desciende de manera gradual mientras que PACF es significante en los primeros retardos.

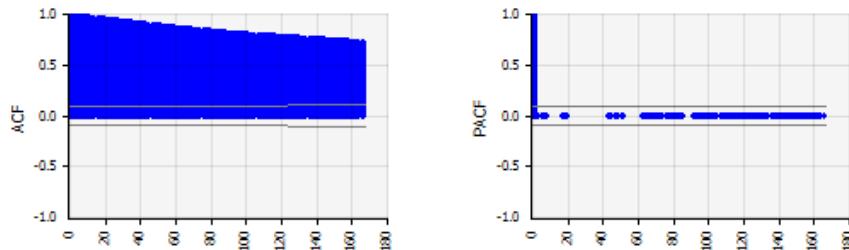


Figura 3.19: Correlograma de precios al cierre.

Entonces se hace una transformación en primeras diferencias y ahora la tendencia de los precios se muestra en la Figura 3.20. Cabe destacar que la gráfica muestra un dato atípico de alrededor de 600 unidades que en la Figura 3.18 representa un cambio de estrategia en la empresa.

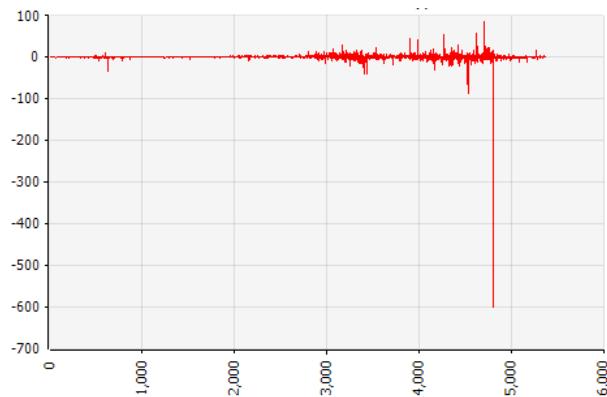


Figura 3.20: Primeras diferencias de precios al cierre.

Aunado con la Figura 3.21, el PACF muestra una autocorrelación significante en los primeros retardos.

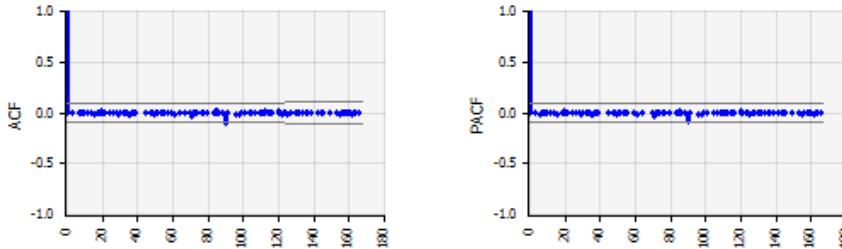


Figura 3.21: Correlograma en Primeras diferencias.

Haciendo una regresión lineal a los precios, el modelo que mejor se ajusta a los datos, según el criterio AIC, es un GARCH(1,1) y se muestra en la Figura 3.22.

Ajustar	AIC
GARCH(1,1)	26864.9976
ARCH(1)	39005.7353
MA(1)	39024.3574
AR(1)	39027.7074
AR(2)	39028.5436
ARMA(1,1)	39123.9716
GBM	N/A
GBM/D	N/A
BMMR	N/A
BMMR/D	N/A
MA(2)	N/A

Figura 3.22: Ajuste del mejor modelo.

### 3.4. Pronóstico de Netflix

La gráfica de la regresión lineal en la Figura 3.23 muestra la trayectoria de los precios al cierre y una predicción a 6 meses a partir del 30 de enero de 2017 que se aprecia mejor en la Figura 3.26.

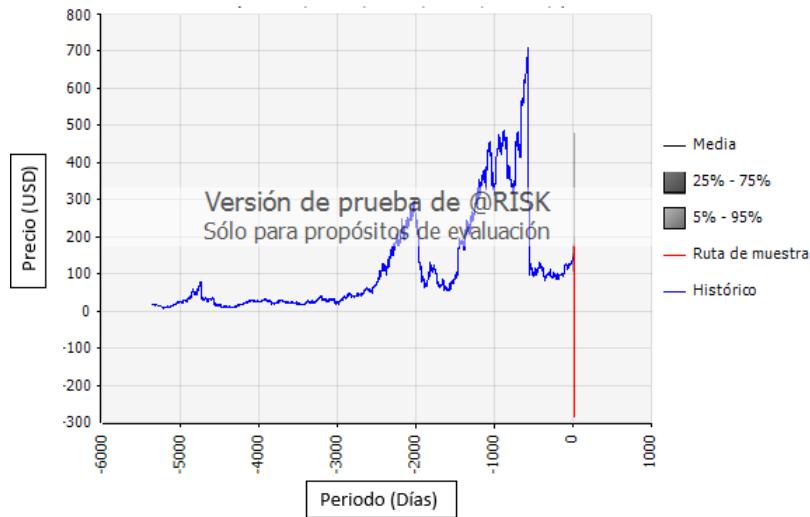


Figura 3.23: Predicción de precios

Los resultados de los precios al cierre de los próximos 6 meses se encuentran en la Tabla:

Valores Predichos					
Fecha	Precio	Fecha	Precio	Fecha	Precio
30/01/2017	145.3752	01/04/2017	138.3612	01/06/2017	148.7996
31/01/2017	148.3796	02/04/2017	144.2337	02/06/2017	140.4471
01/02/2017	139.5868	03/04/2017	138.1138	03/06/2017	142.2188
02/02/2017	141.9140	04/04/2017	141.6124	04/06/2017	140.2419
03/02/2017	137.1640	05/04/2017	136.4972	05/06/2017	141.8492
04/02/2017	141.7375	06/04/2017	140.3273	06/06/2017	147.9215
05/02/2017	145.4883	07/04/2017	141.1773	07/06/2017	143.4163
06/02/2017	139.5019	08/04/2017	143.2410	08/06/2017	136.6540
07/02/2017	140.8183	09/04/2017	142.1624	09/06/2017	146.1914
08/02/2017	142.6540	10/04/2017	137.9808	10/06/2017	144.8218
09/02/2017	141.0241	11/04/2017	142.8976	11/06/2017	145.2366
10/02/2017	144.2200	12/04/2017	145.4264	12/06/2017	144.7616
11/02/2017	142.9052	13/04/2017	145.5477	13/06/2017	145.6949
12/02/2017	142.8188	14/04/2017	143.6912	14/06/2017	146.2570
13/02/2017	140.3278	15/04/2017	140.0859	15/06/2017	137.2498
14/02/2017	142.3567	16/04/2017	144.3588	16/06/2017	134.5798
15/02/2017	147.1505	17/04/2017	141.1754	17/06/2017	139.9711
16/02/2017	147.5293	18/04/2017	145.1544	18/06/2017	146.3283
17/02/2017	138.8147	19/04/2017	140.8024	19/06/2017	143.7373

18/02/2017	143.9605	20/04/2017	144.8760	20/06/2017	143.0482
19/02/2017	143.0741	21/04/2017	140.1968	21/06/2017	148.2622
20/02/2017	134.3930	22/04/2017	146.1480	22/06/2017	137.6329
21/02/2017	140.1673	23/04/2017	145.7219	23/06/2017	143.8201
22/02/2017	145.6020	24/04/2017	141.5102	24/06/2017	145.7689
23/02/2017	138.3523	25/04/2017	143.1321	25/06/2017	140.0293
24/02/2017	145.0987	26/04/2017	145.7709	26/06/2017	138.7054
25/02/2017	144.7835	27/04/2017	138.6645	27/06/2017	145.8013
26/02/2017	148.5636	28/04/2017	139.1200	28/06/2017	138.3497
27/02/2017	146.6327	29/04/2017	145.3577	29/06/2017	142.1708
28/02/2017	137.4059	30/04/2017	141.8009	30/06/2017	137.0189
01/03/2017	146.8401	01/05/2017	147.0478	01/07/2017	145.1317
02/03/2017	138.0377	02/05/2017	142.3893	02/07/2017	142.8940
03/03/2017	145.2921	03/05/2017	148.9175	03/07/2017	145.0338
04/03/2017	132.9363	04/05/2017	142.9817	04/07/2017	141.2289
05/03/2017	146.1703	05/05/2017	132.1331	05/07/2017	148.7237
06/03/2017	140.4005	06/05/2017	143.6028	06/07/2017	140.8747
07/03/2017	144.1703	07/05/2017	145.2410	07/07/2017	141.1664
08/03/2017	148.8441	08/05/2017	143.7619	08/07/2017	146.4414
09/03/2017	135.7691	09/05/2017	143.4928	09/07/2017	139.3686
10/03/2017	143.5689	10/05/2017	137.9852	10/07/2017	142.0442
11/03/2017	134.5890	11/05/2017	136.5008	11/07/2017	146.1098
12/03/2017	138.0441	12/05/2017	148.1716	12/07/2017	138.3273
13/03/2017	146.8279	13/05/2017	142.3605	13/07/2017	144.0606
14/03/2017	144.1226	14/05/2017	148.1665	14/07/2017	144.3392
15/03/2017	134.9511	15/05/2017	138.7075	15/07/2017	142.4762
16/03/2017	142.9392	16/05/2017	140.6589	16/07/2017	140.0686
17/03/2017	142.9067	17/05/2017	142.4497	17/07/2017	138.0322
18/03/2017	143.0587	18/05/2017	143.4912	18/07/2017	144.3396
19/03/2017	146.4242	19/05/2017	140.0756	19/07/2017	146.6772
20/03/2017	138.2072	20/05/2017	142.2823	20/07/2017	143.2190
21/03/2017	142.0474	21/05/2017	140.5550	21/07/2017	135.4667
22/03/2017	147.7124	22/05/2017	143.6250	22/07/2017	144.8096
23/03/2017	146.3006	23/05/2017	140.6856	23/07/2017	143.1036
24/03/2017	137.8606	24/05/2017	141.0082	24/07/2017	134.2362
25/03/2017	150.0463	25/05/2017	142.4882	25/07/2017	144.5741
26/03/2017	142.4126	26/05/2017	144.2725	26/07/2017	143.7792
27/03/2017	142.9929	27/05/2017	148.3056	27/07/2017	145.2795
28/03/2017	145.1404	28/05/2017	142.4272	28/07/2017	140.5749
29/03/2017	150.1164	29/05/2017	138.0942	29/07/2017	138.3858
30/03/2017	138.3067	30/05/2017	138.0567		
31/03/2017	139.8081	31/05/2017	138.2257		

Tabla 3.5: Precios al cierre pronosticados.

Gráficamente, en la Figura 3.26, la tendencia de los datos predichos parece tener un comportamiento con una variación no muy alta, es decir, tendrá en esencia variabilidad estable.

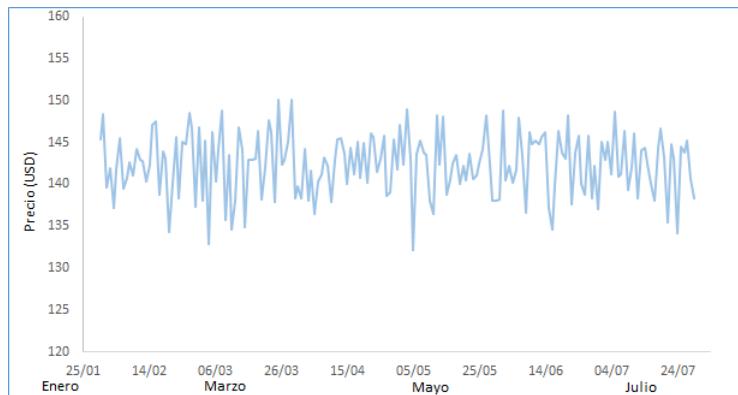


Figura 3.24: Tendencia a 6 meses.

La comparación de los precios reales de la cotización del precio de cierre con la predicción hecha con @Risk, se muestra en la Tabla 3.6.

Fecha	Precio Real	Precio Predicho
30/01/2017	141.2200	145.3752
31/01/2017	140.7100	148.3796
01/02/2017	140.7800	139.5868
02/02/2017	139.2000	141.9140
03/02/2017	140.2500	137.1640
06/02/2017	140.9700	141.7375
07/02/2017	144.0000	145.4883
08/02/2017	144.7400	139.5019
09/02/2017	144.1400	140.8183
10/02/2017	144.8200	142.6540
13/02/2017	143.2000	141.0241
14/02/2017	140.8200	144.2200
15/02/2017	142.2700	142.9052
16/02/2017	142.0100	142.8188
17/02/2017	142.2200	140.3278
21/02/2017	142.6000	142.3567
22/02/2017	143.8600	147.1505
23/02/2017	142.7800	147.5293
24/02/2017	143.2500	138.8147
27/02/2017	143.4100	143.9605

28/02/2017	142.1300	143.0741
01/03/2017	142.6500	134.3930

Tabla 3.6: Comparación de Precios.

En la Figura 3.25 se pueden apreciar visualmente las diferencias de los precios estimados con los precios predichos.

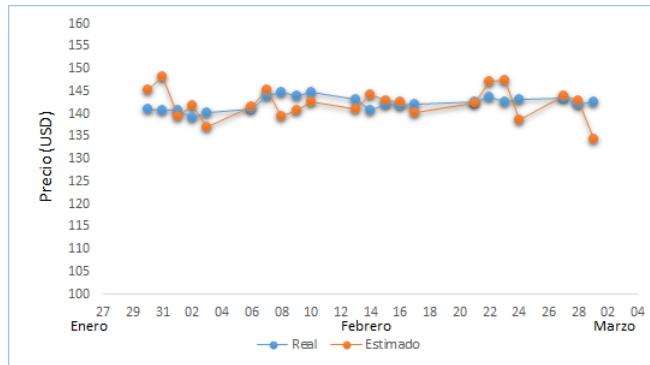


Figura 3.25: Comparación de precios al cierre.

Las diferencias absolutas entre el precio real y el estimado se muestran en la Tabla 3.7

Fecha	Diferencia absoluta
30/01/2017	4.155227911
31/01/2017	7.669544741
01/02/2017	1.193198684
02/02/2017	2.713996263
03/02/2017	3.085951947
06/02/2017	0.767528685
07/02/2017	1.488261898
08/02/2017	5.238057693
09/02/2017	3.321694503
10/02/2017	2.166041736
13/02/2017	2.175857927
14/02/2017	3.399977452
15/02/2017	0.635163507
16/02/2017	0.808843113
17/02/2017	1.892226407
21/02/2017	0.243305733
22/02/2017	3.290541209
23/02/2017	4.749262866

24/02/2017	4.435285597
27/02/2017	0.550447458
28/02/2017	0.944102621
01/03/2017	8.256986334

Tabla 3.7: Diferencias absolutas

Se puede notar que la variación es diversa, desde la discrepancia mínima de 0.2433 hasta un máximo de 8.2569 y tiene un promedio 2.87 USD.

Al tomar las diferencias absolutas del precio real y el precio estimado que se encuentran en la Tabla 3.7 y compararlas con respecto a su promedio, se puede notar que existen variaciones que van desde 5.38 hasta 0.15 USD.

Diferencia absoluta	Promedio de diferencias absolutas	Diferencia
4.15523	2.87189	1.28334
7.66954	2.87189	4.79766
1.19320	2.87189	1.67869
2.71400	2.87189	0.15789
3.08595	2.87189	0.21407
0.76753	2.87189	2.10436
1.48826	2.87189	1.38362
5.23806	2.87189	2.36617
3.32169	2.87189	0.44981
2.16604	2.87189	0.70584
2.17586	2.87189	0.69603
3.39998	2.87189	0.52809
0.63516	2.87189	2.23672
0.80884	2.87189	2.06304
1.89223	2.87189	0.97966
0.24331	2.87189	2.62858
3.29054	2.87189	0.41865
4.74926	2.87189	1.87738
4.43529	2.87189	1.56340
0.55045	2.87189	2.32144
0.94410	2.87189	1.92778
8.25699	2.87189	5.38510

Tabla 3.8: Diferencia

Las diferencias de la Tabla, se pueden observar en la Figura 3.26.

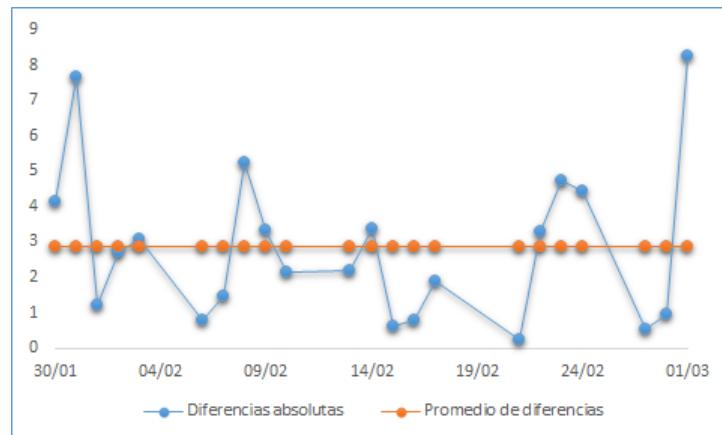


Figura 3.26: Diferencias

# Resultados y Conclusiones

El presente trabajo dió a conocer la teoría para la estimación de los modelos ARCH y GARCH y una aplicación para comprobar que el pronóstico, utilizando alguno de los modelos, tiene buenos resultados cuando la serie financiera tiene volatilidad.

Aunque los modelos ARCH se pueden usar para predecir el comportamiento de los precios futuros con volatilidad, no se utilizan con frecuencia debido a las características específicas que requiere.

Los modelos GARCH son ideales cuando la serie financiera presenta volatilidad, ya que no sólo toman en cuenta los períodos anteriores de cotización sino que además se basan en las variaciones de los mismos períodos.

Por la naturaleza de los datos, el mejor modelo ajustado a los precios al cierre de la empresa Netflix, Inc. fue un GARCH(1,1). Al hacer una predicción y comparar los precios desde el 30 de enero de 2017 hasta el 01 de marzo de 2017, los precios estimados y los reales, no presentan diferencias significativas.

El método Kernel es una herramienta de gran utilidad para generar datos faltantes que no es posible obtener en la fuente original. La distribución que se origina a partir de los datos reales tiene en esencia buen ajuste lo que permitió que la predicción de la serie de tiempo tuviera buenos resultados.

Los precios al cierre de la empresa Netflix, Inc. tienden a tener un comportamiento de tendencia sin mucha variación en los siguientes 6 meses como se muestra en la Figura 3.26.

Los cambios estratégicos en la empresa afectan directamente el precio de las acciones, de tal forma que pueden ocasionar alteraciones que parecen ser trascendentales e importantes cuando en realidad no lo son como se puede ver en el Apéndice C.

En general, Netflix es una buena empresa para invertir ya que en los últimos años ha demostrado que tiene gran potencial y seguirá teniendo grandes oportunidades de crecimiento mientras que sus malas decisiones corporativas no interfieran demasiado.

# Apéndice A

## Conceptos Complementarios

**Definición A.1.** Si  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_s$  son valores propios (reales o complejos) de una matriz  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , entonces su radio espectral  $\rho(A)$  se define como:

$$\rho(A) := \max_i (|\lambda_i|)$$

**Teorema A.1.** Si  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  es una matriz de valores complejos, con radio espectral  $\rho(A)$ , entonces:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} A^k = 0 \Leftrightarrow \rho(A) < 1$$

*Demostración.*  $\Rightarrow)$  Para un vector propio  $\nu$  con valor propio  $\lambda$  se cumple que  $A^k \nu = \lambda^k \nu$ .

Entonces:

$$\begin{aligned} 0 &= \lim_{k \rightarrow \infty} A^k \\ 0 &= \left( \lim_{k \rightarrow \infty} A^k \right) \nu \\ 0 &= \lim_{k \rightarrow \infty} A^k \nu \\ 0 &= \lim_{k \rightarrow \infty} \lambda^k \nu \\ 0 &= \nu \left( \lim_{k \rightarrow \infty} \lambda^k \right) \end{aligned}$$

Pero  $\nu \neq 0$  por ser vector propio, entonces  $\lim_{k \rightarrow \infty} \lambda^k = 0$  lo que implica que  $|\lambda| < 1$  para cualquier valor propio, se puede concluir que  $\rho(A) < 1$ .

$\Leftarrow$

Por la forma canónica de Jordan se sabe que para cualquier matriz de valores complejos  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ , cualquier matriz no angular  $\nu \in \mathbb{C}^{n \times n}$  y cualquier matriz diagonal a bloques  $J \in \mathbb{C}^{n \times n}$  existen así

$$A = \nu J \nu^{-1}$$

con

$$J = \begin{bmatrix} J_{m_1}(\lambda_1) & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & J_{m_2}(\lambda_2) & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & J_{m_{s-1}}(\lambda_{s-1}) & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & J_{m_s}(\lambda_s) \end{bmatrix}$$

donde:

$$J_{mi}(\lambda_i) = \begin{bmatrix} \lambda_i & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_i & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_i & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_i \end{bmatrix}$$

con  $1 \leq i \leq s$

Entonces:

$$A^k = \nu J^k \nu^{-1}$$

Donde  $J$  es la diagonal a bloques

$$J = \begin{bmatrix} J_{m_1}^k(\lambda_1) & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & J_{m_2}^k(\lambda_2) & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & & & & & \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & J_{m_{s-1}}^k(\lambda_{s-1}) & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & J_{m_s}^k(\lambda_s) \end{bmatrix}$$

Donde cada bloque de Jordan de  $m_i \times m_i$  se ve de la forma:

$$J_{mi}^k(\lambda_i) = \begin{bmatrix} \lambda_i^k & \binom{k}{1}\lambda_i^{k-1} & \binom{k}{2}\lambda_i^{k-2} & \cdots & \binom{k}{m_{i-1}}\lambda_i^{k-m_i+1} \\ 0 & \lambda_i^k & \binom{k}{1}\lambda_i^{k-1} & \cdots & \binom{k}{m_{i-2}}\lambda_i^{k-m_i+2} \\ \vdots & & \ddots & & \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_i^k & \binom{k}{1}\lambda_i^{k-1} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \lambda_i^k \end{bmatrix}$$

Dado que  $\rho(A) < 1 \Rightarrow |\lambda_i| < 1 \forall i$ , entonces  $\lim_{k \rightarrow \infty} J_{mi}^k = 0 \forall i$

Lo que implica que  $\lim_{k \rightarrow \infty} J^k = 0$ .

En consecuencia  $\lim_{k \rightarrow \infty} A^k = \lim_{k \rightarrow \infty} \nu J^k \nu^{-1} = \nu (\lim_{k \rightarrow \infty} J^k \nu^{-1}) = 0$

Para toda norma matricial  $\|\cdot\|$  se tiene que:

$$\rho(A) = \lim_{k \rightarrow \infty} \|A^k\| Y_k \quad (\text{Fórmula de Gelfard})$$

$\therefore \rho(A)$  es el ínfimo de todas las normas inducidas de  $A$ .  $\square$

**Teorema A.2.** *La serie geométrica  $\sum_{i=0}^{\infty} \alpha r^n$  converge a la suma  $\frac{\alpha}{1-r}$  si  $|r| < 1$ , y diverge si  $|r| \geq 1$ .*

*Demostración.* Para ver demostración consultar [10]  $\square$

Tomando en cuenta el Teorema A.2, se puede observar una relación a nivel matricial como sigue:

**Proposición A.1.** *Si la serie numérica  $\sum_{j=0}^{\infty} \|A_j\|$  converge para alguna norma de matriz, también converge la serie matricial  $\sum_{j=0}^{\infty} A_j$*

*Demostración.* Para  $\epsilon > 0$  un número real existe  $N > 0$  tal que si  $p, q \geq N$  entonces  $\|S_p - S_q\| < \epsilon$ , entonces demuestra que la sucesión  $\{S_n\}$  de sumas parciales es una sucesión de Cauchy y como el espacio es completo,  $\{S_n\}$  converge.

Basta con probar que  $\|S_p - S_q\| < \epsilon$  si  $\sum_{j=0}^{\infty} \|A_j\|$  converge.

$$\|S_p - S_q\| = \left\| \sum_{j=p+1}^q A_j \right\| \leq \sum_{j=p+1}^q \|A_j\| = \left| \sum_{j=0}^p \|A_j\| - \sum_{j=0}^q \|A_j\| \right|$$

Pero como  $\sum_{j=0}^{\infty} \|A_j\|$  converge, existe  $N > 0$  tal que si  $p, q \geq N$ , entonces

$$\left| \sum_{j=0}^p \|A_j\| - \sum_{j=0}^q \|A_j\| \right| < \epsilon$$

$\therefore$  La serie matricial converge.  $\square$

**Proposición A.2.** *Si  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  y  $\rho(A) < 1$  entonces  $I_n - A$  es invertible, en tal caso  $(I_n - A)^{-1} = \sum_{j=0}^{\infty} A^j$ .*

*Demostración.* Sea  $B = \sum_{j=0}^{\infty} A^j$  y sea  $S_k = \sum_{j=0}^k A^j$  una suma parcial.

Sea  $\rho(A) < 1$ , entonces  $\sum_{j=0}^{\infty} \|A\|^j$  para alguna norma de matriz converge por Proposición A.1 la serie matricial  $\sum_{j=0}^{\infty} A^j$  converge.

$$\begin{aligned} (I_n - A) S_k &= (I_n - A) (I_n + A + \cdots + A^k) \\ &= I_n - A^{k+1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} (I_n - A) S_k &= \lim_{k \rightarrow \infty} (I_n - A) \sum_{j=0}^k A^j \\
&= (I_n - A) \lim_{k \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^k A^j \\
&= (I_n - A) B
\end{aligned}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned}
\lim_{k \rightarrow \infty} (I_n - A) S_k &= \lim_{k \rightarrow \infty} (I_n - A) (I_n + A + \cdots + A^k) \\
&= \lim_{k \rightarrow \infty} (I_n - A^{k+1}) \\
&= I_n
\end{aligned}$$

dado que  $\|I_n - A^{k+1} - I_n\| \leq \|A\|^{k+1}$  y la sucesión  $\|A\|^k$  converge a cero.  
Entonces:

$$\begin{aligned}
(I_n - A) B &= I_n \\
(I_n - A)^{-1} &= B = \sum_{j=0}^{\infty} A^j
\end{aligned}$$

□

**Proposición A.3.** *Sea*

$$B_p = \begin{bmatrix} x - \delta_1 & -\delta_2 & -\delta_3 & \cdots & -\delta_{p-2} & -\delta_{p-1} \\ -1 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & x \end{bmatrix}$$

La matriz  $B_p$  tiene determinante:

$$x^{p-1} - \delta_1 x^{p-2} - \delta_2 x^{p-3} - \cdots - \delta_{p-1} x^0 \quad \text{para } p \geq 2$$

*Demostración.* Usando inducción matemática:

Para  $p=2$

$$\det([x - \delta_1]) = x - \delta_1$$

Para  $p=3$

$$\begin{bmatrix} x - \delta_1 & -\delta_2 \\ -1 & x \end{bmatrix} = x(x - \delta_1) - \delta_2 = x^2 - \delta_1 x - \delta_2$$

P.D para  $p$

$$\det(B_{p+1}) = \begin{bmatrix} x - \delta_1 & -\delta_2 & -\delta_3 & \cdots & -\delta_{p-2} & -\delta_{p-1} \\ -1 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & x \end{bmatrix}$$

Desarrollando por cofactores en la última columna.

$$\begin{aligned} \det(B_{p+1}) &= x \det(B_p) + (-1)^{p+1} (-\delta_p) \det(-I_{p-1}) \\ &= x \det(B_p) + (-1)^{p+1} (-\delta_p) (-1)^{p-1} \\ &= x \det(B_p) - \delta_p \\ &\stackrel{\text{H.I}}{=} x (x^{p-1} - \delta_1 x^{p-2} - \alpha_2 x^{p-3} - \cdots - \delta_{p-1} x^0) - \delta_p \\ &= x^p - \alpha_1 x^{p-1} - \alpha_2 x^{p-2} - \cdots - \delta_{p-1} x - \delta_p \end{aligned}$$

$\therefore$  se cumple la inducción.  $\square$

**Observación A.1.** Sea

$$xI - A = \begin{bmatrix} x - \delta_1 & -\delta_2 & -\delta_3 & \cdots & -\delta_{p-1} & -\delta_p & 0 \\ -1 & x & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & x & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 & x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & x \end{bmatrix}$$

$$\det(xI - A) = x [x^p - \delta_1 x^{p-1} - \delta_2 x^{p-2} - \cdots - \delta_{p-1} x - \delta_p]$$

**Observación A.2.**

$$\det(I - A) = 1 - \delta_1 - \delta_2 - \cdots - \delta_p$$

La matriz  $I - A$  es invertible si  $\sum_{i=0}^p \delta_j \neq 1$ .

