



**PLAN DE ESTUDIOS (PE):** Licenciatura en Matemáticas

**ÁREA:** Geometría, Topología y Fundamentos de las Matemáticas

**ASIGNATURA:** Geometrías No Euclidianas

**CÓDIGO:**

**CRÉDITOS:** 6

**FECHA:** 19 de junio de 2017





### 1. DATOS GENERALES

<b>Nivel Educativo:</b>	Licenciatura
<b>Nombre del Plan de Estudios:</b>	Licenciatura en Matemáticas
<b>Modalidad Académica:</b>	Presencial
<b>Nombre de la Asignatura:</b>	Geometrías No Euclidianas
<b>Ubicación:</b>	Nivel Básico
<b>Correlación:</b>	
<b>Asignaturas Precedentes:</b>	Geometría Sintética
<b>Asignaturas Consecuentes:</b>	Introducción a la Geometría Diferencial, Variable Compleja I, Teoría de Conjuntos I

### 2. CARGA HORARIA DEL ESTUDIANTE

Concepto	Horas por semana		Total de horas por periodo	Total de créditos por periodo
	Teoría	Práctica		
<b>Horas teoría y práctica (16 horas = 1 crédito)</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>100</b>	<b>6</b>

### 3. REVISIONES Y ACTUALIZACIONES

<b>Autores:</b>	Juan Angoa Amador, Jaime Badillo Márquez, Agustín Contreras Carreto, Raúl Linares Gracia, Manuel Ibarra Contreras, María de Jesús López Toriz, Armando Martínez García, Patricia Domínguez Soto, David Herrera Carrasco, Fernando Macías Romero, Juan Francisco Estrada García
<b>Fecha de diseño:</b>	8 de marzo de 2010
<b>Fecha de la última actualización:</b>	19 de junio de 2017
<b>Fecha de aprobación por parte de la academia de área, departamento u otro.</b>	26 de junio de 2017
<b>Revisores:</b>	Iván Martínez Ruiz, Manuel Ibarra Contreras, Armando Martínez García, Agustín Contreras Carreto.
<b>Sinopsis de la revisión y/o actualización:</b>	Se actualizó la bibliografía, se redefinieron los objetivos del curso y se reorganizó el contenido temático.





**4. PERFIL DESEABLE DEL PROFESOR (A) PARA IMPARTIR LA ASIGNATURA:**

Disciplina profesional:	Matemáticas
Nivel académico:	Licenciatura
Experiencia docente:	2 años
Experiencia profesional:	2 años

**5. PROPÓSITO:** Entender que el descubrimiento de las Geometrías no euclidianas fue un gran paso en la evolución de la cultura pues, entre otras cosas, permitió la posibilidad de trabajar con diversos sistemas axiomáticos distintos del de Euclides, pero igual de consistentes y útiles. Comprender más a fondo la naturaleza de los sistemas axiomáticos, su consistencia, sus modelos y la noción de independencia.

**6. COMPETENCIAS PROFESIONALES:**

1. Capacidad para explicar a otros profesionales (arquitectos, diseñadores, etc.) la posible utilidad de geometrías no familiares para ellos, como la hiperbólica, en sus proyectos.
2. Modelar sistemas axiomáticos.
3. Desarrollar la habilidad para idear demostraciones de teoremas usando modelos.
4. Usar la forma geométrica de razonamiento como herramienta didáctica. En especial la de pasar de un modelo a otro usando isomorfismos de modelos.





**7. CONTENIDOS TEMÁTICOS**

Unidad de Aprendizaje	Contenido Temático	Referencias
<p>1.- Geometría neutral y antecedentes históricos de la geometría hiperbólica</p>	<p>1.1 Geometría Neutral (axiomas de Hilbert)</p> <p>1.2 El problema del V postulado de Euclides e intentos de demostración como teorema de la geometría neutral</p> <p>1.3 El trabajo de Saccheri como antecedente de la geometría hiperbólica</p> <p>1.4 Equivalentes al V postulado de Euclides y a su negación en la geometría neutral.</p> <p>1.5 Rotaciones y reflexiones en la geometría neutral (en planos de Hilbert y neutrales)</p>	<p>Bonola, R. (1955). <i>Non Euclidean Geometry. A Critical and Historical Study of its Development.</i> New York: Dover.</p> <p>Borceux, F. (2014). <i>An Axiomatic Approach to Geometry. Geometric Trilogy I.</i> Cham: Springer International Publishing Switzerland.</p> <p>Efimov, N. V. (1978). <i>Geometría superior.</i> Mocú: MIR.</p> <p>Eves, H. W. (1969). <i>Estudio de las geometrías Tomo I.</i> México: UTEHA.</p> <p>Gans, D. (1973). <i>Non-Euclidean Geometry.</i> New York: Academic Press.</p> <p>Greenberg, M. J. (2007). <i>Euclidean and Non-Euclidean Geometries. Development and History.</i> New York: W. H. Freeman and Company.</p> <p>Hartshorne, R. (2000). <i>Euclid and Beyond.</i> New York: Springer-Verlag.</p> <p>Moise, E. (1975). <i>Geometría elemental desde un punto de vista avanzado.</i> México: CECSA.</p> <p>Trudeau, R. J. (1986). <i>The Non Euclidean Revolution.</i> Boston: Birkhäuser.</p>