**Proposición A.4.** Sea  $A$  la matriz definida en Teorema(2.1), con valores propios dentro del círculo unitario, entonces:

$$(I - A)^{-1} b = \frac{\delta_0}{\det(I - A)} \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{donde } b = \begin{pmatrix} \delta_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}$$

*Demostración.* Si

$$I = (I - A)(I - A)^{-1} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 - \alpha_1 & -\alpha_2 & -\alpha_3 & \cdots & -\alpha_{p-1} & -\alpha_p & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,p+1} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,p+1} \\ a_{31} & a_{32} & \cdots & a_{3,p+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{p+1,1} & a_{p+1,2} & \cdots & a_{p+1,p+1} \end{bmatrix}$$

Para la primera columna de  $(I - A)^{-1}$ :

$$\begin{aligned} (1 - \delta_1)a_{11} - \delta_2a_{21} - \delta_3a_{31} - \cdots - \delta_p a_{p,1} &= 1 \\ -a_{11} + a_{21} &= 0 \\ -a_{21} + a_{31} &= 0 \\ &\vdots \\ -a_{p,1} + a_{p+1,1} &= 0 \end{aligned}$$

De aquí  $a_{i1} = a$  con  $i = 1, 2, \dots, p+1$ , donde  $[1 - (\delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_p)]a = 1$  si  $a = \frac{1}{\det(I - A)}$ , entonces la primera columna de  $(I - A)^{-1}$  es:

$$\frac{1}{\det(I - A)} \begin{pmatrix} 1 \\ \vdots \\ 1 \end{pmatrix}$$

Por tanto,

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\det(I - A)} & a_{12} & \cdots & a_{1,p+1} \\ \frac{1}{\det(I - A)} & a_{22} & \cdots & a_{2,p+1} \\ \frac{1}{\det(I - A)} & a_{32} & \cdots & a_{3,p+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{1}{\det(I - A)} & a_{p+1,2} & \cdots & a_{p+1,p+1} \end{bmatrix}$$

Es posible determinar las otras columnas, sin embargo no son necesarias para la demostración. Entonces:

$$(I - A)^{-1} b = \begin{bmatrix} \frac{1}{\det(I - A)} & a_{12} & \cdots & a_{1,p+1} \\ \frac{1}{\det(I - A)} & a_{22} & \cdots & a_{2,p+1} \\ \frac{1}{\det(I - A)} & a_{32} & \cdots & a_{3,p+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{1}{\det(I - A)} & a_{p+1,2} & \cdots & a_{p+1,p+1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{\delta_0}{\det(I - A)} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}$$

donde  $\det(I - A) = 1 - (\delta_1 + \delta_2 + \cdots + \delta_p)$ .  $\square$

**Proposición A.5.** Sean  $f(X) = X^{p+1} - \delta_1 X^p - \delta_2 X^{p-1} - \cdots - \delta_{p-1} X^2 - \delta_p X$  y  $c(Z) = 1 - \delta_1 Z - \delta_2 Z^2 - \cdots - \delta_{p-1} Z^{p-1} - \delta_p z^p$  funciones polinomiales, si  $\beta$  es una raíz no cero de  $c(Z)$  entonces  $\beta^{-1}$  es una raíz de  $f(X)$ .

*Demostración.* Sea  $X \neq 0$ , haciendo un cambio de variable  $X = Z^{-1}$  en  $f(X)$  se tiene que:

$$\begin{aligned} f(Z^{-1}) &= Z^{-(p+1)} - \delta_1 Z^{-p} - \delta_2 Z^{-(p-1)} - \cdots - \delta_{p-1} Z^{-2} - \delta_p Z^{-1} \\ &= Z^{-(p+1)} [1 - \delta_1 Z - \delta_2 Z^2 - \cdots - \delta_{p-1} Z^{p-1} - \delta_p z^p] \\ &= Z^{-(p+1)} c(Z) \end{aligned}$$

Entonces:

$$\begin{aligned} Z^{(p+1)} f(Z^{-1}) &= c(Z) \\ 0 &= c(\beta) && \text{por ser raiz} \\ &= \beta^{(p+1)} f(\beta^{-1}) && \text{dado que } \beta \neq 0 \\ &= f(\beta^{-1}) \end{aligned}$$

$\therefore \beta^{-1}$  es raíz de  $f(X)$ .  $\square$

**Observación A.3.** La función  $f(X)$  de la Proposición A.5 es el polinomio característico de la matriz  $A$  como se definió en Teorema 2.1.

**Observación A.4.** La función  $c(X)$  será llamada ecuación característica en el Teorema 2.1.

**Observación A.5.** Sea  $\beta$  una raíz de  $c(X)$  con norma mayor a 1 entonces  $\beta^{-1}$  es una raíz de  $f(X)$  que se encuentra dentro del círculo unitario.

**Definición A.2.** Matriz Hessiana. *Sea  $D$  un conjunto de  $\mathbb{R}^n$ ,  $a$  un punto interior de  $D$ ,  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  una función que tenga segundas derivadas parciales continuas en el punto  $a$ . Entonces la matriz de las segundas derivadas parciales de la función  $f$  en el punto  $a$ ,*

$$\begin{bmatrix} (D_{1,1}f)(a) & \cdots & (D_{1,n}f)(a) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (D_{n,1}f)(a) & \cdots & (D_{n,n}f)(a) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_1}(a) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n}(a) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1}(a) & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_n}(a) \end{bmatrix}$$

*se denota por  $f''$  o  $h_f(x)$  y se llama la matriz hessiana de la función  $f$  en el punto  $x$ .*

## Apéndice B

# Un caso alterno

Supongamos que la empresa Netflix no hubiera tomado la decisión de hacer la partición de acciones a partir del 15 de julio de 2015 y hubiera mantenido sus precios proporcionales hasta el 30 de enero de 2017, el mismo periodo que se tomó en cuenta para el análisis de regresión en el Caso de estudio.

Los precios a partir del 15 de julio tendrían los precios de la Tabla:

Fecha	Precio	Fecha	Precio	Fecha	Precio
15/07/2015	686.9100	19/01/2016	755.2300	25/07/2016	613.6200
16/07/2015	810.6700	20/01/2016	754.1800	26/07/2016	639.8700
17/07/2015	803.3900	21/01/2016	716.4500	27/07/2016	644.2800
18/07/2015	779.2029	22/01/2016	705.0400	28/07/2016	641.5500
19/07/2015	785.7299	23/01/2016	704.6680	29/07/2016	638.7500
20/07/2015	773.8500	24/01/2016	699.8151	30/07/2016	644.0216
21/07/2015	787.5700	25/01/2016	693.8400	31/07/2016	652.9812
22/07/2015	780.5000	26/01/2016	684.8100	01/08/2016	660.5900
23/07/2015	770.7000	27/01/2016	638.0500	02/08/2016	654.9200
24/07/2015	765.3800	28/01/2016	660.8700	03/08/2016	651.7000
25/07/2015	753.5377	29/01/2016	642.8800	04/08/2016	654.0800
26/07/2015	751.2989	30/01/2016	648.3820	05/08/2016	679.2100
27/07/2015	745.0100	31/01/2016	651.4658	06/08/2016	669.9159
28/07/2015	748.3000	01/02/2016	658.6300	07/08/2016	672.7543
29/07/2015	749.5600	02/02/2016	640.4300	08/08/2016	665.7700
30/07/2015	780.9200	03/02/2016	635.1800	09/08/2016	657.9300
31/07/2015	800.1700	04/02/2016	627.9700	10/08/2016	657.5100
01/08/2015	795.6753	05/02/2016	579.5300	11/08/2016	671.2300
02/08/2015	794.7384	06/02/2016	581.0187	12/08/2016	676.1300
03/08/2015	787.9200	07/02/2016	582.4761	13/08/2016	675.9182
04/08/2015	848.0500	08/02/2016	583.2400	14/08/2016	674.9234
05/08/2015	865.9700	09/02/2016	602.9100	15/08/2016	667.1700

06/08/2015	885.1500	10/02/2016	619.1500	16/08/2016	665.8400
07/08/2015	864.6400	11/02/2016	604.4500	17/08/2016	674.5900
08/08/2015	863.9855	12/02/2016	611.8000	18/08/2016	673.1200
09/08/2015	861.3196	13/02/2016	612.1539	19/08/2016	671.0900
10/08/2015	861.2100	14/02/2016	623.2896	20/08/2016	669.5181
11/08/2015	859.1800	15/02/2016	617.5590	21/08/2016	670.8821
12/08/2015	843.5700	16/02/2016	623.3500	22/08/2016	666.8200
13/08/2015	866.1100	17/02/2016	663.3200	23/08/2016	671.5800
14/08/2015	863.7300	18/02/2016	633.4300	24/08/2016	666.2600
15/08/2015	872.2697	19/02/2016	624.6100	25/08/2016	681.2400
16/08/2015	864.2150	20/02/2016	629.9596	26/08/2016	683.0600
17/08/2015	877.5200	21/02/2016	629.3361	27/08/2016	681.3728
18/08/2015	868.3500	22/02/2016	643.5100	28/08/2016	682.9563
19/08/2015	854.4200	23/02/2016	623.8400	29/08/2016	681.1000
20/08/2015	787.4300	24/02/2016	641.2700	30/08/2016	682.1500
21/08/2015	727.7200	25/02/2016	661.7100	31/08/2016	682.1500
22/08/2015	681.1843	26/02/2016	663.5300	01/09/2016	681.6600
23/08/2015	718.1543	27/02/2016	659.2870	02/09/2016	681.6600
24/08/2015	678.1600	28/02/2016	657.1987	03/09/2016	684.6718
25/08/2015	710.6400	29/02/2016	653.8700	04/09/2016	694.2546
26/08/2015	770.9100	01/03/2016	688.1000	05/09/2016	693.6302
27/08/2015	823.6200	02/03/2016	683.2700	06/09/2016	700.6300
28/08/2015	823.4100	03/03/2016	685.5100	07/09/2016	694.0500
29/08/2015	807.6191	04/03/2016	711.0600	08/09/2016	697.6200
30/08/2015	815.6205	05/03/2016	690.2180	09/09/2016	675.5000
31/08/2015	805.2100	06/03/2016	688.2177	10/09/2016	679.9681
01/09/2015	740.5300	07/03/2016	668.4300	11/09/2016	679.3711
02/09/2015	738.0800	08/03/2016	673.6100	12/09/2016	693.3500
03/09/2015	707.4200	09/03/2016	686.0000	13/09/2016	672.6300
04/09/2015	691.5300	10/03/2016	681.5200	14/09/2016	679.0700
05/09/2015	676.6916	11/03/2016	683.6200	15/09/2016	681.3800
06/09/2015	687.6526	12/03/2016	685.4023	16/09/2016	696.3600
07/09/2015	691.0359	13/03/2016	684.9419	17/09/2016	686.4158
08/09/2015	664.6500	14/03/2016	686.9100	18/09/2016	695.3039
09/09/2015	694.2600	15/03/2016	685.0200	19/09/2016	686.4200
10/09/2015	696.3600	16/03/2016	695.4500	20/09/2016	687.7500
11/09/2015	682.5700	17/03/2016	698.0400	21/09/2016	664.1600
12/09/2015	674.0818	18/03/2016	707.8400	22/09/2016	670.8100
13/09/2015	677.6599	19/03/2016	707.5010	23/09/2016	671.5800
14/09/2015	669.8300	20/03/2016	707.7251	24/09/2016	665.6411
15/09/2015	694.1200	21/03/2016	707.4200	25/09/2016	668.9361
16/09/2015	728.5600	22/03/2016	698.8800	26/09/2016	661.9200
17/09/2015	729.4700	23/03/2016	697.1300	27/09/2016	679.4900

18/09/2015	718.3400	24/03/2016	688.5200	28/09/2016	682.3600
19/09/2015	708.8750	25/03/2016	707.7355	29/09/2016	676.6900
20/09/2015	708.9274	26/03/2016	691.7685	30/09/2016	689.8500
21/09/2015	702.1000	27/03/2016	689.3709	01/10/2016	704.8430
22/09/2015	689.2900	28/03/2016	708.4700	02/10/2016	696.0743
23/09/2015	686.4900	29/03/2016	728.9100	03/10/2016	718.4100
24/09/2015	726.3200	30/03/2016	715.3300	04/10/2016	716.3800
25/09/2015	715.6800	31/03/2016	715.6100	05/10/2016	743.9600
26/09/2015	704.7669	01/04/2016	739.9000	06/10/2016	735.4900
27/09/2015	700.3774	02/04/2016	737.5844	07/10/2016	733.7400
28/09/2015	696.2900	03/04/2016	738.5967	08/10/2016	732.6073
29/09/2015	688.4500	04/04/2016	730.4500	09/10/2016	731.9636
30/09/2015	722.8200	05/04/2016	734.5800	10/10/2016	723.3100
01/10/2015	741.8600	06/04/2016	733.8100	11/10/2016	704.1300
02/10/2015	742.7700	07/04/2016	731.1500	12/10/2016	696.5000
03/10/2015	767.7682	08/04/2016	726.6700	13/10/2016	701.6100
04/10/2015	750.2872	09/04/2016	724.1511	14/10/2016	710.2900
05/10/2015	778.7500	10/04/2016	722.4235	15/10/2016	708.3188
06/10/2015	758.3100	11/04/2016	718.7600	16/10/2016	703.6007
07/10/2015	756.7000	12/04/2016	748.8600	17/10/2016	698.6000
08/10/2015	804.5100	13/04/2016	767.5500	18/10/2016	831.5300
09/10/2015	793.3100	14/04/2016	772.9400	19/10/2016	853.0900
10/10/2015	793.7778	15/04/2016	780.5700	20/10/2016	863.4500
11/10/2015	793.5411	16/04/2016	774.2017	21/10/2016	892.5000
12/10/2015	794.1500	17/04/2016	763.2257	22/10/2016	891.5749
13/10/2015	768.1100	18/04/2016	758.8000	23/10/2016	892.2137
14/10/2015	771.6100	19/04/2016	660.3800	24/10/2016	891.3100
15/10/2015	707.6300	20/04/2016	677.3900	25/10/2016	885.5700
16/10/2015	692.9300	21/04/2016	664.8600	26/10/2016	888.7900
17/10/2015	694.6933	22/04/2016	671.3000	27/10/2016	885.2900
18/10/2015	699.8803	23/04/2016	667.4453	28/10/2016	885.9900
19/10/2015	711.8300	24/04/2016	668.3408	29/10/2016	880.8623
20/10/2015	692.9300	25/04/2016	654.9200	30/10/2016	878.6551
21/10/2015	685.7200	26/04/2016	647.0100	31/10/2016	874.0900
22/10/2015	681.2400	27/04/2016	637.2800	01/11/2016	863.1000
23/10/2015	700.2800	28/04/2016	631.9600	02/11/2016	856.3800
24/10/2015	708.0943	29/04/2016	630.2100	03/11/2016	854.9800
25/10/2015	707.8524	30/04/2016	643.1333	04/11/2016	854.2100
26/10/2015	721.2800	01/05/2016	646.5161	05/11/2016	861.0786
27/10/2015	721.4900	02/05/2016	651.7700	06/11/2016	866.0605
28/10/2015	740.6000	03/05/2016	640.7800	07/11/2016	872.0600
29/10/2015	735.8400	04/05/2016	635.5300	08/11/2016	870.3800
30/10/2015	758.6600	05/05/2016	625.5900	09/11/2016	855.3300

31/10/2015	754.4592	06/05/2016	635.8800	10/11/2016	807.9400
01/11/2015	756.7858	07/05/2016	634.9942	11/11/2016	803.4600
02/11/2015	753.4800	08/05/2016	635.2956	12/11/2016	796.0119
03/11/2015	768.1800	09/05/2016	633.7800	13/11/2016	796.2129
04/11/2015	798.3500	10/05/2016	650.2300	14/11/2016	793.6600
05/11/2015	794.5000	11/05/2016	630.1400	15/11/2016	795.1300
06/11/2015	798.4200	12/05/2016	614.1800	16/11/2016	806.3300
07/11/2015	773.3547	13/05/2016	615.1600	17/11/2016	805.2100
08/11/2015	778.3773	14/05/2016	617.9011	18/11/2016	806.4700
09/11/2015	769.0200	15/05/2016	619.1110	19/11/2016	809.3130
10/11/2015	788.9000	16/05/2016	623.8400	20/11/2016	822.1539
11/11/2015	790.0200	17/05/2016	620.4100	21/11/2016	825.7200
12/11/2015	762.4400	18/05/2016	633.5000	22/11/2016	826.2800
13/11/2015	725.5500	19/05/2016	626.8500	23/11/2016	823.8300
14/11/2015	760.2601	20/05/2016	647.4300	24/11/2016	822.6710
15/11/2015	777.1585	21/05/2016	662.5272	25/11/2016	821.8700
16/11/2015	779.4500	22/05/2016	648.1361	26/11/2016	818.6274
17/11/2015	819.7000	23/05/2016	664.2300	27/11/2016	819.7796
18/11/2015	844.4100	24/05/2016	685.2300	28/11/2016	818.5100
19/11/2015	841.5400	25/05/2016	701.4000	29/11/2016	822.5700
20/11/2015	866.8800	26/05/2016	719.6700	30/11/2016	819.0000
21/11/2015	867.9317	27/05/2016	723.1000	01/12/2016	820.5400
22/11/2015	869.0691	28/05/2016	722.1032	02/12/2016	845.6700
23/11/2015	875.2100	29/05/2016	721.9345	03/12/2016	834.9658
24/11/2015	863.1700	30/05/2016	719.8314	04/12/2016	835.1756
25/11/2015	869.1200	31/05/2016	717.9900	05/12/2016	834.1200
26/11/2015	875.5928	01/06/2016	710.5700	06/12/2016	871.9900
27/11/2015	878.0800	02/06/2016	708.7500	07/12/2016	877.7300
28/11/2015	868.6927	03/06/2016	697.1300	08/12/2016	862.6800
29/11/2015	864.0787	04/06/2016	698.6268	09/12/2016	860.1600
30/11/2015	863.3100	05/06/2016	704.2183	10/12/2016	859.9665
01/12/2015	877.5900	06/06/2016	705.1800	11/12/2016	860.0367
02/12/2015	902.5100	07/06/2016	699.2300	12/12/2016	859.8100
03/12/2015	887.6700	08/06/2016	685.0200	13/12/2016	866.4600
04/12/2015	916.5100	09/06/2016	679.6300	14/12/2016	864.0800
05/12/2015	878.5920	10/06/2016	656.2500	15/12/2016	875.0000
06/12/2015	886.6258	11/06/2016	656.6367	16/12/2016	869.5400
07/12/2015	877.5200	12/06/2016	656.2383	17/12/2016	874.5037
08/12/2015	888.8600	13/06/2016	656.9500	18/12/2016	875.3876
09/12/2015	869.4000	14/06/2016	658.8400	19/12/2016	878.1500
10/12/2015	860.3700	15/06/2016	660.0300	20/12/2016	875.8400
11/12/2015	832.3700	16/06/2016	668.0800	21/12/2016	885.5000
12/12/2015	837.9555	17/06/2016	661.1500	22/12/2016	879.0600

13/12/2015	840.9703	18/06/2016	659.0689	23/12/2016	879.1300
14/12/2015	844.6900	19/06/2016	657.5363	24/12/2016	879.1303
15/12/2015	830.2000	20/06/2016	656.6000	25/12/2016	885.6008
16/12/2015	858.4800	21/06/2016	636.9300	26/12/2016	888.6966
17/12/2015	857.5700	22/06/2016	630.0700	27/12/2016	898.4500
18/12/2015	826.1400	23/06/2016	641.6200	28/12/2016	881.2300
19/12/2015	821.9752	24/06/2016	619.0800	29/12/2016	877.3100
20/12/2015	817.2101	25/06/2016	615.3223	30/12/2016	866.6000
21/12/2015	816.4100	26/06/2016	612.5992	31/12/2016	883.8874
22/12/2015	813.6800	27/06/2016	597.3100	01/01/2017	876.9719
23/12/2015	827.1200	28/06/2016	615.7900	02/01/2017	879.0351
24/12/2015	821.3100	29/06/2016	637.4200	03/01/2017	892.4300
25/12/2015	820.3518	30/06/2016	640.3600	04/01/2017	905.8700
26/12/2015	820.4701	01/07/2016	676.6900	05/01/2017	922.6700
27/12/2015	820.3825	02/07/2016	677.4562	06/01/2017	917.4900
28/12/2015	819.7700	03/07/2016	684.4929	07/01/2017	917.1259
29/12/2015	833.8400	04/07/2016	685.1200	08/01/2017	917.0666
30/12/2015	816.9700	05/07/2016	685.3700	09/01/2017	916.6500
31/12/2015	800.6600	06/07/2016	662.2000	10/01/2017	909.2300
01/01/2016	799.4991	07/07/2016	665.7000	11/01/2017	913.5000
02/01/2016	779.2276	08/07/2016	679.4200	12/01/2017	904.2600
03/01/2016	781.3010	09/07/2016	672.1931	13/01/2017	935.9000
04/01/2016	769.7200	10/07/2016	673.4112	14/01/2017	931.8172
05/01/2016	753.6200	11/07/2016	662.6900	15/01/2017	933.6375
06/01/2016	823.7600	12/07/2016	671.7900	16/01/2017	934.8618
07/01/2016	801.9200	13/07/2016	675.0100	17/01/2017	930.2300
08/01/2016	779.7300	14/07/2016	686.1400	18/01/2017	932.8200
09/01/2016	792.4802	15/07/2016	688.7300	19/01/2017	968.8700
10/01/2016	795.1937	16/07/2016	689.0817	20/01/2017	970.2000
11/01/2016	804.7900	17/07/2016	689.1528	21/01/2017	963.6029
12/01/2016	816.0600	18/07/2016	691.6700	22/01/2017	966.6592
13/01/2016	745.9200	19/07/2016	600.8800	23/01/2017	961.7300
14/01/2016	749.4200	20/07/2016	615.3700	24/01/2017	980.7700
15/01/2016	728.2800	21/07/2016	601.9300	25/01/2017	976.6400
16/01/2016	746.6890	22/07/2016	601.2300	26/01/2017	972.7200
17/01/2016	748.2995	23/07/2016	612.0651	27/01/2017	997.1500
18/01/2016	746.7078	24/07/2016	606.8559		

Tomando los datos completos desde el 23 de mayo de 2002 hasta el 30 de enero de 2017, se puede observar la tendencia que siguen los precios al cierre en la Figura B.1.

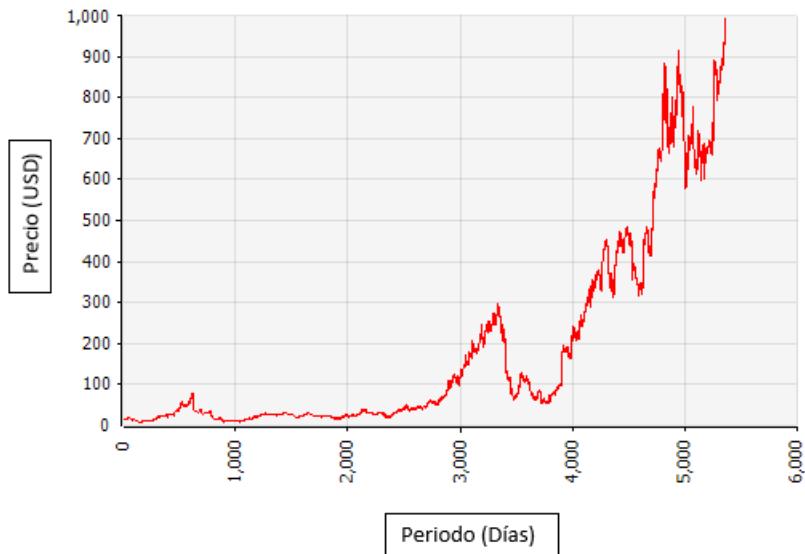


Figura B.1: Tendencia de precios

La tendencia como se puede notar, es a la alza llegando casi a las 1000 unidades monetarias. En la Figura B.2 se puede notar que ACF desciende de manera gradual mientras que PACF es significante en los primeros retardos.

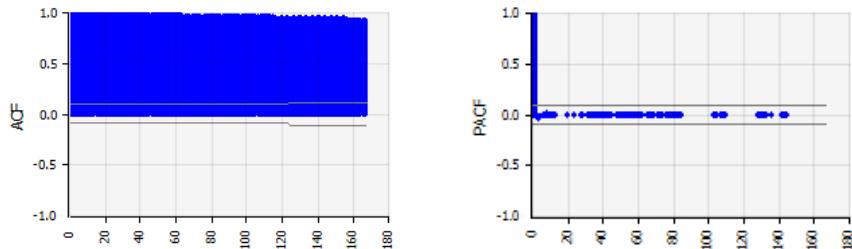


Figura B.2: Correlograma de precios.

Entonces se hace una transformación en primeras diferencias y ahora la tendencia de los precios se muestra en la Figura B.3.

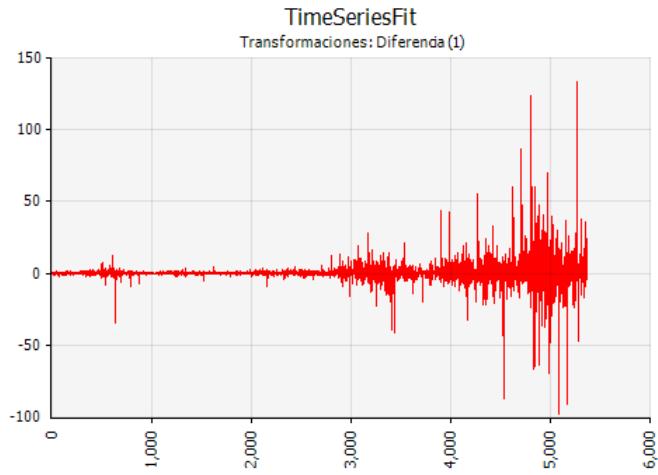


Figura B.3: Primeras diferencias.

Aunado la Figura B.4, el PACF muestra una autocorrelación significante en los primeros retardos.

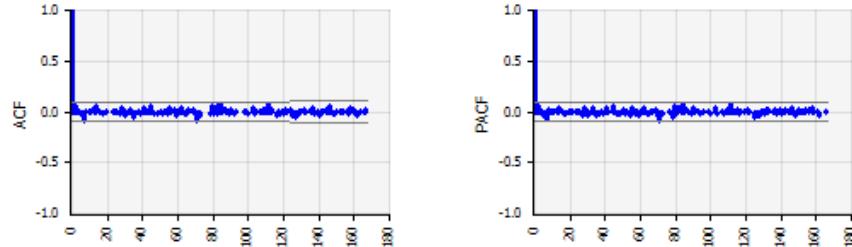


Figura B.4: Correlograma de primeras diferencias.