<p>2.- Los axiomas de la geometría hiperbólica</p>	<p>2.1 La propiedad hiperbólica de las paralelas</p> <p>2.2 Algunos teoremas de la geometría hiperbólica que no son de la neutral</p> <p>2.3 Paralelas con perpendicular común.</p> <p>2.4 Rayos paralelos límite y clasificación de las paralelas.</p> <p>2.5 La curva límite y la equidistante (oríclidos e hiperclidos)</p>	<p>Borceux, F. (2014). <i>An Axiomatic Approach to Geometry. Geometric Trilogy I</i>. Cham: Springer International Publishing Switzerland.</p> <p>Efimov, N. V. (1978). <i>Geometría superior</i>. Moscú: MIR.</p> <p>Gans, D. (1973). <i>Non-Euclidean Geometry</i>. New York: Academic Press.</p> <p>Greenberg, M. J. (2007). <i>Euclidean and Non-Euclidean Geometries. Development and History</i>. New York: W. H. Freeman and Company.</p> <p>Hartshorne, R. (2000). <i>Euclid and Beyond</i>. New York: Springer-Verlag.</p> <p>Moise, E. (1975). <i>Geometría elemental desde un punto de vista avanzado</i>. México: CECSA.</p> <p>Trudeau, R. J. (1986). <i>The Non Euclidean Revolution</i>. Boston: Birkhäuser.</p>
<p>3. - Modelos de la geometría hiperbólica</p>	<p>3.1 Modelo de Beltrami-Klein (K-B). Incidencia y orden en dicho modelo.</p> <p>3.2 Inversión en círculos como transformación del plano euclidiano, y sus propiedades principales.</p> <p>3.3 Circunferencias ortogonales.</p> <p>3.4 Modelo de Poincaré del interior de un círculo (modelo <math>P_1</math>). Incidencia en <math>P_1</math>.</p>	<p>Barry, E. (1966). <i>Introducción a las transformaciones geométricas</i>. México: CECSA.</p> <p>Greenberg, M. J. (2007). <i>Euclidean and Non-Euclidean Geometries. Development and History</i>. New York: W. H. Freeman and Company.</p> <p>Hartshorne, R. (2000). <i>Euclid and Beyond</i>. New York: Springer-Verlag.</p>



	<p>3.5 Inversión y proyección estereográfica. Isomorfismo entre K-B y <math>P_1</math>, como modelos de incidencia. Orden en <math>P_1</math>.</p> <p>3.6 Razón cruzada y congruencia en <math>P_1</math>. Congruencia en K-B. Perpendicularidad en K-B.</p> <p>3.7 Reflexiones y rotaciones en <math>P_1</math>. Demostración de todos los axiomas de la geometría hiperbólica en <math>P_1</math> y en K-B.</p> <p>3.8 Reflexiones en K-B y naturaleza proyectiva de dicho modelo.</p> <p>3.9 Independencia del V postulado respecto de la geometría neutral. Consistencia relativa de la geometría hiperbólica.</p>	<p>Kay, D. C. (1969). <i>College Geometry</i>. New York: Holt, Rinehart and Wiston.</p> <p>Moise, E. (1975). <i>Geometría elemental desde un punto de vista avanzado</i>. México: CECSA.</p> <p>Needham, T. (1997). <i>Visual Complex Analysis</i>. Oxford: Academic Press.</p> <p>Pedoe, D. (1988). <i>Geometry: A Comprehensive course</i>. New York: Dover.</p> <p>Santaló, L. A. (1979). <i>Geometrías no euclidianas</i>. Buenos Aires: EUDEBA.</p> <p>Smogorzhevski, A. S. (1978). <i>Acerca de la Geometría de Lobschevski</i>. Moscú: Mir.</p>
<p>4. Resultados adicionales de la Geometría Hiperbólica</p>	<p>4.1 Ángulo de paralelismo. Fórmula de Bolyai-Lobachevski.</p> <p>4.2 Área y defecto de un triángulo.</p> <p>4.3 Modelo de Poincaré del semiplano (<math>P_2</math>)</p> <p>4.3 Curvas especiales: ciclos, oriciclos e hiperciclos. Como se ven en <math>P_1</math> y en <math>P_2</math>.</p> <p>4.4 Trigonometría hiperbólica. Circunferencia y área del círculo.</p>	<p>Borceux, F. (2014). <i>An Axiomatic Approach to Geometry. Geometric Trilogy I</i>. Cham: Springer International Publishing Switzerland.</p> <p>Gans, D. (1973). <i>Non Euclidean Geometry</i>. New York: Academic Press</p> <p>Greenberg, M. J. (2007). <i>Euclidean and Non-Euclidean Geometries. Development and History</i>. New York: W. H. Freeman and Company.</p>