El modelo que mejor se ajusta a los datos según el Criterio de Akaike resulta ser un GARCH(1,1). De esta forma, se hace una regresión lineal, como lo muestra la Figura B.5, para predecir el comportamiento de la serie en los próximos 6 meses.



Figura B.5: Predicción de Precios

Con la nueva predicción de los datos, se comparan los precios al cierre predichos con el Modelo GARCH(1,1) así como los precios reales multiplicados por 7, que fue el factor que utilizó la empresa. Gráficamente la comparación se muestra en la Figura B.6

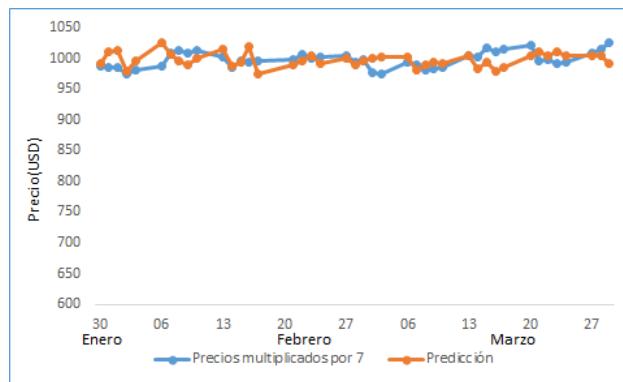


Figura B.6: Comparación de Precios

Y la Tabla muestra la comparación de la Figura B.6

Fecha	Precio Real	Predicción	Fecha	Precio Real	Predicción
30/01/2017	988.540	991.109	01/03/2017	998.550	995.419
31/01/2017	984.970	1012.025	02/03/2017	976.710	1000.564
01/02/2017	985.460	1013.320	03/03/2017	973.980	1003.284
02/02/2017	974.400	980.252	06/03/2017	993.580	1003.139
03/02/2017	981.750	996.360	07/03/2017	990.010	980.827
06/02/2017	986.790	1026.643	08/03/2017	982.240	990.492
07/02/2017	1008.000	1007.130	09/03/2017	983.710	994.059
08/02/2017	1013.180	996.054	10/03/2017	986.230	991.031
09/02/2017	1008.980	989.062	13/03/2017	1004.640	1005.317
10/02/2017	1013.740	999.639	14/03/2017	1002.330	984.344
13/02/2017	1002.400	1016.058	15/03/2017	1016.750	994.720
14/02/2017	985.740	988.648	16/03/2017	1010.730	978.506
15/02/2017	995.890	994.198	17/03/2017	1015.770	985.071
16/02/2017	994.070	1018.695	20/03/2017	1020.810	1004.184
17/02/2017	995.540	975.234	21/03/2017	996.940	1012.073
21/02/2017	998.200	990.217	22/03/2017	998.550	1005.652
22/02/2017	1007.020	995.943	23/03/2017	992.880	1011.880
23/02/2017	999.460	1005.297	24/03/2017	994.140	1003.804
24/02/2017	1002.750	992.936	27/03/2017	1008.420	1005.101
27/02/2017	1003.870	1001.187	28/03/2017	1016.190	1005.536
28/02/2017	994.910	990.757	29/03/2017	1025.290	991.864

Se puede concluir que el pronostico de los precios tiene un buen ajuste con el precio actual al cierre multiplicado por 7. Así que se esperaría que los valores predichos fueran los precios actuales al cierre de la empresa Netflix si esta no hubiera tomado la desición de la partición del precio de la acción.

## Apéndice C

# Netflix como empresa



Con 62 millones de suscriptores en más de 50 países en el mundo y alrededor de 100 millones de horas de contenidos en streaming todos los días, Netflix se ha convertido en el líder mundial del entretenimiento online. Netflix, Inc. (Netflix), fue constituida el 29 de agosto de 1997, por Marc Randolph y Reed Hastings.

Netflix no alcanzó un éxito inmediato, al principio los clientes pagaban por cada DVD que alquilaban como el conocido videoclub Blockbuster, empresa líder que operaba con miles de videoclubes en todo el mundo. Reed, comenzó a ofrecer suscripciones que permitían alquileres inmediatos y aun así los clientes se llegaban a quejar de que pasaba mucho tiempo entre el momento de elegir una película online y el tiempo en poder disfrutarla. Reed llegó a organizar una reunión con Blockbuster para negociar sobre una posible distribución local y una satisfacción más rápida hacia los pedidos de los clientes, pero Blockbuster se negó a dicha negociación y los rechazaron.

Netflix capitalizó el éxito del DVD y su rápida expansión en los hogares estadounidenses, integrando el potencial de Internet y el comercio electrónico. Netflix es un software de streaming que permite ver al instante el contenido de a través de cualquier dispositivo conectado a Internet. El software puede variar según el dispositivo y medio, y la funcionalidad también puede diferir entre los dispositivos.

Netflix ha sido una de las punto-com más exitosas de la historia aunque sus inicios no fueron nada fáciles; durante sus primeros años incurrieron en pérdidas y no es hasta el año 2003 cuando registró su primera ganancia con 6.5 millones de dólares y 272 millones de dólares de facturación.

En la actualidad, Netflix tiene una valoración de mercado de 3.9 mil millones de dólares.

Las acciones de Netflix se dispararon tras el éxito de su servicio de streaming, y alcanzaron un pico de cerca de 300 dólares por título en 2011. Luego Hastings tomó una serie de decisiones cuestionables. En primer lugar separó los servicios de renta de DVD y streaming en dos suscripciones separadas, lo que derivó en un aumento de precios para muchos clientes. Posteriormente, Netflix anunció que prescindiría su servicio de renta de DVD para crear una empresa totalmente independiente llamada Qwikster. Hastings revocó esa última resolución menos de un mes después, pero las acciones recibieron un impacto de más de 75 % a finales de 2011.

Otro cambio sustancial fue cuando Netflix, que cerró por última vez a 681.19 dólares, anunció el 23 de junio que la compañía llevaría a cabo una división de acciones de siete a uno a partir del 15 de julio de 2015. La división de acciones pretendió hacer que las acciones de Netflix fueran más asequibles para los inversores cotidianos. Según la compañía, la división tomará “la forma de un dividendo en acciones de seis acciones adicionales de acciones ordinarias por cada acción en circulación de acciones ordinarias”. Los precios de división de las acciones de Netflix estuvieron disponibles para los inversionistas el 14 de julio. Los inversores recibieron seis acciones adicionales por cada acción que poseían en ese momento.

Netflix ha implementado varias nuevas estrategias para llegar a donde está hoy. La compañía creó por sí sola el mercado de streaming de video y ha sido seguida por grandes actores como Amazon (AMZN), Hulu, HBO, Apple Inc. (AAPL) y Sony Corp. (SNE). Netflix sigue siendo el líder claro en la industria de streaming de video con más de 62 millones de suscriptores en más de 50 países.

## Netflix en el Mercado de Valores

Desde sus inicios, en Mayo de 2002, cuando empezó a cotizar en Nasdaq la empresa se mantuvo en un estado de baja o nula presencia en el mercado pues sus acciones incluso llegaron a costar hasta 5.22 dólares. En 2010, la

empresa empezó a hacer cambios estratégicos que beneficiaron en gran medida la cotización de sus acciones, pues a partir de entonces el precio comenzó un ascenso por sus innovaciones en el mercado de streaming y la competencia ya no era un obstáculo invencible. A mediados del 2011, por su mal manejo de los recursos, la empresa perdió 800 000 suscriptores lo que ocasionó que los inversionistas tuvieran dudas en cuanto a seguir invirtiendo, sin embargo se recuperó de una manera magistral al invertir en contenido original y otros títulos.

Así se mantuvo la empresa haciendo sus acciones más valiosas que ni los directivos creían tal éxito, incluso llegaron a valer 702 dólares cada una. En 2015, la empresa tomó la decisión de hacer una partición de acciones 7 a 1 que no disminuyó el valor de la empresa, solo hizo que el volumen de ventas aumentara y el precio disminuyera. Los accionistas recibieron en lugar de 1 acción de 700 dólares, 7 acciones de 100 y los precios nuevamente eran alcanzables para los nuevos accionistas interesados y como se muestra en la Figura C.1, la empresa tiene un volumen de venta muy aceptable y atractivo para accionistas que al día de hoy tiene un record en ventas.



Figura C.1: Volumen de precios históricos

## Apéndice D

# Precios al cierre de Netflix

En esta sección se encuentra la base de datos completa con los 5367 días comprendidos desde que Netflix, Inc. empezó a cotizar en Nasdaq el 23 de mayo de 2002 hasta el 27 de enero de 2017. Los precios marcados con azul son los precios generados con la función Kernel mientras que los demás son los precios reales tomados de [14].

Fecha	Precio	Fecha	Precio	Fecha	Precio
23/05/2002	16.7500	15/04/2007	24.5963	07/03/2012	105.1900
24/05/2002	16.9400	16/04/2007	24.5200	08/03/2012	108.0700
25/05/2002	16.8754	17/04/2007	23.9600	09/03/2012	109.1300
26/05/2002	16.2152	18/04/2007	21.7000	10/03/2012	106.7263
27/05/2002	16.6018	19/04/2007	21.5100	11/03/2012	108.5259
28/05/2002	16.2000	20/04/2007	22.1000	12/03/2012	106.2000
29/05/2002	15.4500	21/04/2007	21.8790	13/03/2012	106.3500
30/05/2002	15.0000	22/04/2007	22.0718	14/03/2012	105.2500
31/05/2002	15.0700	23/04/2007	21.7300	15/03/2012	110.1700
01/06/2002	15.4792	24/04/2007	21.6200	16/03/2012	109.9600
02/06/2002	15.1404	25/04/2007	21.5600	17/03/2012	112.1200
03/06/2002	15.8000	26/04/2007	22.1300	18/03/2012	111.2837
04/06/2002	15.6500	27/04/2007	22.2100	19/03/2012	114.3300
05/06/2002	16.0600	28/04/2007	22.1714	20/03/2012	115.0200
06/06/2002	16.5500	29/04/2007	22.1917	21/03/2012	120.1000
07/06/2002	15.6600	30/04/2007	22.1700	22/03/2012	118.7300
08/06/2002	15.8859	01/05/2007	22.1500	23/03/2012	120.1900
09/06/2002	15.9911	02/05/2007	22.1100	24/03/2012	121.4178
10/06/2002	16.1900	03/05/2007	22.2900	25/03/2012	121.4502
11/06/2002	16.1500	04/05/2007	22.1600	26/03/2012	121.9900
12/06/2002	15.3000	05/05/2007	22.2139	27/03/2012	120.6700
13/06/2002	15.1600	06/05/2007	22.1767	28/03/2012	118.8100
14/06/2002	13.8100	07/05/2007	22.2200	29/03/2012	115.0500

15/06/2002	13.4791	08/05/2007	22.1400	30/03/2012	115.0400
16/06/2002	13.7360	09/05/2007	22.1100	31/03/2012	114.1789
17/06/2002	12.9100	10/05/2007	21.9100	01/04/2012	114.3210
18/06/2002	12.7500	11/05/2007	22.0600	02/04/2012	113.9700
19/06/2002	13.3200	12/05/2007	21.9595	03/04/2012	112.9600
20/06/2002	13.4000	13/05/2007	21.9644	04/04/2012	110.2600
21/06/2002	13.7100	14/05/2007	21.9600	05/04/2012	110.5000
22/06/2002	13.7003	15/05/2007	21.7500	06/04/2012	110.2224
23/06/2002	13.7021	16/05/2007	21.7200	07/04/2012	109.0755
24/06/2002	13.7000	17/05/2007	21.8200	08/04/2012	108.2087
25/06/2002	13.5000	18/05/2007	21.9400	09/04/2012	106.6800
26/06/2002	13.8400	19/05/2007	22.4774	10/04/2012	101.9200
27/06/2002	13.2100	20/05/2007	22.1649	11/04/2012	99.8100
28/06/2002	13.9900	21/05/2007	22.5000	12/04/2012	104.2600
29/06/2002	14.3014	22/05/2007	23.0000	13/04/2012	104.1700
30/06/2002	14.0930	23/05/2007	23.1900	14/04/2012	101.4437
01/07/2002	14.3900	24/05/2007	22.5400	15/04/2012	102.3799
02/07/2002	16.4200	25/05/2007	22.5200	16/04/2012	101.1500
03/07/2002	17.0000	26/05/2007	22.0259	17/04/2012	107.0200
04/07/2002	17.1555	27/05/2007	22.5109	18/04/2012	106.9600
05/07/2002	17.8700	28/05/2007	22.3576	19/04/2012	107.0900
06/07/2002	17.7367	29/05/2007	21.8500	20/04/2012	106.1100
07/07/2002	17.1099	30/05/2007	22.0600	21/04/2012	104.4713
08/07/2002	16.4600	31/05/2007	21.9000	22/04/2012	102.1655
09/07/2002	16.2500	01/06/2007	21.5700	23/04/2012	101.8400
10/07/2002	16.2900	02/06/2007	21.5371	24/04/2012	87.6800
11/07/2002	17.7700	03/06/2007	21.4815	25/04/2012	86.3500
12/07/2002	16.9100	04/06/2007	21.4800	26/04/2012	85.0700
13/07/2002	16.0729	05/06/2007	21.3900	27/04/2012	83.7400
14/07/2002	16.5316	06/06/2007	22.6000	28/04/2012	80.6908
15/07/2002	16.0000	07/06/2007	23.9300	29/04/2012	81.7236
16/07/2002	15.7700	08/06/2007	23.4300	30/04/2012	80.1400
17/07/2002	15.2500	09/06/2007	21.9499	01/05/2012	81.3600
18/07/2002	16.0900	10/06/2007	23.1000	02/05/2012	82.2300
19/07/2002	16.2400	11/06/2007	21.9300	03/05/2012	75.9700
20/07/2002	16.2659	12/06/2007	20.0800	04/05/2012	73.1400
21/07/2002	16.2687	13/06/2007	19.4200	05/05/2012	73.2592
22/07/2002	16.3900	14/06/2007	19.1800	06/05/2012	73.3593
23/07/2002	16.0500	15/06/2007	19.7100	07/05/2012	73.4500
24/07/2002	15.6000	16/06/2007	19.9100	08/05/2012	72.7900
25/07/2002	14.5100	17/06/2007	19.8809	09/05/2012	74.3500
26/07/2002	12.2000	18/06/2007	20.0200	10/05/2012	72.4200
27/07/2002	12.2421	19/06/2007	19.9300	11/05/2012	77.3800

28/07/2002	12.2205	20/06/2007	19.5500	12/05/2012	77.0918
29/07/2002	12.2700	21/06/2007	19.9900	13/05/2012	77.2920
30/07/2002	12.8000	22/06/2007	19.6800	14/05/2012	76.9600
31/07/2002	13.3500	23/06/2007	19.6750	15/05/2012	77.4800
01/08/2002	12.4800	24/06/2007	19.6506	16/05/2012	74.2000
02/08/2002	10.8900	25/06/2007	19.6200	17/05/2012	71.9700
03/08/2002	10.8755	26/06/2007	19.5200	18/05/2012	69.9600
04/08/2002	10.8639	27/06/2007	20.7800	19/05/2012	70.2989
05/08/2002	10.8500	28/06/2007	19.8500	20/05/2012	70.6691
06/08/2002	10.6500	29/06/2007	19.3900	21/05/2012	71.7400
07/08/2002	11.1100	30/06/2007	19.4691	22/05/2012	67.7100
08/08/2002	11.1500	01/07/2007	19.4246	23/05/2012	71.9100
09/08/2002	11.0200	02/07/2007	19.4800	24/05/2012	70.2700
10/08/2002	10.7696	03/07/2007	19.7700	25/05/2012	70.2200
11/08/2002	10.8696	04/07/2007	19.7799	26/05/2012	69.5892
12/08/2002	10.6000	05/07/2007	19.8200	27/05/2012	69.8178
13/08/2002	10.8200	06/07/2007	20.3900	28/05/2012	69.5073
14/08/2002	11.6700	07/07/2007	20.4113	29/05/2012	69.4400
15/08/2002	12.3600	08/07/2007	20.3942	30/05/2012	67.3400
16/08/2002	12.7800	09/07/2007	20.4300	31/05/2012	63.4400
17/08/2002	12.9379	10/07/2007	20.1200	01/06/2012	62.9500
18/08/2002	12.9362	11/07/2007	20.0100	02/06/2012	63.7186
19/08/2002	13.7500	12/07/2007	20.1100	03/06/2012	64.3748
20/08/2002	13.2500	13/07/2007	20.1400	04/06/2012	65.0000
21/08/2002	13.5600	14/07/2007	20.0743	05/06/2012	64.8300
22/08/2002	13.7700	15/07/2007	20.0595	06/06/2012	65.8800
23/08/2002	13.9100	16/07/2007	20.0600	07/06/2012	64.6400
24/08/2002	13.6492	17/07/2007	20.2100	08/06/2012	65.6400
25/08/2002	13.6934	18/07/2007	20.1200	09/06/2012	65.1856
26/08/2002	13.5500	19/07/2007	19.9400	10/06/2012	63.7169
27/08/2002	12.2300	20/07/2007	19.6300	11/06/2012	63.0000
28/08/2002	12.1000	21/07/2007	18.4225	12/06/2012	63.0200
29/08/2002	12.6500	22/07/2007	17.9488	13/06/2012	62.8300
30/08/2002	13.1100	23/07/2007	17.2700	14/06/2012	62.6600
31/08/2002	13.0278	24/07/2007	16.0700	15/06/2012	65.7900
01/09/2002	12.9567	25/07/2007	16.7000	16/06/2012	66.5015
02/09/2002	13.0071	26/07/2007	17.8400	17/06/2012	66.5702
03/09/2002	12.9500	27/07/2007	17.1000	18/06/2012	66.7300
04/09/2002	13.0000	28/07/2007	17.3279	19/06/2012	69.8300
05/09/2002	12.8500	29/07/2007	17.1514	20/06/2012	68.1600
06/09/2002	12.8000	30/07/2007	17.3900	21/06/2012	65.8400
07/09/2002	12.7923	31/07/2007	17.2300	22/06/2012	67.8600
08/09/2002	12.7871	01/08/2007	17.1600	23/06/2012	67.4300

09/09/2002	12.6200	02/08/2007	17.1100	24/06/2012	67.6366
10/09/2002	13.2300	03/08/2007	16.5700	25/06/2012	67.0300
11/09/2002	13.4600	04/08/2007	16.5808	26/06/2012	66.8000
12/09/2002	12.9500	05/08/2007	16.6026	27/06/2012	66.4900
13/09/2002	12.3000	06/08/2007	16.9600	28/06/2012	67.3600
14/09/2002	12.1124	07/08/2007	17.3500	29/06/2012	68.4900
15/09/2002	12.0883	08/08/2007	17.9700	30/06/2012	68.1235
16/09/2002	12.0000	09/08/2007	17.7700	01/07/2012	67.8441
17/09/2002	11.6200	10/08/2007	17.8900	02/07/2012	67.8500
18/09/2002	11.0300	11/08/2007	17.7769	03/07/2012	72.0400
19/09/2002	10.1400	12/08/2007	17.6841	04/07/2012	78.0910
20/09/2002	9.9100	13/08/2007	17.3600	05/07/2012	81.7200
21/09/2002	9.9212	14/08/2007	17.4600	06/07/2012	81.8900
22/09/2002	9.9089	15/08/2007	17.4400	07/07/2012	82.8127
23/09/2002	9.9600	16/08/2007	16.9000	08/07/2012	82.2668
24/09/2002	10.0500	17/08/2007	17.2400	09/07/2012	82.9900
25/09/2002	10.2500	18/08/2007	17.2164	10/07/2012	80.2300
26/09/2002	10.9600	19/08/2007	17.2051	11/07/2012	81.6400
27/09/2002	10.0800	20/08/2007	17.1700	12/07/2012	84.9700
28/09/2002	9.8060	21/08/2007	17.3000	13/07/2012	84.9000
29/09/2002	10.0009	22/08/2007	17.4300	14/07/2012	84.7955
30/09/2002	9.7000	23/08/2007	17.2500	15/07/2012	83.3185
01/10/2002	9.5000	24/08/2007	17.8000	16/07/2012	82.9800
02/10/2002	8.1000	25/08/2007	17.3665	17/07/2012	81.7800
03/10/2002	7.2500	26/08/2007	17.5286	18/07/2012	81.2700
04/10/2002	6.5600	27/08/2007	17.1400	19/07/2012	83.1200
05/10/2002	6.3066	28/08/2007	16.9800	20/07/2012	81.8200
06/10/2002	6.1121	29/08/2007	17.5000	21/07/2012	80.3722
07/10/2002	5.7700	30/08/2007	17.2000	22/07/2012	80.4237
08/10/2002	5.6700	31/08/2007	17.5200	23/07/2012	79.9400
09/10/2002	5.2200	01/09/2007	17.7136	24/07/2012	80.3900
10/10/2002	7.0900	02/09/2007	17.6087	25/07/2012	60.2800
11/10/2002	6.5900	03/09/2007	17.6087	26/07/2012	57.0100
12/10/2002	7.0507	04/09/2007	18.1400	27/07/2012	58.9200
13/10/2002	7.0401	05/09/2007	17.9200	28/07/2012	58.7933
14/10/2002	7.4800	06/09/2007	17.9900	29/07/2012	58.0424
15/10/2002	7.7000	07/09/2007	18.0400	30/07/2012	57.7500
16/10/2002	6.4300	08/09/2007	18.0060	31/07/2012	56.8500
17/10/2002	7.7000	09/09/2007	18.0282	01/08/2012	54.5000
18/10/2002	9.5600	10/09/2007	17.4000	02/08/2012	53.8700
19/10/2002	9.1398	11/09/2007	17.6700	03/08/2012	53.9100
20/10/2002	9.2110	12/09/2007	17.3600	04/08/2012	55.7503
21/10/2002	8.9100	13/09/2007	17.3400	05/08/2012	56.3883

22/10/2002	8.7500	14/09/2007	17.7200	06/08/2012	56.7900
23/10/2002	8.2500	15/09/2007	18.2422	07/08/2012	57.9000
24/10/2002	8.1100	16/09/2007	18.3710	08/08/2012	57.8000
25/10/2002	9.0000	17/09/2007	18.4100	09/08/2012	57.9100
26/10/2002	9.1623	18/09/2007	19.2300	10/08/2012	59.9000
27/10/2002	9.2428	19/09/2007	19.6400	11/08/2012	59.8945
28/10/2002	9.6000	20/09/2007	19.4800	12/08/2012	59.8945
29/10/2002	9.2000	21/09/2007	19.1900	13/08/2012	59.9100
30/10/2002	8.9800	22/09/2007	19.2127	14/08/2012	61.7600
31/10/2002	8.9700	23/09/2007	19.2287	15/08/2012	63.2600
01/11/2002	8.9400	24/09/2007	19.2900	16/08/2012	64.3100
02/11/2002	9.0501	25/09/2007	21.0100	17/08/2012	63.6900
03/11/2002	8.9630	26/09/2007	21.9400	18/08/2012	64.1718
04/11/2002	9.4000	27/09/2007	21.3600	19/08/2012	63.9654
05/11/2002	9.1200	28/09/2007	20.7500	20/08/2012	64.2400
06/11/2002	8.8100	29/09/2007	20.7762	21/08/2012	65.6000
07/11/2002	8.3000	30/09/2007	20.9831	22/08/2012	65.4000
08/11/2002	8.5500	01/10/2007	21.2200	23/08/2012	64.0500
09/11/2002	8.4172	02/10/2007	21.2000	24/08/2012	63.1600
10/11/2002	8.5431	03/10/2007	21.0800	25/08/2012	62.4430
11/11/2002	8.4100	04/10/2007	21.1400	26/08/2012	63.0977
12/11/2002	8.0900	05/10/2007	22.0000	27/08/2012	62.3900
13/11/2002	8.9800	06/10/2007	22.0417	28/08/2012	62.9500
14/11/2002	8.6600	07/10/2007	22.1860	29/08/2012	63.4400
15/11/2002	9.1000	08/10/2007	22.2700	30/08/2012	60.4800
16/11/2002	9.7744	09/10/2007	22.7900	31/08/2012	59.7200
17/11/2002	9.8191	10/10/2007	23.4200	01/09/2012	58.0424
18/11/2002	10.9000	11/10/2007	22.9100	02/09/2012	59.1429
19/11/2002	9.3000	12/10/2007	23.0000	03/09/2012	59.2743
20/11/2002	10.0400	13/10/2007	23.7005	04/09/2012	55.9300
21/11/2002	11.0000	14/10/2007	23.4313	05/09/2012	54.9600
22/11/2002	11.0100	15/10/2007	23.9600	06/09/2012	56.6500
23/11/2002	11.0216	16/10/2007	23.9700	07/09/2012	56.6600
24/11/2002	11.0516	17/10/2007	24.2800	08/09/2012	56.0679
25/11/2002	11.1000	18/10/2007	24.0300	09/09/2012	56.3442
26/11/2002	10.4900	19/10/2007	23.2400	10/09/2012	55.9200
27/11/2002	10.5200	20/10/2007	23.1073	11/09/2012	57.1600
28/11/2002	10.8083	21/10/2007	23.0248	12/09/2012	57.2100
29/11/2002	10.8500	22/10/2007	23.0100	13/09/2012	58.0000
30/11/2002	10.7069	23/10/2007	25.9900	14/09/2012	60.5200
01/12/2002	10.7478	24/10/2007	25.2500	15/09/2012	59.0024
02/12/2002	10.6600	25/10/2007	25.3300	16/09/2012	60.0000
03/12/2002	10.7900	26/10/2007	25.2200	17/09/2012	57.0200

04/12/2002	9.9400	27/10/2007	25.8796	18/09/2012	56.0600
05/12/2002	11.0000	28/10/2007	25.6952	19/09/2012	57.0400
06/12/2002	10.9500	29/10/2007	26.3700	20/09/2012	58.7400
07/12/2002	11.0765	30/10/2007	26.4400	21/09/2012	57.7900
08/12/2002	11.0981	31/10/2007	26.4700	22/09/2012	56.7573
09/12/2002	11.1900	01/11/2007	26.2900	23/09/2012	56.9227
10/12/2002	12.2000	02/11/2007	26.2600	24/09/2012	56.3900
11/12/2002	12.5600	03/11/2007	26.4501	25/09/2012	53.8000
12/12/2002	12.6100	04/11/2007	26.3936	26/09/2012	55.1300
13/12/2002	12.5000	05/11/2007	26.5100	27/09/2012	55.5500
14/12/2002	12.7691	06/11/2007	27.2300	28/09/2012	54.4400
15/12/2002	12.5428	07/11/2007	26.8800	29/09/2012	55.2701
16/12/2002	12.7900	08/11/2007	27.1900	30/09/2012	55.0266
17/12/2002	12.6900	09/11/2007	25.2500	01/10/2012	56.0500
18/12/2002	10.9900	10/11/2007	25.1805	02/10/2012	56.4600
19/12/2002	10.8000	11/11/2007	24.5762	03/10/2012	62.5800
20/12/2002	10.7000	12/11/2007	24.5100	04/10/2012	66.6700
21/12/2002	10.4764	13/11/2007	25.4100	05/10/2012	66.5600
22/12/2002	10.5420	14/11/2007	24.8400	06/10/2012	69.2611
23/12/2002	10.2500	15/11/2007	24.0600	07/10/2012	70.7491
24/12/2002	9.9000	16/11/2007	23.8000	08/10/2012	73.5200
25/12/2002	9.8910	17/11/2007	23.4031	09/10/2012	65.5300
26/12/2002	9.7500	18/11/2007	23.7130	10/10/2012	65.5000
27/12/2002	9.6700	19/11/2007	23.2100	11/10/2012	65.9800
28/12/2002	9.7006	20/11/2007	22.6300	12/10/2012	64.3300
29/12/2002	9.7921	21/11/2007	21.5500	13/10/2012	64.4842
30/12/2002	9.9900	22/11/2007	21.6881	14/10/2012	64.6995
31/12/2002	11.0100	23/11/2007	21.7500	15/10/2012	64.7600
01/01/2003	11.3139	24/11/2007	21.6348	16/10/2012	66.0500
02/01/2003	11.4500	25/11/2007	21.6896	17/10/2012	68.5200
03/01/2003	10.8200	26/11/2007	21.4700	18/10/2012	67.3600
04/01/2003	11.0362	27/11/2007	22.3400	19/10/2012	64.9800
05/01/2003	10.9466	28/11/2007	23.0100	20/10/2012	65.6711
06/01/2003	11.1000	29/11/2007	23.1200	21/10/2012	65.6455
07/01/2003	10.9700	30/11/2007	23.1000	22/10/2012	67.8800
08/01/2003	11.4100	01/12/2007	23.4510	23/10/2012	68.2200
09/01/2003	11.7400	02/12/2007	23.4438	24/10/2012	60.1200
10/01/2003	12.4100	03/12/2007	23.7800	25/10/2012	61.5100
11/01/2003	12.2989	04/12/2007	23.7500	26/10/2012	69.5800
12/01/2003	12.3405	05/12/2007	23.9300	27/10/2012	73.9859
13/01/2003	12.1400	06/12/2007	23.9000	28/10/2012	73.9981
14/01/2003	12.0400	07/12/2007	23.5700	29/10/2012	77.8423
15/01/2003	12.2000	08/12/2007	23.5431	30/10/2012	73.5188

16/01/2003	12.0000	09/12/2007	23.5160	31/10/2012	79.2400
17/01/2003	11.4400	10/12/2007	23.4900	01/11/2012	77.6900
18/01/2003	11.4098	11/12/2007	23.3000	02/11/2012	76.9000
19/01/2003	11.4348	12/12/2007	23.1600	03/11/2012	77.9119
20/01/2003	11.4163	13/12/2007	23.0400	04/11/2012	77.4915
21/01/2003	11.4000	14/12/2007	23.5200	05/11/2012	78.2400
22/01/2003	11.6000	15/12/2007	23.4010	06/11/2012	76.3700
23/01/2003	12.1800	16/12/2007	23.1924	07/11/2012	77.6800
24/01/2003	12.3300	17/12/2007	23.1000	08/11/2012	75.9700
25/01/2003	12.2774	18/12/2007	24.1800	09/11/2012	77.9000
26/01/2003	12.3184	19/12/2007	24.8700	10/11/2012	78.0193
27/01/2003	12.2800	20/12/2007	27.2400	11/11/2012	77.9579
28/01/2003	12.5500	21/12/2007	28.1000	12/11/2012	78.1900
29/01/2003	12.3400	22/12/2007	28.0596	13/11/2012	79.6100
30/01/2003	12.6300	23/12/2007	28.0781	14/11/2012	79.7800
31/01/2003	13.2000	24/12/2007	27.9100	15/11/2012	81.4800
01/02/2003	12.8261	25/12/2007	28.5638	16/11/2012	80.9000
02/02/2003	12.8822	26/12/2007	28.7000	17/11/2012	80.9281
03/02/2003	12.8000	27/12/2007	27.4500	18/11/2012	81.2458
04/02/2003	12.3000	28/12/2007	26.9300	19/11/2012	81.3600
05/02/2003	11.9400	29/12/2007	26.7469	20/11/2012	82.4000
06/02/2003	11.6500	30/12/2007	26.8405	21/11/2012	83.0000
07/02/2003	12.1800	31/12/2007	26.6200	22/11/2012	82.9646
08/02/2003	12.2733	01/01/2008	26.3711	23/11/2012	82.9500
09/02/2003	12.2080	02/01/2008	26.3500	24/11/2012	82.8169
10/02/2003	12.4700	03/01/2008	26.0700	25/11/2012	82.3429
11/02/2003	12.9800	04/01/2008	24.6100	26/11/2012	82.0600
12/02/2003	13.2800	05/01/2008	24.8251	27/11/2012	83.0800
13/02/2003	13.2200	06/01/2008	24.8301	28/11/2012	82.2300
14/02/2003	14.2400	07/01/2008	24.8800	29/11/2012	81.3800
15/02/2003	14.2434	08/01/2008	23.3000	30/11/2012	81.7100
16/02/2003	14.5113	09/01/2008	23.0000	01/12/2012	77.4059
17/02/2003	14.4962	10/01/2008	24.7000	02/12/2012	78.1391
18/02/2003	14.6600	11/01/2008	23.4100	03/12/2012	76.0000
19/02/2003	15.1400	12/01/2008	23.1854	04/12/2012	86.6500
20/02/2003	15.3800	13/01/2008	22.9658	05/12/2012	83.3700
21/02/2003	14.9000	14/01/2008	22.7700	06/12/2012	86.1700
22/02/2003	14.0381	15/01/2008	22.0500	07/12/2012	85.9800
23/02/2003	14.1492	16/01/2008	22.0700	08/12/2012	85.4729
24/02/2003	14.0400	17/01/2008	21.7700	09/12/2012	85.8526
25/02/2003	14.6500	18/01/2008	21.8500	10/12/2012	84.8000
26/02/2003	14.5500	19/01/2008	21.9035	11/12/2012	86.0800
27/02/2003	16.5000	20/01/2008	21.8937	12/12/2012	90.7300

28/02/2003	17.1100	21/01/2008	21.8903	13/12/2012	92.5600
01/03/2003	16.7183	22/01/2008	22.2300	14/12/2012	93.3000
02/03/2003	16.5800	23/01/2008	23.7600	15/12/2012	94.5541
03/03/2003	15.9600	24/01/2008	21.9400	16/12/2012	93.5576
04/03/2003	16.3500	25/01/2008	21.7700	17/12/2012	94.7000
05/03/2003	16.1500	26/01/2008	22.4774	18/12/2012	95.6400
06/03/2003	16.3000	27/01/2008	22.6942	19/12/2012	93.9800
07/03/2003	16.0900	28/01/2008	22.9900	20/12/2012	93.5000
08/03/2003	16.0248	29/01/2008	23.1600	21/12/2012	91.3400
09/03/2003	15.9240	30/01/2008	22.9400	22/12/2012	90.8914
10/03/2003	15.7300	31/01/2008	25.1500	23/12/2012	90.7755
11/03/2003	15.5000	01/02/2008	25.3900	24/12/2012	90.2300
12/03/2003	15.0600	02/02/2008	25.7697	25/12/2012	90.6159
13/03/2003	16.2500	03/02/2008	25.7736	26/12/2012	90.6500
14/03/2003	16.5500	04/02/2008	25.8900	27/12/2012	90.5000
15/03/2003	16.8302	05/02/2008	25.2600	28/12/2012	89.3300
16/03/2003	16.6686	06/02/2008	26.0200	29/12/2012	91.3991
17/03/2003	18.0000	07/02/2008	26.8500	30/12/2012	92.0933
18/03/2003	18.7500	08/02/2008	26.8800	31/12/2012	92.5900
19/03/2003	19.2400	09/02/2008	26.8836	01/01/2013	92.1149
20/03/2003	18.8300	10/02/2008	26.8851	02/01/2013	92.0100
21/03/2003	18.5500	11/02/2008	26.8900	03/01/2013	96.5900
22/03/2003	18.2479	12/02/2008	26.9000	04/01/2013	95.9800
23/03/2003	18.3711	13/02/2008	27.3100	05/01/2013	99.1392
24/03/2003	18.0000	14/02/2008	26.7500	06/01/2013	98.0491
25/03/2003	19.2500	15/02/2008	26.6000	07/01/2013	99.2000
26/03/2003	20.6000	16/02/2008	26.7128	08/01/2013	97.1600
27/03/2003	21.7300	17/02/2008	26.7214	09/01/2013	95.9100
28/03/2003	21.0600	18/02/2008	26.6457	10/01/2013	98.0000
29/03/2003	20.4545	19/02/2008	26.7900	11/01/2013	101.2900
30/03/2003	20.6021	20/02/2008	27.4700	12/01/2013	103.3579
31/03/2003	20.3500	21/02/2008	27.8700	13/01/2013	102.2701
01/04/2003	18.9600	22/02/2008	27.8000	14/01/2013	103.4500
02/04/2003	19.8400	23/02/2008	27.8794	15/01/2013	101.6900
03/04/2003	20.0000	24/02/2008	27.9414	16/01/2013	97.4800
04/04/2003	19.5500	25/02/2008	28.0000	17/01/2013	97.7000
05/04/2003	19.9190	26/02/2008	29.0000	18/01/2013	99.1700
06/04/2003	19.8292	27/02/2008	32.4300	19/01/2013	98.6026
07/04/2003	19.9500	28/02/2008	31.5400	20/01/2013	97.8573
08/04/2003	20.1800	29/02/2008	31.5800	21/01/2013	98.6251
09/04/2003	20.4000	01/03/2008	30.9849	22/01/2013	97.8100
10/04/2003	21.0200	02/03/2008	31.1010	23/01/2013	103.2600
11/04/2003	20.7700	03/03/2008	30.9400	24/01/2013	146.8600

12/04/2003	20.2502	04/03/2008	31.5200	25/01/2013	169.5600
13/04/2003	20.5007	05/03/2008	32.1000	26/01/2013	163.7268
14/04/2003	20.2000	06/03/2008	30.6200	27/01/2013	167.7522
15/04/2003	20.1500	07/03/2008	31.2600	28/01/2013	162.1100
16/04/2003	20.5700	08/03/2008	31.8772	29/01/2013	169.1200
17/04/2003	21.9600	09/03/2008	31.7521	30/01/2013	167.7000
18/04/2003	22.1188	10/03/2008	33.2100	31/01/2013	165.2400
19/04/2003	22.6289	11/03/2008	33.0800	01/02/2013	164.8000
20/04/2003	23.4943	12/03/2008	34.0400	02/02/2013	170.4457
21/04/2003	24.6300	13/03/2008	34.2100	03/02/2013	170.7817
22/04/2003	22.9700	14/03/2008	33.2600	04/02/2013	174.7400
23/04/2003	20.7200	15/03/2008	33.1094	05/02/2013	174.3900
24/04/2003	22.0200	16/03/2008	33.2367	06/02/2013	184.4100
25/04/2003	21.1500	17/03/2008	32.9900	07/02/2013	181.9600
26/04/2003	21.5544	18/03/2008	35.0000	08/02/2013	180.9700
27/04/2003	21.9141	19/03/2008	34.8700	09/02/2013	178.0317
28/04/2003	22.1600	20/03/2008	36.2400	10/02/2013	178.5599
29/04/2003	22.8000	21/03/2008	37.1111	11/02/2013	177.8900
30/04/2003	22.8000	22/03/2008	36.5433	12/02/2013	177.9500
01/05/2003	22.5000	23/03/2008	37.2836	13/02/2013	186.2700
02/05/2003	22.6300	24/03/2008	38.1700	14/02/2013	187.4000
03/05/2003	22.9935	25/03/2008	37.1200	15/02/2013	189.5100
04/05/2003	22.9701	26/03/2008	37.8600	16/02/2013	191.8401
05/05/2003	23.3700	27/03/2008	36.3600	17/02/2013	190.3467
06/05/2003	23.2200	28/03/2008	35.5900	18/02/2013	192.0822
07/05/2003	23.6300	29/03/2008	35.3349	19/02/2013	196.4500
08/05/2003	22.8800	30/03/2008	34.8692	20/02/2013	187.1200
09/05/2003	22.6200	31/03/2008	34.6500	21/02/2013	187.1500
10/05/2003	22.9190	01/04/2008	36.5100	22/02/2013	179.8600
11/05/2003	22.8074	02/04/2008	36.3500	23/02/2013	179.6032
12/05/2003	23.5300	03/04/2008	37.3300	24/02/2013	179.5768
13/05/2003	25.1500	04/04/2008	36.2100	25/02/2013	179.3200
14/05/2003	24.4800	05/04/2008	36.0544	26/02/2013	184.0900
15/05/2003	24.4600	06/04/2008	35.9542	27/02/2013	184.3200
16/05/2003	23.7900	07/04/2008	35.9000	28/02/2013	188.0800
17/05/2003	22.5661	08/04/2008	36.9000	01/03/2013	189.3700
18/05/2003	21.0784	09/04/2008	36.4200	02/03/2013	184.6073
19/05/2003	20.7900	10/04/2008	36.5700	03/03/2013	186.3928
20/05/2003	21.7500	11/04/2008	35.5100	04/03/2013	181.2100
21/05/2003	21.1900	12/04/2008	35.6189	05/03/2013	181.7300
22/05/2003	22.5900	13/04/2008	35.5672	06/03/2013	182.9400
23/05/2003	22.1200	14/04/2008	35.7800	07/03/2013	181.5600
24/05/2003	22.5570	15/04/2008	36.4800	08/03/2013	184.7000

25/05/2003	22.3531	16/04/2008	38.9700	09/03/2013	182.6580
26/05/2003	22.5799	17/04/2008	40.7000	10/03/2013	184.4565
27/05/2003	22.6900	18/04/2008	38.5600	11/03/2013	180.4500
28/05/2003	22.6000	19/04/2008	38.7942	12/03/2013	182.1100
29/05/2003	22.8000	20/04/2008	39.1786	13/03/2013	192.3600
30/05/2003	22.5000	21/04/2008	39.3200	14/03/2013	188.3700
31/05/2003	23.2398	22/04/2008	30.0000	15/03/2013	184.8500
01/06/2003	22.6338	23/04/2008	31.2600	16/03/2013	185.0745
02/06/2003	23.3000	24/04/2008	33.0200	17/03/2013	185.1267
03/06/2003	23.8600	25/04/2008	33.9600	18/03/2013	185.5900
04/06/2003	24.4000	26/04/2008	33.5616	19/03/2013	181.3700
05/06/2003	25.4100	27/04/2008	33.9116	20/03/2013	183.0500
06/06/2003	23.6100	28/04/2008	33.0600	21/03/2013	181.9900
07/06/2003	23.2685	29/04/2008	32.1800	22/03/2013	181.3000
08/06/2003	23.0583	30/04/2008	31.9800	23/03/2013	181.0528
09/06/2003	23.0000	01/05/2008	31.0000	24/03/2013	181.0950
10/06/2003	22.7000	02/05/2008	31.1000	25/03/2013	180.7900
11/06/2003	22.4500	03/05/2008	31.0039	26/03/2013	190.6100
12/06/2003	21.9200	04/05/2008	31.0229	27/03/2013	190.2400
13/06/2003	19.2000	05/05/2008	31.0000	28/03/2013	189.2800
14/06/2003	21.4267	06/05/2008	30.9400	29/03/2013	183.7540
15/06/2003	19.9033	07/05/2008	30.1600	30/03/2013	188.8445
16/06/2003	21.7500	08/05/2008	30.1500	31/03/2013	183.8422
17/06/2003	21.2100	09/05/2008	30.7200	01/04/2013	182.4300
18/06/2003	21.4600	10/05/2008	30.7090	02/04/2013	176.6900
19/06/2003	21.9700	11/05/2008	30.7090	03/04/2013	169.7400
20/06/2003	21.7000	12/05/2008	30.7100	04/04/2013	166.6900
21/06/2003	21.5535	13/05/2008	30.6600	05/04/2013	164.6600
22/06/2003	21.6479	14/05/2008	30.4000	06/04/2013	163.6077
23/06/2003	21.5000	15/05/2008	29.9300	07/04/2013	164.1809
24/06/2003	22.8500	16/05/2008	31.6600	08/04/2013	163.0600
25/06/2003	23.1200	17/05/2008	31.5252	09/04/2013	169.3600
26/06/2003	24.8800	18/05/2008	31.5022	10/04/2013	166.0700
27/06/2003	24.9000	19/05/2008	30.9800	11/04/2013	173.0100
28/06/2003	25.0649	20/05/2008	31.6300	12/04/2013	173.2000
29/06/2003	25.3353	21/05/2008	31.6900	13/04/2013	173.8753
30/06/2003	25.5500	22/05/2008	31.7100	14/04/2013	174.5323
01/07/2003	24.7500	23/05/2008	31.2100	15/04/2013	176.5000
02/07/2003	27.1600	24/05/2008	31.9268	16/04/2013	175.8500
03/07/2003	27.7500	25/05/2008	31.6995	17/04/2013	169.3600
04/07/2003	27.6807	26/05/2008	31.2538	18/04/2013	163.8200
05/07/2003	27.2716	27/05/2008	32.0300	19/04/2013	163.3700
06/07/2003	27.7375	28/05/2008	31.1200	20/04/2013	165.8014

07/07/2003	26.8000	29/05/2008	30.3500	21/04/2013	172.7299
08/07/2003	27.4300	30/05/2008	30.3600	22/04/2013	174.3700
09/07/2003	27.5600	31/05/2008	30.6658	23/04/2013	216.9900
10/07/2003	26.9100	01/06/2008	30.4603	24/04/2013	216.7200
11/07/2003	26.4900	02/06/2008	30.8900	25/04/2013	213.7500
12/07/2003	26.5386	03/06/2008	31.8700	26/04/2013	215.5500
13/07/2003	26.6351	04/06/2008	32.3700	27/04/2013	215.2915
14/07/2003	28.1400	05/06/2008	33.1700	28/04/2013	215.1947
15/07/2003	26.3800	06/06/2008	31.8200	29/04/2013	215.0100
16/07/2003	25.4800	07/06/2008	31.3295	30/04/2013	216.0700
17/07/2003	25.2800	08/06/2008	31.6299	01/05/2013	212.9100
18/07/2003	24.1500	09/06/2008	31.1300	02/05/2013	214.4900
19/07/2003	24.0177	10/06/2008	30.6300	03/05/2013	213.4500
20/07/2003	23.7281	11/06/2008	30.2300	04/05/2013	212.8863
21/07/2003	23.5300	12/06/2008	31.0100	05/05/2013	211.6990
22/07/2003	24.7000	13/06/2008	32.2200	06/05/2013	210.6900
23/07/2003	26.6700	14/06/2008	32.0772	07/05/2013	206.2500
24/07/2003	26.4000	15/06/2008	32.1291	08/05/2013	208.6100
25/07/2003	27.0200	16/06/2008	31.9200	09/05/2013	216.4100
26/07/2003	26.7120	17/06/2008	31.3000	10/05/2013	217.6900
27/07/2003	26.7366	18/06/2008	30.1800	11/05/2013	224.2252
28/07/2003	26.6200	19/06/2008	32.1000	12/05/2013	221.3449
29/07/2003	26.6900	20/06/2008	31.4000	13/05/2013	229.3800
30/07/2003	25.9500	21/06/2008	30.3409	14/05/2013	233.9700
31/07/2003	26.2000	22/06/2008	30.9750	15/05/2013	243.4000
01/08/2003	24.9500	23/06/2008	29.6100	16/05/2013	237.0300
02/08/2003	24.9478	24/06/2008	29.0000	17/05/2013	239.0000
03/08/2003	24.9478	25/06/2008	29.6000	18/05/2013	239.2220
04/08/2003	24.9500	26/06/2008	28.7800	19/05/2013	239.4235
05/08/2003	24.3100	27/06/2008	26.7400	20/05/2013	239.5500
06/08/2003	23.3600	28/06/2008	26.0979	21/05/2013	237.0900
07/08/2003	23.0900	29/06/2008	26.4187	22/05/2013	228.5600
08/08/2003	23.4900	30/06/2008	26.0700	23/05/2013	226.1800
09/08/2003	23.5476	01/07/2008	27.1000	24/05/2013	228.7400
10/08/2003	23.9403	02/07/2008	27.2500	25/05/2013	226.2234
11/08/2003	24.8200	03/07/2008	27.2800	26/05/2013	219.2929
12/08/2003	24.8700	04/07/2008	27.5028	27/05/2013	215.6876
13/08/2003	24.2200	05/07/2008	27.6843	28/05/2013	214.1900
14/08/2003	24.9400	06/07/2008	27.6621	29/05/2013	215.3400
15/08/2003	24.9900	07/07/2008	28.2500	30/05/2013	222.6600
16/08/2003	24.8770	08/07/2008	28.4100	31/05/2013	226.2500
17/08/2003	24.9159	09/07/2008	28.6200	01/06/2013	223.3703
18/08/2003	24.8500	10/07/2008	27.8500	02/06/2013	223.2094

19/08/2003	25.8400	11/07/2008	27.2100	03/06/2013	221.9700
20/08/2003	27.7200	12/07/2008	27.6322	04/06/2013	225.3100
21/08/2003	28.8400	13/07/2008	27.4260	05/06/2013	223.4600
22/08/2003	28.8000	14/07/2008	27.8100	06/06/2013	217.7400
23/08/2003	28.4978	15/07/2008	27.7100	07/06/2013	220.2200
24/08/2003	28.6991	16/07/2008	28.1100	08/06/2013	220.7434
25/08/2003	28.0700	17/07/2008	27.7800	09/06/2013	220.4241
26/08/2003	29.7900	18/07/2008	27.1000	10/06/2013	220.9300
27/08/2003	32.3700	19/07/2008	27.3015	11/06/2013	214.4600
28/08/2003	31.6400	20/07/2008	27.3349	12/06/2013	207.6400
29/08/2003	33.3300	21/07/2008	27.3500	13/06/2013	215.3900
30/08/2003	33.3541	22/07/2008	27.2200	14/06/2013	213.9900
31/08/2003	33.5103	23/07/2008	27.9800	15/06/2013	225.9863
01/09/2003	33.4647	24/07/2008	26.7300	16/06/2013	222.6324
02/09/2003	33.6500	25/07/2008	27.8500	17/06/2013	229.2300
03/09/2003	33.3000	26/07/2008	28.4398	18/06/2013	228.8300
04/09/2003	33.4900	27/07/2008	27.8917	19/06/2013	232.3100
05/09/2003	34.5500	28/07/2008	28.6300	20/06/2013	223.5200
06/09/2003	34.7044	29/07/2008	31.0400	21/06/2013	216.9000
07/09/2003	34.6751	30/07/2008	30.5300	22/06/2013	216.6415
08/09/2003	34.7200	31/07/2008	30.8900	23/06/2013	216.1039
09/09/2003	35.5100	01/08/2008	29.2200	24/06/2013	215.6000
10/09/2003	33.9100	02/08/2008	29.2259	25/06/2013	212.9000
11/09/2003	32.8700	03/08/2008	29.7485	26/06/2013	212.1000
12/09/2003	34.5700	04/08/2008	29.8300	27/06/2013	214.9700
13/09/2003	35.0747	05/08/2008	29.8900	28/06/2013	211.0900
14/09/2003	34.8763	06/08/2008	30.0000	29/06/2013	211.4564
15/09/2003	35.5100	07/08/2008	30.4600	30/06/2013	215.0428
16/09/2003	35.9000	08/08/2008	31.0500	01/07/2013	224.2800
17/09/2003	35.7500	09/08/2008	31.9358	02/07/2013	221.4600
18/09/2003	36.5400	10/08/2008	32.1535	03/07/2013	220.9100
19/09/2003	37.0000	11/08/2008	32.2000	04/07/2013	222.1517
20/09/2003	38.1179	12/08/2008	30.8100	05/07/2013	225.1000
21/09/2003	37.1382	13/08/2008	31.1600	06/07/2013	227.1367
22/09/2003	38.7900	14/08/2008	31.8400	07/07/2013	225.9643
23/09/2003	39.1300	15/08/2008	31.2600	08/07/2013	233.1000
24/09/2003	38.0000	16/08/2008	30.7891	09/07/2013	247.3800
25/09/2003	34.8100	17/08/2008	30.8373	10/07/2013	243.8200
26/09/2003	33.4900	18/08/2008	30.5900	11/07/2013	244.1700
27/09/2003	33.4867	19/08/2008	30.1100	12/07/2013	257.2600
28/09/2003	33.4818	20/08/2008	30.5200	13/07/2013	257.3262
29/09/2003	33.4800	21/08/2008	30.0000	14/07/2013	257.3099
30/09/2003	33.5600	22/08/2008	30.6500	15/07/2013	257.9800

01/10/2003	34.5100	23/08/2008	30.1429	16/07/2013	260.4800
02/10/2003	40.9700	24/08/2008	30.4971	17/07/2013	267.9200
03/10/2003	40.1500	25/08/2008	29.9400	18/07/2013	266.4100
04/10/2003	41.2620	26/08/2008	30.0900	19/07/2013	264.5800
05/10/2003	40.2833	27/08/2008	30.6400	20/07/2013	263.8080
06/10/2003	41.3600	28/08/2008	31.1200	21/07/2013	263.7112
07/10/2003	44.0500	29/08/2008	30.8400	22/07/2013	261.9600
08/10/2003	43.0000	30/08/2008	30.8379	23/07/2013	250.2600
09/10/2003	43.0700	31/08/2008	30.8379	24/07/2013	241.3000
10/10/2003	44.6500	01/09/2008	30.8379	25/07/2013	246.7400
11/10/2003	45.3808	02/09/2008	30.8400	26/07/2013	246.3100
12/10/2003	45.9734	03/09/2008	30.9100	27/07/2013	245.7154
13/10/2003	46.8300	04/09/2008	29.8700	28/07/2013	245.3783
14/10/2003	47.2200	05/09/2008	29.6600	29/07/2013	244.9600
15/10/2003	44.7000	06/09/2008	29.9404	30/07/2013	243.7600
16/10/2003	51.8500	07/09/2008	30.0802	31/07/2013	244.4800
17/10/2003	52.1300	08/09/2008	30.1500	01/08/2013	249.1200
18/10/2003	53.3439	09/09/2008	28.7400	02/08/2013	246.1800
19/10/2003	52.5005	10/09/2008	28.7500	03/08/2013	252.7687
20/10/2003	54.7400	11/09/2008	28.8300	04/08/2013	246.2773
21/10/2003	54.5000	12/09/2008	29.4500	05/08/2013	253.8400
22/10/2003	52.4500	13/09/2008	28.6793	06/08/2013	255.9000
23/10/2003	52.1300	14/09/2008	28.1689	07/08/2013	249.2100
24/10/2003	51.9900	15/09/2008	28.1100	08/08/2013	250.4000
25/10/2003	53.7312	16/09/2008	28.4600	09/08/2013	252.7500
26/10/2003	52.3614	17/09/2008	28.8600	10/08/2013	256.4850
27/10/2003	53.7500	18/09/2008	31.0400	11/08/2013	255.3565
28/10/2003	56.4800	19/09/2008	31.9400	12/08/2013	256.6000
29/10/2003	59.0600	20/09/2008	31.7307	13/08/2013	259.1900
30/10/2003	58.3100	21/09/2008	31.7758	14/08/2013	261.8100
31/10/2003	57.3000	22/09/2008	31.7100	15/08/2013	253.4100
01/11/2003	57.3270	23/09/2008	31.5300	16/08/2013	258.8700
02/11/2003	57.4429	24/09/2008	31.7700	17/08/2013	259.0054
03/11/2003	58.4500	25/09/2008	32.9700	18/08/2013	258.9989
04/11/2003	59.6000	26/09/2008	32.8700	19/08/2013	259.7800
05/11/2003	58.7200	27/09/2008	32.3904	20/08/2013	273.2900
06/11/2003	50.8300	28/09/2008	31.9556	21/08/2013	270.3700
07/11/2003	46.8800	29/09/2008	31.6000	22/08/2013	269.7500
08/11/2003	46.7500	30/09/2008	30.8800	23/08/2013	278.3600
09/11/2003	46.6926	01/10/2008	30.0400	24/08/2013	279.9056
10/11/2003	46.6000	02/10/2008	29.3000	25/08/2013	279.4057
11/11/2003	47.0300	03/10/2008	28.9700	26/08/2013	282.7200
12/11/2003	50.2400	04/10/2008	28.0454	27/08/2013	276.0400