		<p>Hartshorne, R. (2000). <i>Euclid and Beyond</i>. New York: Springer-Verlag.</p> <p>Kay, D. C. (1969). <i>College Geometry</i>. New York: Holt, Rinehart and Wiston.</p> <p>Needham, T. (1997). <i>Visual Complex Analysis</i>. Oxford: Academic Press.</p> <p>Smogorzhevski, A. S. (1978). <i>Acerca de la Geometría de Lobschevski</i>. Moscú: Mir.</p>
<p>5. Geometría Elíptica</p>	<p>5.1 Geometría elíptica doble. Geometría sobre una esfera.</p> <p>5.2 Presentación axiomática de la geometría elíptica doble.</p> <p>5.3 Geometría elíptica singular. Geometría sobre un hemisferio modificado.</p> <p>5.4 Presentación axiomática de la geometría elíptica singular.</p> <p>5.5 Transformaciones geométricas. El Programa Erlängen de Klein.</p>	<p>Artzy, R. (1965). <i>Linear Geometry</i>. Massachusetts: Addison-Wesley.</p> <p>Borceux, F. (2014). <i>An Axiomatic Approach to Geometry. Geometric Trilogy I</i>. Cham: Springer International Publishing Switzerland.</p> <p>Gans, D. (1973). <i>Non-Euclidean Geometry</i>. New York: Academic Press.</p> <p>Greenberg, M. J. (2007). <i>Euclidean and Non-Euclidean Geometries. Development and History</i>. New York: W. H. Freeman and Company.</p> <p>Hartshorne, R. (2000). <i>Euclid and Beyond</i>. New York: Springer-Verlag.</p> <p>Kay, D. C. (1969). <i>College Geometry</i>. New York:</p>



		<p>Holt, Rinehart and Wiston.</p> <p>Klein, F. (2004). <i>Geometry, part 2 of Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint</i>. New York: Dover.</p> <p>Klein, F. (1986) El Programa de Erlängen. Revista del seminario de Enseñanza y Titulación. Dpto. de Matemáticas, Facultad de Ciencias, UNAM, México.</p> <p>Needham, T. (1997). <i>Visual Complex Analysis</i>. Oxford: Academic Press.</p> <p>Santaló, L. A. (1979). <i>Geometrías no euclidianas</i>. Buenos Aires: EUDEBA.</p>
--	--	---

**8. ESTRATEGIAS, TÉCNICAS Y RECURSOS DIDÁCTICOS**

<b>Estrategias y técnicas didácticas</b>	<b>Recursos didácticos</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Lluvia o tormenta de ideas</li> <li>• Técnica de concordar-discordar</li> <li>• Solución de Problemas</li> <li>• Trabajo en Equipos</li> <li>• Aprendizaje Basado en Problemas</li> <li>• Aprendizaje Basado en Proyectos</li> <li>• Estudio de casos</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Impresos (textos): libros, fotocopias, periódicos, documentos...</li> <li>• Materiales audiovisuales:</li> <li>• Imágenes fijas proyectables (fotos)-diapositivas, fotografías</li> <li>• Programas informáticos (CD u on-line) educativos: animaciones y simulaciones interactivas</li> </ul>







**9. EJES TRANSVERSALES**

<b>Eje (s) transversales</b>	<b>Contribución de la asignatura</b>
Formación Humana y Social	La geometría ha sido parte fundamental del desarrollo de la cultura universal.
Desarrollo de Habilidades en el uso de las Tecnologías de la Información y la Comunicación	El estudio de la geometría permite manipular mucha paquetería y editores: Mathematica, Geogebra, etc.
Desarrollo de Habilidades del Pensamiento Complejo	La forma geométrica de razonar suele ayudar a la comprensión de los conceptos matemáticos.
Lengua Extranjera	Usando textos en alguna lengua extranjera.
Innovación y Talento Universitario	La geometría desarrolla la intuición y el pensamiento visual, que es base para cualquier tecnología y entonces incita a desarrollar el talento.
Educación para la Investigación	Este curso se presta para la elaboración de pequeños proyectos de investigación.

**10. CRITERIOS DE EVALUACIÓN**

<b>Criterios</b>	<b>Porcentaje</b>
▪ Exámenes	70%
▪ Participación en clase	15%
▪ Tareas	15%
Total	100%

**11. REQUISITOS DE ACREDITACIÓN**

Estar inscrito como alumno en la Unidad Académica en la BUAP
Asistir como mínimo al 80% de las sesiones para tener derecho a exentar por evaluación continua y/o presentar el examen final en ordinario o extraordinario
Asistir como mínimo al 70% de las sesiones para tener derecho al examen extraordinario
Cumplir con las actividades académicas y cargas de estudio asignadas que señale el PE