13/11/2003	48.5000	05/10/2008	28.4631	28/08/2013	283.3600
14/11/2003	46.7700	06/10/2008	26.4900	29/08/2013	287.8500
15/11/2003	45.7674	07/10/2008	22.3100	30/08/2013	283.9100
16/11/2003	46.5965	08/10/2008	22.7400	31/08/2013	286.5389
17/11/2003	44.6600	09/10/2008	22.9400	01/09/2013	286.9049
18/11/2003	46.5700	10/10/2008	24.2900	02/09/2013	285.1378
19/11/2003	46.4400	11/10/2008	25.3074	03/09/2013	289.0000
20/11/2003	45.5600	12/10/2008	24.4023	04/09/2013	292.4300
21/11/2003	45.6500	13/10/2008	25.4000	05/09/2013	295.1100
22/11/2003	46.6158	14/10/2008	24.0400	06/09/2013	291.5400
23/11/2003	46.1059	15/10/2008	22.5100	07/09/2013	291.8844
24/11/2003	46.8000	16/10/2008	23.4500	08/09/2013	294.0229
25/11/2003	48.0100	17/10/2008	23.3000	09/09/2013	294.1500
26/11/2003	48.3100	18/10/2008	23.4424	10/09/2013	313.0600
27/11/2003	48.4270	19/10/2008	23.3481	11/09/2013	308.3000
28/11/2003	49.0000	20/10/2008	23.8000	12/09/2013	301.4100
29/11/2003	50.1229	21/10/2008	20.8500	13/09/2013	305.6500
30/11/2003	50.3889	22/10/2008	20.7000	14/09/2013	302.1474
01/12/2003	50.7000	23/10/2008	20.7900	15/09/2013	304.9273
02/12/2003	50.9000	24/10/2008	18.9500	16/09/2013	302.1600
03/12/2003	49.7700	25/10/2008	18.3229	17/09/2013	299.5500
04/12/2003	48.0400	26/10/2008	18.5214	18/09/2013	306.9200
05/12/2003	47.4700	27/10/2008	17.9400	19/09/2013	305.5000
06/12/2003	47.4640	28/10/2008	20.5700	20/09/2013	313.8300
07/12/2003	47.3924	29/10/2008	21.7600	21/09/2013	303.4287
08/12/2003	47.2100	30/10/2008	22.7800	22/09/2013	307.2378
09/12/2003	45.4400	31/10/2008	24.7600	23/09/2013	302.0400
10/12/2003	45.0500	01/11/2008	24.4570	24/09/2013	306.4900
11/12/2003	47.4400	02/11/2008	23.3808	25/09/2013	307.1400
12/12/2003	46.8100	03/11/2008	23.3600	26/09/2013	313.5100
13/12/2003	46.0417	04/11/2008	24.0300	27/09/2013	312.4000
14/12/2003	45.8116	05/11/2008	22.9900	28/09/2013	309.7342
15/12/2003	45.3200	06/11/2008	21.4800	29/09/2013	311.8595
16/12/2003	44.8000	07/11/2008	21.8600	30/09/2013	309.2100
17/12/2003	50.4900	08/11/2008	21.6135	01/10/2013	324.6200
18/12/2003	51.1700	09/11/2008	21.7509	02/10/2013	330.7300
19/12/2003	51.0700	10/11/2008	21.5300	03/10/2013	321.7200
20/12/2003	51.6884	11/11/2008	22.0200	04/10/2013	327.2600
21/12/2003	51.4326	12/11/2008	20.7000	05/10/2013	325.7484
22/12/2003	51.9700	13/11/2008	24.3600	06/10/2013	327.1623
23/12/2003	54.8700	14/11/2008	22.0300	07/10/2013	318.1600
24/12/2003	56.9800	15/11/2008	21.9540	08/10/2013	302.3200
25/12/2003	57.1270	16/11/2008	22.0274	09/10/2013	288.4300

26/12/2003	58.2000	17/11/2008	21.2500	10/10/2013	303.9900
27/12/2003	58.2386	18/11/2008	21.4500	11/10/2013	300.8500
28/12/2003	58.2129	19/11/2008	20.5500	12/10/2013	322.3972
29/12/2003	58.3100	20/11/2008	18.7200	13/10/2013	323.1474
30/12/2003	56.7900	21/11/2008	19.9900	14/10/2013	324.3600
31/12/2003	54.6900	22/11/2008	21.0100	15/10/2013	321.6900
01/01/2004	54.7088	23/11/2008	20.2267	16/10/2013	322.8800
02/01/2004	54.8300	24/11/2008	22.2100	17/10/2013	330.1000
03/01/2004	55.6909	25/11/2008	21.6300	18/10/2013	333.5000
04/01/2004	55.4005	26/11/2008	22.8700	19/10/2013	339.5121
05/01/2004	55.9000	27/11/2008	22.9579	20/10/2013	345.0226
06/01/2004	59.6100	28/11/2008	22.9800	21/10/2013	354.9900
07/01/2004	62.2400	29/11/2008	22.1150	22/10/2013	322.5200
08/01/2004	62.0600	30/11/2008	22.5411	23/10/2013	330.2400
09/01/2004	62.0000	01/12/2008	22.0400	24/10/2013	331.2200
10/01/2004	62.8589	02/12/2008	23.2100	25/10/2013	328.0300
11/01/2004	63.0897	03/12/2008	23.8100	26/10/2013	315.2117
12/01/2004	64.0500	04/12/2008	23.1700	27/10/2013	322.3072
13/01/2004	65.3100	05/12/2008	25.2700	28/10/2013	314.0000
14/01/2004	65.1000	06/12/2008	25.4076	29/10/2013	327.3000
15/01/2004	64.7900	07/12/2008	25.3266	30/10/2013	318.1400
16/01/2004	65.5600	08/12/2008	25.5100	31/10/2013	322.4800
17/01/2004	66.8051	09/12/2008	28.0900	01/11/2013	329.2700
18/01/2004	67.2519	10/12/2008	28.4800	02/11/2013	337.1803
19/01/2004	66.1325	11/12/2008	28.1400	03/11/2013	332.7978
20/01/2004	67.7500	12/12/2008	28.5100	04/11/2013	337.6000
21/01/2004	65.8000	13/12/2008	28.4917	05/11/2013	341.5000
22/01/2004	77.6600	14/12/2008	28.5067	06/11/2013	335.6300
23/01/2004	77.5000	15/12/2008	28.4900	07/11/2013	326.8600
24/01/2004	76.5330	16/12/2008	28.6500	08/11/2013	334.9000
25/01/2004	76.8856	17/12/2008	28.7900	09/11/2013	334.9007
26/01/2004	76.2600	18/12/2008	28.2400	10/11/2013	335.3319
27/01/2004	75.1900	19/12/2008	27.6900	11/11/2013	337.9100
28/01/2004	71.9000	20/12/2008	27.7364	12/11/2013	333.7300
29/01/2004	70.7500	21/12/2008	27.8467	13/11/2013	335.2800
30/01/2004	73.4100	22/12/2008	27.9200	14/11/2013	342.5700
31/01/2004	73.0525	23/12/2008	27.1500	15/11/2013	349.7600
01/02/2004	73.1419	24/12/2008	27.4100	16/11/2013	349.4248
02/02/2004	72.7300	25/12/2008	28.2597	17/11/2013	341.8878
03/02/2004	71.9000	26/12/2008	28.4600	18/11/2013	341.7700
04/02/2004	69.6500	27/12/2008	28.2629	19/11/2013	337.2900
05/02/2004	73.1600	28/12/2008	28.0481	20/11/2013	339.5200
06/02/2004	76.6300	29/12/2008	27.9300	21/11/2013	348.5000

07/02/2004	76.6124	30/12/2008	28.6600	22/11/2013	347.8500
08/02/2004	76.5968	31/12/2008	29.8900	23/11/2013	349.3929
09/02/2004	76.5600	01/01/2009	29.8727	24/11/2013	348.4841
10/02/2004	72.8000	02/01/2009	29.8700	25/11/2013	350.2400
11/02/2004	71.9600	03/01/2009	30.5337	26/11/2013	355.2000
12/02/2004	37.3000	04/01/2009	31.7489	27/11/2013	362.4900
13/02/2004	35.5400	05/01/2009	31.9400	28/11/2013	364.4230
14/02/2004	35.4693	06/01/2009	32.9400	29/11/2013	365.8000
15/02/2004	35.4592	07/01/2009	32.7100	30/11/2013	363.9046
16/02/2004	35.4465	08/01/2009	33.1500	01/12/2013	364.2215
17/02/2004	35.2800	09/01/2009	32.2600	02/12/2013	363.9200
18/02/2004	35.2400	10/01/2009	31.9533	03/12/2013	362.9400
19/02/2004	34.1500	11/01/2009	32.2432	04/12/2013	356.2700
20/02/2004	35.3800	12/01/2009	31.2100	05/12/2013	358.0600
21/02/2004	35.1506	13/01/2009	30.9400	06/12/2013	354.4400
22/02/2004	35.1261	14/01/2009	29.5400	07/12/2013	355.1911
23/02/2004	35.0200	15/01/2009	31.6200	08/12/2013	354.5170
24/02/2004	31.2000	16/01/2009	31.2600	09/12/2013	355.6700
25/02/2004	31.1100	17/01/2009	30.4907	10/12/2013	363.1000
26/02/2004	33.6000	18/01/2009	30.7706	11/12/2013	363.9800
27/02/2004	34.4000	19/01/2009	31.1737	12/12/2013	373.3300
28/02/2004	34.4501	20/01/2009	29.8300	13/12/2013	368.9700
29/02/2004	34.5000	21/01/2009	30.6900	14/12/2013	368.7963
01/03/2004	34.7500	22/01/2009	30.8400	15/12/2013	367.9066
02/03/2004	34.4600	23/01/2009	30.4400	16/12/2013	366.3100
03/03/2004	33.0200	24/01/2009	30.2678	17/12/2013	374.8700
04/03/2004	32.6800	25/01/2009	30.3179	18/12/2013	376.2400
05/03/2004	33.2700	26/01/2009	30.1500	19/12/2013	376.7400
06/03/2004	32.2621	27/01/2009	34.8200	20/12/2013	375.6700
07/03/2004	32.6557	28/01/2009	36.1600	21/12/2013	380.0353
08/03/2004	31.9800	29/01/2009	36.8800	22/12/2013	378.1600
09/03/2004	31.1500	30/01/2009	36.1400	23/12/2013	380.5800
10/03/2004	30.6100	31/01/2009	36.4663	24/12/2013	378.3900
11/03/2004	30.0200	01/02/2009	36.8025	25/12/2013	377.2316
12/03/2004	30.7700	02/02/2009	36.9500	26/12/2013	376.9300
13/03/2004	29.9874	03/02/2009	36.7400	27/12/2013	367.5000
14/03/2004	30.2571	04/02/2009	36.8500	28/12/2013	367.2449
15/03/2004	29.5500	05/02/2009	37.4700	29/12/2013	367.2258
16/03/2004	29.0500	06/02/2009	37.0000	30/12/2013	366.9900
17/03/2004	30.5200	07/02/2009	36.9754	31/12/2013	368.1700
18/03/2004	30.9000	08/02/2009	36.9861	01/01/2014	364.4099
19/03/2004	30.7300	09/02/2009	36.9400	02/01/2014	362.8200
20/03/2004	29.9491	10/02/2009	36.1700	03/01/2014	363.1000

21/03/2004	30.5415	11/02/2009	36.1700	04/01/2014	360.2539
22/03/2004	29.2500	12/02/2009	37.9300	05/01/2014	362.9891
23/03/2004	28.5000	13/02/2009	38.5400	06/01/2014	359.5700
24/03/2004	28.3300	14/02/2009	37.5261	07/01/2014	339.5000
25/03/2004	29.6000	15/02/2009	37.5329	08/01/2014	340.9900
26/03/2004	28.9700	16/02/2009	38.5318	09/01/2014	337.0500
27/03/2004	31.9433	17/02/2009	37.2200	10/01/2014	332.1400
28/03/2004	29.7793	18/02/2009	37.0000	11/01/2014	334.3705
29/03/2004	33.3900	19/02/2009	37.0900	12/01/2014	336.5059
30/03/2004	34.3700	20/02/2009	36.8000	13/01/2014	336.8100
31/03/2004	34.1200	21/02/2009	35.7725	14/01/2014	337.9600
01/04/2004	35.3600	22/02/2009	35.9129	15/01/2014	330.3800
02/04/2004	35.1800	23/02/2009	35.5800	16/01/2014	331.6800
03/04/2004	35.4956	24/02/2009	36.0600	17/01/2014	330.0400
04/04/2004	35.5648	25/02/2009	35.7900	18/01/2014	329.5004
05/04/2004	35.7000	26/02/2009	35.7800	19/01/2014	329.9717
06/04/2004	35.6000	27/02/2009	36.2400	20/01/2014	329.3535
07/04/2004	35.6300	28/02/2009	34.6439	21/01/2014	328.7100
08/04/2004	37.6500	01/03/2009	34.8355	22/01/2014	333.7300
09/04/2004	37.6828	02/03/2009	34.3500	23/01/2014	388.7200
10/04/2004	37.6533	03/03/2009	36.3600	24/01/2014	386.0800
11/04/2004	37.6617	04/03/2009	37.7100	25/01/2014	384.9387
12/04/2004	37.7100	05/03/2009	37.9000	26/01/2014	383.0652
13/04/2004	36.5900	06/03/2009	38.1800	27/01/2014	381.2300
14/04/2004	36.5000	07/03/2009	38.2656	28/01/2014	406.7700
15/04/2004	37.0200	08/03/2009	38.3845	29/01/2014	400.4200
16/04/2004	30.7500	09/03/2009	38.5000	30/01/2014	404.6700
17/04/2004	30.6642	10/03/2009	38.5000	31/01/2014	409.3300
18/04/2004	30.7259	11/03/2009	37.4900	01/02/2014	404.5344
19/04/2004	30.6500	12/03/2009	39.9600	02/02/2014	406.8879
20/04/2004	29.1000	13/03/2009	39.3700	03/02/2014	404.3800
21/04/2004	29.0100	14/03/2009	38.9394	04/02/2014	405.9100
22/04/2004	29.7800	15/03/2009	39.0959	05/02/2014	404.4200
23/04/2004	29.6100	16/03/2009	38.6600	06/02/2014	407.9100
24/04/2004	28.8098	17/03/2009	40.7900	07/02/2014	429.9800
25/04/2004	29.4148	18/03/2009	41.6200	08/02/2014	430.3034
26/04/2004	28.6100	19/03/2009	41.5100	09/02/2014	430.2600
27/04/2004	28.0400	20/03/2009	41.6500	10/02/2014	430.4400
28/04/2004	27.6800	21/03/2009	43.3583	11/02/2014	433.9900
29/04/2004	26.0500	22/03/2009	42.1542	12/02/2014	428.9300
30/04/2004	25.3600	23/03/2009	43.4000	13/02/2014	436.5500
01/05/2004	25.4590	24/03/2009	43.4200	14/02/2014	435.5100
02/05/2004	26.8300	25/03/2009	41.5600	15/02/2014	436.6789

03/05/2004	26.9000	26/03/2009	41.7500	16/02/2014	435.7873
04/05/2004	26.9700	27/03/2009	39.6800	17/02/2014	435.5512
05/05/2004	28.7900	28/03/2009	41.9001	18/02/2014	436.8500
06/05/2004	28.2100	29/03/2009	40.7486	19/02/2014	428.2300
07/05/2004	27.3400	30/03/2009	42.0300	20/02/2014	434.9500
08/05/2004	27.2653	31/03/2009	42.9200	21/02/2014	432.2300
09/05/2004	27.0100	01/04/2009	42.8700	22/02/2014	442.3498
10/05/2004	26.9900	02/04/2009	43.1300	23/02/2014	438.9597
11/05/2004	29.4000	03/04/2009	43.0700	24/02/2014	447.0000
12/05/2004	29.5100	04/04/2009	43.4882	25/02/2014	453.0300
13/05/2004	30.6900	05/04/2009	43.9023	26/02/2014	448.7900
14/05/2004	30.7400	06/04/2009	44.5000	27/02/2014	452.2300
15/05/2004	30.6091	07/04/2009	43.7000	28/02/2014	445.6300
16/05/2004	30.5881	08/04/2009	44.2800	01/03/2014	445.5844
17/05/2004	30.5000	09/04/2009	46.9500	02/03/2014	445.5728
18/05/2004	31.0000	10/04/2009	48.6948	03/03/2014	445.5900
19/05/2004	31.3500	11/04/2009	48.9602	04/03/2014	454.9800
20/05/2004	30.9400	12/04/2009	48.8798	05/03/2014	453.5000
21/05/2004	31.2600	13/04/2009	49.4200	06/03/2014	450.5100
22/05/2004	31.3378	14/04/2009	47.8000	07/03/2014	448.3700
23/05/2004	31.3407	15/04/2009	46.5900	08/03/2014	447.9153
24/05/2004	31.9500	16/04/2009	48.2700	09/03/2014	443.3764
25/05/2004	32.1000	17/04/2009	48.8300	10/03/2014	439.9500
26/05/2004	32.5400	18/04/2009	49.1200	11/03/2014	437.4800
27/05/2004	33.2000	19/04/2009	48.8656	12/03/2014	436.5800
28/05/2004	32.9200	20/04/2009	49.6100	13/03/2014	430.0600
29/05/2004	32.8148	21/04/2009	46.6000	14/03/2014	424.4900
30/05/2004	32.7114	22/04/2009	45.8800	15/03/2014	424.0239
31/05/2004	32.7853	23/04/2009	45.3200	16/03/2014	423.6564
01/06/2004	32.6000	24/04/2009	42.7300	17/03/2014	422.7200
02/06/2004	32.4700	25/04/2009	43.4448	18/03/2014	420.2500
03/06/2004	31.1500	26/04/2009	43.8372	19/03/2014	420.0900
04/06/2004	31.4000	27/04/2009	46.3700	20/03/2014	424.2700
05/06/2004	31.4315	28/04/2009	46.1800	21/03/2014	405.9900
06/06/2004	31.5189	29/04/2009	45.2300	22/03/2014	384.4278
07/06/2004	32.1000	30/04/2009	45.3100	23/03/2014	380.9114
08/06/2004	32.0100	01/05/2009	44.4800	24/03/2014	378.9000
09/06/2004	31.3000	02/05/2009	44.4846	25/03/2014	370.8400
10/06/2004	31.1900	03/05/2009	44.4914	26/03/2014	372.2800
11/06/2004	30.0693	04/05/2009	44.9400	27/03/2014	364.1800
12/06/2004	29.8356	05/05/2009	45.1100	28/03/2014	358.8700
13/06/2004	30.1386	06/05/2009	42.9900	29/03/2014	352.3877
14/06/2004	29.5500	07/05/2009	39.9700	30/03/2014	357.7991

15/06/2004	29.7300	08/05/2009	40.2200	31/03/2014	352.0300
16/06/2004	30.2400	09/05/2009	40.1115	01/04/2014	364.6900
17/06/2004	29.8200	10/05/2009	39.6526	02/04/2014	362.8800
18/06/2004	29.5500	11/05/2009	39.6000	03/04/2014	354.6900
19/06/2004	29.2531	12/05/2009	40.3300	04/04/2014	337.3100
20/06/2004	29.3671	13/05/2009	37.6500	05/04/2014	337.3757
21/06/2004	28.9200	14/05/2009	37.0800	06/04/2014	337.8184
22/06/2004	28.9900	15/05/2009	38.5000	07/04/2014	338.0000
23/06/2004	30.6900	16/05/2009	38.6580	08/04/2014	348.8900
24/06/2004	31.0900	17/05/2009	38.5676	09/04/2014	353.0300
25/06/2004	31.9900	18/05/2009	38.7700	10/04/2014	334.7300
26/06/2004	32.4150	19/05/2009	39.6300	11/04/2014	326.7100
27/06/2004	33.1007	20/05/2009	40.2500	12/04/2014	330.2693
28/06/2004	34.0000	21/05/2009	39.1100	13/04/2014	329.2027
29/06/2004	34.1800	22/05/2009	38.8000	14/04/2014	331.5800
30/06/2004	36.0000	23/05/2009	39.8673	15/04/2014	326.2700
01/07/2004	35.9500	24/05/2009	38.8355	16/04/2014	331.4100
02/07/2004	32.3100	25/05/2009	40.0402	17/04/2014	345.7400
03/07/2004	33.4803	26/05/2009	40.0900	18/04/2014	346.8948
04/07/2004	32.6564	27/05/2009	38.9300	19/04/2014	346.4581
05/07/2004	32.4677	28/05/2009	38.5400	20/04/2014	346.2806
06/07/2004	33.5200	29/05/2009	39.4200	21/04/2014	348.4900
07/07/2004	33.3500	30/05/2009	40.5527	22/04/2014	372.9000
08/07/2004	31.9100	31/05/2009	40.4306	23/04/2014	353.5000
09/07/2004	33.4300	01/06/2009	40.9400	24/04/2014	344.0700
10/07/2004	33.2094	02/06/2009	41.1700	25/04/2014	322.0800
11/07/2004	32.9732	03/06/2009	40.5000	26/04/2014	317.7813
12/07/2004	32.5800	04/06/2009	40.7100	27/04/2014	316.4622
13/07/2004	31.8400	05/06/2009	39.1900	28/04/2014	314.2100
14/07/2004	32.0600	06/06/2009	38.9813	29/04/2014	319.8700
15/07/2004	32.0000	07/06/2009	38.9106	30/04/2014	322.0400
16/07/2004	23.0200	08/06/2009	38.8100	01/05/2014	336.5200
17/07/2004	21.3130	09/06/2009	39.0100	02/05/2014	340.6500
18/07/2004	22.3177	10/06/2009	37.8600	03/05/2014	342.7611
19/07/2004	20.1700	11/06/2009	37.7400	04/05/2014	342.8607
20/07/2004	21.5600	12/06/2009	37.8400	05/05/2014	344.3800
21/07/2004	20.0000	13/06/2009	38.0867	06/05/2014	326.1900
22/07/2004	20.2400	14/06/2009	38.0773	07/05/2014	320.5400
23/07/2004	20.2700	15/06/2009	38.1600	08/05/2014	321.6600
24/07/2004	19.9624	16/06/2009	37.8300	09/05/2014	328.5500
25/07/2004	20.1516	17/06/2009	40.4000	10/05/2014	341.5281
26/07/2004	19.0600	18/06/2009	41.3100	11/05/2014	338.3931
27/07/2004	20.3600	19/06/2009	41.5900	12/05/2014	345.4500

28/07/2004	20.2300	20/06/2009	40.6568	13/05/2014	347.1400
29/07/2004	20.3000	21/06/2009	41.4502	14/05/2014	351.8800
30/07/2004	20.5000	22/06/2009	40.5500	15/05/2014	344.1900
31/07/2004	20.3739	23/06/2009	39.5700	16/05/2014	349.8800
01/08/2004	20.1879	24/06/2009	39.5900	17/05/2014	362.9891
02/08/2004	20.1600	25/06/2009	41.1100	18/05/2014	360.6546
03/08/2004	19.2500	26/06/2009	40.3700	19/05/2014	364.5000
04/08/2004	17.5300	27/06/2009	40.6883	20/05/2014	371.6700
05/08/2004	17.1000	28/06/2009	40.5899	21/05/2014	390.6000
06/08/2004	16.9100	29/06/2009	41.2000	22/05/2014	391.8000
07/08/2004	16.4261	30/06/2009	41.3400	23/05/2014	402.3500
08/08/2004	16.7675	01/07/2009	40.6200	24/05/2014	399.5562
09/08/2004	16.4200	02/07/2009	39.9200	25/05/2014	401.7408
10/08/2004	17.1400	03/07/2009	39.9020	26/05/2014	401.6678
11/08/2004	16.1100	04/07/2009	39.7956	27/05/2014	398.8100
12/08/2004	15.3800	05/07/2009	39.7956	28/05/2014	401.2400
13/08/2004	14.9800	06/07/2009	39.7800	29/05/2014	415.2000
14/08/2004	15.1395	07/07/2009	38.8000	30/05/2014	417.8300
15/08/2004	15.1504	08/07/2009	38.7000	31/05/2014	419.2543
16/08/2004	15.3800	09/07/2009	39.9500	01/06/2014	421.9504
17/08/2004	15.5700	10/07/2009	40.0700	02/06/2014	422.0600
18/08/2004	15.7400	11/07/2009	41.1161	03/06/2014	417.5700
19/08/2004	15.8500	12/07/2009	40.9841	04/06/2014	423.2100
20/08/2004	15.8400	13/07/2009	42.1900	05/06/2014	428.3500
21/08/2004	15.9058	14/07/2009	43.3000	06/06/2014	430.1300
22/08/2004	15.8573	15/07/2009	44.4100	07/06/2014	427.3930
23/08/2004	15.9100	16/07/2009	44.1300	08/06/2014	425.2549
24/08/2004	15.4600	17/07/2009	44.1400	09/06/2014	423.0900
25/08/2004	15.6700	18/07/2009	44.5781	10/06/2014	428.2900
26/08/2004	15.2400	19/07/2009	44.2005	11/06/2014	430.0000
27/08/2004	15.1500	20/07/2009	44.8200	12/06/2014	422.4500
28/08/2004	14.9358	21/07/2009	44.7800	13/06/2014	427.7100
29/08/2004	15.0098	22/07/2009	45.2800	14/06/2014	429.0103
30/08/2004	14.4500	23/07/2009	46.4600	15/06/2014	427.7123
31/08/2004	13.9500	24/07/2009	42.2000	16/06/2014	430.2600
01/09/2004	14.2700	25/07/2009	42.1645	17/06/2014	443.6500
02/09/2004	14.8500	26/07/2009	42.1599	18/06/2014	448.6800
03/09/2004	14.3600	27/07/2009	41.7000	19/06/2014	441.3900
04/09/2004	15.3884	28/07/2009	42.3400	20/06/2014	440.1800
05/09/2004	14.8846	29/07/2009	42.7000	21/06/2014	439.8852
06/09/2004	14.6906	30/07/2009	43.6100	22/06/2014	439.7224
07/09/2004	15.4100	31/07/2009	43.9400	23/06/2014	439.5200
08/09/2004	15.0700	01/08/2009	44.0953	24/06/2014	436.3600

09/09/2004	15.0800	02/08/2009	44.1086	25/06/2014	444.2100
10/09/2004	14.9400	03/08/2009	44.9700	26/06/2014	439.6100
11/09/2004	15.3085	04/08/2009	44.1800	27/06/2014	442.0800
12/09/2004	15.5855	05/08/2009	44.3100	28/06/2014	441.0404
13/09/2004	15.8200	06/08/2009	43.5000	29/06/2014	440.9818
14/09/2004	16.3200	07/08/2009	45.0000	30/06/2014	440.6000
15/09/2004	15.9000	08/08/2009	45.4248	01/07/2014	473.1000
16/09/2004	17.0900	09/08/2009	45.4636	02/07/2014	466.7400
17/09/2004	16.9900	10/08/2009	45.8000	03/07/2014	472.3500
18/09/2004	17.2642	11/08/2009	46.0900	04/07/2014	463.3357
19/09/2004	17.2026	12/08/2009	46.2800	05/07/2014	461.1023
20/09/2004	17.7600	13/08/2009	46.2800	06/07/2014	467.9979
21/09/2004	17.5100	14/08/2009	44.4900	07/07/2014	460.6200
22/09/2004	16.8500	15/08/2009	43.9637	08/07/2014	445.0500
23/09/2004	16.8000	16/08/2009	43.2354	09/07/2014	443.0000
24/09/2004	16.6500	17/08/2009	43.1100	10/07/2014	438.5500
25/09/2004	16.6296	18/08/2009	43.5500	11/07/2014	439.9600
26/09/2004	16.4725	19/08/2009	44.8700	12/07/2014	440.6640
27/09/2004	16.3400	20/08/2009	44.9800	13/07/2014	451.0848
28/09/2004	16.3900	21/08/2009	45.1000	14/07/2014	452.5800
29/09/2004	16.3800	22/08/2009	44.5142	15/07/2014	449.0900
30/09/2004	15.4200	23/08/2009	44.5705	16/07/2014	444.4400
01/10/2004	16.3300	24/08/2009	44.3200	17/07/2014	439.3600
02/10/2004	16.9245	25/08/2009	44.4600	18/07/2014	444.1700
03/10/2004	16.4415	26/08/2009	43.9700	19/07/2014	447.2092
04/10/2004	17.2500	27/08/2009	43.7500	20/07/2014	449.2441
05/10/2004	18.0500	28/08/2009	44.2200	21/07/2014	451.9500
06/10/2004	17.9500	29/08/2009	43.9044	22/07/2014	431.0900
07/10/2004	17.5400	30/08/2009	43.7472	23/07/2014	427.9000
08/10/2004	16.7600	31/08/2009	43.6300	24/07/2014	425.3800
09/10/2004	16.8280	01/09/2009	42.1500	25/07/2014	421.8600
10/10/2004	16.9926	02/09/2009	41.7800	26/07/2014	421.9504
11/10/2004	17.4300	03/09/2009	40.2900	27/07/2014	422.6424
12/10/2004	17.2800	04/09/2009	40.9500	28/07/2014	424.6600
13/10/2004	17.3500	05/09/2009	40.9822	29/07/2014	424.2800
14/10/2004	17.4300	06/09/2009	41.2245	30/07/2014	434.3600
15/10/2004	10.3000	07/09/2009	41.3962	31/07/2014	422.7200
16/10/2004	10.2802	08/09/2009	41.4800	01/08/2014	425.4000
17/10/2004	9.9009	09/09/2009	43.2300	02/08/2014	424.7804
18/10/2004	9.8700	10/09/2009	43.5000	03/08/2014	425.1090
19/10/2004	9.9300	11/09/2009	42.6600	04/08/2014	422.7000
20/10/2004	10.1000	12/09/2009	42.7514	05/08/2014	422.8500
21/10/2004	10.0700	13/09/2009	42.9588	06/08/2014	430.3000

22/10/2004	9.8000	14/09/2009	43.2800	07/08/2014	449.6700
23/10/2004	9.8781	15/09/2009	44.9700	08/08/2014	445.8500
24/10/2004	9.8319	16/09/2009	46.8000	09/08/2014	451.2935
25/10/2004	9.9900	17/09/2009	46.4400	10/08/2014	449.3571
26/10/2004	9.6100	18/09/2009	47.4000	11/08/2014	451.5400
27/10/2004	9.6800	19/09/2009	47.4445	12/08/2014	446.4100
28/10/2004	9.5900	20/09/2009	47.4412	13/08/2014	451.5300
29/10/2004	9.4700	21/09/2009	47.5000	14/08/2014	450.8700
30/10/2004	9.4529	22/09/2009	47.7300	15/08/2014	459.0900
31/10/2004	9.4386	23/09/2009	46.8500	16/08/2014	463.2331
01/11/2004	9.4300	24/09/2009	46.6200	17/08/2014	462.9023
02/11/2004	9.9100	25/09/2009	46.2600	18/08/2014	466.0000
03/11/2004	10.1200	26/09/2009	46.0706	19/08/2014	468.1500
04/11/2004	10.5700	27/09/2009	46.0822	20/08/2014	472.1900
05/11/2004	10.9200	28/09/2009	45.9700	21/08/2014	472.0500
06/11/2004	10.9118	29/09/2009	46.2600	22/08/2014	479.1900
07/11/2004	10.8814	30/09/2009	46.1700	23/08/2014	480.3960
08/11/2004	10.8600	01/10/2009	44.6200	24/08/2014	479.4931
09/11/2004	10.6600	02/10/2009	44.7200	25/08/2014	480.9300
10/11/2004	10.3800	03/10/2009	44.9874	26/08/2014	479.3600
11/11/2004	10.7500	04/10/2009	45.2433	27/08/2014	474.7000
12/11/2004	10.8600	05/10/2009	45.4200	28/08/2014	475.2100
13/11/2004	11.0645	06/10/2009	46.1700	29/08/2014	477.6400
14/11/2004	10.9983	07/10/2009	46.2500	30/08/2014	477.4568
15/11/2004	11.2300	08/10/2009	46.0400	31/08/2014	476.6780
16/11/2004	10.8200	09/10/2009	46.9100	01/09/2014	477.3051
17/11/2004	10.4600	10/10/2009	46.1076	02/09/2014	476.6000
18/11/2004	11.9200	11/10/2009	46.1315	03/09/2014	477.3900
19/11/2004	11.2500	12/10/2009	46.0600	04/09/2014	472.6700
20/11/2004	11.3057	13/10/2009	46.4900	05/09/2014	475.6800
21/11/2004	11.2603	14/10/2009	48.0700	06/09/2014	476.7474
22/11/2004	11.3100	15/10/2009	50.3500	07/09/2014	476.8606
23/11/2004	10.9500	16/10/2009	48.9900	08/09/2014	479.3300
24/11/2004	11.3600	17/10/2009	49.7745	09/09/2014	479.0100
25/11/2004	11.3483	18/10/2009	49.4098	10/09/2014	484.3900
26/11/2004	11.3500	19/10/2009	49.8000	11/09/2014	481.5600
27/11/2004	11.3843	20/10/2009	48.9600	12/09/2014	476.5500
28/11/2004	11.4149	21/10/2009	47.8500	13/09/2014	459.7784
29/11/2004	11.4200	22/10/2009	49.6300	14/09/2014	466.9065
30/11/2004	11.3800	23/10/2009	54.8900	15/09/2014	457.7500
01/12/2004	11.2500	24/10/2009	54.9552	16/09/2014	456.9100
02/12/2004	11.3500	25/10/2009	55.1431	17/09/2014	454.5300
03/12/2004	11.3000	26/10/2009	55.1700	18/09/2014	459.0100

04/12/2004	11.2114	27/10/2009	54.2400	19/09/2014	457.5200
05/12/2004	11.2465	28/10/2009	53.5400	20/09/2014	447.1664
06/12/2004	11.2000	29/10/2009	55.3200	21/09/2014	447.6922
07/12/2004	11.6700	30/10/2009	53.4500	22/09/2014	442.7800
08/12/2004	11.3100	31/10/2009	53.4619	23/09/2014	443.9000
09/12/2004	11.7300	01/11/2009	53.6894	24/09/2014	450.5600
10/12/2004	11.7400	02/11/2009	53.8000	25/09/2014	443.4900
11/12/2004	12.2666	03/11/2009	53.7500	26/09/2014	448.7500
12/12/2004	12.3062	04/11/2009	54.1600	27/09/2014	448.7431
13/12/2004	12.7800	05/11/2009	56.3900	28/09/2014	448.9034
14/12/2004	12.6000	06/11/2009	55.8600	29/09/2014	449.5600
15/12/2004	12.8200	07/11/2009	56.2083	30/09/2014	451.1800
16/12/2004	13.3600	08/11/2009	56.0521	01/10/2014	438.8000
17/12/2004	12.9800	09/11/2009	57.2000	02/10/2014	449.9800
18/12/2004	12.8422	10/11/2009	58.4000	03/10/2014	459.5400
19/12/2004	12.9207	11/11/2009	59.4400	04/10/2014	461.8191
20/12/2004	12.7000	12/11/2009	58.1900	05/10/2014	463.0014
21/12/2004	12.6000	13/11/2009	59.3300	06/10/2014	463.4800
22/12/2004	11.7000	14/11/2009	59.3768	07/10/2014	456.2500
23/12/2004	11.5300	15/11/2009	59.3701	08/10/2014	466.8600
24/12/2004	11.5615	16/11/2009	59.4600	09/10/2014	461.6200
25/12/2004	11.5764	17/11/2009	60.7500	10/10/2014	452.0800
26/12/2004	11.5706	18/11/2009	61.1300	11/10/2014	444.5220
27/12/2004	11.6000	19/11/2009	60.2600	12/10/2014	448.1052
28/12/2004	12.1000	20/11/2009	59.9700	13/10/2014	438.5800
29/12/2004	12.6300	21/11/2009	60.1076	14/10/2014	449.1200
30/12/2004	12.6800	22/11/2009	60.1474	15/10/2014	448.5900
31/12/2004	12.3300	23/11/2009	60.3800	16/10/2014	361.7000
01/01/2005	11.9390	24/11/2009	59.6700	17/10/2014	357.0900
02/01/2005	12.3072	25/11/2009	59.2200	18/10/2014	358.0944
03/01/2005	11.9200	26/11/2009	57.9840	19/10/2014	358.7922
04/01/2005	11.6600	27/11/2009	57.8500	20/10/2014	359.2200
05/01/2005	11.2000	28/11/2009	58.2041	21/10/2014	365.9900
06/01/2005	11.0500	29/11/2009	58.3709	22/10/2014	374.6500
07/01/2005	11.1200	30/11/2009	58.6300	23/10/2014	383.0400
08/01/2005	11.2343	01/12/2009	58.2300	24/10/2014	385.0200
09/01/2005	11.1366	02/12/2009	59.0000	25/10/2014	379.7272
10/01/2005	11.2700	03/12/2009	57.9900	26/10/2014	380.9834
11/01/2005	11.0100	04/12/2009	56.2300	27/10/2014	379.4000
12/01/2005	10.7500	05/12/2009	56.0679	28/10/2014	386.2200
13/01/2005	10.8600	06/12/2009	55.9660	29/10/2014	378.1000
14/01/2005	11.3300	07/12/2009	55.9100	30/10/2014	379.0100
15/01/2005	11.2985	08/12/2009	55.9200	31/10/2014	392.7700

16/01/2005	11.3100	09/12/2009	55.9600	01/11/2014	389.6263
17/01/2005	11.3136	10/12/2009	56.7400	02/11/2014	391.5742
18/01/2005	11.3000	11/12/2009	55.7000	03/11/2014	388.4100
19/01/2005	11.0700	12/12/2009	56.0499	04/11/2014	382.7800
20/01/2005	11.0900	13/12/2009	55.7530	05/11/2014	380.3800
21/01/2005	11.0400	14/12/2009	56.4100	06/11/2014	383.3000
22/01/2005	11.0708	15/12/2009	56.9200	07/11/2014	384.1600
23/01/2005	11.0795	16/12/2009	55.0800	08/11/2014	384.6351
24/01/2005	11.1400	17/12/2009	53.7300	09/11/2014	386.4831
25/01/2005	11.3300	18/12/2009	53.2700	10/11/2014	387.2700
26/01/2005	11.0300	19/12/2009	53.7285	11/11/2014	382.5500
27/01/2005	11.2100	20/12/2009	53.8341	12/11/2014	383.8600
28/01/2005	11.4400	21/12/2009	53.9600	13/11/2014	379.4100
29/01/2005	11.4509	22/12/2009	53.6100	14/11/2014	386.0400
30/01/2005	11.4883	23/12/2009	56.8500	15/11/2014	384.9038
31/01/2005	11.5000	24/12/2009	56.8900	16/11/2014	384.2504
01/02/2005	11.4800	25/12/2009	57.1443	17/11/2014	381.1400
02/02/2005	11.2200	26/12/2009	56.9872	18/11/2014	381.0300
03/02/2005	11.9000	27/12/2009	57.3262	19/11/2014	363.1000
04/02/2005	12.0200	28/12/2009	57.3400	20/11/2014	368.1400
05/02/2005	11.6046	29/12/2009	56.9800	21/11/2014	360.2800
06/02/2005	11.9715	30/12/2009	55.6300	22/11/2014	357.6292
07/02/2005	11.5300	31/12/2009	55.0900	23/11/2014	359.1296
08/02/2005	11.5000	01/01/2010	54.2366	24/11/2014	356.4700
09/02/2005	11.4700	02/01/2010	53.9876	25/11/2014	348.9900
10/02/2005	11.3300	03/01/2010	54.9030	26/11/2014	351.1600
11/02/2005	11.1500	04/01/2010	53.4800	27/11/2014	346.9790
12/02/2005	11.1514	05/01/2010	51.5100	28/11/2014	346.5900
13/02/2005	11.1532	06/01/2010	53.3200	29/11/2014	345.8377
14/02/2005	11.1600	07/01/2010	52.4000	30/11/2014	342.9907
15/02/2005	11.2500	08/01/2010	53.3000	01/12/2014	341.8100
16/02/2005	10.9500	09/01/2010	53.2554	02/12/2014	352.3100
17/02/2005	10.5000	10/01/2010	53.2625	03/12/2014	355.1200
18/02/2005	10.6800	11/01/2010	53.2300	04/12/2014	350.6000
19/02/2005	10.3613	12/01/2010	52.3700	05/12/2014	350.9200
20/02/2005	10.2353	13/01/2010	53.9600	06/12/2014	342.8278
21/02/2005	10.2665	14/01/2010	50.9900	07/12/2014	342.2885
22/02/2005	10.2100	15/01/2010	50.9500	08/12/2014	339.4800
23/02/2005	10.1900	16/01/2010	51.0350	09/12/2014	343.7800
24/02/2005	10.4000	17/01/2010	51.0305	10/12/2014	334.3200
25/02/2005	10.9900	18/01/2010	51.0486	11/12/2014	334.6300
26/02/2005	10.9014	19/01/2010	51.2000	12/12/2014	334.4800
27/02/2005	10.9298	20/01/2010	51.2400	13/12/2014	331.6926

28/02/2005	10.7000	21/01/2010	51.1900	14/12/2014	333.9017
01/03/2005	10.7900	22/01/2010	50.8900	15/12/2014	327.0400
02/03/2005	10.6800	23/01/2010	50.7317	16/12/2014	316.4400
03/03/2005	10.5600	24/01/2010	50.2667	17/12/2014	333.6500
04/03/2005	10.7000	25/01/2010	49.1300	18/12/2014	334.4200
05/03/2005	10.6705	26/01/2010	49.9500	19/12/2014	340.1200
06/03/2005	10.6941	27/01/2010	50.9700	20/12/2014	337.6425
07/03/2005	10.5900	28/01/2010	63.0400	21/12/2014	337.4774
08/03/2005	10.1200	29/01/2010	62.2500	22/12/2014	336.6800
09/03/2005	10.0100	30/01/2010	61.6834	23/12/2014	336.4300
10/03/2005	9.8900	31/01/2010	61.6748	24/12/2014	342.1000
11/03/2005	9.4300	01/02/2010	61.0300	25/12/2014	340.0357
12/03/2005	9.4322	02/02/2010	61.8500	26/12/2014	340.0500
13/03/2005	9.4502	03/02/2010	61.9500	27/12/2014	341.8436
14/03/2005	9.5000	04/02/2010	60.3400	28/12/2014	340.3690
15/03/2005	9.2000	05/02/2010	60.8400	29/12/2014	341.9300
16/03/2005	9.1700	06/02/2010	60.8357	30/12/2014	343.2300
17/03/2005	9.2000	07/02/2010	60.8357	31/12/2014	341.6100
18/03/2005	9.2000	08/02/2010	60.9000	01/01/2015	348.5778
19/03/2005	9.2729	09/02/2010	62.1300	02/01/2015	348.9400
20/03/2005	9.2843	10/02/2010	61.4900	03/01/2015	332.7142
21/03/2005	9.3100	11/02/2010	63.3600	04/01/2015	335.0485
22/03/2005	9.1500	12/02/2010	63.1800	05/01/2015	331.1800
23/03/2005	9.1900	13/02/2010	63.5499	06/01/2015	325.5100
24/03/2005	9.0300	14/02/2010	63.4872	07/01/2015	327.2000
25/03/2005	9.3164	15/02/2010	64.7744	08/01/2015	334.4600
26/03/2005	9.5768	16/02/2010	64.8600	09/01/2015	329.2900
27/03/2005	9.4767	17/02/2010	64.5100	10/01/2015	321.9746
28/03/2005	9.7800	18/02/2010	66.1000	11/01/2015	327.5271
29/03/2005	10.1000	19/02/2010	66.6500	12/01/2015	318.8300
30/03/2005	10.2500	20/02/2010	66.4110	13/01/2015	323.7900
31/03/2005	10.8500	21/02/2010	65.4382	14/01/2015	324.2400
01/04/2005	10.8300	22/02/2010	65.2700	15/01/2015	323.7600
02/04/2005	10.8845	23/02/2010	64.3500	16/01/2015	337.3400
03/04/2005	10.9266	24/02/2010	64.6900	17/01/2015	338.6488
04/04/2005	10.9600	25/02/2010	65.6100	18/01/2015	346.4886
05/04/2005	10.8200	26/02/2010	66.0500	19/01/2015	337.7338
06/04/2005	11.1000	27/02/2010	69.3668	20/01/2015	348.8000
07/04/2005	11.2400	28/02/2010	67.2329	21/01/2015	409.2800
08/04/2005	12.0100	01/03/2010	69.7000	22/01/2015	428.4400
09/04/2005	11.9169	02/03/2010	68.9800	23/01/2015	437.4600
10/04/2005	11.9363	03/03/2010	67.5500	24/01/2015	439.0220
11/04/2005	11.8900	04/03/2010	68.0100	25/01/2015	446.0687

12/04/2005	11.6700	05/03/2010	67.6500	26/01/2015	446.5600
13/04/2005	12.1100	06/03/2010	68.3535	27/01/2015	454.1700
14/04/2005	11.9800	07/03/2010	67.7521	28/01/2015	442.4600
15/04/2005	11.6900	08/03/2010	68.6800	29/01/2015	443.8000
16/04/2005	11.4897	09/03/2010	69.9400	30/01/2015	441.8000
17/04/2005	11.5814	10/03/2010	71.2800	31/01/2015	441.4053
18/04/2005	11.3300	11/03/2010	71.1900	01/02/2015	441.2247
19/04/2005	11.6200	12/03/2010	69.9800	02/02/2015	441.0700
20/04/2005	11.4500	13/03/2010	69.8062	03/02/2015	456.9200
21/04/2005	12.1500	14/03/2010	69.6223	04/02/2015	448.7100
22/04/2005	11.2000	15/03/2010	69.6000	05/02/2015	448.9100
23/04/2005	11.2635	16/03/2010	70.6300	06/02/2015	444.3600
24/04/2005	11.2797	17/03/2010	70.9200	07/02/2015	443.9724
25/04/2005	11.5000	18/03/2010	70.5400	08/02/2015	443.1371
26/04/2005	11.3000	19/03/2010	70.4500	09/02/2015	443.0700
27/04/2005	11.5000	20/03/2010	72.7762	10/02/2015	453.9500
28/04/2005	11.5100	21/03/2010	72.0771	11/02/2015	454.8900
29/04/2005	11.5500	22/03/2010	72.8900	12/02/2015	456.7300
30/04/2005	11.5627	23/03/2010	72.9600	13/02/2015	466.1000
01/05/2005	11.5637	24/03/2010	72.3700	14/02/2015	469.3326
02/05/2005	11.5700	25/03/2010	73.5400	15/02/2015	469.0157
03/05/2005	11.5400	26/03/2010	74.3000	16/02/2015	468.2288
04/05/2005	11.6000	27/03/2010	73.9739	17/02/2015	469.9600
05/05/2005	11.4400	28/03/2010	74.2219	18/02/2015	475.0600
06/05/2005	11.5700	29/03/2010	73.9000	19/02/2015	474.6000
07/05/2005	11.5814	30/03/2010	75.0600	20/02/2015	478.2000
08/05/2005	11.5968	31/03/2010	73.7400	21/02/2015	474.3933
09/05/2005	11.6100	01/04/2010	75.0000	22/02/2015	476.5709
10/05/2005	11.5800	02/04/2010	79.7495	23/02/2015	471.8400
11/05/2005	12.9500	03/04/2010	77.7268	24/02/2015	474.8800
12/05/2005	13.8300	04/04/2010	76.1254	25/02/2015	478.3300
13/05/2005	14.2800	05/04/2010	79.9900	26/02/2015	483.0300
14/05/2005	14.4911	06/04/2010	83.3700	27/02/2015	474.9100
15/05/2005	14.2794	07/04/2010	79.7300	28/02/2015	478.7146
16/05/2005	14.8500	08/04/2010	81.8300	01/03/2015	475.8304
17/05/2005	14.4800	09/04/2010	82.4200	02/03/2015	480.2500
18/05/2005	15.5000	10/04/2010	83.0239	03/03/2015	474.7100
19/05/2005	16.1300	11/04/2010	83.0528	04/03/2015	469.7700
20/05/2005	15.9300	12/04/2010	83.1800	05/03/2015	467.6500
21/05/2005	15.8882	13/04/2010	86.3800	06/03/2015	454.1200
22/05/2005	15.6794	14/04/2010	87.5700	07/03/2015	448.9901
23/05/2005	15.5500	15/04/2010	86.8300	08/03/2015	451.6958
24/05/2005	14.4400	16/04/2010	85.3100	09/03/2015	445.6300

25/05/2005	14.5400	17/04/2010	84.8782	10/03/2015	435.0600
26/05/2005	14.6400	18/04/2010	84.9995	11/03/2015	440.1900
27/05/2005	14.5500	19/04/2010	84.8000	12/03/2015	448.3200
28/05/2005	14.4297	20/04/2010	87.0700	13/03/2015	438.4000
29/05/2005	14.3977	21/04/2010	86.9800	14/03/2015	428.4155
30/05/2005	14.4462	22/04/2010	100.2500	15/03/2015	433.7711
31/05/2005	14.2900	23/04/2010	99.7300	16/03/2015	421.9700
01/06/2005	14.5000	24/04/2010	106.2887	17/03/2015	418.5200
02/06/2005	14.8800	25/04/2010	104.2266	18/03/2015	423.1200
03/06/2005	14.6700	26/04/2010	108.1700	19/03/2015	425.2100
04/06/2005	14.7715	27/04/2010	102.0700	20/03/2015	428.3000
05/06/2005	14.7663	28/04/2010	99.3900	21/03/2015	427.5249
06/06/2005	15.2200	29/04/2010	103.1700	22/03/2015	427.3769
07/06/2005	15.0000	30/04/2010	98.9000	23/03/2015	425.0000
08/06/2005	14.8600	01/05/2010	100.7909	24/03/2015	438.2800
09/06/2005	15.6500	02/05/2010	101.7438	25/03/2015	421.7500
10/06/2005	16.9100	03/05/2010	101.9900	26/03/2015	418.2600
11/06/2005	16.7825	04/05/2010	99.3600	27/03/2015	414.7700
12/06/2005	16.7227	05/05/2010	98.2300	28/03/2015	418.2972
13/06/2005	16.6600	06/05/2010	96.9700	29/03/2015	421.0896
14/06/2005	17.0000	07/05/2010	91.0900	30/03/2015	422.5700
15/06/2005	17.1500	08/05/2010	95.9034	31/03/2015	416.6900
16/06/2005	17.6300	09/05/2010	94.6357	01/04/2015	413.1200
17/06/2005	17.2200	10/05/2010	97.5000	02/04/2015	414.0800
18/06/2005	17.2133	11/05/2010	99.8200	03/04/2015	414.5552
19/06/2005	17.1962	12/05/2010	107.8300	04/04/2015	421.3934
20/06/2005	17.1900	13/05/2010	110.0100	05/04/2015	416.2498
21/06/2005	16.6600	14/05/2010	100.5600	06/04/2015	422.3100
22/06/2005	16.5200	15/05/2010	104.4978	07/04/2015	423.4600
23/06/2005	16.0500	16/05/2010	102.5400	08/04/2015	441.3500
24/06/2005	15.7700	17/05/2010	106.3500	09/04/2015	439.5000
25/06/2005	15.9087	18/05/2010	102.0100	10/04/2015	454.5700
26/06/2005	15.9585	19/05/2010	100.6100	11/04/2015	456.4501
27/06/2005	15.9900	20/05/2010	94.9900	12/04/2015	461.7162
28/06/2005	16.0800	21/05/2010	99.4700	13/04/2015	474.6800
29/06/2005	16.3400	22/05/2010	99.8770	14/04/2015	478.7100
30/06/2005	16.4100	23/05/2010	99.5267	15/04/2015	475.4600
01/07/2005	16.5500	24/05/2010	101.6200	16/04/2015	562.0500
02/07/2005	16.5342	25/05/2010	105.0000	17/04/2015	571.5500
03/07/2005	16.4818	26/05/2010	104.8000	18/04/2015	568.5964
04/07/2005	16.4981	27/05/2010	108.8600	19/04/2015	570.4735
05/07/2005	16.4400	28/05/2010	111.1500	20/04/2015	567.3900
06/07/2005	16.7300	29/05/2010	107.4774	21/04/2015	560.4400

07/07/2005	16.9300	30/05/2010	108.4227	22/04/2015	557.6800
08/07/2005	16.7100	31/05/2010	107.6631	23/04/2015	559.0600
09/07/2005	16.8463	01/06/2010	107.2900	24/04/2015	558.4000
10/07/2005	16.8737	02/06/2010	110.7800	25/04/2015	565.1175
11/07/2005	17.2100	03/06/2010	111.8500	26/04/2015	563.2881
12/07/2005	16.8500	04/06/2010	109.7800	27/04/2015	566.0800
13/07/2005	16.5300	05/06/2010	109.4503	28/04/2015	563.0600
14/07/2005	16.5000	06/06/2010	109.2370	29/04/2015	562.8500
15/07/2005	16.4000	07/06/2010	109.1600	30/04/2015	556.5000
16/07/2005	16.2903	08/06/2010	110.3300	01/05/2015	557.0300
17/07/2005	16.3393	09/06/2010	115.4300	02/05/2015	556.0808
18/07/2005	16.2800	10/06/2010	118.6600	03/05/2015	555.9596
19/07/2005	16.3900	11/06/2010	120.6900	04/05/2015	554.9000
20/07/2005	16.8900	12/06/2010	125.9554	05/05/2015	565.5500
21/07/2005	16.6500	13/06/2010	126.7524	06/05/2015	560.5400
22/07/2005	16.4000	14/06/2010	126.8100	07/05/2015	565.2400
23/07/2005	16.6256	15/06/2010	123.5000	08/05/2015	574.6000
24/07/2005	16.9191	16/06/2010	124.6700	09/05/2015	574.8294
25/07/2005	16.9600	17/06/2010	125.8600	10/05/2015	584.9251
26/07/2005	19.0100	18/06/2010	126.4200	11/05/2015	589.9500
27/07/2005	19.5200	19/06/2010	121.4728	12/05/2015	583.6400
28/07/2005	18.9100	20/06/2010	120.4637	13/05/2015	580.1100
29/07/2005	18.5600	21/06/2010	118.9900	14/05/2015	586.8500
30/07/2005	18.9568	22/06/2010	116.4300	15/05/2015	613.2500
31/07/2005	19.0167	23/06/2010	117.7700	16/05/2015	616.1824
01/08/2005	19.3400	24/06/2010	115.2500	17/05/2015	615.7184
02/08/2005	19.5700	25/06/2010	117.9800	18/05/2015	617.8700
03/08/2005	20.8900	26/06/2010	117.8190	19/05/2015	616.4800
04/08/2005	20.6400	27/06/2010	117.7771	20/05/2015	621.5300
05/08/2005	20.9700	28/06/2010	117.6100	21/05/2015	623.0200
06/08/2005	21.0988	29/06/2010	112.5800	22/05/2015	621.8700
07/08/2005	21.6479	30/06/2010	108.6500	23/05/2015	616.2698
08/08/2005	21.7600	01/07/2010	109.6600	24/05/2015	621.0325
09/08/2005	21.3400	02/07/2010	107.0800	25/05/2015	617.6339
10/08/2005	20.8700	03/07/2010	107.2449	26/05/2015	615.9500
11/08/2005	21.0000	04/07/2010	107.1047	27/05/2015	629.0000
12/08/2005	22.1000	05/07/2010	107.2204	28/05/2015	626.5500
13/08/2005	21.9895	06/07/2010	107.2700	29/05/2015	624.0600
14/08/2005	22.0185	07/07/2010	118.4900	30/05/2015	623.4309
15/08/2005	21.9700	08/07/2010	116.9800	31/05/2015	623.2430
16/08/2005	22.2400	09/07/2010	117.5300	01/06/2015	623.0200
17/08/2005	21.8900	10/07/2010	117.9298	02/06/2015	623.9100
18/08/2005	21.4100	11/07/2010	117.7939	03/06/2015	621.6600

19/08/2005	21.3800	12/07/2010	119.3800	04/06/2015	625.4400
20/08/2005	21.3795	13/07/2010	120.9200	05/06/2015	633.2200
21/08/2005	21.4042	14/07/2010	123.0000	06/06/2015	629.9062
22/08/2005	21.4500	15/07/2010	121.1100	07/06/2015	627.4912
23/08/2005	21.1000	16/07/2010	118.3900	08/06/2015	627.2300
24/08/2005	21.0400	17/07/2010	118.6530	09/06/2015	647.1500
25/08/2005	21.0600	18/07/2010	118.5601	10/06/2015	671.1000
26/08/2005	21.1900	19/07/2010	118.9000	11/06/2015	665.6600
27/08/2005	21.4896	20/07/2010	120.3900	12/06/2015	660.9300
28/08/2005	21.6461	21/07/2010	119.6500	13/06/2015	656.5299
29/08/2005	21.9400	22/07/2010	103.5600	14/06/2015	656.1038
30/08/2005	21.4000	23/07/2010	107.7000	15/06/2015	654.0200
31/08/2005	21.5600	24/07/2010	103.5152	16/06/2015	666.9100
01/09/2005	21.4500	25/07/2010	105.8087	17/06/2015	659.9000
02/09/2005	21.5400	26/07/2010	102.7900	18/06/2015	663.2000
03/09/2005	21.7238	27/07/2010	104.0900	19/06/2015	657.1000
04/09/2005	21.9848	28/07/2010	100.3100	20/06/2015	669.9853
05/09/2005	22.6069	29/07/2010	98.0200	21/06/2015	664.4225
06/09/2005	22.7600	30/07/2010	102.5500	22/06/2015	674.9000
07/09/2005	22.5900	31/07/2010	102.0707	23/06/2015	681.1900
08/09/2005	24.0900	01/08/2010	102.4909	24/06/2015	678.6100
09/09/2005	24.9700	02/08/2010	101.8800	25/06/2015	664.2400
10/09/2005	25.1353	03/08/2010	104.4100	26/06/2015	651.6200
11/09/2005	25.1782	04/08/2010	108.1300	27/06/2015	651.2432
12/09/2005	25.2100	05/08/2010	110.5300	28/06/2015	649.9087
13/09/2005	24.3700	06/08/2010	118.3200	29/06/2015	645.6200
14/09/2005	23.6700	07/08/2010	117.3160	30/06/2015	656.9400
15/09/2005	23.4200	08/08/2010	117.0513	01/07/2015	655.4500
16/09/2005	24.2000	09/08/2010	116.9000	02/07/2015	658.3100
17/09/2005	23.5199	10/08/2010	125.0100	03/07/2015	658.3833
18/09/2005	23.3753	11/08/2010	126.4700	04/07/2015	660.9878
19/09/2005	23.2700	12/08/2010	133.0500	05/07/2015	660.8861
20/09/2005	23.1800	13/08/2010	132.2600	06/07/2015	662.0000
21/09/2005	22.6700	14/08/2010	133.9328	07/07/2015	658.6400
22/09/2005	23.6200	15/08/2010	136.9749	08/07/2015	654.5500
23/09/2005	24.1700	16/08/2010	137.2200	09/07/2015	670.0900
24/09/2005	24.0733	17/08/2010	132.9700	10/07/2015	680.6000
25/09/2005	24.1552	18/08/2010	125.7000	11/07/2015	688.5775
26/09/2005	23.9700	19/08/2010	128.2400	12/07/2015	688.8635
27/09/2005	24.3000	20/08/2010	129.9600	13/07/2015	707.6100
28/09/2005	24.2400	21/08/2010	129.5801	14/07/2015	702.6000
29/09/2005	24.4000	22/08/2010	128.0925	15/07/2015	98.1300
30/09/2005	25.9900	23/08/2010	126.9000	16/07/2015	115.8100

01/10/2005	26.2461	24/08/2010	121.2800	17/07/2015	114.7700
02/10/2005	26.1458	25/08/2010	124.2500	18/07/2015	111.3147
03/10/2005	26.6400	26/08/2010	125.8400	19/07/2015	112.2471
04/10/2005	26.9900	27/08/2010	126.1000	20/07/2015	110.5500
05/10/2005	25.9900	28/08/2010	125.0938	21/07/2015	112.5100
06/10/2005	25.6800	29/08/2010	124.9527	22/07/2015	111.5000
07/10/2005	27.2500	30/08/2010	123.1000	23/07/2015	110.1000
08/10/2005	27.7903	31/08/2010	125.5200	24/07/2015	109.3400
09/10/2005	28.6248	01/09/2010	134.9100	25/07/2015	107.6482
10/10/2005	28.6900	02/09/2010	138.0000	26/07/2015	107.3284
11/10/2005	28.2100	03/09/2010	138.4800	27/07/2015	106.4300
12/10/2005	27.5100	04/09/2010	138.6577	28/07/2015	106.9000
13/10/2005	27.9000	05/09/2010	138.4853	29/07/2015	107.0800
14/10/2005	28.7600	06/09/2010	140.9334	30/07/2015	111.5600
15/10/2005	28.8409	07/09/2010	141.7900	31/07/2015	114.3100
16/10/2005	28.9592	08/09/2010	146.0000	01/08/2015	113.6679
17/10/2005	29.1000	09/09/2010	145.6800	02/08/2015	113.5341
18/10/2005	27.4500	10/09/2010	146.1600	03/08/2015	112.5600
19/10/2005	28.3500	11/09/2010	146.9897	04/08/2015	121.1500
20/10/2005	25.6300	12/09/2010	146.2760	05/08/2015	123.7100
21/10/2005	26.1500	13/09/2010	147.9400	06/08/2015	126.4500
22/10/2005	26.7708	14/09/2010	146.6500	07/08/2015	123.5200
23/10/2005	26.2723	15/09/2010	143.1200	08/08/2015	123.4265
24/10/2005	26.9700	16/09/2010	140.5000	09/08/2015	123.0457
25/10/2005	27.4100	17/09/2010	140.4600	10/08/2015	123.0300
26/10/2005	24.9800	18/09/2010	141.9010	11/08/2015	122.7400
27/10/2005	25.9000	19/09/2010	141.7219	12/08/2015	120.5100
28/10/2005	26.2800	20/09/2010	142.8900	13/08/2015	123.7300
29/10/2005	26.3352	21/09/2010	147.2000	14/08/2015	123.3900
30/10/2005	26.3817	22/09/2010	156.9300	15/08/2015	124.6100
31/10/2005	26.4100	23/09/2010	160.4700	16/08/2015	123.4593
01/11/2005	25.6800	24/09/2010	162.2100	17/08/2015	125.3600
02/11/2005	27.1200	25/09/2010	162.8181	18/08/2015	124.0500
03/11/2005	27.0800	26/09/2010	163.1130	19/08/2015	122.0600
04/11/2005	27.5900	27/09/2010	164.9900	20/08/2015	112.4900
05/11/2005	27.6054	28/09/2010	161.8600	21/08/2015	103.9600
06/11/2005	27.6570	29/09/2010	170.6300	22/08/2015	97.3120
07/11/2005	27.8100	30/09/2010	162.1600	23/08/2015	102.5935
08/11/2005	28.5600	01/10/2010	154.6600	24/08/2015	96.8800
09/11/2005	28.1500	02/10/2010	155.5060	25/08/2015	101.5200
10/11/2005	29.5500	03/10/2010	156.2084	26/08/2015	110.1300
11/11/2005	30.0700	04/10/2010	156.3900	27/08/2015	117.6600
12/11/2005	29.9191	05/10/2010	156.1600	28/08/2015	117.6300

13/11/2005	29.7621	06/10/2010	150.2700	29/08/2015	115.3742
14/11/2005	29.0200	07/10/2010	151.4300	30/08/2015	116.5172
15/11/2005	27.9500	08/10/2010	149.6400	31/08/2015	115.0300
16/11/2005	27.7400	09/10/2010	151.2951	01/09/2015	105.7900
17/11/2005	28.7500	10/10/2010	152.6405	02/09/2015	105.4400
18/11/2005	28.4200	11/10/2010	153.6900	03/09/2015	101.0600
19/11/2005	28.4901	12/10/2010	155.3900	04/09/2015	98.7900
20/11/2005	28.5167	13/10/2010	154.6100	05/09/2015	96.6702
21/11/2005	28.7100	14/10/2010	152.7800	06/09/2015	98.2361
22/11/2005	29.2000	15/10/2010	155.7200	07/09/2015	98.7194
23/11/2005	29.0200	16/10/2010	154.4068	08/09/2015	94.9500
24/11/2005	29.0798	17/10/2010	154.5436	09/09/2015	99.1800
25/11/2005	29.2500	18/10/2010	153.0000	10/09/2015	99.4800
26/11/2005	28.5336	19/10/2010	149.3300	11/09/2015	97.5100
27/11/2005	28.2597	20/10/2010	153.1500	12/09/2015	96.2974
28/11/2005	27.5800	21/10/2010	172.6900	13/09/2015	96.8086
29/11/2005	27.0000	22/10/2010	168.1000	14/09/2015	95.6900
30/11/2005	27.5400	23/10/2010	167.8257	15/09/2015	99.1600
01/12/2005	27.1100	24/10/2010	167.8950	16/09/2015	104.0800
02/12/2005	27.6900	25/10/2010	166.8400	17/09/2015	104.2100
03/12/2005	27.6966	26/10/2010	177.6200	18/09/2015	102.6200
04/12/2005	27.6885	27/10/2010	178.5000	19/09/2015	101.2679
05/12/2005	27.7000	28/10/2010	175.7000	20/09/2015	101.2753
06/12/2005	27.7500	29/10/2010	173.5700	21/09/2015	100.3000
07/12/2005	27.3800	30/10/2010	170.7923	22/09/2015	98.4700
08/12/2005	27.5000	31/10/2010	168.6833	23/09/2015	98.0700
09/12/2005	25.7400	01/11/2010	167.3700	24/09/2015	103.7600
10/12/2005	25.4812	02/11/2010	171.6100	25/09/2015	102.2400
11/12/2005	25.3784	03/11/2010	171.4600	26/09/2015	100.6810
12/12/2005	25.1000	04/11/2010	167.8200	27/09/2015	100.0539
13/12/2005	24.0500	05/11/2010	168.1000	28/09/2015	99.4700
14/12/2005	24.4300	06/11/2010	168.5101	29/09/2015	98.3500
15/12/2005	25.9400	07/11/2010	168.5694	30/09/2015	103.2600
16/12/2005	26.3000	08/11/2010	169.1300	01/10/2015	105.9800
17/12/2005	26.0482	09/11/2010	170.4600	02/10/2015	106.1100
18/12/2005	26.1217	10/11/2010	176.8700	03/10/2015	109.6812
19/12/2005	25.6200	11/11/2010	175.1400	04/10/2015	107.1839
20/12/2005	25.1100	12/11/2010	173.0000	05/10/2015	111.2500
21/12/2005	27.3900	13/11/2010	169.1438	06/10/2015	108.3300
22/12/2005	27.6000	14/11/2010	168.4912	07/10/2015	108.1000
23/12/2005	27.7300	15/11/2010	168.3000	08/10/2015	114.9300
24/12/2005	27.4581	16/11/2010	165.4000	09/10/2015	113.3300
25/12/2005	27.1310	17/11/2010	166.6800	10/10/2015	113.3968

26/12/2005	27.0281	18/11/2010	168.3300	11/10/2015	113.3630
27/12/2005	26.9800	19/11/2010	173.0400	12/10/2015	113.4500
28/12/2005	27.2000	20/11/2010	183.6201	13/10/2015	109.7300
29/12/2005	27.2500	21/11/2010	178.2815	14/10/2015	110.2300
30/12/2005	27.0600	22/11/2010	188.3200	15/10/2015	101.0900
31/12/2005	26.4358	23/11/2010	187.7100	16/10/2015	98.9900
01/01/2006	26.3098	24/11/2010	188.7700	17/10/2015	99.2419
02/01/2006	26.4534	25/11/2010	190.6812	18/10/2015	99.9829
03/01/2006	26.0500	26/11/2010	191.9000	19/10/2015	101.6900
04/01/2006	25.0000	27/11/2010	194.7184	20/10/2015	98.9900
05/01/2006	24.9300	28/11/2010	193.6146	21/10/2015	97.9600
06/01/2006	25.0300	29/11/2010	198.9200	22/10/2015	97.3200
07/01/2006	25.0269	30/11/2010	205.9000	23/10/2015	100.0400
08/01/2006	25.0222	01/12/2010	200.1400	24/10/2015	101.1563
09/01/2006	25.0000	02/12/2010	193.4200	25/10/2015	101.1218
10/01/2006	25.4300	03/12/2010	185.4500	26/10/2015	103.0400
11/01/2006	24.8500	04/12/2010	189.3108	27/10/2015	103.0700
12/01/2006	25.7200	05/12/2010	189.1833	28/10/2015	105.8000
13/01/2006	25.5600	06/12/2010	193.4700	29/10/2015	105.1200
14/01/2006	25.6373	07/12/2010	189.8100	30/10/2015	108.3800
15/01/2006	25.6946	08/12/2010	188.2300	31/10/2015	107.7799
16/01/2006	25.6606	09/12/2010	191.0500	01/11/2015	108.1123
17/01/2006	25.7600	10/12/2010	194.6300	02/11/2015	107.6400
18/01/2006	24.8500	11/12/2010	187.3304	03/11/2015	109.7400
19/01/2006	25.4200	12/12/2010	186.2287	04/11/2015	114.0500
20/01/2006	23.4700	13/12/2010	183.8000	05/11/2015	113.5000
21/01/2006	23.3149	14/12/2010	178.4500	06/11/2015	114.0600
22/01/2006	23.4476	15/12/2010	178.5000	07/11/2015	110.4792
23/01/2006	23.2800	16/12/2010	181.6500	08/11/2015	111.1968
24/01/2006	24.7400	17/12/2010	180.0200	09/11/2015	109.8600
25/01/2006	28.5900	18/12/2010	179.9808	10/11/2015	112.7000
26/01/2006	29.0000	19/12/2010	178.6031	11/11/2015	112.8600
27/01/2006	27.8200	20/12/2010	178.0500	12/11/2015	108.9200
28/01/2006	27.6822	21/12/2010	186.2400	13/11/2015	103.6500
29/01/2006	27.7623	22/12/2010	185.3500	14/11/2015	108.6086
30/01/2006	27.6000	23/12/2010	184.5800	15/11/2015	111.0226
31/01/2006	27.5500	24/12/2010	180.6772	16/11/2015	111.3500
01/02/2006	27.1100	25/12/2010	180.3167	17/11/2015	117.1000
02/02/2006	26.1000	26/12/2010	180.2555	18/11/2015	120.6300
03/02/2006	26.1100	27/12/2010	180.0100	19/11/2015	120.2200
04/02/2006	26.2493	28/12/2010	183.6700	20/11/2015	123.8400
05/02/2006	26.1572	29/12/2010	180.2700	21/11/2015	123.9902
06/02/2006	26.2800	30/12/2010	179.8000	22/11/2015	124.1527

07/02/2006	25.9200	31/12/2010	175.7000	23/11/2015	125.0300
08/02/2006	25.1400	01/01/2011	177.6368	24/11/2015	123.3100
09/02/2006	24.5800	02/01/2011	177.8166	25/11/2015	124.1600
10/02/2006	25.4300	03/01/2011	178.4100	26/11/2015	125.0847
11/02/2006	25.3816	04/01/2011	181.3700	27/11/2015	125.4400
12/02/2006	25.3130	05/01/2011	179.7300	28/11/2015	124.0990
13/02/2006	25.2300	06/01/2011	177.9900	29/11/2015	123.4398
14/02/2006	24.5900	07/01/2011	179.3000	30/11/2015	123.3300
15/02/2006	24.9500	08/01/2011	183.4811	01/12/2015	125.3700
16/02/2006	25.1500	09/01/2011	181.6215	02/12/2015	128.9300
17/02/2006	24.9800	10/01/2011	187.8800	03/12/2015	126.8100
18/02/2006	25.1903	11/01/2011	186.6500	04/12/2015	130.9300
19/02/2006	25.2390	12/01/2011	188.9000	05/12/2015	125.5131
20/02/2006	25.2291	13/01/2011	191.4900	06/12/2015	126.6608
21/02/2006	25.7400	14/01/2011	191.4800	07/12/2015	125.3600
22/02/2006	26.3700	15/01/2011	192.3912	08/12/2015	126.9800
23/02/2006	25.7100	16/01/2011	193.2892	09/12/2015	124.2000
24/02/2006	25.9800	17/01/2011	192.1705	10/12/2015	122.9100
25/02/2006	26.2485	18/01/2011	193.6800	11/12/2015	118.9100
26/02/2006	25.9803	19/01/2011	190.8700	12/12/2015	119.7079
27/02/2006	26.5300	20/01/2011	185.0000	13/12/2015	120.1386
28/02/2006	26.8100	21/01/2011	182.0900	14/12/2015	120.6700
01/03/2006	26.8500	22/01/2011	183.0650	15/12/2015	118.6000
02/03/2006	26.8100	23/01/2011	182.2541	16/12/2015	122.6400
03/03/2006	26.7600	24/01/2011	183.9600	17/12/2015	122.5100
04/03/2006	26.1209	25/01/2011	186.7400	18/12/2015	118.0200
05/03/2006	26.1554	26/01/2011	183.0300	19/12/2015	117.4250
06/03/2006	25.6200	27/01/2011	210.8700	20/12/2015	116.7443
07/03/2006	25.4600	28/01/2011	217.9800	21/12/2015	116.6300
08/03/2006	25.1300	29/01/2011	217.7904	22/12/2015	116.2400
09/03/2006	25.2500	30/01/2011	215.6561	23/12/2015	118.1600
10/03/2006	25.5500	31/01/2011	214.0800	24/12/2015	117.3300
11/03/2006	25.4780	01/02/2011	212.9000	25/12/2015	117.1931
12/03/2006	25.5431	02/02/2011	211.2600	26/12/2015	117.2100
13/03/2006	25.1000	03/02/2011	211.4900	27/12/2015	117.1975
14/03/2006	25.4200	04/02/2011	220.0700	28/12/2015	117.1100
15/03/2006	25.1100	05/02/2011	218.8886	29/12/2015	119.1200
16/03/2006	25.4700	06/02/2011	219.0447	30/12/2015	116.7100
17/03/2006	26.1700	07/02/2011	218.0200	31/12/2015	114.3800
18/03/2006	27.0318	08/02/2011	217.6300	01/01/2016	114.2142
19/03/2006	26.3352	09/02/2011	222.2900	02/01/2016	111.3182
20/03/2006	27.0800	10/02/2011	223.2000	03/01/2016	111.6144
21/03/2006	27.1700	11/02/2011	231.0700	04/01/2016	109.9600

22/03/2006	28.0500	12/02/2011	232.2819	05/01/2016	107.6600
23/03/2006	28.2900	13/02/2011	233.6454	06/01/2016	117.6800
24/03/2006	28.6700	14/02/2011	247.5500	07/01/2016	114.5600
25/03/2006	28.7193	15/02/2011	240.7900	08/01/2016	111.3900
26/03/2006	28.7796	16/02/2011	237.7200	09/01/2016	113.2115
27/03/2006	28.8900	17/02/2011	235.6300	10/01/2016	113.5991
28/03/2006	28.0300	18/02/2011	235.5100	11/01/2016	114.9700
29/03/2006	29.2100	19/02/2011	222.3932	12/01/2016	116.5800
30/03/2006	28.6400	20/02/2011	224.5238	13/01/2016	106.5600
31/03/2006	28.9900	21/02/2011	229.6839	14/01/2016	107.0600
01/04/2006	28.9017	22/02/2011	221.6000	15/01/2016	104.0400
02/04/2006	28.7221	23/02/2011	211.2000	16/01/2016	106.6699
03/04/2006	28.1300	24/02/2011	215.1800	17/01/2016	106.8999
04/04/2006	27.4100	25/02/2011	212.4400	18/01/2016	106.6725
05/04/2006	28.6600	26/02/2011	207.7441	19/01/2016	107.8900
06/04/2006	28.2500	27/02/2011	207.6404	20/01/2016	107.7400
07/04/2006	27.9400	28/02/2011	206.6700	21/01/2016	102.3500
08/04/2006	28.1399	01/03/2011	204.6300	22/01/2016	100.7200
09/04/2006	28.0013	02/03/2011	204.2300	23/01/2016	100.6669
10/04/2006	28.2500	03/03/2011	203.3700	24/01/2016	99.9736
11/04/2006	28.5200	04/03/2011	210.7200	25/01/2016	99.1200
12/04/2006	28.7200	05/03/2011	207.7199	26/01/2016	97.8300
13/04/2006	29.1900	06/03/2011	207.4212	27/01/2016	91.1500
14/04/2006	29.1925	07/03/2011	207.4000	28/01/2016	94.4100
15/04/2006	29.1936	08/03/2011	195.4500	29/01/2016	91.8400
16/04/2006	29.1895	09/03/2011	192.9900	30/01/2016	92.6260
17/04/2006	29.2000	10/03/2011	200.0200	31/01/2016	93.0665
18/04/2006	29.8000	11/03/2011	204.5400	01/02/2016	94.0900
19/04/2006	31.0800	12/03/2011	202.3386	02/02/2016	91.4900
20/04/2006	31.1100	13/03/2011	202.5262	03/02/2016	90.7400
21/04/2006	30.8000	14/03/2011	201.2000	04/02/2016	89.7100
22/04/2006	30.8469	15/03/2011	217.1100	05/02/2016	82.7900
23/04/2006	30.8426	16/03/2011	213.8400	06/02/2016	83.0027
24/04/2006	31.2400	17/03/2011	213.9000	07/02/2016	83.2109
25/04/2006	31.6800	18/03/2011	209.4000	08/02/2016	83.3200
26/04/2006	31.4800	19/03/2011	211.6078	09/02/2016	86.1300
27/04/2006	31.2900	20/03/2011	211.7785	10/02/2016	88.4500
28/04/2006	29.6400	21/03/2011	212.8400	11/02/2016	86.3500
29/04/2006	29.6332	22/03/2011	221.3900	12/02/2016	87.4000
30/04/2006	29.6219	23/03/2011	229.0600	13/02/2016	87.4506
01/05/2006	29.6000	24/03/2011	229.1300	14/02/2016	89.0414
02/05/2006	30.2000	25/03/2011	230.0100	15/02/2016	88.2227
03/05/2006	29.7100	26/03/2011	230.8711	16/02/2016	89.0500

04/05/2006	29.9900	27/03/2011	235.7854	17/02/2016	94.7600
05/05/2006	30.3000	28/03/2011	237.3200	18/02/2016	90.4900
06/05/2006	30.0216	29/03/2011	237.3800	19/02/2016	89.2300
07/05/2006	30.0438	30/03/2011	237.9500	20/02/2016	89.9942
08/05/2006	30.0000	31/03/2011	237.7800	21/02/2016	89.9052
09/05/2006	30.7200	01/04/2011	242.0900	22/02/2016	91.9300
10/05/2006	30.9100	02/04/2011	244.5474	23/02/2016	89.1200
11/05/2006	29.7600	03/04/2011	244.5609	24/02/2016	91.6100
12/05/2006	29.5900	04/04/2011	244.7200	25/02/2016	94.5300
13/05/2006	28.6863	05/04/2011	244.2300	26/02/2016	94.7900
14/05/2006	28.9175	06/04/2011	239.9700	27/02/2016	94.1839
15/05/2006	28.4500	07/04/2011	233.9600	28/02/2016	93.8855
16/05/2006	28.6600	08/04/2011	234.8600	29/02/2016	93.4100
17/05/2006	28.0900	09/04/2011	231.0210	01/03/2016	98.3000
18/05/2006	27.7100	10/04/2011	228.9475	02/03/2016	97.6100
19/05/2006	27.8700	11/04/2011	228.1600	03/03/2016	97.9300
20/05/2006	27.9436	12/04/2011	233.9200	04/03/2016	101.5800
21/05/2006	27.9099	13/04/2011	238.7500	05/03/2016	98.6026
22/05/2006	28.0000	14/04/2011	236.7300	06/03/2016	98.3168
23/05/2006	27.9300	15/04/2011	235.4900	07/03/2016	95.4900
24/05/2006	27.9400	16/04/2011	234.0715	08/03/2016	96.2300
25/05/2006	28.7500	17/04/2011	234.2116	09/03/2016	98.0000
26/05/2006	28.8300	18/04/2011	233.3300	10/03/2016	97.3600
27/05/2006	27.5885	19/04/2011	241.5500	11/03/2016	97.6600
28/05/2006	27.8589	20/04/2011	244.4300	12/03/2016	97.9146
29/05/2006	28.1930	21/04/2011	252.2200	13/03/2016	97.8488
30/05/2006	27.5000	22/04/2011	251.7545	14/03/2016	98.1300
31/05/2006	27.6900	23/04/2011	252.0082	15/03/2016	97.8600
01/06/2006	28.5100	24/04/2011	251.7854	16/03/2016	99.3500
02/06/2006	27.9500	25/04/2011	251.6700	17/03/2016	99.7200
03/06/2006	27.8079	26/04/2011	228.9100	18/03/2016	101.1200
04/06/2006	27.9223	27/04/2011	235.9600	19/03/2016	101.0716
05/06/2006	27.2800	28/04/2011	234.3700	20/03/2016	101.1036
06/06/2006	26.8900	29/04/2011	232.6700	21/03/2016	101.0600
07/06/2006	26.4000	30/04/2011	233.8901	22/03/2016	99.8400
08/06/2006	27.7800	01/05/2011	236.5933	23/03/2016	99.5900
09/06/2006	27.5300	02/05/2011	237.1900	24/03/2016	98.3600
10/06/2006	27.4303	03/05/2011	231.2400	25/03/2016	101.1051
11/06/2006	27.1713	04/05/2011	229.1900	26/03/2016	98.8241
12/06/2006	27.0800	05/05/2011	230.3100	27/03/2016	98.4816
13/06/2006	27.5400	06/05/2011	229.4700	28/03/2016	101.2100
14/06/2006	27.9900	07/05/2011	234.5331	29/03/2016	104.1300
15/06/2006	27.7000	08/05/2011	235.7195	30/03/2016	102.1900

16/06/2006	27.1200	09/05/2011	236.4100	31/03/2016	102.2300
17/06/2006	27.8620	10/05/2011	237.6300	01/04/2016	105.7000
18/06/2006	27.6087	11/05/2011	240.6700	02/04/2016	105.3692
19/06/2006	28.0200	12/05/2011	245.7700	03/04/2016	105.5138
20/06/2006	27.0800	13/05/2011	246.5200	04/04/2016	104.3500
21/06/2006	27.1700	14/05/2011	240.9000	05/04/2016	104.9400
22/06/2006	27.6700	15/05/2011	243.3296	06/04/2016	104.8300
23/06/2006	27.3400	16/05/2011	237.0900	07/04/2016	104.4500
24/06/2006	27.3483	17/05/2011	236.9400	08/04/2016	103.8100
25/06/2006	27.3557	18/05/2011	242.5400	09/04/2016	103.4502
26/06/2006	27.7000	19/05/2011	242.7300	10/04/2016	103.2034
27/06/2006	26.9100	20/05/2011	245.9000	11/04/2016	102.6800
28/06/2006	26.5600	21/05/2011	247.2042	12/04/2016	106.9800
29/06/2006	27.1600	22/05/2011	247.4111	13/04/2016	109.6500
30/06/2006	27.2100	23/05/2011	247.8300	14/04/2016	110.4200
01/07/2006	27.2153	24/05/2011	247.6000	15/04/2016	111.5100
02/07/2006	27.2249	25/05/2011	259.4700	16/04/2016	110.6002
03/07/2006	27.2400	26/05/2011	263.7500	17/04/2016	109.0322
04/07/2006	26.8320	27/05/2011	264.5100	18/04/2016	108.4000
05/07/2006	26.6400	28/05/2011	268.0155	19/04/2016	94.3400
06/07/2006	26.6200	29/05/2011	268.9560	20/04/2016	96.7700
07/07/2006	26.6500	30/05/2011	266.5810	21/04/2016	94.9800
08/07/2006	26.4775	31/05/2011	270.8000	22/04/2016	95.9000
09/07/2006	26.5326	01/06/2011	267.2600	23/04/2016	95.3493
10/07/2006	26.4500	02/06/2011	271.7000	24/04/2016	95.4773
11/07/2006	25.3300	03/06/2011	273.7000	25/04/2016	93.5600
12/07/2006	24.5900	04/06/2011	271.1684	26/04/2016	92.4300
13/07/2006	24.9000	05/06/2011	273.2660	27/04/2016	91.0400
14/07/2006	24.1900	06/06/2011	262.5900	28/04/2016	90.2800
15/07/2006	24.0849	07/06/2011	263.6900	29/04/2016	90.0300
16/07/2006	24.0083	08/06/2011	262.2600	30/04/2016	91.8762
17/07/2006	23.8100	09/06/2011	262.5700	01/05/2016	92.3594
18/07/2006	23.4000	10/06/2011	258.6200	02/05/2016	93.1100
19/07/2006	23.6900	11/06/2011	258.5487	03/05/2016	91.5400
20/07/2006	23.3500	12/06/2011	257.6336	04/05/2016	90.7900
21/07/2006	23.0500	13/06/2011	257.2200	05/05/2016	89.3700
22/07/2006	23.4618	14/06/2011	261.1300	06/05/2016	90.8400
23/07/2006	23.2929	15/06/2011	257.1200	07/05/2016	90.7135
24/07/2006	23.7600	16/06/2011	249.3000	08/05/2016	90.7565
25/07/2006	18.7800	17/06/2011	245.6700	09/05/2016	90.5400
26/07/2006	19.0300	18/06/2011	245.6081	10/05/2016	92.8900
27/07/2006	20.2200	19/06/2011	245.6382	11/05/2016	90.0200
28/07/2006	20.8500	20/06/2011	245.6300	12/05/2016	87.7400

29/07/2006	20.8275	21/06/2011	253.6500	13/05/2016	87.8800
30/07/2006	20.7801	22/06/2011	248.6600	14/05/2016	88.2716
31/07/2006	20.6900	23/06/2011	255.7200	15/05/2016	88.4444
01/08/2006	20.5000	24/06/2011	256.9600	16/05/2016	89.1200
02/08/2006	20.8400	25/06/2011	258.1649	17/05/2016	88.6300
03/08/2006	20.3900	26/06/2011	259.2890	18/05/2016	90.5000
04/08/2006	20.9600	27/06/2011	260.1200	19/05/2016	89.5500
05/08/2006	20.9524	28/06/2011	265.0900	20/05/2016	92.4900
06/08/2006	20.7801	29/06/2011	264.9400	21/05/2016	94.6467
07/08/2006	20.6800	30/06/2011	262.6900	22/05/2016	92.5909
08/08/2006	20.3000	01/07/2011	267.9900	23/05/2016	94.8900
09/08/2006	20.1600	02/07/2011	270.4973	24/05/2016	97.8900
10/08/2006	20.1500	03/07/2011	279.8311	25/05/2016	100.2000
11/08/2006	19.8800	04/07/2011	274.8882	26/05/2016	102.8100
12/08/2006	19.8843	05/07/2011	289.6300	27/05/2016	103.3000
13/08/2006	19.8850	06/07/2011	290.9600	28/05/2016	103.1576
14/08/2006	19.9100	07/07/2011	292.4200	29/05/2016	103.1335
15/08/2006	19.9500	08/07/2011	295.1400	30/05/2016	102.8331
16/08/2006	19.7700	09/07/2011	292.5587	31/05/2016	102.5700
17/08/2006	20.0300	10/07/2011	292.9452	01/06/2016	101.5100
18/08/2006	19.8500	11/07/2011	290.7400	02/06/2016	101.2500
19/08/2006	19.6424	12/07/2011	291.2700	03/06/2016	99.5900
20/08/2006	19.5854	13/07/2011	298.7300	04/06/2016	99.8038
21/08/2006	19.5200	14/07/2011	286.6200	05/06/2016	100.6026
22/08/2006	18.7400	15/07/2011	286.9300	06/06/2016	100.7400
23/08/2006	18.6800	16/07/2011	279.0625	07/06/2016	99.8900
24/08/2006	18.5700	17/07/2011	279.3171	08/06/2016	97.8600
25/08/2006	18.7200	18/07/2011	279.0000	09/06/2016	97.0900
26/08/2006	18.7980	19/07/2011	287.2900	10/06/2016	93.7500
27/08/2006	19.0167	20/07/2011	281.4000	11/06/2016	93.8052
28/08/2006	19.2500	21/07/2011	275.8100	12/06/2016	93.7483
29/08/2006	19.3600	22/07/2011	276.5800	13/06/2016	93.8500
30/08/2006	20.0900	23/07/2011	279.9690	14/06/2016	94.1200
31/08/2006	20.0200	24/07/2011	280.3149	15/06/2016	94.2900
01/09/2006	20.0200	25/07/2011	281.5300	16/06/2016	95.4400
02/09/2006	20.2154	26/07/2011	266.9100	17/06/2016	94.4500
03/09/2006	20.2245	27/07/2011	269.4200	18/06/2016	94.1527
04/09/2006	20.1090	28/07/2011	266.6200	19/06/2016	93.9338
05/09/2006	20.2300	29/07/2011	265.9900	20/06/2016	93.8000
06/09/2006	21.0200	30/07/2011	264.9673	21/06/2016	90.9900
07/09/2006	20.3200	31/07/2011	264.1755	22/06/2016	90.0100
08/09/2006	20.2400	01/08/2011	263.3800	23/06/2016	91.6600
09/09/2006	20.2420	02/08/2011	257.2000	24/06/2016	88.4400

10/09/2006	20.5436	03/08/2011	260.0000	25/06/2016	87.9032
11/09/2006	20.6200	04/08/2011	245.7700	26/06/2016	87.5142
12/09/2006	21.7500	05/08/2011	241.1100	27/06/2016	85.3300
13/09/2006	22.2600	06/08/2011	227.8794	28/06/2016	87.9700
14/09/2006	22.4800	07/08/2011	229.8075	29/06/2016	91.0600
15/09/2006	22.7200	08/08/2011	226.6400	30/06/2016	91.4800
16/09/2006	22.3711	09/08/2011	237.8000	01/07/2016	96.6700
17/09/2006	22.5451	10/08/2011	232.4200	02/07/2016	96.7795
18/09/2006	22.3300	11/08/2011	243.1300	03/07/2016	97.7847
19/09/2006	21.9500	12/08/2011	244.0000	04/07/2016	97.8743
20/09/2006	22.4700	13/08/2011	245.6624	05/07/2016	97.9100
21/09/2006	22.9300	14/08/2011	244.3336	06/07/2016	94.6000
22/09/2006	23.0100	15/08/2011	246.2800	07/07/2016	95.1000
23/09/2006	23.0245	16/08/2011	239.0400	08/07/2016	97.0600
24/09/2006	23.0485	17/08/2011	232.2400	09/07/2016	96.0276
25/09/2006	23.1000	18/08/2011	217.4800	10/07/2016	96.2016
26/09/2006	22.9800	19/08/2011	205.2100	11/07/2016	94.6700
27/09/2006	23.1900	20/08/2011	205.1714	12/07/2016	95.9700
28/09/2006	23.1100	21/08/2011	205.1714	13/07/2016	96.4300
29/09/2006	22.7800	22/08/2011	205.2100	14/07/2016	98.0200
30/09/2006	22.8014	23/08/2011	219.5400	15/07/2016	98.3900
01/10/2006	22.7883	24/08/2011	216.0300	16/07/2016	98.4402
02/10/2006	22.8100	25/08/2011	215.8300	17/07/2016	98.4504
03/10/2006	23.0400	26/08/2011	221.8900	18/07/2016	98.8100
04/10/2006	23.2000	27/08/2011	223.1283	19/07/2016	85.8400
05/10/2006	23.8500	28/08/2011	224.0653	20/07/2016	87.9100
06/10/2006	24.1100	29/08/2011	225.0400	21/07/2016	85.9900
07/10/2006	24.0271	30/08/2011	236.2800	22/07/2016	85.8900
08/10/2006	24.0901	31/08/2011	235.0100	23/07/2016	87.4379
09/10/2006	24.0000	01/09/2011	233.2700	24/07/2016	86.6937
10/10/2006	23.6200	02/09/2011	213.1100	25/07/2016	87.6600
11/10/2006	23.3800	03/09/2011	217.6484	26/07/2016	91.4100
12/10/2006	23.4100	04/09/2011	216.2111	27/07/2016	92.0400
13/10/2006	23.2000	05/09/2011	217.5755	28/07/2016	91.6500
14/10/2006	23.2097	06/09/2011	218.7700	29/07/2016	91.2500
15/10/2006	23.2060	07/09/2011	216.0000	30/07/2016	92.0031
16/10/2006	23.2200	08/09/2011	211.2000	31/07/2016	93.2830
17/10/2006	22.7300	09/09/2011	203.9700	01/08/2016	94.3700
18/10/2006	22.3900	10/09/2011	208.5332	02/08/2016	93.5600
19/10/2006	22.1400	11/09/2011	208.5634	03/08/2016	93.1000
20/10/2006	22.2400	12/09/2011	210.0500	04/08/2016	93.4400
21/10/2006	22.7262	13/09/2011	208.7500	05/08/2016	97.0300
22/10/2006	22.5542	14/09/2011	208.7100	06/08/2016	95.7023

23/10/2006	23.0800	15/09/2011	169.2500	07/08/2016	96.1078
24/10/2006	27.3700	16/09/2011	155.1900	08/08/2016	95.1100
25/10/2006	27.7400	17/09/2011	151.9320	09/08/2016	93.9900
26/10/2006	27.7500	18/09/2011	144.3342	10/08/2016	93.9300
27/10/2006	27.5900	19/09/2011	143.7500	11/08/2016	95.8900
28/10/2006	27.8314	20/09/2011	130.0300	12/08/2016	96.5900
29/10/2006	27.6873	21/09/2011	128.5000	13/08/2016	96.5597
30/10/2006	27.9100	22/09/2011	128.5300	14/08/2016	96.4176
31/10/2006	27.6600	23/09/2011	129.3600	15/08/2016	95.3100
01/11/2006	27.5500	24/09/2011	130.6366	16/08/2016	95.1200
02/11/2006	26.7000	25/09/2011	131.2787	17/08/2016	96.3700
03/11/2006	26.7000	26/09/2011	132.2200	18/08/2016	96.1600
04/11/2006	27.2477	27/09/2011	127.4900	19/08/2016	95.8700
05/11/2006	27.1500	28/09/2011	127.1400	20/08/2016	95.6454
06/11/2006	27.2600	29/09/2011	113.1900	21/08/2016	95.8403
07/11/2006	27.6400	30/09/2011	113.2700	22/08/2016	95.2600
08/11/2006	28.8800	01/10/2011	113.2493	23/08/2016	95.9400
09/11/2006	28.9200	02/10/2011	113.2520	24/08/2016	95.1800
10/11/2006	29.3800	03/10/2011	113.2500	25/08/2016	97.3200
11/11/2006	29.4099	04/10/2011	114.9000	26/08/2016	97.5800
12/11/2006	29.4099	05/10/2011	119.7600	27/08/2016	97.3390
13/11/2006	29.4900	06/10/2011	123.2400	28/08/2016	97.5652
14/11/2006	29.0900	07/10/2011	117.2100	29/08/2016	97.3000
15/11/2006	29.7500	08/10/2011	114.6715	30/08/2016	97.4500
16/11/2006	29.2700	09/10/2011	115.2094	31/08/2016	97.4500
17/11/2006	28.9200	10/10/2011	111.6200	01/09/2016	97.3800
18/11/2006	28.9207	11/10/2011	108.6600	02/09/2016	97.3800
19/11/2006	28.9678	12/10/2011	113.6200	03/09/2016	97.8103
20/11/2006	29.0800	13/10/2011	117.0100	04/09/2016	99.1792
21/11/2006	29.2700	14/10/2011	116.0400	05/09/2016	99.0900
22/11/2006	29.5900	15/10/2011	116.7144	06/09/2016	100.0900
23/11/2006	29.5649	16/10/2011	117.2009	07/09/2016	99.1500
24/11/2006	29.3600	17/10/2011	117.3300	08/09/2016	99.6600
25/11/2006	29.1113	18/10/2011	111.7400	09/09/2016	96.5000
26/11/2006	29.1855	19/10/2011	109.4200	10/09/2016	97.1383
27/11/2006	28.9700	20/10/2011	111.4800	11/09/2016	97.0530
28/11/2006	28.8400	21/10/2011	117.0400	12/09/2016	99.0500
29/11/2006	29.1900	22/10/2011	118.3078	13/09/2016	96.0900
30/11/2006	29.2800	23/10/2011	118.0277	14/09/2016	97.0100
01/12/2006	29.4600	24/10/2011	118.8400	15/09/2016	97.3400
02/12/2006	29.0758	25/10/2011	77.3700	16/09/2016	99.4800
03/12/2006	29.1380	26/10/2011	79.4000	17/09/2016	98.0594
04/12/2006	28.9300	27/10/2011	80.8600	18/09/2016	99.3291

05/12/2006	28.9900	28/10/2011	84.1400	19/09/2016	98.0600
06/12/2006	28.4800	29/10/2011	82.1728	20/09/2016	98.2500
07/12/2006	27.7300	30/10/2011	84.0600	21/09/2016	94.8800
08/12/2006	27.6500	31/10/2011	82.0800	22/09/2016	95.8300
09/12/2006	28.3771	01/11/2011	80.0900	23/09/2016	95.9400
10/12/2006	27.8861	02/11/2011	83.3900	24/09/2016	95.0916
11/12/2006	28.4700	03/11/2011	92.2900	25/09/2016	95.5623
12/12/2006	28.3700	04/11/2011	90.0200	26/09/2016	94.5600
13/12/2006	28.4000	05/11/2011	90.1553	27/09/2016	97.0700
14/12/2006	27.7600	06/11/2011	90.4315	28/09/2016	97.4800
15/12/2006	27.6000	07/11/2011	90.8300	29/09/2016	96.6700
16/12/2006	27.2775	08/11/2011	90.4700	30/09/2016	98.5500
17/12/2006	26.7425	09/11/2011	88.0500	01/10/2016	100.6919
18/12/2006	26.6400	10/11/2011	85.1200	02/10/2016	99.4392
19/12/2006	27.0600	11/11/2011	87.7500	03/10/2016	102.6300
20/12/2006	27.3600	12/11/2011	85.9501	04/10/2016	102.3400
21/12/2006	26.7900	13/11/2011	85.9979	05/10/2016	106.2800
22/12/2006	26.2000	14/11/2011	85.7200	06/10/2016	105.0700
23/12/2006	26.7096	15/11/2011	86.2800	07/10/2016	104.8200
24/12/2006	26.4909	16/11/2011	81.1800	08/10/2016	104.6582
25/12/2006	26.5287	17/11/2011	76.4600	09/10/2016	104.5662
26/12/2006	26.8400	18/11/2011	78.0600	10/10/2016	103.3300
27/12/2006	26.4900	19/11/2011	74.8898	11/10/2016	100.5900
28/12/2006	26.1000	20/11/2011	76.2717	12/10/2016	99.5000
29/12/2006	25.8600	21/11/2011	74.4700	13/10/2016	100.2300
30/12/2006	26.0353	22/11/2011	70.4500	14/10/2016	101.4700
31/12/2006	26.1391	23/11/2011	68.5000	15/10/2016	101.1884
01/01/2007	26.1480	24/11/2011	64.1915	16/10/2016	100.5144
02/01/2007	26.3878	25/11/2011	63.8600	17/10/2016	99.8000
03/01/2007	26.6100	26/11/2011	66.6069	18/10/2016	118.7900
04/01/2007	25.3500	27/11/2011	65.5097	19/10/2016	121.8700
05/01/2007	24.8100	28/11/2011	69.9500	20/10/2016	123.3500
06/01/2007	24.1045	29/11/2011	67.5700	21/10/2016	127.5000
07/01/2007	23.9358	30/11/2011	64.5300	22/10/2016	127.3678
08/01/2007	23.8300	01/12/2011	67.1700	23/10/2016	127.4591
09/01/2007	23.9900	02/12/2011	66.3700	24/10/2016	127.3300
10/01/2007	24.0700	03/12/2011	67.7658	25/10/2016	126.5100
11/01/2007	24.2400	04/12/2011	67.8261	26/10/2016	126.9700
12/01/2007	22.7100	05/12/2011	70.1200	27/10/2016	126.4700
13/01/2007	22.7110	06/12/2011	68.1400	28/10/2016	126.5700
14/01/2007	22.7330	07/12/2011	71.9600	29/10/2016	125.8375
15/01/2007	22.7221	08/12/2011	69.4200	30/10/2016	125.5222
16/01/2007	22.7400	09/12/2011	70.8900	31/10/2016	124.8700

17/01/2007	22.8300	10/12/2011	74.3440	01/11/2016	123.3000
18/01/2007	22.2500	11/12/2011	72.5257	02/11/2016	122.3400
19/01/2007	22.5600	12/12/2011	75.2600	03/11/2016	122.1400
20/01/2007	22.4937	13/12/2011	72.1100	04/11/2016	122.0300
21/01/2007	22.3550	14/12/2011	71.0400	05/11/2016	123.0112
22/01/2007	21.9000	15/12/2011	69.7200	06/11/2016	123.7229
23/01/2007	21.7600	16/12/2011	69.8200	07/11/2016	124.5800
24/01/2007	22.7500	17/12/2011	67.3075	08/11/2016	124.3400
25/01/2007	23.2500	18/12/2011	67.7164	09/11/2016	122.1900
26/01/2007	23.1500	19/12/2011	67.1500	10/11/2016	115.4200
27/01/2007	22.8219	20/12/2011	71.4000	11/11/2016	114.7800
28/01/2007	22.7519	21/12/2011	70.9700	12/11/2016	113.7160
29/01/2007	22.5500	22/12/2011	73.8400	13/11/2016	113.7447
30/01/2007	22.9300	23/12/2011	72.6200	14/11/2016	113.3800
31/01/2007	22.8100	24/12/2011	71.5387	15/11/2016	113.5900
01/02/2007	22.7300	25/12/2011	71.3923	16/11/2016	115.1900
02/02/2007	22.8400	26/12/2011	72.2341	17/11/2016	115.0300
03/02/2007	22.7776	27/12/2011	70.6000	18/11/2016	115.2100
04/02/2007	22.6016	28/12/2011	69.2000	19/11/2016	115.6161
05/02/2007	22.6000	29/12/2011	69.3000	20/11/2016	117.4506
06/02/2007	22.3200	30/12/2011	69.2900	21/11/2016	117.9600
07/02/2007	22.9000	31/12/2011	72.1527	22/11/2016	118.0400
08/02/2007	23.7500	01/01/2012	71.5433	23/11/2016	117.6900
09/02/2007	23.1100	02/01/2012	70.1807	24/11/2016	117.5244
10/02/2007	23.1191	03/01/2012	72.2400	25/11/2016	117.4100
11/02/2007	23.1213	04/01/2012	80.4500	26/11/2016	116.9468
12/02/2007	23.1300	05/01/2012	79.3000	27/11/2016	117.1114
13/02/2007	22.9000	06/01/2012	86.2900	28/11/2016	116.9300
14/02/2007	22.6000	07/01/2012	87.1199	29/11/2016	117.5100
15/02/2007	22.5000	08/01/2012	97.8658	30/11/2016	117.0000
16/02/2007	22.8700	09/01/2012	98.1800	01/12/2016	117.2200
17/02/2007	23.3109	10/01/2012	95.8300	02/12/2016	120.8100
18/02/2007	23.1347	11/01/2012	92.1500	03/12/2016	119.2808
19/02/2007	22.8964	12/01/2012	92.1500	04/12/2016	119.3108
20/02/2007	23.5100	13/01/2012	94.3800	05/12/2016	119.1600
21/02/2007	23.3900	14/01/2012	94.3913	06/12/2016	124.5700
22/02/2007	23.7500	15/01/2012	94.6579	07/12/2016	125.3900
23/02/2007	23.5300	16/01/2012	94.5629	08/12/2016	123.2400
24/02/2007	23.2172	17/01/2012	94.7200	09/12/2016	122.8800
25/02/2007	23.1974	18/01/2012	98.5400	10/12/2016	122.8524
26/02/2007	23.1300	19/01/2012	103.4600	11/12/2016	122.8624
27/02/2007	22.1000	20/01/2012	100.2400	12/12/2016	122.8300
28/02/2007	22.5300	21/01/2012	98.6987	13/12/2016	123.7800

01/03/2007	22.8300	22/01/2012	94.6868	14/12/2016	123.4400
02/03/2007	22.2900	23/01/2012	93.9600	15/12/2016	125.0000
03/03/2007	21.6944	24/01/2012	92.6700	16/12/2016	124.2200
04/03/2007	21.3782	25/01/2012	95.0400	17/12/2016	124.9291
05/03/2007	21.0600	26/01/2012	116.0100	18/12/2016	125.0554
06/03/2007	21.4400	27/01/2012	123.7900	19/12/2016	125.4500
07/03/2007	21.1800	28/01/2012	124.2474	20/12/2016	125.1200
08/03/2007	21.2400	29/01/2012	125.3208	21/12/2016	126.5000
09/03/2007	21.0600	30/01/2012	125.4300	22/12/2016	125.5800
10/03/2007	21.0712	31/01/2012	120.2000	23/12/2016	125.5900
11/03/2007	21.0775	01/02/2012	122.9700	24/12/2016	125.5900
12/03/2007	21.0800	02/02/2012	124.0000	25/12/2016	126.5144
13/03/2007	20.5500	03/02/2012	126.4300	26/12/2016	126.9567
14/03/2007	21.1100	04/02/2012	127.5758	27/12/2016	128.3500
15/03/2007	21.1600	05/02/2012	127.0700	28/12/2016	125.8900
16/03/2007	21.0200	06/02/2012	129.2500	29/12/2016	125.3300
17/03/2007	21.3410	07/02/2012	127.8800	30/12/2016	123.8000
18/03/2007	21.2913	08/02/2012	124.0000	31/12/2016	126.2696
19/03/2007	21.3600	09/02/2012	124.8400	01/01/2017	125.2817
20/03/2007	22.4800	10/02/2012	123.9300	02/01/2017	125.5764
21/03/2007	23.0500	11/02/2012	118.3175	03/01/2017	127.4900
22/03/2007	23.1000	12/02/2012	123.6521	04/01/2017	129.4100
23/03/2007	23.7300	13/02/2012	118.3000	05/01/2017	131.8100
24/03/2007	23.4489	14/02/2012	123.0700	06/01/2017	131.0700
25/03/2007	23.4498	15/02/2012	122.0600	07/01/2017	131.0180
26/03/2007	23.2600	16/02/2012	121.9100	08/01/2017	131.0095
27/03/2007	23.5800	17/02/2012	121.8500	09/01/2017	130.9500
28/03/2007	23.3800	18/02/2012	118.6093	10/01/2017	129.8900
29/03/2007	23.4500	19/02/2012	118.4558	11/01/2017	130.5000
30/03/2007	23.1900	20/02/2012	119.3704	12/01/2017	129.1800
31/03/2007	23.3783	21/02/2012	117.4000	13/01/2017	133.7000
01/04/2007	23.4306	22/02/2012	112.4000	14/01/2017	133.1167
02/04/2007	23.4800	23/02/2012	112.9900	15/01/2017	133.3768
03/04/2007	23.7800	24/02/2012	111.6700	16/01/2017	133.5517
04/04/2007	24.5300	25/02/2012	110.4579	17/01/2017	132.8900
05/04/2007	24.2000	26/02/2012	110.7344	18/01/2017	133.2600
06/04/2007	24.2361	27/02/2012	109.4100	19/01/2017	138.4100
07/04/2007	24.2166	28/02/2012	113.3200	20/01/2017	138.6000
08/04/2007	24.2820	29/02/2012	110.7300	21/01/2017	137.6576
09/04/2007	24.3400	01/03/2012	112.7500	22/01/2017	138.0942
10/04/2007	24.8600	02/03/2012	115.1000	23/01/2017	137.3900
11/04/2007	24.6000	03/03/2012	115.0506	24/01/2017	140.1100
12/04/2007	24.6000	04/03/2012	111.4344	25/01/2017	139.5200

13/04/2007	24.6000	05/03/2012	110.8100	26/01/2017	138.9600
14/04/2007	24.5756	06/03/2012	107.1300	27/01/2017	142.4500

# Bibliografía

- [1] Banxico.(2017). *Sistema Financiero.* Recuperado de <http://www.banxico.org.mx/divulgacion/sistema-financiero/sistema-financiero.html/Mercadosfinancieros>.
- [2] Baso, A. (2003). *Introduction to Stochastic Process*, England. Alpha Science International Lta.
- [3] Bollerslev, T. (1986). *Generalized autorregresive conditional heteroscedasticity*, Journal of Econometrics, 31f, 307-327.
- [4] Casas, M., Cepeda, E. (2008). *Modelos ARCH, GARCH y EGARCH: aplicaciones a series financieras*, Cuadernos de Economía, 48, 287-319.
- [5] DeGroot, M., Schervish, M. (2002). *Probability and Statistics*, USA. Addison Wesley.
- [6] Egan, M.(2015, Julio 15). *Netflix stock just got cheaper. Will you buy?* CNN Money, Recuperado de <http://money.cnn.com/2015/07/15/investing/netflix-stock-split-earnings>.
- [7] Elescano, A., Agüero Y. (2004). *Modelos ARCH: Una aplicación en el pronóstico de la volatilidad de acciones cotizadas en la bolsa de valores de Lima*, PESQUIMAT, 7(1), 64-79.
- [8] Engle, E. (1982). *Autoregressive Conditional Heteroscedasticy with estimates of the variance of United Kingdom inflation*, Econometrica, 50(4), 987-1007.
- [9] Novales,A., Gracia-Diez, M. (1993). *Guia para la estimación de modelos ARCH*, Estadística Española, 35(132), 5-38.
- [10] Leithold, L. (1998). *El calculo*, Reino Unido. Oxford University Press.
- [11] Rincón, L. (2007). *Curso intermedio de probabilidad*, México DF. Recuperado de <http://www.matematicas.unam.mx/lars> .
- [12] Rincón, L. (2012). *Introducción a los procesos estocásticos*, México DF. Recuperado de <http://www.matematicas.unam.mx/lars> .

- [13] Rodríguez, L. (S.F). *Construcción de kernels y funciones de densidad de probabilidad*, Guayaquil Ecuador. Recuperado de <http://www.matematicas.unam.mx/lars> .
- [14] Yahoo!Finanzas.(2017). NFLX. Recuperado de <https://es-us.finanzas.yahoo.com/quote/NFLX/history?p=NFLX> .